

Расчет №6

Расчет осевой нагрузки при твердосплавном бурении, кН

$$P = \frac{b^2 * m}{\eta \sqrt{\frac{2\omega * \mu_k * D_n * n * K * \tan a}{b * P_{ш}}}}.$$

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
b	Ширина резца	м	$3*10^3$	$30*10^3$
K	Количество резцов на ширине кольца	шт	2 (М-1)	4 (СТ-2)
m	Количество основных резцов	шт	8 (М-1)	30 (СА-3)
μ_k	Коэффициент резцов о породу	-	0,2	1,0
ω	Удельный износ резца	м ³ /Н*м	2	60
D_n	Наружный диаметр коронки	М	$46*10^3$	$225*10^3$
n	Частота вращения снаряда	рад/с	60	360
a	Угол приострения резца	град	45	90
η	Коэффициент угла приострения	-	0,97	0,9
$P_{ш}$	Твердость породы по штампу	Па	$1*10^6$	$70*10^3$

Расчет №7
Определение механической скорости (интенсивности) углубки скважины при
твердосплавном бурении, м/ч

$$V_m = V_0 * e^{-\gamma t} = V_0 * \left(\frac{1}{e}\right)^{\gamma t}.$$

Если $V_0 = 60 * n * h_0 * K * m$,

то $V_m = 60 * n * h_0 * K * m * e^{-\gamma t}$.

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
n	Частота вращения снаряда	об/мин	40	600
h_0	Торцовый вылет основных резцов	М	$0,1 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$
m	Количество резцов	шт	4	20
K	Коэффициент включения резцов	-	0,3	0,5
e	Основание натуральных логарифмов	1/град	2,71	2,71
γ	Декремент затухания	-	0,1	1
t	Текущее время (длительность рейса)	Ч	0,5	6
V_m	Интенсивность углубки (механическая скорость)	м/ч	0,15	25
V_0	Начальная механическая скорость	м/ч		

Здесь V_m - величина приращения глубины скважины в единицу времени на данный момент (интенсивности углубки). Выражается показательной функцией постепенного замедления от максимального начального значения V_0 в соответствии с γ .

V_0 и γ зависят от технологических условий: прочности пород, абразивности, характеристик инструмента, параметров бурения $\{P_{ш}, K_{абр}, X_{и}, P_6\}$.

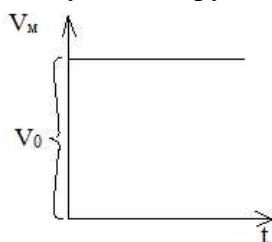
Чем легче условия бурения и лучше инструмент, тем больше V_0 ($\uparrow$) и меньше γ ($\downarrow$) - долго не замедляется бурение.

Чем интенсивнее режим бурения (максимальные параметры), тем больше V_0 ($\uparrow$) и γ ($\uparrow$) - вначале углубка идет быстро, но очень быстро замедляется - на малой глубине приемлемо.

Чем слабее режим бурения, тем меньше V_0 , но и тем медленнее затухание V_m (см. рисунок).

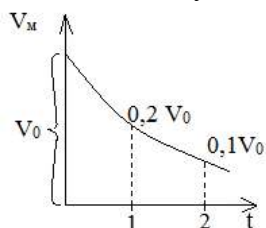
$$\gamma = 0; V_m = V_0$$

Незатупл. инструмент



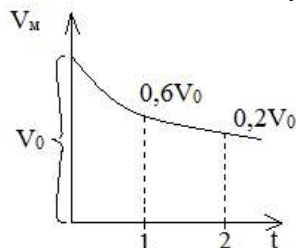
$$\gamma = 1; V_m = V_0 * \left(\frac{1}{2,7}\right)^t$$

Интенсивное затупление



$$\gamma = 0,5; V_m = V_0 * \left(\frac{1}{2,7}\right)^t$$

Интенсивное затупление



Графики изменения механической скорости
от декремента затухания

Расчет №8

Определение механической скорости бурения на основе физико-механических свойств пород при алмазном бурении, м/ч

$$V_m = L * F_d^{-a} * K_{abr}^{-\beta}.$$

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			однослойные алмазные коронки	импрегнированные алмазные коронки
F_d	Коэффициент динамической прочности	-	10-15	15-30
K_{abr}	Коэффициент абразивности пород	-	1,1-2,0	2,1-2,6
L	Коэффициент конструктивности коронки	-	5,9	0,14
$-a$	Коэффициент влияния прочности пород	-	0,36	0,2
$-\beta$	Коэффициент влияния абразивности пород	-	0,5	0,2
V_m	Механическая скорость бурения	м/ч	1,8-1,9	0,15-0,12

Расчет №9

Расчет шпинделя бурового станка

Шпиндель испытывает осевую нагрузку от механизма подачи и крутящий момент.

1. Напряжение от осевой нагрузки, Н/м²:

$$\sigma = \frac{4Q}{\pi(D^2 - d^2)}.$$

2. Крутящий момент на шпинделе, Н·м:

$$M = 9750 \frac{N_{\max}}{n}.$$

$$N_{\max} = N_g * \eta * \lambda, \text{ кВт}$$

3. Касательные напряжения от крутящего момента, снимаемого со шпинделя, Н/м²:

$$\tau = \frac{M}{2W};$$

$$W = \frac{\pi}{16} * \frac{D^4 - d^4}{D}, \text{ м}^3.$$

4. Полное приведенное напряжение в теле шпинделя, Н/м²:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}.$$

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
Q	Усилие подачи станка	Н	40000	50000
D	Наружный диаметр шпинделя	м	$51 \cdot 10^{-3}$	$61 \cdot 10^{-3}$
d	Внутренний диаметр шпинделя	м	$43 \cdot 10^{-3}$	$53 \cdot 10^{-3}$
$N_{\max}$	Мощность, передаваемая на шпиндель	кВт	-	-
n	Число оборотов шпинделя	-	80	1500
N_g	Номинальная мощность шпинделя	-	0,8	
η	КПД передачи от вала двигателя до шпинделя	-		
λ	Коэффициент возможной перегрузки:			
	- электродвигатель	-	1,5	2,0
	-двигатель внутреннего сгорания	-	1,1	1,15

Расчет №10

Расчет механического зажимного патрона

Расчет патрона приведен для двух плашек, управляемых двумя болтами.

1. Допустимое осевое усилие по болту из условий его прочности на сжатие, Н:

$$P = F[\sigma_{сж}] .$$

2. Допустимое осевое давление, развиваемое болтом, Н:

$$P' = \frac{\pi*(d^2-d_t^2)*l*P}{4t} .$$

3. Сила трения, при закреплении ведущей трубы в двух патронах, Н:

$$T = 4P' * f .$$

4. Окружное усилие, передаваемое патроном, Н:

$$P_0 = \sqrt{T_0^2 - Q^2}$$

5. Передаваемая мощность патронами, кВт:

$$N = \frac{P_v*V}{75} .$$

Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
F	Площадь поперечного сечения	м ²	0,04	0,06
$[\sigma_{сж}]$	Допустимое напряжение сжатия	Н/м ²	1000*10 ⁵	1400*10 ⁵
d	Наружный диаметр резьбы болта	м	0,03	0,5
d_t	Внутренний диаметр резьбы болта	м	0,025	0,4
l	Длина резьбы болта	м	0,03	0,5
P	Наибольшее удельное давление болта	Н/м ²	65*10 ⁵	75*10 ⁵
t	Шаг резьбы болта	м	0,003	0,004
f	Коэффициент трения между плашками и бурильной трубой	-	0,35	0,4
Q	Осевое усилие	Н	40000	120000
V	Окружная скорость	м/с	0,2	0,85

Расчет №11

Расчет фрикционной лебедки

1. Скорость вращения подъемного вала лебедки, мин⁻¹:

$$n_2 = n_1 \frac{d_1}{d_2} \varphi.$$

2. Скорость навивки каната на барабан, м/с:

$$V = \frac{(D+d)n_2}{60}.$$

3. Окружная скорость на ободе большого фрикционного колеса, м/с:

$$V_1 = \frac{\pi * d_2 * n_2}{60}.$$

4. Окружное усилие на ободе барабана, Н:

$$P = \frac{75 * N * \eta}{V}.$$

5. Окружное усилие на ободе фрикционного колеса, Н:

$$P_{\phi} = \frac{75 * N * \eta}{V_1}.$$

6. Необходимое усилие нажатия фрикционных колес друг на друга, Н:

$$Q = \frac{k * P_{\phi} * \sin \alpha}{f}$$

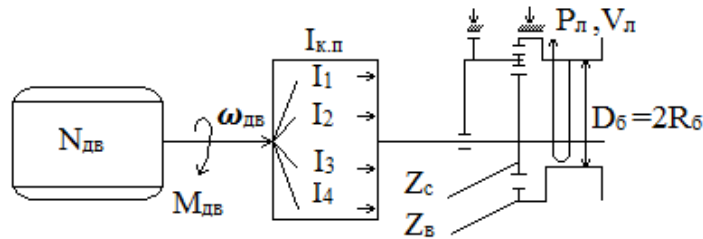
Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
n_1	Число оборотов приводного вала станка	мин ⁻¹	80	
d_1	Диаметр малого фрикционного колеса	м	0,15	
d_2	Диаметр большого фрикционного колеса	м	0,8	
φ	Коэффициент скольжения при фрикционной передаче	-	0,98	
D	Диаметр барабана	м	0,22	
d	Диаметр каната	м	0,12	
N	Мощность электродвигателя станка	кВт	11	
η	КПД передачи от двигателя до барабана	-	0,8	
k	Коэффициент запаса	-	1,5	
α	Угол наклона боковых поверхностей клиньев	град	12	15
f	Коэффициент трения чугуна по стали	-	0,2	

Расчет №12

Анализ взаимосвязи мощности привода, конструктивных параметров и эксплуатационных характеристик планетарной лебедки бурового станка

1. Принципиальная расчетная схема



2. Основные расчетные формулы:

$$N_{\text{дв}} = 713 * M_{\text{дв}} * \omega_{\text{дв}} (\text{л.с.}) = 973 * M_{\text{дв}} * \omega_{\text{дв}}, \text{ кВт}$$

$$M_{\text{Б}} = \frac{N_{\text{дв}}}{\omega_{\text{дв}}} * i_{\text{к.п.}} * \frac{Z_{\text{с}}}{Z_{\text{в}}}, \text{ Н*м};$$

$$P_{\text{л}} = \frac{M_{\text{Б}}}{R_{\text{Б}}}, \text{ Н};$$

$$\omega_{\text{Б}} = \frac{N_{\text{дв}}}{M_{\text{Б}}} * \frac{i}{i_{\text{к.п.}}} * \frac{Z_{\text{в}}}{Z_{\text{с}}}, \text{ об/мин};$$

$$V_{\text{л}} = \omega_{\text{Б}} * 2\pi * R_{\text{Б}}, \text{ м/мин.}$$

Таблица основных исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
$N_{\text{дв}}$	Мощность двигателя	кВт л.с.	10 15	150 220
$\omega_{\text{дв}}$	Число оборотов двигателя	об/мин	1200	5000
$i_{\text{к.п.}}$	Передаточное число коробки перемены передач	-	1 (прямая передача)	10 (высшая передача)
$D_{\text{б}}$	Диаметр барабана лебедки	м	0,2	0,7
$Z_{\text{с}}$	Число зубьев солнечной шестерни лебедки	шт	50	150
$Z_{\text{в}}$	Число зубьев венца лебедки	шт	250	1500

3. Основные эксплуатационные характеристики лебедки

$P_{\text{л}}$ – рабочее усилие (грузоподъемность на прямом канате, кГс, Тс, кН, даН) на конкретной передаче ($P_{\text{л1}}, P_{\text{л2}}, P_{\text{л3}}, \dots$);

$V_{\text{л}}$ – скорость подъема груза (на прямом канате, м/мин) на конкретной передаче ($V_{\text{л1}}, V_{\text{л2}}, V_{\text{л3}}, \dots$).

4. Основное задание

4.1. Рассчитать и построить графики зависимости эксплуатационных характеристик лебедки ($V_{\text{л}}, P_{\text{л}}$) от конкретных параметров бурового станка: $Z_{\text{с}}$ и $Z_{\text{в}}, D_{\text{б}}, i_{\text{п}}$.

4.2. Рассчитать и построить графики зависимости мощности и механической характеристики ($\omega_{\text{дв}} = F(N_{\text{дв}})$) двигателя.

Расчет №13

Расчет талевой системы

1. Натяжение на струне талевой системы, Н:

$$P_m = \frac{P_{\text{л}}}{\beta^m}.$$

2. Натяжение каната наматываемого на барабан лебедки, Н:

$$P_{\text{л}} = Q * \frac{\beta^m(\beta-1)}{\beta^m-1}.$$

3. Натяжение закрепленного конца каната, Н:

$$P_m = Q * \frac{\beta-1}{\beta(\beta^m-1)}.$$

4. КПД талевой системы, Н:

$$\eta = \frac{1}{m} * \frac{(\beta^m-1)}{\beta^m * (\beta-1)}.$$

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
β	Коэффициент сопротивления узла одного ролика	-	1,03	1,04
m	Число струн талевой системы	шт	1	6
Q	Нагрузка на крюке	Н	15000	55000

Расчет №14

Расчет колонны бурильных труб на прочность

Сечение I-I

1. Напряжение растяжения, Н/м²:

$$\sigma_p = \frac{Q_{кр}}{F}.$$

2. Напряжение кручения, Н/м²:

$$\tau = \frac{M_б}{W_p}.$$

3. Крутящий момент при бурении, Н*м:

$$M_б = \frac{N_б}{\omega}.$$

4. Мощность, затрачиваемая на бурение, кВт:

$$N_б = N_{тр} + N.$$

5. Первый момент сопротивления, м³:

$$W_p = 0,1 * \frac{d_H^4 - d_B^4}{d_H}.$$

6. Суммарное напряжение в сечении I-I:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma_p^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma_g].$$

Сечение II-II

7. Напряжение сжатия, Н/м²:

$$\sigma_{сж} = \frac{P_{ос}}{F}.$$

8. Напряжение изгиба, Н/м²:

$$\sigma_{из} = \frac{\pi^2 * E * D * f}{2 * 1^2}.$$

9. Напряжения кручения, Н/м²:

$$\tau = \frac{M_б}{W_p}.$$

10. Мощность, затрачиваемая на бурение, кВт:

$$N_б = 1,5 * N_3.$$

11. Суммарное напряжение в сечении II-II, Н/м²:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{(\sigma_{сж} + \sigma_{из})^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma_g].$$

12. Запас статической прочности колонны:

$$n = \frac{\sigma_r}{\sigma_\Sigma} \geq 1,7.$$

13. Запас прочности по нормальным напряжениям:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{из} * k_g}.$$

14. Запас прочности по касательным напряжениям:

$$n_\tau = \frac{\tau_r}{\tau}.$$

15. Суммарный запас прочности:

$$n_\Sigma = \frac{n_\sigma * n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 * n_\tau^2}}.$$

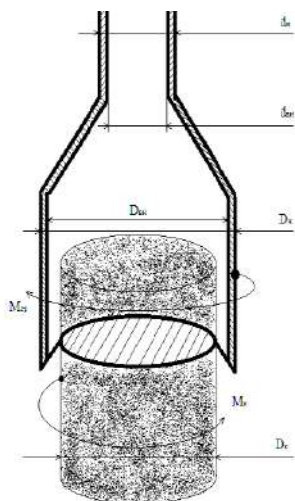
Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
$Q_{кр}$	Нагрузка на крюке	Н	0	55000
F	Площадь опасного сечения	м ²	$2,16 \cdot 10^{-4}$	$7,06 \cdot 10^{-4}$
M_b	Крутящий момент при бурении	Н*м	70	6500
W_p	Полярный момент сопротивления	м ³	$5,4 \cdot 10^{-6}$	$10,6 \cdot 10^{-6}$
N_b	Мощность, затрачиваемая на бурение	кВт	1,5	70
d_n	Наружный диаметр буровых труб	м	42	54
d_v	Внутренний диаметр буровых труб	м	22	40
$P_{ос}$	Осевая нагрузка на забой	Н	0	120000
E	Модуль упругости	Н/м ²	$0,7 \cdot 10^{11}$	$2,1 \cdot 10^{11}$
D	Диаметр скважины	м	0,037	0,133
f	Стрела прогиба	м	0,01	0,025
I	Длина полуволны	м	5	30
ω	Угловая скорость вращения снаряда	с ⁻¹	8,3	156
$N_{гр}$	Затраты мощности на вращение колонны буровых труб	кВт	12	40
N_z	Затраты мощности на разрушение забоя	кВт	1,2	2,5
$[\sigma_g]$	Предел прочности материала, из которого изготовлены буровые трубы	Н/м ²	$230 \cdot 10^5$	$683 \cdot 10^5$

Расчет №15

Сопоставление конструктивных характеристик бурового снаряда и параметров керна при срыве вращением

1. Принципиальная схема и таблица исходных расчетных данных



Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
d_n	Наружный диаметр буровых труб	м	$32 \cdot 10^{-3}$	$73 \cdot 10^{-3}$
$d_{вн}$	Внутренний диаметр буровых труб	м	$22 \cdot 10^{-3}$	$59 \cdot 10^{-3}$
D_n	Наружный диаметр колонковой трубы	м	$34 \cdot 10^{-3}$	$219 \cdot 10^{-3}$
$D_{вн}$	Внутренний диаметр колонковой трубы	м	$27 \cdot 10^{-3}$	$203 \cdot 10^{-3}$
D_k	Диаметр керна	м	$23 \cdot 10^{-3}$	$199 \cdot 10^{-3}$
$[\tau_{тр}]$	Прочность материала труб при кручении	МПа	162	284
$[\tau_k]$	Прочность горных пород при кручении	МПа	1,5	56,0

2. Основные аналитические зависимости.

Момент срыва керна $M_{ср}$ равен моменту реакции керна M_k , $N^* M$:

$$M_{ср} = [\tau_{тр}] * W_{тр} = [\tau_k] * W_k = M_k$$

где $W_{тр}$ - момент сопротивления поперечного сечения труб, $м^3$:

а) буровых труб:

$$W_{тр}^{б.тр} = \frac{\pi}{16} * \frac{d_n^4 - d_{вн}^4}{d};$$

б) колонковых труб:

$$W_{тр}^k = \frac{\pi}{16} * \frac{D_{н.к.т.}^4 - D_{вн.к.т.}^4}{D_{н.к.т.}};$$

W_k - момент сопротивления поперечного сечения керна, $м^3$:

$$W_k = \frac{\pi * D_k^4}{32}.$$

3. Основные аналитические задачи

3.1. Задайте некоторое значение прочности горной породы и материала труб. Постройте графики зависимости минимальных значений наружного диаметра буровых труб (при постоянной толщине стенок) от диаметра керна.

3.2. При тех же условиях постройте график зависимости диаметра колонковой трубы от диаметра срываемого керна.

3.3. Задайте некоторый постоянный диаметр керна и материала труб. Постройте графики зависимости минимального диаметра бурильных труб от прочности горной породы.

3.4. При тех же условиях постройте график зависимости диаметра колонковой трубы от прочности горной породы.

3.5. Задайте диаметры труб и керна, постройте график зависимости необходимой прочности труб от диаметра срываемого керна.

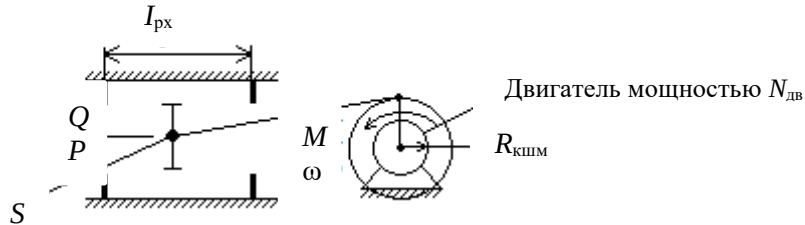
3.6. Задайте диаметры труб, прочность горной породы и постройте график зависимости необходимой прочности труб от диаметра срываемого керна.

3.7. Повторите расчеты 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 при измененных начальных условиях.

Расчет №16

Анализ взаимосвязи мощности привода, конструктивных параметров и эксплуатационных характеристик бурового промывочного насоса

1. Принципиальная расчетная схема



2. Основные расчетные формулы

$$N_{\text{дв}} = K_i * M * \beta ,$$

где M – крутящий момент, кгс*м;

ω - частота вращения, об/мин;

$N_{\text{дв}}$ - мощность двигателя (при $K_1=973$ кВт, а при $K_2=713$ л. с.).

$$Q = S * I_{\text{рх}} * \omega;$$

$$P = \frac{M}{R_{\text{кшм}}} * \frac{1}{S};$$

$$I_{\text{рх}} = 2 * R_{\text{кшм}} ,$$

где Q – расход промывочной жидкости, м³/мин;

S – площадь поршня, м²;

$I_{\text{рх}}$ – ход поршня, м;

P – рабочее давление в напорной магистрали, кгс/м²

$R_{\text{кшм}}$ – радиус кривошипа, м.

3. Расчетно-аналитические задачи

3.1. При постоянной мощности асинхронного двигателя:

- Как влияет площадь поршня S на эксплуатационные характеристики насоса (построить графики $P=f_1(S)$ и $Q=f_2(S)$ для $N=10, \dots 50$ кВт).
- Как влияет радиус кривошипа и величина рабочего хода поршня на эксплуатационные характеристики насоса.

3.2. С изменяемой мощностью:

- До какой глубины возможно применение насоса с приводом 10, 20, ...50 кВт, если гидросопротивления на каждые 100 м скважины при алмазном бурении ($Q=300$ л/мин) составляют 10 атмосфер, при твердосплавном бурении ($Q=60$ л/мин) 7 атмосфер, при шарошечном бурении ($Q=100$ л/мин) 15 атмосфер.

Расчет №17

Расчет эрлифта для откачки воды из скважины

Условия откачки:

- Проектный дебит откачки Q , м³/ч.
 - Глубина статического уровня в скважине h_0 , м.
 - Проектное понижение уровня воды при откачке $h_{\text{п}}$, м.
 - Мощность водоносного горизонта m , м.
 - Глубина залегания водоносного горизонта L , м.
 - Конструкция эрлифта с расположением эрлифтных труб по схеме «рядом».
- Расчетная схема представлена на рисунке.

1. Расчет глубины погружения смесителя

1.1 Определяется проектный динамический уровень воды в скважине, при откачке воды относительно излива:

$$h_g = h_0 + h_{\text{п}} + h_{\text{и}},$$

где h_g – проектный динамический уровень, м;

h_0 – статический уровень, м;

$h_{\text{п}}$ – проектное понижение уровня, при откачке ($h_{\text{п}} \leq 0,4 m$), м;

m – мощность водоносного горизонта, м;

$h_{\text{и}}$ – высота расположения излива относительно устья скважины (0,5 м), м.

1.2. Определяется глубина погружения смесителя относительно уровня излива, при проектном динамическом уровне воды в скважине:

$$H = K + h_g,$$

где H – погружение смесителя относительно уровня излива, м;

h_g – динамический уровень относительно излива, м;

K – коэффициент погружения смесителя.

Абсолютная величина коэффициента погружения смесителя K в зависимости от динамического уровня определяется опытным путем и поэтому принимается при расчетах согласно табл.1.

Таблица 1

Зависимость коэффициента погружения смесителя эрлифта от динамического уровня

h_g	70-40	60-20	30-10
K	1,4-1,6	1,7-2	2,5-3

2. Расчет расхода и давления воздуха, нагнетаемого в эрлифтную систему

2.1. Определяется удельный расход воздуха для откачки из скважины 1 м³ воды:

$$W_0 = \frac{h_g}{C_0 \cdot \log_{10} \frac{h_g \cdot (K-1) + 10}{10}},$$

где W_0 – удельный расход воздуха, приводимый к 1 атм или 0,1 МПа, м³/мин;

h_g – динамический уровень воды в скважине, м;

K – принятый коэффициент погружения смесителя;

C_0 – опытный коэффициент, зависящий от коэффициента погружения смесителя, принимается согласно табл. 2.

Таблица 2

Зависимость коэффициента C_0 от K

K	4	3,35	2,85	2,5	2,2	2	1,8	1,7	1,55
C_0	14,3	13,9	13,6	13,1	12,4	11,5	10	9	8

При расчете удельного расхода воздуха для откачки из скважины жидкостей, имеющих удельный вес больше единицы ($\gamma_{\text{ж}} > 1$), г/см³, необходимо W_0 умножить на $\gamma_{\text{ж}}$.

2.2. Определяется полный расход воздуха для откачки воды из скважины с проектной производительностью Q , м³/ч:

$$\Sigma W_0 = \frac{Q \cdot W_0}{60},$$

где ΣW_0 – суммарный полный расход воздуха, приведенный к 1 атм или 0,1 МПа, м³/мин;
 Q – проектный дебит откачки, м³/мин
 W_0 – удельный расход воздуха, приведенный к 1 атм или 0,1 МПа, м³/мин.

3. Расчет необходимого давления и производительности для выбора компрессора

3.1. Определение необходимого давления сжатого воздуха, при спуске компрессора:

$$P_{\text{п}} = 0,01 * (K * (h_g - h_0) + P_1),$$

где $P_{\text{п}}$ – пусковое давление компрессора, МПа;
 K – принятый коэффициент погружения смесителя;
 h_g – динамический уровень воды в скважине, м;
 h_0 – статический уровень воды в скважине, м;
 P_0 – потери напора в воздухопроводах, при спуске компрессора: $P_1 = 1$ м. вод. ст.

3.2. Определение рабочего давления компрессора в процессе откачки воды из скважины:

$$P_{\text{р}} = 0,01 * (h_g * (K - 1) + P_2),$$

где $P_{\text{р}}$ – рабочее давление компрессора, МПа;
 h_g – динамический уровень воды в скважине, м;
 K – принятый коэффициент погружения смесителя;
 $P_{\text{р}}$ – потери напора в воздухопроводах, при процессе откачки.

3.3. Определение рабочего расхода сжатого воздуха в процессе откачки воды из скважины с проектной производительностью Q , м³/ч:

$$W_{\text{р}} = \Sigma W_0 * \frac{P_0}{P_{\text{р}}},$$

где $W_{\text{р}}$ – рабочий расход промывочной жидкости, м³/мин;
 ΣW_0 – полный расход воздуха, приведенный к 1 атм или 0,1 МПа, м³/мин;
 P_0 – атмосферное давление воздуха, $P_0 = 0,1$ МПа;

P_p – рабочее давление сжатого воздуха, МПа.

3.4. Выбор компрессора для оборудования эрлифта.

Для откачки воды из скважины с проектной производительностью Q давление компрессора P_k и производительностью компрессора q_k выбирается согласно следующим условиям:

$$P_k \geq P_n; \quad P_k \geq P_p; \quad q_k \geq W_p.$$

4. Расчет внутренних диаметров эрлифтных колонн

4.1. Выбор скоростей движения потоков воздуха и аэрированной воды в эрлифтных колоннах труб.

Для устойчивой и эффективной работы эрлифта необходимо обеспечить следующие скорости движения потоков воздуха и аэрированной воды в эрлифтных колоннах труб:

V_B – скорость потока в воздухопроводной колонне труб:

$$V_B = 10 \text{ м/с};$$

V_c – скорость потока аэрированной воды в водоподъемной колонне труб над смесителем

$$V_c = (2-4) \text{ м/с};$$

V_n – скорость потока аэрированной воды в водоподъемной колонне труб, перед изливом

$$V_n = (6-12) \text{ м/с}.$$

V_c и V_n зависят от h_g (чем больше h_g , тем больше V_c и V_n).

4.2. Расчет площади сечения потока воздуха в воздухопроводной колонне:

$$\omega_B = \frac{W_p}{60 \cdot V_B},$$

где ω_B – площадь сечения потока воздуха в воздухопроводной колонне, м^2 ;

W_p – рабочий расход сжатого воздуха, $\text{м}^3/\text{мин}$;

V_p – скорость потока воздуха в воздухопроводной колонне, м/с .

4.3. Расчет площади потока аэрированной воды в водоподъемной колонне

4.3.1. Определение расхода воды над смесителем:

$$q_c = \frac{Q}{360} + \frac{W_p}{60},$$

где q_c – расход аэрированной воды над смесителем, $\text{м}^3/\text{с}$;

Q – проектный дебит откачки, $\text{м}^3/\text{ч}$;

W_p – рабочий расход сжатого воздуха, $\text{м}^3/\text{мин}$.

4.3.2. Расчет площади сечения потока аэрированной воды над смесителем:

$$\omega_c = \frac{q_c}{V_c},$$

где ω_c – площадь сечения потока над смесителем, м^2 ;

q_c – расход потока над смесителем, $\text{м}^3/\text{ч}$;

V_c – скорость потока над смесителем, м/с .

4.3.3. Определение расхода аэрированной воды перед изливом:

$$q_n = \frac{Q}{3600} + \frac{\sum W_0}{60},$$

где q_n – расход аэрированной воды перед изливом, $\text{м}^3/\text{ч}$;

Q – проектный дебит откачки, $\text{м}^3/\text{ч}$;

$\sum W_0$ – суммарный полный расход воздуха, приведенный к 1 атм или 0,1 МПа, $\text{м}^3/\text{мин}$.

4.3.4. Расчет площади сечения аэрированной воды перед изливом:

$$\omega_n = \frac{q_n}{V_n},$$

где ω_n – площадь потока перед изливом, м³;

q_n – расход потока перед изливом, м³/ч;

V_n – скорость потока перед изливом, м/с.

4.4. Расчет внутренних диаметров внутренних эрлифтных колонн

Внутренние диаметры эрлифтных колонн определяются на основании площадей сечений потоков воздуха в воздухопроводной колонне и аэрированной воды в водоподъемной колонне по формуле:

$$d = \sqrt{\frac{4\omega_n}{\pi}},$$

где d - внутренний диаметр трубы, м;

ω_n - площадь сечения потока в трубе, м².

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
L	Глубина залегания водоносного горизонта	м	50	150
h_0	Статический уровень воды	м	8	26
h_n	Понижение уровня воды	м	1	5
Q	Дебит	м ³ /ч	10	130
m	Мощность водоносного горизонта	м	2	14

Расчет №18

Цементирование скважин

Основная цель цементирования – получение прочного водогазонефте непроницаемого, концентрично расположенного в затрубном пространстве кольца цементного камня, который по всей высоте обеспечивал бы разобщение и надежную изоляцию вскрытых скважиной продуктивных горизонтов и зон осложнений.

Способ цементирования выбирается в зависимости от температуры в ее стволе, опасности поглощения при заданной высоте подъема цементного раствора и возникновения затрубных проявлений в период ОЗЦ для каждой конкретной скважины.

Расчет цементирования сводится к определению:

- потребного количества сухого цемента, воды, промывочной жидкости;
- конечного давления при цементировании и выбора типа и потребного количества цементировочных агрегатов и цементно-смесительных машин;
- продолжительности цементирования.

1. Определение потребного количества сухого цемента, воды, промывочной жидкости при цементировании обсадной колонны

1.1. Определение потребного количества цементного раствора, м³:

$$V_{\text{п.р.}} = \frac{\pi}{4} [(k^2 \cdot D^2 - d^2) \cdot h_{\text{ц}} + h_0 \cdot d_{\text{в}}^2],$$

где k – коэффициент увеличения ствола скважины ($k = 1,1 \div 1,25$).

1.2. Определение удельного веса цементного раствора, г/см³:

$$\gamma_{\text{ц.р.}} = \frac{\gamma_{\text{ц}} \cdot \gamma_{\text{в}} \cdot (1+m)}{m \cdot \gamma_{\text{ц}} + \gamma_{\text{в}}},$$

где $\gamma_{\text{ц}}$, $\gamma_{\text{в}}$ – соответственно удельный вес сухого цемента и воды

($\gamma_{\text{ц}} = 3,15 \text{ г/см}^3$, $\gamma_{\text{в}} = 1,0 \text{ г/см}^3$);

m – цементное отношение.

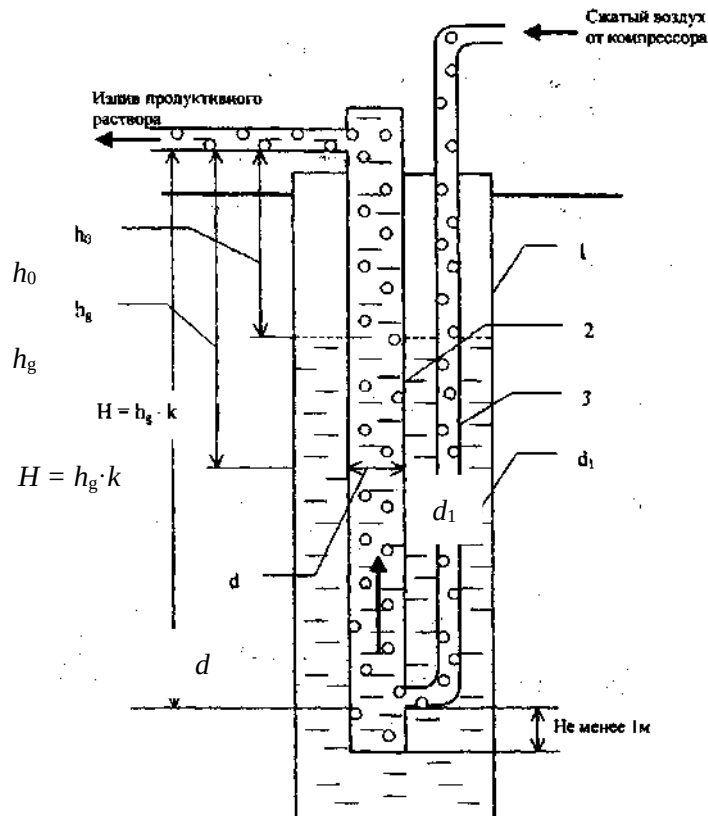


Схема эрлифта с расположением труб «рядом»:

1 – обсадные трубы; 2 – водоподъемные трубы; 3 – воздухопроводные трубы

1.3. Определение потребного количества сухого цемента, т:

$$Q_{\text{ц}} = e \cdot \frac{1}{1+m} \cdot \gamma_{\text{ц.р}} \cdot V_{\text{ц.р}},$$

где e – коэффициент, учитывающий потери сухого цемента при транспортировке и затворении ($e = 1,03 \div 1,05$).

1.4. Определение потребного количества воды для затворения цемента, м³:

$$V_{\text{в}} = m \cdot Q_{\text{ц}}.$$

1.5. Определение объема продажной жидкости, м³:

$$V_{\text{пр}} = \Delta \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{вн.ср}}^2 \cdot (L - h_0),$$

где Δ – коэффициент, учитывающий сжатие жидкости ($\Delta = 1,03 \div 1,05$).

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы измерений		Примечание
			от	до	
D	Диаметр долота	м	161	445	D (161, 172, 190, 214, 243, 269, 295, 320, 346, 370, 394, 445)
d	Диаметр обсадных труб	м	114	340	d (114, 127, 146, 168, 178, 194, 219, 245, 273, 299, 324, 340, 508)
δ	Толщина стенки обсадных труб	мм	6,5	12	
$d_{\text{вн.ср}}$	Средний внутренний диаметр обсадных труб	м	$(d - \delta)$		
$h_{\text{ц}}$	Высота подъема цементного раствора за колонной	м	50	4000	
h_0	Высота цементного стакана в колонне	м	20	20	
L	Глубина спуска обсадных труб	м	50	4000	

2. Определение конечного давления при цементировании

2.1 Определение давления в цементирующей головке в конце цементирования, атм:

$$P_{\text{max}} = P_{\text{гидр}} + 0,1 \cdot [(L - h_{\text{ц}})\gamma_{\text{г.р}} + (h_{\text{ц}} - h_0)\gamma_{\text{г.р}} - (L - h_0)\gamma_{\text{пр.ж}}] + (15 \div 20),$$

где $P_{\text{гидр}}$ – гидравлические сопротивления, атм.:

$$P_{\text{гидр}} = 0,01L + 8, (V_{\text{восх}} \leq 1 \text{ м/с и 1 агрегатом}),$$

$$P_{\text{гидр}} = 0,02L + 16, (V_{\text{восх}} > (1 \div 2) \text{ м/с});$$

L – длина эксплуатационной колонны, м;

$h_{\text{ц}}$ – высота цементирования, м;

h_0 – высота цементного стакана, м;

$\gamma_{\text{г.р}}$ – плотность глинистого раствора, г/см³;

$\gamma_{\text{п}}$ – плотность продажной жидкости, г/см³.

$(15 \div 20)$ – скачок давления на манометре в момент посадки продажной пробки на упорное кольцо, атм.

Выбор ЦА $P_{\text{агр}} \geq P_{\text{max}}$ (выписываем характеристику ЦА – P и q).

2.2. Определение производительности цементирующего кольца агрегата в конце цементирующего агрегата в конце цементирования, м³/с:

$$\sum q = \frac{\pi}{4} \cdot (K^2 \cdot D^2 - d^2) \cdot V_{\text{восх}},$$

где K – коэффициент кавернозности;

$V_{\text{восх}}$ – скорость восходящего потока, м/с.

2.3. Определение необходимого количества цементируемых агрегатов по скорости, шт:

$$n = \frac{\sum q}{q^v} + 1,$$

где $\sum q$ – необходимый расход для обеспечения заданной скорости поднятия цементного раствора за эксплуатационную колонну, м³/с;

q^v – производительность выбранного агрегата на высшей скорости, л/с.

Характеристика 3ЦА-400

Скорость	Число двойных ходов поршня насоса в 1 мин	d = 100 мм		d = 115 мм		d = 127 мм	
		подача, л/с	давление, атм	подача, л/с	давление, атм	подача, л/с	давление, атм
I	53,2	6,5	400	8,6	305	11,25	232
II	76,2	9,6	270	12,7	205	16,10	163
III	112,5	14,2	182	18,7	138	23,8	110
IV	156,0	19,7	131	26,0	100	33,0	79

Характеристика ЦА-320М

Режим работы	Скорость	Число двойных ходов поршня насоса в 1 мин	d = 90 мм		d = 100 мм		d = 115 мм		d = 127 мм	
			подача, л/с	подача, л/с	давление, атм	давление, атм	давление, атм	давление, атм	давление, атм	давление, атм
Максимальная производительность	I	28	2,4	390	3,0	305	4,1	225	5,1	182
	II	54	4,5	202	5,8	159	7,9	117	9,9	95
	III	97	8,3	113	10,4	88	14,2	65	17,6	52
	IV	125	10,6	87	13,5	69	18,3	50	22,8	40
Максимальное давление	I	27	2,3	400	2,9	320	3,9	230	4,9	185
	II	41	3,5	231	4,4	182	6,0	134	7,5	109
	III	73	6,2	130	7,8	103	10,7	75	13,3	61
	IV	94	8,0	102	10,1	80	13,8	59	17,1	47

2.4. Определение количества цементно-смесительных машин, шт:

$$i = \frac{Q_{\text{ц}}}{20'}$$

где $Q_{\text{ц}}$ - количество цемента, необходимое для цементирования эксплуатационной колонны, т.

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы измерений	
			от	до
D	Диаметр долота	м	161	445
d	Диаметр обсадных труб	м	114	340
L	Глубина спуска обсадной колонны	м	50	4000
$h_{\text{ц}}$	Высота подъема цементного раствора за колонной	м	50	4000
h_0	Высота цементного стакана в колонне	м	20	20
$\gamma_{\text{г.р}}$	Удельный вес глинистого раствора	г/см ³	1,2 ÷ 1,25 ÷ 1,3	
$\gamma_{\text{ц.р}}$	Удельный вес цементного раствора	г/см ³	1,9 ÷ 1,85 ÷ 1,8	
$\gamma_{\text{п}}$	Удельный вес продажной жидкости	г/см ³	1,0 ÷ 1,25	
$V_{\text{восх.}}$	Скорость подъема восходящего потока цементного раствора в затрубном пространстве: - для кондукторов и технических колонн - для эксплуатационных колонн	м/с	(0,6 ÷ 0,8) (1,2 ÷ 1,5)	
k	Коэффициент увеличения диаметра ствола скважины	-	1,1	1,25

3. Определение продолжительности цементирования обсадной колонны
Возможность начала закачки определяется следующим условием:

$$P^V > P_r,$$

где P^V – максимальное давление, развиваемое ЦА на наивысшей скорости, атм;
 P_r - давление на преодоление в скважине гидравлических сопротивлений, атм.

$$P_r = 0,01L + 8 \text{ (при } V_{\text{восх}} \leq 1 \text{ м/с);}$$

$$P_r = 0,02L + 16 \text{ (при } V_{\text{восх}} \leq 2 \text{ м/с).}$$

Если условие не выполняется, выбираем ближайшую скорость, на которой

$$P_{\text{агр}} > P_r.$$

3.1. Определяем, сколько цементного раствора будет закачено на этих скоростях:

$$h_{\text{ц.р}}^{IV} = \frac{10(P_r - P^V)}{(\gamma_{\text{ц.р}} - \gamma_{\text{гл.р}})},$$

где $h_{\text{ц.р}}^{IV}$ - высота столба цементного раствора, который необходимо закачать на IV скорости, м;

P^V – давление, создаваемое насосом агрегата на V скорости.

Определяем объем раствора, закачанного на IV скорости, м³:

$$V_{\text{ц.р}}^{IV} = \frac{\pi \cdot d_{\text{вн.ср}}^2}{4} \cdot h_{\text{ц.р}}^{IV},$$

Определяем объем цементного раствора, закачанного на V скорости, м³:

$$V_{\text{ц.р}}^V = V_{\text{ц.р}} - V_{\text{ц.р}}^{IV}.$$

3.2. Определение высоты столба продажной жидкости в колонне при работе агрегата на V скорости, м:

$$I_l^V = \frac{L \cdot (d_{\text{вн}}^2 + k^2 \cdot D_c^2 - d_{\text{э.к}}^2) + (k^2 \cdot D_c^2 - d_{\text{э.к}}^2) \cdot \frac{10(P^V - P_r)}{\gamma_{\text{ц.р}} - \gamma_{\text{гл.р}}} - \frac{4V_{\text{ц.р}}}{\pi}}{(k^2 \cdot D_c^2 - d_{\text{э.к}}^2) \frac{\gamma_{\text{ц.р}} - \gamma_{\text{пр.ж}}}{\gamma_{\text{ц.р}} - \gamma_{\text{гл.р}}} + d_{\text{вн}}^2}.$$

Определяем постоянные элементы для данной формулы:

$$a = L \cdot (d_{\text{вн}}^2 + k^2 \cdot D_c^2 - d_{\text{э.к}}^2);$$

$$b = (k^2 \cdot D_c^2 - d_{\text{э.к}}^2);$$

$$c = \frac{\gamma_{\text{ц.р}} - \gamma_{\text{пр.ж}}}{\gamma_{\text{ц.р}} - \gamma_{\text{гл.р}}};$$

$$Z = \frac{4V_{\text{ц.р}}}{\pi};$$

$$I_1^V = \frac{a + b \cdot \frac{10(P^V - P_r)}{\gamma_{\text{ц.р}} - \gamma_{\text{гл.р}}} - Z}{b \cdot c + d_{\text{вн}}^2}.$$

3.3. Определение высоты подъема цементного раствора за колонной на V скорости агрегата, м:

$$I_2^V = \frac{a + b \cdot \frac{10(P_{\text{н}}^V - P_{\text{г}})}{\gamma_{\text{ц.р}} - \gamma_{\text{гл.р}}} - Z}{b \cdot c + d_{\text{вн}}^2},$$

т. е.

$$I_2^V = \frac{Z - d^2(L - I_1^V)}{b}.$$

3.4. Высота столба продажной жидкости на IV скорости агрегата, м:

$$I_1^{IV} = \frac{a + b \cdot \frac{10(P^{IV} - P^V)}{\gamma_{\text{ц.р}} - \gamma_{\text{гл.р}}} - Z}{b \cdot c + d_{\text{вн}}^2}.$$

3.5. Высота подъема цементного раствора за колонной на IV скорости агрегата, м:

$$I_2^{IV} = \frac{Z - d^2(L - I_1^{IV})}{b}.$$

3.6. Высота столба продажной жидкости на III скорости агрегата, м:

$$I_2^{III} = \frac{a + b \cdot \frac{10(P^{III} - P^{IV})}{\gamma_{\text{ц.р}} - \gamma_{\text{гл.р}}} - Z}{b \cdot c + d_{\text{вн}}^2}.$$

3.7. Высота подъема цементного раствора за колонной, на III скорости агрегата, м:

$$I_2^{III} = \frac{Z - d^2(L - I_1^{III})}{b}.$$

3.8. Определяем количество продажной жидкости, закачиваемой на различных скоростях агрегата, м³:

$$V_{\text{пр}}^V = e \cdot \frac{\pi \cdot d_{\text{вн}}^2}{4} \cdot I_1^V;$$

$$V_{\text{пр}}^{IV} = e \cdot \frac{\pi \cdot d_{\text{вн}}^2}{4} \cdot (I_1^{IV} - I_1^V);$$

$$V_{\text{пр}}^{III} = e \cdot \frac{\pi \cdot d_{\text{вн}}^2}{4} \cdot (I_1^{III} - I_1^{IV});$$

$$V_{\text{пр}}^I = V_{\text{пр}} - V_{\text{пр}}^I - V_{\text{пр}}^{III} - V_{\text{пр}}^{IV} - V_{\text{пр}}^V;$$

$$V_{\text{пр}}^I = 2.$$

3.9. Определяем время работы одним агрегатом на разных скоростях, мин:

$$t^V = \frac{(V_{\text{ц.р}}^V + V_{\text{пр}}^V)}{q^V \cdot 60};$$

$$t^{IV} = \frac{(V_{\text{ц.р}}^{IV} + V_{\text{пр}}^{IV})}{q^{IV} \cdot 60};$$

$$t^{III} = \frac{(V_{ц.р}^{III} + V_{пр}^{III})}{q^{III} \cdot 60};$$

$$t^{II} = \frac{(V_{ц.р}^{II} + V_{пр}^{II})}{q^{II} \cdot 60};$$

$$t^I = \frac{(V_{ц.р}^I + V_{пр}^I)}{q^I \cdot 60}.$$

3.10. Общее время цементирования, мин:

$$T' = t^I + t^{II} + t^{III} + t^{IV} + t^V.$$

С учетом подготовительно-заключительных работ

$$T_{ц} = T' + 15 \text{ мин.}$$

3.11. Определяем температуру на забое скважины, °С:

$$t_{заб} = t_{ср} + 0,025L,$$

где $t_{ср}$ – среднегодовая температура воздуха, °С,

L – глубина скважины, м.

3.12. Определяем количество агрегатов, шт:

По времени схватывания

$$n_{ЦА} = \frac{T}{0,75T_{скв}} + 1,$$

по скорости

$$n = \frac{\sum q}{q^v} + 1,$$

где $\sum q$ – необходимый расход для обеспечения заданной скорости поднятия цементного раствора за эксплуатационную колонну, л/с;

q^v – производительность выбранного агрегата на высшей скорости, л/с.

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Технология бурения разведочных скважин / А. Г. Калинин, В. И. Власюк, О. В. Ошкордин, Р. М. Скрябин. - М.: Техника, ТУМА ГРУПП, 2004. - 528 с.
2. Башкатов Д. Н., Кривошеев В. В., Соловьев Н. В. Бурение разведочных скважин: учебник для вузов. - М.: Высшая школа, 2007.
3. Гусман А. М., Порожский К. П. Буровые комплексы. Современные технологии и оборудование. – Екатеринбург, 2002. - 592 с.

Дополнительная:

1. Ошкордин О. В. Технологическое проектирование в разведочном бурении на твердые полезные ископаемые: учебное пособие. – Екатеринбург: УГГГА, 1994.
2. Калинин А. Г., Ошкордин О. В. Разведочное бурение. – М.: Недра, 2000.
3. Михайлова Н. Д. Техническое проектирование колонкового бурения. – М.: Недра, 1985.
4. Ганджумян Р. А. Практические расчеты в разведочном бурении. – М.: Недра, 1986.
5. Поляков Г. Д., Булгаков Е. С. Проектирование, расчет и эксплуатация буровых установок. – М.: Недра, 1983.
6. Кирсанов А. Н., Зиненко В. П., Кардыш В. Г. Буровые машины и механизмы. – М.: Недра, 1986.
7. Элияшевский И. В., Орсуляк А. М. Типовые задачи и расчеты в бурении. – М.: Недра, 1974.
8. Справочник по бурению и оборудованию скважин на воду /под общей ред. В. В. Дубровского – Второе издание, перераб. и доп. – М.: Недра, 1972.
9. Справочник по бурению скважин на воду / под общей ред. Д. Н. Башкатова. – М.: Недра, 1979.
10. Справочник инженера по бурению геологоразведочных скважин /авторский колл.; гл. ред. проф. Е. А. Козловский. – СПб, 2000.



**ФГБОУ ВО
УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ**



ФАКУЛЬТЕТ ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ

**Кафедра технологии и техники разведки месторождений полезных
ископаемых**

Усов Г.А.

ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРИГОТОВЛЕНИЯ БУРОВЫХ ПРОМЫВОЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

Методическое пособие по дисциплине
"Сооружение нефтяных, газовых и
геотехнологических скважин"
по самостоятельной работе
для студентов специальности
21.05.03 Технология геологической разведки

Екатеринбург 2020

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. МЕХАНИЧЕСКОЕ ПРИГОТОВЛЕНИЕ БУРОВЫХ РАСТВОРОВ.....	4
2. ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ ПРИГОТОВЛЕНИЕ ГЛИНИСТЫХ РАСТВОРОВ.....	10
3. СПОСОБЫ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ДИСПЕРГАЦИИ ГЛИНИСТЫХ РАСТВОРОВ.....	14
4. ПРИГОТОВЛЕНИЕ ПОЛИМЕРНЫХ И ЭМУЛЬСИОННЫХ РАСТВОРОВ.....	17
5. ПЕРЕМЕШИВАТЕЛИ.....	21
5.1. Гидравлические перемешиватели.....	21
5.2. Механические перемешиватели.....	23
5.3. Перемешиватели, выпускаемые зарубежными фирмами.....	24
6. ГИДРОАКУСТИЧЕСКИЕ МАШИНЫ ДЛЯ ПРИГОТОВЛЕНИЯ БУРОВЫХ ПРОМЫВОЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ РАЗРАБОТАННЫЕ НА КАФЕДРЕ “ТТР МПИ”.....	26
6.1. Малогабаритная многосекционная роторная мельница «ММР-2».....	26
6.2. Барабанный измельчитель.....	28
6.3. Струйная вихревая мельница.....	29
6.4. Гидродинамическая роторная мельница ГРМ-2.....	31
6.5. Многоступенчатая струйно-вихревая мельница “СВМ - 3”.....	32
6.6. Многоступенчатая микромолотковая мельница для приготовления механоактивированных буровых растворов.....	34
6.7. Лопастной механоактиватор “ЛМА-2М”.....	37
6.8. Малогабаритная щеточная мельница ММЩ-2М для приготовления буровых промывочных жидкостей.....	39
6.9. Вихревой гидродинамический излучатель “ГДИ”.....	41
6.10. Центробежная мельница мокрого помола “МЦ-Т”.....	43
6.11. Малогабаритная щеточная мельница «МЩ-1».....	45
6.12. Передвижная установка для приготовления буровых промывочных жидкостей.....	46
6.13. Экспресс технология производства импортозамещающих буровых реагентов с использованием эффекта механоактивации крахмалосодержащего сырья.....	50
6.14. Универсальный буровой реагент “РБЦ-4” на основе механоактивированного древесного волокна с повышенным содержанием смол.....	52
6.15. Буровой реагент для освоения шельфовых нефтегазовых месторождений «Peat-MA».....	64
7. ТЕХНИКА БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ПРИГОТОВЛЕНИИ ПРОМЫВОЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ.....	69
7.1. Меры безопасности при работе с промывочными жидкостями.....	69
7.2. Производственная санитария.....	72
7.3. Меры пожарной безопасности.....	73
СПИСОК ИСПОЛЪЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	75

ВВЕДЕНИЕ

По современным представлениям со все возрастающими объемами и глубинами бурения увеличение скорости проходки скважины возможно лишь при быстром и качественном приготовлении буровых промывочных жидкостей. Производительность приготовления и качество применяемых очистных агентов оказывает влияние практически на все показатели в бурении, например, скорость проходки скважин может быть увеличена до 20-30% и выше. При этом общая доля затрат на приготовление буровых промывочных жидкостей составляет от 5 до 14% стоимости сооружения скважин. К промывочным жидкостям предъявляются требования с учетом комплекса геологических, технологических и организационных факторов, возникающих в процессе бурения. Это обуславливает необходимость применения разнотипных машин для приготовления буровых очистных агентов по принципу действия, энергозатрат, производительности, металлоемкости, габаритов и т.д.

Для приготовления промывочных жидкостей из сухих порошкообразных материалов требуется лишь тщательное перемешивание частиц твердой и жидкой фазы и создание условий для полного смачивания твердых частиц. Для приготовления промывочных жидкостей из комовых материалов или влажных порошков необходимо предварительное дробление кусков или слипшихся комков. Процессы дробления исходных твердых материалов и перемешивание их с жидкостью, в частности с водой, осуществляются в механических или гидравлических мешалках.

Машиностроительные заводы по заявкам предприятий бурения продолжают выпускать оборудование для приготовления и утяжеления промывочных жидкостей из комовых материалов. В настоящее время можно найти описание некоторых видов такого оборудования, применяемого различными объединениями, хотя известно, что наиболее прогрессивным, наиболее экономичным является оборудование для приготовления промывочных жидкостей из сухих порошкообразных материалов, что подтверждается зарубежной практикой.

Глинистые растворы готовят в специальных устройствах — глиномешалках механическим или гидравлическим способами. Глиномешалки соответственно подразделяются на механические и гидравлические. Механические глиномешалки по характеру действия делятся — прерывного (циклового) и непрерывного; по конструктивному исполнению — лопастные, роторные, шаровые; по расположению валов — с горизонтальным и вертикальным расположением. Лопастные глиномешалки делятся по числу валов - наодновальные и двухвальные.

В методическом пособии рассмотрены конструкции основных технических средств для приготовления буровых промывочных жидкостей, применяемых в геолого-разведочной и нефтегазодобывающей отраслях, а так же гидродинамические и гидромеханические измелчительные устройства разработанные на кафедре ТТР МПИ за последние 30 лет.

1. МЕХАНИЧЕСКОЕ ПРИГОТОВЛЕНИЕ БУРОВЫХ РАСТВОРОВ

Механические глиномешалки используются для приготовления глинистых растворов, как из комовых, так и из порошковых глин. Привод глиномешалок осуществляется от индивидуальных двигателей или через трансмиссию.

Механические глиномешалки могут быть одновальные, двухвальные, трехвальные с вертикальным или горизонтальным расположением валов. Привод глиномешалок осуществляется от индивидуальных двигателей или через трансмиссию.

Характеристика глиномешалок, применяемых при разведочном бурении, приведена в табл.1.

Механическая лопастная глиномешалка с горизонтальным валом (рис.1) состоит из металлической емкости-корпуса 1, в которой вращается вал 4 с укрепленными на нем поперечными лопастями 6 для измельчения и перемешивания глины с водой. Лопасти расположены одна относительно другой под углом 90°. Между внутренней поверхностью корпуса и лопастями имеется просвет в 30—35 мм.

Таблица 1

Техническая характеристика глиномешалок

Тип глиномешалки	Емкость, м ³	Расположение валов	Число валов	Скорость вращения рабочих валов, об/мин.	Мощность приводного двигателя, кВт.	Габариты, мм.			Масса, кг.
						Длина	Ширина	Высота	
Г-1-0,25	0,25	горизонт.	1	80	2,0	1400	870	115	260
Г1-0,30	0,30	горизонт.	1	37	2,0	2230	895	0	309
ГМ-0,7	0,70	горизонт.	1	125	5,0	1650	1000	108	-
ГМЭ-0,75	0,75	горизонт.	2	78	2,8	2050	1450	0	696
ОГХ-7А	0,75	вертик.	1	95	6,0	1250	1220	125	385
ГК-1	1,0	горизонт.	2	-	3,0	-	-	0	-
МГ-1-0,75	0,75	горизонт.	-	-	2,8	-	-	131	-
МГ-1-0,80	0,80	горизонт.	2	165	4,5	2450	1130	7	760
Г2-П-2-4	4,0	горизонт.	2	95	21,5	-	-	168	3734
МГ-2-4	4,0	горизонт.	2	90-100	14,0	3890	3015	5	3565
	3,0	горизонт.	2	-	8,8	-	-	-	-
	2,0	горизонт.	2	-	7,0	1450	2150	-	1857

Глину загружают через загрузочный люк 5, который закрывается крышкой. Приготовленный раствор выпускают через спускной люк 7. Вращение с рабочего шкива 2 на горизонтальный вал передается с помощью зубчатого редуктора 3. Как правило, глиномешалка устанавливается на полозьях. Для приготовления глинистого раствора лопастную глиномешалку заполняют водой примерно на $\frac{1}{3}$ объема и загружают в нее необходимое количество глины, периодически проворачивая вал с помощью электродвигателя. Затем доливают воду до верха глиномешалки, закрывают люк крышкой и включают электродвигатель.

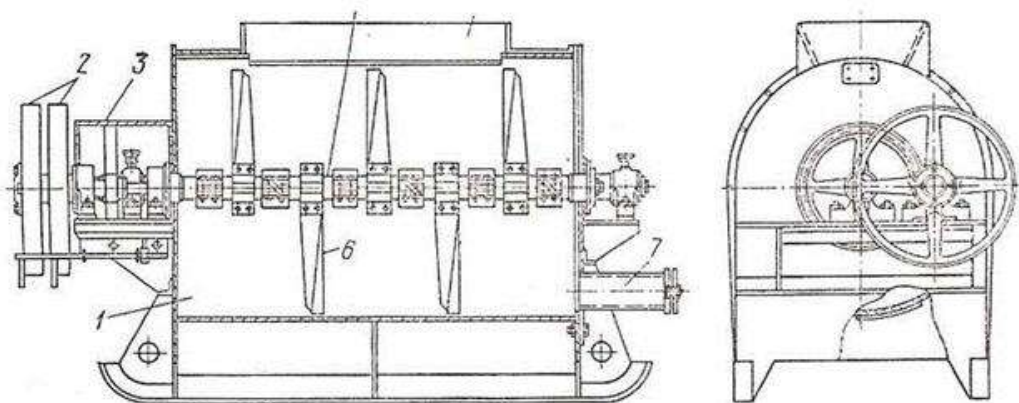


Рис. 1. Горизонтальная одновальная глиномешалка.

Глиномешалка МГ-2-4Х (рис. 2) представляет собой овальный сварной барабан 1, внутри которого на шарикоподшипниках, закрепленных на кронштейнах 6, параллельно установлены два рабочих вала 7 квадратного сечения. К этим валам с помощью болтов крепятся лопасти. Привод валов осуществляется от электродвигателя, передающего вращение ведомому шкиву 9, расположенному на одном валу с шестерней 8, которая, в свою очередь, передает вращение зубчатым колесам 5 на валу 7. Вода, глина и другие компоненты раствора подаются в барабан через загрузочный люк 2. Барабан установлен на раме 4. Рабочие лопасти, вращаясь, разбивают комья глины, в результате чего при смешивании их с водой образуется глинистый раствор. Приготовленный раствор сливается через спускной патрубок 3, расположенный в нижней части барабана, с помощью специального рычага. Конструкция глиномешалки ГКЛ-2М отличается от МГ-2-4Х существенно.

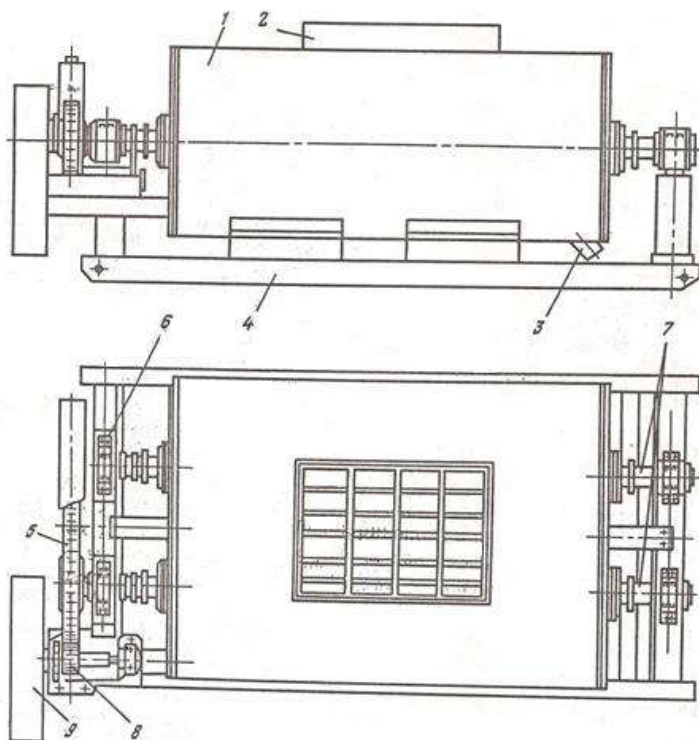


Рис. 2. Глиномешалка МГ-2-4Х

Техническая характеристика лопастных глиномешалок

Тип глиномешалки.....	МГ-2-4Х	ГКЛ-2М
Вместимость барабана, м ³	4	2
Число рабочих валов	2	2
Частота вращения валов, об/мин.....	90—100	184
Максимальная производительность по комовой глине, м ³ /ч	2	1,5
Мощность приводного двигателя, кВт	14	7
Габариты, мм:		
Длина	3890	1450
ширина.....	3015	2150
высота.....	1445	1500
Масса, кг	3565	1957

Механические лопастные глиномешалки отличаются простотой конструкции, но имеют и ряд существенных недостатков: сравнительно невысокую производительность; трудность доступа внутрь глиномешалки для выполнения ремонта и чистки; частые заклинивания и поломки лопастей при попадании в глину твердых включений большого размера; уменьшение рабочего объема глиномешалки при налипании глины к внутренним стенкам. Разновидность механических глиномешалок — фрезерно - струйные мельницы (ФСМ), разработанные Воронежским инженерно-строительным институтом для приготовления и утяжеления промывочных растворов. ФСМ—машины непрерывного действия, используются для приготовления глинистых растворов из комовых глин и глинопорошков.

Фрезерно-струйная мельница (рис.3) состоит из следующих основных узлов: лопастного ротора 2, приемного бункера 9, предохранительной шарнирной плиты 13, диспергирующей рифленной плиты 1, ловушки 16 и лотка 4 для отвода готового глинистого раствора.

Комовые или порошкообразные материалы подаются, в приемный бункер 9, вода—по перфорированной трубе 11. Подвижной щиток 10 ограничивает предельный размер комьев, попадающих из бункера во внутреннюю часть корпуса. Исходные материалы попадают по предохранительной плите 13 на вращающийся, на валу 3 ротор 2. Большие камни или куски металла, имеющиеся в глинистом материале, заклиниваются между лопастями ротора и предохранительной плитой. Значительные усилия, возникающие при ударе лопастей 7 ротора о крупные твердые включения, приводят к срезыванию специальных сменных штифтов 15. При этом предохранительная плита, поворачиваясь вокруг шарнира 12, отходит к задней стенке корпуса мельницы, а посторонние включения проваливаются в ловушку 16, закрытую снизу специальной откидной крышкой 18 с резиновой прокладкой 17. Из ловушки они периодически удаляются путем открывания крышки с помощью механизма 19.

Расстояние между лопастным ротором и предохранительной плитой изменяется путем перестановки штифтов в регулирующей планке 14. В нижней части корпуса мельницы расположена сменная диспергирующая рифленная плита 1, огибающая с небольшим зазором четверть ротора. В боковой части корпуса укреплен решетка 6. Размер отверстий ее обусловлен требованиями, предъявляемыми к приготавливаемому раствору. Сверху решетка закрыта отражательным щитком 5, который может быть откинут поворотом вокруг шарнира 8.

Готовый раствор стекает, по внешней поверхности решетки и по лотку 4 отводится в сторону. Корпус мельницы укреплен на раме 20. Предусмотрен разъем

корпуса по горизонтальной плоскости, проходящей через ось вала лопастного ротора.

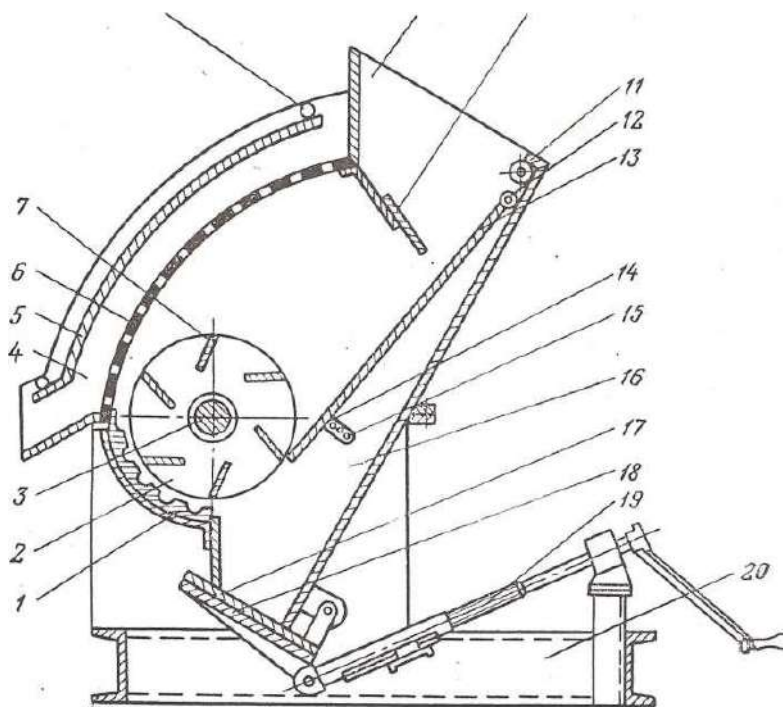


Рис. 3 Фрезерно-струйная мельница ФСМ-7

Принцип работы ФСМ заключается в следующем. Глина и вода, подаваемые в приемный бункер мельницы, захватываются лопастями ротора. При перемещении вдоль диспергирующей плиты происходит первичное измельчение глины. Дополнительное более тонкое измельчение их осуществляется при ударе струй, выбрасываемых лопастями ротора, о выходную решетку, а также при последующем перемещении суспензии вдоль решетки и прохождении раствора через ее отверстия. Частицы, не успевшие измельчиться в мельнице, вследствие циркуляции раствора вновь попадают под лопасти ротора.

Имеется ряд типов ФСМ: ФСМ-3, ФСМ-7, ФСМ-12, отличающихся, друг от друга, несущественными конструктивными изменениями.

Техническая характеристика фрезерно-струйной мельницы ФСМ-7

Производительность, т/ч:	
по комовой глине	8—10
по глинопорошку.....	20—25
Диаметр ротора, мм	400
Частота вращения ротора, об/мин	500
Мощность приводного электродвигателя, кВт	28
Габариты, ...	1950x1530x1410
Масса, кг.....	1400

Бесперебойная работа фрезерно-струйной мельницы может быть обеспечена только при наличии механизированной загрузки исходных материалов.

К преимуществам ФСМ относятся: высокая производительность, как по комовым глинам, так и по глинопорошку; простота конструкции и небольшие габариты; высокая экономичность.

Недостатками являются: низкое качество раствора, так как он содержит много нераспустившихся частиц глины относительно высокая приводная мощность, исключающая применение ФСМ в отдаленных партиях с ограниченными энергетическими ресурсами.

Первый недостаток устраняется многократной циркуляцией раствора по схеме ФСМ — емкость — насос — ФСМ. При приготовлении глинистого раствора по такой схеме производительность ФСМ остается более высокой, чем у лопастных глиномешалок.

В Канимансурской ГРЭ С. В. Яковлевым предложена, а Э. Н. Карповским усовершенствована высокопроизводительная вихревая глиномешалка с небольшой приводной мощностью.

Глиномешалка состоит (рис. 4) из корпуса 5 с конусной нижней частью и сливным крапом 10 и кронштейна 1, на котором установлен электродвигатель 2. Вращение от электромотора на рабочий элемент — активатор 8 (диск с ребрами на наружной поверхности) передается через вертикальный вал 6 и соединительную муфту 3. Вал крепится в верхней части к кронштейну с помощью опоры 4 с подшипниковым узлом внутри, а в нижней — фиксируется специальным опорным устройством 9. При работе с мерзлой глиной над активатором устанавливается предохранительный конус 7.

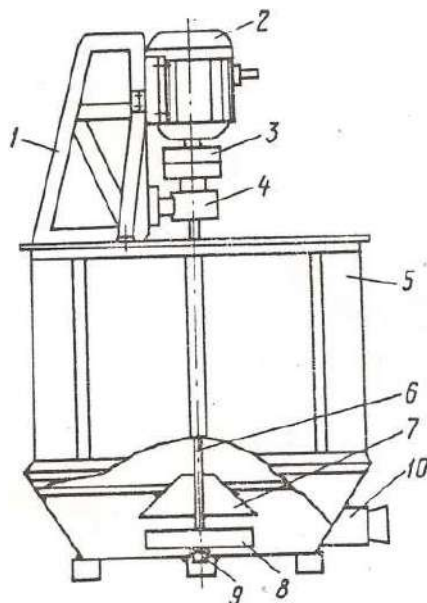


Рис. 4 Вихревая глиномешалка с вертикальным валом

При вращении активатора внутри глиномешалки создается завихрение жидкости и происходит размыв глины струями воды. Комья глины, отбрасываемые от активатора, после удара о стенки корпуса подхватываются струями раствора и вновь ударяются о ребра активатора, что способствует более интенсивному их разрушению.

Производительность вихревых глиномешалок примерно в три раза выше известных лопастных. Так, вместо 30—40 мин на приготовление 0,5 м³ раствора из комовой глины затрачивается 10—12 мин. За счет применения электродвигателя небольшой мощности (глиномешалка емкостью 0,5 м³ имеет двигатель мощностью 2,3 кВт) и повышения скорости приготовления раствора в несколько раз сокращается расход электроэнергии.

Вихревые глиномешалки просты по устройству и могут быть изготовлены в условиях механических мастерских экспедиций. Емкость их может быть практически любой.

Последнее время в некоторых геологоразведочных организациях применяется новая скоростная высокопроизводительная глиномешалка-диспергатор со шнековым перемешивающим устройством (рис.5) производительностью при механизированной загрузке до 240 м³/сут. Габариты ее примерно в два раза меньше, чем у двухвальной глиномешалки, масса 800 кг. Принципиальная схема глиномешалки приведена на рис. 5. Она состоит из шнекового перемешивающего устройства, диспергирующих крыльчаток, вращающихся на одном валу, и броневых гребенок со сменными пропускными решетками, неподвижно закрепленных в корпусе. Общий вид профиля пропускной решетки показан на разрезе А—А. Регулировка производительности глиномешалки осуществляется вентилями.

Приготовление раствора производится следующим образом: глина из приемного бункера захватывается шнеком и направляется на диспергирующее устройство. Удаление твердых включений, не поддающихся диспергированию, производится через ловушку с нижней откидной крышкой. Глиномешалка может работать в замкнутом прямом и обратном цикле. Принудительная циркуляция создается вращением шнека и крыльчаток.

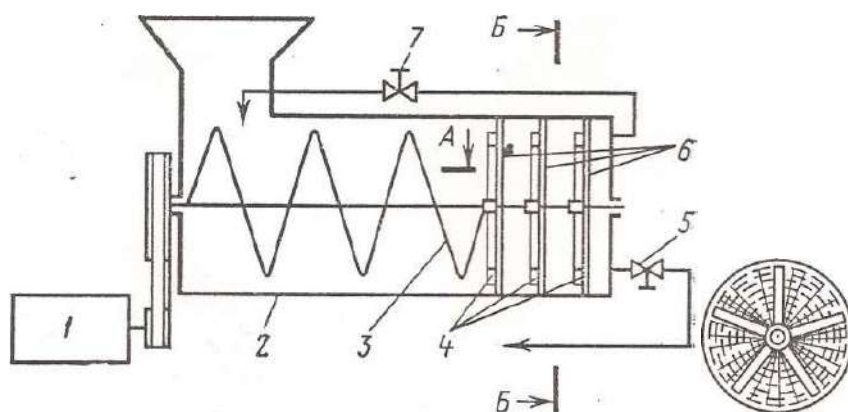


Рис. 5. Скоростная глиномешалка.

1- электромотор; 2- корпус; 3- шнековое устройство; 4- диспергирующие крыльчатки; 5- регулировочный вентиль; 6- пропускные решетки ; 7- регулировочный вентиль

Шаровые глиномешалки выпускали несколько последних лет. В качестве истирающих элементов в них применялись металлические шары. Барабан таких глиномешалок вращается, что приводит к перекатыванию шаров и истиранию твердой фазы. При более сложной конструкции производительность шаровых глиномешалок остается низкой, что и обусловило их снятие с производства.

Невысокая производительность лопастных и шаровых глиномешалок и высокая энергоемкость ФСМ вынуждают искать более приемлемые конструкции устройства, которые бы в большей мере учитывали конкретные условия работ. Так, имеются глиномешалки вихревого типа, (в которых перемешивание осуществляется по принципу, заложенному в стиральной машине), комбинированного типа, (в которых совмещены процесс предварительной пластической деформации и измельчения глины и перемешивание ее с жидкостью) и др.

2. ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ ПРИГОТОВЛЕНИЕ ГЛИНИСТЫХ РАСТВОРОВ.

В разведочном бурении подчиненное значение имеет гидравлический способ приготовления глинистых растворов, при котором для разрушения части твердой фазы используется только кинетическая энергия струи. Устройства для гидравлического способа приготовления глинистых растворов получили название гидравлических смесителей или гидромешалок. Различают гидромониторные и эжекторные гидросмесители.

Гидромониторные глиномешалки ГСТ, ГВФТ, Папировского, Резниченко и другие используют при бурении глубоких скважин. Производительность таких гидромешалок 40—120 м³/ч, давление жидкости перед насадками гидромониторов 4—10 МПа. Для условий разведочного колонкового бурения наиболее приемлем гидромониторный смеситель ГСТ (рис. 6)

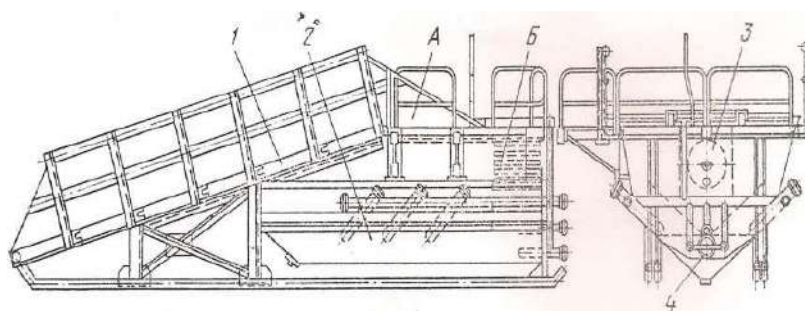


Рис. 6. Гидромониторный смеситель ГСТ.

Смеситель состоит из резервуара 2 и загрузочного трапа 1, по которому бульдозером подаются в резервуар исходные материалы. Резервуар разделен перегородкой на два сообщающихся отсека А и В. В отсек А встроены шесть мониторов, направленных под углом к оси резервуара. Такое расположение гидромониторов обеспечивает создание в отсеке А мощного потока, интенсивно размывающего глину.

В отсек В встроены три гидромонитора. Образовавшаяся в отсеке А суспензия движется в отсек В, который разделен перегородками на четыре полости. Проходя между перегородками, жидкость теряет нераспустившиеся комки глины, которые под действием трех гидромониторов возвращаются в отсек А. Освобожденная от комков суспензия поступает в барабанный фильтр 3, а оттуда через сливную трубу в приемный или запасной резервуар. Смеситель очищается через люк 4.

За один цикл нельзя получить высококачественный глинистый раствор, поэтому в процессе приготовления суспензия несколько раз циркулирует по замкнутому циклу буровой насос — смеситель — запасной резервуар — буровой насос до полной диспергации твердой фазы.

Производительность гидромониторного смесителя ГСТ 40 м³/ч, объем резервуара 14 м³, рабочее давление при работе одного насоса 4—5 МПа, двух насосов 7,5—9,5 МПа, масса 8390 кг.

Для получения глинистых растворов из комовых глин используют гидромониторную мешалку (гидросмеситель) Л. Т. Папировского (рис. 7). Она представляет собой корпус 6, имеющий форму горизонтально расположенного цилиндра, усеченного в нижней части. В корпусе на специальных опорах 2 монтируется нагнетательная линия, состоящая из нагнетательного кольца 1, с размывными трубками 3 и задвижками 9.

Приготовление глинистого раствора осуществляется по замкнутому циклу. После заправки глиномешалки расчетным количеством глины и воды включается насос. Жидкость забирается насосом из глиномешалки по всасывающей линии и вновь поступает в нее по нагнетательной линии. Для предохранения от попадания во всасывающую линию насоса крупных комков глины в корпусе глиномешалки устанавливают две сетки 7 и 8.

Загрузку глиномешалки глиной осуществляют при помощи бульдозера или автомашин-самосвалов. Вода подается из трубопровода или с помощью насоса.

Количество приготовленного раствора зависит от скорости истечения жидкости из размывных сопел и времени перемешивания. Количество одновременно работающих мониторов может меняться путем отключения части мониторов задвижками. Давление в нагнетательной линии должно поддерживаться в пределах 30—40 кгс/см². Длительность приготовления составляет 1,0—1,5 ч.

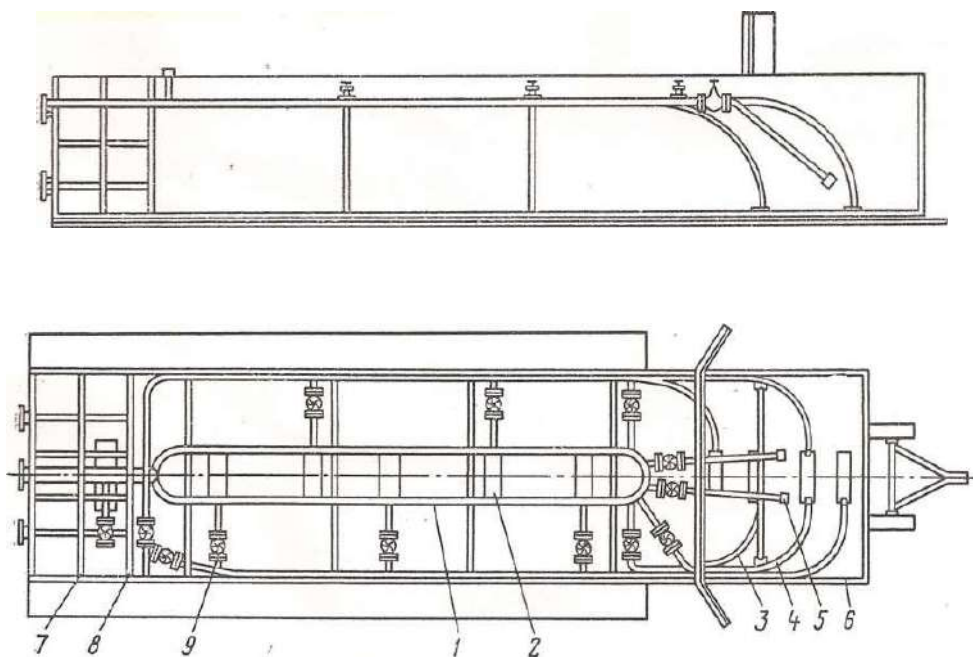


Рис. 7. Общий вид гидромониторной мешалки Л. Т. Папировского:

- 1 — нагнетательное кольцо гидромониторной системы; 2 — опора нагнетательного кольца; 3 — размывная трубка; 4 — водяная линия; 5 — штуцер размывной трубки; 6 — металлический корпус гидромешалки; 7 и 8 — металлические защитные сетки; 9 — задвижка высокого давления

Емкость глиномешалок Л. Т. Папировского может быть различной (от 25 до 200 м³). Производительность ее зависит от объема и примерно в 10—15 раз превышает производительность наиболее крупных лопастных глиномешалок МГ2-4 и Г2-П-2-4.

Для приготовления растворов из глинопорошка используются гидравлические мешалки эжекторного типа (гидроворонки). Это устройство непрерывного действия.

Гидравлические мешалки эжекторного типа (гидроворонки) используются для приготовления раствора из глинопорошка. Это — устройство непрерывного действия, наиболее распространена гидравлическая мешалка ГДМ-1 (рис. 8.). Она состоит из воронки 2 для загрузки глинопорошков, сопла 1, камеры смешения 3 и бака 5, смонтированных на общей раме 6. К соплу 1 под давлением подводится вода; при истечении ее в камере смешения образуется вакуум, благодаря чему туда засасывается порошок из воронки 2. Образовавшаяся пульпа поступает в бак и ударяется о специальный башмак, что способствует измельчению комочков глины и более интенсивному их перемешиванию с водой. Готовый глинистый раствор сливается через выходную трубу 4 в верхней части бака. Поднимаясь вверх, раствор теряет скорость, и из него выпадают на дно нераспустившиеся комочки глины.

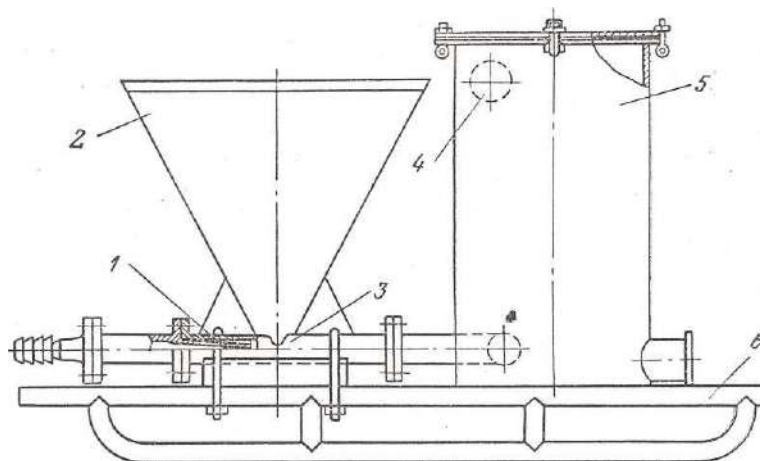


Рис. 8. Гидравлическая мешалка ГДМ-1

Имея относительно небольшие массу и габариты, гидроворонки отличаются высокой производительностью. Так, производительность гидравлической мешалки ГДМ-1 составляет по готовому раствору 70—90 м³/ч при объеме воронки 0,175 м³ и объеме бака 1 м³. Масса гидроворонки 1120 кг.

Следует отметить, что качество глинистого раствора, приготовленного в гидроворонках, довольно низкое. Несмотря на тонкий помол, частицы глинопорошка в процессе перемешивания с водой должны пройти дальнейшее диспергирование. Однако такое диспергирование происходит недостаточно интенсивно. За счет броуновского движения происходит частичная диспергация глины, но качество раствора остается хуже, чем при приготовлении в лопастных глиномешалках.

Качество раствора может быть существенно улучшено его многократным пропуском через гидроворонку без добавления твердой фазы.

Гидроэжекторный смеситель (рис. 9.) используется для приготовления глинистых растворов из глинопорошков. Смеситель для нужд разведочного бурения серийно не выпускается. Однако в различных конструктивных вариантах изготавливается в ГРЭ, широко использующих глинопорошки. Он состоит из насадки 1, загрузочной воронки 2 с клапаном 3, приемной 4 и смесительной 5 камер, диффузора 6 и сливного патрубка 7. Жидкость, прокачиваемая насосом через насадку 1, создает разрежение, под действием которого глинопорошок поступает в камеру гидросмесителя, где смешивается с жидкостью. Порошок может вводиться в смеситель через воронку 2 вручную.

Раствор, полученный в гидроэжекторном смесителе, для дополнительной диспергации глины должен выстоять в течение нескольких часов в приемной емкости с последующим интенсивным перемешиванием и обработкой в специальном диспергаторе.

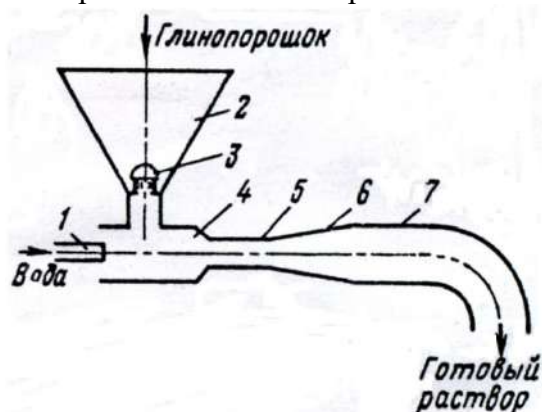


Рис. 9. Гидроэжекторный смеситель

Гидравлический диспергатор ДГ-1 (рис. 10.) состоит из корпуса с камерой 2, внутри которой помещены соосно керамические (металлокерамические, твердосплавные) насадки 3, закрепленные с помощью накладных гаек в посадочных выточках. Сверху камера закрыта глухим фланцем, открывающим доступ для смены насадок. К ней приварены входные и выходной патрубки для подачи и слива бурового раствора. Выходной патрубком 4 позволяет подсоединяться к гидроэжекторному смесителю БПР. На входной трубе 1 устанавливается задвижка высокого давления, манометр и предохранительный клапан на давление до 15 МПа.

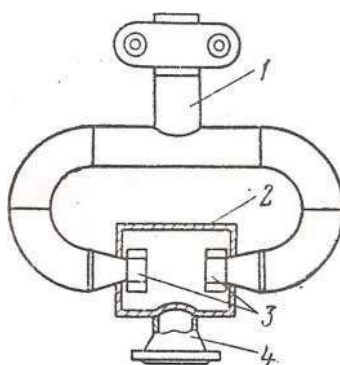


Рис. 10. Гидравлический диспергатор ДГ-1

Техническая характеристика ДГ-1

Рабочее давление, МПа	12 – 15
Подача по готовому буровому раствору, м ³ /ч.....	15 – 20
Диаметр насадок, мм.....	9; 11; 13; 16
Масса, кг	7 6

Принцип действия гидравлического диспергатора основан на том, что при соударении высокоскоростных встречных струй в камере ограниченного объема возникают кавитационные явления, ультразвук и другие эффекты, интенсифицирующие процессы диспергирования. Обработанные таким способом суспензии или эмульсии в последующем не изменяют своих свойств под влиянием менее мощных диспергирующих эффектов, возникающих при работе насосов, турбобуров, долот и других механизмов, в процессе бурения скважины. Кроме того, происходит дополнительное измельчение

глиноматериалов, нефти, битума, в результате чего для получения бурового раствора с одними и теми же показателями этих материалов и химических реагентов (стабилизаторов, эмульгаторов) требуется меньше.

3 СПОСОБЫ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ДИСПЕРГАЦИИ ГЛИНИСТЫХ РАСТВОРОВ

Приготовление глинистых растворов в рассмотренных выше устройствах не обеспечивает полной диспергации твердой фазы. Увеличение времени перемешивания оказывается неэффективным, так как при этом резко падает производительность глиномешалок. Поэтому при необходимости глинистые растворы подвергают дополнительной обработке, пропуская их через специальные устройства — диспергаторы (иногда их называют также активаторами, дезинтеграторами). Методы диспергирования делятся на гидродинамические и механико-гидравлические.

Гидродинамическое воздействие обусловлено комплексом эффектов, из которых в качестве основных можно отметить энергию пульсирующих давлений в жидкости, взаимодействие ударных волн, гидравлический перетир слоев промывочной жидкости с твердой фазой, соударение частичек твердой фазы. Основным фактор измельчения частиц при гидродинамическом воздействии — кавитационный эффект, возникающий в поле переменного давления потока жидкости. Гидродинамическое воздействие реализуется гидравлическим, гидроакустическим и электрогидравлическим методами.

Механико-гидравлические методы воздействия осуществляются за счет энергии движущихся элементов механических устройств. Такие элементы могут быть либо свободно- движущимися телами, либо жесткозакрепленными.

В настоящее время разработаны и применяются диспергаторы различных конструкций. Примером гидравлического диспергатора является разработанное во ВНИИК нефти устройство, принцип действия которого основан на соударении двух струй жидкости, направленных навстречу друг другу.

Струйный диспергатор (рис. 11.) состоит из корпуса 8, в который вмонтированы два патрубка 4 с насадками 6, удерживаемыми заглушками 7. Гайками 5 патрубки крепятся к корпусу. Глинистый раствор подается через тройник 1, быстроразъемные соединения 2, по изогнутым трубкам 3 к насадкам 6. В корпусе происходит встреча потоков, обработанный раствор отводится по патрубку 9. У выходной кромки вследствие понижения давления образуются газовые пузырьки, которые, захлопываясь в зоне встречи струй, создают скачки давления, достигающие десятков и сотен МПа.

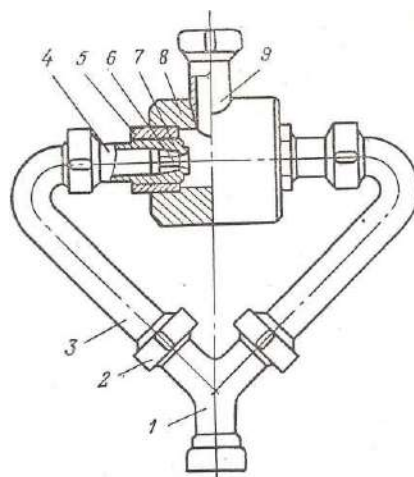


Рис. 11. Струйный диспергатор

Гидродинамический шаровой диспергатор представляет собой патрубок, заполненный стальными шарами, которые фиксируются с обеих сторон решетками. Он прост по устройству. Решетки удерживаются крышками с быстросъемными соединениями. Буровой раствор, проходя через толщу шаров, разделяется на ряд потоков, каждый из которых характеризуется множеством последовательных чередований зон повышения и понижения давления. Диспергация происходит за счет соударений частиц твердой фазы с шарами, а также вследствие кавитации.

Вихревой диспергатор ИГВ-2 (рис. 12.) представляет собой ультразвуковой излучатель. Устройство состоит из корпуса 5, в который с помощью стакана 4 вмонтирована улитка 2 с многоходовой винтовой канавкой и осевым соплом 1. Раствор под давлением поступает одновременно через осевое сопло и по канавкам улитки, попадая в вихревую камеру 3. Закручиваясь в ней, струи жидкости образуют вихревой слой, в котором генерируется мощное акустическое поле, усиливаемое диафрагмой 5. При встрече осевого потока и вихревого слоя за счет кинетической энергии встречных затопленных струй формируется кавитационный эффект.

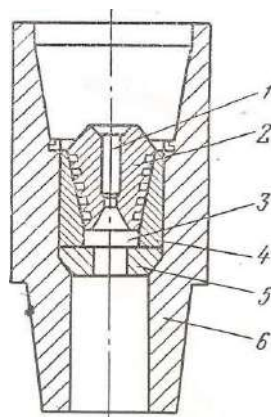


Рис. 12. Вихревой диспергатор ИГВ-2

Дисковый измельчитель (рис. 13.) состоит из корпуса 1 с подающим 2 и сливным 3 патрубками. В корпусе 1 смонтированы верхний неподвижный диск 4 и нижний диск 5, соединенный непосредственно с валом вертикально установленного электродвигателя 6. Глинистый раствор, поступающий по патрубку 2 в зазоры между дисками и корпусом, приобретает вращательное движение, при котором частицы твердой фазы интенсивно истираются.

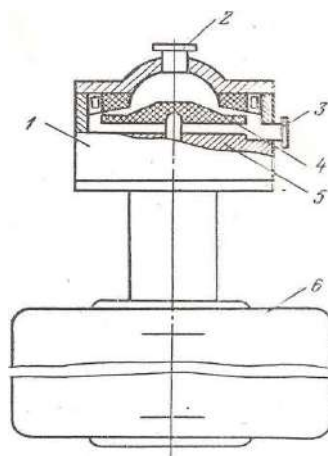


Рис. 13. Дисковый измельчитель

Гидродинамический шариковый диспергатор показан на рис. 14. Диспергация происходит за счет соударения частиц твердой фазы с шарами, а также кавитации. Избыточное давление 1—3 МПа.

Многокамерный дисковый диспергатор приведен на рис. 15. Гидродинамический режим работы диспергатора обеспечивается тем, что отверстия в дисках расположены по концентрическим окружностям с попеременным смещением в ряду.

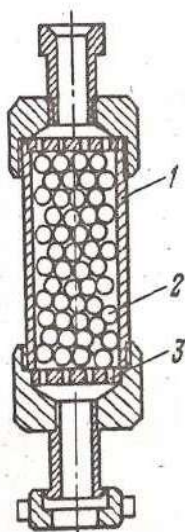


Рис. 14. Гидродинамический шариковый диспергатор

- 1-корпус;
- 2-стальные шары
- 3-решетки

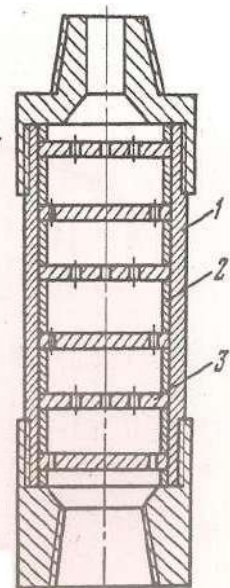


Рис. 15. Многокамерный дисковый диспергатор

- 1- корпус
- 2 – распорное кольцо
- 3 – диск с отверстиями

Стержневой ультразвуковой излучатель УГИ-С (рис. 16.) предназначен для улучшения и интенсифицирования процесса эмульгирования. Он состоит из цилиндрического корпуса 4 с пазами, регулировочного штока / отражателей 2 патрубко-сопла 5, штифта 3. Смесь воды и эмульгирующего реагента под давлением 0,5-0,6 МПа поступает в патрубок и с большой скоростью отбрасывается отражателем в узкую кольцевую щель сопла в виде веерообразной струи. Турбулентно обтекая пластины жидкость возбуждает упругие колебания ультразвуковой частоты, способствующие тонкому диспергированию эмульгируемой смеси и улучшению качества эмульсионного

раствора. Спектр, упругих колебаний излучателя 5-12 кГц, интенсивность колебаний (1,0-И,2)-10 Вт/м .

Для каждого диспергатора существует определенная длительность процесса, увеличение которой уже не приводит к дальнейшему диспергированию твердых частиц. Наоборот, увеличение времени воздействия на глинистые растворы, особенно при ультразвуковой обработке, вызывает обратный процесс т. е. агрегирование частиц дисперсной фазы. Оптимальное время обработки зависит от типа глины и колеблется от 8,5 мин для монтмориллонита до 4,5 мин для каолина.

Диспергаторы можно устанавливать в нагнетательной линии циркуляционной системы скважин; на буровой установке в качестве самостоятельного аппарата с индивидуальным приводом или приводом от бурового насоса; входить в качестве узла в состав комбинированных установок для приготовления глинистых растворов (например, в агрегате АПР-I совместно с гидромониторным смесителем).

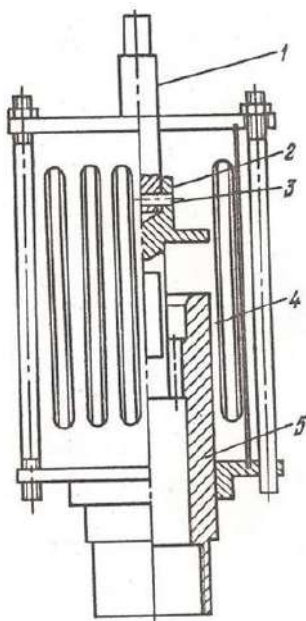


Рис. 16. Стержневой ультразвуковой излучатель УГИ-С

Все рассмотренные устройства могут использоваться и для приготовления прочих промывочных жидкостей.

4. ПРИГОТОВЛЕНИЕ ПОЛИМЕРНЫХ И ЭМУЛЬСИОННЫХ РАСТВОРОВ

Некоторые полимеры трудно растворяются в воде, поэтому приготовление раствора из них сводится к постепенному уменьшению их концентрации. Так, при использовании ПАА сначала исходный 8%-ный реагент разбавляют до 1%-ной концентрации, а затем добавляют в воду до заданной концентрации. Для механизации процесса приготовления применяют различного рода устройства. На рис. 17 показана установка для приготовления полимерных растворов ППР, разработанная ВИТРОм.

Установка представляет собой бак 5, заключенный в водяную рубашку 4 с нагревательными элементами 2. В баке смонтировано лопастное устройство 3 с электродвигателем 7 для перемешивания компонентов. Дополнительное

перемешивание осуществляется вихревым^ насосом 11.через систему трубопроводов. Компоненты загружают через устройство 6, которым управляют с пульта Р, расположенного в шкафу 10. Для регулирования температуры, которая контролируется термометром 8, служит температурное реле 1.

Техническая характеристика установки ППР

Полезная вместимость бака, м ³	0,25
Вместимость бака водяной рубашки, м ³	0,12
Частота вращения перемешивающего устройства, об/мин.....	955
Потребляемая мощность, кВт:	
нагревательными элементами.....	10,5
электродвигателем перемешивающего устройства.....	4,0
электродвигателем насоса.....	1,5
Габариты, мм:	
длина	2090
ширина	920
высота.....	1740
Масса, кг.....	450

Время приготовления раствора 1,5—3%-ной концентрации из желеобразного ПАА составляет 15—25 мин, а из сухого гранулированного без предварительного замачивания — 2—3 ч. Установка ППР позволяет осуществлять гидролиз ПАА.

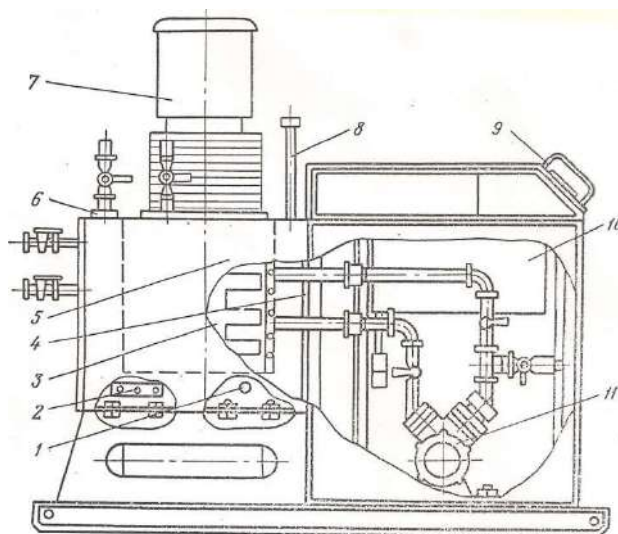


Рис. 17. Установка для приготовления полимерных растворов ППР

Наряду с глиномешалками широко распространены ультразвуковые генераторы. Установка на базе ультразвукового генератора (рис. 18.) отличается простотой, экономичностью, относительно высокой производительностью. Приготовление эмульсий на ней производится следующим образом.

В бак 3 установки (см. рис. 18.), смонтированной на раме 1, заливается вода (или другая исходная жидкость), а в маслобак 4 — концентрат-эмульгатор, например мылонафт. Концентрат подогревается с помощью теплоэлектронагревателя 7 до 50—60 °С. Затем включается насос 2, из бака 3 по всасывающему трубопроводу 8 в насос поступает эмульгируемая жидкость, а из маслобака по маслопроводу 9 — концентрат. Образующаяся смесь подается в гидродинамический излучатель 6, а получаемая эмульсия из приемного бака 5

отводится в емкость. Затем эмульсия дозируется в соответствии с заданной концентрацией и подачей насоса в процессе эмульгирования.

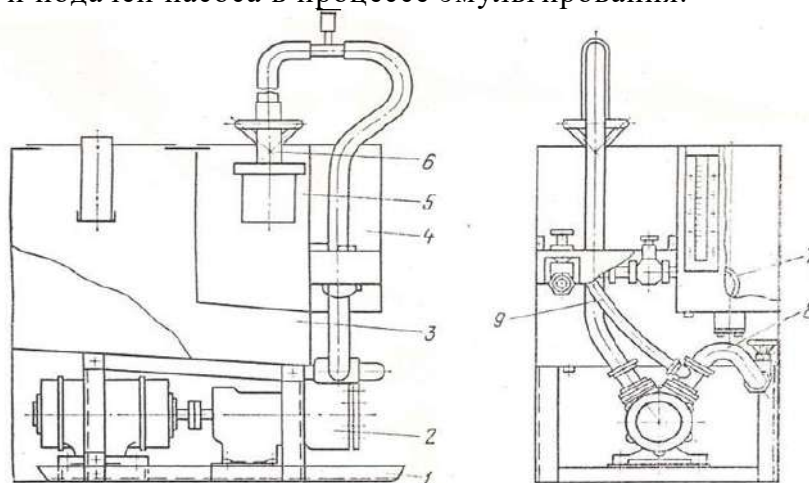


Рис. 18. Ультразвуковая установка для приготовления эмульсионных промывочных жидкостей

Принцип работы используемого в установке ультразвукового генератора (рис. 19.) заключается в следующем. Смесь исходной промывочной жидкости с эмульгируемым составом нагнетается насосом под давлением 0,6—0,8 МПа и поступает в зазор между насадкой 2 и отражателем 4. Выходя из зазора веерообразной струей, жидкость ударяется о пластины 5, закрепленные в дисках 3 и 6. Упругие колебания, образующиеся в результате завихрений жидкости, усиливаются резонансными колебаниями пластин и передаются в окружающую среду. Изменяя величину зазора между насадкой и отражателем с помощью штурвала 7, можно получить разную толщину выходящей струи смеси и настроить излучатель на оптимальный режим работы. Излучатель помещается в корпусе 1 и соединяется с нагнетательной линией с помощью муфты 8.

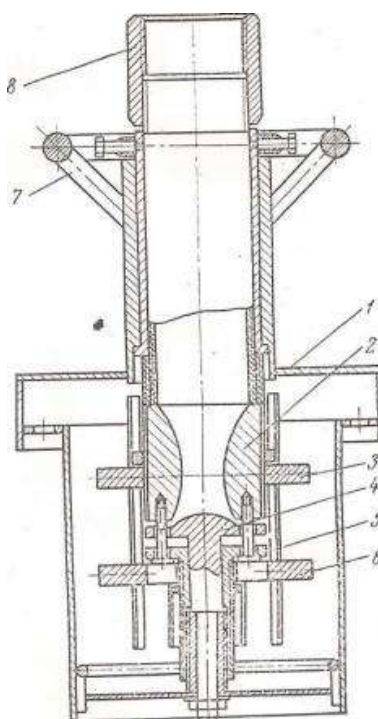


Рис. 19. Ультразвуковой генератор

Установка для приготовления эмульсионных растворов УЭМ-5 разработана в ИГО «Красноярскгеология». Она предназначена для приготовления тонкодисперсных эмульсий. Установка УЭМ-5 (рис. 20) выполнена в виде автономного агрегата, состоящего из насоса, электродвигателя 15, трехпозиционного крана 14, фильтра 13, всасывающего трубопровода 2, бака для воды 2, всасывающего трубопровода для эмульсола крана 4у бака для эмульсола 7, тройника 5, соединенного с излучателем 5, установленного в приемной камере 9, водонагревательного бака 6, уровнемеров 10 и 11 и пульта контрольно-измерительной аппаратуры.

Принцип действия установки заключается в следующем. При работе насоса 1 из бака 12 по всасывающему трубопроводу 2 (или непосредственно из водоема) поступает вода, а из бака 7 — разогретый концентрат (эмульсол). Смесь воды и концентрата через тройник 5 поступает в излучатель 5, где под действием ультразвукового эффекта в приемной камере 9 образуется тонкодисперсная эмульсия.

Установка УЭМ-5 при необходимости может быть использована для приготовления эмульсий непосредственно на скважине.

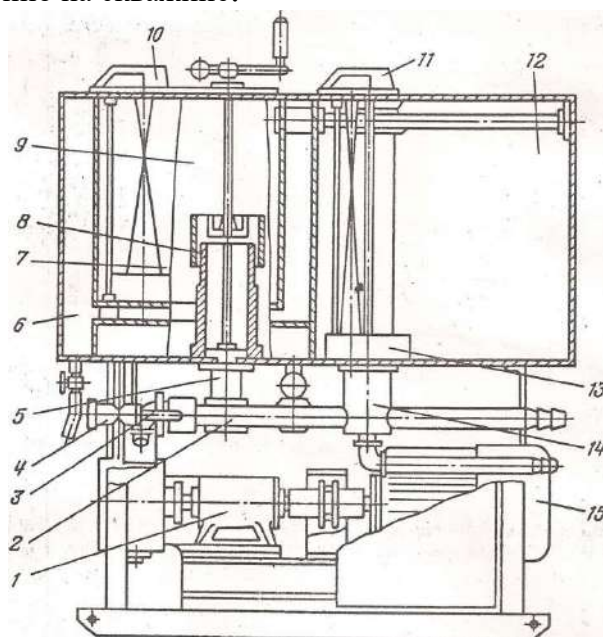


Рис. 20. Установка для приготовления эмульсионных растворов УЭМ-5

Техническая характеристика установки УЭМ-5

Производительность (для эмульсий 1-1.5 %-ной концентрации), м ³ /ч.....	5
Тип излучателя.....	гидродинамический стержневой (УГИ-С)
Частота возбуждаемых колебаний, кГц.....	6-20
Давление на излучателе, МПа.....	0,5
Объем бака, м ³ :	
для воды.....	0,25
для эмульсола.....	0,05
Мощность, кВт:	
электродвигателя.....	5,5
нагревателя ТЭН.....	7,5
Габариты, мм:	
длина.....	1000
ширина.....	700
высота.....	1500
Масса, кг.....	350

5. ПЕРЕМЕШИВАТЕЛИ

Основная функция перемешивателей — не допустить расслоения бурового раствора и обеспечить равномерное распределение его компонентов во всем объеме циркуляционной системы. Для приготовления, обработки и циркуляции бурового раствора в практике бурения скважин применяют гидравлические и механические перемешиватели.

5.1 Гидравлические перемешиватели

Отечественная промышленность выпускает гидравлические перемешиватели трех типов: 4УПГ, ПГ и ПГС. Перемешиватель 4УПГ (рис. 21) состоит из корпуса 2, вращающегося в тройнике 3 ствола 4 и закрепленной на консоли ствола насадки 5. Подвижные сочленения выполнены таким образом, что ствол с насадкой имеет возможность поворачиваться в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, обеспечивая тем самым любое направление струи посредством рукоятки 1.

Техническая характеристика перемешивателя 4УПГ

Рабочее давление, МПа	4,0
Диаметр сменной насадки, мм	16; 20; 30; 40
Расход жидкости, л/с	15—90
Габариты, мм	335x170x2200
Масса, кг.....	33,5

Раствор подается буровым или центробежным насосом по манифольду в корпус гидравлического перемешивателя, откуда через тройник и ствол поступает к насадке. Здесь поток существенно ускоряется и с высокой скоростью выбрасывается из насадки. Поворачивая ствол за рукоятку, оператор направляет струю бурового раствора в застойные и наиболее отдаленные от приема насоса зоны, тем самым обеспечиваются вовлечение всего объема бурового раствора в циркуляцию, гомогенизации раствора, диспергирование твердой фазы и эмульгирование жидких компонентов при приготовлении эмульсионных растворов.

Принцип работы перемешивателя ПГ такой же, как и 4УПГ, однако перемешиватель ПГ позволяет фиксировать с помощью двух пальцев положение монитора по отношению к корпусу и корпуса по отношению к приемному патрубку. Для этой цели к приемному патрубку и к корпусу приварены диски с отверстиями. Угольник монитора и приемный патрубок фиксируют в корпусе от осевого перемещения при помощи шариков, которые выполняют также роль подшипников качения. В связи с тем, что основные детали перемешивателя литые, масса его в 1,5 раза меньше массы перемешивателя 4УПГ.

Техническая характеристика перемешивателя ПГ

Наибольшее рабочее давление, МПа	6,0
Диаметр сменной насадки, мм	20; 25; 30; 40
Габариты, мм.....	273x160x2000
Масса, кг	23,8

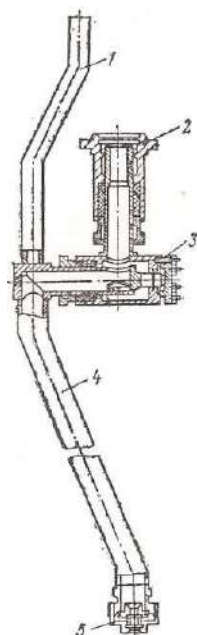


Рис. 21. Гидравлический
перемешиватель 4УПГ

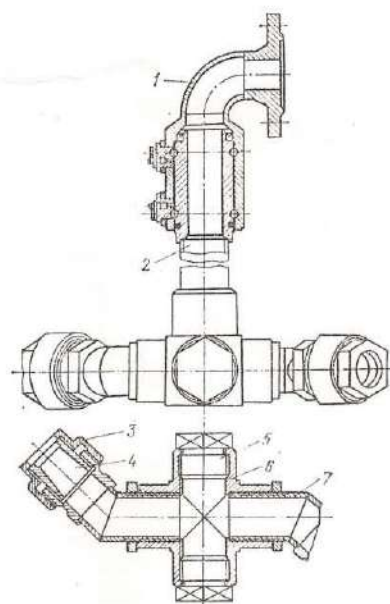


Рис. 22. Гидравлический
перемешиватель ПГС

Гидравлический самовращающийся перемешиватель ПГС (рис. 22.) перемешивает жидкость без вмешательства оператора. Он состоит из приемного патрубка 7, ствола 2, крестовины 6, двух колен 7 с резьбовыми ниппелями, сменных насадок 4, закрепляемых с помощью накидных гаек 3. Сочленение ствола с приемным патрубком осуществляется при помощи специального шарикового подшипника. Крестовина присоединяется к нижней части ствола при помощи резьбы. Два конца крестовины заглушены пробками 5, а к двум другим (противоположащим) подсоединены колена с насадками.

Техническая характеристика ПГС

Наибольшее рабочее давление, МПа.....	4,0
Диаметр, мм:	
сменных насадок	20; 25; 30; 40
окружности, описываемой вращающимися коленями	480
Высота, мм	1777
Масса, кг	38

Буровой раствор, нагнетаемый насосом в ствол перемешивателя, с большой скоростью вытекает из насадок в противоположных направлениях. Возникающая при этом реактивная пара сил заставляет вращаться крестовину в подшипнике, в результате чего изменяется направление действия струи с некоторой постоянной скоростью, зависящей от рабочего давления, развиваемого насосом, и реологических свойств бурового раствора. Крестовина вращается против часовой стрелки.

Основной недостаток перемешивателя типа ПГС – направление действия струи бурового раствора изменяется только в одной плоскости.

5.2 Механические перемешиватели

Для циркуляционных систем буровых установок отечественной промышленностью выпускаются механические перемешиватели ПМ, ПМ₄, ПМ₂, ПЛ₁, ПЛ₂.

Механический перемешиватель ПМ (рис. 23.) состоит из мотор-редуктора который крепится болтами к опоре 2, установленной на сварной раме 3, промежуточного вала 4, закрепленного на валу мотор-редуктора при помощи пальцевой муфты, лопастного вала 5 и перемешивающего органа 6. Промежуточный вал установлен в двух шариковых подшипниках, расположенных в верхнем и нижнем концах цилиндрического корпуса, прикрепленного жестко к раме 3. Подшипники защищены от внешних воздействий и загрязнения кожухом, который при варен к фланцу промежуточного вала и вращается вместе с ним.

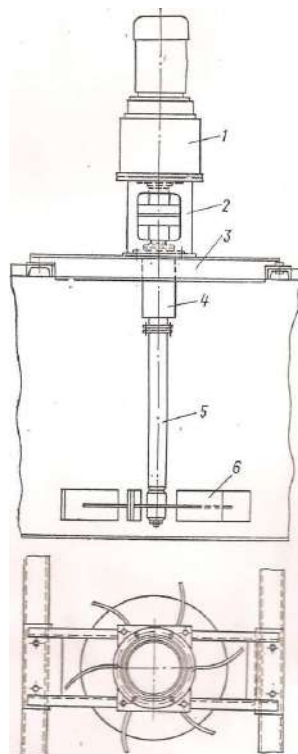


Рис. 23. Механический перемешиватель ПМ

Сварная рама ПМ устанавливается на верхней площадке емкости циркуляционной системы так, что зазор между лопастями и дном емкости составляет не менее 90 мм. На каждую емкость (или отдельный отсек) циркуляционной системы устанавливают, как правило, два механических перемешивателя.

На ПМ₁ установлен взрывозащищенный электродвигатель, а ПМ₂ отличается от описанного отсутствием цилиндрической опоры и пальцевой муфты.

В настоящее время налажен:» серийное производство наиболее совершенных механических перемешивателей ПЛ₁ и ПЛ₂ (рис. 24.). Главным преимуществом их является то? что они оснащены комбинированным турбинно-пропеллерным перемешивающим органом, позволяющим значительно повысить эффективность перемешивания буровых растворов. Кроме того, их конструкция упрощена, а вместо дефицитного мотор-редуктора МПО2-15В-5,5/45,5 используются редукторы массового производства.

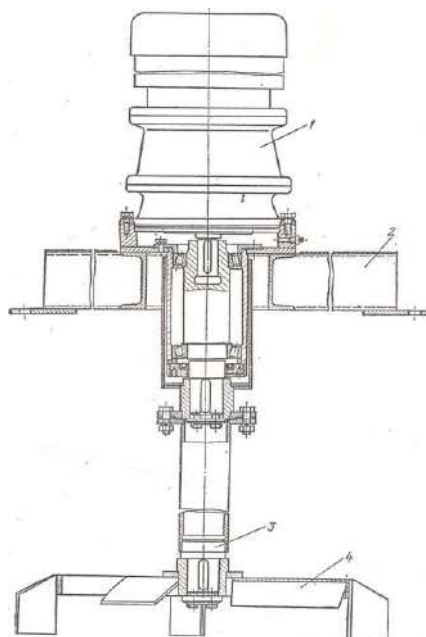


Рис. 24. Механический перемешиватель с турбинно-пропеллерной мешалкой:
1 — мотор-редуктор; 2 — основание; 3 — вал; 4 — мешалка

Техническая характеристика механического перемешивателя

Шифр.....	ПМ
Привод перемешивателя.....	мотор-редуктор МПО2-15В-5,5/45,5
Тип электродвигателя.....	АО-42-4
Мощность электродвигателя, кВт.....	5,5
Передаточное число планетарного редуктора.....	32,1
Скорость вращения вала с лопастями, об/мин.....	45,5
Диаметр лопастей мешалки, мм.....	950
Габаритные размеры, мм:	
длина	1430
ширина	950
высота.....	3262
Масса, кг.....	477

5.3. Перемешиватели, выпускаемые зарубежными фирмами

Зарубежные фирмы выпускают гидравлические перемешиватели, называемые гидравлическими пушками, трех, разновидностей.

Неподвижный перемешиватель, состоящий из патрубка диаметром 125—200 мм, внутри патрубка установлена насадка, питающаяся от нагнетательного трубопровода циркуляционной системы. Использование патрубка увеличивает эффективность действия струи, вытекающей из насадки. Неподвижные перемешиватели монтируют у дна резервуаров. Обычно монтируют два перемешивателя в двух противоположных углах резервуара. Насадки перемешивателей направлены параллельно продольным стенкам резервуара. Таким образом создаются условия: для вращения слоя жидкости, ограниченного стенками резервуара, а по высоте — эффективностью действия струй.

Фирма «Пенрод дриллинг компани» монтирует неподвижные перемешиватели посередине резервуара на расстоянии 450 мм от дна.

Самовращающиеся гидравлические перемешиватели, использующие для вращения реактивное действие вытекающих из насадок струй, благодаря чему осуществляется равномерное интенсивное перемешивание жидкости в плоскости насадок (рис. 25).

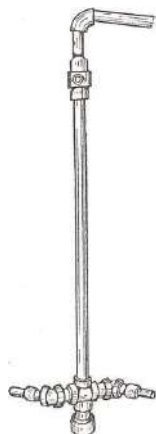


Рис. 25. Самовращающийся гидравлический перемешиватель.

Фирма «Сосьетэ де форажпетролье» применяет вращающиеся перемешиватели в прямоугольных резервуарах емкостью по 24 м³. В каждом резервуаре установлено по четыре перемешивателя, две насадки в каждом. Диаметр насадок 32 мм. Насадки укреплены на вращающейся трубе на расстоянии 300 мм от дна и наклонены под углом к горизонту вниз. Такое их расположение, по данным фирмы, приводит к образованию турбулентных потоков, направленных от дна резервуара вверх.

При этом газ, имеющийся в жидкости, выносится этими потоками на поверхность, воздух же не проникает в жидкость. По данным той же фирмы, описанная установка при скорости вращения насадок 60 об/мин способна за 3 мин привести в однородное состояние 24 м³ промывочной жидкости плотностью 2 г/см³, которая перед этим оставалась в покое в течение 3 сут.

Поворотные гидравлические перемешиватели изготавливают двух типов — одношарнирные и двухшарнирные. На (рис. 26) показан двухшарнирный перемешиватель фирмы «Демко», установленный на буровой установке «Айдекопиньёпи». Перемешиватель состоит из трубы с рукояткой, на конце трубы смонтирована сменная насадка, двух шарниров с фиксирующими дисками и приемного патрубка, смонтированного на пусковой задвижке. Благодаря наличию двух шарниров труба с помощью рукоятки может направляться оператором в любую точку резервуара. Наличие фиксирующих дисков с пальцами позволяет оператору зафиксировать трубу с насадкой в любом положении.

Фирма «Лайтнин» (США) изготавливает механические перемешиватели двух типов —лопастные (рис. 27.) и пропеллерные.

Перемешиватели приводятся от электродвигателей мощностью от 2 до 15 л. с. Перемешиватели крепятся на резервуарах или желобах в вертикальном положении, при этом лопасти вращаются в горизонтальной плоскости. Скорость вращения лопастного вала составляет около 60 об/мин. Наружный диаметр лопастей колеблется от 700 до 1200 мм. В зависимости от диаметра лопастей выбирают мощность приводного электродвигателя.

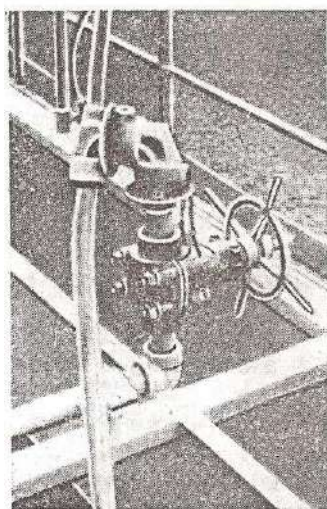


Рис. 26. Двухшарнирный гидравлический перемешиватель фирмы «Демко»

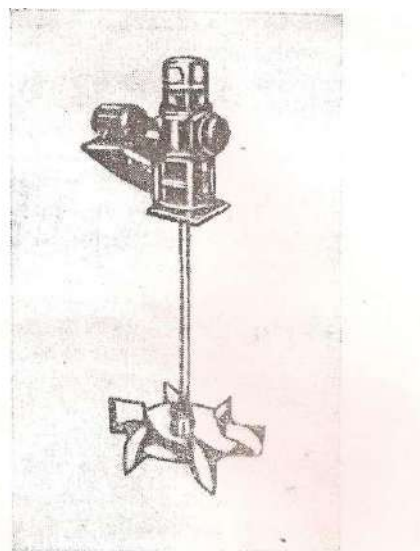


Рис. 27. Лопастной механический перемешиватель фирмы «Лайтнин»

У перемешивателей, устанавливаемых на желобах, предусматриваются лопасти диаметром менее 700 мм. Нижняя кромка лопастей отстоит от дна резервуара или желоба на 50— 100 мм.

6. ГИДРОАКУСТИЧЕСКИЕ МАШИНЫ ДЛЯ ПРИГОТОВЛЕНИЯ БУРОВЫХ ПРОМЫВочНЫХ ЖИДКОСТЕЙ РАЗРАБОТАННЫЕ НА КАФЕДРЕ “ТТР МПИ”

6.1. Малогабаритная многосекционная роторная мельница «ММР-2»

Целью настоящей разработки конструкции мельницы с лопастным ротором явилась необходимость повышения степени измельчения и однородности твердой фазы в приготовлении суспензии роторными мельницами. Другой задачей явилось обеспечение предварительного измельчения крупных кусков исходной твердой фазыготавливаемых суспензий.

Работает мельницы следующим образом (рис. 28): исходный материал например, крупно-комовая глина непрерывно подается в загрузочный бункер 1, одновременно в мельницу подается жидкая фаза по трубопроводу 16. Крупные куски твердого материала проходят предварительное измельчение на более мелкие фракции между дисками 14 и лопастями 10 первой ступени ротора, т.е. предварительное измельчение твердой фазы невозможно без вращения ротора. При этом за счет свободного поворота дисков на оси 13 и наличия на них зубцов (или выступов) происходит смена режущих кромок в зазоре между дисками 14 и лопастями 10. Отсюда, в процессе измельчения участвуют все режущие кромки, расположенные по окружности дисков, и длительное время они остаются острыми, не затупляются из-за их значительной протяженности.

Вращаясь, диски 14 одновременно очищаются зубьями гребенки 15. Струя жидкости, истекая под давлением из сплошной щели трубопровода 16, дополнительно промывает диски. Дисками, очищенными от кусков налипшего или застрявшего между ними твердого материала, производится наиболее эффективно предварительное измельчение. Независимое друг от друга свободное вращение дисков обеспечивает наилучшее прохождение и измельчение более крупных кусков твердого материала.

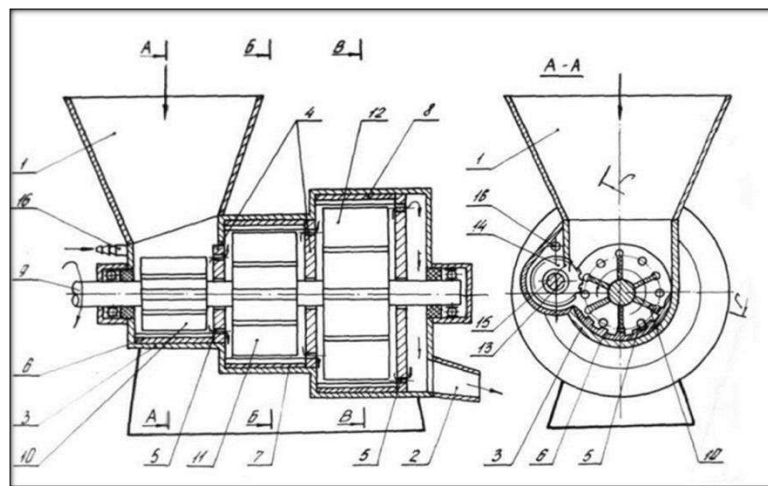


Рис. 28. Конструктивная схема роторной мельницы «ММР-2»

Пройдя стадию предварительного измельчения, твердая фаза продолжает измельчаться лопастями 10 о ребристую поверхность ударной плиты 6. Затем полученная в первой секции корпуса 3 крупнодисперсная пульпа под действием центробежных сил (а значит и давления пульпы), возникающих во вращающемся потоке, по сквозным отверстиям 5, расположенным в боковой стенке 4, поступает во вторую секцию. Во второй и последующей секциях крупнодисперсная пульпа претерпевает более тонкое измельчение, после чего готовая суспензия по отводному лотку 2 выводится наружу. Малый диаметральный размер первой секции корпуса 3 позволяет увеличить силовое усилие лопасти для раздавливания твердых комков исходного продукта измельчения, и, наоборот увеличения размеров последующих секции обеспечивает лучшее измельчение твердой фазы крупнодисперсной пульпы (приготовленной в первой секции) при больших окружных скоростях движущегося потока пульпы в зонах измельчения (находящихся между ребристой поверхностью ударных плит 7,8 и периферийными кромками лопастей 11,12). Последовательное измельчение в первой, второй и третьей секциях позволяет получить суспензию однородной по фракционному составу и значительно повысить степень измельчения ее твердой фазы.

Производительность описанной мельницы выше известных в 2, 3 раза и более (в зависимости от числа секции корпуса). Она обеспечивает быстрое и качественное приготовление больших объемов буровых растворов, что позволяет уменьшить простой и осложнения при бурении скважин и получить существенный экономический эффект. Далее, уменьшается рабочая площадь глинозаводов, поскольку данная мельница заменяет несколько известных роторных мельниц типа «ФСМ». Более эффективно измельчение мельницы сокращает расход электроэнергии в 1.2-1.3 раза.

Техническая характеристика многосекционной роторной мельницы.

Вид измельчаемого материала.....	любая горная порода
Крупность кусков исходного материала (в поперечнике), мм.до	100/150
Производительность , м ³ /час.....	до 30
Частота вращения лопастного ротора в минуту.....	1000
Диаметр лопастного ротора, мм:	
первой ступени.....	30
второй ступени.....	50
третьей ступени.....	70
Длина лопастного ротора, мм.....	1100

Потребляемая мощность, кВт.....	20
Габаритные размеры, м	
Длина.....	200
Ширина.....	1600
Высота.....	1050
Масса (без электродвигателя), кг.....	420

6.2. Барабанный измельчитель.

Конструктивные особенности барабанного измельчителя в отличие от всех других устройств гидромеханического типа, применяемых для приготовления буровых промывочных жидкостей, позволяют реализовать в нем принципиально новый и эффективный способ диспергации глинистого материала. Отличие заключается и в расширении функциональных возможностей; разработанный измельчитель работает не только в качестве диспергатора, он осуществляет транспортирование промывочной жидкости, т.е. одновременно выполняет функцию перекачивающего насоса.

Принципиальная конструктивная схема измельчителя представлена на рис. 29: а- продольный разрез устройства; б- сечение по А-А. Барабанный измельчитель имеет цилиндрический корпус 1 с приводом и станину 2. внутри корпуса 1 соосно ему неподвижно закреплен на станине 2 рабочий орган, содержащий два параллельно расположенных диска 3 и 4. В центре диска 3 выполнено отверстие, соединенное посредством полой оси 5 с разгрузочным патрубком 6.

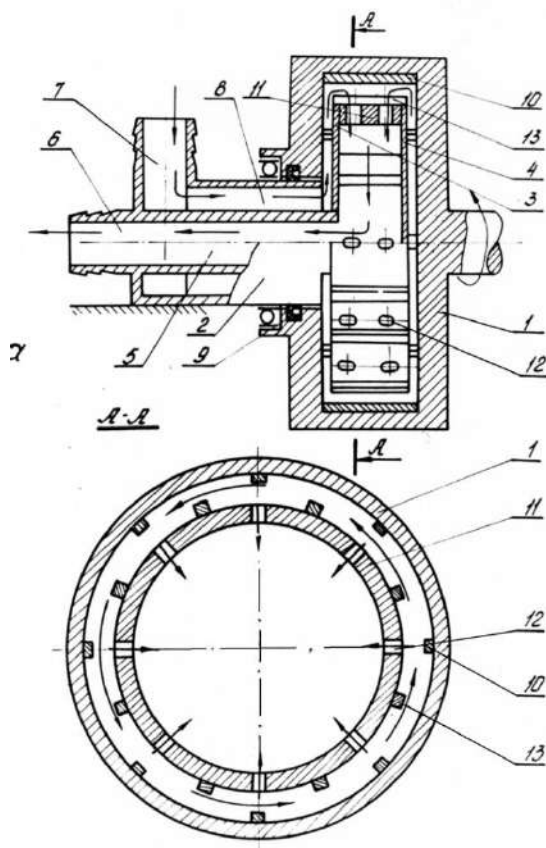


Рис.29. Конструктивная схема барабанного измельчителя.

а- продольный разрез; б- сечение по А-А.

1- цилиндрический корпус; 2- станина; 3- диск; 4- диск; 5-полая ось; 6-разгрузочный патрубок; 7- загрузочный патрубок; 8- кольцевые каналы; 9- герметизирующее устройство; 10- продольный ребра; 11- кольцевая муфта; 12- отверстия; 13- износостойкие вставки.

Конструкция мельницы представлена на рис. 30. Мельница состоит из двух полых цилиндрических вихревых камер 1, снабженных тангенциально расположенными насадками 2 входного 3 и выходного 4 патрубков. Между вихревыми камерами 1 и выходным патрубком 4 помещены шайбы 5 с калиброванными отверстиями. В конструкции выходного патрубка 4 предусмотрена возможность расположения здесь приемника звуковых колебаний 6 для измерения параметров работы мельницы.

Мельница работает следующим способом. В полость вихревых камер 1 по тангенциальным насадкам 2 поступает обрабатываемая промывочная жидкость, подаваемая насосом через входной патрубок 3 мельницы. В камерах 1 поступающая жидкость раскручивается, образуя так называемый первичный вихрь. За счет вязкостного трения получает вращательное движение промывочная жидкость, которая уже находилась в полости камер, образуя вторичный вихрь. Вакуумизация осевой части вторичного вихря в полости камеры 1 вызывает поступление сюда жидкости из выходного патрубка 4, в результате чего происходит гидравлический удар с повышением давления в полости камеры до значения звукового. После рассеивания избыточного давления, т.е. после единичного звукового импульса, процесс повторяется.

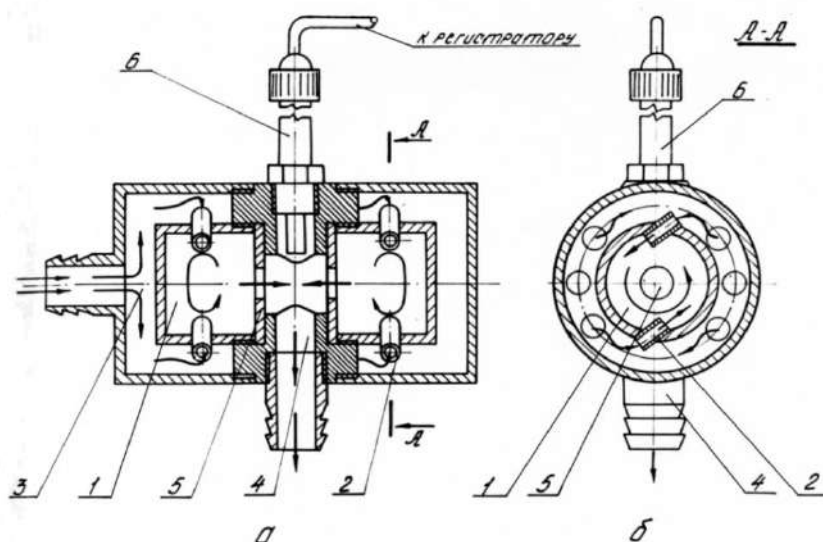


Рис. 30. Конструктивная схема струйной вихревой мельницы.

а-продольный разрез; б- сечение по А-А.

1-вихревая камера; 2- насадки; 3- входной патрубок; 4- выходной патрубок;
5- калибровочные шайбы; 6- приемник звуковых колебаний.

Техническая характеристика струйной вихревой мельницы.

Вид измельчаемого материала.....	глина бентонитовая
Степень измельчения (линейный размер частиц), м	
исходный.....	10^{-6}
минимальный.....	10^{-7}
Производительность по сухому глиноматериалу, м ³ /ч.....	0,5
Удельный затраты энергии на привод, кВт/м ³	2,4
Давление пульпы, МПа:	
на выходе.....	0,4
на входе.....	4,4
Частота генерируемых звуковых колебаний, кГц.....	20

Работает мельница следующим образом. Исходный материал, например, комовая глина, подается в бункер I. Затем исходный материал захватывается лопастями 9 и, попадая на ударную плиту 3, измельчается силовым усилием лопастей. Одновременно по трубопроводу 5 подается под давлением (до 2,0 - 5,0 МПа) жидкая фаза, например, вода, которая, истекая из сопел 12 с высокой скоростью через отверстия 11 в дисках 8, попадает в зону измельчения, расположенную между кромками лопастей 3 и ударной плитой 3. Поскольку диски 8 вращаются вместе с лопастями 9, то струя жидкости, истекающая из сопел 12, периодически прерывается; при этом достигается частота порядка 1500-2000 Гц. В результате в зоне измельчения предложенной мельницы возникает мощное гидроакустическое поле. В это поле лопастями ротора подаются все новые и новые порции твердого материала. При этом исходный твердый материал одновременно с силовым разрушающим воздействием лопастей ротора подвергается мощным звуковым колебаниям, передаваемым жидкой средой в зону измельчения. Данные колебания резко ослабляют связи между твердыми частицами, вследствие чего материал легко разрушается от силового воздействия лопастей ротора. Измельчаемый твердый материал вместе с жидкой фазой в виде суспензии выводится наружу через выходной канал 4. Подача глиноматериала лопастями 9 ротора в зону измельчения делает процесс разрушения материала непрерывным [3]. Техническая характеристика гидроакустической роторной мельницы МГР-2 представлена в таблице.

Техническая характеристики измельчительной машины “ГРМ-2”

Вид измельчаемого материала	Глина, мел, барит, слюда и др.
Линейный размер частиц, м:	
Исходный, не более	0,05
Конечный	$10^{-6} \dots 10^{-7}$
Производительность по глиноматериалу, м ³ /ч	1,5...2,0
Частота генерируемых гидроакустических колебаний в рабочей камере, Гц	1500...2000
Потребляемая мощность, кВт	28
Габаритные размеры, мм	
высота	1720
длина	1340
ширина	1065
Масса без электродвигателя, кг	280

Благодаря высокой эффективности измельчения в данной гидроакустической мельнице в несколько раз сокращается число циклов повторного прохождения суспензии через мельницу для измельчения твердого материала до требуемой фракции. В результате производительность мельницы увеличивается в 2-4 раза по сравнению с известными роторными мельницами. Это особенно важно для быстрого и качественного приготовления промывочных жидкостей при бурении скважин в сложных геологических условиях.

6.5 Многоступенчатая струйно-вихревая мельница “СВМ-3”

В предлагаемой измельчительной машине реализован перспективный принцип постадийного измельчения исходного продукта. Разработанная мельница конструкции “СВМ – 3” отличается от аналогичных конструкций тем, что позволяет на порядок

повысить дисперсность приготавливаемых суспензий при одновременном снижении энергозатрат на 30-40 % на работу устройства. Мельница предназначена для активации промывочных жидкостей после их длительного хранения и дополнительного диспергирования грубодисперсных промывочных жидкостей. Конструкция струйной вихревой мельницы поясняется чертежами на рис.36.

Мельница состоит из герметичного корпуса 1, выполненного в виде барабана с входным 2 и выходным 3 патрубками, расположенными по оси корпуса 1 с противоположных торцов. Внутри корпуса 1 размещен смеситель, выполненный из группы последовательно расположенных дисков 4 и 5, которые жестко прикреплены к корпусу 1 перпендикулярно его оси. В дисках 4 и 5 в направлении от входного 2 к выходному 3 патрубку выполнены отверстия 6 и 7 с определенной последовательностью. Первый диск 4 имеет периферические отверстия 6, второй диск 5 - центральные отверстия 7. Корпус 1 выполнен с возможностью вращения, которое передается от двигателя (на чертеже он не показан) с помощью клиноременной передачи через шкив 8, установленный на входном патрубке 2. Для обеспечения возможности вращения корпуса 1 входной 2 и выходной 3 патрубки установлены в опорах на радиальных самоустанавливающихся подшипниках 9.

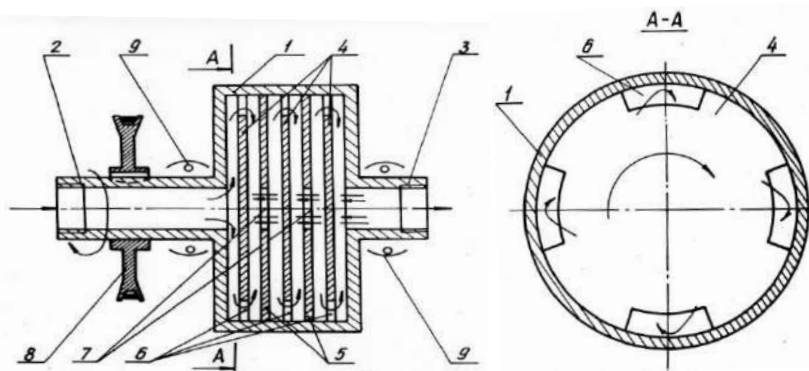


Рис. 36. Струйная вихревая мельница для активации промывочной жидкости СВМ-3
1 - корпус; 2 - входной патрубок; 3 - выходной патрубок; 4 и 5 - диски; 6 и 7 - отверстия; 8 - шкив; 9 - подшипники.

Работает мельница следующим образом.

Во внутрь вращающегося корпуса 1 по входному патрубку 2 через вертлюг (на чертеже не показан) непрерывно под давлением подают крупнодисперсную пульпу. Здесь пульпа, двигаясь по зазору между торцом корпуса 1 и диском 4 и через периферические отверстия 6, благодаря наличию сил трения внутри жидкости, раскручивается и приобретает частоту вращения, равную частоте вращения корпуса 1. Во вращающемся потоке происходит измельчение твердой фазы пульпы. Кроме того, пульпа, раскручиваясь в корпусе 1, под действием центробежных сил, возникающих во вращающемся потоке, прижимается к боковым стенкам корпуса 1. В результате этого в центре вращающегося потока около отверстия 7 диска 5 образуется зона разряжения. С одной стороны, в зону разряжения из отверстия 7 устремится часть пульпы, с другой стороны сюда по зазору между дисками 4 и 5 пульпа поступает непрерывно. Вследствие этого объем вращающегося потока возрастает, и пульпа стремится выйти по зазору между дисками 4 и 5, в результате происходит гидравлический удар встречных потоков. Одновременно с этим давление в зазоре между дисками 4 и 5 возрастает, в результате чего происходит выброс части пульпы через отверстие 7 в сторону выходного патрубка 3. А в центре вращающегося потока около отверстия 7 опять возникает зона разряжения и процесс повторяется с высокой частотой, достигая звукового или ультразвукового диапазонов. Так как смеситель мельницы выполнен в виде группы дисков, то пульпа, двигаясь через него, периодически и многократно подвергается колебаниям с высокой частотой, а твердая фаза интенсивно разрушается. Это повышает эффективность измельчения и

позволяет с высокой производительностью осуществлять приготовление буровых промывочных жидкостей [3]. Техническая характеристика многоступенчатой струйно-вихревой мельницы СВМ - 3 представлена в таблице.

Техническая характеристика измельчительной машины СВМ-3

Параметры	Значения
Вид измельчаемого материала	Крупнодисперсная пульпа
Линейный размер частиц, м:	
Исходный, не более	10^{-5}
Конечный	$10^{-7} \dots 10^{-8}$
Производительность по глиноматериалу, м ³ /ч	18...20
Частота генерируемых гидроакустических колебаний в рабочей камере, Гц	20000
Потребляемая мощность, кВт	18
Габаритные размеры, мм	
высота	650
длина	1340
ширина	720
Масса без электродвигателя, кг	176
Статистический напор потока, МПа:	
на выходе	0,4
на входе	4,5
Амплитуда звукового давления генерируемой волны, МПа	0,12

6.6 Многоступенчатая микромолотковая мельница для приготовления механоактивированных буровых растворов

Важным резервом повышения производительности бурения скважин и сокращения сроков разведки месторождений полезных ископаемых является правильный выбор технологии бурения, в том числе вида и качества промышленных жидкостей с высокой степенью механоактивации исходных компонентов. При этом для приготовления таких механоактивированных промывочных жидкостей используются самые разнообразные по физико-механическим свойствам сходные компоненты из твердых материалов: глина, мел, барит, гипс, доломит, гематит, торф, целлюлозосодержащие твердые материалы и другое минеральное и органическое сырье. Исходя из этого для качественного и производительного приготовления механоактивированных промывочных жидкостей необходимо использовать энергонапряженную измельчительную технику, обеспечивающую высокий потенциал передачи механической энергии мелющих органов измельчаемому продукту. Особенно это требование важно, как показывает практика, для разрушения при измельчении вязких и пластичных материалов с высокими деформационными характеристиками физико-механических свойств.

Учитывая вышеизложенное, на кафедре ТТР МПИ разработана новая технология энергонапряженного измельчения минерального и органического сырья с повышенным диапазоном величин прочностных и деформационных параметров физико-механических свойств этих твердых материалов. Причем конструкция измельчительного устройства, реализующая данную технологию измельчения, выполнена с учетом технологических и эксплуатационных требований приготовления высококачественных

буровых промывочных жидкостей из самых разнообразных исходных компонентов. Основными задачами разработки предлагаемой технологии измельчения многоступенчатой мельницей микромолоткового типа являлось повышение эффективности измельчения и однородности по степени дисперсности готового продукта путем создания условий для последовательного перемещения всей массы материала через зоны наиболее интенсивного измельчения, а также увеличение долговечности работы мелющих тел.

Измельчительная машина (рис. 37.), реализующая предлагаемую технологию измельчения, представлена на рисунке. Она содержит камеру дробления 1, два вертикально установленных ротора на валах 2 и 3 с дисками 4. В дисках 4 на окружностях разного диаметра выполнены отверстия 5, в которых установлены оси 6 с размещенными на них пакетами длинных 7 и коротких 8 молотков. В некоторых местах вместо них установлены молотки 9 в форме лопастей. Количество лопастей, их размещение в пространстве камеры дробления и угол установки по отношению к потоку определяются свойствами материала и заданной степенью его измельчения. Камера дробления 1 снабжена входным 10 и выходным 11 каналами. Молотки 7 и 8 упрочнены по всей поверхности, например, путем цементирования, борирования, нитрирования и т. д., так, что толщина неупрочненной части составляет 40 % от общей толщины молотка, обычно равной 2-3 мм. По мере износа молотков их переставляют на новые места крепления так, чтобы сохранился заданный наружный диаметр молотков, установленных на роторе.

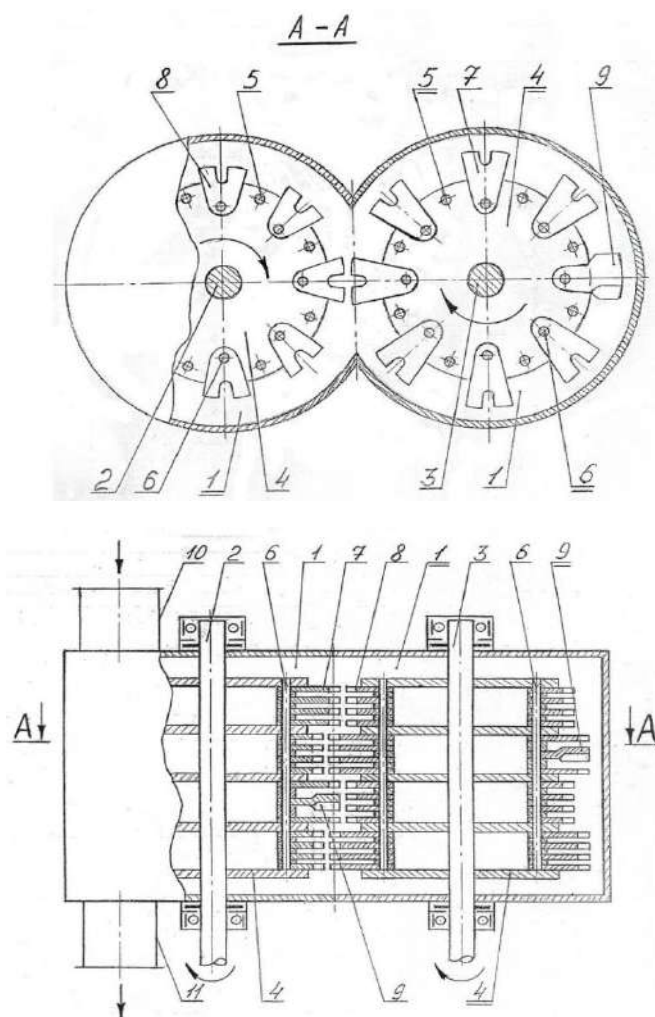


Рис. 37. Схема многоступенчатой микромолотковой мельницы конструкции МММ-2.

При работе устройства измельчаемый материал через входной канал 10 подается в верхнюю часть камеры дробления 1 к пакету длинных молотков 7 ротора на валу 2, вращающегося в одном направлении с ротором на валу 3. Измельчаемый и перемещаемый этими молотками в кольцевом пространстве вокруг ротора на валу 2 материал поступает в зону встречного движения молотков 7 и 8, где интенсивно измельчается благодаря удвоенной скорости взаимодействия частиц материала с молотками в стесненных условиях и полностью перемещается в кольцевое пространство вокруг ротора на валу 2 за счет окружной скорости потока, большей, чем окружная скорость потока материала в кольцевом пространстве вокруг ротора на валу 3. По мере измельчения молотками 8 частицы материала под действием силы тяжести опускаются к нижележащему пакету длинных молотков 7 ротора на валу 3, и процесс измельчения повторяется аналогичным образом до тех пор, пока материал не достигнет самого нижнего пакета коротких молотков 8, после чего измельченный материал поступает в нижний выходной канал 11. Скорость перемещения продукта в зоне измельчения регулируют путем варьирования количеством на роторах молотков 9 и направлением угла атаки их лопастей.

Предлагаемая конструкция многоступенчатой микромолотковой мельницы МММ-2 имеет следующие технические данные.

Вид материала	Глина, барит, доломит, известняк, цемент, полевой шпат, слюда, тальк, древесный и каменный уголь, доменные шлаки и др.
Линейный размер частиц, м: исходного продукта конечного продукта	(2-10)*10-3 (5-20)*10-6
Степень измельчения	30-50
Число одновременно протекающих актов разрушения твердого материала в измельчительной машине, с-1	(1,1-1,4)*104
Общее количество ударных рабочих элементов, шт.	2240
Тип системы охлаждения	Водяное
Потребляемая мощность, кВт	75
Производительность, т/ч	1,0-1,5
Габариты, мм	3200x2150x1650
Масса, кг	3950

Проведенные стендовые исследования опытного образца многоступенчатой молотковой мельницы МММ-2 показали высокую эффективность ее работы при измельчении материалов с различными прочностными и деформационными свойствами (глина комовая, барит, гематит, каменный уголь, торф и т. д.). Это позволяет рекомендовать ее для эксплуатации в различных геологоразведочных организациях при приготовлении весьма разнообразных по составу буровых промышленных жидкостей, поскольку помимо высокой эффективности измельчения твердых материалов данная мельница обеспечивает высокую степень массообмена (т. е. перемешивания) при измельчении. Наконец, предлагаемая конструкция мельницы МММ-2 может найти широкое применение при получении высокодиспергированных пульп и порошков различных технологических материалов в горно-обогатительной, химической, строительной и других отраслях промышленности.

6.7 Лопастной механоактиватор “ЛМА-2М”

Мокрый метод механоактивации дисперсных систем является наиболее технологичным при реализации в полевых условиях, с целью повышения вяжущих свойств тампонажных буровых растворов. Поэтому разработка новых высокоэффективных методов данного вида механоактивации дисперсных систем вяжущих материалов является актуальной проблемой, особенно при цементировании нефтегазовых скважин.

Эффективность мокрого метода механоактивации тампонажных смесей на основе цемента авторами предварительно исследовалась в лабораторных условиях. Выполнение лабораторных работ включало в себя предварительную активацию исходных вяжущих, из которых готовятся исследуемые тампонажные смеси, а затем активировались сами смеси. В качестве вяжущих использовались цементы следующих марок: М200; М300; М400.

Активация вяжущих осуществлялась путем мокрого механического сверхтонкого измельчения лабораторными лопастными активаторами до размеров частиц преимущественно от 10 до нескольких микрон с удельной поверхностью до $0,6-0,8 \text{ м}^2/\text{г}$. Пробы были изготовлены из цементного теста, подвергнутого вышеуказанному гидромеханическому воздействию. Мокрая механоактивация растворов производилась на протяжении разных интервалов времени (20, 40, 60 мин.).

Анализ результатов лабораторных исследований подтверждает эффективность мокрого метода механоактивации вяжущих (предел прочности цементного камня на сжатие $\sigma_{сж}$ увеличивается на 30-40 %) и необходимость существенного увеличения энергонапряженности процесса механоактивации вяжущих. Для повышения эффективности мокрой механоактивации, как показали лабораторные исследования, целесообразно повышение скорости движения измельчающей среды. Это возможно осуществить в закрученных потоках жидкости.

Закрученный поток формирует поле центробежных массовых сил и обладает следующими специфическими особенностями:

- в случае формирования кольцевых закрученных потоков без механического воздействия на него рабочих органов измельчительного аппарата успешно решается проблема чистого помола, так как в кольцевом закрученном потоке реализуется процесс самоизмельчения;
- поток имеет соизмеримые значения осевой, вращательной и радиальной составляющих скорости;
- поток имеет продольный и поперечный градиенты статического и полного давления;
- поток имеет существенное значение градиента скорости в поперечном сечении; отличается высоким уровнем турбулентных пульсаций;
- осуществляет активное и консервативное воздействие центробежных сил на поток.

Закрученные потоки эффективно используются во многих механизмах для реализации сложных процессов.

Принцип работы предложенного способа, работающего в режиме самоизмельчения в кольцевом закрученном потоке, поясняется эскизом на рисунке 1.

Устройство, с помощью которого реализуется предлагаемый способ измельчения твердых материалов (рис.38), состоит из цилиндрического горизонтального корпуса 1 с футеровкой 2 внутренней его поверхности, загрузочного бункера 3 и выгрузочного патрубка 4 с регулировочным краном 5. Внутри корпуса 1 соосно размещен ротор, содержащий вал 6 с подшипниковыми опорами 7, две ступицы 8, на которых закреплены лопасти 9 с одинаковым зазором 10 между периферийной кромкой лопасти 9 и поверхностью футеровки 2 корпуса 1.

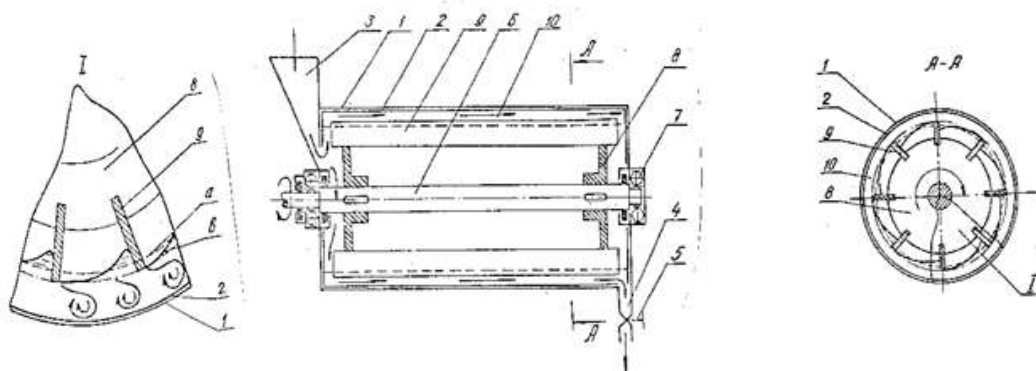


Рис. 38. Схема лопастного механоактиватора “ЛМА-2М”

Измельчение твердых материалов по предлагаемому способу осуществляется следующим образом.

При вращающемся роторе исходный продукт подается в рабочую камеру в виде пульпы с крупностью кусков от 1 до 10-15 мм при водотвердом отношении в пределах от 0,5 до 1,5. Вращающиеся лопасти 7 ротора механически формируют внутри корпуса кольцевой закрученный поток с усредненной внутренней поверхностью S' . При этом лопасти 7, вращаясь с высокой скоростью, порядка 1500-3000 об/мин, интенсивно деформируют внутреннюю поверхность кольцевого потока до некоторой граничной области S'' . В результате такой деформации во всем объеме кольцевого потока на всю его толщину возникают завихрения, обладающие повышенными турбулентными характеристиками. Твердый материал при этом активно взаимодействует друг с другом и с лопастями 7 ротора, измельчаясь вследствие малого значения водотвердого отношения измельчаемого продукта. Кроме того, находясь в области активного протекания кавитационных процессов в закрученном потоке, материал также эффективно разрушается. В процессе работы устройства необходимая толщина закрученного кольцевого потока устанавливается регулировочным краном 5. Проходя через рабочую камеру, исходный продукт в виде текучей пульпы измельчается и выводится наружу через выгрузочный патрубок 4.

Предлагаемое водотвердое отношение в пределах 0,5-1,5 обеспечивает высокую степень взаимодействия твердых частиц друг с другом и рабочими органами, например, лопастями вышеприведенного устройства, что способствует существенному повышению интенсификации разрушения твердых частиц путем их истирания. При этом во встречных закрученных потоках, имеющих, как известно, высокие скорости вращения, твердые частицы дополнительно разрушаются при соударении друг с другом.

Процесс механической активации дисперсных систем возможно интенсифицировать двумя путями: за счет увеличения доли динамической составляющей разрушающей нагрузки и за счет увеличения количества одновременно протекающих актов разрушения, что обеспечивает сокращение интервалов времени между двумя последовательными актами. Реализация намеченных путей может быть достигнута только при высоких скоростях движения рабочих органов и их количестве в устройстве. Однако ключевым условием эффективности измельчения по предложенному способу, как показали экспериментальные исследования, является водотвердое отношение в пределах 0,5-1,5 %. Это вполне отвечает требованиям приготовления буровых тампонажных растворов, в том числе при цементировании нефтегазовых скважин. Экономически внедрение предлагаемой разработки в производство, по мнению авторов, является крайне актуальным.

6.8 Малогабаритная щеточная мельница ММЩ-2М для приготовления буровых промывочных жидкостей

Разработанная щеточная мельница отличается от других измельчителей механического типа, применяемых для приготовления буровых промывочных жидкостей тем, что процесс измельчения глиноматериала осуществляется за счет непрерывного разрушения его поверхностного слоя щеткой ротора. Как показали теоретические исследования, затраты энергии на измельчение глиноматериала в мельницах со щеточным вооружением ротора гораздо ниже, чем в мельницах с лопастным ротором, где процесс разрушения материала носит объемный характер.

Конструктивная схема разработанной щеточной мельницы представлена на рис. 39. Мельница состоит из вертикального цилиндрического корпуса 1 с приемным бункером 2 и выходным каналом 3. Цилиндрические стенки внутри полости корпуса 1 покрыты футированной поверхностью 4. По оси в корпусе 1 размещен ротор 5, выполненный в виде щетки 6, охватывающий вал 7 ротора 5 по всей длине. Между валом 7 и щеткой 6 ротора 5 выполнен кольцевой канал 8. В его нижней части соосно с валом 7 установлена потоконаправляющая труба 9 с окнами 10, закрепленная с корпусом 1. Вал ротора 5 снабжен шнеком 11, расположенным внутри потоконаправляющей трубы 9.

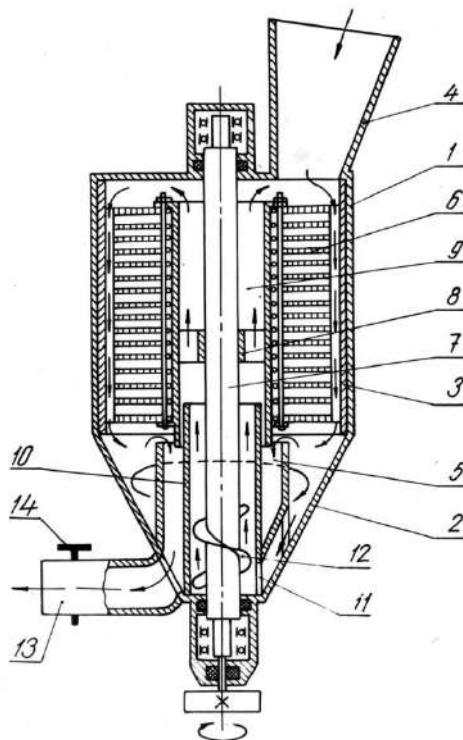


Рис.39. Схема щеточной мельницы ММЩ-2М.

Мельница работает следующим образом. В корпус 1 через приемный бункер 2 производится непрерывная подача твердой и жидкой фазы приготавливаемой буровой промывочной жидкости. Перемещаясь в корпусе 1 сверху вниз глиноматериал подвергается разрушению и одновременно перемешивается с жидкой фазой под воздействием щеток 6 вращающегося ротора 5. В нижней части корпуса 1 мельницы происходит разделение потока приготавливаемой промывочной жидкости. Приготовленная жидкость (глиноматериал измельчен до частиц заданного линейного размера) отводится из корпуса 1 через выходной канал 3. Недоизмельченные частицы твердой фазы, линейный размер

которых больше задаваемого, осаждаются в нижней части корпуса 1 мельницы. Отсюда они подхватываются движущимся потоком жидкости, который создается шнеком 11 и перемещаются через окна 10 по полости потоконаправляющей трубы 9 и кольцевому каналу 8 к верхнему пространству корпуса 1, т.е. в исходное положение.

Разработанная конструкция щеточной мельницы позволяет производить разделение измельчаемого глиноматериала по фракциям и выводить из рабочей полости готовую промывочную жидкость с частицами твердой фазы, измельченными до заданной степени дисперсности. Это способствует сокращению непроизводительных затрат энергии на осуществление процесса приготовления бурового раствора, т.к. практически конструкция мельницы исключает процесс переизмельчения.

Затраты мощности $N_{\text{ш}}$ на привод мельницы складываются из затрат мощности на осуществление процесса измельчения $N_{\text{ш}}'$, на преодоление вязкостного трения $N_{\text{в}}$ при вращении ротора мельницы в среде приготавливаемой промывочной жидкости и на транспортирование $N_{\text{т}}$ недоизмельченного глиноматериала в рабочей полости мельницы

$$N_{\text{ш}} = N_{\text{ш}}' + N_{\text{в}} + N_{\text{т}} \quad (1)$$

Затраты мощности $N_{\text{ш}}'$ на осуществление процесса измельчения определяются производительностью $Q_{\text{ш}}$ мельницы по глиноматериалу и величиной удельной энергии $E_{\text{ш}}$, затрачиваемой на измельчение единицы его объема.

$$N_{\text{ш}}' = E_{\text{ш}} * Q_{\text{ш}} \quad (2)$$

Затраты мощности на преодоление вязкостного трения при вращении ротора мельницы в среде приготавливаемой промывочной жидкости определяется как

$$N_{\text{в}} = \frac{200 \mu \omega^2 \pi}{1} ((R_{\text{ш}}^4 - r_{\text{ш}}^4) * 2 / Z_1 + (h_{\text{ш}} * R_{\text{ш}}^3) / Z_2) \quad (3)$$

где μ - динамический коэффициент вязкости приготавливаемой промывочной жидкости;

ω - угловая скорость вращения ротора;

$R_{\text{ш}}$ и $r_{\text{ш}}$ - радиусы рабочей полости и ротора мельницы;

$h_{\text{ш}}$ - длина ротора;

Z_1 и Z_2 - зазоры, соответственно, между торцевыми поверхностями ротора и верхней и нижней крышками корпуса, и между щеткой ротора и футированной поверхностью корпуса.

Затраты мощности $N_{\text{т}}$ на транспортирование недоизмельченного материала в рабочей полости определяется как

$$N_{\text{т}} = 2,72 Q_{\text{т}} * q_p * h_{\text{ш}} * K_{\text{т}} (W + 1) \quad (4)$$

где $Q_{\text{т}}$ - производительность транспортирования шнеком;

$K_{\text{т}}$ - коэффициент учитывающий потери на трение ($K_{\text{т}} = 1,3 - 1,5$);

q - постоянная ($q = 9,82$);

W - опытный коэффициент сопротивления при перемещении материала шнеком ($W = 1,9 - 2,3$)

$$Q_{\text{т}} = 1800 \pi^2 D_{\text{ш}}^2 \psi h_{\text{ш}} \xi \quad (5)$$

где $D_{\text{ш}}$ - диаметр шнека;

ψ - коэффициент заполнения шнека ($\psi = 1$);

$h_{\text{ш}}$ - шаг винта шнека;

ξ - коэффициент, учитывающий влияние угла наклона оси шнека к горизонту на его производительность (при $\delta = 90^\circ$, $\xi = 0,4$).

Решение уравнений (3), (4) и (5) при следующих конструктивных параметрах: $\mu = 10^{-4}$ Нс/м²; $\omega = 104,86$ рад/с; $R_{\text{ш}} = 0,25$ м и $r_{\text{ш}} = 0,24$ м; $Z_1 = 0,25$ м и $Z_2 = 0,81$ м; $h_{\text{ш}} = 0,6$ м; $D_{\text{в}} = 0,15$ м; $h_{\text{в}} = 0,07$ м, дало следующие численные значения: $N_{\text{в}} = 6,88$ кВт; $N_{\text{т}} = 1,77$ кВт при $Q_{\text{т}} = 16,11$ м³/ч.

Затраты энергии на привод мельницы без учета затрат на осуществление процесса измельчения составляет 8,65 кВт*ч. В зависимости от степени измельчения S и подачи $Q_{\text{ш}}$

материала в мельницу общие затраты мощности, необходимые для осуществления процесса измельчения будут изменяться от 9,0 кВт до 12,5 кВт.

Техническая характеристика мельницы:

Вид материала.....	глина бентонитовая
Линейный размер частиц ,м; исходная.....	0,1
минимальная.....	10 ⁻⁴
Производительность, м³/ч.....	16
Мощность, кВт*ч.....	12,5
Скорость вращения ротора, рад/с.....	104,86
Габариты рабочего органа ,м;	
диаметр.....	0,48
длина.....	0,60
Габариты шнекового устройства, м;	
диаметр.....	0,15
длина.....	0,35
шаг винта шнека.....	0,07
Габариты мельницы, мм;	
длина.....	1500
ширина.....	1000
высота.....	1800
Масса, кг.....	350

Следует отметить, что щеточная мельница, как показали результаты ее эксплуатации в производственных условиях, может с успехом применяться не только для приготовления буровых промывочных жидкостей на основе глиноматериалов, но и с использованием мела, извести, цемента, их смесей и одновременной обработкой различными химическими реагентами.

6.9 Вихревой гидродинамический излучатель “ГДИ”

Обработка промывочных жидкостей, с целью дальнейшей диспергации твердой фазы, под воздействием ультразвуковых колебаний в последнее время находит широкое применение. В практике для этих целей используются два типа излучателей звуковых колебаний: с резонансными клиньями и с вихревой камерой. Последние нашли большое распространение при обработке буровых промывочных жидкостей ввиду простоты конструкции и малых габаритов, что позволяет производить их установку в колонне бурильных труб (рис. 40).

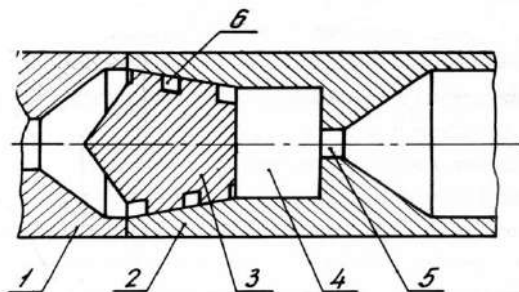


Рис. 40. Схема вихревого гидродинамического излучателя “ГДИ”

1 - корпус; 2 - крышка; 3 - вкладыш; 4 - вихревая камера; 5 - входное сопло;
6 – входные каналы

Генерирование звуковых колебаний в излучателях с вихревой камерой осуществляется за счет создания в системе интенсивного энергообмена между первичным, вводимым тангенциально в цилиндрическую полость камеры, и вторичным, поступающим из выходного патрубка, вихрями. При этом давление на выходном патрубке меняется с частотой f , определяемой диаметром камеры D и перепадом давлений P_1 и P_2 на входе и выходе излучателя [1]:

$$f = \frac{C}{\pi D} \left(\frac{P_1 - P_2}{P_2} \right)^{0,5}, \quad (1)$$

где: C - скорость распространения звуковой волны в обрабатываемой среде

Излучатели с вихревой камерой надежны в работе, просты в конструктивном исполнении.

Их мощность в ультразвуковом диапазоне (до 30 кГц) составляет от 0,5 до 3 Вт.

Процесс диспергации твердой фазы суспензии в ультразвуковом поле происходит двумя путями: во-первых, под действием ударных волн, возникающих при захлопывании кавитационных пузырьков, которые зарождаются при частоте свыше 20 кГц и мощности звуковой волны до 1 Вт; во-вторых, под действием микроструек жидкости, возникающих при захлопывании несферических кавитационных пузырьков. Преобладание того или иного механизма разрушения обуславливается масштабным фактором, так как связано с начальной формой кавитационного пузырька при его захлопывании. Если размер кавитационного пузырька преобладает над размерами диспергируемых частиц, то условий для начального искажения формы пузырька нет, и он захлопывается с образованием ударной волны. В том случае, когда размер диспергируемых частиц больше диаметра кавитационного пузырька, последний теряет свою форму и при захлопывании образует микроструйку жидкости. При обработке буровых промывочных жидкостей имеет место механизм разрушения, связанный с действием ударных волн, что обусловлено малым линейным размером (до 10^{-6} м) частиц твердой фазы.

Причиной возникновения кавитации является высокочастотный перевод жидкостной среды обрабатываемой суспензии в метастабильное состояние, а затем возвращение ее в исходное. Переход в метастабильное состояние осуществляется вследствие создающегося отрицательного давления в местах разряжения распространяющейся звуковой волны. Кавитационный пузырек, попадая в область высокой интенсивности ультразвуковых колебаний, начинает пульсировать. Частота колебаний пузырька, кавитирующего под действием звуковых волн, практически равна частоте последних:

$$f = \frac{1}{2\pi R_0} \sqrt{\frac{3K}{\rho_B}} \left(P_1 - P_2 + \frac{2\sigma_B}{R_0} \right), \quad (2)$$

где: K - отношение удельных теплоемкостей среды;

σ_B - поверхностное натяжение;

R_0 - радиус кавитационного пузырька.

Зависимость, определяющая радиус кавитационного пузырька, была эмпирически найдена Брониным Ф.А.:

$$R_0 = \frac{0,4}{f} \left(1 - \frac{P_r}{P} \right) \left(\frac{P}{\rho_B} \right)^{0,5}, \quad (3)$$

где: P_r - величина гидростатического давления, $P_r = P_1 - P_2$;

P - величина звукового давления.

На скорость протекания процесса ультразвуковой диспергации оказывает влияние тот факт, что единичный кавитационный пузырек обрабатывает одновременно только те

частицы, которые находятся в его зоне захвата, определяемой радиусом R_k воздействия кавитационного пузырька:

$$R_k = (XR_0^3 \rho_f f / \eta)^{0.5}, \quad (4)$$

где: ρ_f - плотность материала твердых частиц обрабатываемой суспензии;
 η - сдвиговая вязкость кавитирующей среды.

В результате захвата кавитационным пузырьком диспергируемые частицы флотируются у его поверхности, при этом их концентрация не должна быть выше

$$n_m \leq 4R_0^2 / X^2, \quad (5)$$

в противном случае наблюдается блокировка кавитационного пузырька.

Анализ материалов исследований показывает, что при диспергировании в ультразвуковом поле механизм разрушения частиц носит поверхностный характер. При каждом единичном всхлapyвании кавитационного пузырька, энергия ударной волны распространяется на частицы, флотированные у его поверхности. Под воздействием ударной нагрузки происходит отшелушивание материала с их поверхности. Величина энергии ударной волны, передаваемой диспергируемым частицам, определяется исходя из условия равенства кинетической энергии E_k жидкости, движущейся в поле кавитационного пузырька, и согласно Новицкому Б.Г. равна

$$E_k = 2\pi \rho_v R_0^5 f^2, \quad (6)$$

где: ρ_v - плотность жидкой фазы обрабатываемой суспензии.

Так как флотированные частицы твердой фазы суспензии располагаются вблизи поверхности кавитационного пузырька, то величину эффективной энергии E' ударной волны, т.е. энергии волны в месте расположения частиц суспензии, определит соотношение:

$$E' = E_k / R_0^2, \quad (7)$$

Процесс ультразвукового диспергирования суспензии значительно интенсифицируется, если наряду со знакопеременным звуковым давлением на жидкость наложить определенное постоянное или гидростатическое давление. Очевидно, исходя из приведенной выше зависимости (3), определяющей радиус кавитационного пузырька, что при повышении гидростатического давления размер последнего будет уменьшаться, а это в свою очередь ведет к увеличению скорости распространения ударной волны при его всхлapyвании. Принцип работы и конструктивное исполнение излучателей с вихревой камерой позволяют регулировать величину гидростатического давления в весьма широких пределах.

6.10. Центробежная мельница мокрого помола “МЦ-Т”

Мокрый метод механоактивации дисперсных систем является наиболее технологичным для повышения вяжущих свойств тампонажных буровых растворов в полевых условиях. Поэтому разработка новых высокоэффективных методов данного вида механоактивации дисперсных систем вяжущих материалов является актуальной проблемой, особенно при цементировании нефтегазовых скважин.

Эффективность мокрого метода механоактивации тампонажных смесей на основе цементов авторами предварительно исследовалась в лабораторных условиях. Выполнение лабораторных работ включало в себя предварительную активацию исходных вяжущих, из которых готовятся исследуемые тампонажные смеси, а затем активировались сами смеси. В качестве вяжущих использовались цементы следующих марок: М400 и М500. Для повышения эффективности мокрой механоактивации, как показали лабораторные

исследования, целесообразно повышение скорости движения измельчающей среды. Это возможно осуществить в закрученных потоках жидкости.

Закрученный поток формируется в поле центробежных сил и обладает следующими специфическими особенностями: - в случае формирования кольцевых закрученных потоков без механического воздействия на него рабочих органов измельчительного аппарата успешно решается проблема чистого помола, так как в кольцевом закрученном потоке реализуется процесс самоизмельчения; - поток имеет соизмеримые значения осевой, вращательной и радиальной составляющих скорости; - поток имеет продольный и поперечный градиенты статического и полного давления; - поток имеет существенное значение градиента скорости в поперечном сечении, отличается высоким уровнем турбулентных пульсаций; - осуществляет активное и консервативное воздействие центробежных сил на поток.

Принцип работы предложенного способа, работающего в режиме самоизмельчения в кольцевом закрученном потоке, осуществляется измельчительной машиной центробежного типа МЦ-Т и поясняется эскизом на рис. 41. Измельчение твердых материалов по предлагаемому способу осуществляется следующим образом.

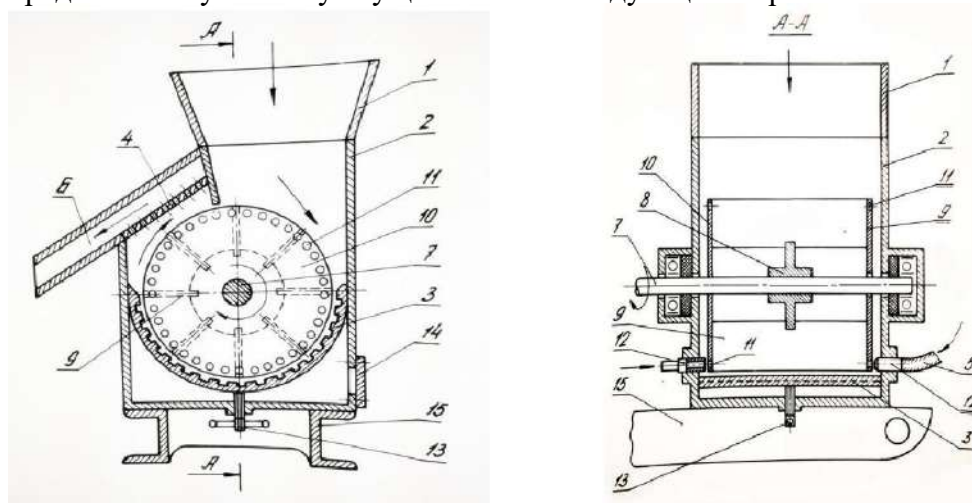


Рис. 41. Схема центробежной мельницы мокрого помола “МЦ-Т”

При вращающемся роторе исходный продукт подается в рабочую камеру в виде пульпы с крупностью частиц до 3 мм и водо-твердом отношением в пределах от 0,5 до 1,5. Вращающиеся лопасти 9 ротора механически формируют внутри корпуса кольцевой закрученный поток с усредненной внутренней поверхностью S' . При этом лопасти 9, вращаясь с высокой скоростью, порядка 1500-3000 об/мин, интенсивно деформируют внутреннюю поверхность кольцевого потока до некоторой граничной области S'' . В результате такой деформации во всем объеме кольцевого потока на всю его толщину возникают завихрения, обладающие повышенными турбулентными характеристиками. Твердый материал при этом активно взаимодействует друг с другом и с лопастями 9 ротора, измельчаясь вследствие малого значения водотвердого отношения измельчаемого продукта. Кроме того, находясь в области активного протекания кавитационных процессов в закрученном потоке, материал также эффективно разрушается. В процессе работы устройства необходимая толщина закрученного кольцевого потока устанавливается регулировочным краном 5. Проходя через рабочую камеру, исходный продукт в виде текучей пульпы измельчается и выводится наружу через выгрузочный патрубок 6. Формирование закрученного кольцевого потока, состоящего из текучей пульпы, с повышенным содержанием твердой фазы позволяет при заявленном способе производить механическое деформирование этого потока, например, лопастями 9 с высокими скоростями до 30-50 м/с. Механическое деформирование кольцевого потока при этом

производится частично с внутренней стороны. Высокие скорости деформирования кольцевого потока позволяют существенно повысить эффективность разрушения твердого материала, так как известно, что при высокодинамическом воздействии на твердое тело его разрушение происходит при меньших нагрузках по сравнению с низкоскоростным его нагружением.

Аналогичное высокоскоростное механическое воздействие на диспергируемую пульпу во всем объеме корпуса невозможно в известных гидромеханических способах из-за неоправданно высоких затрат энергии на вязкое течение потока. В то время как предлагаемый способ реализуется при относительно низких затратах энергии, которая расходуется на раскручивание небольшой массы потока и на частичное деформирование этого потока. Аналогичное высокоскоростное деформирование потока диспергируемой пульпы достигается лишь в струйных мельницах. Однако работа струйных мельниц характеризуется гораздо большими энергозатратами, в 4-6 раз по сравнению с предложенным способом, так как в них используется гидравлический привод с КПД, равным в пределах 6-7 %, не более.

Предложенный энергонапряженный гидродинамический способ измельчения твердых материалов, по сравнению с известными, обеспечивает активно протекающие процессы взаимодействия твердых частиц друг с другом и с рабочими органами измельчительных машин, а интенсивные процессы кавитации во всем объеме кольцевого потока существенно повышают эффективность измельчения материала по предлагаемому способу. Увеличение эффективности измельчения достигается также за счет высокоскоростного механического воздействия вращающихся рабочих органов устройства со скоростью до 40-60 м/с на измельчаемый материал, а также за счет многократной доставки закрученными потоками твердого тела в зону интенсивного измельчения, т. е. в зону скоростной механической деформации кольцевого потока.

Механическое измельчение как физический процесс характеризуется законом, который выражает соотношение между линейными размерами измельчаемого тела, его удельной поверхностью и удельными затратами энергии на разрушение. Следовательно процесс механической активации дисперсных систем возможно интенсифицировать двумя путями: за счет увеличения доли динамической составляющей разрушающей нагрузки и за счет увеличения количества одновременно протекающих актов разрушения, что обеспечивает сокращение интервалов времени между двумя последовательными актами. Реализация отмеченных путей может быть достигнута только при высоких скоростях движения рабочих органов и их количестве в устройстве. Однако ключевым условием эффективности измельчения по предложенному способу, как показали экспериментальные исследования, является водотвердое отношение в пределах 0,5-1,5 %. Это вполне отвечает требованиям приготовления буровых тампонажных растворов, в том числе при цементировании нефтегазовых скважин. Экономически внедрение предлагаемой разработки в производство, по мнению авторов, является крайне актуальным

6.11 Малогабаритная щеточная мельница «МЩ-1»

Для приготовления тампонажных смесей или реагентов на основе трудно смешиваемых компонентов (например, полиакриламида, УЩР и т. п.) очень важное значение приобретает увеличение перемешивающей способности и степени измельчения исходного продукта.

В предлагаемой мельнице МЩ-1 (рис. 42) выполнение рабочих органов ротора в виде щетки, состоящей из большого количества упругих стержней, повышает степень измельчения исходного продукта за счет увеличения числа наносимых ударов по измельчаемому продукту, по сравнению с лопастным ротором. Кроме того, щетка из упругих стержней гораздо лучше, чем лопасти, перемешивает и истирает измельчаемый

продукт за счет увеличения трения между отдельными кусками продукта, что также повышает степень измельчения материала.

Малогабаритная роторная мельница МЩ-1 может использоваться при бурении поисково-разведочных, гидрогеологических, инженерно-геологических скважин и позволяет решать следующие задачи:

- приготовление естественных промывочных жидкостей из неглинистых пород;
- приготовление глинистых, утяжеленных и тампонажных растворов;
- дегазация буровых растворов;
- восстановление качественных характеристик буровых промывочных жидкостей.

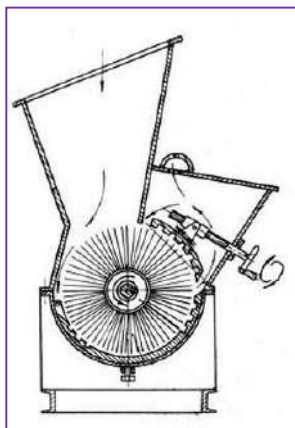


Рис. 42. Схема малогабаритной щеточной мельницы «МЩ-1»

Техническая характеристика

Вид измельчаемого материала.....	глина, мел, слежавшийся цемент и т. п.
Частота вращения ротора в минуту.....	1000-1500
Диаметр щеточного ротора, мм.....	450
Длина щеточного ротора, мм.....	600
Потребляемая мощность, кВт.....	15
Габаритные размеры, мм	
длина.....	1300
ширина.....	1000
высота.....	1250
Масса без электродвигателя, кг.....	350

6.12 Передвижная установка для приготовления буровых промывочных жидкостей.

Вообще, разработка измельчителей производилась с целью создания единого как стационарного, так и передвижного комплекса, способных удовлетворить потребности современной геологоразведочной партии по объему приготавливаемых промывочных жидкостей и их качеству и типам. Ниже будет рассмотрена передвижная установка, созданная на основе разработанных машин, в число которых вошли щеточная и струйная вихревая мельницы, барабанный измельчитель. Основное назначение установки состоит в обеспечении отдельного участка буровых работ из 5-7 буровых агрегатов комплексом промывочных жидкостей. Конструкция установки позволяет производить ее транспортировку волоком, с погрузкой на трейлер, вертолетом. Все это делает ее

пригодным для применения в труднодоступных районах, удаленных геологоразведочных партиях, отдельных участках буровых работ.

Технические средства, используемые в передвижной установке, позволяют при различных вариантах их применения получать глинистые растворы обрабатывать их реагентами, приготавливать растворы на основе полиакриламида и т.п. Наличие в установке перекачивающих средств делает возможным заливку приготовленных промывочных жидкостей в емкость автоцистерны или резервуары установки, подачу по трубопроводам к буровым агрегатам.

На рис. 31 и 32 показан вид агрегатного отсека установки. Все машины, осуществляющие процесс приготовления промывочных жидкостей смонтированы в единую технологическую линию, содержащую скреперную лебедку 1 марки ЛС-30, щеточную мельницу 2, барабанный измельчитель 3 и перекачивающий насос 4 со струйной вихревой мельницей 5. Основанием установки служит металлическая рама с настилом, выполненная в виде саней. В здании передвижной установки помещены резервуары 6, 7, 8, в которые производится заливка приготавливаемых промывочных жидкостей. Общий полезный объем резервуаров составляет 7,5 м³, т.е. рассчитан на получасовую работу установки. На крыше здания размещены привод лебедки 1 и питающие емкости 11, 12, 13, заполняемые концентрированными растворами УЩР, КМЦ и гидролизом полиакриламида. Управление оборудованием производится с пульта 9. Регистрация рабочих режимов струйной вихревой мельницы осуществляется комплексом ИШВ-1-10. Управление лебедкой 1 может осуществляться с выносного пульта 9.

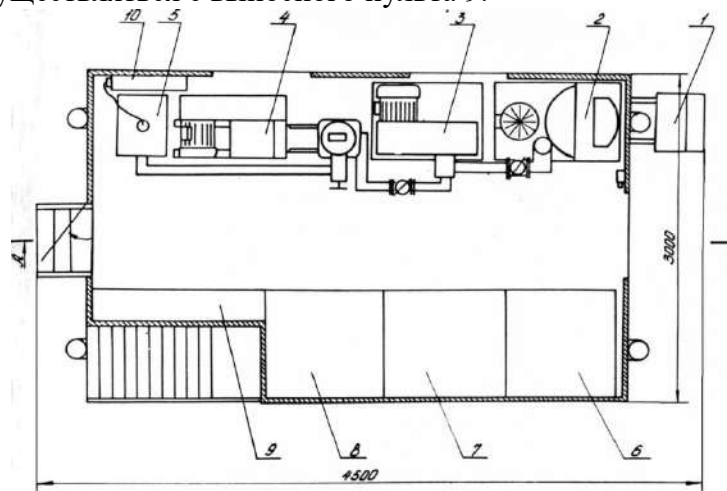


Рис. 31. Передвижная установка для приготовления буровых промывочных жидкостей.

- 1 – скреперная лебедка; 2 – щеточная мельница; 3 – барабанный измельчитель;
4 – перекачивающий насос; 5 – струйная вихревая мельница; 6, 7, 8 – резервуары; 9 – пульт управления; 10 – комплекс ИЖВ-1.

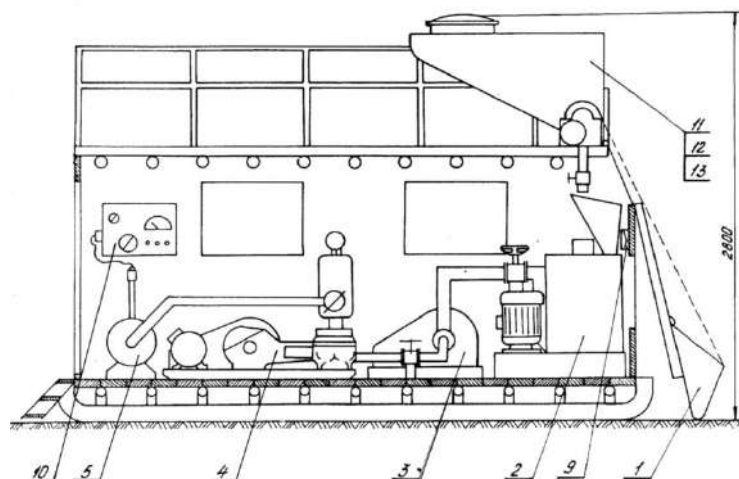


Рис. 32. Вид агрегатного отсека передвижной установки для приготовления буровых промывочных жидкостей, в плане.

1- скреперная лебедка; 2- щеточная мельница; 3- барабанный измельчитель;
4- перекачивающий насос; 5- струйная вихревая мельница; 6, 7, 8- резервуары;
9 - пульт управления; 10- комплекс ИШВ-1.

На рис. 33 показана схема управления гидросистемой установки. Кранами 14, 15, 16 и 17 регулируется подача в приемный бункер щеточной мельницы 2 воды, УЩР, КМЦ, полиакриламида, поступающих из питающих емкостей 11, 12, 13. Изменением объема подачи воды или реагентов регулируют плотность приготавливаемых промывочных жидкостей. Краны 18 и 19 служат для перекрытия трубопроводов к барабанному измельчителю 3 и струйной вихревой мельнице 5. Перекрытие осуществляется в том случае, когда производится приготовление крупнодисперсных глинистых растворов, применяемых при забурке скважин. Краны 20, 22 и 24 перекрывают отвод приготовленных промывочных жидкостей при их сливе в автоцистерны.

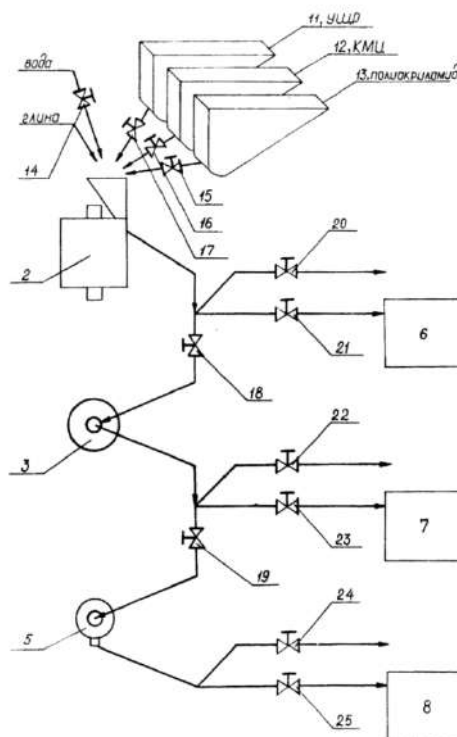


Рис. 33. Схема управления гидросистемой установки.

1- щеточная мельница; 3- барабанный измельчитель; 5- струйная вихревая мельница; 6, 7, 8- резервуары; 14, 15, 16, 17- краны регулировки подачи материала в бункер щеточной мельницы; 18, 19- краны перекрытия трубопроводов; 20, 22, 24-краны перекрытия отвода в автоцистерны; 21, 23, 25- краны перекрытия отвода в резервуары.

Краны 21,23 и 25 установлены для осуществления слива жидкостей в резервуары 6,7 и 8. Технологическая схема приготовления буровых промывочных жидкостей (рис. 34.) в зависимости от применяемых компонентов может быть осуществлена по следующим вариантам.

Первый вариант: приготовление жидкостей из комовых глин. Скреперной лебедкой 1 производят загрузку комовой глины в приемный бункер щеточной мельницы 2, при этом должен быть открыт кран 14 подачи сюда же воды. Крупнодисперсная пульпа, приготавливаемая мельницей 2, поступает на доизмельчение в барабанный измельчитель 3, а оттуда в струйную вихревую мельницу 5. Для этого должны быть открыты краны 18 и 19. Приготовленная промывочная жидкость может быть отведена открытием кранов 24 или 25 в емкость автоцистерны или в резервуар 8.

Второй вариант: приготовление глинистого раствора с обработкой его УЩР, КМЦ или приготовление малоглинистого раствора с обработкой полиакриламидом. При приготовлении данных типов растворов кроме воды и глины в приемный бункер щеточной мельницы подается один из вышеперечисленных компонентов. Их подача из питающих емкостей 11, 12 и 13 осуществляется открытием кранов 15, 16 и 17. Приготовление осуществляется последовательно в щеточной мельнице 2, барабанном измельчителе 3 и струйной вихревой мельнице 5.

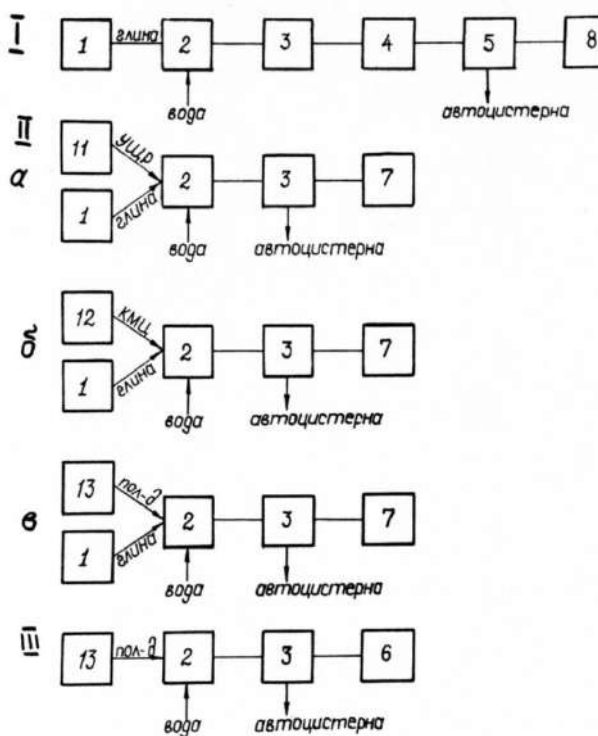


Рис. 34. Схема приготовления различных буровых растворов.

- I- приготовление глинистого раствора из комовых глин; II- приготовление глинистых растворов обработанных; III- приготовление полиакриламидного раствора; а- углещелочным реагентом; б- КМЦ; в- полиакриламидом

получения нативного крахмала из исходного сырья и энергоемкие процессы его клейстеризации, сушки и дробления (рис. 43).

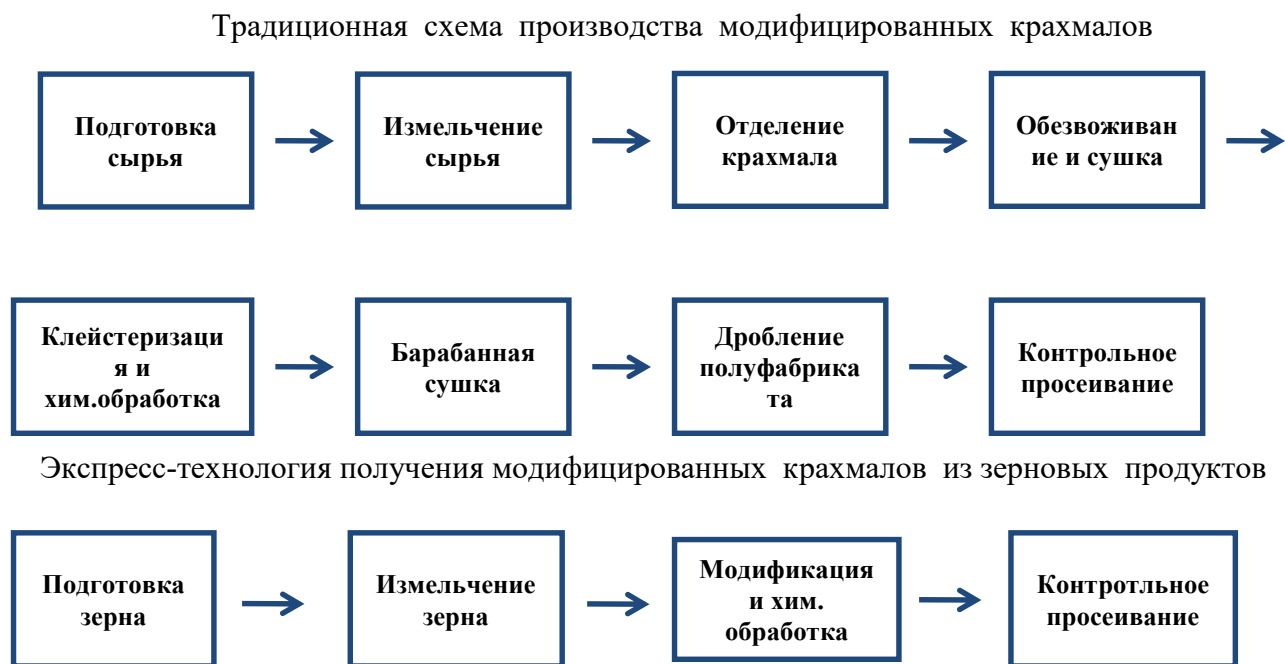


Рис. 43. Схемы традиционной и экспресс-технологии производства модифицированных крахмалов.

Разработанный на кафедре ТТР МПИ опытный образец каскадной измельчительной машины центробежного типа МКЦ-М (рис. 44.) работает в режиме энергонапряженного измельчения твердых материалов при ультраскоростных разрушающих нагрузках в измельчаемом продукте, находящимся в стесненных условиях. Рабочая камера измельчительной машины имеет три зоны измельчения, отличающихся по форме, массе и степени оснащения мелющими телами. В первой (самой верхней) зоне измельчения происходит дробление зерна и перемешивание с добавленным химреагентом, во второй зоне с мелющими телами, имеющими большую степень кривизны, а значит большую контактную нагрузку на измельчаемый материал, происходит измельчение зерновой смеси и химреагента до размеров сопоставимых с размерами кристалла крахмала, т.е. до состояния муки очень тонкого помола. В третьей зоне оснащенной значительно большим количеством (в 5 раз) мелющих тел с большой кривизной рабочей поверхности происходит модификация, высвободившегося из белковой оболочки, крахмала и его обработка необходимыми химреагентами.

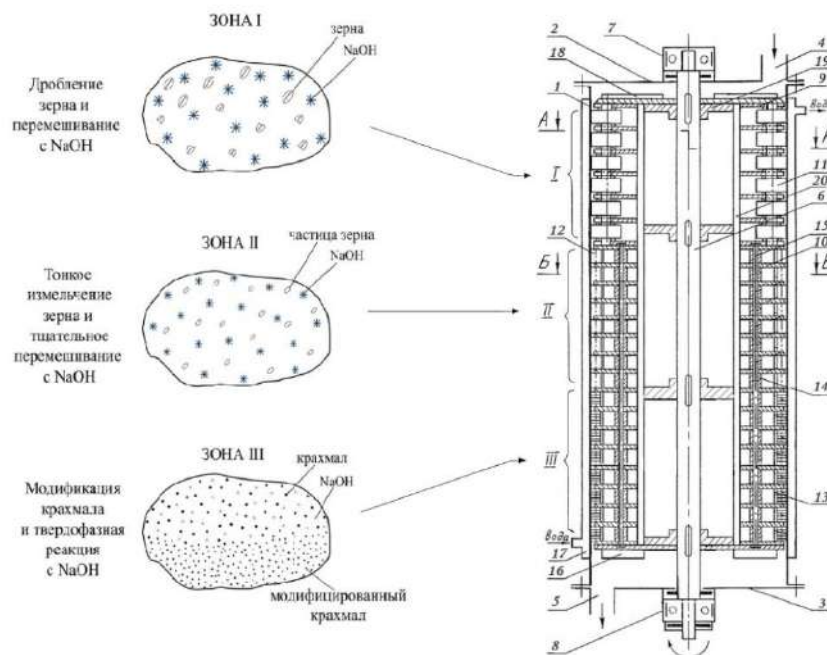


Рис.44. Схема процесса модификации крахмалосодержащего сырья методом механоактивации

Разработанная авторами экспресс-технология модификации нетрадиционного крахмалосодержащего сырья позволит значительно снизить себестоимость производства импортозамещающих, высокоэффективных буровых реагентов (на десятки процентов), за счет исключения операций производства самого нативного крахмала, его последующей клейстеризации, сушки и дополнительного дробления готового продукта.

Потенциальными потребителями крахмальных реагентов являются не только нефтегазодобывающие и геологоразведочные организации, но и горнообогатительные предприятия, производители строительных материалов, целлюлозно-бумажные, текстильные и другие предприятия. Экономический эффект от внедрения разработанной технологии только в нефтегазодобывающей отрасли ориентировочно может составить порядка 45-50 млн. рублей в год. На основе разработанной технологии и техники возможно открытие стационарного, многотоннажного, достаточно компактного и быстро окупаемого производства по выпуску импортозамещающих высокоэффективных буровых крахмальных реагентов типа “РБК-М” из нетрадиционного крахмалосодержащего сырья.

6.14 Универсальный буровой реагент “РБЦ-4” на основе механоактивированного древесного волокна с повышенным содержанием смол

В практике разведочного бурения из всего перечня геологотехнических осложнений наиболее трудоемкими являются поглощения промывочной жидкости, затраты календарного времени на ликвидацию которых составляют от 4 до 10 %. Поглощения приурочены, в основном, к карбонатным породам с естественной кавернозностью и трещиноватостью вторичного (экзогенного) и тектонического происхождения, а также песчаникам и некоторым разновидностям глин, где наблюдаются провалы бурильного

инструмента от 0.5 до 4 м и более, Поглощения техногенного характера связаны с гидроразрывом пласта в виду избыточного гидростатического давления, которое возникает при повышении плотности и реологических показателей бурового раствора.

Основными технологическими мероприятиями по предупреждению и ликвидации поглощений буровых промывочных жидкостей в нефтегазовом и геологоразведочном бурении являются следующие:

- регулирование гидравлического равновесия в системе “пласт-скважина” путем использования облегченных промывочных жидкостей и технологических ограничений при бурении (понижение скорости спускоподъемных операций, уменьшение подачи промывочной жидкости в скважину, увеличение зазора между буровым инструментом и стенками скважины, долив бурового раствора в скважину и др.);

- регулирование реологических свойств буровых растворов, путем перехода на бурение структурированными промывочными жидкостями с обработкой химическими реагентами;

- применение комбинированных методов (химическая обработка азрированных жидкостей и растворов с пониженным содержанием твердой фазы);

- закупоривание каналов поглощения одновременно с их вскрытием путем использования наполнителей различных типов.

Впервые наполнители для ликвидации поглощений применили в 40-е годы в США, в России их использование началось в начале 60-х годов. В зарубежных компаниях девяносто процентов всех поглощений ликвидируется путем добавки наполнителей, в качестве которых используются отходы различных производств. Наполнители подразделяются на волокнистые, зернистые (жесткие или упругие) и чешуйчатые (рис. 45.). Кроме этого, используется твердая фаза получаемая химическими методами (коагуляция, конденсация и др.), а также разбухающие наполнители. Большинство наполнителей закачиваемых в составе тампонажных смесей, позволяет закупорить трещины размером не более 6 мм, а в виде тампонов или при намыве до 20 мм. Волокнистые наполнители применяют при ликвидации всех видов поглощений при их размере $\frac{1}{2}$ диаметра поглощающего канала, но в первую очередь, в крупно пористых и трещиноватых породах с размером каналов 3-5 мм. При вводе в комплексе зернистых и чешуйчатых - соотношение составляет 1:1:1. Зернистые жесткие наполнители применяются при ликвидации всех видов поглощений при этом их размеры должны быть в три раза меньше поглощающих каналов. Зернистые упругие наполнители по своей закупоривающей способности занимают промежуточное положение между волокнистыми и зернистыми жесткими, при этом соотношение к гранулированным жестким составляет от 2:1 до 3:1. Чешуйчатые наполнители применяются при ликвидации поглощений с размером каналов в породах от 2.5 до 30мм, при этом эффект закупорки выше при их сочетании с волокнистыми и зернистыми наполнителями в соотношении 2:1:1 (при профилактике поглощений такое сочетание не рекомендуется) [2].

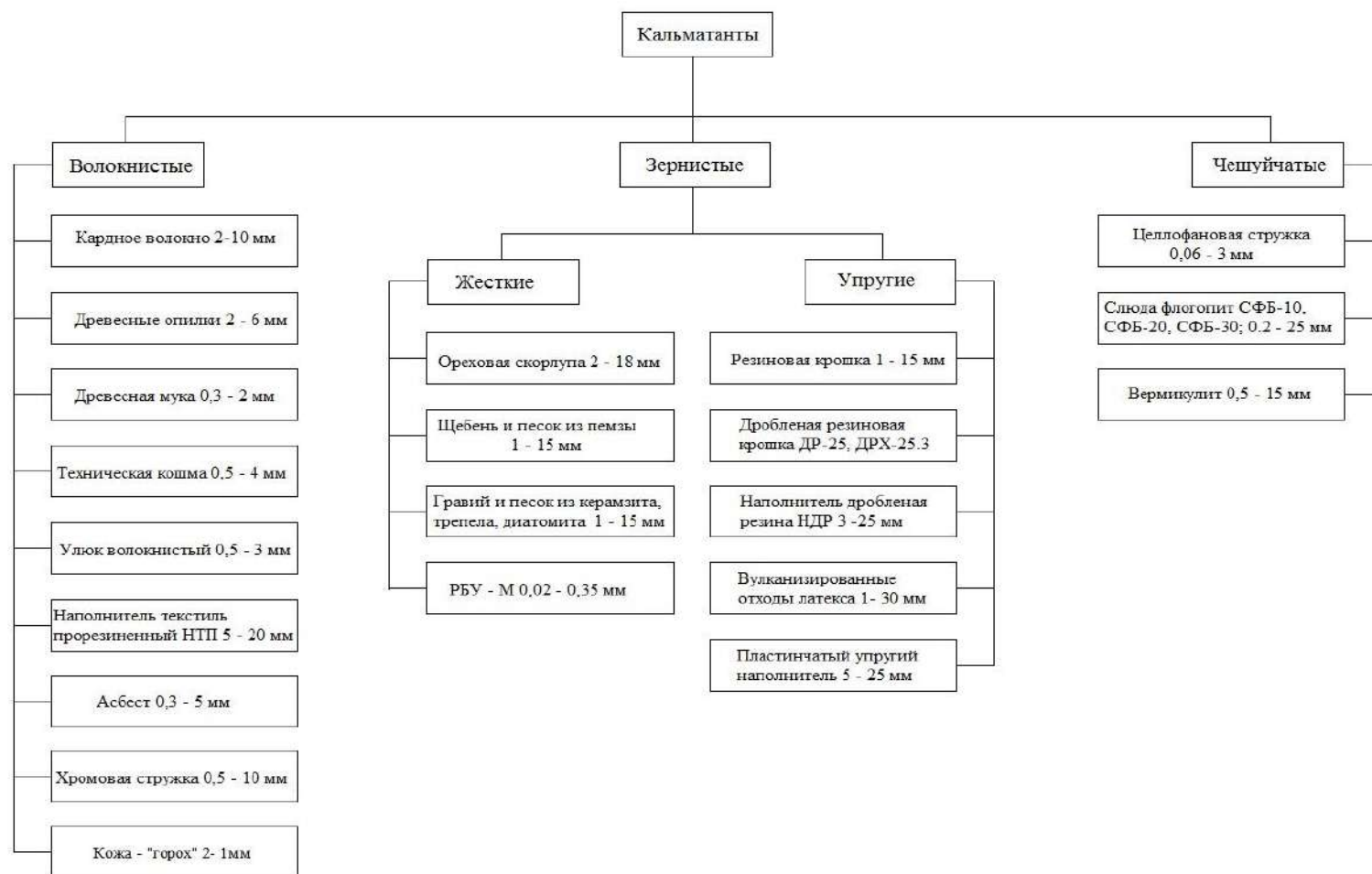


Рис. 45. Классификация материалов используемых в качестве кальматантов при ликвидации поглощений промывочной жидкости

Проведенный авторами анализ производственного опыта использования наполнителей и предварительные лабораторные исследования по использованию наиболее дешевых, доступных и экологически чистых материалов в качестве кальматанта позволяет сделать следующие выводы:

- с точки зрения экологической чистоты буровых промывочных жидкостей наиболее приемлемо использование органических материалов, подвергающихся после их применения разложению на безвредные составляющие;
- по кальматирующим свойствам, доступности и дешевизне исходного сырья наиболее подходящими являются целлюлозосодержащие материалы в измельченном состоянии с разной степенью дисперсности;
- улучшенные реологические и закупоривающие свойства буровых растворов с наполнителями на основе целлюлозосодержащих материалов объясняются сложным вещественным составом исходного сырья и возможностью его модификации путем химической обработки в процессе механоактивации;
- наиболее подходящим для решения поставленной задачи по мнению авторов является древесное волокно, состоящее из необходимого набора исходных компонентов, позволяющих в процессе их механохимической деструкции и химобработки получить multifunctional буровой реагент.

Древесина - продукт биологического (растительного) происхождения, представляющий сложный комплекс, как в анатомическом, так и химическом отношении. Вещество древесины - это вещество оболочек клеток (клеточных стенок) и биологическое происхождение этого вещества обуславливает его сложный химический состав, представленный на рис. 46.



Рис. 46. Схема химического состава древесины.

Древесина примерно на 99% состоит из органических веществ. Минеральные вещества составляют обычно очень небольшую часть - до 1 %. Элементный состав органической части древесного вещества у различных древесных пород практически одинаков: 49. ...50 % углерода, 43...44 % кислорода, около 6 % водорода и 0,1...0,3 % азота по отношению к массе абсолютно сухой древесины.

Структурные компоненты древесины подразделяют на углеводную и ароматическую части. Углеводная часть, представляющая комплекс полисахаридов, называется

холоцеллюлозой. Массовая доля холоцеллюлозы составляет в древесине примерно 70...80 %, причем ее содержание в древесине лиственных пород выше по сравнению с хвойными. Выход холоцеллюлозы при выделении ее из древесины различными методами составляет в среднем для хвойных пород 70...73 %, лиственных пород - 72...79 %.

Ароматическая часть древесины - лигнин представляет собой смесь ароматических полимеров родственного строения фенольной природы, построенных из мономерных звеньев, называемых фенилпропановыми структурными единицами. Массовая доля лигнина в древесине составляет 20...30%, причем хвойные породы содержат больше лигнина, чем лиственные.

Целлюлоза в нативном состоянии представляет собой полимолекулярное соединение, в состав которого входят молекулы, идентичные по своему строению, но отличающиеся по длине. Элементарные звенья макромолекулы целлюлозы находятся в форме кресла, гидроксильные группы расположены в горизонтальном направлении, а атомы водорода — в вертикальном (рис. 47). Каждое второе звено цепи повернуто на 180° по отношению к оси молекулы.

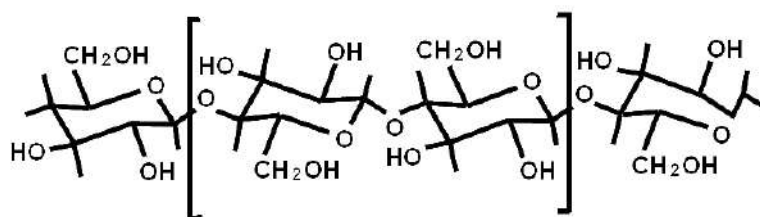


Рис. 47. Молекулярное строение целлюлозы

Целлюлоза состоит из звеньев β -D-глюкозы. Эмпирическая формула целлюлозы ($C_6H_{10}O_5$). В одной молекуле целлюлозы находится 10 000 единиц глюкозы. Молекулы целлюлозы соединены друг с другом в пучки. Самый маленький пучок в стенке клетки называется элементарной или начальной фибрилой, диаметр которой равен приблизительно 3,5 нанометра ($3,5 \cdot 10^{-9}$ м).

Фибриллы состоят приблизительно из 40 расположенных в одном направлении молекул целлюлозы. Элементарные фибриллы объединены в более крупные пучки - микрофибриллы, которые состоят из двух или больше элементарных фибрилл. Микрофибрилла – это самая маленькая частица волокна. Ее можно без особого труда наблюдать под электронным микроскопом. (Рис. 48).

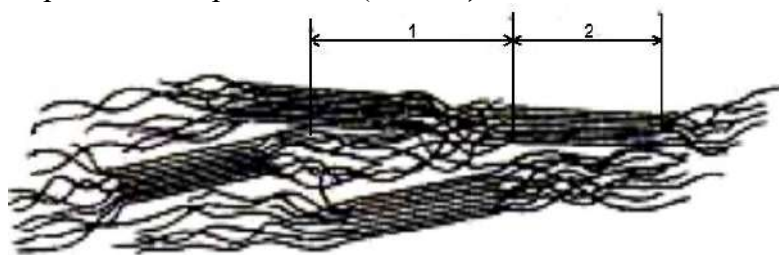


Рис.48. Элементарные фибриллы под микроскопом.

1 – кристаллический участок

2 – амфорный участок

О строении микрофибриллы существует много разных теорий. Одни ученые считают, что она почти цилиндрической формы (диаметр 20—30 нм), другие считают ее плоской нитью, ширина которой 10—30 нм, толщина 5—10 нм и длина несколько микрон ($1 \text{ мкм} = 10^{-6}$ м). Между микрофибриллами находятся каналы шириной 10 нм, которые содержат лигнин и другие компоненты. Предполагают, что внутри микрофибрилл, точнее между элементарными фибриллами, имеются капилляры шириной 1 нм, по которым могут проходить молекулы воды и другие небольшие молекулы [3].

Макромолекулы целлюлозы в первичных фибриллах образуют однородные высокоупорядоченные кристаллические зоны (кристаллиты), которые чередуются с неоднородными менее упорядоченными аморфными зонами. В кристаллитах существует трехмерный дальний порядок в расположении цепей целлюлозы. В аморфных участках дальний порядок отсутствует и сохраняется лишь общая продольная направленность цепей. В аморфных участках относительно легко могут проходить реакции целлюлозы с другими веществами. Длина макромолекул целлюлозы значительно больше длины кристаллических участков, поэтому каждая макромолекула проходит последовательно ряд кристаллических и аморфных участков.

Первичные фибриллы целлюлозы соединяются между собой с помощью водородных связей в микрофибриллы, которые и являются основными звеньями строения волокон целлюлозы. Микрофибриллы состоят из нескольких первичных фибрилл, поперечное сечение их составляет примерно 100×200 ангстрем, длина — около 600 ангстрем (рис. 49). Между первичными фибриллами в микрофибрилле находится лигнин и гемицеллюлозы.

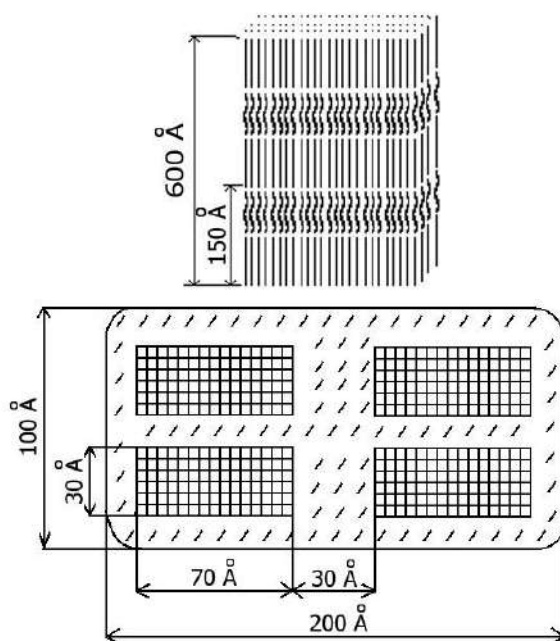


Рис. 49. Модель микрофибриллы целлюлозы (по теории Фрей-Висслинга)

Согласно данным большинства исследователей, лигнин впервые обнаруживается в растениях семейства папоротниковых и его появление связывается с выходом растений на сушу и возникшей в связи с этим необходимостью обеспечения механической прочности стеблей и стволов. Фрёйденберг еще в 1931 г. высказал предположение, что лигнин играет роль наполнителя, пронизывающего стенки растительных клеток и вместе с гемицеллюлозами заполняющего пространство между целлюлозными фибриллами, и в этом отношении его можно сравнить с цементом в армированном бетоне.

Лигнин — это ароматическая часть древесного вещества. С аналитической точки зрения лигнин рассматривают как ту часть древесины, которая получается в виде нерастворимого «негидролизующего» остатка после удаления экстрактивных веществ и полного гидролиза полисахаридов сильной кислотой. В действительности лигнин нельзя считать негидролизующим полимером, поскольку при действии кислот в лигнине могут гидролизироваться углерод-кислородные связи, но сохраняются существующие в нем углерод-углеродные связи и образуются новые.

Массовая доля лигнина в древесине хвойных пород составляет в среднем 27...30 %, а в древесине лиственных пород - 18...24 %. В отличие от целлюлозы и других

полисахаридов выделенный из древесины лигнин не является индивидуальным веществом, а представляет собой смесь ароматических полимеров родственного строения.

Размол древесины увеличивает доступность лигнина и вызывает его механическую деструкцию. При механической деструкции происходят реакции гемолитического расщепления связей лигнина с гемицеллюлозами и связей С-О-С и С-С в сетке лигнина с возникновением промежуточных свободных радикалов, которые вступают в реакции рекомбинации и инициируют реакции полимеризации и окисления кислородом воздуха.

Экстрактивными веществами называют вещества, которые могут извлекаться (экстрагироваться) из растительных тканей нейтральными растворителями: вода, диэтиловый эфир, петролейный эфир, толуол, метанол, этанол, ацетон и др. (рис. 50). Экстрактивные вещества широко распространены в природе. Они содержатся во всех древесных породах и травянистых растениях. Каждое растение, естественно, не может обладать всем набором экстрактивных веществ, но у любого ботанического вида их состав достаточно богат.



Рис. 50. Состав экстрактивных веществ

Содержание экстрактивных веществ в древесине пород умеренной климатической зоны, как правило, невелико; их массовая доля обычно не превышает 3...4 % (за исключением дуба и лиственницы, в древесине которых много водорастворимых веществ). Древесные породы тропической климатической зоны могут содержать значительно больше экстрактивных веществ, в отдельных случаях до 20...40 %.

По методу выделения экстрактивные вещества подразделяют на эфирные масла, древесные смолы и водорастворимые вещества (рис. 50). Эфирные масла представлены веществами с высокой летучестью, способными отгоняться с водяным паром. В их состав входят преимущественно монотерпены и другие летучие терпены и терпеноиды, а также ряд низкомолекулярных соединений различных классов (летучие кислоты, сложные и простые эфиры, лактоны, фенолы и др.). Древесные смолы (смола) - группа веществ, экстрагируемых из древесины органическими растворителями, но не способных растворяться в воде. Это - гидрофобные вещества, находящиеся в смолообразном состоянии из-за взаимного ингибирования кристаллизации. В смолах выделяют свободные кислоты (смоляные и жирные) и нейтральные вещества; последние, в свою очередь, подразделяют на омыляемые (жиры, воски) и неомыляемые (фитостерины, терпеновые спирты, высшие алифатические спирты, нелетучие терпеновые углеводороды и др.). Смолистые вещества древесины подразделяют на кислоты и нейтральные вещества. Массовая доля смоляных кислот в смоле хвойных пород может достигать 30...40 %, тогда как в смоле лиственных пород они отсутствуют (за редкими исключениями).

Смоляные кислоты относят к трудноэтерифицируемым кислотам. Карбоксильная группа в их молекуле находится у третичного атома углерода, т.е. в стерически затрудненном положении. Поэтому в отличие от жирных кислот смоляные кислоты находятся в древесине преимущественно в свободном виде. Соли смоляных кислот иногда называют резинами.

Химические свойства наиболее распространенных смоляных кислот определяются также наличием в молекуле двух двойных связей - сопряженных или несопряженных. По этому признаку смоляные кислоты часто подразделяют только на две группы - кислоты абиеинового (17-52 % от всех смоляных кислот в живице хвойных пород деревьев) и пимарового типов.

Водорастворимые вещества экстрагируются холодной или горячей водой. Они содержат различные фенольные соединения (танины, красящие вещества и др.), углеводы, гликозиды, растворимые соли [4].

Предварительные исследования проведенные в лаборатории кафедры ТТР МПИ подтвердили возможность использования в качестве регулятора структурно-механических и реологических свойств промывочных жидкостей, понизителя водоотдачи (за счет гидрофобизации абиеином натрия глинистой корки стенок скважины), смазочной противоизносной добавки (за счет большой концентрации дитерпенов) и тонкодисперсного кальматанта - модифицированное древесное волокно с повышенным содержанием смол.

Данный эффект возможен благодаря уникальному вещественному составу основных компонентов древесины (целлюлоза, гемицеллюлоза, лигнин, древесные смолы, дитерпены и другие вещества) модификация которых путем обработки едким натром в процессе сухой холодной механохимической деструкции приводит к следующим химическим изменениям последних:

1. измельченная целлюлоза является тонкодисперсным кальматантом (с повышенной проникающей способностью) и выполняет функцию твердой фазы бурового раствора с очень малым удельным весом;
 - гемицеллюлоза, освобожденная в процессе измельчения от лигнина и под воздействием каустической соды частично переходят в щелочную целлюлозу, то есть становятся структурообразователем на уровне карбонатметилцеллюлозы с небольшой атомной массой;
2. при механоактивации лигнина в присутствии едкого натра получается щелочной лигнин, являющийся понизителем вязкости бурового раствора и в определенных условиях термическим стабилизатором;
3. абиеиновая кислота входящая в состав древесных смол (0,8-1,5 % от массы древесины хвойных пород) при обработке каустиком в процессе механоактивации омыляется с образованием абиеиата натрия (канифольного мыла), который в свою очередь является сильнейшим гидрофобизатором и микропенообразователем;
4. дитерпены высвобождающиеся из смолистой части древесины являются уникальной смазывающей добавкой снижающей износ буровых, обсадных труб и породоразрушающего инструмента в 10 раз и более.

При разработке рецептуры реагента РБЦ-4 и технологии его получения авторами решались следующие научно-исследовательские задачи:

- выбор породы древесины наиболее подходящей по вещественному составу и экономико-технологическим показателям;
- определение оптимального соотношения исходных компонентов древесная мука и гидроксид натрия;
- подбор оптимальных режимов процесса механоактивации древесного волокна, обеспечивающих возможность получения щелочной целлюлозы и омыления абиеиновой кислоты минуя жидкую фазу химического процесса;

- исследование структурообразующей и стабилизирующей способностей механоактивированных органопоорошков древесины при обработке различных типов буровых промывочных жидкостей;

5. исследование влияния концентрации гидрофобизатора (абитата натрия) в буровом растворе на водопроницаемость глинистой корки и соответственно на его водоотдачу;

6. исследование смазывающей способности разработанного реагента методом истирания стержня по Барону Л.И. в присутствии водного раствора РБЦ-4;

7. исследование кальматирующих свойств буровых промывочных жидкостей на основе механоактивированной древесины;

8. исследование возможности использования реагента РБЦ-4 для получения облегченных и аэрированных растворов.

Механоактивированные органопоорошки древесины для проведения лабораторных исследований готовились путем сверхтонкого измельчения древесной муки из хвойных пород деревьев с повышенным содержанием древесной смолы на лабораторном стенде каскадной мельницы центробежного типа МКЦ-2М, оснащенной десятью рядами мелющих тел шарообразной формы (рис. 51). Результаты дисперсионного анализа механоактивированных порошков древесины показали - средний диаметр получаемых частиц при измельчении на лабораторном стенде каскадной мельницы центробежного типа МКЦ колеблется в пределах 35-50 микрон, а удельная поверхность 990-1550 $\text{см}^2/\text{г}$, при этом 60 % частиц порошка имеют средний размер меньше 50 микрон и 25-30 % - меньше 20 микрон. Необходимая степень механоактивации смеси древесной муки с едким натром при измельчении на МКЦ определялась по минимальному количеству сухого остатка после растворения органопоорошка в воде. Полученные образцы с максимальной степенью ратворимости исследовались в качестве буровых реагентов для различных типов промывочных жидкостей на стандартных приборах в “Лаборатории промывочных жидкостей и тампонажных смесей” кафедры ТТР МПИ. Особое внимание уделялось изучению кальмотирующих свойств разработанного реагента РБЦ-4, возможности его использования в качестве гидрофобизатора глинистой корки и стенок скважины и смазывающей противоизносной функции реагента.

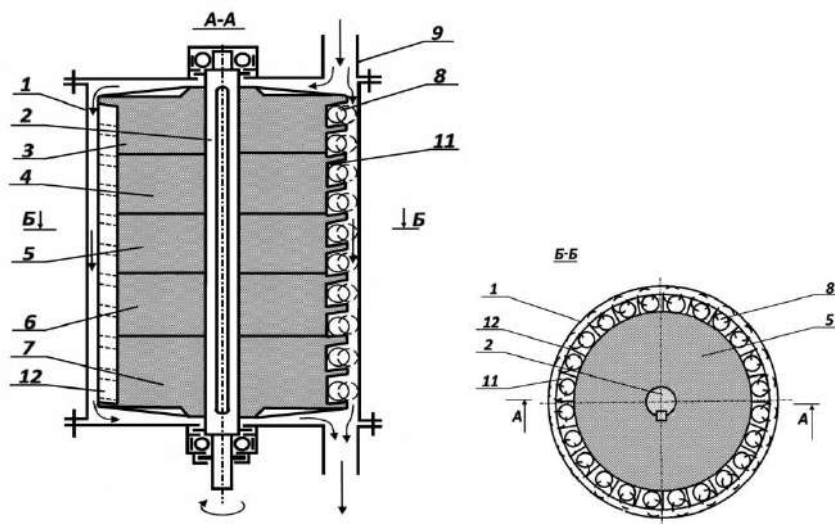


Рис. 51. Каскадная центробежная мельница МКЦ-2М.

1- корпус; 2 - вал; 3,4,5,6,7 - диски; 8 - мелющие тела; 9 - загрузочный; патрубок;
10 - выгрузочный патрубок; 11 - глухие радиальные каналы; 12 - пластина.

Фильтрационные свойства горных пород, определяющие в конечном счете поглощающую способность вскрытого скважиной пласта (интервала), характеризуются коэффициентом проницаемости «К» или просто проницаемостью. Наиболее распространенной практической единицей измерения коэффициента проницаемости

является 1 Д (дарси), когда через поперечное сечение породы площадью в 1 кв. см при перепаде давления в 1 кгс/см на 1 см пути проходит 1 см/с жидкости вязкостью 1 сП. В системе СИ единицей проницаемости является квадратный метр ($1 \text{ м}^2 = 10^{12} \text{ Д}$). В гидрогеологической литературе наиболее удобной единицей измерения проницаемости считается коэффициент фильтрации K_f в метрах в сутки (или реже в см/с).

Процесс фильтрации - это механическое движение свободной воды под действием градиента напора в порах и трещинах горных пород, т.е. их способность пропускать через себя воду. Водопроницаемость зависит от размера сообщающихся между собой пор и трещин в горных породах и характеризуется коэффициентом фильтрации, имеющим размерность скорости (см/с, м/с, м/сут). Такая размерность получается из закона линейности фильтрации – закона Дарси, согласно которому количество фильтрующей воды в единицу времени прямо пропорционально коэффициенту фильтрации K_f , площади фильтрации F и гидравлическому градиенту J [5]:

$$Q = K \cdot F \cdot J \quad (1)$$

Разделив правую и левую части этого уравнения на F , получим

$$Q/F = K \cdot J, \text{ где } Q/F = V \quad (2)$$

Из формулы (2) следует, что коэффициент фильтрации есть скорость фильтрации при градиенте, равном единице.

$$V = K \text{ при } J = 1 \quad (3)$$

Формулой (2) определяется скоростная размерность коэффициента фильтрации горных пород.

Следует отметить, что расчетная скорость фильтрации отличается от истинной скорости движения воды в породах, так как жидкость движется не через всю площадь, а через площадь поровых и трещинных пространств. Величина коэффициента фильтрации зависит от физических свойств горных пород (гранулометрический состав, плотность сложения и др.). Средние значения коэффициента фильтрации для различных горных пород приведены в таблице 1.

В связи с вышеизложенным авторами предложено в лабораторных исследованиях оценивать кальмотирующий эффект разработанных реагентов по коэффициенту фильтрации песчаных пород с помощью прибора – трубка “СпецГео” по методике учебного пособия «Общая гидрогеология» для студентов специальности 080300.

Группа	K_f , м/сут	Типы проницаемых пород
Весьма проницаемые	>100	Крупный гравий, закарстованные сильнотрещиноватые известняки, галечник с песчаным наполнителем
Хорошо проницаемые	100 -10	Гравийно-галечниковые отложения, крупнозернистые пески, сильнотрещиноватые породы
Проницаемые	10 -1	Пески разной зернистости, трещиноватые породы
Слабопроницаемые	$1-10^{-1}$	Мелко- и тонкозернистые пылеватые пески, слаботрещиноватые породы
Весьма слабопроницаемые	$10^{-1}-10^{-3}$	Мелкие и средние суглинки, песчаные породы
Относительно водоупорные	10^{-3}	Средние глины, плотные суглинки

В качестве поглощающей породы был использован гранитный отсев Шарташского корьера следующего фракционного состава:

- 1,5 – 5 мм – 50 %;
- 5 – 10 мм – 25 %;
- 10 – 20 мм – 25 %.

Данная модель поглощающего горизонта при испытаниях на технической воде показала коэффициент фильтрации 9,8 м/сут., что соответствует группе проницаемых пород (согласно табл. 2).

Лабораторным испытаниям подвергался биокомпозиционный реагент на основе механоактивированного древесного волокна РБЦ-4 четырех модификаций, отличающихся друг от друга степенью механоактивации и обработки исходного сырья гидроксидом натрия. Отдельно исследовались пробы РБЦ-4 с повышенным содержанием соли абиетиновой кислоты полученные при использовании в качестве исходного сырья наиболее смолистой древесины (подсочная сосна, корневая древесина срубленных деревьев) или путем дополнительного добавления канифоли в опил перед процессом механоактивации совместно с каустиком. Наиболее показательные результаты лабораторных исследований представлены в таблице 2 и на графиках (рис. 52 и 53).

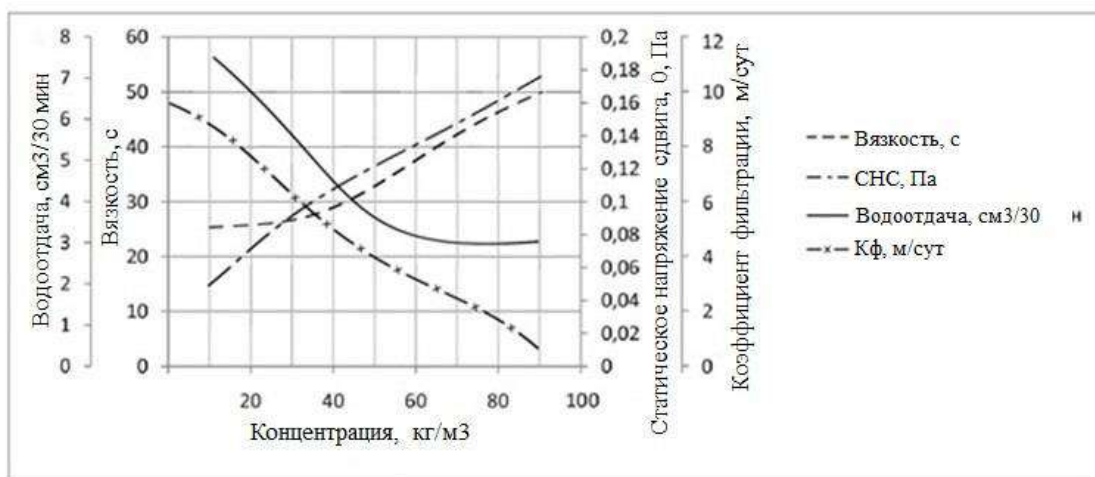


Рис. 52. Зависимость свойств биополимерного раствора на основе древесного волокна от концентрации реагента РБЦ-4

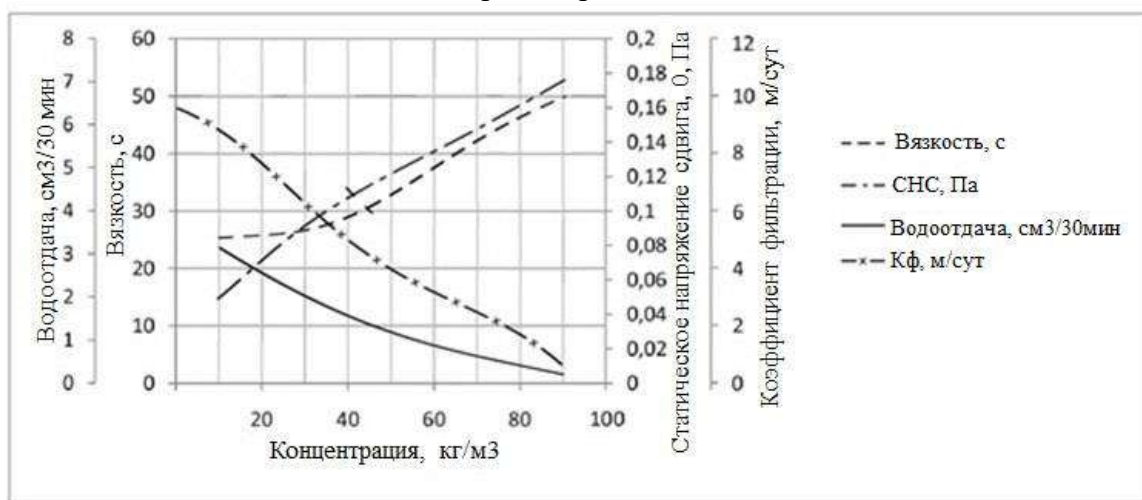


Рис. 53. Зависимость свойств биополимерного раствора на основе древесного волокна от концентрации соли абиетиновой кислоты в реагенте РБУ-М

Основные параметры бурового раствора на основе механоактивированного органопорошка РБЦ-4

№	Состав	Параметры

	пробы	Плотность ρ , г/см ³	Вязкость T , с	Водоотдач а В, см ³ /30 мин	Толщина корки К, мм	СНС θ_1 , Па	K_0 , м/сут
1	1 л. – вода 7 г. – NaOH 35 г. – РБЦ-4	1,02	25	7,5	1	0,05	7,9
2	1 л. – вода 7 г. – NaOH 50 г. – РБЦ-4	1,025	27	5,5	1	0,092	5,5
3	1 л. – вода 7 г. – NaOH 75 г. – РБЦ-4	1,025	33	3,5	1,2	0,12	3,7
4	1 л. – вода 7 г. – NaOH 100 г. – РБЦ-4	1,028	42	3	1,3	0,15	1,8
5	1 л. – вода 7 г. – NaOH 150 г. – РБЦ-4	1,028	50	3	1,5	0,175	0,3

Результаты лабораторных исследований влияния механоактивированных органопорошков (на основе древесного волокна хвойных пород деревьев с повышенным содержанием смолы) на свойства дисперсных систем различных типов буровых растворов позволяют авторам сделать следующие выводы рекомендательного характера:

- буровой раствор на основе реагента РБЦ-4 обладает высокими кальматирующими, структурообразующими, реологическими и смазывающими свойствами;

- при соответствующей химической обработке в процессе приготовления буровых промывочных жидкостей, обеспечивает приготовление высококачественных облегченных безглинистых промывочных жидкостей с плотностью до 1,02 - 1,03 г/см куб с весьма высокими структурно-механическими и реологическими показателями и возможностью их изменять в широких пределах, в зависимости от геолого-технических условий бурения скважин;

- в рецептурах буровых промывочных жидкостей органопорошок марки РБЦ-4 в отличие от глиен эффективно структурирует как пресные, так и соленащенные буровые промывочные жидкости различной степени минерализации;

- буровая промывочная жидкость на основе органопорошка существенно снижает трение бурового снаряда о стенки скважины при его вращении и спускоподъемных операциях, что достигается за счет достаточно высокой степени омыления смолистой составляющей органопорошка марки РБЦ-4 и высвобождения дитерпенов в процессе его приготовления;

- органопорошок марки РБЦ-4 является экологически безвредным продуктом, т.к. подвергается бактериологическому разложению, не образуя вредных веществ;

- регулирование структурно-механических и реологических параметров промывочных жидкостей, приготовленных на основе данного структурообразователя и кальматанта органопорошка РБЦ-4 можно производить в весьма широких диапазонах с применением традиционных буровых химических реагентов: полиакриламида, КМЦ, гипана, крахмальных реагентов и других отечественных и зарубежных химреагентов.

Технология и техника приготовления разработанного бурового универсального реагента марки РБЦ-4 защищена 5 патентами РФ на изобретения.

6.15. Буровой реагент для освоения шельфовых нефтегазовых месторождений «Peat-MA»

Повышение мировой потребности в углеводородном сырье и истощение его запасов на суше активизировали поисково – разведочные работы в акваториях морей и океанов, приведшие к существенному росту морской нефтегазодобычи. В 2010 – 2011 годах доли морской нефти и газа от мирового объема добычи составили, соответственно, 44 % и 35 %. Россия обладает около 21 % шельфа Мирового океана (свыше 6,2 млн. км²), при этом наиболее перспективный и доступный с точки зрения бурения шельф превышает 60 % площади ее акваторий. Общеизвестным является высокий углеводородный потенциал шельфа России – суммарные извлекаемые ресурсы оцениваются ведущими отечественными специалистами в 100 млрд. т., из которых газовая составляющая достигает 80 %. В соответствии с Энергетической стратегией РФ на период до 2030 г. освоение нефтегазовых месторождений на шельфе северных и дальневосточных морей является одним из стратегических направлений развития экономики (рис. 54).

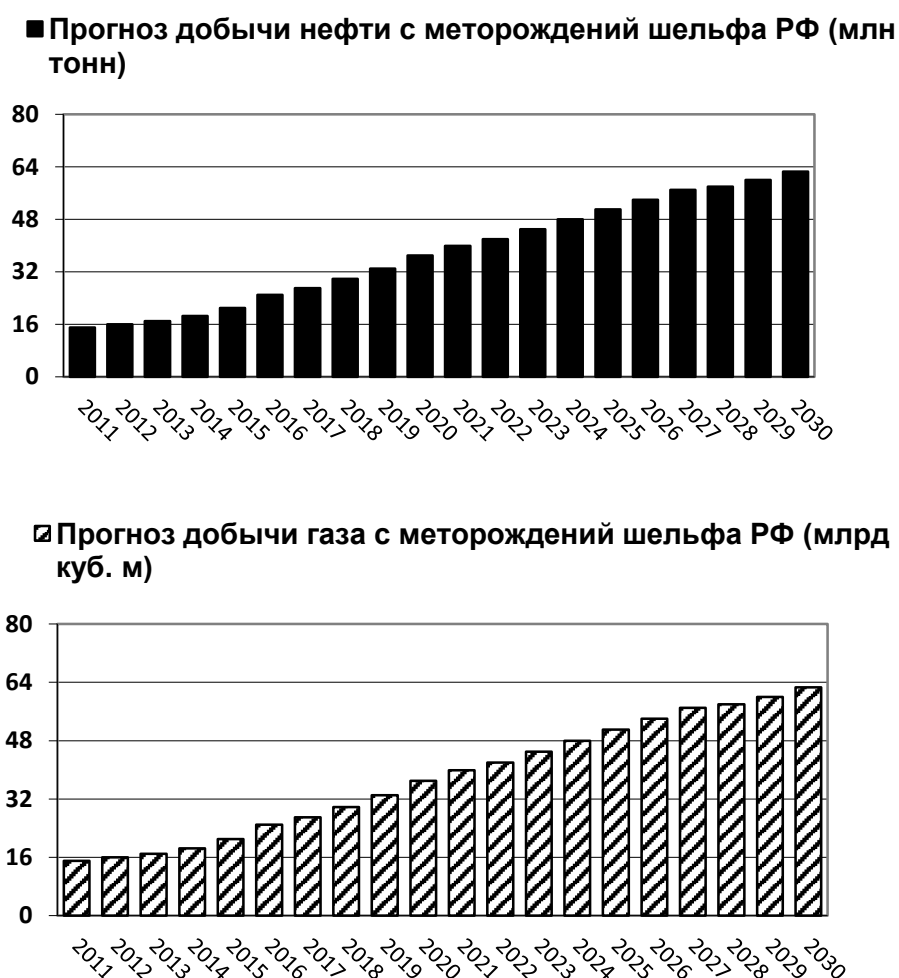


Рис. 54. Увеличение объемов добычи нефти и газа на шельфе РФ.

Кроме того нефтегазоносные площади на материковой части нашей страны (например Западно-Сибирский регион) в основном имеют низконапорные продуктивные горизонты. Для успешного их вскрытия при бурении скважин применяют облегченные промывочные жидкости, приготовленные из дорогостоящих зарубежных (США, Канада) бентонитовых глинопорошков стоимостью 1,2 – 1,5 \$ за килограмм и более, (например: Унифлок, ДК-дрилл, Сайдрил, Поликем-Д) которые содержат аномальное количество химреагентов, в том числе синтетических полимеров.

Такие промывочные жидкости, как известно, оказывают крайне недопустимую кальматацию (закупоривание) продуктивных горизонтов, вследствие чего на десятки

процентов снижается добыча полезных ископаемых. Так же, при этом происходит загрязнение акватории и практически неустраняемое экологическое загрязнение земных недр, вызванное чрезмерным количеством используемых синтетических трудно разлагающихся полимеров входящих в рецептуру промывочных жидкостей [1].

Значительную часть названных экологических проблем возможно решить путем использования специальных буровых очистных агентов и тампонажных растворов разработанных на основе экологически безопасных материалов органического происхождения (торфопорошки), прошедших специальную механо-химическую обработку. В связи с этим авторами статьи разработана эксклюзивная технология производства дешевого, экологически чистого бурового реагента «Peat-MA» (Peat - Mechanical Activation) для использования при бурении нефтегазовых скважин на шельфе и вскрытии низконапорных продуктивных горизонтов на материковых месторождениях. Непосредственно разработка рецептов и оценка эффективности регулирования параметров различных типов промывочных жидкостей реагентами типа «Peat-MA» проводилась научным коллективом кафедры ТТР МПИ. В качестве измельчающего устройства и механоактиватора при разработке технологии использовалась каскадная измельчительная машина центробежного типа МКЦ-4М (рис. 55) - так же авторская разработка кафедры.

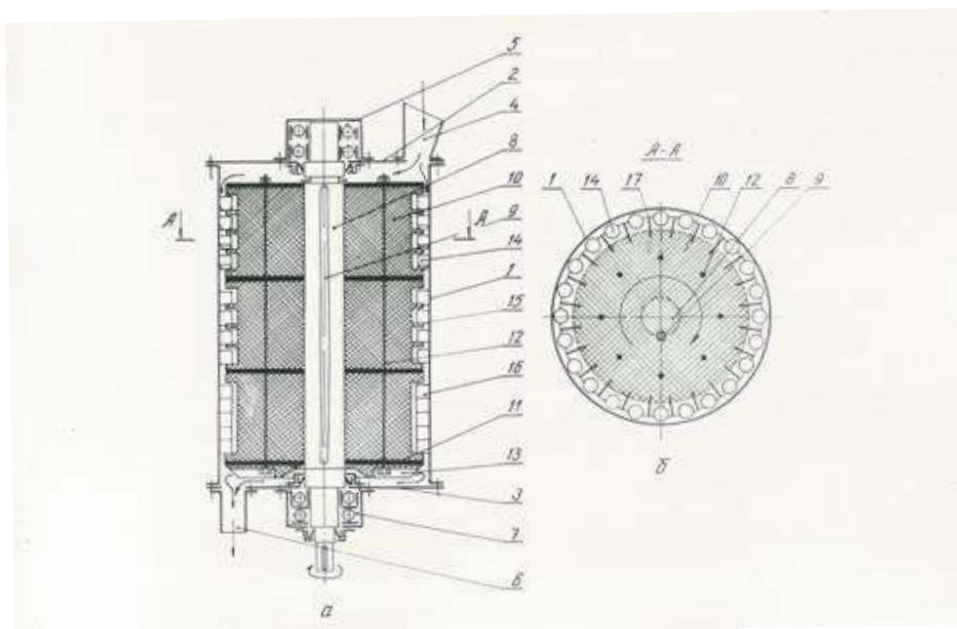


Рис. 55. Сема каскадной измельчительной машины центробежного типа МКЦ-4М.
1-корпус мельницы; 2 – крышка верхняя; 3 – нижняя плита; 4 – загрузочный патрубок; 5 – верхний подшипниковый узел; 6 – разгрузочный патрубок; 7 – нижний подшипниковый узел; 8 – вал ротора; 9 – шпонка; 10 – ротор; 11 – разделительный диск; 12 – стягивающие шпильки; 13 – выгребные лопатки; 14, 15, 16 – мелющие тела; 17 – толкающая пластина.

При выполнении значительного объема лабораторных работ решались следующие технико-технологические задачи:

- получение механоактивированных порошков путем их сверхтонкого измельчения на экспериментальном стенде каскадной центробежной мельницы;

- исследование структурно-механических и реологических параметров водных растворов и суспензий на основе механоактивированных порошков торфа «Peat-MA», применительно к требованиям параметров буровых промывочных жидкостей, используемых при бурении нефтяных скважин;

- модификация буровых промывочных жидкостей при обработке их буровым реагентом «Peat-MA»;
- исследование и оценка устойчивости к минеральной агрессии промывочных жидкостей, приготовленных на основе механоактивированных порошков торфа;
- исследование эффективности модификации технологических свойств буровых промывочных жидкостей, базовым материалом которых является реагент «Peat-MA», с использованием традиционных, применяемых в бурении химреагентов;
- аналитические исследования гидродинамики течения в циркуляционной системе буровой скважины промывочной жидкости на основе реагента «Peat-MA».

Механоактивированные порошки торфа для проведения вышеуказанных исследований готовились путем сверхтонкого измельчения высушенного торфа средней степени разложения на стенде каскадной центробежной мельницы МКЦ-4. При этом одна проба торфа проходила два цикла измельчения в прямоточном режиме, а вторая проба четыре цикла измельчения. В результате был получен торф измельченный дважды и четырежды. Задачей исследований являлось определение предела измельчаемости торфа и необходимая степень его механоактивации для использования в качестве бурового реагента. Суспензия на водной основе была получена путем щелочного гидролиза механоактивированного торфа. Целью начальных исследований был поиск наиболее эффективного соотношения: диспергированный торф - гидроксид натрия - вода. Как следует из табл. 1 и табл. 2 наиболее оптимальными параметрами данной промывочной жидкости являются: плотность $\rho = 1,028 \div 1,03$ г/см³; условная вязкость $T = 20 \div 25$ с; водоотдача $B = 21 \div 25$ см³/30 мин; толщина корки $K \leq 3$ мм; статическое напряжение сдвига $\Theta_1 = 0 \div 0,009$ Па и $\Theta_{10} = 0 \div 0,0045$ Па. Данные параметры бурового раствора достигаются при соотношении: 100 г тонкодисперсного торфа, 7,5 ÷ 10 г гидроксид натрия и 1,5 л воды. При этом наиболее выгодные параметры получаются при щелочном гидролизе торфа двойного помола в соотношении: 100 г торфа, 10 г гидроксид натрия и 1,5 л воды.

Следует отметить, что малые значения статического напряжения сдвига Θ_1 и Θ_{10} (соответственно динамического напряжения сдвига) при наличии оптимальных значений других параметров позволяют существенно снизить энергозатраты на работу забойных двигателей турбобуров и значительно уменьшить кальматацию продуктивных горизонтов, а следовательно увеличить нефтеотдачу данных горизонтов и сократить сроки освоения эксплуатационных скважин.

Исследование физико-химической совместимости бурового реагента «Peat-MA» с другими типами буровых реагентов проводились на рецептурах глинистых растворов наиболее часто используемых в нефтегазовом бурении. Проведенные исследования показали, что применение реагента «Peat-MA» позволяет повысить вязкость (T) в 1,5 - 2 раза при весьма незначительном повышении статического напряжения сдвига (Θ_1 и Θ_{10}).

Однако при этом значительно увеличивается водоотдача (B) с 12 до 30 см³/30 мин и толщина корки (K) с 2 до 4 мм соответственно. Поскольку вязкость глинистого раствора увеличивается на 15 ÷ 20 %, а статическое напряжение сдвига уменьшается примерно в таких же пределах при незначительном уменьшении водоотдачи, бурение нефтяных скважин такими специальными глинистыми промывочными жидкостями будет существенно снижать кальматацию продуктивных горизонтов, тем самым повышая их нефтеотдачу.

Исследование устойчивости к минеральной агрессии промывочной жидкости с добавлением гидролизованного реагента «Peat-MA» проводились путем сравнения параметров данной промывочной жидкости и глинистых растворов с достаточно высокой плотностью (ρ), равной 1,11 и 1,16 г/см³ в процессе их обработки хлористым натрием NaCl. Лабораторные исследования показали, что даже при такой большой разнице содержание твердой фазы сравниваемых промывочных жидкостей: $\rho = 1,02 \div 1,03$ г/см³ у раствора на

основе «Peat-MA», и $\rho = 1,1 \div 1,6 \text{ г/см}^3$ у глинистых растворов, первая промывочная жидкость более устойчиво сохраняет свои структурно-механические и реологические параметры при добавке NaCl $1 \div 2 \%$. Установлено, что при повышении содержания твердой фазы (т. е. плотности) устойчивость к минеральной агрессии промывочной жидкости на основе гидролизованного реагента «Peat-MA» повышается (см. табл.4,5,6,7). Следует так же отметить, что при увеличении степени минерализации дисперсионной среды исследуемой промывочной жидкости в виде водного раствора реагента «Peat-MA» ее вязкость изменяется незначительно, что очень важно в ряде случаев, например, для работы турбобуров в нефтегазовом бурении.

Исследование возможностей регулирования свойств буровых промывочных жидкостей путем применения гидролизованного реагента «Peat-MA», проводились с использованием самых распространенных в бурении реагентов - ПАА (гидролизированный полиакриламид) и КМЦ (карбоксиметилцеллюлоза) (табл. 8,9).

КМЦ - продукт взаимодействия целлюлозы с гидроксидом натрия и монохлоруксусной кислотой. Как реагент КМЦ используют в виде водного раствора, обычно 10% концентрации, для чего КМЦ предварительно растворяют. Чем выше степень полимеризации карбоксиметилцеллюлозы, тем более устойчив буровой раствор к солевой агрессии и тем эффективнее снижает водоотдачу. Высоковязкие КМЦ способны снижать водоотдачу очень сильно. В растворе с небольшим содержанием твердой фазы добавка КМЦ может вызывать разжижение. Однако при достаточно высоком содержании твердой фазы КМЦ усиливает структурообразование, объединяя частицы, находящиеся даже за пределами действия молекулярных сил. Отличительной особенностью полученных результатов, при добавлении КМЦ в буровой раствор на основе гидролизованного реагента «Peat-MA», является малая плотность, порядка $1,03 \text{ г/см}^3$ и низкий показатель водоотдачи $7 \div 10 \text{ см}^3/30 \text{ мин}$ (см. табл.8). Оптимальная концентрация карбоксиметилцеллюлозы в растворе гидролизованного реагента «Peat-MA» порядка 5% .

Полиакриламид получают путем преобразования ряда синтетических веществ: этилен, окись этилена и др., а водные и щелочные растворы ПАА являются полиэлектролитами. Наличие зарядов в молекулах полимера обуславливает их адсорбцию на бурильных трубах, на стенках скважины и частицах горной породы, оказывая ингибирующее действие. ПАА вводится в промывочные жидкости в виде $1 \div 2 \%$ - го раствора. В результате лабораторных исследований выявлено, что при добавлении ПАА в буровой раствор на основе гидролизованного реагента «Peat-MA», значительно снижается его водоотдача и статическое напряжение сдвига.

Лабораторными исследованиями свойств гидролизованного реагента «Peat-MA» установлено следующее:

- разработанный буровой реагент позволяет регулировать структурно-механические и реологические параметры в весьма высоких пределах: условная вязкость $T=17 \div 18 \text{ с}$; водоотдача $B=4 \div 20 \text{ см}^3/30 \text{ мин}$; статическое напряжение $\Theta_1 \approx 0,1 \div 0,5 \text{ Па}$ и $\Theta_{10} \approx 0,15 \div 0,6 \text{ Па}$; плотность данных промывочных жидкостей при этом имеет крайне малые значения в пределах $\rho=1,01 \div 1,03 \text{ г/см}^3$;

- обработка промывочной жидкости гидролизированным реагентом «Peat-MA» позволяет получить облегченную промывочную жидкость плотностью до $\rho=0,01 \text{ г/см}^3$ с уникальными параметрами для такой малой величины плотности известных буровых промывочных растворов: условная вязкость $T=18 \div 20 \text{ с}$; водоотдача $B=10 \div 12 \text{ см}^3/30 \text{ мин}$; статическое напряжение $\Theta_1 \approx 0,1 \div 0,25 \text{ Па}$ и $\Theta_{10} \approx 0,04 \div 0,06 \text{ Па}$;

- промывочная жидкость на основе «Peat-MA», после дополнительной обработки химреагентами имеет весьма невысокие значения статического напряжения сдвига и условной вязкости, что существенно снижает энергозатраты на работу турбобуров и насосных станций.

Теоретические исследования гидродинамики течения в трубопроводах промывочных жидкостей на основе реагента «Peat-MA», применительно к промывке буровых скважин, дают основания однозначно утверждать о многократном снижении кавитационной физико-химической эрозии бурового оборудования. Это в первую очередь относится к значительному снижению вышеуказанного износа бурильных труб и их соединений, турбобуров и других погружных механизмов.

В целом вышеуказанные отличительные особенности буровых жидкостей на основе механоактивных порошков торфа «Peat-MA» позволяют:

- значительно повысить дебит продуктивных нефтеносных пластов при бурении и освоении скважин;
- увеличить механическую скорость бурения нефтегазовых скважин;
- снизить в ряде случаев энергозатраты на процесс бурения;
- снизить износ бурового оборудования и инструмента;
- исключить экологическое загрязнение среды, особенно при бурении на шельфе.

На основе разработанной технологии и техники модификации органических полимеров, методом механоактивации возможно открытие стационарного, много тоннажного, достаточно компактного и быстро окупаемого производства универсального экологически чистого бурового реагента «Peat-MA» или серийный выпуск малогабаритных измельчительных комплексов, для производства выше названного реагента непосредственно в районе прибрежном к нефтепромыслу, имеющем в достатке исходное сырье – торф. Дополнительно данная технология и техника сверхтонкого измельчения и механоактивации позволит производить различные импортозамещающие, экологически безопасные буровые реагенты (структурообразователи, понизители водоотдачи, смазывающие добавки, кальматанты и др.) в промышленных объемах. Использование последних при приготовлении высококачественных буровых растворов и тампонажных смесей позволит повысить механическую скорость бурения на 25-40 %, сократить временные и материальные затраты на сооружения скважин до 20%, снизить абразивный износ бурового оборудования в 10 раз, повысить на сотни процентов добычу жидких и газообразных ископаемых, а главное - полностью исключить экологическое загрязнение окружающей среды техногенными флюидами используемыми при бурении скважин, как на шельфе, так и на материке.

7. ТЕХНИКА БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ПРИГОТОВЛЕНИИ ПРОМЫВОЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

7.1. Меры безопасности при работе с промывочными жидкостями

Все работы по приготовлению промывочных жидкостей и их химической обработке должны проводиться в полном соответствии с правилами безопасности при геологоразведочных работах. Особое внимание следует обратить на оборудование

механизмов для приготовления промывочных жидкостей надежными ограждениями, на соблюдение правил пуска механизмов после осмотра и текущего ремонта.

Во время работы мешалок запрещается проталкивать торф и другие материалы в люки ломами, лопатами и другими предметами, снимать с люка крышку и брать пробу раствора через люк. Вращение лопастей и ротора и лопастей должно быть обязательно проведено перед пуском, крышки люков и отводных патрубков не должны пропускать раствор. Насосы должны иметь предохранительные клапаны.

Работать с реагентами, особенно щелочами и кислотами, необходимо в специальной одежде, включающей резиновые перчатки, очки или специальную маску с очками, респиратор, резиновые фартук и сапоги, с соблюдением правил безопасности при работе с щелочами и кислотами. Следует понимать, что попадание кислот и щелочей на кожу вызывает опасные ожоги. Порошкообразные, и жидкие в виде брызг и тумана кислоты и щелочи раздражают дыхательные пути иногда до язв. При длительной работе с растворами щелочей и кислот без соблюдения правил техники безопасности наблюдаются воспалительные процессы в виде покраснений и язв, кожа становится рыхлой. Попадание щелочей и кислот в глаза может вызвать потерю зрения.

Кожу или одежду, на которую попала щелочь, следует незамедлительно промыть разбавленной кислотой (рекомендуется 10 %-ный раствор уксусной кислоты). Запас такой кислоты должен быть обязательно на месте работ. Для промывки глаз в аптечке должен быть специальный стаканчик и марлевые салфетки. Кожу и одежду очищать от кислоты следует 10 %-ным раствором двууглекислой (чайной) соды.

Все работающие на приготовлении и химической обработке промывочных жидкостей должны пройти вводный инструктаж по технике безопасности, инструктаж на рабочем месте, а также регулярно, в установленные сроки, проходить повторные инструктажи.

А также должны выполняться следующие требования:

Площадка для приготовления раствора по размерам должна обеспечивать удобное обслуживание, иметь прочный настил (пол) из досок толщиной не менее 20 мм и дренажные канавки для отвода жидкости.

Вокруг люка глиномешалки, должен устанавливаться помост шириной не менее расстояния между перилами и трапами к нему.

Люк глиномешалки должен закрываться решеткой с заглушкой. Ячейки решетки могут иметь размер 10х10 см.

Земляные хранилища бурового раствора должны иметь ограждение не менее 1 м или перекрываться настилом.

На стационарной, передвижной и самоходной буровой должны быть освещены следующие объекты:

- а) рабочее место у станка и устье скважины;
- б) полати, площадка для кронблока или подвешенный блок;
- в) двигатель и насос;
- г) лестницы;
- д) слесарный верстак;
- е) приемный мост;
- ж) входы в буровую и отстойники промывочной жидкости;

Самоходные и передвижные буровые установки, питающиеся энергией от двигателя автомобиля, трактора, могут освещаться прожекторами или фарами, направленными к устью скважины, насосу, полатам бурового оборудования. Освещение не должно ослеплять рабочих.

В качестве аварийного освещения должны применяться переносные электрические лампы напряжением до 36 В или переносные керосиновые фонари закрытого типа. Применение факелов и других источников открытого огня для аварийного освещения запрещается.

Современная хозяйственная деятельность человека связана с все увеличивающимся воздействием на окружающую среду. Особую опасность представляют собой отходы производства. Не случайно поэтому, охрана окружающей среды стала одной из важнейших экономических и социальных задач, находящихся под пристальным вниманием.

При бурении промывочными жидкостями на основе механоактивированных порошков торфа должны соблюдаться общие для всех видов бурения, мероприятия по охране окружающей среды.

Буровой агрегат должен проверяться в начале смены машинистом буровой установки и периодически, но не реже одного раза в декаду, буровым мастером.

Результаты проверки следует заносить в буровой журнал, а обнаруженные неисправности устранять до начала работ.

Во время работы буровых станков запрещается:

а) переключать скорости лебедки и вращателя, а также переключать вращение с лебедки на вращатель и обратно до их полной остановки;

б) заклинивать рукоятки управления машин и механизмов;

в) пользоваться патронами шпинделя с выступающими головками зажимных болтов.

Во время спускоподъемных операций запрещается:

а) работать на лебедке с неисправными тормозами;

б) стоять в непосредственной близости от спускаемых (поднимаемых) труб и элеватора;

в) спускать трубы с не полностью завинченными резьбовыми соединениями;

г) производить быстрый спуск на всех уступах и переходах в скважине;

д) держать на весу талевую систему под нагрузкой или без нее при помощи груза, наложенного на рукоятку тормоза или путем ее заклинивания;

е) проверять или чистить резьбовые соединения голыми руками.

Запрещается охлаждать трущиеся поверхности тормозных шкивов водой, глинистым раствором.

Все операции по свинчиванию и развинчиванию сальника, бурильных труб и другие работы на высоте более 1,5 м, требуется производить со специальных полатей и площадок или переносных лестниц, огражденных перилами.

При кратковременных остановках бурения необходимо приподнять бурильные трубы на высоту, исключающую возможность их прихвата.

Подтягивание бурильных труб диаметром 63,5 мм и выше от устья скважины к подсвечнику и обратно, а также к полатам верхового рабочего на расстояние не более 0,7 м должно осуществляться с помощью специальных приспособлений (крючка, захвата и др.).

Находящиеся на полатах крючки для подтягивания, установки свечей за палец должны быть привязаны.

Соединять и отвинчивать вертлюг-сальник от рабочей трубы следует только штанговыми ключами.

После окончания разведочных буровых работ на скважине необходимо выполнить следующее:

а) засыпать все ямы и шурфы, оставшиеся после демонтажа буровой;

б) герметизировать устье скважины;

в) выровнять площадку.

Запрещается:

а) во время подъема бурильных труб очищать их непосредственно руками от глинистого раствора; очистка должна производиться механическим способом;

б) оставлять свечи, не заведенными за палец полатей;

в) составлять свечи бурового инструмента такой длины, что при выполнении спускоподъемных операций верховой рабочий вынужден становиться на перила полатей или работать с лестниц;

г) перемещать в шпинделе бурильные трубы, а также свинчивать и развинчивать их во время вращения шпинделя;

д) поднимать бурильные, колонковые и обсадные трубы из горизонтального положения в вертикальное со скоростью лебедки на прямом канате.

Для ограничения предельной высоты подъема элеватора (фарштуля, талевого блока) и предупреждения затягивания его в кронблок или подвесной блок в вышке или мачте требуется установить противозатаскиватель или на подъемном канате в надлежащем месте должна быть нанесена ясно видимая метка.

Подкладная вилка должна иметь скобу для держания и загнутый кверху конец рукоятки.

При работе лебедкой с помощью рукоятки ручного подъема следует:

а) правильно сочетать действия рукояток ручного подъема и тормоза;

б) по прекращении работы немедленно снять со станка рукоятку подъема.

Перекрепление патронов шпинделя необходимо производить при выключенном вращателе и полной остановке шпинделя.

Разрешается свинчивание и развинчивание рабочего наконечника и извлечение керна из подвешенной колонковой трубы при соблюдении следующих условий:

а) труба удерживается на весу тормозом, управляемым буровым мастером, причем для подвески трубы запрещается применять полуавтоматические элеваторы и фарштули;

б) если расстояние от нижнего конца трубы до пола не более 0,2 м.

При извлечении керна из колонковой трубы запрещается:

а) поддерживать руками снизу колонковую трубу, находящуюся в подвешенном состоянии;

б) проверять рукой положение керна в подвешенной колонковой трубе.

При использовании полуавтоматических элеваторов необходимо:

а) проверять перед началом работы исправность их запоров, упорного подшипника подвесной головки, вращение подвесной головки;

б) содержать элеваторы и наголовники в чистоте;

в) производить операции, связанные с расхаживанием, перемещением и заменой бурового снаряда, только на фарштуле;

г) навинчивать свечу при ослабленном канате;

д) поднимать элеватор по свече, без рывков, со скоростью, не превышающей второй скорости лебедки на прямом канате;

е) довинчивать наголовники ключом или вилкой;

ж) обеспечить буровую бригаду шахтерскими касками. Запрещается применять полуавтоматические элеваторы при работе со свечами "на вынос".

Механизмы для свинчивания и развинчивания бурильных труб должны быть установлены на прочном основании, закреплены и отцентрированы по оси скважины и кронблока.

При свинчивании и развинчивании бурильных труб с помощью механизмов запрещается:

а) держать руками вращающуюся свечу;

б) вставлять или снимать вилки в прорези замка свечи при включенном двигателе механизма;

в) пользоваться ведущими вилками с удлиненными рукоятками без защелок и с разработанными зевами, превышающими размеры прорезей в замках и ниппелях более чем на 2,5 мм;

г) откреплять сильно затянутые резьбовые соединения одновременно с помощью трубных ключей;

д) стоять в направлении усилия водила в начальный момент открытия резьбового соединения.

7.2. Производственная санитария

Используемые в бурении промывочные жидкости в той или иной степени неизбежно загрязняют окружающую среду. Промывочная жидкость и ее компоненты при попадании в грунтовые и подземные воды, поверхностные водоемы, почву и атмосферу отрицательно влияют на окружающую среду. Бурение с промывкой скважин, как правило, связано с применением больших объемов материалов различной степени токсичности и с различным содержанием углеводородных соединений, представляющих опасность для окружающей среды, как флоры, так и фауны. Из практики бурения известно, что почва, подверженная воздействию промывочной жидкости, лишена растительности на долгие годы. Проблемы защиты окружающей среды обостряются, когда бурение ведут вблизи водоемов. В этих условиях возникает опасность отравления большого количества фауны, вследствие попадания в водоемы с поверхности или через проницаемые горизонты, вскрытые скважиной, токсичных компонентов промывочной жидкости. При этом наиболее опасными, с точки зрения токсичности, являются органические составляющие промывочной жидкости с низкой относительной молекулярной массой, соединения хлора, а также поверхностно-активные вещества, нефть и нефтепродукты. В комплекс природоохранных мероприятий при использовании промывочных жидкостей входят предупредительные мероприятия, связанные с рекультивацией земель после окончания бурения скважины. Предупредительные мероприятия сводятся к организации работ, которые бы исключали потери вредных компонентов, уменьшали бы потребность в промывочных жидкостях и их компонентах, загрязняющих окружающую среду. К ним относятся следующие:

а) соответствующая организация транспортировки реагентов и готовых промывочных жидкостей. Такие не сложные меры, как затаривание рассыпных реагентов, максимальное сохранение заводской упаковки, герметизация емкостей, применяемых при перевозке реагентов и промывочных жидкостей, весьма эффективны и не требуют значительных затрат;

б) надежное хранение промывочных жидкостей и всех их компонентов. Предупреждение утечек промывочных жидкостей из желобной системы, предупреждение попадания и перетока дождевых вод через желобную систему;

в) непригодные промывочные жидкости целесообразно складировать в бункерах-накопителях с последующей утилизацией или обезвреживанием;

г) сбор буровых сточных вод с пола буровой. Для этого площадка под буровую установку должна быть подготовлена соответствующим образом;

д) выбор и применение нетоксичных или малотоксичных промывочных жидкостей и материалов для регулирования их свойств;

ж) предупреждение поглощения промывочной жидкости, а при возникновении - быстрая и надежная его ликвидация. Это важно не только с точки зрения предупреждения загрязнения водоносных зон, которые могут использоваться для питьевого и хозяйственного водоснабжения, но и сокращения потерь при транспортировке.

Обязательным условием успешной рекультивации земли после завершения бурения скважины является ликвидация желобной системы с предварительным сбором шлама, удалением из отстойников и приемных емкостей промывочных жидкостей или ее обезвреживанием. В противном случае при засыпке приемных емкостей промывочная жидкость будет вытеснена на поверхность и загрязнит плодородный слой земли.

Безвредный шлам засыпают в отстойниках и приемных емкостей. Шлам, содержащий вредные вещества, необходимо складировать с последующим обезвреживанием и засыпкой. Шлам нефтеэмульсионных растворов следует подвергать высокотемпературной термической обработке.

Все работы, связанные с уничтожением вредных промывочных жидкостей, должны согласоваться с санитарной службой в районе работ.

В настоящее время большое внимание уделяется созданию новых экологически чистых промывочных жидкостей. Торф, крахмал, какао-велла как сырье для приготовления промывочных жидкостей - экологически чистые и безопасные материалы.

7.3. Меры пожарной безопасности

При установке буровой, в радиусе 50 м, рабочая площадка должна быть очищена от валежника, листьев и травы.

Трубы от двигателей и печей должны быть выведены не менее чем на 1,5 м выше откоса буровой и снабжены искрогасителями. При прохождении выхлопной трубы через деревянные конструкции или около них зазор между трубой и конструкцией должен составлять не менее 15 см, а трубу необходимо обернуть асбестом.

Пол под печкой и возле нее на расстоянии 0,5 м, а со стороны топки - 0,7 м должен быть покрыт листовой сталью. У печки стенка буровой должна быть изолирована песком между листом и стенкой буровой слоем не менее 10 см. Расстояние от стенки до печки должно быть не менее 0,7 м.

Для выключения электроэнергии, питающей буровую, требуется предусмотреть отключающее устройство, расположенное снаружи на расстоянии не менее 5 м от буровой.

Запрещается:

- а) в буровой разводить открытый огонь и применять факелы и другие источники открытого пламени для освещения;
- б) утеплять буровую обшивкой легковоспламеняющимися материалами;
- в) располагать электропроводку в буровой в местах возможного ее повреждения буровым снарядом или инструментом при ремонте;
- г) хранить ГСМ в металлических бачках ближе 15 м от буровой, при обшитой вышке высотой более 15 м не ближе 50 м от вышки.

При установке в буровой двигателей внутреннего сгорания под них должен устанавливаться металлический противень для сбора стекающего горючего и масла, которые необходимо систематически убирать.

Пол помещения, в котором устанавливаются двигатели внутреннего сгорания, должен быть защищен от возгорания обивкой листовой сталью по асбесту на расстоянии 0,5 м вокруг двигателя.

Глушитель следует систематически очищать от нагара.

Бак двигателя должен иметь объем, который рассчитан не более чем на 8 ч работы, но не более 50 л.

Запрещается:

- а) работающий двигатель заправлять ГСМ, а также пользоваться открытым огнем при заправке баков с горючим и для определения уровня горючего в баке;
- б) разогревать масло- и топливопроводную систему двигателя открытым огнем (факелами, паяльной лампой) и допускать работу двигателя с неисправной подводкой горючего (подтекание).

Все буровые установки должны быть обеспечены противопожарным инвентарем в следующих количествах:

- огнетушители на буровые вышки с приводом от электродвигателя — один пенный, один углекислотный, на буровые с приводом от двигателя внутреннего сгорания - 2 пенных огнетушителя;
- ящики объемом 0,5 м³ с песком и лопатой - 2 комплекта (один в буровой и один у входа в буровую);
- бочки с водой емкостью 250 литров - 1 шт.

- ведра пожарные - 2 шт.
- комплект шанцевого инструмента (топор, багор, лом) -2 комплекта

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Подгорнов Ю.М. Эксплуатационное и разведочное бурение на нефть и газ – Учеб. пособие для рабочих на производстве. М.: Недра, 1988
2. Овчинников В.П., Грачева С.И., Фролов А.А. – Справочник бурового мастера. – Научно-практическое пособие в 2-х томах. М.: «Инфра-Инженерия», 2006.
3. Рябченко В. И. Управление свойствами буровых растворов. М.: Недра, 1990.
4. Рязанов Я.А. Энциклопедия по буровым растворам. Оренбург: «Летопись», 2005-664с.
5. Ахмадеев Р.Г., Данюшевский В.С. Химия промывочных и тампонажных жидкостей: Учебник для вузов. - М.: Недра, 1981. - 152 с.

6. Круглицкий Н.Н., Агабалянц Э.Г. Методы физико-химического анализа промывочных жидкостей. - Киев: Техника, 1972
7. Малахова А.Я. Физическая и коллоидная химия. - Минск: Высшая школа, 1981. - 304 с.
8. Киреев В.А. Курс физической химии. - М.: Химия, 1975. - 776 с.
9. Ребиндер П.А. Поверхностные явления в дисперсных системах. - М.: Наука, 1979. - 381 с.
10. Дедусенко Г.Я., Иванников В.И., Липкес М.И. Буровые растворы с малым содержанием твердой фазы. - М.: Недра, 1985. - 160 с.
11. Паус К.Ф. Буровые промывочные жидкости. - М.: Недра, 1967. - 310 с.
12. Промывочные жидкости и тампонажные растворы (физикохимия и основы применения) // Булатов А.И., Круглицкий Н.Н., Мариампольский Н.А., Рябченко В.И. - Киев.: Техника, 1974.
13. Грей Дж. Р., Дарли Г.С. Состав и свойства буровых агентов (промывочных жидкостей): Пер. с англ. - М.: Недра, 1985. - 509 с.



**ФГБОУ ВО
УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕР-
СИТЕТ**



ФАКУЛЬТЕТ ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ

Кафедра технологии и техники разведки месторождений полезных ископаемых

М.А. Саламатов, И.В. Малахов

ТЕХНОЛОГИЯ СПЕЦИАЛЬНЫХ ТАМПОНАЖНЫХ РАБОТ

Методические указания к контрольной работе
для студентов специальности

21.05.03 Технология геологической разведки

Екатеринбург 2020

СОДЕРЖАНИЕ

1. Общая характеристика контрольной работы	5
2. Исходные данные для выполнения контрольной работы.....	6
3. Рекомендации по содержанию и методике выполнения контрольной работы7	
3.1 Введение.....	7
3.2 Геологические и гидрогеологические условия сооружения гидроизоляционных ограждений.....	8
3.3 Проектирование технологических параметров и технологических схем сооружения гидроизоляционных ограждений методом тампонажа.....	9
3.3.1 Выбор тампонажного раствора и его физико-механических и реологических параметров	9
3.3.2 Проектирование гидроизоляционных ограждений	9
3.3.3. Определение необходимого количества тампонажных скважин для формирования гидроизоляционного ограждения в водоносном пласте	14
3.3.4. Выбор координат заложения на поверхности земли и профиля тампонажных скважин.....	14
3.3.5. Расчет необходимого количества тампонажных материалов	14
3.4. Технология и технические средства производства тампонажных работ ..	16
3.4.1. Техника и технология бурения тампонажных скважин.....	16
3.4.2. Техника и технология приготовления тампонажного раствора.....	17
3.4.3. Техника и технология тампонажа	17
Список рекомендуемой литературы.....	19
Приложение 1	20
Приложение 2	21
Приложение 3	22

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Контрольная работа является самостоятельной формой изучения теоретических и практических вопросов техники и технологии тампонажа, рассмотренных на лекциях и практических занятиях по дисциплине «Технология специальных тампонажных работ».

Студент должен в контрольной работе самостоятельно разработать технологию тампонажа и технологические схемы производства тампонажных работ, выбрать необходимые технические средства для сооружения гидроизоляционной занавесы в определенных горнотехнических условиях, основываясь на комплексе исходных данных о геологических и гидрогеологических условиях залегания водоносных горизонтов, а также их структурных и фильтрационных параметрах.

Решаемые задачи в контрольной работе по своему содержанию подразделяются на две группы:

- проектирование технологических параметров и технологических схем сооружения гидроизоляционных ограждений способом тампонажа;
- разработка технологии тампонажа и выбор технических средств для производства тампонажных работ.

В соответствии с принятой логической схемой решаемых задач и их взаимной обусловленности рекомендуется следующая структура контрольной работы.

1. Введение
2. Геологические и гидрогеологические условия сооружения гидроизоляционных ограждений
3. Проектирование технологических параметров и технологических схем сооружения гидроизоляционных ограждений методом тампонажа
 - 3.1. Выбор тампонажного раствора и его физико-механических и реологических параметров
 - 3.2. Проектирование гидроизоляционных ограждений
 - 3.2.1. Расчет параметров проницаемости водоносных горизонтов трещиноватых горных пород

- 3.2.2. Расчет геометрических параметров гидроизоляционных ограждений
- 3.2.3. Расчет предельно возможных контуров инъекционных потоков
- 3.3. Определение необходимого количества тампонажных скважин для формирования гидроизоляционного ограждения в водоносном пласте
- 3.4. Выбор координат заложения и профиля тампонажных скважин
- 3.5. Расчет необходимого количества тампонажных материалов
- 4. Технология и технические средства производства тампонажных работ
 - 4.1. Техника и технология бурения тампонажных скважин
 - 4.2. Техника и технология приготовления тампонажного раствора
 - 4.3. Техника и технология тампонажа
 - 4.3.1. Общая технологическая схема тампонажа
 - 4.3.2. Выбор технических средств для тампонажа
 - 4.3.3. Технологические схемы нагнетания тампонажного раствора в водоносные горизонты

Список используемой литературы

Приложения: схема формирования гидроизоляционной занавесы;

схема расположения тампонажных скважин;

общая технологическая схема тампонажа;

технологические схемы нагнетания тампонажного раствора в водоносные горизонты.

Контрольная работа оформляется на бумаге формата 210х297 и брошюруется в следующей последовательности: титульный лист, задание на проектирование, содержание работы, приложения.

2. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Контрольная работа выполняется на основании материалов, собранных в период производственной практики или полученных из архивных фондов производственных и проектных организаций, выполняющих тампонажные работы. Содержание контрольной работы определяется индивидуальным заданием, которое составляется руководителем совместно со студентом в соответствии с

учебной программой дисциплины «Технология специальных тампонажных работ».

Задание по контрольной работе «Технология специальных тампонажных работ» должно содержать следующие исходные данные:

- характеристику капитальной горной выработки, для которой сооружаются гидроизоляционные ограждения;
- характеристику геологического разреза с указанием вида, мощности, физико-механических свойств, категории буримости, гидрогеологических и фильтрационных характеристик горных пород;
- глубины, условия залегания, строение и структуру водоносных горизонтов с оценкой их проницаемости и пластового давления.

В задании также указывается способ условия производства тампонажных работ.

Содержание и форма задания по контрольной работе приводятся в приложении 3.

3. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО СОДЕРЖАНИЮ И МЕТОДИКЕ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

3.1 Введение

Вводная часть контрольной работы содержит сведения о разрабатываемом месторождении полезного ископаемого, а также о географо-климатических и гидрогеологических условиях строительства и эксплуатации капитальных горных выработок в условиях этого месторождения. Дается общая характеристика строящейся капитальной горной выработки (глубина заложения, диаметр), перечисляются водоносные горизонты, пересекаемые горной выработкой, выбираются и обосновываются способы подавления водопритокков. Формулируются задачи, которые необходимо решить в контрольной работе.

3.2 Геологические и гидрогеологические условия сооружения гидроизоляционных ограждений

Проектирование гидроизоляционных ограждений и технологических параметров тампонажа основывается на количественных показателях трещиноватости и гидродинамических характеристиках каждого водоносного горизонта, пересекаемого капитальной горной выработкой. Эти данные устанавливаются путем изучения всех известных геологических документов, а также при проведении специальных гидродинамических исследований методами расходомерии и восстановления давления, определения соотношения проницаемости основных систем трещиноватости горных пород. Для более точной оценки условий производства тампонажных работ, как правило, бурится контрольно-техническая скважина, в которой выполняются геофизические, расходометрические и другие исследования.

При выполнении контрольной работы условия производства тампонажных работ и условия сооружения гидроизоляционных ограждений формулируется на основании материалов, собранных на производственной практике и индивидуального задания на курсовую работу.

Характеристика условий сооружения гидроизоляционных ограждений в водоносном пласте должна содержать следующую информацию:

- глубина залегания кровли водоносного пласта;
- глубина залегания почвы водоносного пласта;
- мощность водоносного пласта;
- структура трещиноватости горной породы;
- коэффициент трещинной анизотропии;
- пластовое давление;
- фильтрационные характеристики водоносного пласта-коэффициент проницаемости и коэффициент фильтрации;
- оценка агрессивности пластовых вод.

3.3 Проектирование технологических параметров и технологических схем сооружения гидроизоляционных ограждений методом тампонажа

3.3.1 Выбор тампонажного раствора и его физико-механических и реологических параметров

При сооружении гидроизоляционных ограждений капитальных горных выработок в водоносных трещиноватых горных породах наиболее целесообразно использовать глиноцементные тампонажные растворы. Состав глиноцементного тампонажного раствора, а также его физико-механические и реологические параметры выбираются с учётом условий производства тампонажных работ на основании лабораторных исследований или справочной литературы. Основные параметры, характеризующие глиноцементные растворы различного состава, приведены в приложении 1.

Для расчета параметров проектируемых гидроизоляционных ограждений необходимо выбрать и обосновать следующие физико-механические и реологические параметры выбранного тампонажного раствора:

- удельная масса, $\gamma \text{ г/см}^3$;
- пластическая (структурная) вязкость, $\eta \text{ Па} \cdot \text{с}$;
- динамическое напряжение сдвига, $\tau_0 \text{ Па}$;
- пластическая прочность стабилизировавшегося тампонажного раствора, $P_m \text{ г/см}^2$.

3.3.2 Проектирование гидроизоляционных ограждений

- Рассмотрим методику проектирования гидроизоляционных ограждений, сооружаемых в трещиноватых водоносных горизонтах для подавления водопритокров при строительстве и эксплуатации шахтного ствола.

Расчет параметров трещиноватости водоносных горизонтов, пересекаемых шахтным стволом

Общая скважность (трещинная пустотность) определяется по формуле:

$$m_T = 49,2 \sqrt[3]{K_{пр}}, \quad (1)$$

где m_T - скважность (трещинная пустотность), долиед;

$K_{\text{пр}}$ - коэффициент проницаемости трещиноватого горизонта, м^2 .

При наличии трещинной анизотропии проницаемость в направлении основных двух систем трещиноватости K_{11} и K_{22} определяется из следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} K_{\text{пр}} = \sqrt{K_{11} K_{22}} ; \\ \varepsilon = \sqrt{K_{11} / K_{22}} ; \end{cases} \quad (2)$$

$$K_{11} = \varepsilon K_{\text{пр}}; \quad (3)$$

$$K_{22} = K_{\text{пр}} / \varepsilon; \quad (4)$$

где K_{11} ; K_{22} – проницаемость основных систем трещиноватости, м^2 ;

ε - коэффициент трещинной анизотропии;

$K_{\text{пр}}$ - коэффициент проницаемости трещиноватого горизонта, м^2 .

Скважность, обусловленная основными системами трещин, можно рассчитать по формулам:

$$m_{\text{т}11} = \frac{m_{\text{т}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}; \quad (5)$$

$$m_{\text{т}22} = \frac{m_{\text{т}}}{1 + \sqrt{3}}; \quad (6)$$

где $m_{\text{т}11}$; $m_{\text{т}22}$ - скважность трещиноватой горной породы, обусловленная основными системами трещин, доли ед.

Раскрытие трещин в каждой основной системе найдем по формулам:

$$h_{11} = 4,83 \sqrt{\frac{K_{11}}{m_{\text{т}11}^2}}; \quad (7)$$

$$h_{22} = 4,83 \sqrt{\frac{K_{22}}{m_{\text{т}22}^2}}; \quad (8)$$

где h_{11} ; h_{22} - среднее раскрытие трещин в главных системах трещиноватости, м.

Расчет геометрических параметров гидроизоляционных ограждений

Гидроизоляционная завеса в водоносном трещиноватом пласте с трещинной анизотропией по простиранию пласта имеет форму эллипса. Поэтому геометрическими параметрами гидроизоляционного ограждения будут полуоси эллипса, направление которых совпадает с направлением основных систем трещин.

Полуоси эллипса, характеризующие размеры гидроизоляционной занавесы относительно вертикальной оси шахтного ствола, определяются по формулам:

$$R_1 = \frac{\alpha h_{11} P_{пл}}{2|P_m|} + R_{ств}; \quad (9)$$

$$R_2 = \frac{\alpha h_{22} P_{пл}}{2|P_m|} + R_{ств}; \quad (10)$$

где $R_1; R_2$ – полуоси эллипса, м;

$R_{ств}$ – радиус шахтного ствола, м;

$P_{пл}$ – пластовое давление, ;

$h_{11}; h_{22}$ – раскрытие трещин в основных системах (при наличии трещин с аномальным раскрытием в расчетах принимается максимально известное раскрытие h_{max}), м;

α – коэффициент запаса прочности, $\alpha = 3$;

P_m – допустимая пластическая прочность тампонажного камня через 10-12 суток после закачки, Па.

Определяется опытным путем по формуле:

$$|P_m| = \frac{P_m}{K}, \quad (11)$$

где P_m – пластическая прочность тампонажного камня при оптимальном составе компонентов, Па;

K – опытный коэффициент, $K = P_m / P_{m \min}$.

Расчет предельно возможных контуров инъекционных потоков

Контур инъекционного потока, формируемого в водоносном трещиноватом пласте с трещинной анизотропией, имеет форму эллипса. Предельно возможные размеры контура будут характеризоваться предельно возможными радиусами распространения тампонажного раствора по направлению полуосей эллипса. Предельно возможные радиусы распространения тампонажного раствора в проницаемые горные породы обусловлены перепадом давления на интервале стенка скважины – контур инъекционного потока, который определяется из условия:

$$\Delta P = P_{снв} - P_k, \quad (12)$$

где ΔP – перепад давления на радиус распространения тампонажного раствора, Па;

$P_{\text{снв}}$ – давление на стенки скважины в интервале проницаемого горизонта, Па;

$P_{\text{к}}$ – давление на контуре инъекционного потока, $P_{\text{к}} = P_{\text{пр}}$ Па.

Предельно возможный контур инъекционного потока определяется предельно возможным перепадом давления на радиусе распространения при нагнетании выбранным насосом. Поэтому, предельно возможный перепад давления для преодоления гидравлических сопротивлений при формировании инъекционного потока рассчитывается по формуле

$$\Delta P_{\text{пр}} = P_{\text{н}} - \Delta P_{\text{тр}} + P_{\text{г}} - P_{\text{к}}, \quad (13)$$

где $\Delta P_{\text{пр}}$ – предельно возможный перепад давления при использовании насоса, создающего давление, Па;

$P_{\text{н}}$ – давление тампонажного насоса, Па;

$\Delta P_{\text{тр}}$ – потери напора при течении тампонажного раствора в нагнетательной системе труб, Па;

$P_{\text{г}}$ – гидростатическое давление столба тампонажного раствора в интервале тампонируемого горизонта, Па;

$P_{\text{к}}$ – давление на контуре инъекционного потока, Па.

Давление тампонажного насоса $P_{\text{н}}$ принимается максимальным согласно его технической характеристике.

Потери напора при течении тампонажного раствора в трубах рассчитываются по формуле:

$$\Delta P_{\text{тр}} = 0,83 \lambda_{\text{т}} \frac{\gamma Q^2 l}{d_{\text{в}}^5}, \quad (14)$$

где $\Delta P_{\text{тр}}$ – потери напора в трубах, Па;

γ – удельный вес тампонажного раствора, $\text{кг}/\text{м}^3$;

Q – объемный расход тампонажного раствора, $\text{м}^3/\text{с}$;

l – длина труб, м;

$d_{\text{в}}$ – внутренний диаметр труб, м;

λ_T – безразмерный коэффициент гидродинамического сопротивления в трубах.

Для вязкопластичной среды безразмерный коэффициент определяется из условия:

$$\lambda_T = \frac{0,3165}{\sqrt{Re^*}}, \quad (15)$$

где Re^* – параметр Рейнольдса,

$$Re^* = \frac{V D_3 \gamma}{\eta g}, \quad (16)$$

где V – среднеобъемная скорость течения, м/с;

D_3 – эквивалентный диаметр сечения канала для труб $D_3 = d_8$, м;

γ – удельный вес тампонажного раствора кгс/м³;

η – пластическая (структурная) вязкость тампонажного раствора, Па·с;

g – ускорение силы тяжести, м/с².

Потери напора при течении в трубах глиноцементного раствора приведены в приложении 2.

Гидростатическое давление столба тампонажного раствора на стенки скважин в интервале водоносного горизонта определяется из выражения:

$$P_r = \frac{\gamma H}{10}, \quad (17)$$

где P_r – гидростатическое давление, Па;

γ – удельный вес тампонажного раствора, кгс/м³;

H – глубина залегания кровли водоносного горизонта, м

Предельно возможные радиусы распространения тампонажного раствора из скважины по направлению развития основных систем трещиноватости будут:

$$r_1 = \frac{h_{11} \Delta P_{np}}{2\tau_0}; \quad (18)$$

$$r_2 = \frac{h_{22} \Delta P_{np}}{2\tau_0}, \quad (19)$$

где $r_1; r_2$ – радиусы распространения тампонажного раствора из скважины по направлению основных систем трещиноватости, м;

$h_{11}; h_{22}$ – раскрытие трещин в основных системах трещиноватости, м;

$\Delta P_{\text{пр}}$ – предельно возможный перепад давления на радиусах распространения, Па;

τ_0 – динамическое напряжение сдвига тампонажного раствора, Па.

3.3.3. Определение необходимого количества тампонажных скважин для формирования гидроизоляционного ограждения в водоносном пласте

Зная форму и геометрические размеры гидроизоляционного ограждения, характеризующиеся $r_{\text{гидро}}^{\text{гидро}}(z)$ и $r_{\text{гидро}}^{\text{гидро}}(z)$, а также форму и геометрические размеры инъекционных потоков, которые характеризуются предельно возможными радиусами распространения тампонажного раствора и $r_{\text{гидро}}^{\text{гидро}}(z)$ из скважины, определяется оптимальное число тампонажных скважин и рациональное их расположение для формирования гидроизоляционного ограждения разрабатывается графическим методом.

3.3.4. Выбор координат заложения на поверхности земли и профиля тампонажных скважин

Координаты заложения тампонажных скважин определяются на плане строительства шахтного ствола, совмещенного с технологическими схемами формирования гидроизоляционных ограждений во всех водоносных горизонтах, пересекаемых стволом.

Для совмещения строительных работ по сооружению гидроизоляционных ограждений закладываются наклонно направленные скважины с заложением на определенном расстоянии от шейки шахтного ствола. Профиль наклонно направленных скважин должен обеспечить подсечение водоносных горизонтов строго в соответствии с разработанными технологическими схемами формирования гидроизоляционных ограждений в каждом водоносном пласте. Профиль и схема расположения наклонно направленных тампонажных скважин разрабатываются на основе геологического разреза.

3.3.5. Расчет необходимого количества тампонажных материалов

Объем нагнетаемого тампонажного раствора через одну скважину для формирования инъекционного потока с предельно возможным контуром определяется из условия

$$V_k = \pi r_1 r_2 M m_T, \quad (20)$$

где V_k – объем тампонажного раствора для нагнетания в одну скважину, ;
 r_1 ; r_2 – радиусы распространения тампонажного раствора из скважины, м;
 M – мощность водоносного горизонта, м;
 m_T – скважность водоносного горизонта.

Объем тампонажного раствора для формирования гидроизоляционного ограждения шахтного ствола в одном водоносном горизонте

$$V_i = V_k \cdot n, \quad (21)$$

где V_i – объем тампонажного раствора для формирования ограждения в том пласте, м³;
 V_k – объем тампонажного раствора для нагнетания в одну скважину, м ;
 n – количество тампонажных скважин для формирования ограждения в готовом пласте.

При формировании ограждений в нескольких водоносных пластах рассчитывается суммарный объем тампонажного раствора

$$\sum V_{т.р.} = \sum_{i=1}^n V_i. \quad (22)$$

Потребный объем базового глинистого раствора для приготовления необходимого объема глиноцементного тампонажного раствора ориентировочно принимается равным его суммарному объему, т.е. $\sum V_{г.р.} = \sum V_{т.р.}$. Тогда потребное количество глины для приготовления необходимого глинистого раствора с заданной плотностью определится по формуле:

$$Q_{г.} = \rho_2 \frac{\rho - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} \sum V_{г.р.}, \quad (23)$$

где $Q_{г.}$ – вес глины, т;
 ρ – заданная плотность глинистого раствора, т/м³;
 ρ_1 – плотность воды, $\rho_1 = 1$ т/м³;
 ρ_2 – плотность сухой глины, $\rho_2 = 2,3 - 2,6$ т/м³;
 $\sum V_{г.р.}$ – потребный объем глинистого раствора, м³;

Необходимое количество цемента при расходе 100 кг/м³ глинистого раствора будет

$$Q_{\text{ц}} = \sum V_{\text{г.р.}} \cdot 100, \quad (24)$$

где $Q_{\text{ц}}$ – вес цемента, кг;

$\sum V_{\text{г.р.}}$ – потребный объем глинистого раствора, м³.

Потребное количество жидкого стекла при расходе 10 кг/м³ определится из условия

$$Q_{\text{ж.с.}} = \sum V_{\text{г.р.}} \cdot 100, \quad (25)$$

где $Q_{\text{ж.с.}}$ – вес жидкого стекла, кг;

$\sum V_{\text{г.р.}}$ – потребный объем глинистого раствора, м³.

3.4. Технология и технические средства производства тампонажных работ

3.4.1. Техника и технология бурения тампонажных скважин

Технологическая схема производства тампонажных работ предусматривает бурение наклонно-направленных тампонажных скважин с поверхности земли. Глубина скважин определяется профилем скважины и глубиной залегания почвы водоносного пласта, в котором сооружается гидроизоляционное ограждение. Диаметр скважины принимается 76 или 93 мм. Устье скважины обязательно закрепляется кондуктором, который цементируется и оборудуется герметизирующим устройством для производства расходометрических работ и, при необходимости, нагнетания тампонажного раствора.

Бурение тампонажных скважин осуществляется техническими средствами для вращательного бурения без отбора керна. Выбор буровых установок, бурового инструмента и технологических параметров режима бурения необходимо производить в соответствии с методикой проектирования бурения геологоразведочных скважин на твердые полезные ископаемые [1]. При этом необходимо выбрать технологические средства и технологию для корректировки профиля тампонажных скважин в процессе их бурения в случае их отклонения от проектного профиля.

3.4.2. Техника и технология приготовления тампонажного раствора

При использовании для сооружения гидроизоляционных ограждений глиноцементного тампонажного раствора целесообразно тампонажный раствор готовить путем введения цемента и структурообразователя в глинистый раствор с необходимыми заданными свойствами. Поэтому оборудование для приготовления тампонажного раствора целесообразно скомпоновать в два независимых технологических комплекса: комплекс для приготовления глинистого раствора из комовой глины и технологический комплекс для приготовления и нагнетания под давлением тампонажного раствора. Необходимо выбрать технические средства и разработать технологические схемы для каждого комплекса. Технологический комплекс для приготовления глинистого раствора следует располагать на площадке с хорошими подъездными путями для доставки глины и с надежной системой водоснабжения. Производительность глинистого комплекса должна соответствовать суточному расходу тампонажного раствора.

При разработке технологии приготовления глинистого и глиноцементного тампонажного растворов согласно [2] необходимо:

- определить источник и дать характеристику исходного глинистого сырья;
- выбрать марку цемента и привести его характеристику;
- в качестве структурообразователя принять жидкое стекло и привести его характеристику;
- выбрать и обосновать параметры исходного глинистого раствора;
- выбрать и обосновать состав глиноцементного тампонажного раствора;
- привести физико-механические и реологические параметры выбранного тампонажного раствора.

3.4.3. Техника и технология тампонажа

При разработке общей технологической схемы тампонажа необходимо прежде всего выбрать способ приготовления тампонажного раствора непосредственно на площадке производства тампонажных работ. Возможны два вари-

анта: раздельное приготовление и нагнетание тампонажного раствора двумя независимыми технологическими комплексами и совмещенный процесс приготовления и нагнетания, реализуемый одним технологическим комплексом [2].

Технические средства для тампонажа выбираются в соответствии с принятой общей технологической схемой тампонажа. При этом необходимо обеспечить выполнение следующих условий:

- максимальное давление цементировочного агрегата или цементировочного насоса должно быть не меньше, чем принято при расчёте предельного контура инъекционного потока;
- расход тампонажного раствора при нагнетании в тампонажную скважину устанавливается из условия минимизации потерь напора и предупреждения гидро-разрыва;
- производительность комплекса для приготовления тампонажного раствора должна соответствовать производительности цементировочного агрегата или цементировочного насоса;
- система нагнетательных труб, состоящая из манифольдного комплекса и колонны бурильных труб, должна обеспечивать процесс тампонажа при максимальном давлении нагнетательного насоса.

Для контроля процесса тампонажа необходимо регистрировать следующие основные технологические параметры: плотность нагнетаемого тампонажного раствора, расход нагнетания и давление нагнетания. Эта задача успешно решается станцией контроля цементирования СКЦ-2М. Возможно также использование отдельных приборов типа манометров, расходомеров, плотнометров и др.

Нагнетание глиноцементных тампонажных растворов при тампонаже трещиноватых горных пород наиболее эффективно производить по зажимной технологической схеме нагнетания, которая позволяет осуществлять формирование инъекционных потоков при заданном высоком давлении в строго определенные водоносные горизонты. Изоляция тампонируемых горизонтов в скважинах осуществляется с помощью съемных пакетирующих устройств или тампонажных

пробок. Верхние водоносные горизонты тампонируются по зажимной схеме с помощью герметизирующего устройства на устье скважины.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Справочник инженера по бурению геологоразведочных скважин: в 2х томах. /Под общей ред. проф. Е.А. Козловского – М.: Недра, 1984 – 512 с. 489 с.
2. Справочник по сооружению шахтных стволов специальными способами /Под общей ред. проф. Н.Г. Трупака. – М.: Недра, 1980. – 390 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Физико-механические и реологические параметры глиноцементных тампонажных растворов

Состав тампонажного раствора	Удельная масса, γ г/см ³	Θ , мг/см ²		P_m , г/см ²			η , Па·с	τ_o , Па
		1 мин	240 мин	1 мин	240 мин	12 суток		
Глинистый раствор ($\gamma = 1,18$ г/см ³) + цемент (100 кг/м ³) + жидкое стекло	1,23	4100	31000	4,7	116,0	1660	$24 \cdot 10^{-3}$	88
Глинистый раствор ($\gamma = 1,20$ г/см ³) + цемент (100 кг/м ³) + жидкое стекло	1,25	4350	35000	5,7	132,0	2150	$42 \cdot 10^{-3}$	140
Глинистый раствор ($\gamma = 1,23$ г/см ³) + цемент (100 кг/м ³) + жидкое стекло	1,28	4870	41000	8,4	262,0	2600	10^{-3}	192

Потери напора при движении тампонажного раствора в буровых
трубах диаметром 50 мм

Расход раствора, л/с	Потери напора (кгс/см ² 100м труб) при движении тампонажного раствора: цемента (100 г/л), жидкого стекла (10 г/л), глинистого раствора плотностью гс/см ³		
	$\gamma = 1,18$	$\gamma = 1,20$	$\gamma = 1,23$
1,0	9,4	12,0	14,7
1,5	9,8	12,7	15,0
2,0	10,3	13,1	15,5
2,5	10,8	13,5	16,0
3,0	11,7	14,1	16,6
3,5	12,5	15,0	17,6
4,0	13,3	16,0	18,9
4,5	14,8	17,6	20,5
5,0	16,8	20,0	23,1
5,5	19,4	22,7	26,1
6,0	22,9	26,0	29,8
6,5	26,3	29,6	33,4
7,0	30,7	33,7	37,9
7,5	35,3	37,3	42,3
8,0	40,1	42,2	47,0

Задание по контрольной работе по дисциплине «Технология специальных тампонажных работ»

студенту группы ТТР _ _ _ _

1. Характеристика геологического разреза с указанием названия, мощности, физико-механических свойств, категории буримости и гидрогеологических условий залегания горных пород.
2. Основные параметры капитальной горной выработки для которой сооружаются гидроизоляционные ограждения
3. Условия залегания водоносных пластов, пересекаемых капитальной горной выработкой:
глубина залегания кровли-
глубина залегания почвы-
угол падения пласта-
4. Характеристика структуры трещиноватости водоносного пласта:
характеристика систем трещиноватости –
коэффициент трещинной анизотропии –
5. Гидродинамические и фильтрационные параметры водоносного пласта:
коэффициент проницаемости –
коэффициент фильтрации –
пластовое давление –
6. Обязательные графические приложения:
 - 1) схемы формирования гидроизоляционных ограждений капитальной горной выработки;
 - 2) схема расположения тампонажных скважин;
 - 3) общая технологическая схема производства тампонажных работ;
 - 4) технологические схемы нагнетания тампонажного раствора в трещиноватые водоносные горизонты.

Задание получил «_ _ _» _ _ _ студент

здание выдал «_ _ _» _ _ _ _ _руководитель

Методическое пособие по выполнению контрольной работы по дисциплине «Технология специальных тампонажных работ» для студентов специальности «Технология и техника разведки месторождений полезных ископаемых».

Автор: Саламатов М.А., проф., к. т. н.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный
университет»

Г. А. Усов

Промывочные жидкости

Методические указания
к практическим занятиям
по дисциплине

«Очистные агенты и тампонажные смеси»
для студентов специальности
21.05.03 Технологии геологической разведки

очного и заочного обучения

Екатеринбург
2020

ВВЕДЕНИЕ

Практические занятия - важнейший элемент подготовки молодого специалиста - предусматривают выполнение студентами под руководством преподавателя самостоятельных заданий, включающих экспериментальные исследования по результатам непосредственного наблюдения изучаемых объектов и процессов.

Главной целью методических указаний является знакомство с теоретическими положениями изучаемой дисциплины, приобретение навыков экспериментальной деятельности, обеспечение глубокого понимания студентами изучаемых явлений, закономерностей и форм их проявления, формирование у будущих специалистов практических умений и навыков в области общинженерной деятельности и овладения специальностью.

В соответствии с требованиями УМС практические работы должны содержать следующие основные элементы:

- теоретическую часть работы, помогающую понять изучаемые процессы или явления, цели и задачи, стоящие перед студентами при выполнении работы;
- методическую часть, целью которой является изучение применяемых и исследуемых образцов и материалов, методик экспериментов, оборудования, приборов, используемых в практической работе;
- экспериментальную часть, в которой осуществляются процессы подготовки образцов (проб), технологические процессы их обработки, снятие характеристик процесса, определение параметров после завершения процесса;
- обсуждение результатов и составление выводов по работе, что позволяет установить, достигнута ли цель, в краткой форме сформулировать основные сведения об изучаемом материале, процессе, явлении.

ОРГАНИЗАЦИЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Перед проведением практических работ студенты должны изучить правила безопасного ведения работ и противопожарной безопасности и после инструктирования их преподавателем расписаться в журнале инструктажа.

Практическая работа выполняется по теме, по которой начитан теоретический материал. Для успешного проведения работы студенты должны обладать минимальным запасом теоретических знаний. Контроль этих знаний проводится преподавателем в виде опроса (в устной или письменной форме), на основе новых информационных технологий (тестов).

Студенты, не получившие допуск, отстраняются от выполнения практической работы, а её выполнение проводится студентом после проверки его знаний индивидуально.

Допуск студентов на последующие практические работы производится после контроля знаний по этой работе, сдачи отчёта и защиты по предыдущей работе.

Подгруппа может разбиваться на бригады по 2-3 человека.

Отчёт должен оформляться по каждой практической работе титульным листом и содержать следующие основные разделы:

- цель и основные задачи;
- теоретическая часть;
- описание установок, приборов, инструмента, материалов, реагентов;
- методика выполнения работы;
- результаты наблюдений;
- анализ результатов исследований и выводы;
- список литературы.

Отчёт должен иллюстрироваться таблицами, графиками, рисунками.

Защита практической работы осуществляется каждым студентом отдельно на очередном занятии после представления отчёта.

Практическая работа 1.

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ГЛИНЫ И ВОДЫ.

Цель работы: Изучить методики определения качества глины, как структурообразователя бурового раствора.

Теоретическая часть

Структурированные промывочные жидкости представляют собой дисперсные системы, состоящие из дисперсионной среды и дисперсной фазы.

В качестве дисперсной среды чаще всего используют воду, а в качестве дисперсной фазы структурообразователи: глинистые минералы, полимеры, конденсированную твёрдую фазу. Наиболее доступным и дешёвым структурообразователем являются глинистые минералы: монтморилонит, иллит, каолинит. Эти листовые силикаты, легко диспергируют вследствие их листовой структуры и гидрофильности в воде на тонкие частицы размером в микрон и менее.

Благодаря наличию некомпенсированного поля межмолекулярных сил и функциональных (полярных) групп с отрицательный зарядом на поверхности частиц происходит адсорбция молекул воды (гидратация частиц) с образованием общей гидратной структуры промывочной жидкости. Прочности структуры (прочность адсорбированного слоя) глинистого раствора, а значит и качество глины определяется суммарно поверхностью частиц (дисперсностью глины) количеством и активностью (гидрофильностью) функциональных групп $\equiv \text{SiO}$
 $\equiv \text{SiOH}$.

Благодаря огромной суммарной поверхности глинистых частиц таких минералов, как монтморилонит, почти вся вода бурового раствора становится адсорбированной (гидратированной). Дисперсная система превращается в гель.

Наиболее легко диспергирует в воде натриевый монтморилонит, представляющий собой совокупность глинистых частиц, состоящих из пакетов двухлистных кремнекислородных тетраэдров, связанных гидроаргилитовым слоем $\text{Al}(\text{OH})^{2+}$. Пакеты

между собой слабо связаны обменными ионами Na которые в воде легко диссоциируют, глинистые частицы расщепляются на более мелкие частицы.

Кальциевые монтмориллониты в связи с более прочными связями пакетов диспергируют значительно труднее, поэтому считаются менее качественными.

Ещё хуже диспергируют в воде (вследствие более прочных связей между пакетами) иллиты и каолиниты.

Существенное влияние на диспергирование глинистых частиц оказывают минеральные компоненты воды, в первую очередь ионы Ca^{2+} и Mg^{2+} . При значительном содержании в воде они способствуют дегидратации (нейтрализации заряда, снижению гидрофильности) частиц и их сшиванию. Поэтому для приготовления глинистых растворов используют воду с общей жёсткостью не более 12-15° (1° жёсткости соответствует 10 мг СаО в 1 л воды). Жёсткость воды определяют титрованием воды с добавкой 2,5 мл аммиачного раствора раствором олеата калия.

$$H^{\circ} = 20 \Pi \cdot \delta, \quad (1.1)$$

где Π - количество раствора олеата калия, израсходованного на титрование, мл, δ - титр олеата калия (количество г в 1 мл).

Таким образом, наиболее качественными глинистыми структурообразователями являются монтмориллонитовые (бентонитовые) глины.

Оценку качества глины для приготовления раствора производят визуальным методом, методом смачивания (по Н. А. Максимовичу) и по выходу раствора (количеству м^3 раствора, вязкостью 25 с).

$$Q_p \gg 630 / (\delta_p - 1000), \quad (1.2)$$

где δ_p - плотность глинистого раствора при условной вязкости 25 с.

Визуальный метод используют для оценки качества комовой глины. Глина считается пригодной, если при естественной влажности и воздушно сухом состоянии:

а) характеризуется большим сопротивлением излому; б) при изломе образует острые края; в) не поддаётся раздавливанию пальцами даже в мелких кусочках; г) даёт тёмную полированную поверхность при резании ножом; д) в эластичном (смоченном

водой) состоянии раскатывается в длинные шнуры, диаметром 1 мм и менее.

Метод смачивания используют для определения качества порошкообразной глины. С помощью этого метода примерно можно определить и минеральный состав глины.

За показатель качества глины принимают условную величину

$$K = t \cdot d, \quad (1.3)$$

где L - время впитывания 1 мл весьма гидрофильного (с высокоэлектроотрицательными атомами) раствора, например, 4 % раствора пиррофосфорнокислого натрия ($\text{Na}_4\text{P}_2\text{O}_7$), d – диаметр смоченной раствором глины, мм.

Благодаря высокой гидрофильности раствор интенсивно всасывается глинопорошком. Чем выше дисперсность и гидрофильность частиц глины, тем быстрее и на более значительное расстояние (большой объём) распространяется раствор. При $K > 300$ глина считается монтмориллонитовой, при $K = 300 - 100$ - иллит-каолинитовой, при $K = 100 - 50$ - каолинит-иллитовой, при $K < 50$ - каолинитовой.

Методическая часть

Для определения качества комовой глины необходимо иметь: исследуемую глину в воздушно сухом состоянии, линейку, перочинный нож.

Для определения качества порошкообразной глины: сито с отверстиями 0,5 мм, фарфоровую чашку с пестиком, 4% раствор пиррофосфорнокислого натрия, пипетку, секундомер.

Для определения качества воды: аммиачный раствор, раствор олеата калия, мензурку 250мл.

Экспериментальная часть

Подгруппа разбивается на четыре бригады. Одна бригада исследует качество комовой глины. Для этого глину подвергают излому, раздавливанию, режут ножом, в пластичном состоянии раскатывают в шнуры. Затем после размельчения глины в фарфоровой чашке определяют показатель K подобно рассмотренному ниже

$$K = t d ,$$

Результаты испытаний заносят в табл.1.

Вторая бригада исследует качество глинопорошка. Для этого порошок просеивают через сито; 40-50 г просеянного глинопорошка высыпают в фарфоровую чашку, уплотняют пестиком и выравнивают его поверхность.

С помощью пипетки в центр чашки вводят по каплям (по мере впитывания) 1 мл 4 % раствора пиррофосфата натрия и засекают время впитывания по секундомеру.

Расстояние нижнего конца пипетки от поверхности глинопорошка должно быть не более 2 см, каждая капля должна направлена в одну точку.

После впитывания последней капли раствора секундомер выключают и линейкой определяют диаметр смоченной поверхности. При неравномерном распространении раствора определяют диаметр в различных направлениях и рассчитывают среднее значение d .

По полученным результатам вычисляют показатель K :

$$K = t d .$$

Одновременно с этим оценивают характер смоченной поверхности: набухание, усадку, толщину увлажнённого слоя.

По показателю K определяют минеральный состав глины. Глины с показателем $K = 100$, а также при явно выраженной усадке смоченной поверхности для приготовления бурового раствора не пригодны.

Полученные результаты необходимо занести в табл.1.

Таблица 1

	Визуальный метод				Метод смачивания			
	Сопротив. излому	Сопротив. раздавливл.	Характер поверх. разреза	Диаметр и длина шнура	t, мин	d, мм	K =	Характер смоченной поверхности

Третья бригада определяет качество воды (её жёсткость).

Для этого: в мензурку ёмкостью 250 мл заливают 50 мл исследуемой воды; добавляют 2,5 мл аммиачного раствора; проводят медленное титрование раствором олеата калия (титр которого известен) до образования стойкой (мелкопузырчатой) пены, сохраняющейся 4-5 мин.

При титровании после очередного прибавления раствора обязательно нужно встряхивать содержимое мензурки.

После образования стойкой пены вычисляют жёсткость воды

$$H^{\circ} = 20 \text{ П } \delta$$

Результаты испытаний занести в табл.2.

Таблица 2

Проба воды	П, мл	δ , град	H° , град	Примечание

Четвёртая бригада определяет качество глины по выходу раствора. Для этого необходимо приготовить 0,5 л глинистого раствора с условной вязкостью 25 с, замерить его плотность и по формуле (2) определить выход раствора

$$Q_p = 630 / (\delta_p - 1000).$$

Анализ результатов исследований. Выводы

На основании заполненных таблиц необходимо определить минеральный состав, сделать выводы о качестве глины и её пригодности для приготовления глинистых растворов, то же Сделать и по отношению к воде.

Практическая работа 2.

ИЗУЧЕНИЕ ГИДРОФИЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ БУРОВЫХ (ГЛИНИСТЫХ) РАСТВОРОВ

Цель лабораторной работы - экспериментально раскрыть теоретические положения о природе структурирования глинистых растворов, получить навыки экспериментальной деятельности, обеспечить глубокое понимание явлений структурирования глинистых растворов.

Структурированные промывочные жидкости при бурении скважин применяют с целью колюматации пор и трещин горных пород, закрепления стенок скважин, представленных рыхлыми и неустойчивыми горными породами, создания противодавления на стенки скважин неустойчивых пород. Структурированные жидкости обладают малой водоотдачей, что предотвращает набухание глинистых пород и их обвалы; обладают высокой несущей способностью, что позволяет выносить с забоя тяжёлый шлам.

Теоретическая часть

"Структура - это совокупность устойчивых связей объекта, обеспечивающая его целостность, т.е. сохранение основных свойств при различных внешних и внутренних изменениях".

В коллоидной химии понятию структура придаётся более широкий смысл. По классификации П. А. Ребиндера для дисперсных систем выделяют два типа структур: кристаллизационный (конденсационный) и коагуляционный (тиксотропный). Если первый тип структур соответствует вышеописанному определению, т. е. представляет собой совокупность устойчивых связей твёрдых частиц с образованием жёсткого каркаса, то второй тип структур представляет собой совокупность неустойчивых связей твёрдых частиц, обеспечивающих устойчивые связи только в состоянии покоя. При течении эти временные структуры (пространственные каркасы) разрушаются.

Таким образом, под структурой дисперсных систем понимают совокупность межмолекулярных связей частиц твёрдой фазы.

Коагуляция частиц (межмолекулярное взаимодействие) возможна лишь на незначительных расстояниях между частицами, измеряемых чаще всего десятками нанометров (т. е. в весьма концентрированных твёрдых дисперсных системах или растворах с гидрофобной твёрдой фазой).

В промывочных жидкостях расстояния между частицами значительно превышают названную величину. В этих системах с гидрофильной твёрдой фазой прочность структуры осуществляется за счёт гидратных слоёв. В зависимости от гидрофильности твёрдой фазы и характера структуры (за счёт коагуляции частиц или за счёт гидратных, адсорбционных слоёв) структуры буровых растворов можно разделить на гидрофобные и гидрофильные. Задачей лабораторной работы является изучение гидрофильной структуры. В качестве структурированных промывочных жидкостей в практике бурения чаще всего применяют глинистые растворы.

Прочность структуры глинистых растворов зависит от количества глинистых частиц в единице объёма (концентрации и дисперсности глины) и их активности (гидрофильности).

Глина - это совокупность глинистых частиц различных фракций и различных минералов (силикатов), чаще всего листовых. Поверхность частиц силикатов представлена кремнекислородными группами (силанольными анионами) $\equiv\text{SiO}^-$. Кислород, как известно, обладает весьма высокой электроотрицательностью, поэтому поверхность частиц оказывается полярной с отрицательным зарядом и способна взаимодействовать с различными катионами, наиболее активно (по исследованиям академика Гедройца) с ионами водорода, который способен вытеснить даже трёхвалентные катионы. В результате нейтрализации полярной группы водородом $\equiv\text{SiOH}^+$ заряд частиц, а следовательно, её активность понижаются.

Под воздействием заряда частиц вокруг *них* образуется плотный гидратный слой четко соориентированных и прочно связанных молекул-диполей воды. Гидратный слой обладает высокой прочностью, в результате чего и промывочная жидкость становится более вязкой с прочной структурой. Прочность

гидратного слоя (прочность межмолекулярных связей воды) зависит от его толщины

$$f = \frac{c}{r^7} \quad (2.1)$$

где r - толщина слоя.

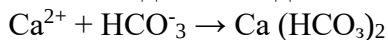
Чем больше глинистых частиц и меньше расстояния между ними (тоньше гидратный слой), тем прочнее структура промывочной жидкости.

Качество глины определяется как её способностью диспергировать в воде, так и количеством функциональных групп ($\equiv\text{SiO}^-$; $\equiv\text{SiOH}^-$) и их активностью. Наиболее интенсивно диспергируют в воде натриевые монтмориллониты, пакеты которых связаны слабыми одновалентными катионами Na^+ , легко диссоциирующими в воде. Труднее диспергируют кальциевые монтмориллониты.

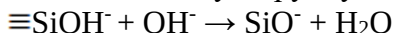
С целью удаления или замены натрием обменных катионов Ca^{2+} , сшивающих пакеты глинистых частиц в глинистый раствор добавляют щелочные электролиты, способные взаимодействовать с катионами Ca^{2+} и образовывать нерастворимые соли. Наряду с удалением ионов Ca^{2+} щёлочи способны удалять водородный экран и переводить малоактивные функциональные группы $\equiv\text{SiOH}^-$ более активные $\equiv\text{SiO}^-\text{Na}^+$.

Пример: В воде кальцинированная сода диссоциирует на ионы

$\text{H}_2\text{O} + \text{Na}_2\text{CO}_3 \rightarrow \text{HCO}_3^- + \text{OH}^- + \text{Na}^+ \text{HCO}_3^-$ взаимодействует с обменными катионами и выпадает в осадок



Оксигруппа OH^- взаимодействует с водородом функциональной группы и образует воду, а функциональная группа OH переходит в более активную группу $\equiv\text{SiO}^-$



Вследствие этого при обработке глинистого раствора щёлочью стабильность (агрегативная и седиментационная устойчивость) раствора повышается.

Однако с увеличением щёлочи увеличивается не только концентрация оксигруппы OH^- , но и концентрация катионов (в

частности Na^+), которые при избытке щёлочи способствуют нейтрализации (снижению) гидрофильности глинистых частиц. Поэтому щёлочность глинистого раствора должна контролироваться специальными приборами.

Кроме качества глины, на прочность структуры оказывает влияние её концентрация. Суммарная энергия взаимодействия молекул воды с поверхностью глинистой частицы определяется суммой энергий ориентационного и электростатического взаимодействий.

$$U = \frac{m e \mu}{2} + \frac{2 n \mu^4}{3 r^6 R T}, \quad (2.2)$$

где e – заряд иона частицы, μ – дипольный момент частиц, m – число взаимодействующих ионов.

Для разбавленных растворов (при расстояниях, превышающих действие межмолекулярных сил) между частицами и молекулами воды действуют только электростатические силы

$$f = \frac{m e \mu}{r^3} = \frac{m e \mu C}{V_{\text{cp}}}, \quad (2.3)$$

где

$$r = \sqrt[3]{\frac{V}{n}} = \sqrt[3]{\frac{V_{\phi} V}{V_{\text{cp}}}} = \sqrt[3]{\frac{V_{\text{cp}}}{C}}$$

Здесь V – объём раствора, n – число глинистых частиц, V_{cp} – объём одной усреднённой частицы, V_{ϕ} – объём всех частиц, C – концентрация глины в растворе.

Из формулы (2.3) следует, что для разбавленных растворов прочность структуры прямо пропорциональна концентрации глины и обратно пропорциональна объёму частиц.

В концентрированных растворах (при расстояниях действия межмолекулярного взаимодействия r)

$$f = \frac{2 n \mu^4}{r^7} = 2 n \mu^4 \left(\frac{C}{V_{\text{cp}}} \right)^{7/3}, \quad (2.4)$$

Методическая часть

Основными показателями гидрофильной структуры глинистых растворов являются величина статистического напряжения сдвига (прочность структуры), водоотдача и стабильность.

Статистическое напряжение сдвига определяют по прибору СНС-2, представляющему из себя два соосных цилиндра (стакана, устанавливаемого на вращающемся столике и боба с рифлённой боковой поверхностью, подвешенного внутри стакана на упругой нити к кронштейну). Стакан через редуктор с частотой вращения 0,2 об/мин приводится в движение от электродвигателя.

Водоотдачу бурового раствора определяют по прибору ВМ-6, имеющему фильтрационный и напорный узлы. Фильтрационный узел состоит из фильтрационного стакана и основания, между которыми устанавливают фильтр. В основании просверлен канал, перекрываемый пробкой.

Напорный узел состоит из напорного цилиндра с тарелкой и клапаном для слива масла и плунжера - груза со шкалой.

Стабильность раствора определяют по суточному отстою в мензурке (в % осветлённой части раствора) и разности плотностей раствора в нижней и верхней частей цилиндра ЦС-I после отстоя его в течение суток

$$C = \rho_{\text{н}} - \rho_{\text{в}}$$

Порядок измерения статистического напряжения сдвига: 1) с помощью регулировочных винтов добиваются соосности подвешенного на кронштейне цилиндра и стакана; 2) подвесную головку нити приподнимают и поворачивают до полного совмещения нуля риски с риской указателя (закреплённого на кронштейне); 3) заполняют стакан раствором (при этом не следует смачивать верхний торец цилиндра); 4) путём поворота цилиндра в стакане перемешивают раствор и оставляют его в покое на 1 мин; 5) через минуту включают двигатель и после полной остановки поворота лимба берут отсчёт угла поворота; 6) таким образом, (после перемешивания раствора и минутной выдержки) берут три замера и определяют среднее значение угла поворота $\varphi_{\text{ср}}$; 7) вычисляют СНС по формуле $\theta = K\varphi_1$; 8) аналогичным способом замеряют СНС через 10 мин покоя $10 = K\varphi_{10}$. Коэффициент упругости нити $K = 1,26$.

Порядок измерения водоотдачи: 1) насухо протереть все детали прибора; 2) смочить два листа фильтровальной бумаги и отжать влагу между листами; 3) уложить фильтром (а сверху них резиновую прокладку) в гнездо основания; 4) закрепить стекай в

основании; 5) установить пробку; 6) заполнить стакан раствором; 7) закрепить напорный цилиндр на стакане; 8) закрыть клапан напорного цилиндра; 9) заполнить цилиндр маслом; 10) вставить плунжер; 11) с помощью клапана спустить масло в тарелку до совпадения нуля шкалы с риской на верхней части цилиндра, после чего клапан закрыть; 12) извлечь пробку в основании прибора; 13) включить секундомер, через 30 мин взять отсчёт по шкале прибора; 14) с помощью клапана слить масло в тарелку; 15) снять плунжер; 16) отсоединить напорный цилиндр от стакана и слить масло из тарелки в ведро; 17) вылить масло и раствор из стакана, ополоснуть стакан; 18) нельзя ополаскивать детали напорного узла.

Щелочность бурового раствора определяют по лакмусовой бумаге или с помощью специального прибора рН-метра, основанного на способности одного из его электродов в зависимости от концентрации водородных ионов изменять потенциал. Потенциал другого электрода (электрода сравнения) остаётся постоянным.

В результате изменения потенциала измерительного электрода создаётся меняющаяся с изменением рН разность потенциалов, которая с помощью электронного усилителя усиливается и фиксируется прибором со шкалой, протарированной в единицах рН.

В качестве измерительного электрода используют стеклянную трубочку с толщиной стенки 0,01 мм, заполненную 0,1N раствором HCl , в которую помещён вспомогательный хлорсеребряный электрод. Стеклянный электрод имеет отрицательный заряд. С увеличением концентрации катионов водорода заряд постепенно нейтрализуется, потенциал электрода понижается.

В качестве электрода сравнения используют каломельный электрод, состоящий из металлической ртути, покрытой каломелью Hg_2Cl_2 , и погруженный в насыщенный раствор KCl .

Экспериментальная часть

Для проведения лабораторной работы заранее приготавливают пасту из бентонитового глинопорошка на пресной воде при соотношении бентонита и воды 1:1 по массе.

Из приготовленной пасты студенты на миксере готовят 15 % глинистый раствор на водопроводной воде.

Подгруппа разбивается на 3-6 бригад. Каждой бригаде выдаётся задание:

1-й бригаде - измерить статическое напряжение СНС «водоотдачу В и рН необработанного раствора;

2-й бригаде – 15 % раствор обработать кальцинированной содой из расчёта 2 % соды от содержания глины, раствор перемешать (в течение 5 мин) и после этого измерить СНС, В и рН;

3-й бригаде - разбавить 15 % глинистый, обработанный щёлочью раствор до 10 % и после перемешивания измерить СНС, В и рН;

4-й бригаде - разбавить 15 % глинистый, обработанный щёлочью раствор, до 5 % и после перемешивания измерить СНС, В и рН;

5-й бригаде разбавить 15% глинистый обработанный раствор до 2% и после перемешивания измерить СНС, В и рН.

Полученные бригадами замеры занести в табл. 2.1.

Таблица 2.1

№	Необраб. 15 % глинистый раствор	15 % обраб. щелочью глинистый раствор	10 % обраб. щелочью глинистый раствор	5 % обраб. щелочью глинистый раствор	2 % обраб. щелочью глинистый раствор	Примечание
ПаН						

По экспериментальным данным необходимо построить графики зависимости статического напряжения сдвигу (прочности структуры) от концентрации глины $\theta = \varphi(C)$, $V = \varphi(C)$, $pH = \varphi(C)$.

Обсуждение результатов. Выводы

На основании таблицы и графиков необходимо сделать выводы о целесообразности обработки глины кальцинированной содой, о влиянии концентрации глины в растворе на статическое напряжение сдвига, водоотдачу, а также выводы о соответствии экспериментальных результатов теоретическим.

Практическая работа 3.

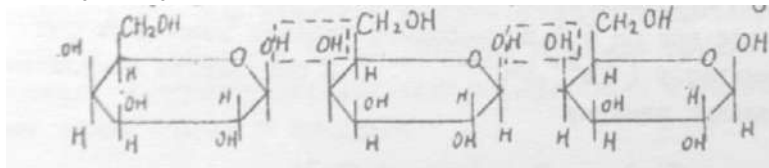
ИЗУЧЕНИЙ ГИДРОФИЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ БУРОВЫХ (ПОЛИМЕРНЫХ) РАСТВОРОВ.

Цель работы: экспериментально доказать теоретические положения о природе структурирования полимерных растворов, получить навыки экспериментальной деятельности, обосновать глубокое понимание явление структурирования полимерных растворов.

Теоретическая часть

Полимерами называют соединения, молекулы которых состоят из большого числа атомных групп (звеньев), соединённых химическими связями в длинные цепи и сетки. Полимеры обладают гибкостью цепи, т.е. способностью звеньев под воздействием силового электрического поля какого-либо тела или соседних цепей вращаться относительно друг друга. Все полимеры, в зависимости от состава, подразделяют на органические и неорганические, органические - на природные и синтетические. К неорганическим полимерам можно отнести листовые силикаты. Наиболее широкое применение для приготовления промывочных жидкостей из органических природных полимеров получили производные целлюлозы, а из синтетических производные полиакриловой кислоты.

Целлюлоза (клетчатка) $C_6H_7O_2(OH)_3$ - природный полисахарид, образованный в результате поликонденсации Д - глюкозы $C_6H_{12}O_6$



Это главная составная часть клеточных стенок растений, обуславливающая их прочность. Получают целлюлозу путём растворения древесины и выделения из неё лигнина при сульфидной, сульфатной или щелочной варке. В промышленности целлюлоза используется для получения химических волокон (вискозного, ацетатного), пластмасс, целлофана, бумаги, пороха, лаков и др.

В чистом виде целлюлоза в воде не растворяется вследствие наличия в макромолекуле большого количества оксигрупп, способных с атомами водорода соседних макромолекул образовывать прочные водородные связи. Для возможности растворения целлюлозы в воде часть оксигрупп замещают гидрофобными группами (что позволяет снизить прочность их молекулярных водородных связей) или более гидрофильными (полярными) функциональными группами.

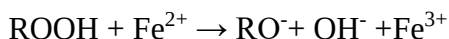
*поликонденсация - процесс образования макромолекул с выделением воды.

По первому варианту путём замещения части оксигрупп OH^- гидрофобной метиловой группой $^-\text{OCH}_3$ получают метилцеллюлозу (ММЦ) $\text{C}_6\text{H}_7\text{O}_2(\text{OH})_{3-x}(\text{OCH}_3)_x$ оксиэтильной группой – оксиэтилцеллюлозу и т. д.

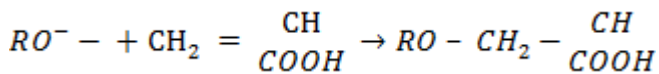
По второму варианту путём замещения части оксигрупп OH^- гидрофильной карбоксиметильной группой $^-\text{OCH}_2\text{COONa}$ получают карбоксиметилцеллюлозу (КМЦ) $[\text{C}_6\text{H}_7\text{O}_2(\text{OH})_{3-x}(\text{OCH}_2\text{COONa})_x]_n$, сернокислой группой $^-\text{OSO}_3\text{Na}$ -сернокислый эфир целлюлозы (СЭЦ) $[\text{C}_6\text{H}_7\text{O}_2(\text{OH})_{3-x}(\text{OSO}_3\text{Na})_x]_n$ и т. д.

Путём комбинаций первого и второго вариантов получают метилкар-боксиметилцеллюлозу (МКМЦ) $[\text{C}_6\text{H}_7\text{O}_2(\text{OH})_{3-x-y}(\text{OCH}_3)_x(\text{OCH}_2\text{COONa})_y]_n$ и т.д. Группа $^-\text{COONa}$ КМЦ так же, как и соли Na_2CO_3 активно взаимодействует с двухвалентными металлами Ca^{2+} , Mg^{2+} с образованием нерастворимой КМЦ (соли), поэтому в агрессивных средах при наличии катионов Ca^{2+} и Mg^{2+} КМЦ не применяется. Более устойчивы в этих средах ММЦ, СЭЦ, ОЭЦ, МКМЦ.

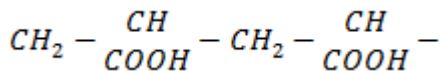
Полиакриловая кислота $[\text{CH}_2\text{CHCOOH}]_n$. - синтетический карбоцепной полимер, который получают путём радикальной полимеризацией акриловой кислоты в воде при $\text{pH} \leq 6,5$. Свободный радикал возникает под воздействием инициаторов (Fe^{2+} , CR^{2+}) в результате окислительно-восстановительных реакций



Этот радикал реагирует с двойной связью молекулы мономера и образует более сложный радикал

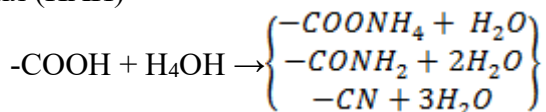


способный взаимодействовать со следующей молекулой мономера и т.д.



Как и все кислоты, полиакриловая кислота ухудшает качество промывочных жидкостей (в первую очередь структурно-механические свойства), повышает водоотдачу, поэтому для обработки буровых растворов полиакриловая кислота не применяется.

В качестве структурообразователей используют соли полиакриловой кислоты, которые получают путём этерификации (нейтрализации) полиакриловой кислоты спиртом. Так, при этерификации полиакриловой кислоты нашатырным спиртом получают полиакриламмонит, полиакриламид (ПАА), полиакрилонитрил (ПАН)



Хорошими структурообразователями являются и сополимеры: метас, М-14, лакрис 20. Метас - термостойкий сополимер метакриловой кислоты и метакриламида, М-14 - термостойкий сополимер метакриловой кислоты и метилметакрилата, лакрис - модификация сополимера М-14.

Качество полимера, как структурообразователя, определяется длиной макромолекулы (степенью полимеризации - количеством звеньев мономеров в цепи), количеством функциональных групп и их гидрофильностью (полярностью).

Полярность функциональной группы обусловлена величиной электроотрицательности её атомов. Под воздействием электроотрицательности электронное облако атомов группы с меньшей электроотрицательностью смещается в сторону атомов с большей электроотрицательностью, что и приводит к поляризации группы. Энергия полярной группы определяется разностью электроотрицательностей отрицательно и положительно заряженных ионов группы в квадрате

$$E = \frac{(n\Xi_1 - \Xi_2)^2}{2},$$

где Ξ_1 - электроотрицательность отрицательно заряженного, а Ξ_2 - положительно заряженного атома, n - число отрицательно заряженных атомов в группе.

Функциональные группы с малой разностью электроотрицательностей атомов являются гидрофобными.

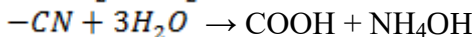
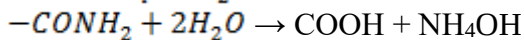
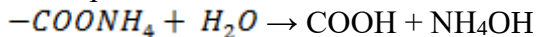
Наиболее высокой электроотрицательностью обладают анионы фтора ($\Xi_1 = 4$), кислорода ($\Xi_1 = 3,5$), азота ($\Xi_1 = 3,07$), хлора ($\Xi_1 = 3$). Наиболее низкой электроотрицательностью - одновалентные катионы калия ($\Xi_2 = 0,91$) и натрия ($\Xi_2 = 0,93$). Следовательно, полимеры, имеющие в функциональных группах кислород и азот, весьма гидрофильны.

Причём, чем больше их атомов в группе, тем более гидрофилен полимер. Поэтому для приготовления промывочных жидкостей чаще всего применяет полимеры с кислородо- и азотосодержащими функциональными группами.

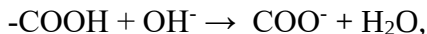
Повысить гидрофильность функциональной группы можно путём устранения экрана катионов или их замены на менее электроотрицательные катионы.

С этой целью прибегают к гидролизу (разложению воды) полимера с образованием кислоты и спирта - процессу этерификации.

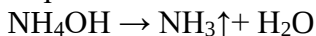
Так, при гидролизе производных полиакриловой кислоты (в щелочной среде) получают полиакриловую кислоту, которая в щелочной среде теряет водород и превращается в весьма гидрофильный полимер



В щелочной среде карбоксильная группа переходит в более активную группу



а гидроксид аммония разлагается на аммиак и воду



Так, в результате гидролиза ПАА получают более активный полимер ГПАА и его разновидности РС-1, РС-2, РС-4. В результате гидролиза полиакрилонитрила - ГиПАН и его разновидности: К-4, К-9, "нитрон"



Методическая часть

Основными показателями прочности структуры полимерных растворов, так же, как и для глинистых растворов, являются статическое напряжение сдвигу, водоотдача и рН. Приборы для определения этих показателей рассмотрены в предыдущей работе.

Экспериментальная часть

Подгруппа разбивается на 3-5 бригад. Каждой бригаде выдаётся индивидуальное задание.

1-й бригаде - приготовить миксером 0,5; 1,0; 1,5% растворы КМЦ, определить СНС, водоотдачу и рН растворов.

Результаты занести в табл.1.

Таблица 3.1

	1-я бригада			2-я бригада			3-я бригада			4-я бригада			5-я бригада		
	КМЦ %			ПАА %			ОЭЦ %			Метас %			Гипан %		
	0,5	1,0	2	0,5	1,0	2	0,5	1,0	2	0,5	1,0	2	0,5	1,0	2
θ , Па В, см ³ /30мин рН															

2-й бригаде - приготовить 0,5; 1,0; 2% растворы ПАА, определить показатели СНС, водоотдачу и рН, результаты занести в табл.1.

3-й бригаде - приготовить 1,0; 2,0; 3% растворы метаса, определить СНС, водоотдачу и рН, результаты занести в табл. 3.1.

4-й бригаде - приготовить 0,5; 1,0; 2% растворы метаса, определить СНС, водоотдачу и рН, результаты занести в табл. 3.1.

5-й бригаде - приготовить 0,5; 1,0; 2% растворы гипана, определить СНС, водоотдачу и рН растворов, результаты занести в табл. 3.1.

По экспериментальным данным необходимо построить графики зависимости СНС, водоотдачи и рН от концентрации полимера

Обсуждение результатов. Выводы

На основании таблицы и графиков необходимо сделать выводы о влиянии концентрации полимеров на показатели θ , В, рН, о соответствии зависимостей с теоретическими положениями, о возможности использования полимерных растворов в качестве промывочных жидкостей при следующих условиях $\text{СНС} = 0,5 \div 1 \text{ Па}$, $\text{В} = 5-10 \text{ см}^3/30 \text{ мин}$.

Практическая работа 4.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЯЗКОСТИ БУРОВЫХ РАСТВОРОВ

Цель работы: экспериментально определить зависимость вязкости буровых растворов от концентрации твёрдой фазы, скорости течения плотности и сечения потока.

Теоретическая часть

Вязкость (внутреннее трение) - свойство жидкостей оказывать сопротивление при её течении.

Вязкость - один из важнейших показателей промывочных жидкостей - существенно влияет на эффективность бурения горных пород. Вязкие структурированные растворы способствуют коагуляции пор и трещин в горной породе, закреплению стенок скважин в рыхлых и неустойчивых горных породах; вязкие растворы имеют малую водоотдачу, а, следовательно, предотвращают насыщение пористой глинистой породы водой, её набухание и обвалы стенок скважин. Вязкие растворы обладают высокой несущей способностью и применяются при бурении горных породообразующих шлам высокой плотности.

Природа вязкости промывочных жидкостей та же, что и прочность структуры - межмолекулярное взаимодействие молекул воды и частиц твердой фазы. Поэтому зависимости

вязкости от концентрации твёрдой фазы, температуры и размеров сосудов (диаметра труб, зазора между трубами и стенками скважин, в котором находится или протекает жидкость) те же, что зависимости прочности структуры от этих величин. Однако вязкость не всегда соответствует статическому напряжению сдвига. Так, например, в малоглинистых, активированных растворах, растворах с гидрофильной структурой вязкость значительно ниже, чем СНС, так как при движении жидкости вследствие дезориентации молекул взаимодействие между ними снижается, а в растворах с гидрофобной структурой вязкость значительно выше, чем СНС, так как при течении воды вследствие дезориентации молекул толщина гидратных оболочек уменьшается, а сила межмолекулярного взаимодействия частиц возрастает.

При обработке малоглинистых растворов гибкими полимерами (например, метасом) при повышении концентрации полимера в небольших объёмах СНС понижается (за счёт повышения толщины гидратного слоя), а вязкость повышается. Дело в том, что полярные (функциональные) группы полимера (по закону полярностей Ребиндера) поворачиваются в сторону фазы с большей полярностью. При течении раствора молекулы воды дезориентируются (движутся более хаотично) полярность воды понижается и полярные группы поворачиваются в сторону более полярной поверхности глинистых частиц, а гидрофобной в сторону воды. В результате частицы становятся более гидрофобными и, как следствие, вязкость раствора сначала возрастает (до некоторого предела концентрации полимера, а затем при образовании второго слоя полимера понижается.

За единицу вязкости принимают касательные усилия при течении жидкости, приходящиеся на единицу площади (касательные напряжения, Па) при разности скоростей между слоями равно $dv = \text{м/с}$ и расстояние между ними $dr = 1 \text{ м}$.

Для ньютоновских жидкостей

$$\tau = \eta \frac{dv}{dr} = |\eta|, \quad (4.1)$$

где η - коэффициент вязкости.

Для бингамовских (вязкопластичных) жидкостей (глинистых растворов)

$$\tau = \tau_0 + \eta \frac{dv}{dr} \quad (4.2)$$

где τ_0 - динамическое напряжение сдвига, η - коэффициент пластической вязкости.

Коэффициент пластической вязкости при использовании вискозиметра ВСН-3 определяют из соотношения

$$\eta = (\varphi_{600} - \varphi_{300}), \text{ Па} \cdot \text{с} \quad (4.3)$$

а динамическое напряжение сдвига

$$\tau_0 = 0,3(2\varphi_{300} - \varphi_{600}), \text{ Па} \quad (4.4)$$

где φ - угол поворота лимба, град, вискозиметра ВСН-3.

Вязкость структурированных жидкостей можно определить и по формуле

$$\tau = \eta_{эф} \frac{dv}{dr}, \text{ Па}, \quad (4.5)$$

где

$$\eta_{эф} = \eta + \tau_0 / \frac{dv}{dr}, \quad (4.6)$$

Вязкость (касательные напряжения сдвига) псевдопластичных жидкостей (активированных малоглинистых, полимерных, полимерглинистых растворов) при $\eta = 600$ об/мин определяют по степенному закону

$$\tau_{600} = \eta_c \frac{v^n}{r}, \quad (4.7)$$

С другой стороны касательные напряжения можно выразить через коэффициент трения и радиальное давление жидкости

$$\tau_{600} = fP \quad (4.8)$$

В соответствии с законом Бернулли у стенок внутреннего цилиндра (боба) вискозиметра ВСН-3, где $V = 0$

$$P_0 = \text{const} - \frac{\rho v^2}{2} = \text{const} \quad (4.9)$$

у стенок вращающегося внешнего цилиндра $v = v_{\text{ц}}$

$$P_{\text{ц}} = \text{const} - \frac{\rho v_{\text{ц}}^2}{2} \quad (4.10)$$

тогда радиальное давление

$$P = P_0 - P_{\text{ц}} = \frac{\rho v_{\text{ц}}^2}{2} \quad (4.11)$$

При $V_0 = V_{\text{ц}}$ $P = 0$

Из уравнений (4.7), (4.8) и (4.11)

$$f = \frac{\eta_c \left(\frac{v}{r}\right)^n}{\rho \Delta v^2} = \frac{\eta_c}{\rho \Delta v^2 - n r^n} = \frac{\eta_0 C^{7/8}}{\rho \Delta v^2 - n r^n}, \quad (4.12)$$

где η_0 - показатель вязкости.

Таким образом касательные напряжения сдвига определяются двумя показателями коэффициентом трения f , (межмолекулярного взаимодействия молекул воды и частиц твёрдой фазы), зависящим от концентрации твёрдой фазы, скорости течения и размеров труб с одной стороны и радиального давления $P = \rho v^2 / 2$ с другой стороны.

При повышении скорости течения коэффициент трения понижается и тем интенсивнее, чем меньше показатель степени (чем ниже гидрофильность глинистых частиц, выше глиноёмкость раствора). При некоторой значительной концентрации, когда молекулярные связи между частицами окажутся выше, чем с поверхностью частиц, скорость течения по всему сечению потока окажется одинаковой $V = V_{\text{ц}}$ радиальное давление снизится до нуля, следовательно, взаимодействие молекул воды со стенками трубы возрастает, и раствор будет перемещаться в трубе как твердое тело. Энергия затрачивается только на трение раствора о трубу $\tau = f r P_0$, и касательные напряжения не будут зависеть от скорости течения ($n=0$, $\tau = \tau_0 = \text{const}$).

Методическая часть

Таким образом, основными показателями вязкости бурового раствора являются: для бингамовских (глинистых) растворов - динамическое напряжение сдвигу τ_0 и пластическая вязкость, для псевдопластичных (полимерных) растворов - эффективная вязкость.

Все эти показатели определяют по прибору - вискозиметру ВСН-3.

В полевых условиях пользуются условной величиной вязкости, определяемой по времени истечения 500 см³ раствора из воронки через трубку с внутренним диаметром 5 мм.

Вискозиметр ВСН-3 состоит из станины, внутри которой в нижней части установлен двигатель для привода (через редуктор) гильзы для измерения вязкости раствора, а в верхней части - двигатель для вращения этой же гильзы при определении СНС (с частотой 0,2 об/мин). Внутри гильзы на стержне, установленном в станине на подшипниках, подвешивается подпружинный цилиндр с рифлёной поверхностью (боб). В процессе измерения гильза вводится в стакан с исследуемым буровым раствором при подъёме телескопического столика. На стержне боба закреплён лимб с делениями (в градусах). Редуктор нижнего двигателя с помощью переключателя позволяет менять частоту вращения гильзы (200,300,400,600 об/мин).

П о р я д о к и з м е р е н и я в я з к о с т и .

1. Заполнить стакан исследуемым раствором до риски, установить его на подъёмном столике, поднять столик до упора и зафиксировать его поворотом по часовой стрелке. 2. Установить переключатель в положение 600 об/мин и включить двигатель. 3. Выждать 2-3 мин (до полной остановки лимба), взять отсчёт по лимбу f_{600} и отключить двигатель. 4. Переключатель установить в положение $n=300$ об/мин и включить двигатель. 5. После полной остановки лимба взять отсчёт f_{300} .

По полученным значениям в соответствии с формулами (4.3-4.6) определяем пластическую вязкость, динамическое напряжение сдвига, эффективную вязкость и вязкость раствора при 600 об/мин. Вязкость раствора при других числах оборотов гильзы можно определить по формуле

$$T = K \cdot \varphi_n \quad (4.13)$$

коэффициент K приводится в паспорте вискозиметра.

Статическое напряжение сдвига определяют при 0,2 об/мин после перемешивания раствора при $n = 600$ об/мин и выдержки после перемешивания в течение 1 мин и 10 мин.

Показания шкалы снимают в момент максимальных значений перед разрушением структуры

$$\theta = K \cdot \varphi_n \quad (4.14)$$

Экспериментальная часть:

Из приготовленной заранее пасты черногорского глинопорошка миксером приготавливают 2 л 20 % глинистого раствора, обработанного (2 % от веса с чистой глины) кальцинированной содой.

Группа студентов разбивается на 3-6 бригад. Каждой бригаде выдаётся индивидуальное задание.

1-й бригаде: определить зависимость вязкости глинистого раствора от концентрации глины. Для этого отлить из общей ёмкости 0,3 л. раствора и разлить его в пять частей: 120, 90, 60, 30 мл, разбавить водой четыре последних до 120 мл, получив таким образом по 120 мл: 20, 15, 10, 5 и 2%-х глинистых растворов.*

Для каждого раствора определить по формуле (4.6) значение τ_{600} и формуле (4.14) значения θ .

Полученные значения занести в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Показатели τ_{600} и θ глинистого раствора при концентрации глины									
20%		15%		10%		5%		2%	
	600		600		600		600		600

По полученным данным построить график зависимости $\tau_{600} = \varphi(C)$, $\theta = \varphi(C)$.

2-й бригаде: определить зависимость вязкости глинистого раствора от скорости вращения цилиндра вискозиметра. Для этого из общей ёмкости отлить 150 мл 20 %-го глинистого раствора, определить по формулам (4.13) и (4.14) значения τ и θ при различной скорости вращения цилиндра: 0,2; 200; 300; 400; 600 об/мин. Затем в 2 раза разбавить раствор водой (до 10 %) и вновь замерить эти показатели.

*Для сокращения времени приготовления растворов получить требуемые растворы можно путём последовательного разбавления одного и того же 20 %-го раствора после определения τ_{600} до 15, затем 10,5 и 2 %.

Полученные результаты занести в табл. 4.2.

Таблица 4.2

Концентрация раствора %	θ , Па	Вязкость, Па			
		τ_{200}	τ_{300}	τ_{400}	τ_{600}
20					
10					

По экспериментальным данным построить графики зависимости $\tau = \varphi(n)$ для 20 и 10%-х растворов.

3-й бригаде: определить зависимость вязкости и СНС глинистого раствора от зазора между вращающимся цилиндром и бобом.

Для этого из общей ёмкости отлить 150 мл 20 %-го глинистого раствора, определить по формулам (4.7) и (4.16) и τ_{600} при установке различных цилиндров, позволяющих получать зазор..... мм. Разбавить в 2 раза раствор и вновь определить значения θ и τ

Результаты занести в табл. 4.3.

Таблица 4.3

Концентрация глины, %	Значения θ и τ_{600} при					
	$\delta =$		$\delta =$		$\delta =$	
	θ	τ_{600}	θ	τ_{600}	θ	τ_{600}
20						
10						

По экспериментальным данным построить график зависимости $\tau_{600} = \varphi(\delta)$ и $\theta = \varphi(\delta)$.

4-й бригаде: определить зависимость вязкости и СНС глинистого раствора от его плотности.

Для этого отлить из общей ёмкости 150 мл 20 %-го глинистого раствора, в который добавить 10 % барита и определить на вискозиметре значения θ и τ_{600} и ареометре значения ρ . Затем добавлять по 5 % барита и также определять значения ρ , θ , τ_{600} при 15 и 20 % барита.

Результаты занести в табл. 4.4.

Таблица 4.4

Показатели θ и τ_{600} при					
10 % барита		15 % барита		20 % барита	
θ	τ_{600}	θ	τ_{600}	θ	τ_{600}

По полученным результатам построить график зависимости $\tau_{600} = \varphi(\delta)$, $\theta = \varphi(\delta)$.

5-й бригаде: определить зависимость вязкости глинистого раствора от температуры. Для этого отлить 150 мл 20%-го глинистого раствора, замерить его температуру и определить показатели θ и τ_{600} на вискозиметре ВСН-3. Подогреть раствор до 40 °С и определить показатели θ и τ_{600} . Затем подогреть до температуры 60 и 80 °С и замерить значения θ и τ_{600} .

Результаты занести в табл. 4.5.

Таблица 4.5

Показатели θ и τ_{600} при							
20 °С		40 °С		60 °С		80 °С	
θ	τ_{600}	θ	τ_{600}	θ	τ_{600}	θ	τ_{600}

По полученным данным построить графики зависимости $\tau_{600} = \varphi(T^{\circ}\text{C})$, $\theta = \varphi(T^{\circ}\text{C})$.

Обсуждение результатов. Выводы

Полученные различными бригадами исследования обобщить, составить отчёт, сделать выводы.

Практическая работа 5.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЭЛЕКТРОЛИТОВ НА ПРОЧНОСТЬ СТРУКТУРЫ И ВЯЗКОСТЬ БУРОВЫХ РАСТВОРОВ (ГИДРОФОБНОЕ СТРУКТУРИРОВАНИЕ)

Цель работы: экспериментально раскрыть теоретические положения о гидрофобных структурах промывочной жидкости, обеспечить более глубокое понимание происходящих в растворах физико-химических процессов при обработке их электролитами.

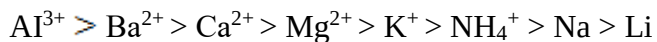
Теоретическая часть

Гидрофобная структура промывочной жидкости обусловлена межмолекулярным взаимодействием частиц твёрдой фазы, которые возможны только на незначительном удалении частиц друг от друга. Сближение частиц возможно в двух случаях: при повышении количества частиц твёрдой фазы (повышении концентрации или их диспергировании) и при гидрофобизации частиц (снижении их потенциала электролитами или гидрофобизация гидрофобными полимерами).

Все структурообразователи промывочных жидкостей обладают отрицательным зарядом, поэтому нейтрализацию заряда производят катионоактивными электролитами. В процессе насыщения бурового раствора электролитами вокруг частиц твёрдой фазы образуется двойной электрический слой (ДЭС), состоящий из заряженной поверхности самих частиц и слоя катионов, нейтрализующих этот заряд.

Интенсивность снижения потенциала частиц зависит от заряда катионов, с увеличением заряда она растёт. С помощью одновалентных катионов заряд частиц нейтрализуется частично, с помощью двухвалентных катионов потенциал может быть понижен до нуля, а трёхвалентными катионами можно даже изменить заряд на противоположный.

По адсорбционной способности (способности катионов вытеснять с поверхности частиц силанольного типа $\equiv \text{SiO}^-$) катионы располагаются в следующем порядке



Ионы водорода с радикалами $\equiv \text{SiO}^-$ образуют прочные водородные связи и поэтому способны вытеснять все вышеприведённые катионы.

При нейтрализации потенциалы частиц твёрдой фазы сила взаимодействия с ними молекул воды понижается, понижается толщина гидратного слоя, частицы получают возможность сблизиться на расстояние их межмолекулярного взаимодействия, что резко повышает прочность структуры (связей частиц). При повышении концентрации катионов может произойти полная нейтрализация заряда, агрегатирование (слипание) частиц и их седиментация.

При снижении толщины гидратного слоя увеличивается и кулоновское взаимодействие катионов с частицами твёрдой фазы. Особенно интенсивно оно проявляется при наличии поливалентных катионов, способных “сшивать” частицы уже при малых концентрациях.

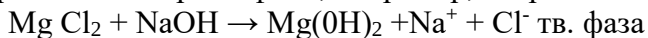
Гидрофобизация частиц сопровождается повышением водоотдачи. Гидрофобное структурирование раствора можно определить по повышению прочности структуры и водоотдачи. При агрегатировании твёрдой фазы водоотдача также растёт, но прочность структуры понижается. При флокуляции частиц (образовании хлопьев) прочность структуры растёт, водоотдача остаётся постоянной.

Для повышения прочности структуры промывочных жидкостей электролиты используют редко. Чаще электролиты добавляют в раствор с целью ингибирования (ограничения, предотвращения), набухания глинистых пород. В этом случае катионы из раствора за счёт кулоновских сил по порам проникают в глинистую породу, нейтрализуют заряд глинистых частиц, в результате чего предотвращается всасывание воды и набухание породы. Глинистые частицы без гидратного слоя повышают свою прочность за счёт межмолекулярного взаимодействия.

Наиболее эффективными ингибиторами являются поливалентные катионы. Однако поливалентные катионы при высокой их концентрации повышают положительный заряд бурового раствора, что приводит к диспергированию глинистой породы (засасыванию раствором отрицательно заряженных глинистых частиц породы, слагающих стенки скважин), кавернообразованию, авариям и ухудшению качества бурового раствора. Поэтому ингибирующие растворы готовят с использованием солей одновалентных металлов (NaCl, KCl) или слаборастворимых в воде соединений поливалентных металлов, вследствие чего обеспечивающих раствор незначительным количеством поливалентных катионов: известь $\text{Ca}(\text{OH})_2$, гипс ($\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$). Легко растворимые соли поливалентных металлов CaCl_2 , AlCl_3 могут использоваться только для приготовления ингибирующих растворов при бурении недиспергирующихся глинистых пород: микротрещиноватых аргиллитов, глинистых сланцев с целью "сшивания" кусков горной породы.

Электролитами насыщают буровые растворы при бурении соленосных отложений с целью предотвращения их растворения при бурении. Обычно насыщают буровой раствор теми же солями, которые присутствуют в геологическом разрезе: при бурении галита - поваренной солью, а бишофита и корналита - раствором бишофита.

Наконец, электролиты применяют для получения конденсированной твёрдой фазы, например, гидрогеля магнезия



В глинистых растворах электролиты вызывают коагуляцию, агрегатирование и седиментацию глинистых частиц, ухудшают качество бурового раствора. Для предотвращения агрегатирования и седиментации глинистых частиц, а также роста кристаллов конденсированной твёрдой фазы раствор стабилизируют солестойкими полимерами (например, КМЦ КССБ и др.).

Методическая часть

Основными показателями гидрофобной структуры буровых растворов являются прочность структуры (статическое напряжение сдвига), вязкость, водоотдача и стабильность.

Статическое напряжение сдвига и вязкость бурового раствора предусматривается определять на вискозиметре ВСН-3, водоотдачу на приборе ВМ-6, стабильность по суточному отстою в мензурке (%) и в цилиндре ЦС-2 по разности плотности раствора в верхней и нижней половине цилиндра $\rho = \rho_{\text{н}} - \rho_{\text{в}}$. Для приготовления бурового раствора предусматривается использовать миксер, для нагревания раствора - кипятильник.

Экспериментальная часть

Подгруппа разбивается на пять бригад. Каждой бригаде выдается задание.

1-й бригаде: определить зависимость прочности структуры, вязкости и водоотдачи глинистого раствора от концентрации поваренной соли. Для этого из заранее приготовленной пасты черногорского глинопорошка (в соотношении глина - вода 1:1) приготовить 1 л 15 %-го глинистого раствора, обработанного кальцинированной содой (2 % от веса глины). Из общей ёмкости отлить в четыре ёмкости по 250 мл 15 %-го глинистого раствора, добавить в три из них 5, 15, 25 % поваренной соли, тщательно перемешать и определить показатели, для каждого раствора. Результаты занести в табл. 5.1.

Таблица 5.1.

Концентрация (С) соли %	θ , Па	τ_{600} , Па	В см ³ /30 мин
0			
5			
15			
25			

По экспериментальным данным построить графики зависимости $\theta = \varphi(C)$, $\tau_{600} = \varphi(C)$, $V = \varphi(C)$.

2-й бригаде: определить зависимость прочности структуры, вязкости и водоотдачи от концентрации хлористого кальция. Для этого приготовить 1л 15 %-го глинистого раствора, обработанного

кальцинированное содой (2 % от веса глины), разлить раствор в четыре ёмкости по 250 мл, добавить в три из них хлористого кальция: 0,5; 1,5; 2,5 %, тщательно перемешать и определить для каждого раствора показатели θ , τ_{600} , В. Результаты занести в табл. 5.2.

Таблица 5.2

Концентрация (С) соли %	θ , Па	τ_{600} , Па	В см ³ /30 мин
0			
0,5			
1,5			
2,5			

По экспериментальным данным построить графики зависимости

$$\theta = \varphi(C), \tau_{600} = \varphi(C), B = \varphi(C).$$

3-й бригаде: определить зависимость прочности структуры, вязкости и водоотдачи глинистого раствора, стабилизированного КМЦ-600 от концентрации хлористого калия. Для этого приготовить 1 л 15 %-го глинистого раствора, обработать его кальцинированной содой (2 % от веса глины) и 1,5 %-го КМД. Раствор разлить в четыре ёмкости по 250 мл. В три из них добавить хлористого калия 5, 15, 25 %. Для каждого раствора определить θ , τ_{600} и В. Результаты занести в табл. 5.3.

Таблица 5.3

Концентрация (С) соли %	θ , Па	τ_{600} , Па	В см ³ /30 мин
0			
5			
15			
25			

По экспериментальным данным построить графики зависимости

$$\theta = \varphi(C), \tau_{600} = \varphi(C), B = \varphi(C).$$

4-й бригаде: определить зависимость прочности структуры, вязкости и водоотдачи, стабилизированного КМЦ-600 глинистого раствора от концентрации хлористого кальция. Для этого приготовить 1 л 15 %-го глинистого раствора, обработать его кальцинированной содой (1 % от веса глины) и 1,5 %-го КМЦ-600. Раствор разделить и разлить в 4 ёмкости по 250 мл. В три из них добавить 0,5; 1,5; 2,5 % CaCl₂.

Растворы тщательно перемешать и определить для каждого из них показатели θ , τ_{600} и В. Результаты занести в табл. 5.4.

Таблица 5.4

Концентрация (С) соли %	θ , Па	τ_{600} , Па	В см ³ /30 мин
0			
0,5			
1,5			
2,5			

По экспериментальным данным построить графики зависимости

$$\theta = \varphi(C), \tau_{600} = \varphi(C), B = \varphi(C).$$

5-й бригаде: определить зависимость прочности структуры, вязкость и водоотдачи от концентрации поваренной соли. Для этого приготовить 1 л 15 %-го глинистого раствора, обработать его кальцинированной содой (2 % от веса глины) и КМЦ-600. Разлить раствор в 4 ёмкости по 250 мл. В три из них добавить поваренной соли 5, 15, 25 %. Для каждого раствора определить θ , τ_{600} и В. Результаты занести в табл. 5.5.

Таблица 5.5

Концентрация (С) соли %	θ , Па	τ_{600} , Па	В см ³ /30 мин
0			
5			
15			
25			

По экспериментальным данным построить графики зависимости

$$\theta = \varphi(C), \tau_{600} = \varphi(C), B = \varphi(C).$$

Обсуждение результатов. Выводы

Полученные результаты обобщить всей подгруппой, оделить выводы о влиянии электролитов на свойства глинистых растворов и целесообразности обработки ими буровых растворов.

Практическая работа 6.

ИЗУЧЕНИЕ СПОСОБОВ РАЗЖИЖЕНИЯ (ДЕСТРУКТИРОВАНИЯ) БУРОВЫХ РАСТВОРОВ

Цель работы: экспериментально раскрыть теоретические положения о влиянии различных способов деструктурирования и снижения вязкости промывочных жидкостей.

Теоретическая часть

В процессе бурения соленосных отложений или при наличии агрессивных подземных вод в результате гидрофобизации катионами электролитов частиц твёрдой фазы прочность структуры и вязкость буровых растворов резко возрастают. Прочность структуры и вязкость буровых растворов возрастают также и вследствие насыщения промывочных жидкостей тонким шламом. Резкое повышение вязкости раствора вызывает ряд нежелательных явлений осложняющих процесс бурения. В первую очередь вязкие растворы существенно снижают механическую скорость бурения.

$$V_{\text{мех}} \approx V_0 (1 - \kappa \tau)$$

где V_0 - механическая скорость бурения при промывке водой,
 τ - вязкость раствора.

Высокая вязкость раствора вызывает необходимость дополнительного расхода энергии на вращение снаряда, затрудняет очистку раствора от шлама, повышает содержание в растворе абразивного шлама, что ведёт к интенсивному износу снаряда, осложняет спуско-подъёмные операции, создаёт антисанитарные условия.

При повышении концентрации твёрдой фазы в растворе повышается его плотность ρ , что также резко снижает механическую скорость бурения

$$V_{\text{мех}} = \frac{V_0}{\rho^n}$$

Снижение прочности структуры и вязкости раствора на практике осуществляют путём уменьшения частиц тонкодисперсной твёрдой фазы в растворе (разбавления водой,

удаления части твёрдой фазы флокулянтами, агрегации и седиментации частиц). Удаление грубой твёрдой фазы (шлама) осуществляет в очистной системе с помощью вибросит, гидроциклонов, желобов, отстойников. Эти методы используют в тех случаях, когда требуется одновременно со снижением СНС и вязкости понизить и плотность раствора.

В тех случаях, когда нужно понизить прочность структуры, но сохранить плотность раствора на прежнем уровне растворы разжижают (путём удаления из раствора катионов в первую очередь, поливалентных металлов Ca^{2+} , Mg^{2+}) с солями с поливалентными анионами, способными образовывать с Ca и Mg нерастворимые соединения Na_2SO_4 , Na_2CO_3 , путём активации твёрдой фазы: щелочными реагентами (УЩР, ТЩР, фосфатами, щелочными электролитами Na_2CO_3 , NaOH , KOH и др.), полимерами - стабилизаторами (в первую очередь олигомерами).

В результате активации твёрдой фазы между частицами твёрдой фазы образуются толстые гидратные оболочки, межмолекулярное взаимодействие между частицами снижается, прочность структуры, вязкость и водоотдача понижаются.

Для разжижения растворов и снижения водоотдачи чаще всего используют активированный щёлочью гидролизный лигнин и его производные, активированные щёлочью бурый уголь и торф.

Лигнин является отходом гидролизного производства спирта, дрожжей, целлюлозно-бумажного производства. Это составная часть древесины, связывающая фибриллы целлюлозы в единое целое. Активированный лигнин и его производные - ароматические соединения, обладают высокой адсорбционной способностью, способны образовывать на поверхности частиц твёрдой фазы достаточно плотную и гидрофильную полимерную плёнку. Ароматические полимеры - разжижители обладают высокой солестойкостью, при большой концентрации (выше 2-3 %) могут повышать прочность структур.

В практике бурения для разжижения глинистых растворов применяют почти все отходы гидролизного производства: гидролизный лигнин, шлам - лигнин, активные илы,

лигносульфонаты (сульфитспиртовая барда - ССБ, сульфит-дрожжевая бражка - СДБ, нитратный сульфатный щёлок НСЩ). К производным лигнина относятся нитролигнин - продукт окисления и нитрования гидролизного лигнина в 10 % азотной и 4 % серной кислоте, и г е т а н - продукт дальнейшей активации нитролигнина в каустической соде и кислороде; с у н и л - продукт активации нитролигнина гидросульфитом натрия. Производными ССБ являются о к з и л - продукт обработки кальциевой ССБ хромпиком в щелочной среде, феррохромлигносульфонат - продукт взаимодействия ССБ (СДБ) с серноокислым железом и бихроматом натрия, конденсированная сульфитспиртовая барда (КССБ, КССБ-1, КССБ-2, КССБ-4) – продукт обработки ССБ формальгидом и фенолом в кислой среде с последующей нейтрализацией щелочью. Цифра указывает на содержание фенола КССБ-4 кроме того содержит хромпик и по свойствам (термостойкости) близок окзилу.

Помимо целлюлозы и лигнина древесина содержит значительное количество гемицеллюлоз (примерно равное содержанию лигнина), среди которых выделяют древесную смолу. Экстракционная (нерастворимая в воде, но растворимая в этилацетате) смола наполовину состоит из фенолов. При конденсации фенолов с помощью формальдегидов и формаль сульфитов получают реагент - полифеноллесохимический - ПФЛХ.

Помимо перечисленных реагентов из растений, за рубежом применяют экстракты из различных деревьев и других растений — таннины, представляющие собой конденсированные фенолы. Одним из представителей таннинов является сулькор, получаемый из щелочной вытяжки отходов дубильного экстракта.

Широкое распространение в качестве разжижителей получили УЩР,

ТЩР - продукты активации бурого угля и торфа щелочами и их производные: НГР - (нитрогуматный реагент) - бурый уголь, окисленные 8 %-й азотной кислотой при температуре 50-60 °С, СНГР - сульфированный нитрогуматный реагент, который получают сульфированием бурого угля бисульфатом натрия, ХГР - хромгуматный реагент - бурый уголь, окисленный хромпиком.

В практике бурения для выбора способа структурирования или разжижения на графике определяет оптимальную зону (рис.1) в системе координат θ, T .

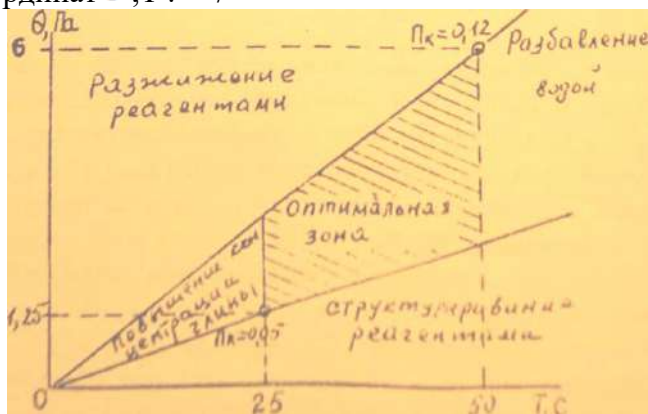


Рис. 6.1. Схема регулирования вязкости раствора

Для этого определяют минимальный и максимальный показатель консистенции - отношение СНС к условной вязкости

$$П_k = \frac{\theta}{T}$$

отмечают точки на графике и через эти точки проводят прямые.

В практике нефтяного бурения за оптимальные показатели принимают $\theta = 1,25 \div 6$ Па, $T = 25-50$ с, максимальный показатель консистенции $П_k = \frac{6}{50} = 0,12$ Па/с, минимальный $П_k = \frac{1,25}{25} = 0,05$ Па/с. Тогда оптимальной областью консистенции будет область, расположенная между прямыми, проведёнными через максимальный и минимальный $П_k$, в пределах - от 1,25 до 6 Па и T от 25 до 50 с.

Если вязкость T будет меньше 25 с раствор структурируют введением дополнительного количества твёрдой фазы, больше 50 с - буровой раствор разбавляют водой. При $П_k < 0,05$, раствор структурируют реагентами, при $П_k > 0,12$, раствор обрабатывают разжижителями (табл. 6.1).

В оптимальной области регулируют только показатель фильтрации.

Таблица 6.1

П _к раствора Па/с	Обработка	Тип реагента			
	Растворами реагентами	Пресный раствор	Слабоминер аз. NaCl раствор	Минерали з. NaCl раствор	Минерал из. CaCl ₂ раствор
П _к =0,05- 0,12	Понизителям и фильтрации	УЩР, ТЩР	УЩР, ТЩР	КССБ, КМЦ, гипан, К- 4, метас	КССБ, КМЦ
П _к <0,05	Структурооб разователям и	NaCl, Na ₂ SiO ₃ , кальц. глина	Ca(OH) ₂ CaSO ₄ натр.глина	Асбест солест. глина	CaCl ₂ , Ca(OH) ₂ CaSO ₄ кальц. глина
П _к >0,12	разжижителя ми	УЩР, ТЩР, нитролигнин , игетан, окзил, бур.уголь	ССБ, нитролигни н, окзил, ПФЛХ, бур.уголь	ССБ, окзил	ССБ, окзил

Методическая часть

Основными показателями качества разжижения являются вязкость, статическое напряжение сдвига и водоотдача. Статическое напряжение сдвига, как известно, определяют на приборе СНС-2, вязкость можно определять как по вискозиметру СПВ-5, так и вискозиметру ВСН-3.

Экспериментальная часть

Из заранее приготовленной пасты черногорского глинопорошка приготавливают 25 %-й глинистый раствор. Подгруппа разбивается на пять бригад.

1-й бригаде необходимо отлить из общей ёмкости 0,5 л 25 %-го раствора, определить показатель П_к и при необходимости наметить пути дальнейшей обработки раствора. При необходимости разжижения раствора определить методы разжижения и дать оценку эффективности выбранного метода.

2-й бригаде отлить 0,5 л 25 %-го раствора, обработать его кальцинированной содой (2 % от веса глины), определить по показателю П_к необходимость дальнейшей обработки раствора.

Если требуется разжижение раствора, выбрать метод разжижения и после его реализации определить эффективность метода.

3-й бригаде отлить 0,5 л 25/6-го раствора, обработать его кальцинированной содой (2% от массы глины) и полимерами (КМЦ-600, 1,5 % от массы раствора) и определить по показателю θ необходимость дальнейшей обработки. При необходимости разжижения определить метод разжижения и после его реализации определить эффективность метода.

4-й бригаде отлить 0,5 л 25 %-го глинистого, раствора, обработать его кальцинированной содой (2 % от массы глины) и полимерами (КМЦ-600 1,5 % от массы раствора), а затем поваренной солью (5 % от массы раствора). Определить необходимость дальнейшей обработки раствора по показателю P_k . При необходимости разжижения раствора выбрать его метод и после реализации определить эффективность метода.

5-й бригаде отлить 0,5 л 25 %-го глинистого раствора, разбавить его в 2 раза водой, обработать кальцинированной содой (2% от массы глины) метасом (0,5 % от массы раствора) и хлористым кальцием (1 % от массы раствора). По показателю P_k определить необходимость дальнейшей обработки. При необходимости разжижения выбрать метод, а после его реализации определить эффективность метода.

Результаты экспериментов бригады заносят в табл. 6.1.

Таблица 6.1

Состав раствора				Показатели			Разжижитель и показатель после разжижения			
Глина %	Na_2CO_3	КМЦ метас	$NaCl, CaCl_2$	θ_{10}, Pa	T, c	P_k	Разж.	θ_{10}, Pa	T, c	P_k

Анализ результатов исследований и выводы

На основании экспериментальных данных необходимо проанализировать влияние различных компонентов промывочной жидкости на показатели θ , T, P_k и сделать вывод об эффективности разжижения различными методами.

Практическая работа 7.

РЕГУЛИРОВАНИЕ ПЛОТНОСТИ ПРОМЫВОЧНОЙ ЖИДКОСТИ

Цель работы: ознакомить студентов с методами регулирования плотности бурового раствора.

Теоретическая часть

При бурении скважин неперенным условием предупреждения водопроявлений обвалов стенок скважин и связанных с ними осложнений является регулирование гидростатического давления столба бурового раствора в зависимости от давления водоносных пластов и норового давления глинистых пород. В зонах аномально высоких пластовых давлений, зонах неустойчивых горных пород, чтобы не допустить водопроявлений и обвалов .необходимо поддерживать плотность раствора, при которой давление на стенки скважин было бы несколько больше пластового давления флюида.

С другой стороны повышенное давление столба жидкости способно вызвать гидравлический разрыв пластов, что может повлечь потери промывочной жидкости и другие последствия. Повышенная плотность бурового раствора резко понижает механическую скорость бурения

$$V_{\text{мех}} = \frac{V_0}{\rho^n}$$

где V_0 - механическая скорость бурения при промывке водой, ρ - плотность раствора, n - показатель степени, равный 2-3.

Следовательно, при бурении скважин необходимо постоянно регулировать плотность бурового раствора.

Для повышения плотности раствора повышают концентрацию глины, вводят специальные утяжелители.

Буровые растворы, приготовленные на основе бентонитовых глин, имеют невысокую плотность 1059-1080 кг/м³. Каолиновые и иллитовые глины в зависимости от их качества позволяют получать растворы плотностью 1180—1300 кг/м³, а за счёт повышения концентрации и обработки химреагентами - разжижителями - 1400 -

1450 кг/м³. Однако опыт показывает, что выгоднее использовать утяжелители с высокой плотностью, т. к. они позволяют уменьшить концентрацию твёрдой фазы в растворе, а значит, повысить механическую скорость бурения и расход утяжелителя.

Основной показатель качества утяжелителя - утяжеляющая способность, которая определяется плотностью раствора после введения 300% утяжелителя (по массе к исходному раствору) для создания раствора с условной вязкостью 60 с, водоотдачей 5-6 см³ за 30 мин.

Утяжеляющая способность материала зависит от его плотности, дисперсности, гидрофильности и химического состава. Высокая степень дисперсности утяжелителя способствует повышению вязкости, а вязкость не позволяет повышать концентрацию утяжелителя и плотность раствора. Низкая степень дисперсности утяжелителя снижает седиментационную устойчивость.

В зависимости от минерального состава утяжелители делят на четыре группы: карбонатные (мергель, $\rho = 2650$ кг/м³, известняк и мел $\rho = 2700$ кг/м³, доломит, $\rho = 2900$ кг/м³, сидерит $\rho = 3900$ кг/м³), баритовые (баритовые концентраты производства обогатительных фабрик цветной металлургии КБ-1, КБ-2, КБ-3, КБ-4, КБ-5, плотностью 4050-4250 кг/м³), железистые (гематит $\rho = 5300$ кг/м³, магнетит $\rho = 4900$ -5200 кг/м³, ильменит $\rho = 4790$ кг/м³) и свинцовые (галанит $\rho = 7400$ -7500 кг/м³). Железистые утяжелители вследствие их абразивности применяют редко.

При добавках галенита получают буровые растворы плотностью более 3000 кг/м³.

Для промывки скважин в устойчивых горных породах и особенно в трещиноватых зонах с целью повышения механической скорости бурения и снижения поглощения плотность промывочной жидкости понижают (чаще всего за счет аэрации). Аэрация позволяет уменьшить плотность любых промывочных жидкостей в широких пределах. При этом возрастает вязкость раствора; при концентрации воздуха $C = 0 \div 54$ % она равна

$$\mu_a = \mu_n (1 + 3,6 C)$$

где μ_n - исходная вязкость.

При концентрации воздуха $C = 54 \div 96 \%$

$$\mu_a = \frac{\mu_n}{I} - C^{0,49}$$

Плотность азрированной жидкости определяется по формуле

$$\rho_0 = \frac{(I - a)\rho}{I - a + a\rho_0/\rho}$$

где ρ_0, ρ - плотность азрированной и исходной жидкостей, a - количество воздуха в единице объёма азрированной жидкости, ρ_0, ρ - атмосферное и заданное давление.

Гидростатическое давление азрированной жидкости ρ на глубине h для статических условий определяют из соотношения

$$P + \frac{a}{I-a} \lg \rho - \rho_0 = \rho h$$

Для придания промывочной жидкости закупоривающей способности в неё вводят наполнители. Для надёжного закупоривания трещин размеры частиц наполнителя должны быть в 2 раза меньше величины раскрытия трещин.

Для аэрации промывочных жидкостей применяют специальные азраторы, а для стабилизации азрированных растворов - пенообразователи.

Методическая часть

Плотность бурового раствора чаще всего определяют с помощью ареометра АГ-ЗПП или АБР-I, состоящего из поплавка с двумя рабочими и одной поправочной шкалами, мерного стакана с балластом и съёмного груза.

Перед измерением плотности раствора проверяют правильность его показаний. Для этого в стакан заливают пресную воду, подсоединяют его к поплавку и опускают вместе с поплавком в ведёрко с водой. Если по рабочей шкале 0,8-1,7 уровень воды ведёрка окажется выше или ниже 1, 0, нужно определить причину (наличие засохшей глины в стакане, его деформация, попадание воды в поплавок) и устранить ее. При невозможности этого сделать по поправочной шкале определить поправку.

После определения поправки стакан заполняют исследуемым раствором и опустив его вместе с поплавком в ведёрко с водой, по

шкале 1,6-2,6 определяют плотность раствора; к этому показанию добавляют ее личину поправки. Если поплавков не погружается в воду, к стакану подсоединяют груз и отсчёт ведут по шкале 0,8-1,7.

Для измерения плотности могут быть использованы также рычажные весы - плотномер ВРП-1. Плотномер состоит из стойки и рычага со стаканом. На рычаге имеются две призмы, с помощью которых рычаг устанавливается на стойке, и две шкалы, соответствующие этим призмам. Для определения плотности стакан заполняют раствором до отверстия и закрывают крышкой «рычаг устанавливают на правую призму, с помощью подвижного груза стакан с раствором уравнивают и снимают показания по верхней шкале. Если плотность окажется больше предела измерения, рычаг устанавливают на левую призму и показания снимают по нижней шкале.

Для более точного измерения плотности раствора используют пикнометр, представляющий собой стеклянный сосуд с притёртой пробкой и меткой на шейке.

Для определения плотности раствора вначале взвешивают пустой пикнометр P_1 . Заполняют его до метки исследуемым раствором, закрывают пробкой и вновь взвешивают P_2 .

Плотность бурового раствора рассчитывают по формуле

$$\rho = \frac{P_2 - P_1}{V}$$

где V - объём пикнометра.

Экспериментальная часть

Для приготовления утяжелённых глинистых растворов заранее готовят пасту из черногорского глинопорошка в соотношении 1:1 по массе.

Подгруппа разбивается на четыре бригады. Каждое бригаде выдаётся задание:

1-й бригаде: а) определить зависимость плотности глинистого раствора от концентрации глины; б) определить концентрацию глинистого раствора максимальной плотности.

Для этого приготовить из глинистой пасты 1 л глинистого раствора с концентрацией 30 %. Разлить его в три ёмкости: 460, 310 и 230 мл.

Во вторую ёмкость добавить 150 мл , в третью 230 мл воды. Определить концентрацию и плотность каждого раствора. По результатам замеров построить график зависимости $\rho = \varphi (C)$.

Повышая концентрацию глины раствора и регулируя реагентами - разжижителями, добиться максимальной плотности при $T_c = 60$ с и $B = 6$ см/30 мин.

2-й бригаде: а) определить зависимость плотности раствора от концентрации барита; б) определить уплотняющую способность барита. Для этого приготовить 0,6 л 7 %-го(по массе) глинистого раствора, разлить в три ёмкости по 200 мл, добавить в первую 200 г, во вторую 400 г, в третью 600 г барита, после перемешивания измерить плотность каждого раствора, построить график зависимости $\rho = \varphi (C)$. Для раствора 600г/200 мл определить показатель условной вязкости T_c и водоотдачу. При $T_c > 60$ с и $B > 6$ см/30 мин обработать раствор реагентами до нужных параметров $T_c > 60$ с, $B \approx 6$ см/30 мин и вновь измерить плотность раствора. По результатам замеров построить график зависимости $\rho = \varphi (C)$.

3-й бригаде: определить зависимость плотности бурового раствора от концентрации мела и определить уплотняющую способность мела.

Для этого приготовить 1 кг мелового раствора следующего состава по массе: 250 г воды, 750 г мела и 20 г КМЦ. Разлить тщательно перемешанный раствор в три ёмкости: 460 г, 310 г, 230 г. Разбавить водой раствор во второй ёмкости в 1,5 раза, а в третьей ёмкости- в 2 раза. После дополнительного перемешивания раствора определить концентрацию мела и плотность каждого раствора.

Построить график зависимости $\rho = \varphi (C)$. Определить вязкость T_c к водоотдачу B . При необходимости добавить глины до получения вязкости $T_c = 60$ с и водоотдачи $B = 6$ см/30 мин. Замерить плотность раствора.

4-й бригаде: определить зависимость плотности цементного раствора от концентрации цемента (или $B/ц$) и определить его уплотняющую способность. Для этого приготовить 1 кг цементного раствора следующего состава: 250 г воды, 750 г цемента ($B/ц = 0,33$). После тщательного перемешивания раствор разлить в три ёмкости: 450 г, 310 г и 230 г. Раствор второй ёмкости

разбавить в 1,5 раза, а в третьей ёмкости в 2 раза. Определить концентрацию цемента (или В/ц) и плотность каждого раствора, построить график зависимости $\rho = \varphi (C)$. Определить вязкость и водоотдачу раствора первого сосуда, добавить глины и полимеры до величины $T_c < 60$ с и $B < 6$ см/30 мин. Замерить плотность раствора.

Обсуждение результатов. Выводы

На основании полученных результатов сделать выводы о целесообразности использования различных утяжелителей.

Практическая работа 8.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК НЕУСТОЙЧИВОСТИ ГЛИНИСТЫХ ПОРОД

Цель лабораторной работы: экспериментально доказать теоретические положения осложнений при бурении глинистых пород, получить навыки экспериментальной деятельности, обеспечить более глубокое понимание явлений набухания, размягчения и диспергирования глинистых пород.

Теоретическая часть

Глинистые горные породы представляют собой совокупность минеральных обломков различного состава и различных фракций, связанных между собой плёнками воды (в глинах) или кремнекислоты (в аргиллитах). Поэтому глинистые породы называют связными. Со связными частицами «определяющими основные свойства глинистых пород, являются глинистые (размером в микрон и менее) и пылеватые (размером 2-5 мкм) частицы - продукты механического и химического выветривания магматических пород.

По минеральному составу глинистые частицы могут быть представлены различными минералами. Но преобладающими из них являются листовые силикаты: монтмориллонит, гидрослюда (чаще всего иллит и каолинит. Реже встречаются палыгорскит, хлорит, вермикулит и другие листовые силикаты.

Плотные метоморфизованные породы (например, глинистые сланцы, роговики) с непосредственным межмолекулярным взаимодействием глинистых частиц весьма устойчивы. Трещиноватые при насыщении их водой распадаются на кусочки (по трещиноватости). Глины с неустойчивыми и слабоуплотнёнными частицами легко насыщаются водой, набухают, теряют свою прочность и разрушаются.

Степень набухания (отношение объема набухшей породы к объёму сухой породы) обусловлена структурой кристаллов горной породы, дисперсностью и гидрофильностью глинистых частиц. С увеличением дисперсности частиц (увеличением их суммарной поверхности) и гидрофильности (заряда частиц, обусловленного количеством гидрофильных функциональных $\equiv\text{SiO}^-$; $\equiv\text{SiOH}^-$ на их поверхности). Степень набухания возрастает.

Кристаллическая решётка монтмориллонита представляет собой пакетиз двух слоёв кремнекислородных тетраэдров $\text{SiO}_2\text{O}_5^{2-}$, связанных гидраргиллитовым слоем $\text{Al}(\text{OH})^{2+}$. Пакеты между собой связаны обменными катионами: K^+ , Na^+ , Mg^{2+} , Ca^{2+} . С увеличением заряда катиона прочность связи повышается, поэтому кальциевые монтмориллониты значительно труднее набухают и диспергируют в воде, по сравнению с натриевыми.

Кристаллическая решётка иллита сходна с кристаллической решёткой монтмориллонита, отличается лишь тем, что в поверхностном слое пакета часть атомов кремния замещена атомами алюминия, в результате чего некомпенсированный заряд поверхности пакетов активнее взаимодействует с катионами (в частности с катионами калия K) и связь между пакетами оказывается значительно выше, чем в пакетах монтмориллонита. Иллиты значительно слабее набухают и труднее диспергируют в воде.

Кристаллическая решётка каолинита имеет только два слоя: слой кремнекислородных тетраэдров и гидраргиллитовый слой. Пакеты каолинита за счёт большого количества гидроксильных групп OH^- сказываются прочно связанными между собой. Глина весьма слабо набухает и диспергирует в воде.

Молекулы воды состоят из атомов кислорода и двух атомов водорода. Атомы кислорода и водорода обладают разной

электроотрицательностью, поэтому орбитали кислорода подвергаются гибридизации (вытягиваются). Молекула воды принимает форму тетраэдра и поляризуется (образует диполь). В двух вершинах тетраэдра (в вершинах орбиталей кислорода с неподелёнными электронными парами) возникает отрицательный заряд, а в двух других вершинах (с атомом водорода) - положительный заряд.

В результате такой поляризации молекул воды осуществляется межмолекулярная связь. Помимо межмолекулярных сил между молекулами воды и поверхностью твёрдого тела возможна и водородная связь, обусловленная способностью атома водорода воды взаимодействовать с высокоотрицательными атомами твёрдого тела: *O*, *N*, *Cl*, *F*. Водородная связь прочнее межмолекулярной в 5-6 раз, но в 15-20 раз слабее химической.

В результате взаимодействия отрицательного заряда глинистых частиц (обусловленного наличием на их поверхности огромного количества высокоотрицательного кислорода) и положительных полюсов молекул (диполей) вода (за счёт межмолекулярных и водородных связей) вокруг частиц образуется плотный адсорбированный гидратный слой, прочно связывающий глинистые частицы друг с другом.

Прочность глинистой породы зависит от толщины плёнки воды между глинистыми частицами.

У самой поверхности глинистых частиц силы взаимодействия молекул воды с частицами достигают тысяч и десятков тысяч кг/см². С удалением от поверхности межмолекулярные силы быстро убывают обратно пропорционально седьмой степени расстояния (от молекул до частиц). Таким образом, чем тоньше плёнка воды, тем выше прочность породы.

Суммарную поверхностную энергию всех частиц горной породы называют объёмной электрической энергией. Плотность объёмной электрической энергии определяется главным образом дисперсностью и гидрофильностью (зарядом) частиц. С увеличением толщины плёнок воды между частицами эта плотность понижается.

Под воздействием объёмной электрической энергии горной породы последняя насыщается водой и набухает. Глина насыщается водой до тех пор, пока толщина гидратного слоя не достигнет некоторого критического значения при котором сила взаимодействия молекул воды с частицами будет меньше силы давления извне или когда межмолекулярные силы снизятся до нуля.

В лабораторных условиях пользуются тремя характеристиками набухания: степенью набухания $K_1 = V_n / V_0$, показателем набухания $K_2 = V_{ж} / \rho$ и скоростью набухания $\omega = K_2 / t$, где $V_{ж}$ - объём воды в горной породе, V_0 - объём сухой породы, V_n - объём насыщенной водой породы, ρ - вес сухой породы, t - время набухания.

В результате насыщения глины водой толщина плёнок воды между частицами возрастает, вследствие чего прочность глины падает (глина размягчается).

В атмосферных условиях прочность глины понижается обратно пропорционально её влажности в третьей степени

$$f_i = \frac{f_0 K_0^3}{K_i^3} \quad (8.1)$$

где f_0 и f_i пластическая прочность глины исходного образца и образца, насыщенного водой, K_0 , K_i - влажность глины. Характеристикой снижения прочности глинистой породы является коэффициент размягчения $K_p = f_i / f_0$ который зависит от дисперсности глины и гидрофильности ее частиц.

Прочность глины, находящейся под давлением σ_i обратно пропорциональна её влажности W_i

$$\sigma_i = \frac{W_0 \sigma_0}{W_i}, \quad (8.2)$$

где σ_0 и W_0 - прочность и влажность «сухого» образца глины.

В контакте глины с водой за счёт поверхностной энергии частиц происходит не только "всасывание" молекул воды глиной, но и "всасывание" водой глинистых частиц, т. о. диспергирование глины.

Эффективность диспергирования зависит как от дисперсности и гидрофильности глины, так и от наличия количества и заряда в воде катионов.

За критерий диспергирования глины можно принять скорость диспергирования породы.

Скорость диспергирования - это объём (ΔV) или вес (ΔP) глины, перешедшей с единицы площади образца S в промывочную жидкость за единицу времени

$$D = \frac{\Delta P}{S \cdot t} . \quad (8.3)$$

Методическая часть

1. Для изучения процессов набухания, размягчения и диспергирования глины предусматривается использовать образцы из кальциевых бентонитов, которые студенты получают из заранее приготовленного глинопорошка на водопроводной воде в соотношении 1:1 по массе.

В настоящее время существует целый ряд методик определения набухания глины.

Наиболее простой является методика визуального наблюдения М. Х. Фишера, заключающаяся в следующем.

Исследуемый образец помещается в градуированный сосуд, фиксируется его начальный объём. Затем в сосуд заливается вода и через некоторое время измеряется объём набухшего образца. Отношением объёма набухшего образца к его первоначальному объёму и характеризуется величина набухания.

Для проведения исследований по этой методике необходимо иметь: 2 мензурки, корзинку для опускания образца, весы и часы.

Для изучения процесса размягчения глины (определения пластической прочности) используют различные методы.

Наиболее часто замер пластической прочности осуществляют по методу П. А. Ребиндера на приборе ВИКа, у совершенствованному М. С. Винарским. Вместо иглы прибор снабжается комплектом конусов из стали или алюминия с углами при вершине $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$.

Пластическая прочность определяется по формуле

$$P_m = K_\alpha (P/h^2), \text{ Па}, \quad (8.4)$$

при K_α – коэффициент зависящий от угла конуса

$$K\alpha = \frac{I}{\pi} \cos^2 \frac{\alpha}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}, \quad (8.5)$$

при $\alpha = 60^\circ$, $K\alpha = 0,413$; P - вес погружаемой системы, H ; h - глубина погружения конуса, м.

Коэффициент размягчения определяют по отношению пластическое прочности набухшего образца к пластической прочности исходного образца

$$K_p = \frac{P_m}{P_{исх}}$$

Скорость диспергирования глины в воде невелика, и определить её вследствие сложности происходящих в растворе процессов можно лишь с большой погрешностью, поэтому на практике её не измеряют. Тем не менее этот показатель (особенно при использовании в качестве промывочной жидкости растворов электролитов) имеет важное значение при выборе буровых растворов. Исследования предполагается проводить с использованием 5-10 %-го раствора $Al_2(O_4)_3$.

Скорость диспергирования можно определить приближённо по разности весов образцов глины, выдержанных в воде, и испытуемом буровом растворе, делённой на площадь поверхности образца и время выдержки

$$V_g = \frac{P_{н.в.} - P_{н.р.}}{S t}$$

Экспериментальная часть

Исследования набухания и размягчения глины. 1. Из заранее приготовленного замеса глины на воде (в соотношении 1:1 по весу) готовят образцы в виде шариков или цилиндров, диаметром 4-5 см. 2. Определяют вес образцов P_0 . 3. Определяют пластическую прочность (среднюю из трёх измерений).

4. В мензурку заливают 150 мл воды. 5. С помощью корзинки в мензурку опускают образцы глины и измеряют их объём (по изменению уровня воды в мензурке) V_0 . 6. Через каждые 0,5 часа выдержки в воде образцы извлекают из мензурки и измеряют объём набухшей глины V_n . 7. Измеряют вес набухшего образца P_n . 8. Измеряют пластическую прочность глины P_m . 9. Определяют степень набухания $K_1 = \frac{V_n}{V_0}$. 10. Определяют объём жидкости в глин

По полученным данным строят графики зависимости от времени.

Обсуждение результатов. Выводы.

Общие выводы о характеристиках горной породы, о зависимостях показателей и скорости набухания, размягчения и диспергирования от времени. Прогноз поведения горной породы при её перебурировании. Требования к промывочной жидкости при бурении глины.

Литература

1. Ивачёв Л. М. Промывочные жидкости и тампонажные смеси. М.: Недра, 1987.
2. Зварыгин В. И. Регулирование технологических свойств суровых растворов. Красноярск: КИЦМ, 1994.
3. Лекции.



Министерство образования и науки
Российской Федерации
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Г. А. Усов, Ф. П. Сердюков, С. В. Холкин

Методическое пособие
к комплексу практических работ
по дисциплинам «Очистные агенты и тампонажные смеси»
«Бурение скважин»
для студентов специальности
21.05.03 Технология геологической разведки
очного и заочного обучения

Приборы, методика оценки параметров

Екатеринбург
2020

ВВЕДЕНИЕ

За последние годы в разведочном колонковом бурении достигнуты значительные успехи по улучшению качества и совершенствованию составов промывочных жидкостей. Этому в большой степени способствовало применение прогрессивных способов бурения малыми диаметрами и увеличение глубин скважин.

При бурении разведочных скважин стали широко применяться малоглинистые и безглинистые промывочные жидкости, аэрированные растворы, активные промывочные жидкости с улучшенными смазочными свойствами. Значительное внимание стало уделяться реологии промывочных жидкостей.

В связи с этим расширился ассортимент приборов для оценки качества промывочных жидкостей и были разработаны новые методы их определения.

Настоящие методические разработки имеют цель ознакомить студентов со всеми приборами и методами оценки структурно-механических, реологических и смазочных свойств промывочных жидкостей, применяемых в разведочном бурении.

В соответствии с ГОСТ 8.002-71 все средства измерений должны пройти государственную или ведомственную поверку. На пригодный к измерениям прибор выдается свидетельство или наносится клеймо с указанием даты поверки.

Приборы и методы оценки структурно-механических свойств промывочных жидкостей

Основными структурно-механическими свойствами промывочных жидкостей являются:

- 1) удельный вес, г/см^3 ;
- 2) условная вязкость, с ;
- 3) водоотдача, см^3 за 30 мин;
- 4) содержание песка, %;
- 5) стабильность, г/см^3 ;
- 6) суточный отстой, %;
- 7) статическое напряжение сдвига, Па ;
- 8) динамическое напряжение сдвига, Па ;
- 9) пластическая или структурная вязкость, Па · с;
- 10) эффективная вязкость, Па · с;

Первые шесть параметров определяются непосредственно на буровых вышках с помощью приборов и лабораторной посуды, входящих в комплект переносной лаборатории ЛРГ-3. Приборы и лабораторная посуда размещены в специальном деревянном ящике с гнездами и креплениями для каждого предмета, входящего в комплект лаборатории.

Статическое и динамическое напряжение сдвига, а также пластическая и эффективная вязкость определяются в стационарных лабораториях геологоразведочных партий и экспедиций с помощью приборов СНС-2 и ВСН-3.

АРЕОМЕТР АГ-2 НАЗНАЧЕНИЕ

Ареометр АГ-2 предназначен для измерения удельного веса глинистых и цементных растворов, применяющихся при бурении скважин.

ОПИСАНИЕ АРЕОМЕТРА

Ареометр АГ-2 (рис. 1) состоит из поплавка 3 со шкалой 2, соединяющегося на байонете 4 с мерным стаканом 5, и съемного груза 6, крепящегося к стакану. В комплекте с ареометром поставляется ведро-футляр 1 с крышкой, в котором он укладывается между резиновыми гнездами.

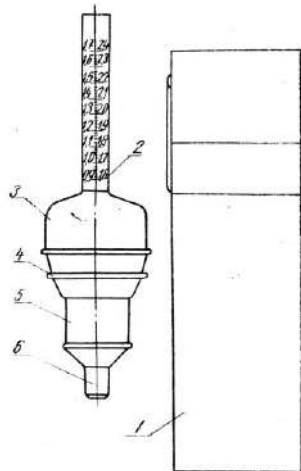


Рис. 1. Ареометр АГ-2 в сборе и ведро-футляр

Техническая характеристика

Ареометр АГ-2 имеет два предела измерения: от 0,90 до 1,70 г/см³ - при накрутом съемном грузе, от 1,60 до 2,40 г/см³ - при снятом съемном грузе.

Цена деления ареометра на шкале.....	0,02
Точность измерения, г/см ³	±0,01
Габаритные размеры, мм:	
ареометра.....	100x450
ведро-футляра.....	120x480
Вес комплекта, кг.....	2

ИНСТРУКЦИЯ ПО ПРОИЗВОДСТВУ ИЗМЕРЕНИЯ

Подготовка прибора к измерению

Подготовку прибора к измерению следует производить в следующей последовательности:

открыть крышку ведра и вынуть ареометр, налить воду в ведро (рекомендуется применять чистую пресную воду, так как в этом случае получаются наиболее точные результаты измерения и не требуется вносить поправку на удельный вес воды), поворотом поплавка относительно мерного стакана открыть байонетный затвор и отделить стакан от затвора,

проверить чистоту мерного стакана и поплавка и при надобности вымыть их водой.

Проверка прибора

Проверку прибора следует производить в следующей последовательности:

налить в мерный стакан ареометра воду до края гофра, соединить поплавок с мерным стаканом, выдавив при этом избыток воды из него, и погрузить собранный ареометр в воду. Стакан заполняется той же водой, что и ведро.

При пресной воде ареометр должен погрузиться под уровень воды в ведре до деления на шкале поплавка, обозначенного "1,0", при навернутом съемном грузе, с точностью $>0,005 \text{ г/см}^3$ (четверть деления).

Если удельный вес воды больше $1,00 \text{ г/см}^3$ (морская вода, соленая, буровая), то ареометр погрузится на несколько делений ниже деления, обозначенного "1,0". В этом случае к результатам измерений удельного веса глинистых растворов необходимо прибавить поправку, определяемую как разность между 1,00 и показанием ареометра, заполненного водой.

Ниже приводится пример измерения.

Измерение производится погружением ареометра в морскую воду. Ареометр, заполненный морской водой, при погружении в эту же воду показал на шкале 0,96. Поправка составляет $1,00 - 0,96 = 0,04 \text{ г/см}^3$

При измерении удельного веса глинистого раствора при погружении в эту же морскую воду показание было 1,41. Истинный удельный вес раствора получается прибавлением поправки, а именно:

$$1,41 + 0,04 = 1,45 \text{ г/см}^3$$

Измерение удельного веса

Измерение удельного веса при помощи ареометра АГ-2 следует производить в следующей последовательности.

Принести в вымытой крышке ведра пробу раствора и перемешать её.

Налить в мерный стакан ареометра раствор до края гофра. Стакан держать в вертикальном положении.

Соединить поплавков со стаканом - вставить штифты на нижней части поплавка в байонетные прорези мерного стакана и повернуть поплавков относительно стакана слева направо до упора. При этом из стакана выдавить избыток раствора. Таким образом отмерится объем пробы.

Смыть водой выдавленный раствор с поверхности мерного стакана, удерживая ареометр в вертикальном положении.

Погрузить ареометр в ведро с водой, дать ему успокоиться и прочесть показание по шкале ареометра на уровне воды в ведре

При навернутом съемном грузе отсчет вести по левой шкале с оцифровкой от 0,9 до $1,7 \text{ г/см}^3$. Если ареометр при навернутом съемном грузе погрузился выше последнего оцифрованного деления на шкале - $1,7 \text{ г/см}^3$, то следует снять груз и отсчет вести по правой шкале с оцифровкой от 1,6 до $2,4 \text{ г/см}^3$.

При погружении ареометра в соленую, морскую или буровую воду обязательно вносить поправку, как указано выше.

После окончания измерения ареометр следует вымыть, насухо вытереть и положить в тумбочку.

Крышку ведра вымыть и закрыть её ведром с водой. При частых намерениях воду из ведра можно не выливать, но обязательно следует следить за её чистотой.

2. ВИСКОЗИМЕТР СПВ-5

Назначение:

Стандартный полевой вискозиметр СПВ-5 предназначен для определения условной вязкости глинистого раствора. Вязкость определяется в секундах времени истечения 500 см^3 раствора из стандартной воронки через трубку диаметром проходного сечения 5 мм и длиной 100 мм при заполнении воронки 700 см^3 раствора.

Комплект вискозиметра (рис. 2) состоит из стандартной воронки и мерной кружки.

В верхнюю часть воронки встроена сетка для очистки раствора от крупных твердых частиц. Воронка заканчивается латунной трубкой с калиброванным отверстием.

Мерная кружка имеет два отделения.

Техническая характеристика

Размеры воронки, мм:

Высота.....	400
верхний диаметр.....	150
время истечения из воронки 500 см ³ воды, с.....	15-+0,4
Объем мерной кружки, см ³ :	
первого отделения.....	500
второго отделения.....	200
Размеры кружки, мм.....	70x190

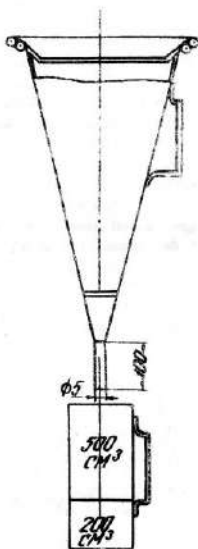


Рис. 2. Вискозиметр СПВ – 5 с кружкой

ИНСТРУКЦИЯ ПО ПРОИЗВОДСТВУ ИЗМЕРЕНИЙ

Определение условной вязкости глинистых растворов при помощи вискозиметра СПВ-5 следует производить в следующей последовательности:

- промыть воронку вискозиметра и кружку водой и подготовить пробу раствора;
- закрыть отверстие трубки пальцем правой руки и налить в воронку через сито 700 см³ испытуемого раствора мерной кружкой - 500 см³ и 200 см³
- подставить кружку объемом 500 см³ под трубку вискозиметра, слить в нее часть раствора и влить обратно его в воронку. Повторить эту операцию два-три раза;
- подставить кружку объемом 300 см³ под трубку вискозиметра и одновременно открыть отверстие трубки, убрать палец, и пустить левой рукой секундомер;
- в момент заполнения кружки до края остановить секундомер, закрыть отверстие трубки пальцем и прочесть показание секундомера;
- для определения условной вязкости испытуемого раствора провести 10-15 замеров и, применяя распределение Стьюдента, определить среднее значение $\bar{A}$ и доверительный интервал δ при выбранной вероятности P ;
- вымыть и вытереть воронку и кружку и вложить их в ящик лаборатории в соответствующие гнезда.

3. ПРИБОР ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЙ ВОДООТДАЧИ ГЛИНИСТЫХ РАСТВОРОВ ТИПА ВМ-6

Назначение:

Прибор ВМ-6 предназначен для определения фильтруемости водоотдачи глинистых растворов в производственных условиях бурения.

Показатель водоотдачи глинистых растворов представляет собой количество фильтрата в см³, выделяющегося в течение 30 мин под избыточным давлением в 1 кг/см³ при диаметре фильтра 75 мм.

Показатель водоотдачи характеризует способность глинистого раствора отдавать свободную воду под давлением через пористую перегородку в пласт и образовывать на этих перегородках глинистую корку.

Прибор градуирован в кубических сантиметрах при диаметре фильтра 75 мм.

При измерении водоотдачи раствора одновременно определяют толщину образующейся на фильтре глинистой корки.

Описание конструкции

Прибор ВМ-6 (рис. 3.) состоит из трех основных узлов; фильтрационного стакана 6 с принадлежностями, напорного цилиндра 4 и Кронштейна 13.

Фильтрационный стакан 6 на верхнем конце имеет горловину с наружной резьбой и отверстием. Нижний конец его имеет расточку

диаметром 53 мм, выточку под решетку фильтра и наружную резьбу М68х3 под поддон 10, которым крепится решетка 7.

Для предупреждения проворачивания решетки и поддержания в связи с этим фильтровальной бумаги на решетке сделан пав под выступ, имеющийся в выточке фильтрационного стакана. В нижней части поддона 10 имеется резьба, в которую ввернут винт 11 с перекидной ручкой 12. В поддон вложен клапан 9 с резиновой прокладкой, который винтом 11 прижимается к решетке 7 и таким образом запирает отверстие.

При определенной водоотдачи раствор наливается в стакан с закрытой клапаном решеткой и вложенной фильтровальной бумагой.

Узел напорного цилиндра состоит из собственно цилиндра 4 в ввернутой в него на красно-медной прокладке втулкой и напрессованной в горячем виде чашкой, плунжера 1, притертого по втулке, и груза-шкалы 3, укрепленного на плунжере. Шкала нанесена на прозрачную пластмассу (оргстекло) и прикреплена к грузу винтами; шкала прикрывает сквозную прорезь на снятой вдоль груза лыске. Сквозь эту прорезь видна отсчетная риска 2 на верхнем конце втулки цилиндра.

Для установки шкалы прибора на ноль и для спуска масла из цилиндра в нижней части цилиндра имеется отверстие, перекрываемое иглой 5. Масло из этого отверстия сливается в чашку.

Нижний конец цилиндра имеет внутреннюю резьбу для соединения с фильтрационным станком. Для уплотнения места соединения цилиндра со стаканом предусмотрена прокладка из маслостойкой резины, которая меняется по мере износа. Размеры прокладки: наружный диаметр - 35 мм, диаметр отверстия - 20 мм, толщина 3 * 4 мм.

Кронштейн 13 литой, в нижней части его предусмотрено место для чашки, в которую стекает фильтрат. Кронштейн стоит на трех резиновых ножках 14. В кольцо 10 кронштейна вставляется прибор в собранном виде.

Техническая характеристика

Предел измерения за 30 мин при диаметре фильтра 75 мм, см ³	40
Цена деления шкалы при диаметре фильтра 75 мм, см ³	1
Точность измерения, см ³	+0,5
Давление фильтрации, Па	9,81*10 ⁴
фактический диаметр фильтра, мм	53
Габаритные размеры, мм.....	120x160x360
Вес (без упаковки), кг.....	0,7

Принцип действия:

Испытуемый раствор наливается в фильтрационный стакан 6, (рис. 3) с фильтром на решетке 7; закрытым клапаном 9, впредь до открытия которого фильтрация не начинается. На фильтрационный стакан навернут цилиндр 4, заполненный поверх раствора маслом. В этот цилиндр входит плунжер 1 с грузом-шкалой 3, создающий давление фильтрации 98066,5 Па фильтрация начинается после открытия клапана 9.

По мере фильтрации объем пробы раствора в фильтрационном стакане уменьшается на количество выделившегося фильтрата и плунжер под действием груза соответственно опускается. Количество выделившегося фильтрата определяется по перемещениям плунжера, градуированным на шкале в см³.

В притертой паре плунжер-втулка возникает трение, влияющее на постоянство давления фильтрации. Для устранения трения плунжер необходимо периодически вращать рукой. С целью уменьшения этих вращений в плунжере имеется глухое сверление - воздушный буфер.

Принцип действия прибора обеспечивает:

- а) точное определение момента, начала фильтрации при помощи запорного клапана на решетке фильтра;
- б) точное измерение количества фильтрата, которое выделяется за любой промежуток времени;
- в) постоянство давления с момента начала фильтрации.

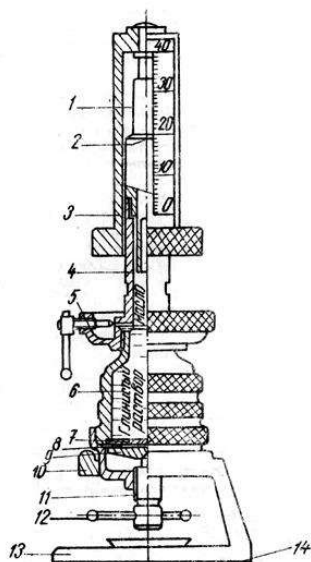


Рис. 3. Прибор ВМ-6 в сборе

Подготовка прибора к работе

Для предупреждения ржавления прибор ВМ-6 при упаковке на заводе смазывается снаружи и внутри вазелином. При длительном хранении в неблагоприятных условиях вазелин может загустеть и частично окислиться, в результате чего плунжер

будет трудно вынуть из цилиндра. Поэтому по получении со склада прибор следует разобрать в следующем порядке:

- а) отвернуть цилиндр от стакана;
- вынуть плунжер из цилиндра (при необходимости плунжер можно извлечь осторожными ударами деревянного молотка по его нижнему концу);
- б) вывернуть винт из поддона;
- в) вывернуть стакан из поддона и извлечь решетку и клапан.

Все детали прибора вымыть бензином или горячей водой и насухо вытереть, а плунжерную пару вымыть керосином и смазать маслом. Не смазанный маслом плунжер во втулку не вставлять.

Чтобы убедиться в исправности прибора, необходимо проверить:

- а) резьбовые соединения (при надобности их следует расходить, чтобы они легко заворачивались от руки);
- б) герметичность плунжерной пары и места соединения цилиндра со стаканом;
- в) плавность движения плунжера.

Проверка герметичности производится следующим образом:

- а) в собранный фильтрационный стакан с вложенной в него фильтровальной бумагой и закрытым на решетке фильтра клапаном наливается густой глинистый раствор;
- б) стакан устанавливается в кронштейне и на него навертывается цилиндр без плунжера;
- в) цилиндр заполняется маслом до верха, после чего в него вставляется плунжер;
- г) с помощью иглы из цилиндра спускается масло, и нулевое деление на шкале подводится к риску на цилиндре. При такой операции плунжер следует вращать рукой;
- д) места резьбовых соединений и поверхность цилиндра должны быть насухо вытерты, чтобы можно было обнаружить места утечки;
- е) периодически вращая плунжер, в течение 30 минут наблюдают за его показаниями. В исправном приборе заметного изменения показаний не должно быть; максимальное изменение может быть не более $1/2$ деления.

Если утечка больше $1/2$ деления, то необходимо выявить место утечки. Утечка может быть в плунжерной паре, местах крепления втулки к цилиндру и соединения цилиндра со стаканом, в местах неплотного прилегания клапана, в месте прижатия решетки к стакану.

Об утечке в плунжерной паре и в месте крепления втулки к цилиндру свидетельствуют подтеки, появляющиеся в верхней части цилиндра, который до пуска прибора в работу должен быть чисто вытерт.

Утечки в месте соединения цилиндра со стаканом легко обнаруживаются по появлению масла под резьбой. Это место также должно быть тщательно вытерто. Ликвидировать утечку можно сменой прокладки

или подтягиванием резьбы. Слишком туго затягивать резьбу не следует, так как при этом прокладка может иногда выворачиваться.

Утечки через клапан в месте прижатия решетки к стакану не оказывают влияния на работу прибора, но при проверке на герметичность их необходимо устранять, для этого клапан следует туго прижать.

Утечки через место прижатия решетки к стакану обнаруживаются по появлению раствора или фильтрата на выходе резьбы.

Плавность движения плунжера проверяется при промытой и смазанной машинным маслом плунжерной паре и заключается в том, что плунжер с любого положения должен свободно и равномерно опускаться без поворачивания. Если плунжер задерживается или движется очень медленно, его следует вновь промыть керосином и смазать маслом, после чего расходить во втулке.

ПРОМЫВАТЬ ПЛУНЖЕРНУЮ ПАРУ БЕНЗИНОМ НЕЛЬЗЯ - ЭТО МОЖЕТ ВЫЗВАТЬ ЗАЕДАНИЕ!

ИНСТРУКЦИЯ ПО ПРОИЗВОДСТВУ ИЗМЕРЕНИЯ

Измерения водоотдачи должно быть произведено при температуре не ниже 10 °С , так как при более низких температурах водоотдача раствора уменьшается.

Работу по определению водоотдачи глинистых растворов следует вести в следующей последовательности:

1. Установить прибор на ровной поверхности.
2. Вынуть плунжер из цилиндра и положить рядом с кронштейном.
3. Отвернуть цилиндр, проверить, закрыта ли игла, и положить цилиндр на тумбочку.

4. Разобрать стакан - вывернуть из поддона, вынуть решетку и клапан - вытереть насухо все детали.

5. Взять подготовленный кружок фильтровальной бумаги, смочить его водой и наложить на решетку, после чего удалить избыток воды с поверхности бумаги, промокнув её сухим кружком. При непрочной фильтровальной бумаге следует положить на решетку два кружка.

6. Решетку с фильтровальной бумагой вложить в выточку стакана, бумагой внутрь так, чтобы паз на решетке попал на штифт в выточке стакана. Наложить на решетку клапан и навернуть поддон на стакан. Винт, крепящий клапан, должен быть вывернут. Вставить собранный стакан в кронштейн и прочно затянуть руками резьбу, после

чего клапан закрыть винтом.

7. Подготовить секундомер и положить его рядом с прибором.

8. Взять ведро с пробой раствора, последнюю тщательно перемешать и налить в стакан кружкой от вискозиметра (стороной объемом 200 см³). После окончания вытереть резьбу стакана. Стакан следует заполнить на 3-4 мм ниже края горлышка.

9. Навернуть цилиндр на стакан, предварительно проверить исправность прокладки.

10. Налить в цилиндр машинное масло (масло должно быть не очень густым; слишком густое масло разбавляется керосином). Масло наливается на внутренний край цилиндра так, чтобы оно стекало по стенкам цилиндра. Масло следует наливать до такого уровня, чтобы до верхнего края втулки оставался 1 см.

11. Вставить плунжер в цилиндр. При этом плунжер за счет сжатия воздуха в его плотности просядет на 2-3 см.

12. Приоткрыть спускную иглу и, вращая плунжер рукой за накатку на грузе, подвести нулевое деление на шкале к отсчетной риску на верхнем крае втулки цилиндра.

Неопытному исполнителю это не всегда удастся, и нулевое деление опускается ниже риски. В этом случае надо записать показание по шкале против риски, принять его за нуль и из всех следующих показаний вычитать нулевое показание (например: нулевое показание 1,5 см³, показание за 30 минут - 23 см³. Вычитая из 23 см³ 1,5 см³, получаем 21,5 см³).

Нулевое деление может опускаться ниже риски и в случае определения водоотдачи раствора, насыщенного газом (из-за сжатия газа в растворе под давлением). Если в этом случае нулевое деление опустится ниже риски не более чем на шесть делений и водоотдача у раствора будет небольшая, то следует пользоваться тем же приемом, что и в первом случае, т.е. из показаний вычитать нулевое показание.

Если же нулевое деление опустится ниже, чем на десять делений, то следует вынуть плунжер, перевернуть его, залить его полость маслом, прикрыть отверстие пальцем и вновь вставить в цилиндр. В этом случае шкала остановится на 6-8 делений выше, чем при незаполненной полости плунжера.

Примечание. Операции, перечисленные в пунктах 7, 8, 9, 10 и 11 следует производить быстро, так как при нестабильных растворах за время от момента налива раствора в стакан до момента начала фильтрации может образоваться осадок, из-за чего исказится результат измерения.

13. Взять в левую руку секундомер, а правой открыть клапан, вывернув винт на один - два оборота. В момент открытия клапана пустить секундомер.

14. При производственных измерениях достаточно везть один отсчет через 30 минут. В течение этого времени периодически вначале чаще, вращать плунжер за накатку на грузе.

При взятии отсчетов глаз исполнителя должен находиться на уровне отсчетной риски на втулке цилиндра и на расстоянии от нее около 30-40 см.

15. После взятия отсчета открыть спускную иглу, выпустив масло из цилиндра и опустить плунжер с грузом. После этого при открытой игле вынуть плунжер с грузом. После этого при открытой игле вынуть плунжер из цилиндра и, если его конец запачкан раствором, смыть последний.

16. Закрывать иглу, отвернуть цилиндр со стакана и слить масло из чашки цилиндра в бачок для масла.

17. Промыть фильтрационный стакан, не разбирая его. Для этого подставить его горлышко под слабую струю воды; масло при этом всплывет и уйдет из стакана вместе с водой и раствором. Затем вылить воду и остаток раствора из стакана и разобрать его.

18. Поставить стакан на ладонь левой руки так, чтобы он опирался на нее краями, а не решеткой, и легкими ударами правой ладони по горлышку выбить корку с решеткой.

Если корка прочно прилипла к стенкам стакана, её следует выдуть ртом.

19. Смерить толщину корки и записать.

20. Вымыть и вытереть детали фильтрационного стакана и собрать их.

Вымыть и вытереть цилиндр; проверить, не загрязнена ли внутренняя поверхность втулки цилиндра глинистым раствором, прочистить втулку, смазать её маслом и навернуть цилиндр на стакан.

Вставить смазанный маслом плунжер в цилиндр и установить прибор на кронштейн.

21. Прибор следует хранить в собранном виде, в защищенном от пыли месте - в ящике переносной лаборатории или в шкафу.

Примечание: 1. Так как прибор точно воспроизводит кинетику процесса фильтрации, т.е. зависимость количества выделившегося фильтрата по времени, и так как эта зависимость, изображенная в логарифмических координатах, представляет собой прямую линию, то на приборе ВМ-6 можно производить фильтрацию в течение 10-15 минут с последующей экстерполяцией по графику. Для этого в комплекте прибора поставляются бланки со специальной логарифмической сеткой.

В этом случае за время определения следует взять не менее двух отсчетов - один за 2 или 3 минуты фильтрации и второй за 10 или 15 минут. Полученные отсчеты наносятся на бланк, который разграфлен девятью вертикальными линиями на минуты (левая крайняя линия соответствует 1-ой минуте, следующие - 2-ой, 3-ей, 4-ой, 5-ой, 10-ой, 15-ой, 20-ой и 30 минутам), горизонтальными линиями на кубические сантиметры (от 1 до 100 см³). Часть этих линий обозначена цифрами, соответствующими числу кубических сантиметров.

На вертикальной линии, соответствующей 2-ой минуте, в месте её пересечения с горизонтальной линией, соответствующей отсчитанному числу кубических сантиметров, ставится точка. Таким же образом наносится точка, соответствующая отсчету за 10 и 15 минут. Через полученные две точки карандашом проводится прямая линия до пересечения с правой крайней вертикальной линией, соответствующей 30-ти минутам

фильтрации.

По шкале горизонтальных линий отсчитывается величина водоотдач в кубических сантиметрах за 30 минут фильтрации, поскольку за единицу водоотдачи глинистых растворов принято количество фильтрата, выделяющегося из раствора за 30 минут через фильтр диаметром 75 мм.

Пользуясь этим приемом, можно сократить время фильтрации до 10 минут и, кроме того, определять водоотдачу раствора большую, чем 40 см^3 за 30 минут.

Ошибка в определении водоотдачи за 30 минут по 10-минутному замеру не превышает $0,5 \text{ см}^3$ при водоотдачах до 20 см^3 и не больше 2 см^3 при больших водоотдачах.

Для сопоставления результатов измерения водоотдачи прибором ВМ-6 с другими приборами, градуированными в кубических сантиметрах, при фильтре диаметром 75 мм, необходимо применять нерасчетный коэффициент. Последний определяется как отношение площадей фильтрации, так как количество фильтрата прямо пропорционально площади фильтрации.

4. ОТСТОЙНИК - ОМ

Назначение:

Металлический отстойник ОМ-2 предназначен для определения процента содержания песка в глинистом растворе.

Содержание в глинистом растворе твердых частиц разбуренных пород и нерастворенных комков глины определяется процентом песка в пробе раствора, отстоянного за одну минуту покоя в отстойнике из пробы разжиженной водой в отношении 1:9.

Описание прибора:

Отстойник ОМ-2 (рис.4) представляет собой цилиндрический сосуд 2 с плотной крышкой 1, в нижней части которого укреплена сменная бюретка 3, защищенная чехлом. В верхней части цилиндра на уровне объема 500 см^3 имеется отверстие $\varnothing 3 \text{ мм}$.

Крышка отстойника служит для отмеривания раствора.

Крепление бюретки 3 осуществляется при помощи винта 4, черев перекладину 5 и шайбу 6 с резиновой прокладкой 7.

Герметизация крепления бюретки обеспечивается резиновой прикладкой 8.

Техническая характеристика

Объем отстойника, см^3	600
Объем крышки, см^3	50
Объем бюретки, см^3	10
Габаритные размеры, мм:	
Диаметр.....	60
Высота.....	345
Вес.....	0,3
Бюретка градуирована через $0,1 \text{ см}^3$, каждое десятое деление шкалы обозначено цифрой.	

ИНСТРУКЦИЯ ПО ПРОИЗВОДСТВУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Определение процента содержания песка в глинистом растворе при помощи отстойника ОМ-2 следует производить в следующей последовательности:

- промыть отстойник и вытереть его;
- снять крышку отстойника, отмерить ею 50 см^3 раствора и влить его в отстойник через горлышко;
- не вынимая крышки, зачерпнуть ею воду, растворить в ней оставшийся на её внутренних стенках раствор и влить в отстойник.

С помощью крышки наполнить отстойник водой до уровня трехмиллиметрового отверстия на его боковой поверхности, держа отстойник вертикально. Подождать, пока вода прекратит вытекать из этого отверстия;

- d) плотно закрыть отстойник крышкой и повернуть его в горизонтальное положение трехмиллиметровым отверстием вверх.

Прижимая крышку ладонью правой руки и прикрывая отверстие пальцем той же руки, интенсивно взболтать содержимое отстойника

- e) повернуть отстойник в вертикальное положение, выждать одну минуту по часам или секундомеру и прочесть показание по шкале бюретки против уровня осевшего песка

ПРОЧИТАННОЕ ПОКАЗАНИЕ, УМНОЖЕННОЕ НА ДВА, БУДЕТ ПОКАЗАТЕЛЕМ СОДЕРЖАНИЯ ПЕСКА В РАСТВОРЕ, ВЫРАЖЕННОМ В ПРОЦЕНТАХ.

- f) вылить из отстойника содержимое, промыть его водой, вытереть и вложить на место в ящик лаборатории.

СМЕНА БЮРЕТКИ

При поломке бюретки или необходимости извлечь её для чистки следует вывернуть винт 4 (рис. 4) , извлечь перекладину 5 и шайбу 6 с резиновой прокладкой 7, а за ними - бюретку 3.

Перед тем как вставить бюретку, следует проверить исправность верхней прокладки 8 и при надобности сменить её.

Сборка ведется в следующем порядке: вставить бюретку, плотно уперев её в верхнюю прокладку, вложить шайбу 6 с резиновой прокладкой 7, вставить перекладину 5 в овальные отверстия чехла, вернуть винт 4 и прижать им бюретку.

5. ЦИЛИНДР ЦС-2

Назначение:

Цилиндр ЦС-2 предназначен для определения стабильности глинистых растворов.

Показатель стабильности глинистого раствора определяется как разность удельных весов верхней и нижней половины пробы раствора отстоянной в течение суток в цилиндре высотой 200 мм.

ОПИСАНИЕ ПРИБОРА

Цилиндр ЦС-2 (рис. 5) выполнен из тонкого листового железа и окрашен нитроэмалью. Посредине высоты цилиндра имеется отвод с резиновой пробкой для слива верхней половины раствора.

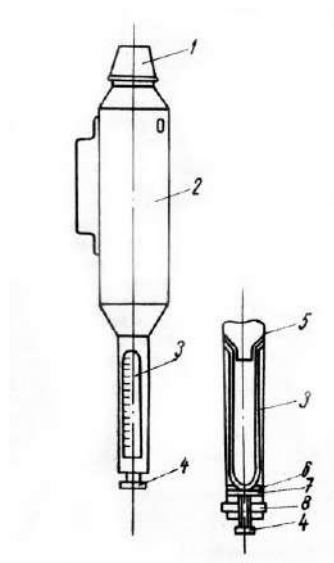


Рис. 4 Отстойник ОМ-2

Техническая характеристика

Высота столба раствора в цилиндре.....	200
Объем цилиндра, см ³	800
Габаритные размеры, мм.....	100x210x110
Вес, кг.....	0,5

ИНСТРУКЦИЯ ПО ПРОИЗВОДСТВУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Определение стабильности глинистых растворов при помощи цилиндра ЦС-2 следует производить в следующей последовательности:

- a) Вымыть цилиндр водой и вытереть насухо снаружи и внутри;
- b) Влить пробу раствора в цилиндр до края, предварительно тщательно перемешать её;
- c) Установить заполненный цилиндр в спокойном месте на сутки, отметив время по часам;
- d) Через 24 часа открыть пробку, слить верхнюю часть пробы раствора вместе с отстоявшейся водой в кружку, тщательно перемешать слитый раствор и определить его удельный вес ареометром АГ-2, закрыть отвод пробкой, тщательно перемешать в цилиндре отстоявшуюся нижнюю половину раствора и определить её удельный вес.1
- e) При определении удельного веса ареометром АГ-2 обязательно погружать его при обоих измерениях в одну и ту же воду;
- f) Определить показатель стабильности глинистого раствора вычитанием первого показания ареометра из второго;
- g) Вымыть цилиндр, вытереть насухо и вложить на место в ящик лаборатории.

6 . ИНСТРУКЦИЯ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ СУТОЧНОГО ОТСТОЯ ГЛИНИСТЫХ РАСТВОРОВ МЕРНЫМ ЦИЛИНДРОМ

Показатель суточного отстоя глинистого раствора определяется как процент воды, отстоявшейся за сутки на пробы раствора.

Определение суточного отстоя глинистых растворов производится стандартным мерным цилиндром объемом 100 см³ с ценой деления 1 см. Для этих определений также необходимы часы.

Определения следует производить в следующей последовательности:

- a) вымыть мерный цилиндр водой и вытереть насухо снаружи и внутри;
- b) тщательно перемешанную пробу раствора налить в цилиндр до сотого деления на шкале;
- c) поставить цилиндр с раствором в спокойное место, отметить время и оставить на 24 часа;
- d) через 24 часа прочесть на шкале цилиндра отсчет положения уровня раздела раствора и отстоявшейся воды и вычесть полученное показание из 100. Результат вычитания является показателем суточного отстоя в .процентах;
- e) вымыть цилиндр и вложить его в ящик лаборатории.

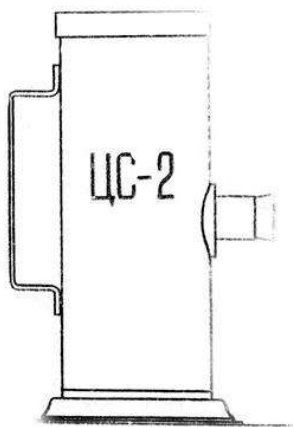


Рис. 5. Цилиндр СНС-2

7. ПРИБОР ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТАТИЧЕСКОГО НАПРЯЖЕНИЯ СДВИГА ГЛИНИСТЫХ РАСТВОРОВ ТИПА СНС-2

Прибор СНС-2 предназначен для измерения статического напряжения сдвига глинистых растворов и применяется в условиях лабораторий геологоразведочных партий и экспедиций.

Прибор переносной и может быть использован в полевых условиях на буровой вышке.

ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ

Прибор для определения статического напряжения сдвига основан на принципе вискозиметра с соосными цилиндрами.

На тонкой упругой нити подвешен цилиндр, погруженный в соосный полый цилиндр, заполненный испытуемой жидкостью, при вращении внешнего цилиндра жидкость, находящаяся в нем, увлекает за собой подвешенный цилиндр до тех пор, пока момент закрученной нити не станет равным крутящему моменту, определяемому вязкостью испытуемой жидкости и размерами подвешенного цилиндра.

Измерение статического напряжения сдвига глинистых растворов является частным случаем применения вискозиметра с соосными цилиндрами и производится при весьма малых скоростях вращения внешнего цилиндра, в данном приборе принята скорость вращения внешнего цилиндра $0,0032 \text{ с}^{-1}$, что соответствует линейной скорости $4 \cdot 10^{-6} \text{ м/с}$; эта скорость несколько превышает предел скорости так называемой вариантной зоны, в которой определяемая величина строго соответствует понятию статического напряжения сдвига любых известных глинистых растворов. Однако уменьшение скорости влечет за собой либо снижение точности отсчета и измерения либо увеличение производства измерений.

Время для производства измерений при наличии тиксотропии растворов должно быть как можно меньше и в соответствии с принятой методикой измерения не должно превосходить 60 секунд, чему соответствует поворот внешнего цилиндра прибора на 72° , а шкалы прибора - на несколько меньшую величину.

Нити для различных пределов измерения подбираются из этих соображений, а именно: закручивание нити на угол $65-70^\circ$ должно соответствовать крутящему моменту, определяемому по предельному значению измеряемого статического напряжения сдвига.

В приборах с соосными цилиндрами на результаты измерения оказывает влияние момент, возникающий на донной части подвешенного внутреннего цилиндра. С целью уменьшения этого влияния нижняя часть внутреннего цилиндра расточена,

благодаря чему при погружении цилиндра в испытываемую жидкость в расточке остается воздух. Таким образом, дно цилиндра не имеет контакта с испытываемой жидкостью.

ОПИСАНИЕ КОНСТРУКЦИИ

Прибор для измерения статического напряжения сдвига глинистых растворов (рис. 8) состоит из измерительной части и привода, смонтированных на прямоугольной плите 1. Для регулировки положения прибора плита снабжена двумя регулируемыми опорами 2 и одной неподвижной 11. Измерительная часть состоит из двух узлов: узла внешнего подвижного цилиндра и узла подвеса цилиндра с упругой измерительной системой.

Узел внешнего цилиндра состоит из корпуса 10, расположенном на стойке 12, имеющем строго концентрическую расточку под внешний цилиндр и канавку под спиральную бесконечную пружину.

Узел подвеса цилиндра, монтирующийся на вертикальном кронштейне 3, состоит из:

1. Цилиндра 9 с расточкой под конус Морзе № 1 и расточка в донной части для защитного пузыря. Цилиндр имеет накатанную наружную поверхность, обеспечивающую прочную связь с испытываемым раствором.

Выполнен цилиндр из латуни с матовым никелевым покрытием.

2. Трубки 6, один конец которой имеет конусную поверхность и резьбу под винт соосного соединения с цилиндром, а второй конец выполнен открытым для размещения в нем упругой нити 5. Крепление нити в трубке и регулирование соосности нити с трубкой осуществляется тремя винтами в утолщении трубки над конусом. Средняя часть трубки имеет концентричную площадку с уступом для установки шкалы 7.

3. Шкала 7 с делениями, нанесенными через 1° на её конической поверхности. Для грубой установки шкалы на нуль предусмотрены 8 отверстий, одним из которых она надевается на штифт, имеющийся на соответствующей площадке трубки.

4. Стрелки 3, укрепленной на кронштейне и имеющей наконечник из прозрачного оргстекла и нанесенными на нем с обеих сторон рисками, исключающими ошибку параллакса при отсчете.

5. Нити 5, изготавливаемой из стальной пружинной проволоки и имеющей 2 наконечника: нижний в виде втулки, входящий в трубку с зазором в 1 мм на сторону, и верхний в виде диска с фаской, на которой выгравирован номер нити.

Весь узел подвешивается на конусной пробке 13, которая в свою очередь плотно устанавливается в конусной втулке, запрессованной в кронштейн. Поворотом пробки шкала прибора устанавливается на нуль по стрелке.

Привод внешнего цилиндра осуществлен от синхронного электрического двигателя СД-2 (2 позиции 4) через редуктор и гибкую передачу 1:2.

Привод прикреплен к плите прибора через амортизатор из губчатой резины, предназначенный для защиты измерительной части прибора от вибраций двигателя.

Для включения двигателя предусмотрены тумблер, укрепленный на кронштейне прибора, и шнур с вилкой для подключения к сети.

Для заполнения внешнего цилиндра испытываемым глинистым раствором предусмотрена специальная мерная кружка объемом 120 мл.

Прибор поставляется в специальном ящике.

ПОДГОТОВКА ПРИБОРА К РАБОТЕ

Лабораторные занятия выполняются на уже отградуированном приборе; данные градуировки приводятся в паспорте для каждой поставляемой нити.

Для работы прибор должен быть установлен на устойчивом и прочном столе. Подвесная система подвешивается за верхний конец нити в пробке кронштейна и прибор устанавливается регулировочными нитями так, чтобы подвесной цилиндр встал соосно с вращающимся столиком прибора (регулировка соосности нити с трубкой подвесной

системы выполнена при сборке прибора).

Устанавливают "О" шкалы против риски на стрелке указателя. Установку нуля можно производить грубо путем поворота шкалы на трубке и точно: путем осторожного и плавного поворота в гнезде кронштейна. Чтобы убедиться, что установка на ноль произведена правильно, следует выждать, пока подвесная система успокоится. Затем следует снять подвесную систему, не трогая и не сдвигая пробку в гнезде кронштейна, и установить на вращающийся столик внешний цилиндр.

Подготовленный для работы прибор подключить к сети напряжением 220 вольт и, включая тумблер, проверить работу электродвигателя.

ПРОИЗВОДСТВО ИЗМЕРЕНИЙ

При производстве измерений следует:

1. Пробу раствора сильно взболтать.
2. Снять подвесной цилиндр.
3. Взболтанный раствор зачерпнуть меркой объемом 120 мл, прилагаемой к прибору, и влить установленный на вращающемся столике прибора внешний цилиндр.
4. Погрузить подвесной цилиндр во внешний цилиндр и подвесить нить на пробку. При погружении подвесного цилиндра нужно следить за тем, чтобы его верхний конец не погрузился под уровень раствора. Если раствор не достигает верхнего края подвесного цилиндра, следует осторожно долить раствор. Подвесной цилиндр должен быть погружен в раствор точно до верхнего края.
5. Взять в левую руку секундомер, а правой осторожно поворачивать подвесную систему и перемешивать раствор. После окончания перемешивания раствора поставить на "О" шкалу против риски на стрелке прибора и одновременно включить секундомер. Во время этой операции следует следить за тем, чтобы подвесной цилиндр был в центре внешнего цилиндра.
6. По истечении одной минуты нажатием тумблера вкл. электродвигатель и наблюдать за движением подвесного цилиндра по шкале прибора. Увлекаемый глинистым раствором, подвесной цилиндр вращается вместе с внешним цилиндром до тех пор, пока момент в закручивающейся нити не станет равным моменту, обусловленному статическому напряжению сдвига раствора на подвесном цилиндре. Когда подвесной цилиндр остановится, произвести отсчет по шкале в градусах.
7. Включить электродвигатель.

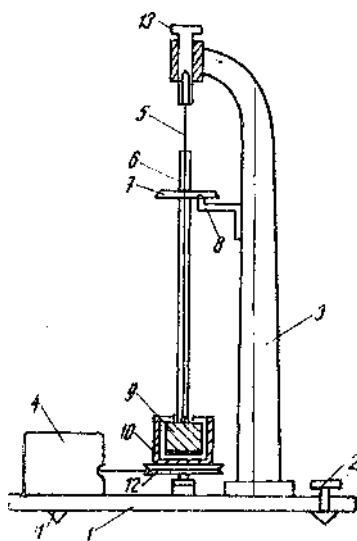


Рис. 6. Прибор СНГ-2

Для определения тиксотропии раствора выполняется повторное измерение, но уже по истечении 10 минут по секундомеру. С этой целью сразу же после первого измерения осторожно внутренним цилиндром размешать раствор, установить "0" шкалы против риски и дать глинистому раствору стабилизироваться в течение 10 минут и выполнить измерение.

При работе и установке шкалы "0" наблюдающий должен следить за совпадением рисок, нанесенных с обеих сторон, чтобы исключить ошибку параллакса при отсчете.

Производство каждого замера от момента пуска электродвигателя до момента остановки подвешенного цилиндра не должно продолжаться более 1 минуты, чему соответствует максимальный отсчет 70° .

Если замер продолжался более 1 минуты, его следует признать некачественным, а выбранный предел измерения недостаточным. В этом случае следует заменить нить на более толстую с большим пределом измерения.

Если показания прибора было в пределах 10° , замер следует признать неточным, а выбранный предел измерения слишком большим.

В этом случае следует заменить нить на более тонкую с меньшим пределом измерения.

Полученное в результате измерения показание в градусах следует пересчитать в мг/см^2 путем умножения на коэффициент, соответствующий данной нити и приведенный в паспорте.

Например, в процессе измерения статического напряжения сдвига глинистого раствора внутренний цилиндр, подвешенный на упругой нити 5 с коэффициентом $2,725 \text{ м г/см} \cdot \text{град.}$ повернулся на 21° . Статическое напряжение сдвига в этом случае будет $2,725 \text{ мг/см} \cdot \text{град} \cdot 21 = 57 \text{ мг/см}^2 = 5,7 \text{ Па}$.

После измерений все детали, испачканные глинистым раствором, следует вымыть и насухо вытереть.

ПРИБОР ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ РЕОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПРОМЫВОЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ ВСН – 3

К реологическим параметрам относятся:

- а) предельное напряжение сдвига – θ_1 и θ_{10} Па, характеризующее прочность структуры, образующейся в промывочной жидкости после 1 и 10 минут ;
- б) эффективная вязкость $\eta_{\text{эф}}$, спз характеризующая вязкое сопротивление промывочной жидкости при данной скорости сдвига;
- в) пластическая вязкость $\eta_{\text{пл}}$, спз - условная величина, являющаяся долей эффективной вязкости, которая возникает вследствие структурообразования в потоке промывочной жидкости;
- г) предельное динамическое напряжение сдвига τ_0 , условная величина, характеризующая предел текучести в потоке промывочной жидкости.

Реологические показатели измеряются с помощью ВСН-3 по величине усилия, возникающего на подвешенном цилиндре, погруженном в буровой раствор, при заданной скорости вращения наружного цилиндра.

Прибор ВСН-3 (рис. 7) состоит из корпуса 15, измерительного механизма 7-12, привода к нему 1,2 и подвешенного кронштейна 14, на который ставится стакан с буровым раствором 13. Измерительный механизм имеет два коаксиально расположенных цилиндра, наружный (ротор) 11 и внутренний 12, укрепленный на оси, в верхней части которой расположен манометр 9 и измерительная шкала с делениями в градусах. Установка шкалы на "0" производится с помощью крутильной головки 8. Привод ротора осуществляется двигателями через многоступенчатую коробку передач. Прибор работает от сети переменного тока.

ИЗМЕРЕНИЕ СТАТИЧЕСКОГО НАПРЯЖЕНИЙ СДВИГА

Перед измерением чистый сухой стакан заполняют буровым раствором и ставят на кронштейн. Прибор включают и размешивают раствор при $9,600 \text{ с}^{-1}$ в течение 0,5 мин. По окончании перемешивания устанавливают шкалу на "0" и раствор оставляют на 1 минуту. Одновременно переключают скорость вращения ротора на $0,0032 \text{ с}^{-1}$, снова включают прибор и отмечают угол максимального закручивания нити в градусах (y_1). Замер y_{10} производят аналогично после 10 минут покоя. Статическое напряжение сдвига определяется по формуле:

$$Q_1 = k \cdot y_1$$
$$Q_{10} = k \cdot y_{10}$$

где: k - коэффициент прибора.

ИЗМЕРЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОЙ И ПЛАСТИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ, ДИНАМИЧЕСКОГО НАПРЯЖЕНИЙ СДВИГА

Стакан прибора заполняют буровым раствором до метки и устанавливают на кронштейн. Включают прибор со скоростью вращения ротора $9,600 \text{ с}^{-1}$ и измеряют угол поворота (y) по установившимся показателям шкалы. Замер повторяют последовательно при 6,400; 4,800 и 3,200 с^{-1} . По окончании измерения прибор выключают, цилиндры моют и вытирают насухо.

По результатам измерений, полученных на приборе ВСН-3, рассчитывают реологические показатели - эффективную и пластическую вязкости, а также динамическое напряжение сдвига. Для расчета необходимо сделать графическое построение в координатах $n - Y_1$, аналогичное изображенному на рис. 3.

Через точки, соответствующие значениям Y при различных n проводят плавную линию 1 - реологическую кривую течения. Прямолинейный участок кривой продолжают до пересечения с осью абсцисс в точке Y_1 , и получают прямую 2.

Опустив перпендикуляр на ось абсцисс от точки прямой 2, соответствующей $9,600 \text{ с}^{-1}$ получают точку ϕ_2 .

Реологические показатели рассчитывают по формулам:

$$\eta_{эф(n)} = \beta \frac{y_2}{n};$$
$$\eta_{пл} = \beta \frac{\phi_2 - \phi_1}{n};$$
$$\tau_0 = A \cdot y_1$$

где:

$\eta_{эф}$ - эффективная вязкость, спз;

$\eta_{пл}$ - пластическая вязкость, спз;

τ_0 – предельное динамическое напряжение сдвига, Па ;

A и B – коэффициенты приборов (указываются в паспортах);

Y_1 и Y_2 - углы в градусах (определяются по графику и соответствуют отрезкам ОУ1 и ОУ2).

Примечание: Если реологическая кривая имеет обратный наклон или не содержит прямолинейного участка (аналогично кривой 3 на рис.8) определяют только эффективную вязкость по формуле (1) с углом

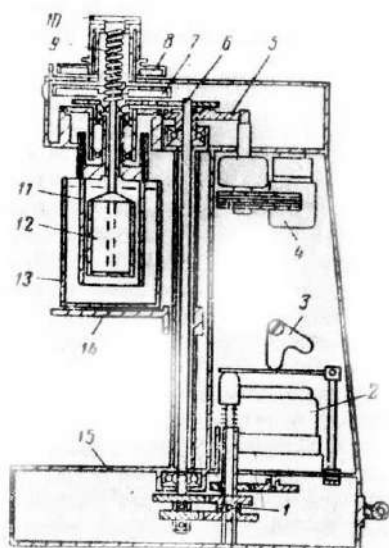


Рис. 7. Вискозиметр ВСН-3

- 1 - двухскоростной редуктор;
 2 - синхронный двигатель СД-54;
 3 - переключатель редуктора; 4 - синхронный двигатель СД-2;
 5 - шестерня обгонной муфты; 6 - трансмиссионный вал; 7 - шкала измерительная; 8 - шкала крутильной головки; 9 - пружинный динамометр; 10 - наружный цилиндр; 11 - внутренний цилиндр; 12 - стакан с раствором; 13 - кронштейн; 14 - корпус.

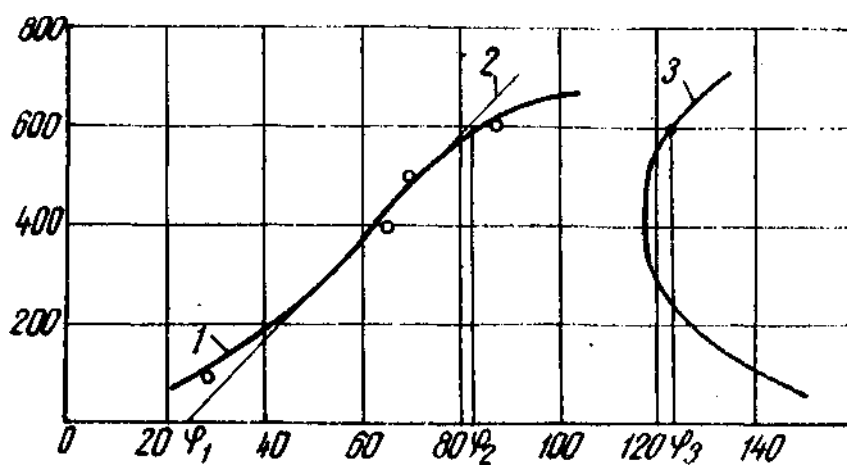


Рис. 8. Типы реологических кривых

- 1 - кривая, построенная по опытным точкам; 2 - прямая для расчета η пл и τ_0 ; 3 - кривая с обратным наклоном.

2. ПРИБОРЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПОВЕРХНОСТЕЙ АКТИВНОСТИ И СМАЗОЧНЫХ СВОЙСТВ ПРОМЫВОЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

Смазочные свойства промывочных жидкостей проявляются при введении в них активных добавок и эмульсолов.

Смазочные свойства в основном связаны с формированием смазочных пленок, в результате адсорбции поверхностно-активных веществ на трущихся поверхностях (бурильных трубах, стенках скважин, буровых наконечниках). Вольную роль на смазочные свойства оказывает pH среды.

Оценку адсорбционной активности ПАВ и их смазочных свойств можно осуществить по следующим параметрам:

- 1) поверхностное натяжение, Н/м ;
- 2) смачиваемость, $B = \cos \theta$;
- 3) стабильность, %;
- 4) порог быстрой коагуляции Пб.к, к/л;
- 5) водородный показатель, pH;
- 6) коэффициент трения, Кт;
- 7) предельная прочность смазочной пленки, $p_{кр}$ Па

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ВОДОРОДНОГО ПОКАЗАТЕЛЯ (pH)

Водородный показатель определяет концентрацию ионов водорода в промывочной жидкости, которые оказывают существенные влияния на физико-химические процессы, протекающие в жидкости и на эффективность химической обработки.

Для различных промывочных жидкостей существует своя оптимальная концентрация водородных ионов, при которой они более полно удовлетворяют требованиям технологии бурения в конкретных геолого - технических условиях. Контроль за концентрацией водородных ионов позволяет определить причины изменения свойств промывочной жидкости в процессе бурения и принять меры по восстановлению её качества.

Вода является слабо диссоциирующим веществом, в 1 л при 22 °С диссоциирует одна десятиллионная часть грамм-молекулы с образованием $1 \cdot 10^{-7}$ г. ион водорода H^+ и $1 \cdot 10^{-7}$ г. ион гидроксильной группы OH. Концентрация диссоциированных молекул H_2O в воде и разбавленных водных растворов является величиной постоянной, постоянным является и произведение концентраций водородных и гидроксильных ионов - так называемое ионное произведение воды (численное значение равно $1 \cdot 10^{-14}$).

Кислотность и щелочность раствора можно выражать через концентрации ионов H^+ . Чтобы избежать неудобств, связанных с применением степенных отрицательных чисел, концентрацию водородных ионов принято выражать и логарифмом с обратным знаком и называть водородным показателем pH.

$$pH = - \lg H^+$$

В нейтральных растворах $pH = 7$ и уменьшается с ростом кислотности. В щелочных растворах $pH > 7$ и повышается с ростом щелочности.

При повышении щелочности АГЖ ухудшаются щелочные свойства, происходит быстрое удаление адсорбционных пленок ПАВ с трущихся поверхностей, а у глинистого раствора наблюдается коагуляция, растет вязкость.

Для измерения pH в лабораторных условиях применяют специальные приборы pH-метры. Для измерения величины pH в этих приборах используется система со стеклянным электродом, электродвижущая сила которой зависит от активности ионов водорода в растворе.

Схема для измерения величины pH приведена на рис. 13. Стеклянный электрод 2

представляет собой трубку с пожни шариком 1 из специального стекла на конце. При погружении электрода в раствор между поверхностью шарика электрода и раствором происходит обмен ионами, в результате которого ионы лития в поверхностных слоях замещаются ионами водорода, и стеклянный электрод приобретает свойства водородного электрода.

Между поверхностью стекла и контролирующим раствором возникает разность потенциалов, величина которой определяется активностью ионов водорода в растворе.

Для создания электрической цепи при измерении применяются контактные электроды: внутренний контактный электрод, осуществляющий электрический контакт с раствором, заполняющим внутреннюю полость стеклянного электрода, и внешний контактный электрод (вспомогательный электрод), осуществляющий электрический контакт с контролируемым раствором. Для защиты от воздействия высоких температур (при измерении pH растворов, температуры которых выше температуры окружающей среды) вспомогательный электрод помещают вне контролируемого раствора и соединяют с ним при помощи электролитического ключа трубки, наполненной раствором хлористого калия и заканчивающейся пористой перегородкой

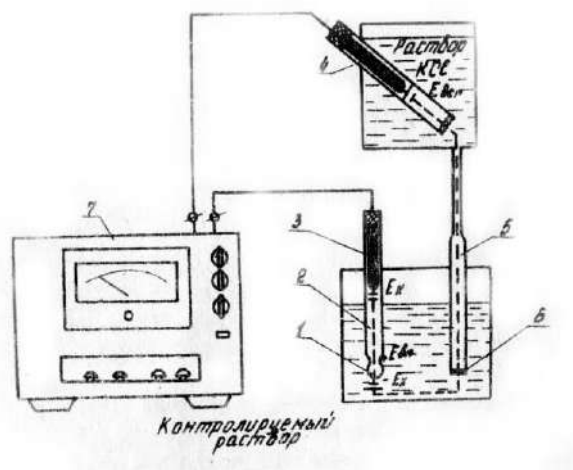


Рис. 9. Схема измерения pH раствора

1- полый шарик из электродного стекла; 2- стеклянный электрод; 3- внутренне контактный электрод; 4- вспомогательный электрод; 5- электролитический ключ; 6- пористая перегородка; 7- pH-метр - pH-262 (измерительный прибор).

Раствор хлористого калия непрерывно просачивается через пористую перегородку, предотвращая проникновение из контролируемого раствора в систему электрода посторонних ионов, которые могли бы изменить величину ЭДС электрода. Для измерения ЭДС электродной системы применяется компенсационная схема, позволяющая существенно уменьшить потребляемый ток электродной системы при измерении. При намерении электродвижущая сила E электродной системы сравнивается с падением напряжения на сопротивлении, через которое протекает ток конечного каскада усилителя pH-метра. Этот ток пропорционален ЭДС электродвижущей системы, а следовательно, и величине pH контролируемого раствора.

Измерение поверхностного натяжения

Поверхностное натяжение - это величина удельной работы, которую нужно затратить, чтобы образовать единицу свободной поверхности (капли).

Измерение поверхностного натяжения в лабораторных условиях наиболее удобно производить на сталагмометре БашНИИнефть (рис.14). Определяется число капель в единице объема, формирующихся на границе раздела: водный раствор ПАВ -

воздух.

Основными частями прибора являются: 1 - микрометр, определяющий объем выдавливаемого раствора ; 2 - медицинский шприц, куда заливается исследуемый раствор ПАВ; 3 - капилляр с внутренним диаметром 0,8 мм и 4 - кронштейн.

Перед началом опыта внутреннюю поверхность шприца и капилляр обезжиривают хромовой смесью (5% порошка двуххромового калия, растворенного в концентрированной серной кислоте) или ацетоном, а потом промывают дистиллированной водой.

Перед началом замеров необходимо определить постоянную капилляра. Для этого берут дистиллированную воду, поверхностное натяжение которой известно, и замеряют количество капель, появляющихся при выдвижении микрометрического винта на 1 см. Поверхностное натяжение воды при данной температуре берется из табл.

Постоянная капилляра определяется по формуле:

$$K = \sigma_{\text{в}} \cdot n_{\text{в}}$$

где: $\sigma_{\text{в}}$ - поверхностное натяжение воды при данной температуре Н/м

$n_{\text{в}}$ - число капель воды при выдвижении шприца на 1 см.

Затем 50 см³ активной промывочной жидкости профильтровывают через складчатый фильтр < менее 50 см³ фильтрата брать не рекомендуется, так как в этом случае концентрация ПАВ существенно изменится вследствие адсорбции на фильтровальной бумаге).

При работе с глинистым раствором можно использовать для получения фильтра прибор ВМ-6.

Определяют температуру фильтрата, После получения равенства температур воды и фильтрата приступают к измерению. Подсчитывают число капель фильтрата при выдвижении микрометрического винта на 1 см. Замеры проводят три раза и находят среднее количество капель.

Поверхностное натяжение фильтрата определяется по формуле:

$$\sigma_{\text{и}} = \frac{\sigma_{\text{в}} \cdot n_{\text{в}}}{n_{\text{и}}} = \frac{K}{n_{\text{и}}}$$

где: $n_{\text{и}}$ - число капель исследуемой жидкости;

K - постоянная капилляра.

Рис. 10. Сталагмометр
1- микрометр, 2-медицинский шприц;
3-капилляр; 4 - кронштейн

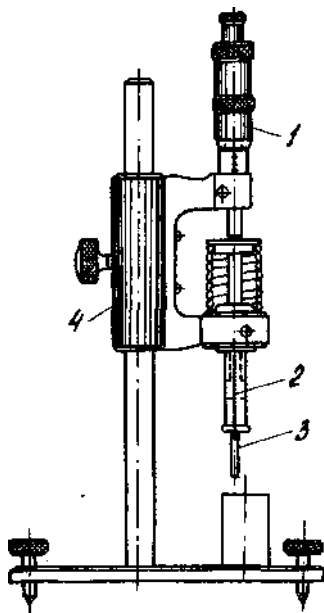


Таблица 1

Изменение поверхностного натяжения воды в зависимости от температуры

Температура воды, °С	Поверхностное натяжение, Н/м	Температура воды, °С	Поверхностное натяжение, Н/м
15	73,49	22	72,44
16	73,34	23	72,28
17	73,19	24	72,12
18	73,05	25	71,96
19	72,90	26	71,80
20	72,75	27	71,64
21	72,59	28	71,47

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СМАЧИВАЕМОСТИ АПЖ

Способность АПЖ смачивать твердые поверхности характеризуется косинусом краевого угла смачивания, которая навивается смачиваемостью ($B = \cos \theta$)

Краевой угол смачивания на исследуемой поверхности (бурильная труба, горная порода) измеряется по форме капли, сфотографированной на пластинке.

Для снятия капли на пластинку применяется установка, схема которой приведена на рис. 11.

Установка состоит из источника света 1, испытуемой поверхности 2, увеличителя с длинно-фокусной линзой 3, экрана 4, рамки 6.

Для измерения краевого угла смачивания исследуемых поверхностей готовится АШ с концентрациями ПАВ 0,5; 1; 2; 3; 4%. Перед нанесением капли на исследуемую поверхность её нужно обезжирить ацетоном или хромовой смесью, промыть дистиллированной водой и хорошо просушить. Для нанесения капель на поверхность дается выдержка 4 минуты с целью придания капле равновесного кривого угла.

В течение данного времени капля проектируется на экран путем установки максимальной резкости в изображении контура капли перемещением увеличителя 3 по направляющей рамки 5.

После снятия капли на пластинку и её проявления, замеряется краевой угол. Для этого измеряется высота капли h и радиус площади контакта с поверхностью r_k . Зная эти размеры, рассчитывается смачиваемость по формулам:

$$\text{при } \theta < 90^\circ \quad C_{\theta} = \frac{r_k^2 - h^2}{r_k^2 + h^2}$$

$$\text{при } \theta > 90^\circ \quad C_{\theta} = 1 - \frac{h}{r_k}$$

Полученные расчетные данные заносятся в таблицу, на основании которых строятся графики $\cos \theta = f(c)$. Данные графики позволяют оценить смачиваемость АПЖ поверхности горных пород и буровых труб в зависимости от концентрации ПАВ. На основании полученных данных вычисляется работа адгезии, которая характеризует энергию сцепления смазочной пленки с трущимися поверхностями.

$$W_a = \sigma_{жг}(1 + C_{\theta})$$

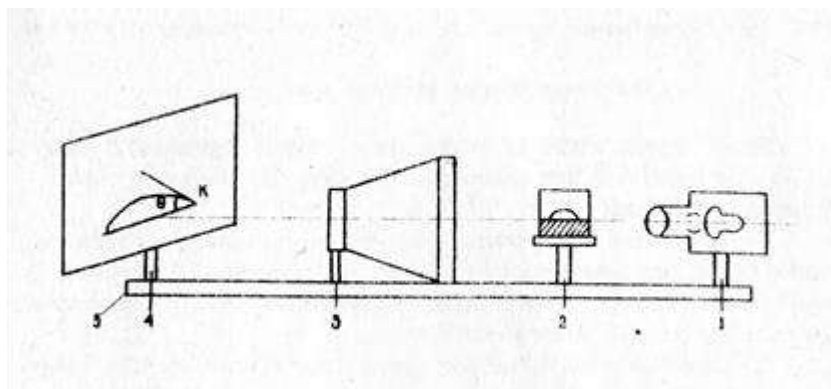


Рис.11. Установка для определения краевого угла смачивания.
источник света; 2 - испытываемая поверхность; 3 - увеличитель экран-пластинка; 5 - рама.

W_a - работа адгезии, Н/м ;

$\sigma_{ж.г}$ - поверхностное натяжение на границе раздела жидкость-газ, Н/м ;

$\cos \theta$ - смачиваемость.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТАБИЛЬНОСТИ АПЖ

Под стабильностью, или устойчивостью понимается способность АПЖ сохранить свое агрегативное состояние, не расслаиваться в течение продолжительного времени.

Проба АПЖ заливается в мерный цилиндр, который оставляют в покое в течение трех часов при комнатной температуре. Если за это время расслоение жидкости не произойдет, то она считается стабильной. Расслоение может произойти в результате повышенной жесткости воды.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОРОГА БЫСТРОЙ КОАГУЛЯЦИИ

Мерой агрегативной устойчивости активной промывочной жидкости по отношению к солям поливалентных металлов является порог быстрой коагуляции (Пб·К).

Порог быстрой коагуляции - это та наименьшая концентрация электролита, которая вызывает снятие энергетического барьера электростатического отталкивания сближающихся коллоидных частиц и быстрое расслоение дисперсной системы.

Определение порога быстрой коагуляции осуществляется следующим образом. В начале готовятся растворы активной промывочной жидкости с концентрациями эмульсолов или ПАВ 0,5; 1; 2; 3; 4%. Затем приготавливаются растворы с концентрациями электролитов (CaCl_2 , MgCl_2) от 0,25 до 10/л в зависимости от коагулирующей активности электролита.

Раствор электролита заливается в бюретки объемом 10 мл с ценой деления 0,1 мл. Для проведения наблюдений берется пробирка и заполняется 2 мл активной промывочной жидкости. Потом исследуется раствор с помощью бюретки вводится электролит небольшими дозами (по 0,1 мл). После каждой добавки раствор интенсивно встряхивается и просматривается при просвечивании электрической лампой. Интенсивное помутнение раствора и выделение коагулированных хлопьев ПАВ свидетельствует о начале быстрой коагуляции раствора. Концентрация электролита, выраженная в г/л, которая вызывает быструю коагуляцию АПЖ, применяется за порог быстрой коагуляции.

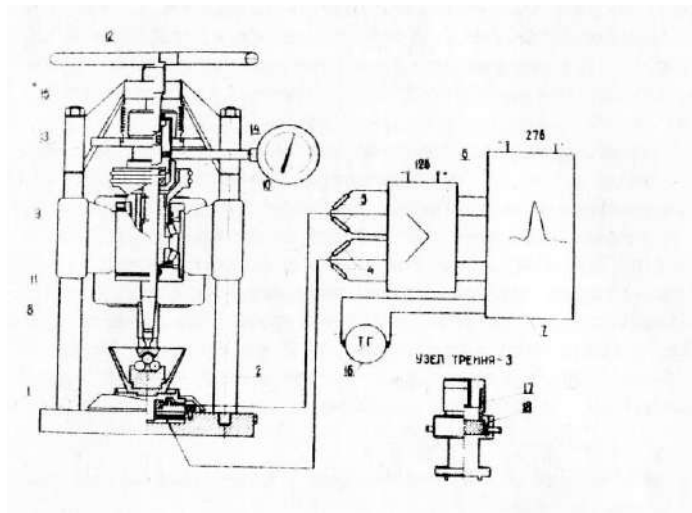


Рис. 12. Установка трения 1 - опорная станина; 2,3 - узлы трения; 4,5 - тензодатчик; 6 - тензоусилитель; 7 - осциллограф; 8 - шпиндель; 9 - корпус шпинделя; 10 - шкив; 11 - электродвигатель; 12 - нагрузочный винт; 13 - гидропресс; 14 - манометр, 15 - нагрузочная траверса; 16 - тахогенератор

ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ

Коэффициент трения определяется на установке трения, которая монтируется узлы трения 2 и 3. Узел 2 служит для измерения коэффициента трения на контакте металл-металл, и узел 3 - на контакте металл-горная порода. Узел 2 представляет собой четырехшариковую пирамиду, установленную на поверхности стола, который связан с измерительной пружиной, с наклеенными на ней тензодатчиками 4. К тензодатчику подсоединяется тензоусилитель 6, и осциллограф 7. Давление на узел трения осуществляется шпинделем 8, смонтированным в корпусе 9. Вращение шпинделя передается через шкив 10 от двигателя 11. Нагрузка на шпиндель создается винтом 12 гидропресса 13, которая регистрируется по манометру 14. Винт 12 перемещается по резьбе в нагрузочной траверсе 15.

Замеры производятся по следующей методике. Стальные шары диаметром 8,5 мм из стали IX, предварительно обезжириваются ацетоном, устанавливаются в узел трения, в который заливается исследуемая АПЖ. С помощью гидропресса создается нагрузка, которая регистрируется по манометру. Латером плавно включается мотор до полных оборотов, которые регистрируются счетчиком 16. В этот момент включается записывающее устройство осциллографа. После обработки осциллограмм определяется крутящий момент $M_{кр}$. По аналогичной методике производятся замеры на узле трения металл-горная порода. Коэффициент трения определяется по формуле:

$$K_T = \frac{F_{тр} \cdot R}{P \cdot r} = \frac{M_{кр}}{P \cdot r}$$

где: $F_{тр}$ - сила трения или горизонтальное усилие, вызывающее движение стола, Н;

R - радиус подвижного стола, м ;

P - осевая нагрузка на шпиндель, Н ;

r - радиус четырехшариковой пирамиды, м ;

$M_{кр}$ - крутящий момент на подвижном столе, кг · м²;

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ СМАЗОЧНОЙ ПЛЕНКИ

Под предельной прочностью смазочной пленки подразумевается критическое давление на площадь контакта, при котором происходит выдавливание (разрушение) смазочной пленки.

Определение предельной прочности смазочной пленки производится на установке трения в следующей последовательности.

Исследуемая активная промывочная жидкость заливается в узел трения, создается последовательно нагрузка на шпиндель, ступенями включается вращение и замеряется величина крутящего момента при каждом нагружении.

Затем строится график в логарифмических координатах, $M_{кр} = f(P)$. На графике находится точка резкого возрастания величины крутящего момента. Нагрузка, соответствующая этой точке принимается за $P_{мах}$.

Величина предельной прочности смазочной пленки в месте контакта определяется по формуле Герца-Беляева:

$$P_{кр} = 0,388 \sqrt{\frac{1,64 P_k E^2}{r^2}}$$

Где $P_{кр}$ – критическое давление на площадь контакта, $кг \cdot м^2$,

P_k – контактная нагрузка, Н;

E – модуль упругости, $кг/мм^2$ (для стали $E = 2,1 \times 10^{-4} кг/мм^2$);

r – радиус шара, м;

$P_k = 0,41 P$;

где $P_{мах}$ – осевая нагрузка в момент выдавливания пленки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Контроль параметров промывочных жидкостей в процессе бурения является важным условием сохранения качества промывочной жидкости и поддержания устойчивости ствола скважины.

В методических разработках приведено описание основных приборов для измерения структурно-механических и антифрикционных параметров промывочных жидкостей и изложена методика их определения.



**ФГБОУ ВО
УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ**



ФАКУЛЬТЕТ ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ

**Кафедра технологии и техники разведки месторождений полезных
ископаемых**

Усов Г.А.

ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРИГОТОВЛЕНИЯ БУРОВЫХ ПРОМЫВОЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

Методическое пособие по самостоятельной работе
для студентов специальности
21.05.03 Технология геологической разведки

Екатеринбург 2020

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. МЕХАНИЧЕСКОЕ ПРИГОТОВЛЕНИЕ БУРОВЫХ РАСТВОРОВ.....	4
2. ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ ПРИГОТОВЛЕНИЕ ГЛИНИСТЫХ РАСТВОРОВ.....	10
3. СПОСОБЫ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ДИСПЕРГАЦИИ ГЛИНИСТЫХ РАСТВОРОВ.....	14
4. ПРИГОТОВЛЕНИЕ ПОЛИМЕРНЫХ И ЭМУЛЬСИОННЫХ РАСТВОРОВ.....	17
5. ПЕРЕМЕШИВАТЕЛИ.....	21
5.1. Гидравлические перемешиватели.....	21
5.2. Механические перемешиватели.....	23
5.3. Перемешиватели, выпускаемые зарубежными фирмами.....	24
6. ГИДРОАКУСТИЧЕСКИЕ МАШИНЫ ДЛЯ ПРИГОТОВЛЕНИЯ БУРОВЫХ ПРОМЫВОЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ РАЗРАБОТАННЫЕ НА КАФЕДРЕ “ТТР МПИ”.....	26
6.1. Малогабаритная многосекционная роторная мельница «ММР-2».....	26
6.2. Барабанный измельчитель.....	28
6.3. Струйная вихревая мельница.....	29
6.4. Гидродинамическая роторная мельница ГРМ-2.....	31
6.5. Многоступенчатая струйно-вихревая мельница “СВМ - 3”.....	32
6.6. Многоступенчатая микромолотковая мельница для приготовления механоактивированных буровых растворов.....	34
6.7. Лопастной механоактиватор “ЛМА-2М”.....	37
6.8. Малогабаритная щеточная мельница ММЩ-2М для приготовления буровых промывочных жидкостей.....	39
6.9. Вихревой гидродинамический излучатель “ГДИ”.....	41
6.10. Центробежная мельница мокрого помола “МЦ-Т”.....	43
6.11. Малогабаритная щеточная мельница «МЩ-1».....	45
6.12. Передвижная установка для приготовления буровых промывочных жидкостей.....	46
6.13. Экспресс технология производства импортозамещающих буровых реагентов с использованием эффекта механоактивации крахмалосодержащего сырья.....	50
6.14. Универсальный буровой реагент “РБЦ-4” на основе механоактивированного древесного волокна с повышенным содержанием смол.....	52
6.15. Буровой реагент для освоения шельфовых нефтегазовых месторождений «Peat-MA».....	64
7. ТЕХНИКА БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ПРИГОТОВЛЕНИИ ПРОМЫВОЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ.....	69
7.1. Меры безопасности при работе с промывочными жидкостями.....	69
7.2. Производственная санитария.....	72
7.3. Меры пожарной безопасности.....	73
СПИСОК ИСПОЛЪЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	75

ВВЕДЕНИЕ

По современным представлениям со все возрастающими объемами и глубинами бурения увеличение скорости проходки скважины возможно лишь при быстром и качественном приготовлении буровых промывочных жидкостей. Производительность приготовления и качество применяемых очистных агентов оказывает влияние практически на все показатели в бурении, например, скорость проходки скважин может быть увеличена до 20-30% и выше. При этом общая доля затрат на приготовление буровых промывочных жидкостей составляет от 5 до 14% стоимости сооружения скважин. К промывочным жидкостям предъявляются требования с учетом комплекса геологических, технологических и организационных факторов, возникающих в процессе бурения. Это обуславливает необходимость применения разнотипных машин для приготовления буровых очистных агентов по принципу действия, энергозатрат, производительности, металлоемкости, габаритов и т.д.

Для приготовления промывочных жидкостей из сухих порошкообразных материалов требуется лишь тщательное перемешивание частиц твердой и жидкой фазы и создание условий для полного смачивания твердых частиц. Для приготовления промывочных жидкостей из комовых материалов или влажных порошков необходимо предварительное дробление кусков или слипшихся комков. Процессы дробления исходных твердых материалов и перемешивание их с жидкостью, в частности с водой, осуществляются в механических или гидравлических мешалках.

Машиностроительные заводы по заявкам предприятий бурения продолжают выпускать оборудование для приготовления и утяжеления промывочных жидкостей из комовых материалов. В настоящее время можно найти описание некоторых видов такого оборудования, применяемого различными объединениями, хотя известно, что наиболее прогрессивным, наиболее экономичным является оборудование для приготовления промывочных жидкостей из сухих порошкообразных материалов, что подтверждается зарубежной практикой.

Глинистые растворы готовят в специальных устройствах — глиномешалках механическим или гидравлическим способами. Глиномешалки соответственно подразделяются на механические и гидравлические. Механические глиномешалки по характеру действия делятся — прерывного (циклового) и непрерывного; по конструктивному исполнению — лопастные, роторные, шаровые; по расположению валов — с горизонтальным и вертикальным расположением. Лопастные глиномешалки делятся по числу валов - наодновальные и двухвальные.

В методическом пособии рассмотрены конструкции основных технических средств для приготовления буровых промывочных жидкостей, применяемых в геолого-разведочной и нефтегазодобывающей отраслях, а так же гидродинамические и гидромеханические измелчительные устройства разработанные на кафедре ТТР МПИ за последние 30 лет.

1. МЕХАНИЧЕСКОЕ ПРИГОТОВЛЕНИЕ БУРОВЫХ РАСТВОРОВ

Механические глиномешалки используются для приготовления глинистых растворов, как из комовых, так и из порошковых глин. Привод глиномешалок осуществляется от индивидуальных двигателей или через трансмиссию.

Механические глиномешалки могут быть одновальные, двухвальные, трехвальные с вертикальным или горизонтальным расположением валов. Привод глиномешалок осуществляется от индивидуальных двигателей или через трансмиссию.

Характеристика глиномешалок, применяемых при разведочном бурении, приведена в табл.1.

Механическая лопастная глиномешалка с горизонтальным валом (рис.1) состоит из металлической емкости-корпуса 1, в которой вращается вал 4 с укрепленными на нем поперечными лопастями 6 для измельчения и перемешивания глины с водой. Лопасти расположены одна относительно другой под углом 90°. Между внутренней поверхностью корпуса и лопастями имеется просвет в 30—35 мм.

Таблица 1

Техническая характеристика глиномешалок

Тип глиномешалки	Емкость, м ³	Расположение валов	Число валов	Скорость вращения рабочих валов, об/мин.	Мощность приводного двигателя, кВт.	Габариты, мм.			Масса, кг.
						Длина	Ширина	Высота	
Г-1-0,25	0,25	горизонт.	1	80	2,0	1400	870	115	260
Г1-0,30	0,30	горизонт.	1	37	2,0	2230	895	0	309
ГМ-0,7	0,70	горизонт.	1	125	5,0	1650	1000	108	-
ГМЭ-0,75	0,75	горизонт.	2	78	2,8	2050	1450	0	696
ОГХ-7А	0,75	вертик.	1	95	6,0	1250	1220	125	385
ГК-1	1,0	горизонт.	2	-	3,0	-	-	0	-
МГ-1-0,75	0,75	горизонт.	-	-	2,8	-	-	131	-
МГ-1-0,80	0,80	горизонт.	2	165	4,5	2450	1130	7	760
Г2-П-2-4	4,0	горизонт.	2	95	21,5	-	-	168	3734
МГ-2-4	4,0	горизонт.	2	90-100	14,0	3890	3015	5	3565
	3,0	горизонт.	2	-	8,8	-	-	-	-
	2,0	горизонт.	2	-	7,0	1450	2150	-	1857

Глину загружают через загрузочный люк 5, который закрывается крышкой. Приготовленный раствор выпускают через спускной люк 7. Вращение с рабочего шкива 2 на горизонтальный вал передается с помощью зубчатого редуктора 3. Как правило, глиномешалка устанавливается на полозьях. Для приготовления глинистого раствора лопастную глиномешалку заполняют водой примерно на $\frac{1}{3}$ объема и загружают в нее необходимое количество глины, периодически проворачивая вал с помощью электродвигателя. Затем доливают воду до верха глиномешалки, закрывают люк крышкой и включают электродвигатель.

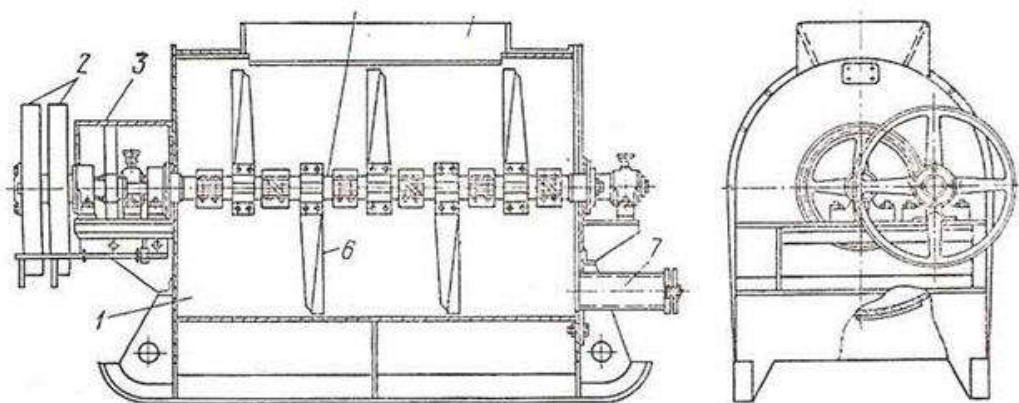


Рис. 1. Горизонтальная одновальная глиномешалка.

Глиномешалка МГ-2-4Х (рис. 2) представляет собой овальный сварной барабан 1, внутри которого на шарикоподшипниках, закрепленных на кронштейнах 6, параллельно установлены два рабочих вала 7 квадратного сечения. К этим валам с помощью болтов крепятся лопасти. Привод валов осуществляется от электродвигателя, передающего вращение ведомому шкиву 9, расположенному на одном валу с шестерней 8, которая, в свою очередь, передает вращение зубчатым колесам 5 на валу 7. Вода, глина и другие компоненты раствора подаются в барабан через загрузочный люк 2. Барабан установлен на раме 4. Рабочие лопасти, вращаясь, разбивают комья глины, в результате чего при смешивании их с водой образуется глинистый раствор. Приготовленный раствор сливается через спускной патрубок 3, расположенный в нижней части барабана, с помощью специального рычага. Конструкция глиномешалки ГКЛ-2М отличается от МГ-2-4Х существенно.

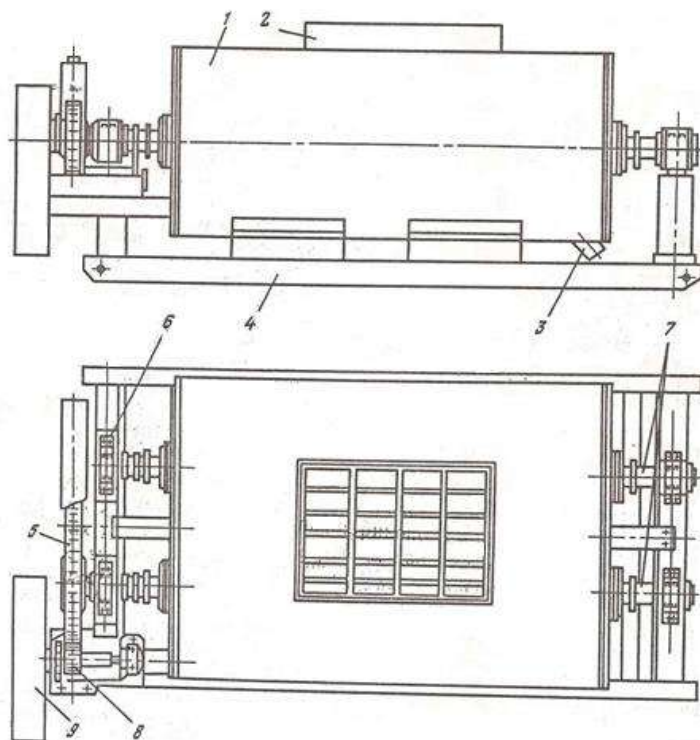


Рис. 2. Глиномешалка МГ-2-4Х

Техническая характеристика лопастных глиномешалок

Тип глиномешалки.....	МГ-2-4Х	ГКЛ-2М
Вместимость барабана, м ³	4	2
Число рабочих валов	2	2
Частота вращения валов, об/мин.....	90—100	184
Максимальная производительность по комовой глине, м ³ /ч	2	1,5
Мощность приводного двигателя, кВт	14	7
Габариты, мм:		
Длина	3890	1450
ширина.....	3015	2150
высота.....	1445	1500
Масса, кг	3565	1957

Механические лопастные глиномешалки отличаются простотой конструкции, но имеют и ряд существенных недостатков: сравнительно невысокую производительность; трудность доступа внутрь глиномешалки для выполнения ремонта и чистки; частые заклинивания и поломки лопастей при попадании в глину твердых включений большого размера; уменьшение рабочего объема глиномешалки при налипании глины к внутренним стенкам. Разновидность механических глиномешалок — фрезерно - струйные мельницы (ФСМ), разработанные Воронежским инженерно-строительным институтом для приготовления и утяжеления промывочных растворов. ФСМ—машины непрерывного действия, используются для приготовления глинистых растворов из комовых глин и глинопорошков.

Фрезерно-струйная мельница (рис.3) состоит из следующих основных узлов: лопастного ротора 2, приемного бункера 9, предохранительной шарнирной плиты 13, диспергирующей рифленной плиты 1, ловушки 16 и лотка 4 для отвода готового глинистого раствора.

Комовые или порошкообразные материалы подаются, в приемный бункер 9, вода—по перфорированной трубе 11. Подвижной щиток 10 ограничивает предельный размер комьев, попадающих из бункера во внутреннюю часть корпуса. Исходные материалы попадают по предохранительной плите 13 на вращающийся, на валу 3 ротор 2. Большие камни или куски металла, имеющиеся в глинистом материале, заклиниваются между лопастями ротора и предохранительной плитой. Значительные усилия, возникающие при ударе лопастей 7 ротора о крупные твердые включения, приводят к срезыванию специальных сменных штифтов 15. При этом предохранительная плита, поворачиваясь вокруг шарнира 12, отходит к задней стенке корпуса мельницы, а посторонние включения проваливаются в ловушку 16, закрытую снизу специальной откидной крышкой 18 с резиновой прокладкой 17. Из ловушки они периодически удаляются путем открывания крышки с помощью механизма 19.

Расстояние между лопастным ротором и предохранительной плитой изменяется путем перестановки штифтов в регулирующей планке 14. В нижней части корпуса мельницы расположена сменная диспергирующая рифленная плита 1, огибающая с небольшим зазором четверть ротора. В боковой части корпуса укреплен решетка 6. Размер отверстий ее обусловлен требованиями, предъявляемыми к приготовляемому раствору. Сверху решетка закрыта отражательным щитком 5, который может быть откинут поворотом вокруг шарнира 8.

Готовый раствор стекает, по внешней поверхности решетки и по лотку 4 отводится в сторону. Корпус мельницы укреплен на раме 20. Предусмотрен разъем

корпуса по горизонтальной плоскости, проходящей через ось вала лопастного ротора.

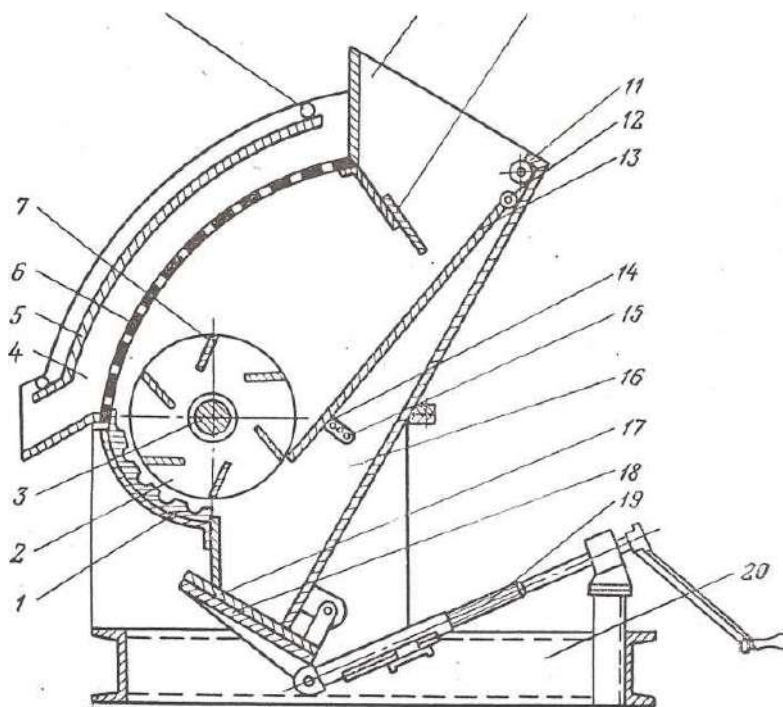


Рис. 3 Фрезерно-струйная мельница ФСМ-7

Принцип работы ФСМ заключается в следующем. Глина и вода, подаваемые в приемный бункер мельницы, захватываются лопастями ротора. При перемещении вдоль диспергирующей плиты происходит первичное измельчение глины. Дополнительное более тонкое измельчение их осуществляется при ударе струй, выбрасываемых лопастями ротора, о выходную решетку, а также при последующем перемещении суспензии вдоль решетки и прохождении раствора через ее отверстия. Частицы, не успевшие измельчиться в мельнице, вследствие циркуляции раствора вновь попадают под лопасти ротора.

Имеется ряд типов ФСМ: ФСМ-3, ФСМ-7, ФСМ-12, отличающихся, друг от друга, несущественными конструктивными изменениями.

Техническая характеристика фрезерно-струйной мельницы ФСМ-7

Производительность, т/ч:	
по комовой глине	8—10
по глинопорошку.....	20—25
Диаметр ротора, мм	400
Частота вращения ротора, об/мин	500
Мощность приводного электродвигателя, кВт	28
Габариты, ...	1950x1530x1410
Масса, кг.....	1400

Бесперебойная работа фрезерно-струйной мельницы может быть обеспечена только при наличии механизированной загрузки исходных материалов.

К преимуществам ФСМ относятся: высокая производительность, как по комовым глинам, так и по глинопорошку; простота конструкции и небольшие габариты; высокая экономичность.

Недостатками являются: низкое качество раствора, так как он содержит много нераспустившихся частиц глины относительно высокая приводная мощность, исключающая применение ФСМ в отдаленных партиях с ограниченными энергетическими ресурсами.

Первый недостаток устраняется многократной циркуляцией раствора по схеме ФСМ — емкость — насос — ФСМ. При приготовлении глинистого раствора по такой схеме производительность ФСМ остается более высокой, чем у лопастных глиномешалок.

В Канмансурской ГРЭ С. В. Яковлевым предложена, а Э. Н. Карповским усовершенствована высокопроизводительная вихревая глиномешалка с небольшой приводной мощностью.

Глиномешалка состоит (рис. 4) из корпуса 5 с конусной нижней частью и сливным крапом 10 и кронштейна 1, на котором установлен электродвигатель 2. Вращение от электромотора на рабочий элемент — активатор 8 (диск с ребрами на наружной поверхности) передается через вертикальный вал 6 и соединительную муфту 3. Вал крепится в верхней части к кронштейну с помощью опоры 4 с подшипниковым узлом внутри, а в нижней — фиксируется специальным опорным устройством 9. При работе с мерзлой глиной над активатором устанавливается предохранительный конус 7.

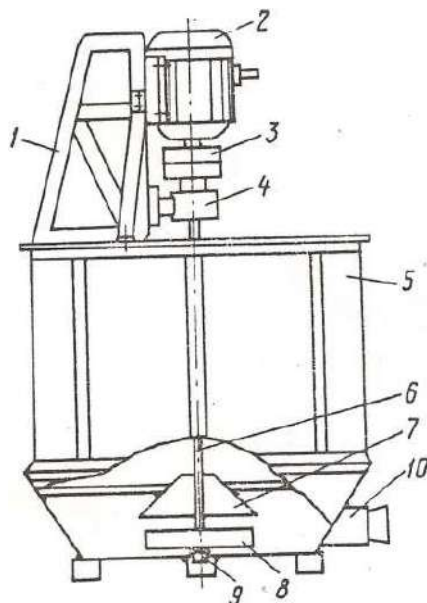


Рис. 4 Вихревая глиномешалка с вертикальным валом

При вращении активатора внутри глиномешалки создается завихрение жидкости и происходит размыв глины струями воды. Комья глины, отбрасываемые от активатора, после удара о стенки корпуса подхватываются струями раствора и вновь ударяются о ребра активатора, что способствует более интенсивному их разрушению.

Производительность вихревых глиномешалок примерно в три раза выше известных лопастных. Так, вместо 30—40 мин на приготовление 0,5 м³ раствора из комовой глины затрачивается 10—12 мин. За счет применения электродвигателя небольшой мощности (глиномешалка емкостью 0,5 м³ имеет двигатель мощностью 2,3 кВт) и повышения скорости приготовления раствора в несколько раз сокращается расход электроэнергии.

Вихревые глиномешалки просты по устройству и могут быть изготовлены в условиях механических мастерских экспедиций. Емкость их может быть практически любой.

Последнее время в некоторых геологоразведочных организациях применяется новая скоростная высокопроизводительная глиномешалка-диспергатор со шнековым перемешивающим устройством (рис.5) производительностью при механизированной загрузке до 240 м³/сут. Габариты ее примерно в два раза меньше, чем у двухвальной глиномешалки, масса 800 кг. Принципиальная схема глиномешалки приведена на рис. 5. Она состоит из шнекового перемешивающего устройства, диспергирующих крыльчаток, вращающихся на одном валу, и броневых гребенок со сменными пропускными решетками, неподвижно закрепленных в корпусе. Общий вид профиля пропускной решетки показан на разрезе А—А. Регулировка производительности глиномешалки осуществляется вентилями.

Приготовление раствора производится следующим образом: глина из приемного бункера захватывается шнеком и направляется на диспергирующее устройство. Удаление твердых включений, не поддающихся диспергированию, производится через ловушку с нижней откидной крышкой. Глиномешалка может работать в замкнутом прямом и обратном цикле. Принудительная циркуляция создается вращением шнека и крыльчаток.

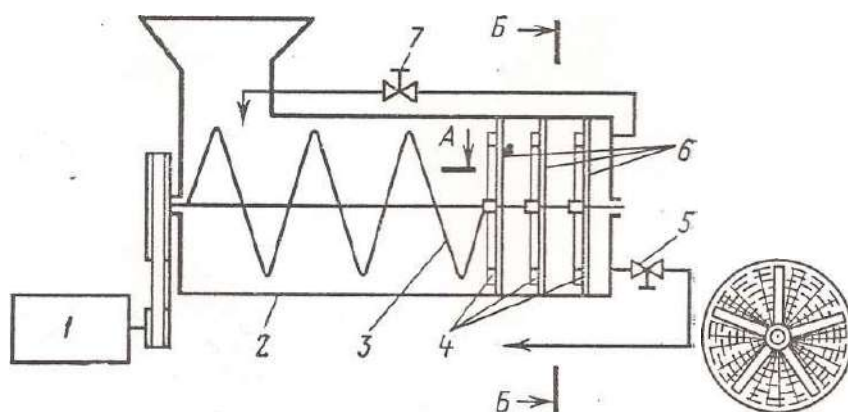


Рис. 5. Скоростная глиномешалка.

1- электромотор; 2- корпус; 3- шнековое устройство; 4- диспергирующие крыльчатки; 5- регулировочный вентиль; 6- пропускные решетки ; 7- регулировочный вентиль

Шаровые глиномешалки выпускали несколько последних лет. В качестве истирающих элементов в них применялись металлические шары. Барабан таких глиномешалок вращается, что приводит к перекатыванию шаров и истиранию твердой фазы. При более сложной конструкции производительность шаровых глиномешалок остается низкой, что и обусловило их снятие с производства.

Невысокая производительность лопастных и шаровых глиномешалок и высокая энергоемкость ФСМ вынуждают искать более приемлемые конструкции устройства, которые бы в большей мере учитывали конкретные условия работ. Так, имеются глиномешалки вихревого типа, (в которых перемешивание осуществляется по принципу, заложенному в стиральной машине), комбинированного типа, (в которых совмещены процесс предварительной пластической деформации и измельчения глины и перемешивание ее с жидкостью) и др.

2. ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ ПРИГОТОВЛЕНИЕ ГЛИНИСТЫХ РАСТВОРОВ.

В разведочном бурении подчиненное значение имеет гидравлический способ приготовления глинистых растворов, при котором для разрушения части твердой фазы используется только кинетическая энергия струи. Устройства для гидравлического способа приготовления глинистых растворов получили название гидравлических смесителей или гидромешалок. Различают гидромониторные и эжекторные гидросмесители.

Гидромониторные глиномешалки ГСТ, ГВФТ, Папировского, Резниченко и другие используют при бурении глубоких скважин. Производительность таких гидромешалок 40—120 м³/ч, давление жидкости перед насадками гидромониторов 4—10 МПа. Для условий разведочного колонкового бурения наиболее приемлем гидромониторный смеситель ГСТ (рис. 6)

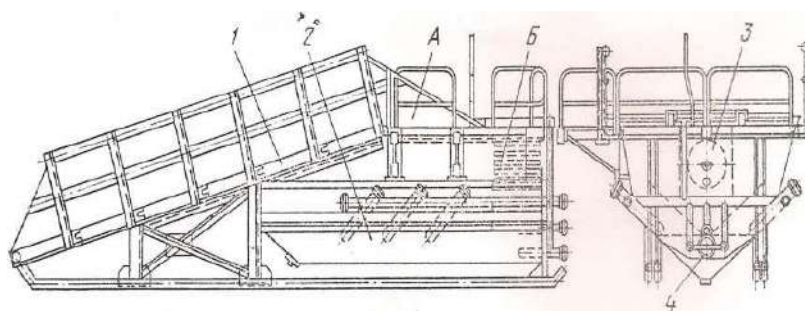


Рис. 6. Гидромониторный смеситель ГСТ.

Смеситель состоит из резервуара 2 и загрузочного трапа 1, по которому бульдозером подаются в резервуар исходные материалы. Резервуар разделен перегородкой на два сообщающихся отсека А и В. В отсек А встроены шесть мониторов, направленных под углом к оси резервуара. Такое расположение гидромониторов обеспечивает создание в отсеке А мощного потока, интенсивно размывающего глину.

В отсек В встроены три гидромонитора. Образовавшаяся в отсеке А суспензия движется в отсек В, который разделен перегородками на четыре полости. Проходя между перегородками, жидкость теряет нераспустившиеся комки глины, которые под действием трех гидромониторов возвращаются в отсек А. Освобожденная от комков суспензия поступает в барабанный фильтр 3, а оттуда через сливную трубу в приемный или запасной резервуар. Смеситель очищается через люк 4.

За один цикл нельзя получить высококачественный глинистый раствор, поэтому в процессе приготовления суспензия несколько раз циркулирует по замкнутому циклу буровой насос — смеситель — запасной резервуар — буровой насос до полной диспергации твердой фазы.

Производительность гидромониторного смесителя ГСТ 40 м³/ч, объем резервуара 14 м³, рабочее давление при работе одного насоса 4—5 МПа, двух насосов 7,5—9,5 МПа, масса 8390 кг.

Для получения глинистых растворов из комовых глин используют гидромониторную мешалку (гидросмеситель) Л. Т. Папировского (рис. 7). Она представляет собой корпус 6, имеющий форму горизонтально расположенного цилиндра, усеченного в нижней части. В корпусе на специальных опорах 2 монтируется нагнетательная линия, состоящая из нагнетательного кольца 1, с размывными трубками 3 и задвижками 9.

Приготовление глинистого раствора осуществляется по замкнутому циклу. После заправки глиномешалки расчетным количеством глины и воды включается насос. Жидкость забирается насосом из глиномешалки по всасывающей линии и вновь поступает в нее по нагнетательной линии. Для предохранения от попадания во всасывающую линию насоса крупных комков глины в корпусе глиномешалки устанавливают две сетки 7 и 8.

Загрузку глиномешалки глиной осуществляют при помощи бульдозера или автомашин-самосвалов. Вода подается из трубопровода или с помощью насоса.

Количество приготовленного раствора зависит от скорости истечения жидкости из размывных сопел и времени перемешивания. Количество одновременно работающих мониторов может меняться путем отключения части мониторов задвижками. Давление в нагнетательной линии должно поддерживаться в пределах 30—40 кгс/см². Длительность приготовления составляет 1,0—1,5 ч.

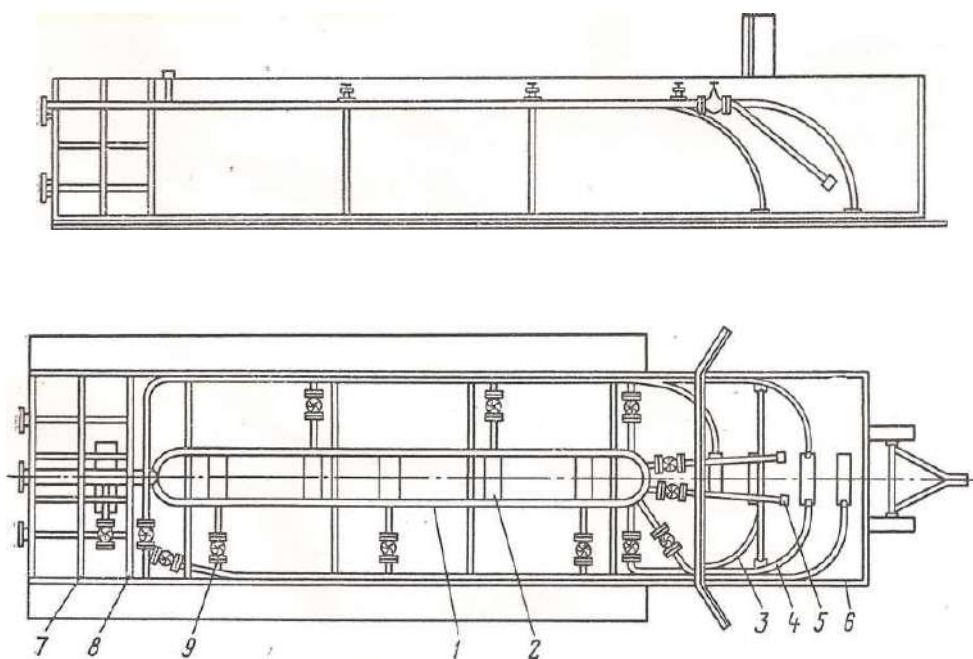


Рис. 7. Общий вид гидромониторной мешалки Л. Т. Папировского:

- 1 — нагнетательное кольцо гидромониторной системы; 2 — опора нагнетательного кольца; 3 — размывная трубка; 4 — водяная линия; 5 — штуцер размывной трубки; 6 — металлический корпус гидромешалки; 7 и 8 — металлические защитные сетки; 9 — задвижка высокого давления

Емкость глиномешалок Л. Т. Папировского может быть различной (от 25 до 200 м³). Производительность ее зависит от объема и примерно в 10—15 раз превышает производительность наиболее крупных лопастных глиномешалок МГ2-4 и Г2-П-2-4.

Для приготовления растворов из глинопорошка используются гидравлические мешалки эжекторного типа (гидроворонки). Это устройство непрерывного действия.

Гидравлические мешалки эжекторного типа (гидроворонки) используются для приготовления раствора из глинопорошка. Это — устройство непрерывного действия, наиболее распространена гидравлическая мешалка ГДМ-1 (рис. 8.). Она состоит из воронки 2 для загрузки глинопорошков, сопла 1, камеры смешения 3 и бака 5, смонтированных на общей раме 6. К соплу 1 под давлением подводится вода; при истечении ее в камере смешения образуется вакуум, благодаря чему туда засасывается порошок из воронки 2. Образовавшаяся пульпа поступает в бак и ударяется о специальный башмак, что способствует измельчению комочков глины и более интенсивному их перемешиванию с водой. Готовый глинистый раствор сливается через выходную трубу 4 в верхней части бака. Поднимаясь вверх, раствор теряет скорость, и из него выпадают на дно нераспустившиеся комочки глины.

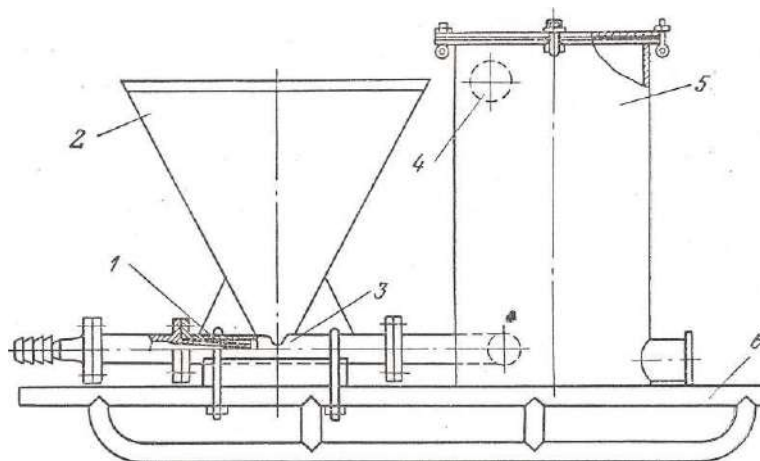


Рис. 8. Гидравлическая мешалка ГДМ-1

Имея относительно небольшие массу и габариты, гидроворонки отличаются высокой производительностью. Так, производительность гидравлической мешалки ГДМ-1 составляет по готовому раствору 70—90 м³/ч при объеме воронки 0,175 м³ и объеме бака 1 м³. Масса гидроворонки 1120 кг.

Следует отметить, что качество глинистого раствора, приготовленного в гидроворонках, довольно низкое. Несмотря на тонкий помол, частицы глинопорошка в процессе перемешивания с водой должны пройти дальнейшее диспергирование. Однако такое диспергирование происходит недостаточно интенсивно. За счет броуновского движения происходит частичная диспергация глины, но качество раствора остается хуже, чем при приготовлении в лопастных глиномешалках.

Качество раствора может быть существенно улучшено его многократным пропуском через гидроворонку без добавления твердой фазы.

Гидроэжекторный смеситель (рис. 9.) используется для приготовления глинистых растворов из глинопорошков. Смеситель для нужд разведочного бурения серийно не выпускается. Однако в различных конструктивных вариантах изготавливается в ГРЭ, широко использующих глинопорошки. Он состоит из насадки 1, загрузочной воронки 2 с клапаном 3, приемной 4 и смесительной 5 камер, диффузора 6 и сливного патрубка 7. Жидкость, прокачиваемая насосом через насадку 1, создает разрежение, под действием которого глинопорошок поступает в камеру гидросмесителя, где смешивается с жидкостью. Порошок может вводиться в смеситель через воронку 2 вручную.

Раствор, полученный в гидроэжекторном смесителе, для дополнительной диспергации глины должен выстоять в течение нескольких часов в приемной емкости с последующим интенсивным перемешиванием и обработкой в специальном диспергаторе.

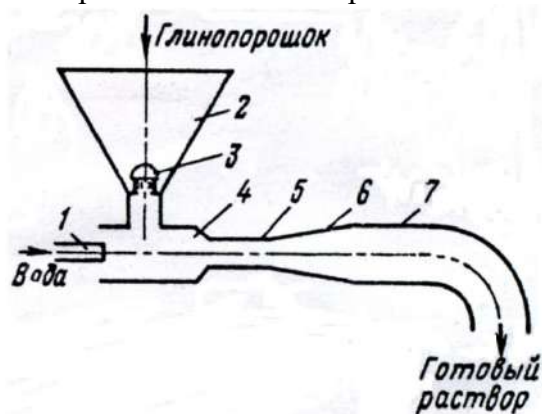


Рис. 9. Гидроэжекторный смеситель

Гидравлический диспергатор ДГ-1 (рис. 10.) состоит из корпуса с камерой 2, внутри которой помещены соосно керамические (металлокерамические, твердосплавные) насадки 3, закрепленные с помощью накладных гаек в посадочных выточках. Сверху камера закрыта глухим фланцем, открывающим доступ для смены насадок. К ней приварены входные и выходной патрубки для подачи и слива бурового раствора. Выходной патрубком 4 позволяет подсоединяться к гидроэжекторному смесителю БПР. На входной трубе 1 устанавливается задвижка высокого давления, манометр и предохранительный клапан на давление до 15 МПа.

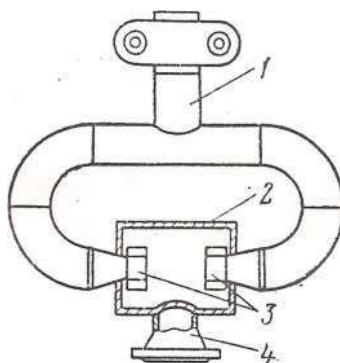


Рис. 10. Гидравлический диспергатор ДГ-1

Техническая характеристика ДГ-1

Рабочее давление, МПа	12 – 15
Подача по готовому буровому раствору, м ³ /ч.....	15 – 20
Диаметр насадок, мм.....	9; 11; 13; 16
Масса, кг	76

Принцип действия гидравлического диспергатора основан на том, что при соударении высокоскоростных встречных струй в камере ограниченного объема возникают кавитационные явления, ультразвук и другие эффекты, интенсифицирующие процессы диспергирования. Обработанные таким способом суспензии или эмульсии в последующем не изменяют своих свойств под влиянием менее мощных диспергирующих эффектов, возникающих при работе насосов, турбобуров, долот и других механизмов, в процессе бурения скважины. Кроме того, происходит дополнительное измельчение

глиноматериалов, нефти, битума, в результате чего для получения бурового раствора с одними и теми же показателями этих материалов и химических реагентов (стабилизаторов, эмульгаторов) требуется меньше.

3 СПОСОБЫ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ДИСПЕРГАЦИИ ГЛИНИСТЫХ РАСТВОРОВ

Приготовление глинистых растворов в рассмотренных выше устройствах не обеспечивает полной диспергации твердой фазы. Увеличение времени перемешивания оказывается неэффективным, так как при этом резко падает производительность глиномешалок. Поэтому при необходимости глинистые растворы подвергают дополнительной обработке, пропуская их через специальные устройства — диспергаторы (иногда их называют также активаторами, дезинтеграторами). Методы диспергирования делятся на гидродинамические и механико-гидравлические.

Гидродинамическое воздействие обусловлено комплексом эффектов, из которых в качестве основных можно отметить энергию пульсирующих давлений в жидкости, взаимодействие ударных волн, гидравлический перетир слоев промывочной жидкости с твердой фазой, соударение частичек твердой фазы. Основным фактор измельчения частиц при гидродинамическом воздействии — кавитационный эффект, возникающий в поле переменного давления потока жидкости. Гидродинамическое воздействие реализуется гидравлическим, гидроакустическим и электрогидравлическим методами.

Механико-гидравлические методы воздействия осуществляются за счет энергии движущихся элементов механических устройств. Такие элементы могут быть либо свободно- движущимися телами, либо жесткозакрепленными.

В настоящее время разработаны и применяются диспергаторы различных конструкций. Примером гидравлического диспергатора является разработанное во ВНИИК нефти устройство, принцип действия которого основан на соударении двух струй жидкости, направленных навстречу друг другу.

Струйный диспергатор (рис. 11.) состоит из корпуса 8, в который вмонтированы два патрубка 4 с насадками 6, удерживаемыми заглушками 7. Гайками 5 патрубки крепятся к корпусу. Глинистый раствор подается через тройник 1, быстроразъемные соединения 2, по изогнутым трубкам 3 к насадкам 6. В корпусе происходит встреча потоков, обработанный раствор отводится по патрубку 9. У выходной кромки вследствие понижения давления образуются газовые пузырьки, которые, захлопываясь в зоне встречи струй, создают скачки давления, достигающие десятков и сотен МПа.

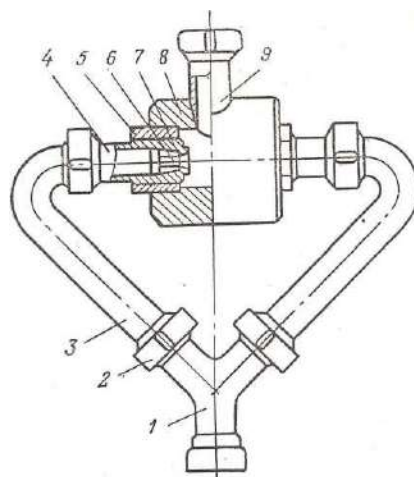


Рис. 11. Струйный диспергатор

Гидродинамический шаровой диспергатор представляет собой патрубок, заполненный стальными шарами, которые фиксируются с обеих сторон решетками. Он прост по устройству. Решетки удерживаются крышками с быстросъемными соединениями. Буровой раствор, проходя через толщу шаров, разделяется на ряд потоков, каждый из которых характеризуется множеством последовательных чередований зон повышения и понижения давления. Диспергация происходит за счет соударений частиц твердой фазы с шарами, а также вследствие кавитации.

Вихревой диспергатор ИГВ-2 (рис. 12.) представляет собой ультразвуковой излучатель. Устройство состоит из корпуса 5, в который с помощью стакана 4 вмонтирована улитка 2 с многоходовой винтовой канавкой и осевым соплом 1. Раствор под давлением поступает одновременно через осевое сопло и по канавкам улитки, попадая в вихревую камеру 3. Закручиваясь в ней, струи жидкости образуют вихревой слой, в котором генерируется мощное акустическое поле, усиливаемое диафрагмой 5. При встрече осевого потока и вихревого слоя за счет кинетической энергии встречных затопленных струй формируется кавитационный эффект.

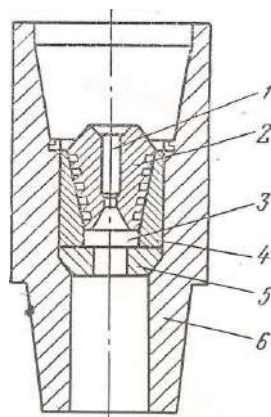


Рис. 12. Вихревой диспергатор ИГВ-2

Дисковый измельчитель (рис. 13.) состоит из корпуса 1 с подающим 2 и сливным 3 патрубками. В корпусе 1 смонтированы верхний неподвижный диск 4 и нижний диск 5, соединенный непосредственно с валом вертикально установленного электродвигателя 6. Глинистый раствор, поступающий по патрубку 2 в зазоры между дисками и корпусом, приобретает вращательное движение, при котором частицы твердой фазы интенсивно истираются.

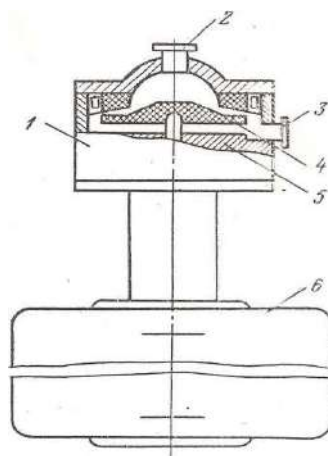


Рис. 13. Дискový измельчитель

Гидродинамический шариковый диспергатор показан на рис. 14. Диспергация происходит за счет соударения частиц твердой фазы с шарами, а также кавитации. Избыточное давление 1—3 МПа.

Многокамерный дисковый диспергатор приведен на рис. 15. Гидродинамический режим работы диспергатора обеспечивается тем, что отверстия в дисках расположены по концентрическим окружностям с попеременным смещением в ряду.

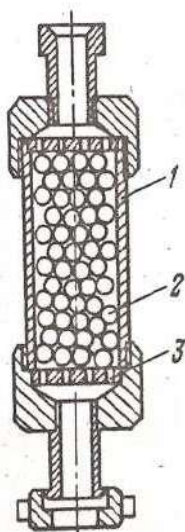


Рис. 14. Гидродинамический шариковый диспергатор

- 1-корпус;
- 2-стальные шары
- 3-решетки

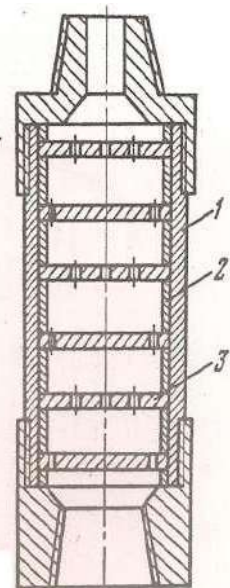


Рис. 15. Многокамерный дисковый диспергатор

- 1- корпус
- 2 – распорное кольцо
- 3 – диск с отверстиями

Стержневой ультразвуковой излучатель УГИ-С (рис. 16.) предназначен для улучшения и интенсифицирования процесса эмульгирования. Он состоит из цилиндрического корпуса 4 с пазами, регулировочного штока / отражателей 2 патрубко-сопла 5, штифта 3. Смесь воды и эмульгирующего реагента под давлением 0,5-0,6 МПа поступает в патрубок и с большой скоростью отбрасывается отражателем в узкую кольцевую щель сопла в виде веерообразной струи. Турбулентно обтекая пластины жидкость возбуждает упругие колебания ультразвуковой частоты, способствующие тонкому диспергированию эмульгируемой смеси и улучшению качества эмульсионного

раствора. Спектр, упругих колебаний излучателя 5-12 кГц, интенсивность колебаний (1,0-И,2)-10 Вт/м .

Для каждого диспергатора существует определенная длительность процесса, увеличение которой уже не приводит к дальнейшему диспергированию твердых частиц. Наоборот, увеличение времени воздействия на глинистые растворы, особенно при ультразвуковой обработке, вызывает обратный процесс т. е. агрегирование частиц дисперсной фазы. Оптимальное время обработки зависит от типа глины и колеблется от 8,5 мин для монтмориллонита до 4,5 мин для каолина.

Диспергаторы можно устанавливать в нагнетательной линии циркуляционной системы скважин; на буровой установке в качестве самостоятельного аппарата с индивидуальным приводом или приводом от бурового насоса; входить в качестве узла в состав комбинированных установок для приготовления глинистых растворов (например, в агрегате АПР-I совместно с гидромониторным смесителем).

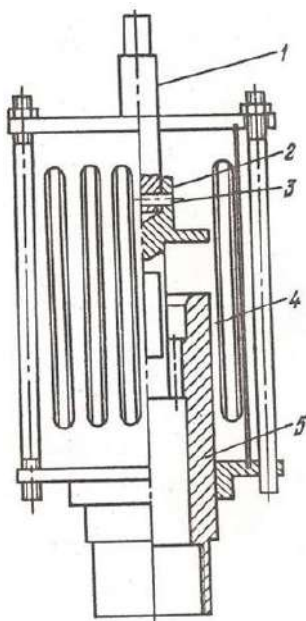


Рис. 16. Стержневой ультразвуковой излучатель УГИ-С

Все рассмотренные устройства могут использоваться и для приготовления прочих промывочных жидкостей.

4. ПРИГОТОВЛЕНИЕ ПОЛИМЕРНЫХ И ЭМУЛЬСИОННЫХ РАСТВОРОВ

Некоторые полимеры трудно растворяются в воде, поэтому приготовление раствора из них сводится к постепенному уменьшению их концентрации. Так, при использовании ПАА сначала исходный 8%-ный реагент разбавляют до 1%-ной концентрации, а затем добавляют в воду до заданной концентрации. Для механизации процесса приготовления применяют различного рода устройства. На рис. 17 показана установка для приготовления полимерных растворов ППР, разработанная ВИТРОм.

Установка представляет собой бак 5, заключенный в водяную рубашку 4 с нагревательными элементами 2. В баке смонтировано лопастное устройство 3 с электродвигателем 7 для перемешивания компонентов. Дополнительное

перемешивание осуществляется вихревым[^] насосом 11. через систему трубопроводов. Компоненты загружают через устройство 6, которым управляют с пульта Р, расположенного в шкафу 10. Для регулирования температуры, которая контролируется термометром 8, служит температурное реле 1.

Техническая характеристика установки ППР

Полезная вместимость бака, м ³	0,25
Вместимость бака водяной рубашки, м ³	0,12
Частота вращения перемешивающего устройства, об/мин.....	955
Потребляемая мощность, кВт:	
нагревательными элементами.....	10,5
электродвигателем перемешивающего устройства.....	4,0
электродвигателем насоса.....	1,5
Габариты, мм:	
длина	2090
ширина	920
высота.....	1740
Масса, кг.....	450

Время приготовления раствора 1,5—3%-ной концентрации из желеобразного ПАА составляет 15—25 мин, а из сухого гранулированного без предварительного замачивания — 2—3 ч. Установка ППР позволяет осуществлять гидролиз ПАА.

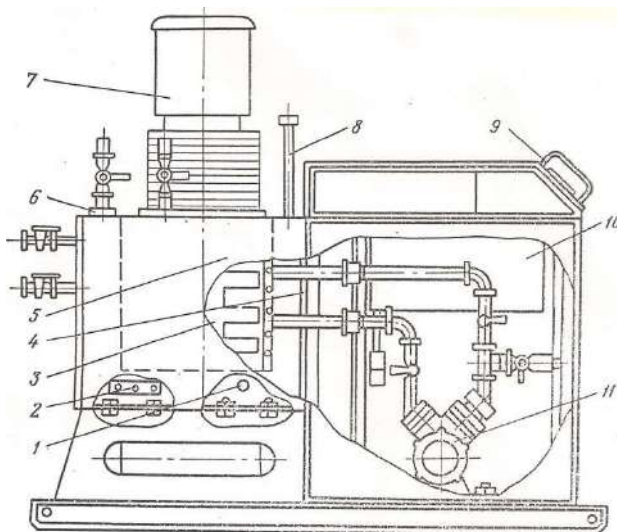


Рис. 17. Установка для приготовления полимерных растворов ППР

Наряду с глиномешалками широко распространены ультразвуковые генераторы. Установка на базе ультразвукового генератора (рис. 18.) отличается простотой, экономичностью, относительно высокой производительностью. Приготовление эмульсий на ней производится следующим образом.

В бак 3 установки (см. рис. 18.), смонтированной на раме 1, заливается вода (или другая исходная жидкость), а в маслобак 4 — концентрат-эмульгатор, например мылонафт. Концентрат подогревается с помощью теплоэлектронагревателя 7 до 50—60 °С. Затем включается насос 2, из бака 3 по всасывающему трубопроводу 8 в насос поступает эмульгируемая жидкость, а из маслобака по маслопроводу 9 — концентрат. Образующаяся смесь подается в гидродинамический излучатель 6, а получаемая эмульсия из приемного бака 5

отводится в емкость. Затем эмульсия дозируется в соответствии с заданной концентрацией и подачей насоса в процессе эмульгирования.

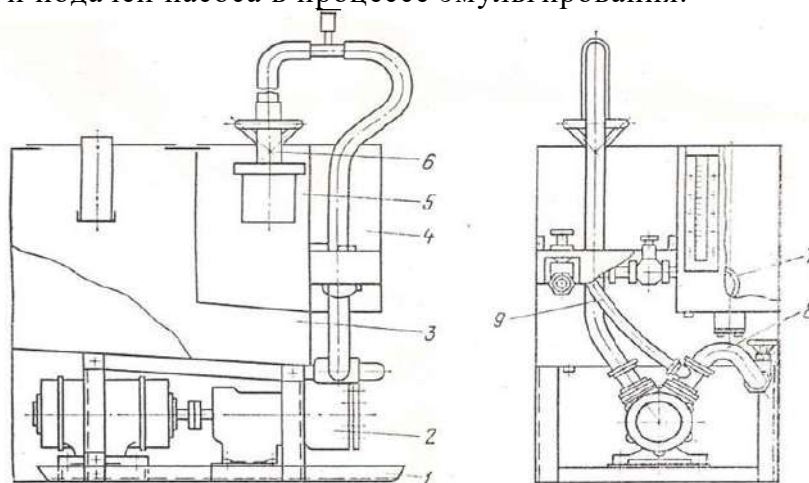


Рис. 18. Ультразвуковая установка для приготовления эмульсионных промывочных жидкостей

Принцип работы используемого в установке ультразвукового генератора (рис. 19.) заключается в следующем. Смесь исходной промывочной жидкости с эмульгируемым составом нагнетается насосом под давлением 0,6—0,8 МПа и поступает в зазор между насадкой 2 и отражателем 4. Выходя из зазора веерообразной струей, жидкость ударяется о пластины 5, закрепленные в дисках 3 и 6. Упругие колебания, образующиеся в результате завихрений жидкости, усиливаются резонансными колебаниями пластин и передаются в окружающую среду. Изменяя величину зазора между насадкой и отражателем с помощью штурвала 7, можно получить разную толщину выходящей струи смеси и настроить излучатель на оптимальный режим работы. Излучатель помещается в корпусе 1 и соединяется с нагнетательной линией с помощью муфты 8.

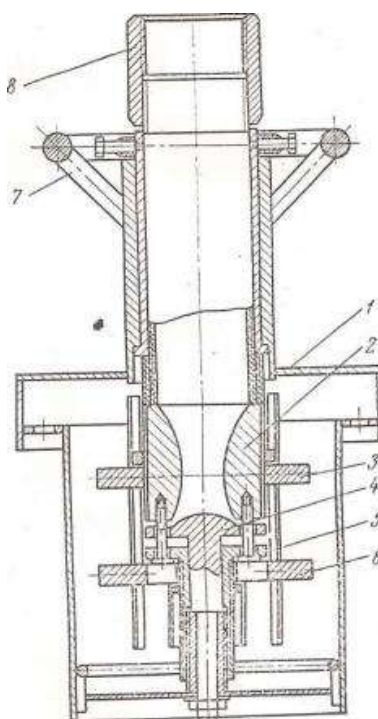


Рис. 19. Ультразвуковой генератор

Установка для приготовления эмульсионных растворов УЭМ-5 разработана в ИГО «Красноярскгеология». Она предназначена для приготовления тонкодисперсных эмульсий. Установка УЭМ-5 (рис. 20) выполнена в виде автономного агрегата, состоящего из насоса, электродвигателя 15, трехпозиционного крана 14, фильтра 13, всасывающего трубопровода 2, бака для воды 2, всасывающего трубопровода для эмульсола крана 4у бака для эмульсола 7, тройника 5, соединенного с излучателем 5, установленного в приемной камере 9, водонагревательного бака 6, уровнемеров 10 и 11 и пульта контрольно-измерительной аппаратуры.

Принцип действия установки заключается в следующем. При работе насоса 1 из бака 12 по всасывающему трубопроводу 2 (или непосредственно из водоема) поступает вода, а из бака 7 — разогретый концентрат (эмульсол). Смесь воды и концентрата через тройник 5 поступает в излучатель 5, где под действием ультразвукового эффекта в приемной камере 9 образуется тонкодисперсная эмульсия.

Установка УЭМ-5 при необходимости может быть использована для приготовления эмульсий непосредственно на скважине.

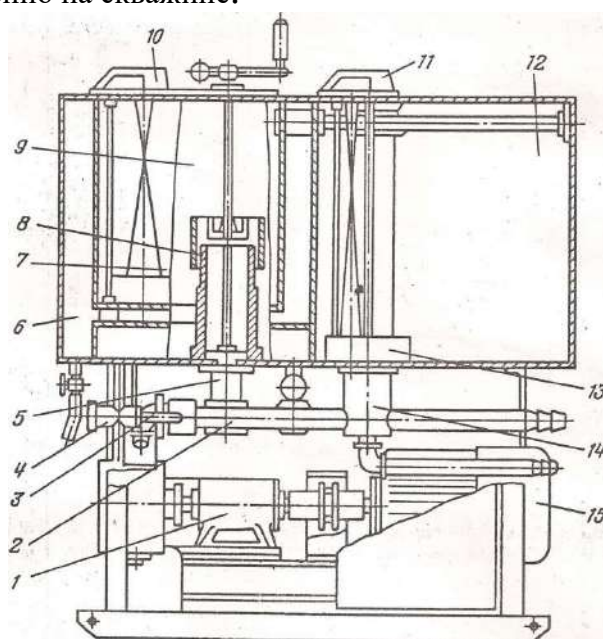


Рис. 20. Установка для приготовления эмульсионных растворов УЭМ-5

Техническая характеристика установки УЭМ-5

Производительность (для эмульсий 1-1.5 %-ной концентрации), м ³ /ч.....	5
Тип излучателя.....	гидродинамический стержневой (УГИ-С)
Частота возбуждаемых колебаний, кГц.....	6-20
Давление на излучателе, МПа.....	0,5
Объем бака, м ³ :	
для воды.....	0,25
для эмульсола.....	0,05
Мощность, кВт:	
электродвигателя.....	5,5
нагревателя ТЭН.....	7,5
Габариты, мм:	
длина.....	1000
ширина.....	700
высота.....	1500
Масса, кг.....	350

5. ПЕРЕМЕШИВАТЕЛИ

Основная функция перемешивателей — не допустить расслоения бурового раствора и обеспечить равномерное распределение его компонентов во всем объеме циркуляционной системы. Для приготовления, обработки и циркуляции бурового раствора в практике бурения скважин применяют гидравлические и механические перемешиватели.

5.1 Гидравлические перемешиватели

Отечественная промышленность выпускает гидравлические перемешиватели трех типов: 4УПГ, ПГ и ПГС. Перемешиватель 4УПГ (рис. 21) состоит из корпуса 2, вращающегося в тройнике 3 ствола 4 и закрепленной на консоли ствола насадки 5. Подвижные сочленения выполнены таким образом, что ствол с насадкой имеет возможность поворачиваться в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, обеспечивая тем самым любое направление струи посредством рукоятки 1.

Техническая характеристика перемешивателя 4УПГ

Рабочее давление, МПа	4,0
Диаметр сменной насадки, мм	16; 20; 30; 40
Расход жидкости, л/с	15—90
Габариты, мм	335x170x2200
Масса, кг.....	33,5

Раствор подается буровым или центробежным насосом по манифольду в корпус гидравлического перемешивателя, откуда через тройник и ствол поступает к насадке. Здесь поток существенно ускоряется и с высокой скоростью выбрасывается из насадки. Поворачивая ствол за рукоятку, оператор направляет струю бурового раствора в застойные и наиболее отдаленные от приема насоса зоны, тем самым обеспечиваются вовлечение всего объема бурового раствора в циркуляцию, гомогенизации раствора, диспергирование твердой фазы и эмульгирование жидких компонентов при приготовлении эмульсионных растворов.

Принцип работы перемешивателя ПГ такой же, как и 4УПГ, однако перемешиватель ПГ позволяет фиксировать с помощью двух пальцев положение монитора по отношению к корпусу и корпуса по отношению к приемному патрубку. Для этой цели к приемному патрубку и к корпусу приварены диски с отверстиями. Угольник монитора и приемный патрубок фиксируют в корпусе от осевого перемещения при помощи шариков, которые выполняют также роль подшипников качения. В связи с тем, что основные детали перемешивателя литые, масса его в 1,5 раза меньше массы перемешивателя 4УПГ.

Техническая характеристика перемешивателя ПГ

Наибольшее рабочее давление, МПа	6,0
Диаметр сменной насадки, мм	20; 25; 30; 40
Габариты, мм.....	273x160x2000
Масса, кг	23,8

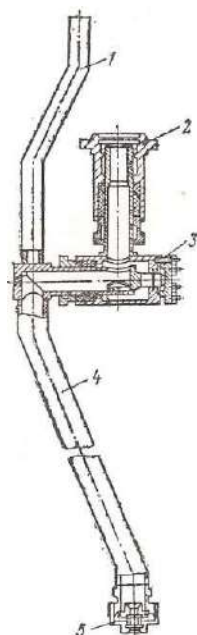


Рис. 21. Гидравлический
перемешиватель 4УПГ

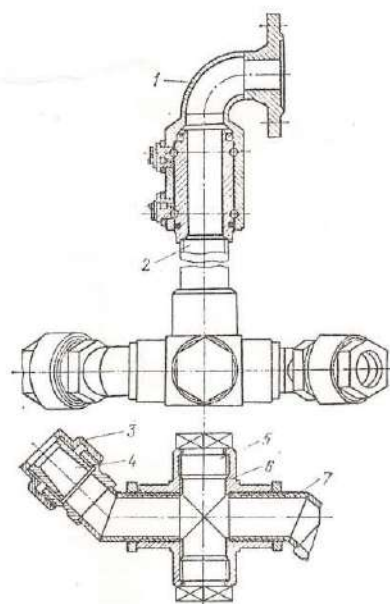


Рис. 22. Гидравлический
перемешиватель ПГС

Гидравлический самовращающийся перемешиватель ПГС (рис. 22.) перемешивает жидкость без вмешательства оператора. Он состоит из приемного патрубка 7, ствола 2, крестовины 6, двух колен 7 с резьбовыми ниппелями, сменных насадок 4, закрепляемых с помощью накидных гаек 3. Сочленение ствола с приемным патрубком осуществляется при помощи специального шарикового подшипника. Крестовина присоединяется к нижней части ствола при помощи резьбы. Два конца крестовины заглушены пробками 5, а к двум другим (противоположащим) подсоединены колена с насадками.

Техническая характеристика ПГС

Наибольшее рабочее давление, МПа.....	4,0
Диаметр, мм:	
сменных насадок	20; 25; 30; 40
окружности, описываемой вращающимися коленями	480
Высота, мм	1777
Масса, кг	38

Буровой раствор, нагнетаемый насосом в ствол перемешивателя, с большой скоростью вытекает из насадок в противоположных направлениях. Возникающая при этом реактивная пара сил заставляет вращаться крестовину в подшипнике, в результате чего изменяется направление действия струи с некоторой постоянной скоростью, зависящей от рабочего давления, развиваемого насосом, и реологических свойств бурового раствора. Крестовина вращается против часовой стрелки.

Основной недостаток перемешивателя типа ПГС – направление действия струи бурового раствора изменяется только в одной плоскости.

5.2 Механические перемешиватели

Для циркуляционных систем буровых установок отечественной промышленностью выпускаются механические перемешиватели ПМ, ПМ₄, ПМ₂, ПЛ₁, ПЛ₂.

Механический перемешиватель ПМ (рис. 23.) состоит из мотор-редуктора который крепится болтами к опоре 2, установленной на сварной раме 3, промежуточного вала 4, закрепленного на валу мотор-редуктора при помощи пальцевой муфты, лопастного вала 5 и перемешивающего органа 6. Промежуточный вал установлен в двух шариковых подшипниках, расположенных в верхнем и нижнем концах цилиндрического корпуса, прикрепленного жестко к раме 3. Подшипники защищены от внешних воздействий и загрязнения кожухом, который при варен к фланцу промежуточного вала и вращается вместе с ним.

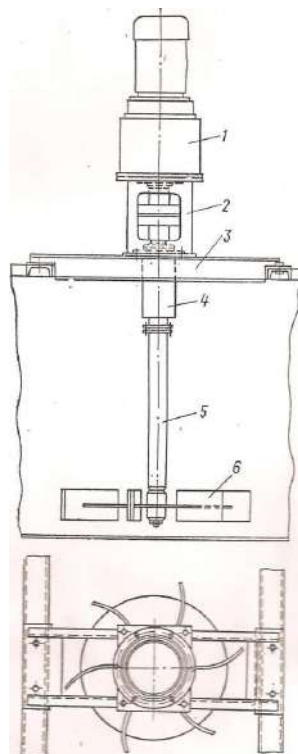


Рис. 23. Механический перемешиватель ПМ

Сварная рама ПМ устанавливается на верхней площадке емкости циркуляционной системы так, что зазор между лопастями и дном емкости составляет не менее 90 мм. На каждую емкость (или отдельный отсек) циркуляционной системы устанавливают, как правило, два механических перемешивателя.

На ПМ₁ установлен взрывозащищенный электродвигатель, а ПМ₂ отличается от описанного отсутствием цилиндрической опоры и пальцевой муфты.

В настоящее время налажен:» серийное производство наиболее совершенных механических перемешивателей ПЛ₁ и ПЛ₂ (рис. 24.). Главным преимуществом их является то? что они оснащены комбинированным турбинно-пропеллерным перемешивающим органом, позволяющим значительно повысить эффективность перемешивания буровых растворов. Кроме того, их конструкция упрощена, а вместо дефицитного мотор-редуктора МПО2-15В-5,5/45,5 используются редукторы массового производства.

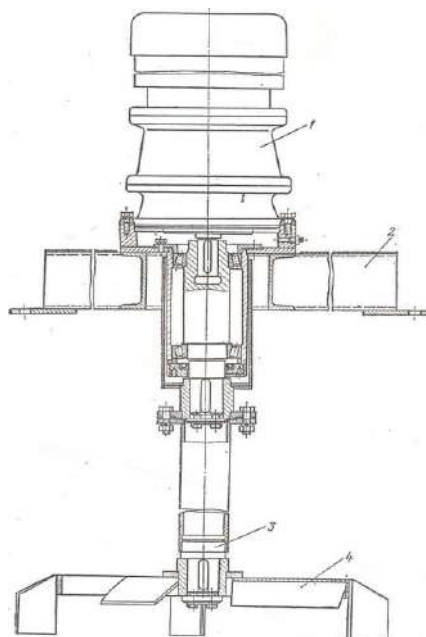


Рис. 24. Механический перемешиватель с турбинно-пропеллерной мешалкой:
1 — мотор-редуктор; 2 — основание; 3 — вал; 4 — мешалка

Техническая характеристика механического перемешивателя

Шифр.....	ПМ
Привод перемешивателя.....	мотор-редуктор МПО2-15В-5,5/45,5
Тип электродвигателя.....	АО-42-4
Мощность электродвигателя, кВт.....	5,5
Передаточное число планетарного редуктора.....	32,1
Скорость вращения вала с лопастями, об/мин.....	45,5
Диаметр лопастей мешалки, мм.....	950
Габаритные размеры, мм:	
длина	1430
ширина	950
высота.....	3262
Масса, кг.....	477

5.3. Перемешиватели, выпускаемые зарубежными фирмами

Зарубежные фирмы выпускают гидравлические перемешиватели, называемые гидравлическими пушками, трех, разновидностей.

Неподвижный перемешиватель, состоящий из патрубка диаметром 125—200 мм, внутри патрубка установлена насадка, питающаяся от нагнетательного трубопровода циркуляционной системы. Использование патрубка увеличивает эффективность действия струи, вытекающей из насадки. Неподвижные перемешиватели монтируют у дна резервуаров. Обычно монтируют два перемешивателя в двух противоположных углах резервуара. Насадки перемешивателей направлены параллельно продольным стенкам резервуара. Таким образом создаются условия: для вращения слоя жидкости, ограниченного стенками резервуара, а по высоте — эффективностью действия струй.

Фирма «Пенрод дриллинг компани» монтирует неподвижные перемешиватели посередине резервуара на расстоянии 450 мм от дна.

Самовращающиеся гидравлические перемешиватели, использующие для вращения реактивное действие вытекающих из насадок струй, благодаря чему осуществляется равномерное интенсивное перемешивание жидкости в плоскости насадок (рис. 25).

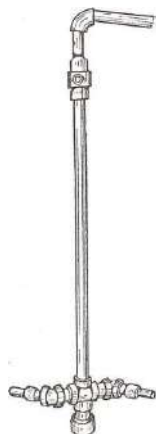


Рис. 25. Самовращающийся гидравлический перемешиватель.

Фирма «Сосьетэ де форажпетролье» применяет вращающиеся перемешиватели в прямоугольных резервуарах емкостью по 24 м³. В каждом резервуаре установлено по четыре перемешивателя, две насадки в каждом. Диаметр насадок 32 мм. Насадки укреплены на вращающейся трубе на расстоянии 300 мм от дна и наклонены под углом к горизонту вниз. Такое их расположение, по данным фирмы, приводит к образованию турбулентных потоков, направленных от дна резервуара вверх.

При этом газ, имеющийся в жидкости, выносится этими потоками на поверхность, воздух же не проникает в жидкость. По данным той же фирмы, описанная установка при скорости вращения насадок 60 об/мин способна за 3 мин привести в однородное состояние 24 м³ промывочной жидкости плотностью 2 г/см³, которая перед этим оставалась в покое в течение 3 сут.

Поворотные гидравлические перемешиватели изготавливают двух типов — одношарнирные и двухшарнирные. На (рис. 26) показан двухшарнирный перемешиватель фирмы «Демко», установленный на буровой установке «Айдекопиньёпи». Перемешиватель состоит из трубы с рукояткой, на конце трубы смонтирована сменная насадка, двух шарниров с фиксирующими дисками и приемного патрубка, смонтированного на пусковой задвижке. Благодаря наличию двух шарниров труба с помощью рукоятки может направляться оператором в любую точку резервуара. Наличие фиксирующих дисков с пальцами позволяет оператору зафиксировать трубу с насадкой в любом положении.

Фирма «Лайтнин» (США) изготавливает механические перемешиватели двух типов —лопастные (рис. 27.) и пропеллерные.

Перемешиватели приводятся от электродвигателей мощностью от 2 до 15 л. с. Перемешиватели крепятся на резервуарах или желобах в вертикальном положении, при этом лопасти вращаются в горизонтальной плоскости. Скорость вращения лопастного вала составляет около 60 об/мин. Наружный диаметр лопастей колеблется от 700 до 1200 мм. В зависимости от диаметра лопастей выбирают мощность приводного электродвигателя.

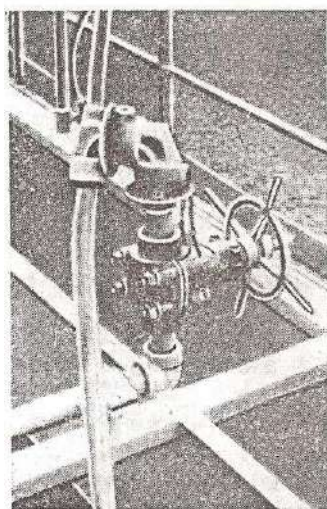


Рис. 26. Двухшарнирный гидравлический перемешиватель фирмы «Демко»

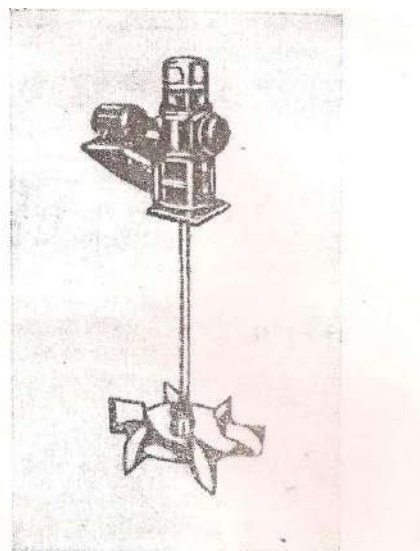


Рис. 27. Лопастной механический перемешиватель фирмы «Лайтнин»

У перемешивателей, устанавливаемых на желобах, предусматриваются лопасти диаметром менее 700 мм. Нижняя кромка лопастей отстоит от дна резервуара или желоба на 50—100 мм.

6. ГИДРОАКУСТИЧЕСКИЕ МАШИНЫ ДЛЯ ПРИГОТОВЛЕНИЯ БУРОВЫХ ПРОМЫВочНЫХ ЖИДКОСТЕЙ РАЗРАБОТАННЫЕ НА КАФЕДРЕ “ТТР МПИ”

6.1. Малогабаритная многосекционная роторная мельница «ММР-2»

Целью настоящей разработки конструкции мельницы с лопастным ротором явилась необходимость повышения степени измельчения и однородности твердой фазы в приготовлении суспензии роторными мельницами. Другой задачей явилось обеспечение предварительного измельчения крупных кусков исходной твердой фазыготавливаемых суспензий.

Работает мельницы следующим образом (рис. 28): исходный материал например, крупно-комовая глина непрерывно подается в загрузочный бункер 1, одновременно в мельницу подается жидкая фаза по трубопроводу 16. Крупные куски твердого материала проходят предварительное измельчение на более мелкие фракции между дисками 14 и лопастями 10 первой ступени ротора, т.е. предварительное измельчение твердой фазы невозможно без вращения ротора. При этом за счет свободного поворота дисков на оси 13 и наличия на них зубцов (или выступов) происходит смена режущих кромок в зазоре между дисками 14 и лопастями 10. Отсюда, в процессе измельчения участвуют все режущие кромки, расположенные по окружности дисков, и длительное время они остаются острыми, не затупляются из-за их значительной протяженности.

Вращаясь, диски 14 одновременно очищаются зубьями гребенки 15. Струя жидкости, истекая под давлением из сплошной щели трубопровода 16, дополнительно промывает диски. Дисками, очищенными от кусков налипшего или застрявшего между ними твердого материала, производится наиболее эффективно предварительное измельчение. Независимое друг от друга свободное вращение дисков обеспечивает наилучшее прохождение и измельчение более крупных кусков твердого материала.

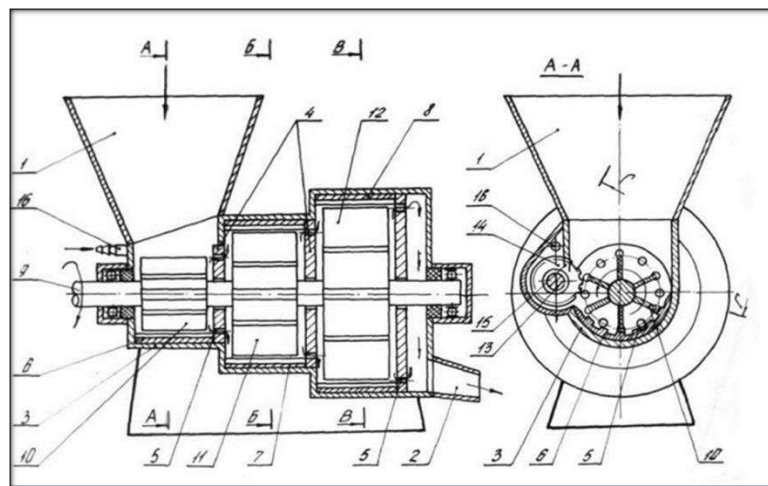


Рис. 28. Конструктивная схема роторной мельницы «ММР-2»

Пройдя стадию предварительного измельчения, твердая фаза продолжает измельчаться лопастями 10 о ребристую поверхность ударной плиты 6. Затем полученная в первой секции корпуса 3 крупнодисперсная пульпа под действием центробежных сил (а значит и давления пульпы), возникающих во вращающемся потоке, по сквозным отверстиям 5, расположенным в боковой стенке 4, поступает во вторую секцию. Во второй и последующей секциях крупнодисперсная пульпа претерпевает более тонкое измельчение, после чего готовая суспензия по отводному лотку 2 выводится наружу. Малый диаметральный размер первой секции корпуса 3 позволяет увеличить силовое усилие лопасти для раздавливания твердых комков исходного продукта измельчения, и, наоборот увеличения размеров последующих секции обеспечивает лучшее измельчение твердой фазы крупнодисперсной пульпы (приготовленной в первой секции) при больших окружных скоростях движущегося потока пульпы в зонах измельчения (находящихся между ребристой поверхностью ударных плит 7,8 и периферийными кромками лопастей 11,12). Последовательное измельчение в первой, второй и третьей секциях позволяет получить суспензию однородной по фракционному составу и значительно повысить степень измельчения ее твердой фазы.

Производительность описанной мельницы выше известных в 2, 3 раза и более (в зависимости от числа секции корпуса). Она обеспечивает быстрое и качественное приготовление больших объемов буровых растворов, что позволяет упростить и осложнение при бурении скважин и получить существенный экономический эффект. Далее, уменьшается рабочая площадь глинозаводов, поскольку данная мельница заменяет несколько известных роторных мельниц типа «ФСМ». Более эффективно измельчение мельницы сокращает расход электроэнергии в 1.2-1.3 раза.

Техническая характеристика многосекционной роторной мельницы.

Вид измельчаемого материала.....	любая горная порода
Крупность кусков исходного материала (в поперечнике), мм.до	100/150
Производительность , м ³ /час.....	до 30
Частота вращения лопастного ротора в минуту.....	1000
Диаметр лопастного ротора, мм:	
первой ступени.....	30
второй ступени.....	50
третьей ступени.....	70
Длина лопастного ротора, мм.....	1100

Потребляемая мощность, кВт.....	20
Габаритные размеры, м	
Длина.....	200
Ширина.....	1600
Высота.....	1050
Масса (без электродвигателя), кг.....	420

6.2. Барабанный измельчитель.

Конструктивные особенности барабанного измельчителя в отличие от всех других устройств гидромеханического типа, применяемых для приготовления буровых промывочных жидкостей, позволяют реализовать в нем принципиально новый и эффективный способ диспергации глинистого материала. Отличие заключается и в расширении функциональных возможностей; разработанный измельчитель работает не только в качестве диспергатора, он осуществляет транспортирование промывочной жидкости, т.е. одновременно выполняет функцию перекачивающего насоса.

Принципиальная конструктивная схема измельчителя представлена на рис. 29: а- продольный разрез устройства; б- сечение по А-А. Барабанный измельчитель имеет цилиндрический корпус 1 с приводом и станину 2. внутри корпуса 1 соосно ему неподвижно закреплен на станине 2 рабочий орган, содержащий два параллельно расположенных диска 3 и 4. В центре диска 3 выполнено отверстие, соединенное посредством полой оси 5 с разгрузочным патрубком 6.

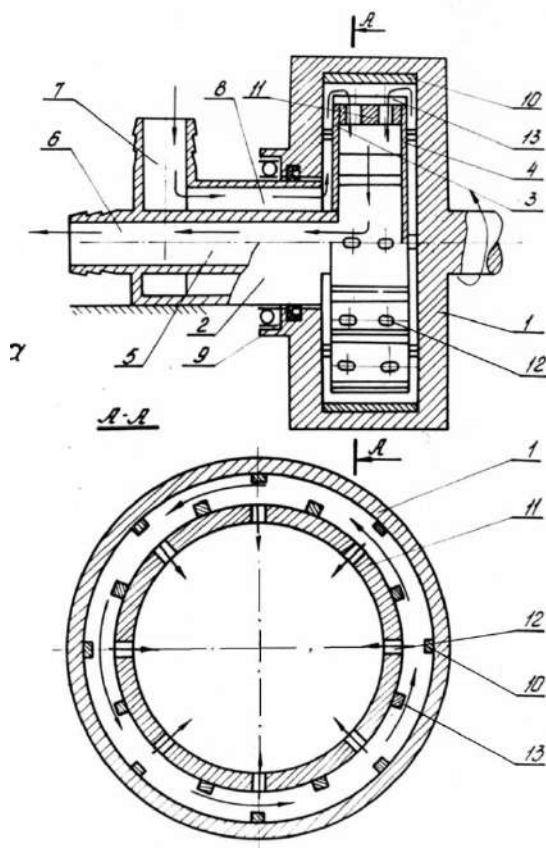


Рис.29. Конструктивная схема барабанного измельчителя.

а- продольный разрез; б- сечение по А-А.

1- цилиндрический корпус; 2- станина; 3- диск; 4- диск; 5-полая ось; 6-разгрузочный патрубок; 7- загрузочный патрубок; 8- кольцевые каналы; 9- герметизирующее устройство; 10- продольный ребра; 11- кольцевая муфта; 12- отверстия; 13- износостойкие вставки.

Конструкция мельницы представлена на рис. 30. Мельница состоит из двух полых цилиндрических вихревых камер 1, снабженных тангенциально расположенными насадками 2 входного 3 и выходного 4 патрубков. Между вихревыми камерами 1 и выходным патрубком 4 помещены шайбы 5 с калиброванными отверстиями. В конструкции выходного патрубка 4 предусмотрена возможность расположения здесь приемника звуковых колебаний 6 для измерения параметров работы мельницы.

Мельница работает следующим способом. В полость вихревых камер 1 по тангенциальным насадкам 2 поступает обрабатываемая промывочная жидкость, подаваемая насосом через входной патрубок 3 мельницы. В камерах 1 поступающая жидкость раскручивается, образуя так называемый первичный вихрь. За счет вязкостного трения получает вращательное движение промывочная жидкость, которая уже находилась в полости камер, образуя вторичный вихрь. Вакуумизация осевой части вторичного вихря в полости камеры 1 вызывает поступление сюда жидкости из выходного патрубка 4, в результате чего происходит гидравлический удар с повышением давления в полости камеры до значения звукового. После рассеивания избыточного давления, т.е. после единичного звукового импульса, процесс повторяется.

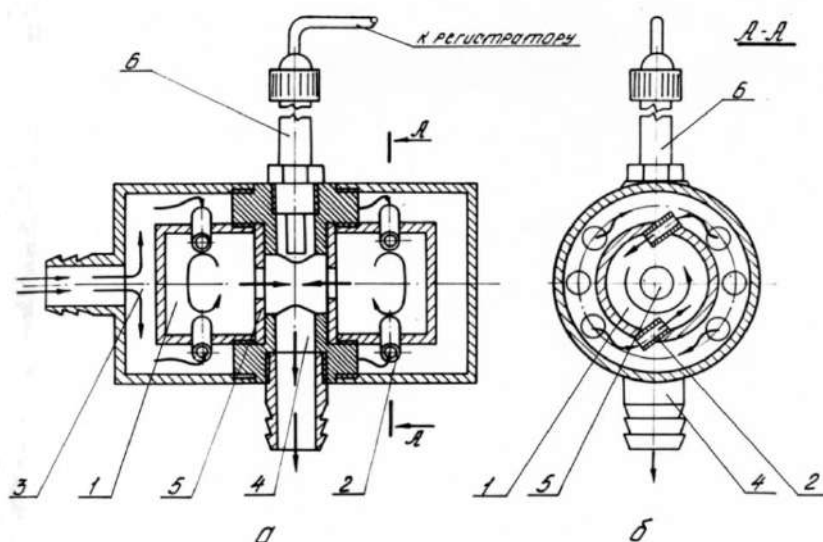


Рис. 30. Конструктивная схема струйной вихревой мельницы.
а-продольный разрез; б- сечение по А-А.

1-вихревая камера; 2- насадки; 3- входной патрубок; 4- выходной патрубок;
5- калибровочные шайбы; 6- приемник звуковых колебаний.

Техническая характеристика струйной вихревой мельницы.

Вид измельчаемого материала.....	глина бентонитовая
Степень измельчения (линейный размер частиц), м	
исходный.....	10^{-6}
минимальный.....	10^{-7}
Производительность по сухому глиноматериалу, м ³ /ч.....	0,5
Удельный затраты энергии на привод, кВт/м ³	2,4
Давление пульпы, МПа:	
на выходе.....	0,4
на входе.....	4,4
Частота генерируемых звуковых колебаний, кГц.....	20

Работает мельница следующим образом. Исходный материал, например, комовая глина, подается в бункер I. Затем исходный материал захватывается лопастями 9 и, попадая на ударную плиту 3, измельчается силовым усилием лопастей. Одновременно по трубопроводу 5 подается под давлением (до 2,0 - 5,0 МПа) жидкая фаза, например, вода, которая, истекая из сопел 12 с высокой скоростью через отверстия 11 в дисках 8, попадает в зону измельчения, расположенную между кромками лопастей 3 и ударной плитой 3. Поскольку диски 8 вращаются вместе с лопастями 9, то струя жидкости, истекающая из сопел 12, периодически прерывается; при этом достигается частота порядка 1500-2000 Гц. В результате в зоне измельчения предложенной мельницы возникает мощное гидроакустическое поле. В это поле лопастями ротора подаются все новые и новые порции твердого материала. При этом исходный твердый материал одновременно с силовым разрушающим воздействием лопастей ротора подвергается мощным звуковым колебаниям, передаваемым жидкой средой в зону измельчения. Данные колебания резко ослабляют связи между твердыми частицами, вследствие чего материал легко разрушается от силового воздействия лопастей ротора. Измельчаемый твердый материал вместе с жидкой фазой в виде суспензии выводится наружу через выходной канал 4. Подача глиноматериала лопастями 9 ротора в зону измельчения делает процесс разрушения материала непрерывным [3]. Техническая характеристика гидроакустической роторной мельницы МГР-2 представлена в таблице.

Техническая характеристики измельчительной машины “ГРМ-2”

Вид измельчаемого материала	Глина, мел, барит, слюда и др.
Линейный размер частиц, м:	
Исходный, не более	0,05
Конечный	$10^{-6} \dots 10^{-7}$
Производительность по глиноматериалу, м ³ /ч	1,5...2,0
Частота генерируемых гидроакустических колебаний в рабочей камере, Гц	1500...2000
Потребляемая мощность, кВт	28
Габаритные размеры, мм	
высота	1720
длина	1340
ширина	1065
Масса без электродвигателя, кг	280

Благодаря высокой эффективности измельчения в данной гидроакустической мельнице в несколько раз сокращается число циклов повторного прохождения суспензии через мельницу для измельчения твердого материала до требуемой фракции. В результате производительность мельницы увеличивается в 2-4 раза по сравнению с известными роторными мельницами. Это особенно важно для быстрого и качественного приготовления промывочных жидкостей при бурении скважин в сложных геологических условиях.

6.5 Многоступенчатая струйно-вихревая мельница “СВМ-3”

В предлагаемой измельчительной машине реализован перспективный принцип постадийного измельчения исходного продукта. Разработанная мельница конструкции “СВМ – 3” отличается от аналогичных конструкций тем, что позволяет на порядок

повысить дисперсность приготавливаемых суспензий при одновременном снижении энергозатрат на 30-40 % на работу устройства. Мельница предназначена для активации промывочных жидкостей после их длительного хранения и дополнительного диспергирования грубодисперсных промывочных жидкостей. Конструкция струйной вихревой мельницы поясняется чертежами на рис.36.

Мельница состоит из герметичного корпуса 1, выполненного в виде барабана с входным 2 и выходным 3 патрубками, расположенными по оси корпуса 1 с противоположных торцов. Внутри корпуса 1 размещен смеситель, выполненный из группы последовательно расположенных дисков 4 и 5, которые жестко прикреплены к корпусу 1 перпендикулярно его оси. В дисках 4 и 5 в направлении от входного 2 к выходному 3 патрубку выполнены отверстия 6 и 7 с определенной последовательностью. Первый диск 4 имеет периферические отверстия 6, второй диск 5 - центральные отверстия 7. Корпус 1 выполнен с возможностью вращения, которое передается от двигателя (на чертеже он не показан) с помощью клиноременной передачи через шкив 8, установленный на входном патрубке 2. Для обеспечения возможности вращения корпуса 1 входной 2 и выходной 3 патрубки установлены в опорах на радиальных самоустанавливающихся подшипниках 9.

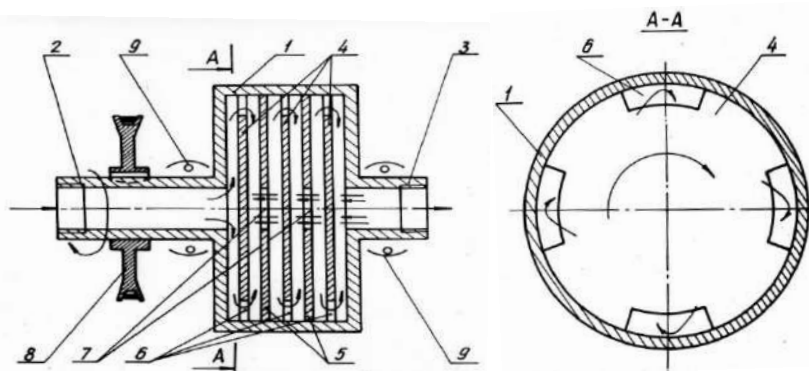


Рис. 36. Струйная вихревая мельница для активации промывочной жидкости СВМ-3
1 - корпус; 2 - входной патрубок; 3 - выходной патрубок; 4 и 5 - диски; 6 и 7 - отверстия; 8 - шкив; 9 - подшипники.

Работает мельница следующим образом.

Во внутрь вращающегося корпуса 1 по входному патрубку 2 через вертлюг (на чертеже не показан) непрерывно под давлением подают крупнодисперсную пульпу. Здесь пульпа, двигаясь по зазору между торцом корпуса 1 и диском 4 и через периферические отверстия 6, благодаря наличию сил трения внутри жидкости, раскручивается и приобретает частоту вращения, равную частоте вращения корпуса 1. Во вращающемся потоке происходит измельчение твердой фазы пульпы. Кроме того, пульпа, раскручиваясь в корпусе 1, под действием центробежных сил, возникающих во вращающемся потоке, прижимается к боковым стенкам корпуса 1. В результате этого в центре вращающегося потока около отверстия 7 диска 5 образуется зона разряжения. С одной стороны, в зону разряжения из отверстия 7 устремится часть пульпы, с другой стороны сюда по зазору между дисками 4 и 5 пульпа поступает непрерывно. Вследствие этого объем вращающегося потока возрастает, и пульпа стремится выйти по зазору между дисками 4 и 5, в результате происходит гидравлический удар встречных потоков. Одновременно с этим давление в зазоре между дисками 4 и 5 возрастает, в результате чего происходит выброс части пульпы через отверстие 7 в сторону выходного патрубка 3. А в центре вращающегося потока около отверстия 7 опять возникает зона разряжения и процесс повторяется с высокой частотой, достигая звукового или ультразвукового диапазонов. Так как смеситель мельницы выполнен в виде группы дисков, то пульпа, двигаясь через него, периодически и многократно подвергается колебаниям с высокой частотой, а твердая фаза интенсивно разрушается. Это повышает эффективность измельчения и

позволяет с высокой производительностью осуществлять приготовление буровых промывочных жидкостей [3]. Техническая характеристика многоступенчатой струйно-вихревой мельницы СВМ - 3 представлена в таблице.

Техническая характеристика измельчительной машины СВМ-3

Параметры	Значения
Вид измельчаемого материала	Крупнодисперсная пульпа
Линейный размер частиц, м:	
Исходный, не более	10^{-5}
Конечный	$10^{-7} \dots 10^{-8}$
Производительность по глиноматериалу, м ³ /ч	18...20
Частота генерируемых гидроакустических колебаний в рабочей камере, Гц	20000
Потребляемая мощность, кВт	18
Габаритные размеры, мм	
высота	650
длина	1340
ширина	720
Масса без электродвигателя, кг	176
Статистический напор потока, МПа:	
на выходе	0,4
на входе	4,5
Амплитуда звукового давления генерируемой волны, МПа	0,12

6.6 Многоступенчатая микромолотковая мельница для приготовления механоактивированных буровых растворов

Важным резервом повышения производительности бурения скважин и сокращения сроков разведки месторождений полезных ископаемых является правильный выбор технологии бурения, в том числе вида и качества промышленных жидкостей с высокой степенью механоактивации исходных компонентов. При этом для приготовления таких механоактивированных промывочных жидкостей используются самые разнообразные по физико-механическим свойствам сходные компоненты из твердых материалов: глина, мел, барит, гипс, доломит, гематит, торф, целлюлозосодержащие твердые материалы и другое минеральное и органическое сырье. Исходя из этого для качественного и производительного приготовления механоактивированных промывочных жидкостей необходимо использовать энергонапряженную измельчительную технику, обеспечивающую высокий потенциал передачи механической энергии мелющих органов измельчаемому продукту. Особенно это требование важно, как показывает практика, для разрушения при измельчении вязких и пластичных материалов с высокими деформационными характеристиками физико-механических свойств.

Учитывая вышеизложенное, на кафедре ТТР МПИ разработана новая технология энергонапряженного измельчения минерального и органического сырья с повышенным диапазоном величин прочностных и деформационных параметров физико-механических свойств этих твердых материалов. Причем конструкция измельчительного устройства, реализующая данную технологию измельчения, выполнена с учетом технологических и эксплуатационных требований приготовления высококачественных

буровых промывочных жидкостей из самых разнообразных исходных компонентов. Основными задачами разработки предлагаемой технологии измельчения многоступенчатой мельницей микромолоткового типа являлось повышение эффективности измельчения и однородности по степени дисперсности готового продукта путем создания условий для последовательного перемещения всей массы материала через зоны наиболее интенсивного измельчения, а также увеличение долговечности работы мелющих тел.

Измельчительная машина (рис. 37.), реализующая предлагаемую технологию измельчения, представлена на рисунке. Она содержит камеру дробления 1, два вертикально установленных ротора на валах 2 и 3 с дисками 4. В дисках 4 на окружностях разного диаметра выполнены отверстия 5, в которых установлены оси 6 с размещенными на них пакетами длинных 7 и коротких 8 молотков. В некоторых местах вместо них установлены молотки 9 в форме лопастей. Количество лопастей, их размещение в пространстве камеры дробления и угол установки по отношению к потоку определяются свойствами материала и заданной степенью его измельчения. Камера дробления 1 снабжена входным 10 и выходным 11 каналами. Молотки 7 и 8 упрочнены по всей поверхности, например, путем цементирования, борирования, нитрирования и т. д., так, что толщина неупрочненной части составляет 40 % от общей толщины молотка, обычно равной 2-3 мм. По мере износа молотков их переставляют на новые места крепления так, чтобы сохранился заданный наружный диаметр молотков, установленных на роторе.

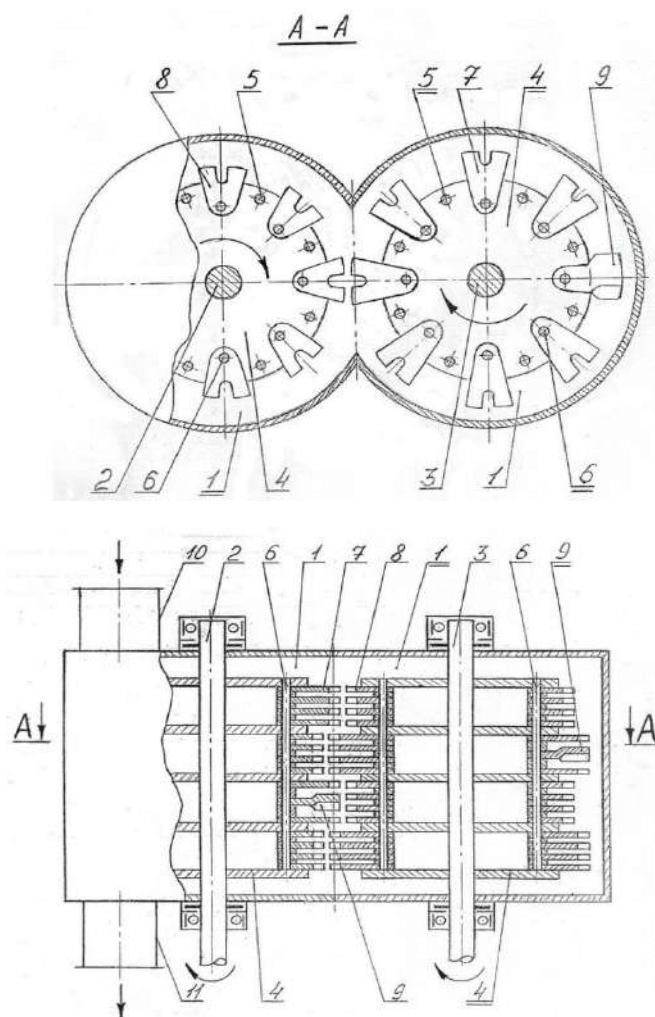


Рис. 37. Схема многоступенчатой микромолотковой мельницы конструкции МММ-2.

При работе устройства измельчаемый материал через входной канал 10 подается в верхнюю часть камеры дробления 1 к пакету длинных молотков 7 ротора на валу 2, вращающегося в одном направлении с ротором на валу 3. Измельчаемый и перемещаемый этими молотками в кольцевом пространстве вокруг ротора на валу 2 материал поступает в зону встречного движения молотков 7 и 8, где интенсивно измельчается благодаря удвоенной скорости взаимодействия частиц материала с молотками в стесненных условиях и полностью перемещается в кольцевое пространство вокруг ротора на валу 2 за счет окружной скорости потока, большей, чем окружная скорость потока материала в кольцевом пространстве вокруг ротора на валу 3. По мере измельчения молотками 8 частицы материала под действием силы тяжести опускаются к нижележащему пакету длинных молотков 7 ротора на валу 3, и процесс измельчения повторяется аналогичным образом до тех пор, пока материал не достигнет самого нижнего пакета коротких молотков 8, после чего измельченный материал поступает в нижний выходной канал 11. Скорость перемещения продукта в зоне измельчения регулируют путем варьирования количеством на роторах молотков 9 и направлением угла атаки их лопастей.

Предлагаемая конструкция многоступенчатой микромолотковой мельницы МММ-2 имеет следующие технические данные.

Вид материала	Глина, барит, доломит, известняк, цемент, полевой шпат, слюда, тальк, древесный и каменный уголь, доменные шлаки и др.
Линейный размер частиц, м: исходного продукта конечного продукта	(2-10)*10-3 (5-20)*10-6
Степень измельчения	30-50
Число одновременно протекающих актов разрушения твердого материала в измельчительной машине, с-1	(1,1-1,4)*104
Общее количество ударных рабочих элементов, шт.	2240
Тип системы охлаждения	Водяное
Потребляемая мощность, кВт	75
Производительность, т/ч	1,0-1,5
Габариты, мм	3200x2150x1650
Масса, кг	3950

Проведенные стендовые исследования опытного образца многоступенчатой молотковой мельницы МММ-2 показали высокую эффективность ее работы при измельчении материалов с различными прочностными и деформационными свойствами (глина комовая, барит, гематит, каменный уголь, торф и т. д.). Это позволяет рекомендовать ее для эксплуатации в различных геологоразведочных организациях при приготовлении весьма разнообразных по составу буровых промышленных жидкостей, поскольку помимо высокой эффективности измельчения твердых материалов данная мельница обеспечивает высокую степень массообмена (т. е. перемешивания) при измельчении. Наконец, предлагаемая конструкция мельницы МММ-2 может найти широкое применение при получении высокодиспергированных пульп и порошков различных технологических материалов в горно-обогатительной, химической, строительной и других отраслях промышленности.

6.7 Лопастной механоактиватор “ЛМА-2М”

Мокрый метод механоактивации дисперсных систем является наиболее технологичным при реализации в полевых условиях, с целью повышения вяжущих свойств тампонажных буровых растворов. Поэтому разработка новых высокоэффективных методов данного вида механоактивации дисперсных систем вяжущих материалов является актуальной проблемой, особенно при цементировании нефтегазовых скважин.

Эффективность мокрого метода механоактивации тампонажных смесей на основе цемента авторами предварительно исследовалась в лабораторных условиях. Выполнение лабораторных работ включало в себя предварительную активацию исходных вяжущих, из которых готовятся исследуемые тампонажные смеси, а затем активировались сами смеси. В качестве вяжущих использовались цементы следующих марок: М200; М300; М400.

Активация вяжущих осуществлялась путем мокрого механического сверхтонкого измельчения лабораторными лопастными активаторами до размеров частиц преимущественно от 10 до нескольких микрон с удельной поверхностью до $0,6-0,8 \text{ м}^2/\text{г}$. Пробы были изготовлены из цементного теста, подвергнутого вышеуказанному гидромеханическому воздействию. Мокрая механоактивация растворов производилась на протяжении разных интервалов времени (20, 40, 60 мин.).

Анализ результатов лабораторных исследований подтверждает эффективность мокрого метода механоактивации вяжущих (предел прочности цементного камня на сжатие $\sigma_{сж}$ увеличивается на 30-40 %) и необходимость существенного увеличения энергонапряженности процесса механоактивации вяжущих. Для повышения эффективности мокрой механоактивации, как показали лабораторные исследования, целесообразно повышение скорости движения измельчающей среды. Это возможно осуществить в закрученных потоках жидкости.

Закрученный поток формирует поле центробежных массовых сил и обладает следующими специфическими особенностями:

- в случае формирования кольцевых закрученных потоков без механического воздействия на него рабочих органов измельчительного аппарата успешно решается проблема чистого помола, так как в кольцевом закрученном потоке реализуется процесс самоизмельчения;
- поток имеет соизмеримые значения осевой, вращательной и радиальной составляющих скорости;
- поток имеет продольный и поперечный градиенты статического и полного давления;
- поток имеет существенное значение градиента скорости в поперечном сечении; отличается высоким уровнем турбулентных пульсаций;
- осуществляет активное и консервативное воздействие центробежных сил на поток.

Закрученные потоки эффективно используются во многих механизмах для реализации сложных процессов.

Принцип работы предложенного способа, работающего в режиме самоизмельчения в кольцевом закрученном потоке, поясняется эскизом на рисунке 1.

Устройство, с помощью которого реализуется предлагаемый способ измельчения твердых материалов (рис.38), состоит из цилиндрического горизонтального корпуса 1 с футеровкой 2 внутренней его поверхности, загрузочного бункера 3 и выгрузочного патрубка 4 с регулировочным краном 5. Внутри корпуса 1 соосно размещен ротор, содержащий вал 6 с подшипниковыми опорами 7, две ступицы 8, на которых закреплены лопасти 9 с одинаковым зазором 10 между периферийной кромкой лопасти 9 и поверхностью футеровки 2 корпуса 1.

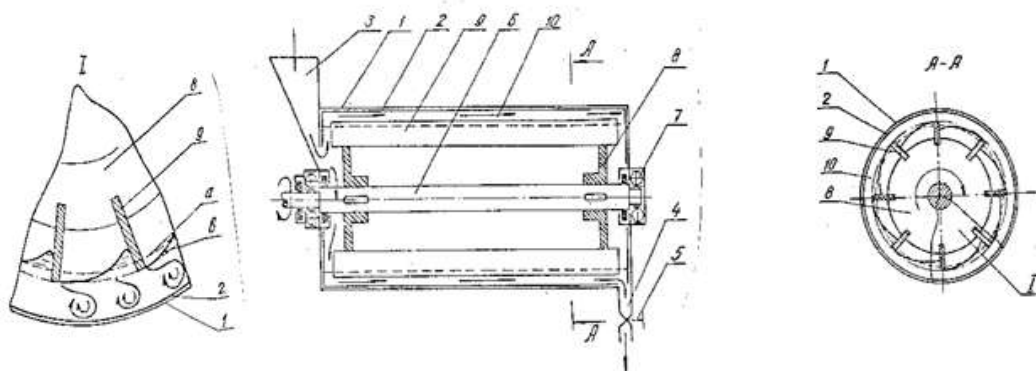


Рис. 38. Схема лопастного механоактиватора “ЛМА-2М”

Измельчение твердых материалов по предлагаемому способу осуществляется следующим образом.

При вращающемся роторе исходный продукт подается в рабочую камеру в виде пульпы с крупностью кусков от 1 до 10-15 мм при водотвердом отношении в пределах от 0,5 до 1,5. Вращающиеся лопасти 7 ротора механически формируют внутри корпуса кольцевой закрученный поток с усредненной внутренней поверхностью S' . При этом лопасти 7, вращаясь с высокой скоростью, порядка 1500-3000 об/мин, интенсивно деформируют внутреннюю поверхность кольцевого потока до некоторой граничной области S'' . В результате такой деформации во всем объеме кольцевого потока на всю его толщину возникают завихрения, обладающие повышенными турбулентными характеристиками. Твердый материал при этом активно взаимодействует друг с другом и с лопастями 7 ротора, измельчаясь вследствие малого значения водотвердого отношения измельчаемого продукта. Кроме того, находясь в области активного протекания кавитационных процессов в закрученном потоке, материал также эффективно разрушается. В процессе работы устройства необходимая толщина закрученного кольцевого потока устанавливается регулировочным краном 5. Проходя через рабочую камеру, исходный продукт в виде текучей пульпы измельчается и выводится наружу через выгрузочный патрубок 4.

Предлагаемое водотвердое отношение в пределах 0,5-1,5 обеспечивает высокую степень взаимодействия твердых частиц друг с другом и рабочими органами, например, лопастями вышеприведенного устройства, что способствует существенному повышению интенсификации разрушения твердых частиц путем их истирания. При этом во встречных закрученных потоках, имеющих, как известно, высокие скорости вращения, твердые частицы дополнительно разрушаются при соударении друг с другом.

Процесс механической активации дисперсных систем возможно интенсифицировать двумя путями: за счет увеличения доли динамической составляющей разрушающей нагрузки и за счет увеличения количества одновременно протекающих актов разрушения, что обеспечивает сокращение интервалов времени между двумя последовательными актами. Реализация намеченных путей может быть достигнута только при высоких скоростях движения рабочих органов и их количестве в устройстве. Однако ключевым условием эффективности измельчения по предложенному способу, как показали экспериментальные исследования, является водотвердое отношение в пределах 0,5-1,5 %. Это вполне отвечает требованиям приготовления буровых тампонажных растворов, в том числе при цементировании нефтегазовых скважин. Экономически внедрение предлагаемой разработки в производство, по мнению авторов, является крайне актуальным.

6.8 Малогабаритная щеточная мельница ММЩ-2М для приготовления буровых промывочных жидкостей

Разработанная щеточная мельница отличается от других измельчителей механического типа, применяемых для приготовления буровых промывочных жидкостей тем, что процесс измельчения глиноматериала осуществляется за счет непрерывного разрушения его поверхностного слоя щеткой ротора. Как показали теоретические исследования, затраты энергии на измельчение глиноматериала в мельницах со щеточным вооружением ротора гораздо ниже, чем в мельницах с лопастным ротором, где процесс разрушения материала носит объемный характер.

Конструктивная схема разработанной щеточной мельницы представлена на рис. 39. Мельница состоит из вертикального цилиндрического корпуса 1 с приемным бункером 2 и выходным каналом 3. Цилиндрические стенки внутри полости корпуса 1 покрыты футированной поверхностью 4. По оси в корпусе 1 размещен ротор 5, выполненный в виде щетки 6, охватывающий вал 7 ротора 5 по всей длине. Между валом 7 и щеткой 6 ротора 5 выполнен кольцевой канал 8. В его нижней части соосно с валом 7 установлена потоконаправляющая труба 9 с окнами 10, закрепленная с корпусом 1. Вал ротора 5 снабжен шнеком 11, расположенным внутри потоконаправляющей трубы 9.

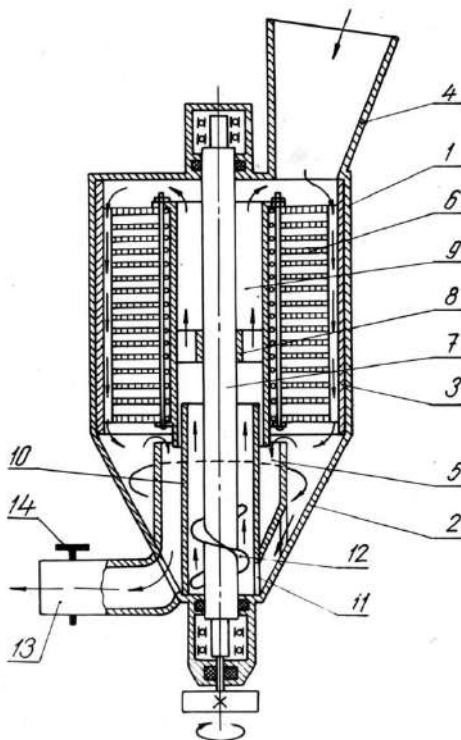


Рис.39. Схема щеточной мельницы ММШ-2М.

Мельница работает следующим образом. В корпус 1 через приемный бункер 2 производится непрерывная подача твердой и жидкой фазы приготавливаемой буровой промывочной жидкости. Перемещаясь в корпусе 1 сверху вниз глиноматериал подвергается разрушению и одновременно перемешивается с жидкой фазой под воздействием щеток 6 вращающегося ротора 5. В нижней части корпуса 1 мельницы происходит разделение потока приготавливаемой промывочной жидкости. Приготовленная жидкость (глиноматериал измельчен до частиц заданного линейного размера) отводится из корпуса 1 через выходной канал 3. Недоизмельченные частицы твердой фазы, линейный размер

которых больше задаваемого, осаждаются в нижней части корпуса 1 мельницы. Отсюда они подхватываются движущимся потоком жидкости, который создается шнеком 11 и перемещаются через окна 10 по полости потоконаправляющей трубы 9 и кольцевому каналу 8 к верхнему пространству корпуса 1, т.е. в исходное положение.

Разработанная конструкция щеточной мельницы позволяет производить разделение измельчаемого глиноматериала по фракциям и выводить из рабочей полости готовую промывочную жидкость с частицами твердой фазы, измельченными до заданной степени дисперсности. Это способствует сокращению непроизводительных затрат энергии на осуществление процесса приготовления бурового раствора, т.к. практически конструкция мельницы исключает процесс переизмельчения.

Затраты мощности $N_{\text{щ}}$ на привод мельницы складываются из затрат мощности на осуществление процесса измельчения $N_{\text{щ}}'$, на преодоление вязкостного трения $N_{\text{в}}$ при вращении ротора мельницы в среде приготавливаемой промывочной жидкости и на транспортирование $N_{\text{т}}$ недоизмельченного глиноматериала в рабочей полости мельницы

$$N_{\text{щ}} = N_{\text{щ}}' + N_{\text{в}} + N_{\text{т}} \quad (1)$$

Затраты мощности $N_{\text{щ}}'$ на осуществление процесса измельчения определяются производительностью $Q_{\text{щ}}$ мельницы по глиноматериалу и величиной удельной энергии $E_{\text{щ}}$, затрачиваемой на измельчение единицы его объема.

$$N_{\text{щ}}' = E_{\text{щ}} * Q_{\text{щ}} \quad (2)$$

Затраты мощности на преодоление вязкостного трения при вращении ротора мельницы в среде приготавливаемой промывочной жидкости определяется как

$$N_{\text{в}} = \frac{200 \mu \omega^2 \pi}{1} ((R_{\text{щ}}^4 - \chi_{\text{щ}}^4) * 2 / Z_1 + (h_{\text{щ}} * R_{\text{щ}}^3) / Z_2) \quad (3)$$

где μ - динамический коэффициент вязкости приготавливаемой промывочной жидкости;

ω - угловая скорость вращения ротора;

$R_{\text{щ}}$ и $\chi_{\text{щ}}$ - радиусы рабочей полости и ротора мельницы;

$h_{\text{щ}}$ - длина ротора;

Z_1 и Z_2 - зазоры, соответственно, между торцевыми поверхностями ротора и верхней и нижней крышками корпуса, и между щеткой ротора и футированной поверхностью корпуса.

Затраты мощности $N_{\text{т}}$ на транспортирование недоизмельченного материала в рабочей полости определяется как

$$N_{\text{т}} = 2,72 Q_{\text{т}} * q_p * h_{\text{щ}} * K_{\text{т}} (W + 1) \quad (4)$$

где $Q_{\text{т}}$ - производительность транспортирования шнеком;

$K_{\text{т}}$ - коэффициент учитывающий потери на трение ($K_{\text{т}} = 1,3 - 1,5$);

q - постоянная ($q = 9,82$);

W - опытный коэффициент сопротивления при перемещении материала шнеком ($W = 1,9 - 2,3$)

$$Q_{\text{т}} = 1800 \pi^2 D_{\text{с}}^2 \psi h_{\text{с}} \xi \quad (5)$$

где $D_{\text{с}}$ - диаметр шнека;

ψ - коэффициент заполнения шнека ($\psi = 1$);

$h_{\text{с}}$ - шаг винта шнека;

ξ - коэффициент, учитывающий влияние угла наклона оси шнека к горизонту на его производительность (при $\delta = 90^\circ$, $\xi = 0,4$).

Решение уравнений (3), (4) и (5) при следующих конструктивных параметрах: $\mu = 10^{-4} \text{ Нс/м}^2$; $\omega = 104,86 \text{ рад/с}$; $R_{\text{щ}} = 0,25 \text{ м}$ и $\chi_{\text{щ}} = 0,24 \text{ м}$; $Z_1 = 0,25 \text{ м}$ и $Z_2 = 0,81 \text{ м}$; $h_{\text{щ}} = 0,6 \text{ м}$; $D_{\text{в}} = 0,15 \text{ м}$; $h_{\text{в}} = 0,07 \text{ м}$, дало следующие численные значения: $N_{\text{в}} = 6,88 \text{ кВт}$; $N_{\text{т}} = 1,77 \text{ кВт}$ при $Q_{\text{т}} = 16,11 \text{ м}^3/\text{ч}$.

Затраты энергии на привод мельницы без учета затрат на осуществление процесса измельчения составляет $8,65 \text{ кВт} \cdot \text{ч}$. В зависимости от степени измельчения S и подачи $Q_{\text{щ}}$

материала в мельницу общие затраты мощности, необходимые для осуществления процесса измельчения будут изменяться от 9,0 кВт до 12,5 кВт.

Техническая характеристика мельницы:

Вид материала.....	глина бентонитовая
Линейный размер частиц ,м; исходная.....	0,1
минимальная.....	10 ⁻⁴
Производительность, м³/ч.....	16
Мощность, кВт*ч.....	12,5
Скорость вращения ротора, рад/с.....	104,86
Габариты рабочего органа ,м;	
диаметр.....	0,48
длина.....	0,60
Габариты шнекового устройства, м;	
диаметр.....	0,15
длина.....	0,35
шаг винта шнека.....	0,07
Габариты мельницы, мм;	
длина.....	1500
ширина.....	1000
высота.....	1800
Масса, кг.....	350

Следует отметить, что щеточная мельница, как показали результаты ее эксплуатации в производственных условиях, может с успехом применяться не только для приготовления буровых промывочных жидкостей на основе глиноматериалов, но и с использованием мела, извести, цемента, их смесей и одновременной обработкой различными химическими реагентами.

6.9 Вихревой гидродинамический излучатель “ГДИ”

Обработка промывочных жидкостей, с целью дальнейшей диспергации твердой фазы, под воздействием ультразвуковых колебаний в последнее время находит широкое применение. В практике для этих целей используются два типа излучателей звуковых колебаний: с резонансными клиньями и с вихревой камерой. Последние нашли большое распространение при обработке буровых промывочных жидкостей ввиду простоты конструкции и малых габаритов, что позволяет производить их установку в колонне буровых труб (рис. 40).

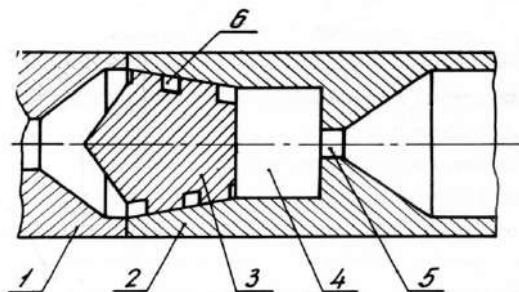


Рис. 40. Схема вихревого гидродинамического излучателя “ГДИ”

1 - корпус; 2 - крышка; 3 - вкладыш; 4 - вихревая камера; 5 - входное сопло;
6 – входные каналы

Генерирование звуковых колебаний в излучателях с вихревой камерой осуществляется за счет создания в системе интенсивного энергообмена между первичным, вводимым тангенциально в цилиндрическую полость камеры, и вторичным, поступающим из выходного патрубка, вихрями. При этом давление на выходном патрубке меняется с частотой f , определяемой диаметром камеры D и перепадом давлений P_1 и P_2 на входе и выходе излучателя [1]:

$$f = \frac{C}{\pi D} \left(\frac{P_1 - P_2}{P_2} \right)^{0,5}, \quad (1)$$

где: C - скорость распространения звуковой волны в обрабатываемой среде

Излучатели с вихревой камерой надежны в работе, просты в конструктивном исполнении.

Их мощность в ультразвуковом диапазоне (до 30 кГц) составляет от 0,5 до 3 Вт.

Процесс диспергации твердой фазы суспензии в ультразвуковом поле происходит двумя путями: во-первых, под действием ударных волн, возникающих при захлопывании кавитационных пузырьков, которые зарождаются при частоте свыше 20 кГц и мощности звуковой волны до 1 Вт; во-вторых, под действием микроструек жидкости, возникающих при захлопывании несферических кавитационных пузырьков. Преобладание того или иного механизма разрушения обуславливается масштабным фактором, так как связано с начальной формой кавитационного пузырька при его захлопывании. Если размер кавитационного пузырька преобладает над размерами диспергируемых частиц, то условий для начального искажения формы пузырька нет, и он захлопывается с образованием ударной волны. В том случае, когда размер диспергируемых частиц больше диаметра кавитационного пузырька, последний теряет свою форму и при захлопывании образует микроструйку жидкости. При обработке буровых промывочных жидкостей имеет место механизм разрушения, связанный с действием ударных волн, что обусловлено малым линейным размером (до 10^{-6} м) частиц твердой фазы.

Причиной возникновения кавитации является высокочастотный перевод жидкостной среды обрабатываемой суспензии в метастабильное состояние, а затем возвращение ее в исходное. Переход в метастабильное состояние осуществляется вследствие создающегося отрицательного давления в местах разряжения распространяющейся звуковой волны. Кавитационный пузырек, попадая в область высокой интенсивности ультразвуковых колебаний, начинает пульсировать. Частота колебаний пузырька, кавитирующего под действием звуковых волн, практически равна частоте последних:

$$f = \frac{1}{2\pi R_0} \sqrt{\frac{3K}{\rho_B}} \left(P_1 - P_2 + \frac{2\sigma_B}{R_0} \right), \quad (2)$$

где: K - отношение удельных теплоемкостей среды;

σ_B - поверхностное натяжение;

R_0 - радиус кавитационного пузырька.

Зависимость, определяющая радиус кавитационного пузырька, была эмпирически найдена Брониным Ф.А.:

$$R_0 = \frac{0,4}{f} \left(1 - \frac{P_r}{P} \right) \left(\frac{P}{\rho_B} \right)^{0,5}, \quad (3)$$

где: P_r - величина гидростатического давления, $P_r = P_1 - P_2$;

P - величина звукового давления.

На скорость протекания процесса ультразвуковой диспергации оказывает влияние тот факт, что единичный кавитационный пузырек обрабатывает одновременно только те

частицы, которые находятся в его зоне захвата, определяемой радиусом R_k воздействия кавитационного пузырька:

$$R_k = (XR_0^3 \rho_f f / \eta)^{0.5}, \quad (4)$$

где: ρ_f - плотность материала твердых частиц обрабатываемой суспензии;
 η - сдвиговая вязкость кавитирующей среды.

В результате захвата кавитационным пузырьком диспергируемые частицы флотируются у его поверхности, при этом их концентрация не должна быть выше

$$n_m \leq 4R_0^2 / X^2, \quad (5)$$

в противном случае наблюдается блокировка кавитационного пузырька.

Анализ материалов исследований показывает, что при диспергировании в ультразвуковом поле механизм разрушения частиц носит поверхностный характер. При каждом единичном всхлapyвании кавитационного пузырька, энергия ударной волны распространяется на частицы, флотированные у его поверхности. Под воздействием ударной нагрузки происходит отшелушивание материала с их поверхности. Величина энергии ударной волны, передаваемой диспергируемым частицам, определяется исходя из условия равенства кинетической энергии E_k жидкости, движущейся в поле кавитационного пузырька, и согласно Новицкому Б.Г. равна

$$E_k = 2\pi \rho_v R_0^5 f^2, \quad (6)$$

где: ρ_v - плотность жидкой фазы обрабатываемой суспензии.

Так как флотированные частицы твердой фазы суспензии располагаются вблизи поверхности кавитационного пузырька, то величину эффективной энергии E' ударной волны, т.е. энергии волны в месте расположения частиц суспензии, определит соотношение:

$$E' = E_k / R_0^2, \quad (7)$$

Процесс ультразвукового диспергирования суспензии значительно интенсифицируется, если наряду со знакопеременным звуковым давлением на жидкость наложить определенное постоянное или гидростатическое давление. Очевидно, исходя из приведенной выше зависимости (3), определяющей радиус кавитационного пузырька, что при повышении гидростатического давления размер последнего будет уменьшаться, а это в свою очередь ведет к увеличению скорости распространения ударной волны при его всхлapyвании. Принцип работы и конструктивное исполнение излучателей с вихревой камерой позволяют регулировать величину гидростатического давления в весьма широких пределах.

6.10. Центробежная мельница мокрого помола “МЦ-Т”

Мокрый метод механоактивации дисперсных систем является наиболее технологичным для повышения вяжущих свойств тампонажных буровых растворов в полевых условиях. Поэтому разработка новых высокоэффективных методов данного вида механоактивации дисперсных систем вяжущих материалов является актуальной проблемой, особенно при цементировании нефтегазовых скважин.

Эффективность мокрого метода механоактивации тампонажных смесей на основе цементов авторами предварительно исследовалась в лабораторных условиях. Выполнение лабораторных работ включало в себя предварительную активацию исходных вяжущих, из которых готовятся исследуемые тампонажные смеси, а затем активировались сами смеси. В качестве вяжущих использовались цементы следующих марок: М400 и М500. Для повышения эффективности мокрой механоактивации, как показали лабораторные

исследования, целесообразно повышение скорости движения измельчающей среды. Это возможно осуществить в закрученных потоках жидкости.

Закрученный поток формируется в поле центробежных сил и обладает следующими специфическими особенностями: - в случае формирования кольцевых закрученных потоков без механического воздействия на него рабочих органов измельчительного аппарата успешно решается проблема чистого помола, так как в кольцевом закрученном потоке реализуется процесс самоизмельчения; - поток имеет соизмеримые значения осевой, вращательной и радиальной составляющих скорости; - поток имеет продольный и поперечный градиенты статического и полного давления; - поток имеет существенное значение градиента скорости в поперечном сечении, отличается высоким уровнем турбулентных пульсаций; - осуществляет активное и консервативное воздействие центробежных сил на поток.

Принцип работы предложенного способа, работающего в режиме самоизмельчения в кольцевом закрученном потоке, осуществляется измельчительной машиной центробежного типа МЦ-Т и поясняется эскизом на рис. 41. Измельчение твердых материалов по предлагаемому способу осуществляется следующим образом.

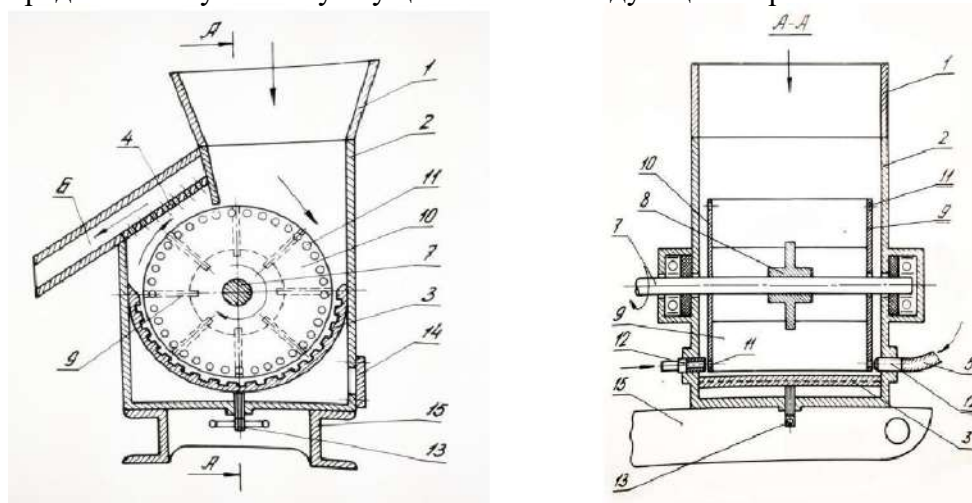


Рис. 41. Схема центробежной мельницы мокрого помола “МЦ-Т”

При вращающемся роторе исходный продукт подается в рабочую камеру в виде пульпы с крупностью частиц до 3 мм и водо-твердом отношением в пределах от 0,5 до 1,5. Вращающиеся лопасти 9 ротора механически формируют внутри корпуса кольцевой закрученный поток с усредненной внутренней поверхностью S' . При этом лопасти 9, вращаясь с высокой скоростью, порядка 1500-3000 об/мин, интенсивно деформируют внутреннюю поверхность кольцевого потока до некоторой граничной области S'' . В результате такой деформации во всем объеме кольцевого потока на всю его толщину возникают завихрения, обладающие повышенными турбулентными характеристиками. Твердый материал при этом активно взаимодействует друг с другом и с лопастями 9 ротора, измельчаясь вследствие малого значения водотвердого отношения измельчаемого продукта. Кроме того, находясь в области активного протекания кавитационных процессов в закрученном потоке, материал также эффективно разрушается. В процессе работы устройства необходимая толщина закрученного кольцевого потока устанавливается регулировочным краном 5. Проходя через рабочую камеру, исходный продукт в виде текучей пульпы измельчается и выводится наружу через выгрузочный патрубок 6. Формирование закрученного кольцевого потока, состоящего из текучей пульпы, с повышенным содержанием твердой фазы позволяет при заявленном способе производить механическое деформирование этого потока, например, лопастями 9 с высокими скоростями до 30-50 м/с. Механическое деформирование кольцевого потока при этом

производится частично с внутренней стороны. Высокие скорости деформирования кольцевого потока позволяют существенно повысить эффективность разрушения твердого материала, так как известно, что при высокодинамическом воздействии на твердое тело его разрушение происходит при меньших нагрузках по сравнению с низкоскоростным его нагружением.

Аналогичное высокоскоростное механическое воздействие на диспергируемую пульпу во всем объеме корпуса невозможно в известных гидромеханических способах из-за неоправданно высоких затрат энергии на вязкое течение потока. В то время как предлагаемый способ реализуется при относительно низких затратах энергии, которая расходуется на раскручивание небольшой массы потока и на частичное деформирование этого потока. Аналогичное высокоскоростное деформирование потока диспергируемой пульпы достигается лишь в струйных мельницах. Однако работа струйных мельниц характеризуется гораздо большими энергозатратами, в 4-6 раз по сравнению с предложенным способом, так как в них используется гидравлический привод с КПД, равным в пределах 6-7 %, не более.

Предложенный энергонапряженный гидродинамический способ измельчения твердых материалов, по сравнению с известными, обеспечивает активно протекающие процессы взаимодействия твердых частиц друг с другом и с рабочими органами измельчительных машин, а интенсивные процессы кавитации во всем объеме кольцевого потока существенно повышают эффективность измельчения материала по предлагаемому способу. Увеличение эффективности измельчения достигается также за счет высокоскоростного механического воздействия вращающихся рабочих органов устройства со скоростью до 40-60 м/с на измельчаемый материал, а также за счет многократной доставки закрученными потоками твердого тела в зону интенсивного измельчения, т. е. в зону скоростной механической деформации кольцевого потока.

Механическое измельчение как физический процесс характеризуется законом, который выражает соотношение между линейными размерами измельчаемого тела, его удельной поверхностью и удельными затратами энергии на разрушение. Следовательно процесс механической активации дисперсных систем возможно интенсифицировать двумя путями: за счет увеличения доли динамической составляющей разрушающей нагрузки и за счет увеличения количества одновременно протекающих актов разрушения, что обеспечивает сокращение интервалов времени между двумя последовательными актами. Реализация отмеченных путей может быть достигнута только при высоких скоростях движения рабочих органов и их количестве в устройстве. Однако ключевым условием эффективности измельчения по предложенному способу, как показали экспериментальные исследования, является водотвердое отношение в пределах 0,5-1,5 %. Это вполне отвечает требованиям приготовления буровых тампонажных растворов, в том числе при цементировании нефтегазовых скважин. Экономически внедрение предлагаемой разработки в производство, по мнению авторов, является крайне актуальным

6.11 Малогабаритная щеточная мельница «МЩ-1»

Для приготовления тампонажных смесей или реагентов на основе трудно смешиваемых компонентов (например, полиакриламида, УЩР и т. п.) очень важное значение приобретает увеличение перемешивающей способности и степени измельчения исходного продукта.

В предлагаемой мельнице МЩ-1 (рис. 42) выполнение рабочих органов ротора в виде щетки, состоящей из большого количества упругих стержней, повышает степень измельчения исходного продукта за счет увеличения числа наносимых ударов по измельчаемому продукту, по сравнению с лопастным ротором. Кроме того, щетка из упругих стержней гораздо лучше, чем лопасти, перемешивает и истирает измельчаемый

продукт за счет увеличения трения между отдельными кусками продукта, что также повышает степень измельчения материала.

Малогабаритная роторная мельница МЩ-1 может использоваться при бурении поисково-разведочных, гидрогеологических, инженерно-геологических скважин и позволяет решать следующие задачи:

- приготовление естественных промывочных жидкостей из неглинистых пород;
- приготовление глинистых, утяжеленных и тампонажных растворов;
- дегазация буровых растворов;
- восстановление качественных характеристик буровых промывочных жидкостей.

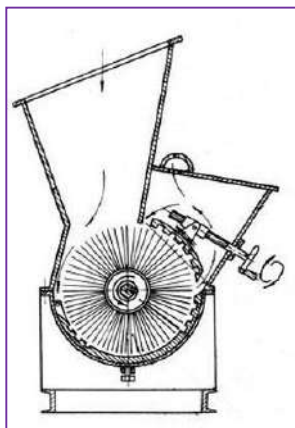


Рис. 42. Схема малогабаритной щеточной мельницы «МЩ-1»

Техническая характеристика

Вид измельчаемого материала.....	глина, мел, слежавшийся цемент и т. п.
Частота вращения ротора в минуту.....	1000-1500
Диаметр щеточного ротора, мм.....	450
Длина щеточного ротора, мм.....	600
Потребляемая мощность, кВт.....	15
Габаритные размеры, мм	
длина.....	1300
ширина.....	1000
высота.....	1250
Масса без электродвигателя, кг.....	350

6.12 Передвижная установка для приготовления буровых промывочных жидкостей.

Вообще, разработка измельчителей производилась с целью создания единого как стационарного, так и передвижного комплекса, способных удовлетворить потребности современной геологоразведочной партии по объему приготавливаемых промывочных жидкостей и их качеству и типам. Ниже будет рассмотрена передвижная установка, созданная на основе разработанных машин, в число которых вошли щеточная и струйная вихревая мельницы, барабанный измельчитель. Основное назначение установки состоит в обеспечении отдельного участка буровых работ из 5-7 буровых агрегатов комплексом промывочных жидкостей. Конструкция установки позволяет производить ее транспортировку волоком, с погрузкой на трейлер, вертолетом. Все это делает ее

пригодным для применения в труднодоступных районах, удаленных геологоразведочных партиях, отдельных участках буровых работ.

Технические средства, используемые в передвижной установке, позволяют при различных вариантах их применения получать глинистые растворы обрабатывать их реагентами, приготавливать растворы на основе полиакриламида и т.п. Наличие в установке перекачивающих средств делает возможным заливку приготовленных промывочных жидкостей в емкость автоцистерны или резервуары установки, подачу по трубопроводам к буровым агрегатам.

На рис. 31 и 32 показан вид агрегатного отсека установки. Все машины, осуществляющие процесс приготовления промывочных жидкостей смонтированы в единую технологическую линию, содержащую скреперную лебедку 1 марки ЛС-30, щеточную мельницу 2, барабанный измельчитель 3 и перекачивающий насос 4 со струйной вихревой мельницей 5. Основанием установки служит металлическая рама с настилом, выполненная в виде саней. В здании передвижной установки помещены резервуары 6, 7, 8, в которые производится заливка приготавливаемых промывочных жидкостей. Общий полезный объем резервуаров составляет $7,5 \text{ м}^3$, т.е. рассчитан на получасовую работу установки. На крыше здания размещены привод лебедки 1 и питающие емкости 11, 12, 13, заполняемые концентрированными растворами УЩР, КМЦ и гидролизом полиакриламида. Управление оборудованием производится с пульта 9. Регистрация рабочих режимов струйной вихревой мельницы осуществляется комплексом ИШВ-1-10. Управление лебедкой 1 может осуществляться с выносного пульта 9.

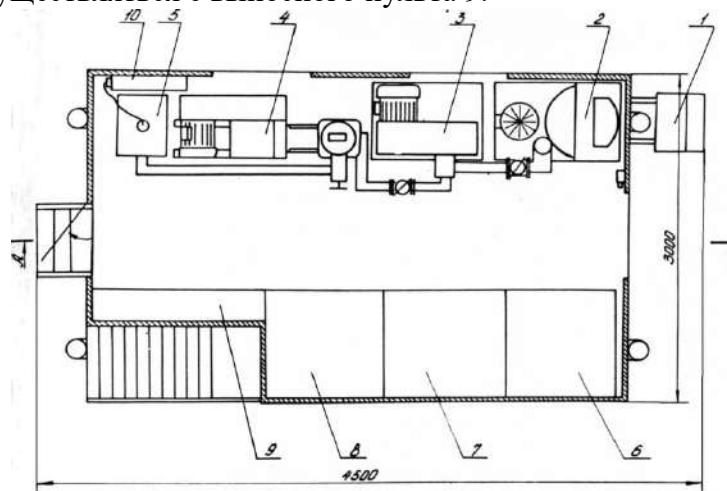


Рис. 31. Передвижная установка для приготовления буровых промывочных жидкостей.

- 1 – скреперная лебедка; 2 – щеточная мельница; 3 – барабанный измельчитель;
4 – перекачивающий насос; 5 – струйная вихревая мельница; 6, 7, 8 – резервуары; 9 – пульт управления; 10 – комплекс ИЖВ-1.

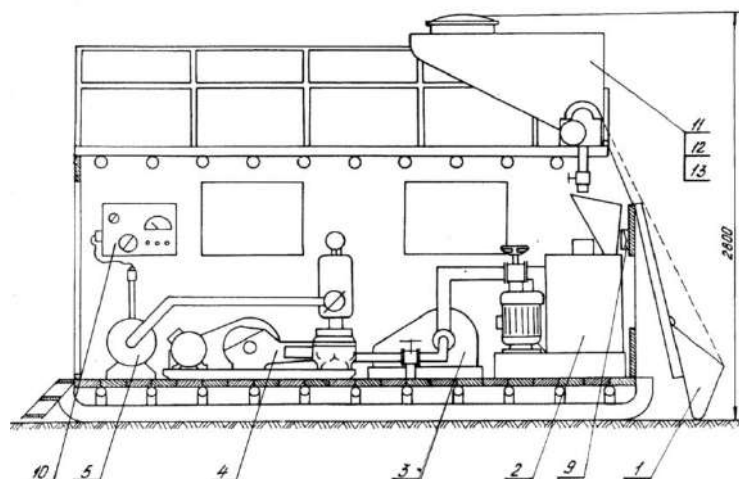


Рис. 32. Вид агрегатного отсека передвижной установки для приготовления буровых промывочных жидкостей, в плане.

1- скреперная лебедка; 2- щеточная мельница; 3- барабанный измельчитель;
4- перекачивающий насос; 5- струйная вихревая мельница; 6, 7, 8- резервуары;
9 - пульт управления; 10- комплекс ИШВ-1.

На рис. 33 показана схема управления гидросистемой установки. Кранами 14, 15, 16 и 17 регулируется подача в приемный бункер щеточной мельницы 2 воды, УЩР, КМЦ, полиакриламида, поступающих из питающих емкостей 11, 12, 13. Изменением объема подачи воды или реагентов регулируют плотность приготавливаемых промывочных жидкостей. Краны 18 и 19 служат для перекрытия трубопроводов к барабанному измельчителю 3 и струйной вихревой мельницы 5. Перекрытие осуществляется в том случае, когда производится приготовление крупнодисперсных глинистых растворов, применяемых при забурке скважин. Краны 20, 22 и 24 перекрывают отвод приготовленных промывочных жидкостей при их сливе в автоцистерны.

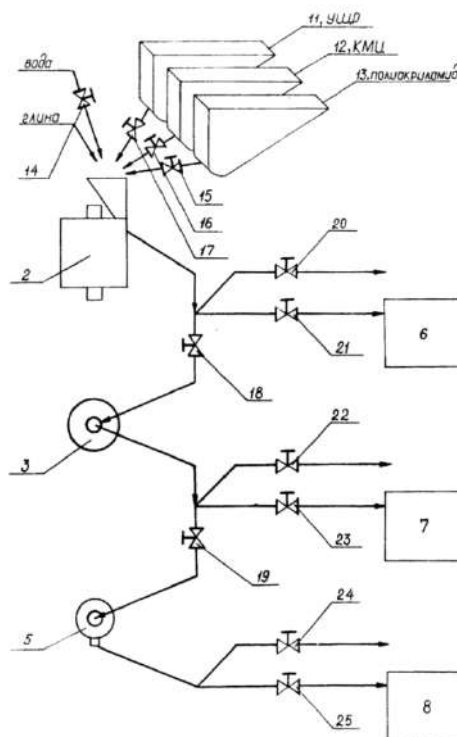


Рис. 33. Схема управления гидросистемой установки.

1- щеточная мельница; 3- барабанный измельчитель; 5- струйная вихревая мельница;
6, 7, 8- резервуары; 14, 15, 16, 17- краны регулировки подачи материала в бункер
щеточной мельницы; 18, 19- краны перекрытия трубопроводов; 20, 22, 24-краны
перекрытия отвода в автоцистерны; 21, 23, 25- краны перекрытия отвода в резервуары.

Краны 21,23 и 25 установлены для осуществления слива жидкостей в резервуары 6,7 и 8. Технологическая схема приготовления буровых промывочных жидкостей (рис. 34.) в зависимости от применяемых компонентов может быть осуществлена по следующим вариантам.

Первый вариант: приготовление жидкостей из комовых глин. Скреперной лебедкой 1 производят загрузку комовой глины в приемный бункер щеточной мельницы 2, при этом должен быть открыт кран 14 подачи сюда же воды. Крупнодисперсная пульпа, приготавливаемая мельницей 2, поступает на доизмельчение в барабанный измельчитель 3, а оттуда в струйную вихревую мельницу 5. Для этого должны быть открыты краны 18 и 19. Приготовленная промывочная жидкость может быть отведена открытием кранов 24 или 25 в емкость автоцистерны или в резервуар 8.

Второй вариант: приготовление глинистого раствора с обработкой его УЩР, КМЦ или приготовление малоглинистого раствора с обработкой полиакриламидом. При приготовлении данных типов растворов кроме воды и глины в приемный бункер щеточной мельницы подается один из вышеперечисленных компонентов. Их подача из питающих емкостей 11, 12 и 13 осуществляется открытием кранов 15, 16 и 17. Приготовление осуществляется последовательно в щеточной мельнице 2, барабанном измельчителе 3 и струйной вихревой мельнице 5.

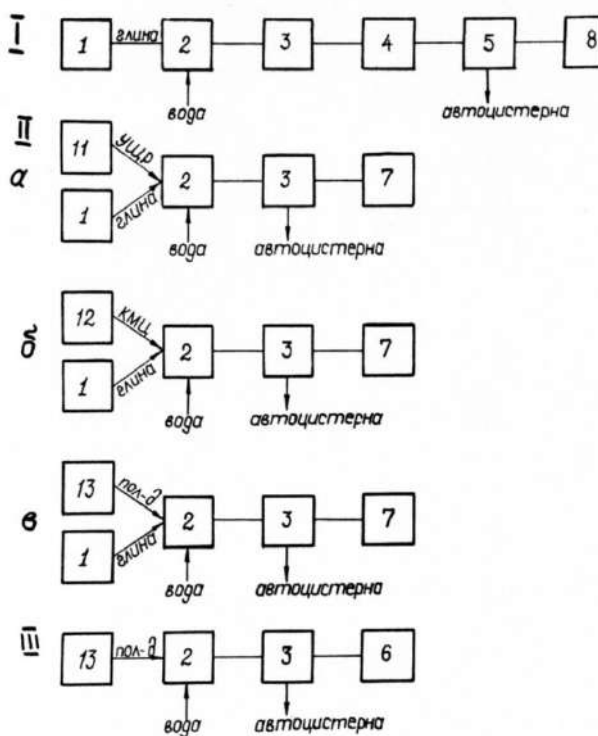


Рис. 34. Схема приготовления различных буровых растворов.

- I- приготовление глинистого раствора из комовых глин; II- приготовление глинистых растворов обработанных; III- приготовление полиакриламидного раствора; а- углещелочным реагентом; б- КМЦ; в- полиакриламидом

Третий вариант: приготовление промывочной жидкости на основе полиакриламида. В этом случае гидролиз полиакриламида из питающей емкости 13 поступает в бункер щеточной мельницы 2, сюда же подается вода. Расход компонентов регулируется кранами 14 и 15. Приготовление осуществляется в щеточной мельнице 2 и барабанном измельчителе 3. Готовый продукт отводится открытием кранов 22 или 23 в автоцистерну или резервуар 7.

Конструктивное исполнение передвижной установки позволяет производить замену машин приготавливающих промывочные жидкости в зависимости от применяемых компонентов.

Техническая характеристика передвижной установки для приготовления буровых промывочных жидкостей.

Производительность по объему приготавливаемых жидкостей, м ³ /ч..	10
Потребляемая мощность, кВт.....	65
Удельный расход энергии на приготовление 1м ³ промывочной жидкости, кВт.ч/м ³	3,0-4,2
Габаритные размеры, мм:	
длина.....	4500
ширина.....	3000
высота.....	2800
Масса установки, кг.....	2500
Количество обслуживающего персонала в смену.....	2

6.13 Экспресс технология производства импортозамещающих буровых реагентов с использованием эффекта механоактивации крахмалосодержащего сырья

При освоении нефтегазовых месторождений на сегодняшний день основной объем скважин проходится с использованием роторного и турбинного способов бурения, что позволяет бурить наклонно-направленные скважины, а так же скважины с горизонтальным окончанием. Эффективность бурения скважин во многом определяется составом очистного агента, а также схемой и режимом промывки скважины. Практически невозможно подобрать универсальный очистной агент, который бы удовлетворял всем заданным параметрам. В зависимости от геолого-технологических условий бурения подбирается какой-то один вид очистного агента, а его технологические свойства регулируются посредством химических реагентов с учетом определенных практических требований.

Одним из важнейших показателей буровых промысловых жидкостей является водоотдача глинистого раствора и соответственно его способность создавать малопроницаемую фильтрационную корку. Наиболее универсальным понизителем водоотдачи, позволяющим проходить как обычные, так и сильноминерализованные толщи осадочных пород являются модифицированные органические полимеры на основе крахмала. Основным недостатком существующих на рынке крахмальных реагентов отечественного и импортного производства является значительная стоимость (особенно зарубежных), связанная с большими затратами энергии при производстве по традиционным технологиям, которые в том числе, не позволяют обрабатывать модифицируемые крахмалы всем спектром необходимых реагентов с целью регулирования свойств конечного продукта. Научным коллективом кафедры “ТТР МПИ” частично решены обозначенные проблемы и разработаны рецептуры крахмальных реагентов увязанные с новой технологией модификации непосредственно крахмалосодержащих исходных продуктов (фуражная пшеница, ячмень, рожь, кукуруза и др.) современным, более экономичным и универсальным способом – сухой холодной механохимической деструкции, минуя стадию

получения нативного крахмала из исходного сырья и энергоемкие процессы его клейстеризации, сушки и дробления (рис. 43).

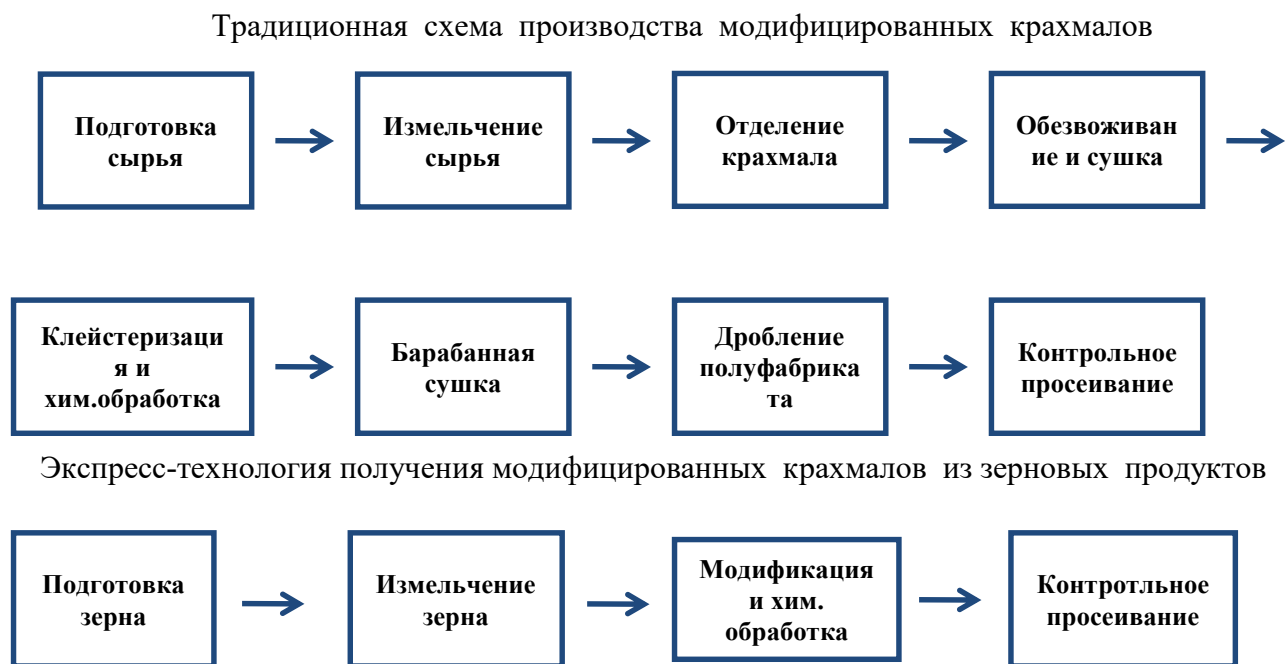


Рис. 43. Схемы традиционной и экспресс-технологии производства модифицированных крахмалов.

Разработанный на кафедре ТТР МПИ опытный образец каскадной измельчительной машины центробежного типа МКЦ-М (рис. 44.) работает в режиме энергонапряженного измельчения твердых материалов при ультраскоростных разрушающих нагрузках в измельчаемом продукте, находящимся в стесненных условиях. Рабочая камера измельчительной машины имеет три зоны измельчения, отличающихся по форме, массе и степени оснащения мелющими телами. В первой (самой верхней) зоне измельчения происходит дробление зерна и перемешивание с добавленным химреагентом, во второй зоне с мелющими телами, имеющими большую степень кривизны, а значит большую контактную нагрузку на измельчаемый материал, происходит измельчение зерновой смеси и химреагента до размеров сопоставимых с размерами кристалла крахмала, т.е. до состояния муки очень тонкого помола. В третьей зоне оснащенной значительно большим количеством (в 5 раз) мелющих тел с большой кривизной рабочей поверхности происходит модификация, высвободившегося из белковой оболочки, крахмала и его обработка необходимыми химреагентами.

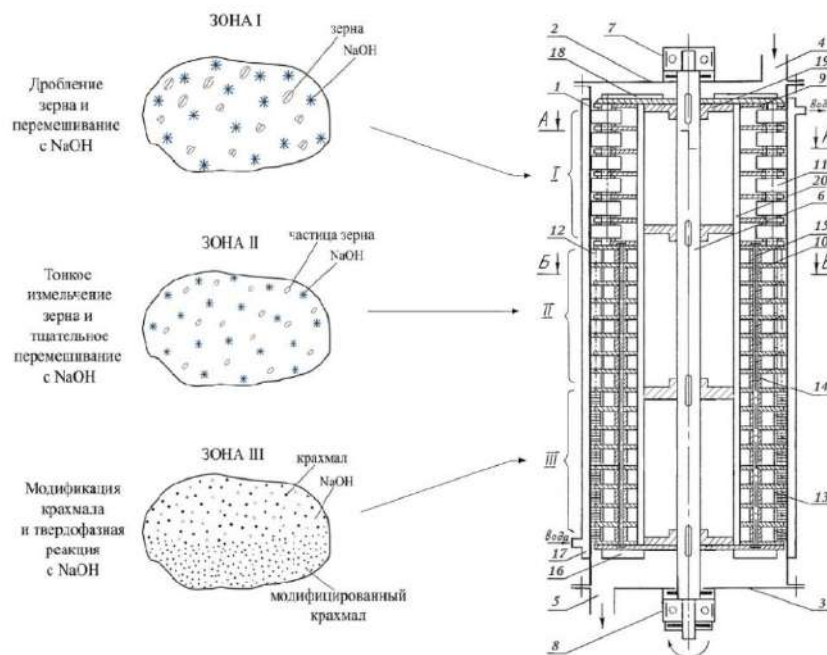


Рис.44. Схема процесса модификации крахмалосодержащего сырья методом механоактивации

Разработанная авторами экспресс-технология модификации нетрадиционного крахмалосодержащего сырья позволит значительно снизить себестоимость производства импортозамещающих, высокоэффективных буровых реагентов (на десятки процентов), за счет исключения операций производства самого нативного крахмала, его последующей клейстеризации, сушки и дополнительного дробления готового продукта.

Потенциальными потребителями крахмальных реагентов являются не только нефтегазодобывающие и геологоразведочные организации, но и горнообогатительные предприятия, производители строительных материалов, целлюлозно-бумажные, текстильные и другие предприятия. Экономический эффект от внедрения разработанной технологии только в нефтегазодобывающей отрасли ориентировочно может составить порядка 45-50 млн. рублей в год. На основе разработанной технологии и техники возможно открытие стационарного, многотоннажного, достаточно компактного и быстро окупаемого производства по выпуску импортозамещающих высокоэффективных буровых крахмальных реагентов типа “РБК-М” из нетрадиционного крахмалосодержащего сырья.

6.14 Универсальный буровой реагент “РБЦ-4” на основе механоактивированного древесного волокна с повышенным содержанием смол

В практике разведочного бурения из всего перечня геологотехнических осложнений наиболее трудоемкими являются поглощения промывочной жидкости, затраты календарного времени на ликвидацию которых составляют от 4 до 10 %. Поглощения приурочены, в основном, к карбонатным породам с естественной кавернозностью и трещиноватостью вторичного (экзогенного) и тектонического происхождения, а также песчаникам и некоторым разновидностям глин, где наблюдаются провалы бурового

инструмента от 0.5 до 4 м и более, Поглощения техногенного характера связаны с гидроразрывом пласта в виду избыточного гидростатического давления, которое возникает при повышении плотности и реологических показателей бурового раствора.

Основными технологическими мероприятиями по предупреждению и ликвидации поглощений буровых промывочных жидкостей в нефтегазовом и геологоразведочном бурении являются следующие:

- регулирование гидравлического равновесия в системе “пласт-скважина” путем использования облегченных промывочных жидкостей и технологических ограничений при бурении (понижение скорости спускоподъемных операций, уменьшение подачи промывочной жидкости в скважину, увеличение зазора между буровым инструментом и стенками скважины, долив бурового раствора в скважину и др.);

- регулирование реологических свойств буровых растворов, путем перехода на бурение структурированными промывочными жидкостями с обработкой химическими реагентами;

- применение комбинированных методов (химическая обработка азрированных жидкостей и растворов с пониженным содержанием твердой фазы);

- закупоривание каналов поглощения одновременно с их вскрытием путем использования наполнителей различных типов.

Впервые наполнители для ликвидации поглощений применили в 40-е годы в США, в России их использование началось в начале 60-х годов. В зарубежных компаниях девяносто процентов всех поглощений ликвидируется путем добавки наполнителей, в качестве которых используются отходы различных производств. Наполнители подразделяются на волокнистые, зернистые (жесткие или упругие) и чешуйчатые (рис. 45.). Кроме этого, используется твердая фаза получаемая химическими методами (коагуляция, конденсация и др.), а также разбухающие наполнители. Большинство наполнителей закачиваемых в составе тампонажных смесей, позволяет закупорить трещины размером не более 6 мм, а в виде тампонов или при намыве до 20 мм. Волокнистые наполнители применяют при ликвидации всех видов поглощений при их размере $\frac{1}{2}$ диаметра поглощающего канала, но в первую очередь, в крупно пористых и трещиноватых породах с размером каналов 3-5 мм. При вводе в комплексе зернистых и чешуйчатых - соотношение составляет 1:1:1. Зернистые жесткие наполнители применяются при ликвидации всех видов поглощений при этом их размеры должны быть в три раза меньше поглощающих каналов. Зернистые упругие наполнители по своей закупоривающей способности занимают промежуточное положение между волокнистыми и зернистыми жесткими, при этом соотношение к гранулированным жестким составляет от 2:1 до 3:1. Чешуйчатые наполнители применяются при ликвидации поглощений с размером каналов в породах от 2.5 до 30мм, при этом эффект закупорки выше при их сочетании с волокнистыми и зернистыми наполнителями в соотношении 2:1:1 (при профилактике поглощений такое сочетание не рекомендуется) [2].

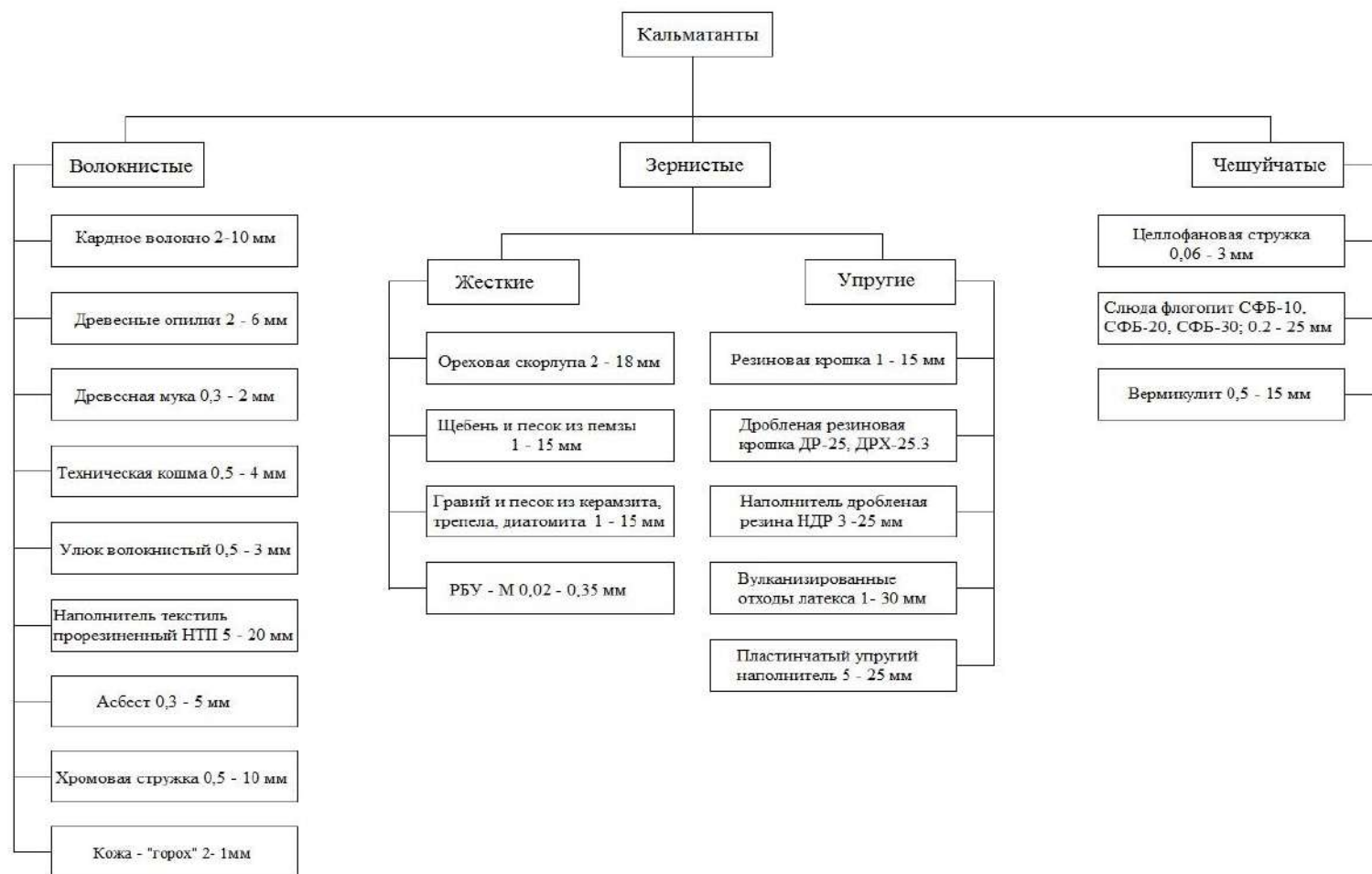


Рис. 45. Классификация материалов используемых в качестве кальматантов при ликвидации поглощений промывочной жидкости

Проведенный авторами анализ производственного опыта использования наполнителей и предварительные лабораторные исследования по использованию наиболее дешевых, доступных и экологически чистых материалов в качестве кальматанта позволяет сделать следующие выводы:

- с точки зрения экологической чистоты буровых промывочных жидкостей наиболее приемлемо использование органических материалов, подвергающихся после их применения разложению на безвредные составляющие;
- по кальматирующим свойствам, доступности и дешевизне исходного сырья наиболее подходящими являются целлюлозосодержащие материалы в измельченном состоянии с разной степенью дисперсности;
- улучшенные реологические и закупоривающие свойства буровых растворов с наполнителями на основе целлюлозосодержащих материалов объясняются сложным вещественным составом исходного сырья и возможностью его модификации путем химической обработки в процессе механоактивации;
- наиболее подходящим для решения поставленной задачи по мнению авторов является древесное волокно, состоящее из необходимого набора исходных компонентов, позволяющих в процессе их механохимической деструкции и химобработки получить multifunctional буровой реагент.

Древесина - продукт биологического (растительного) происхождения, представляющий сложный комплекс, как в анатомическом, так и химическом отношении. Вещество древесины - это вещество оболочек клеток (клеточных стенок) и биологическое происхождение этого вещества обуславливает его сложный химический состав, представленный на рис. 46.



Рис. 46. Схема химического состава древесины.

Древесина примерно на 99% состоит из органических веществ. Минеральные вещества составляют обычно очень небольшую часть - до 1 %. Элементный состав органической части древесного вещества у различных древесных пород практически одинаков: 49. ...50 % углерода, 43...44 % кислорода, около 6 % водорода и 0,1...0,3 % азота по отношению к массе абсолютно сухой древесины.

Структурные компоненты древесины подразделяют на углеводную и ароматическую части. Углеводная часть, представляющая комплекс полисахаридов, называется

холоцеллюлозой. Массовая доля холоцеллюлозы составляет в древесине примерно 70...80 %, причем ее содержание в древесине лиственных пород выше по сравнению с хвойными. Выход холоцеллюлозы при выделении ее из древесины различными методами составляет в среднем для хвойных пород 70...73 %, лиственных пород - 72...79 %.

Ароматическая часть древесины - лигнин представляет собой смесь ароматических полимеров родственного строения фенольной природы, построенных из мономерных звеньев, называемых фенилпропановыми структурными единицами. Массовая доля лигнина в древесине составляет 20...30%, причем хвойные породы содержат больше лигнина, чем лиственные.

Целлюлоза в нативном состоянии представляет собой полимолекулярное соединение, в состав которого входят молекулы, идентичные по своему строению, но отличающиеся по длине. Элементарные звенья макромолекулы целлюлозы находятся в форме кресла, гидроксильные группы расположены в горизонтальном направлении, а атомы водорода — в вертикальном (рис. 47). Каждое второе звено цепи повернуто на 180° по отношению к оси молекулы.

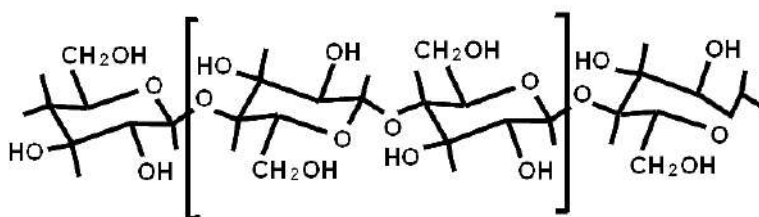


Рис. 47. Молекулярное строение целлюлозы

Целлюлоза состоит из звеньев β -D-глюкозы. Эмпирическая формула целлюлозы ($C_6H_{10}O_5$). В одной молекуле целлюлозы находится 10 000 единиц глюкозы. Молекулы целлюлозы соединены друг с другом в пучки. Самый маленький пучок в стенке клетки называется элементарной или начальной фибриллой, диаметр которой равен приблизительно 3,5 нанометра ($3,5 \cdot 10^{-9}$ м).

Фибриллы состоят приблизительно из 40 расположенных в одном направлении молекул целлюлозы. Элементарные фибриллы объединены в более крупные пучки - микрофибриллы, которые состоят из двух или больше элементарных фибрилл. Микрофибрилла – это самая маленькая частица волокна. Ее можно без особого труда наблюдать под электронным микроскопом. (Рис. 48).

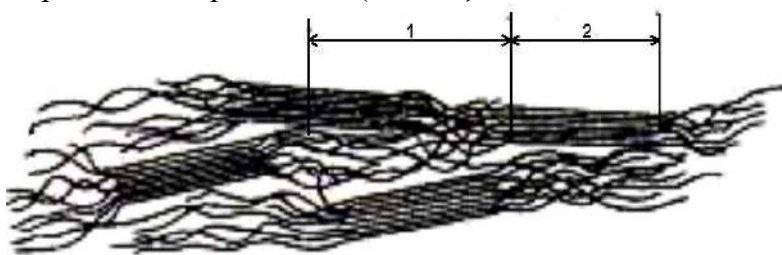


Рис.48. Элементарные фибриллы под микроскопом.

1 – кристаллический участок

2 – амфорный участок

О строении микрофибриллы существует много разных теорий. Одни ученые считают, что она почти цилиндрической формы (диаметр 20—30 нм), другие считают ее плоской нитью, ширина которой 10—30 нм, толщина 5—10 нм и длина несколько микрон ($1 \text{ мкм} = 10^{-6}$ м). Между микрофибриллами находятся каналы шириной 10 нм, которые содержат лигнин и другие компоненты. Предполагают, что внутри микрофибрилл, точнее между элементарными фибриллами, имеются капилляры шириной 1 нм, по которым могут проходить молекулы воды и другие небольшие молекулы [3].

Макромолекулы целлюлозы в первичных фибриллах образуют однородные высокоупорядоченные кристаллические зоны (кристаллиты), которые чередуются с неоднородными менее упорядоченными аморфными зонами. В кристаллитах существует трехмерный дальний порядок в расположении цепей целлюлозы. В аморфных участках дальний порядок отсутствует и сохраняется лишь общая продольная направленность цепей. В аморфных участках относительно легко могут проходить реакции целлюлозы с другими веществами. Длина макромолекул целлюлозы значительно больше длины кристаллических участков, поэтому каждая макромолекула проходит последовательно ряд кристаллических и аморфных участков.

Первичные фибриллы целлюлозы соединяются между собой с помощью водородных связей в микрофибриллы, которые и являются основными звеньями строения волокон целлюлозы. Микрофибриллы состоят из нескольких первичных фибрилл, поперечное сечение их составляет примерно 100 x 200 ангстрем, длина — около 600 ангстрем (рис. 49). Между первичными фибриллами в микрофибрилле находится лигнин и гемицеллюлозы.

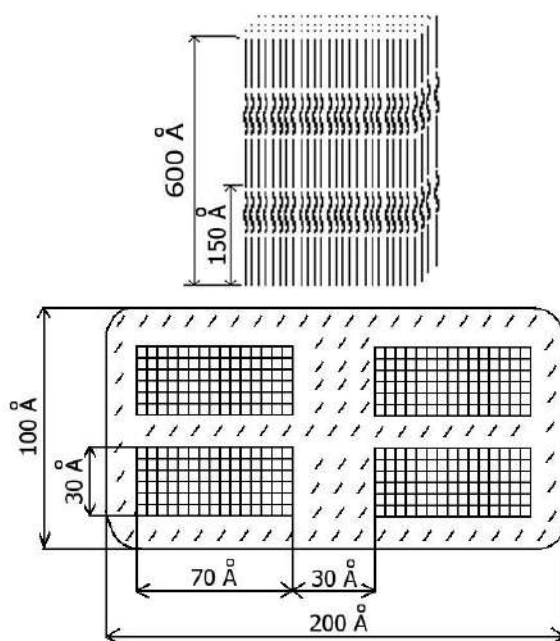


Рис. 49. Модель микрофибриллы целлюлозы (по теории Фрей-Висслинга)

Согласно данным большинства исследователей, лигнин впервые обнаруживается в растениях семейства папоротниковых и его появление связывается с выходом растений на сушу и возникшей в связи с этим необходимостью обеспечения механической прочности стеблей и стволов. Фрёйденберг еще в 1931 г. высказал предположение, что лигнин играет роль наполнителя, пронизывающего стенки растительных клеток и вместе с гемицеллюлозами заполняющего пространство между целлюлозными фибриллами, и в этом отношении его можно сравнить с цементом в армированном бетоне.

Лигнин — это ароматическая часть древесного вещества. С аналитической точки зрения лигнин рассматривают как ту часть древесины, которая получается в виде нерастворимого «негидролизующего» остатка после удаления экстрактивных веществ и полного гидролиза полисахаридов сильной кислотой. В действительности лигнин нельзя считать негидролизующим полимером, поскольку при действии кислот в лигнине могут гидролизироваться углерод-кислородные связи, но сохраняются существующие в нем углерод-углеродные связи и образуются новые.

Массовая доля лигнина в древесине хвойных пород составляет в среднем 27...30 %, а в древесине лиственных пород - 18...24 %. В отличие от целлюлозы и других

полисахаридов выделенный из древесины лигнин не является индивидуальным веществом, а представляет собой смесь ароматических полимеров родственного строения.

Размол древесины увеличивает доступность лигнина и вызывает его механическую деструкцию. При механической деструкции происходят реакции гемолитического расщепления связей лигнина с гемицеллюлозами и связей С-О-С и С-С в сетке лигнина с возникновением промежуточных свободных радикалов, которые вступают в реакции рекомбинации и инициируют реакции полимеризации и окисления кислородом воздуха.

Экстрактивными веществами называют вещества, которые могут извлекаться (экстрагироваться) из растительных тканей нейтральными растворителями: вода, диэтиловый эфир, петролейный эфир, толуол, метанол, этанол, ацетон и др. (рис. 50). Экстрактивные вещества широко распространены в природе. Они содержатся во всех древесных породах и травянистых растениях. Каждое растение, естественно, не может обладать всем набором экстрактивных веществ, но у любого ботанического вида их состав достаточно богат.



Рис. 50. Состав экстрактивных веществ

Содержание экстрактивных веществ в древесине пород умеренной климатической зоны, как правило, невелико; их массовая доля обычно не превышает 3...4 % (за исключением дуба и лиственницы, в древесине которых много водорастворимых веществ). Древесные породы тропической климатической зоны могут содержать значительно больше экстрактивных веществ, в отдельных случаях до 20...40 %.

По методу выделения экстрактивные вещества подразделяют на эфирные масла, древесные смолы и водорастворимые вещества (рис. 50). Эфирные масла представлены веществами с высокой летучестью, способными отгоняться с водяным паром. В их состав входят преимущественно монотерпены и другие летучие терпены и терпеноиды, а также ряд низкомолекулярных соединений различных классов (летучие кислоты, сложные и простые эфиры, лактоны, фенолы и др.). Древесные смолы (смола) - группа веществ, экстрагируемых из древесины органическими растворителями, но не способных растворяться в воде. Это - гидрофобные вещества, находящиеся в смолообразном состоянии из-за взаимного ингибирования кристаллизации. В смолах выделяют свободные кислоты (смоляные и жирные) и нейтральные вещества; последние, в свою очередь, подразделяют на омыляемые (жиры, воски) и неомыляемые (фитостерины, терпеновые спирты, высшие алифатические спирты, нелетучие терпеновые углеводороды и др.). Смолистые вещества древесины подразделяют на кислоты и нейтральные вещества. Массовая доля смоляных кислот в смоле хвойных пород может достигать 30...40 %, тогда как в смоле лиственных пород они отсутствуют (за редкими исключениями).

Смоляные кислоты относят к трудноэтерифицируемым кислотам. Карбоксильная группа в их молекуле находится у третичного атома углерода, т.е. в стерически затрудненном положении. Поэтому в отличие от жирных кислот смоляные кислоты находятся в древесине преимущественно в свободном виде. Соли смоляных кислот иногда называют резинами.

Химические свойства наиболее распространенных смоляных кислот определяются также наличием в молекуле двух двойных связей - сопряженных или несопряженных. По этому признаку смоляные кислоты часто подразделяют только на две группы - кислоты абиеинового (17-52 % от всех смоляных кислот в живице хвойных пород деревьев) и пимарового типов.

Водорастворимые вещества экстрагируются холодной или горячей водой. Они содержат различные фенольные соединения (танины, красящие вещества и др.), углеводы, гликозиды, растворимые соли [4].

Предварительные исследования проведенные в лаборатории кафедры ТТР МПИ подтвердили возможность использования в качестве регулятора структурно-механических и реологических свойств промывочных жидкостей, понизителя водоотдачи (за счет гидрофобизации абиеином натрия глинистой корки стенок скважины), смазочной противоизносной добавки (за счет большой концентрации дитерпенов) и тонкодисперсного кальматанта - модифицированное древесное волокно с повышенным содержанием смол.

Данный эффект возможен благодаря уникальному вещественному составу основных компонентов древесины (целлюлоза, гемицеллюлоза, лигнин, древесные смолы, дитерпены и другие вещества) модификация которых путем обработки едким натром в процессе сухой холодной механохимической деструкции приводит к следующим химическим изменениям последних:

1. измельченная целлюлоза является тонкодисперсным кальматантом (с повышенной проникающей способностью) и выполняет функцию твердой фазы бурового раствора с очень малым удельным весом;

- гемицеллюлоза, освобожденная в процессе измельчения от лигнина и под воздействием каустической соды частично переходят в щелочную целлюлозу, то есть становятся структурообразователем на уровне карбонатметилцеллюлозы с небольшой атомной массой;

2. при механоактивации лигнина в присутствии едкого натра получается щелочной лигнин, являющийся понизителем вязкости бурового раствора и в определенных условиях термическим стабилизатором;

3. абиеиновая кислота входящая в состав древесных смол (0,8-1,5 % от массы древесины хвойных пород) при обработке каустиком в процессе механоактивации омыляется с образованием абиеиата натрия (канифольного мыла), который в свою очередь является сильнейшим гидрофобизатором и микропенообразователем;

4. дитерпены высвобождающиеся из смолистой части древесины являются уникальной смазывающей добавкой снижающей износ буровых, обсадных труб и породоразрушающего инструмента в 10 раз и более.

При разработке рецептуры реагента РБЦ-4 и технологии его получения авторами решались следующие научно-исследовательские задачи:

- выбор породы древесины наиболее подходящей по вещественному составу и экономико-технологическим показателям;

- определение оптимального соотношения исходных компонентов древесная мука и гидроксид натрия;

- подбор оптимальных режимов процесса механоактивации древесного волокна, обеспечивающих возможность получения щелочной целлюлозы и омыления абиеиновой кислоты минуя жидкую фазу химического процесса;

- исследование структурообразующей и стабилизирующей способностей механоактивированных органопоорошков древесины при обработке различных типов буровых промывочных жидкостей;

5. исследование влияния концентрации гидрофобизатора (абитата натрия) в буровом растворе на водопроницаемость глинистой корки и соответственно на его водоотдачу;

6. исследование смазывающей способности разработанного реагента методом истирания стержня по Барону Л.И. в присутствии водного раствора РБЦ-4;

7. исследование кальматирующих свойств буровых промывочных жидкостей на основе механоактивированной древесины;

8. исследование возможности использования реагента РБЦ-4 для получения облегченных и азрированных растворов.

Механоактивированные органопоорошки древесины для проведения лабораторных исследований готовились путем сверхтонкого измельчения древесной муки из хвойных пород деревьев с повышенным содержанием древесной смолы на лабораторном стенде каскадной мельницы центробежного типа МКЦ-2М, оснащенной десятью рядами мелющих тел шарообразной формы (рис. 51). Результаты дисперсионного анализа механоактивированных порошков древесины показали - средний диаметр получаемых частиц при измельчении на лабораторном стенде каскадной мельницы центробежного типа МКЦ колеблется в пределах 35-50 микрон, а удельная поверхность 990-1550 $\text{см}^2/\text{г}$, при этом 60 % частиц порошка имеют средний размер меньше 50 микрон и 25-30 % - меньше 20 микрон. Необходимая степень механоактивации смеси древесной муки с едким натром при измельчении на МКЦ определялась по минимальному количеству сухого остатка после растворения органопоорошка в воде. Полученные образцы с максимальной степенью ратворимости исследовались в качестве буровых реагентов для различных типов промывочных жидкостей на стандартных приборах в “Лаборатории промывочных жидкостей и тампонажных смесей” кафедры ТТР МПИ. Особое внимание уделялось изучению кальмотирующих свойств разработанного реагента РБЦ-4, возможности его использования в качестве гидрофобизатора глинистой корки и стенок скважины и смазывающей противоизносной функции реагента.

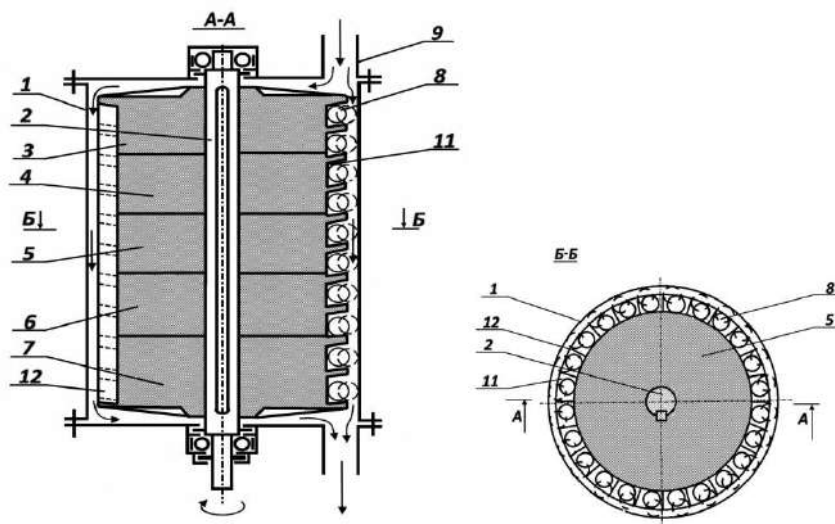


Рис. 51. Каскадная центробежная мельница МКЦ-2М.

1- корпус; 2 - вал; 3,4,5,6,7 - диски; 8 - мелющие тела; 9 - загрузочный; патрубок;
10 - выгрузочный патрубок; 11 - глухие радиальные каналы; 12 - пластина.

Фильтрационные свойства горных пород, определяющие в конечном счете поглощающую способность вскрытого скважиной пласта (интервала), характеризуются коэффициентом проницаемости «К» или просто проницаемостью. Наиболее распространенной практической единицей измерения коэффициента проницаемости

является 1 Д (дарси), когда через поперечное сечение породы площадью в 1 кв. см при перепаде давления в 1 кгс/см на 1 см пути проходит 1 см/с жидкости вязкостью 1 сП. В системе СИ единицей проницаемости является квадратный метр ($1 \text{ м}^2 = 10^{12} \text{ Д}$). В гидрогеологической литературе наиболее удобной единицей измерения проницаемости считается коэффициент фильтрации K_f в метрах в сутки (или реже в см/с).

Процесс фильтрации - это механическое движение свободной воды под действием градиента напора в порах и трещинах горных пород, т.е. их способность пропускать через себя воду. Водопроницаемость зависит от размера сообщающихся между собой пор и трещин в горных породах и характеризуется коэффициентом фильтрации, имеющим размерность скорости (см/с, м/с, м/сут). Такая размерность получается из закона линейности фильтрации – закона Дарси, согласно которому количество фильтрующей воды в единицу времени прямо пропорционально коэффициенту фильтрации K_f , площади фильтрации F и гидравлическому градиенту J [5]:

$$Q = K \cdot F \cdot J \quad (1)$$

Разделив правую и левую части этого уравнения на F , получим

$$Q/F = K \cdot J, \text{ где } Q/F = V \quad (2)$$

Из формулы (2) следует, что коэффициент фильтрации есть скорость фильтрации при градиенте, равном единице.

$$V = K \text{ при } J = 1 \quad (3)$$

Формулой (2) определяется скоростная размерность коэффициента фильтрации горных пород.

Следует отметить, что расчетная скорость фильтрации отличается от истинной скорости движения воды в породах, так как жидкость движется не через всю площадь, а через площадь поровых и трещинных пространств. Величина коэффициента фильтрации зависит от физических свойств горных пород (гранулометрический состав, плотность сложения и др.). Средние значения коэффициента фильтрации для различных горных пород приведены в таблице 1.

В связи с вышеизложенным авторами предложено в лабораторных исследованиях оценивать кальмотирующий эффект разработанных реагентов по коэффициенту фильтрации песчаных пород с помощью прибора – трубка “СпецГео” по методике учебного пособия «Общая гидрогеология» для студентов специальности 080300.

Группа	K_f , м/сут	Типы проницаемых пород
Весьма проницаемые	>100	Крупный гравий, закарстованные сильнотрещиноватые известняки, галечник с песчаным наполнителем
Хорошо проницаемые	100 -10	Гравийно-галечниковые отложения, крупнозернистые пески, сильнотрещиноватые породы
Проницаемые	10 -1	Пески разной зернистости, трещиноватые породы
Слабопроницаемые	$1-10^{-1}$	Мелко- и тонкозернистые пылеватые пески, слаботрещиноватые породы
Весьма слабопроницаемые	$10^{-1}-10^{-3}$	Мелкие и средние суглинки, песчаные породы
Относительно водоупорные	10^{-3}	Средние глины, плотные суглинки

В качестве поглощающей породы был использован гранитный отсев Шарташского корьера следующего фракционного состава:

- 1,5 – 5 мм – 50 %;
- 5 – 10 мм – 25 %;
- 10 – 20 мм – 25 %.

Данная модель поглощающего горизонта при испытаниях на технической воде показала коэффициент фильтрации 9,8 м/сут., что соответствует группе проницаемых пород (согласно табл. 2).

Лабораторным испытаниям подвергался биокомпозиционный реагент на основе механоактивированного древесного волокна РБЦ-4 четырех модификаций, отличающихся друг от друга степенью механоактивации и обработки исходного сырья гидроксидом натрия. Отдельно исследовались пробы РБЦ-4 с повышенным содержанием соли абиетиновой кислоты полученные при использовании в качестве исходного сырья наиболее смолистой древесины (подсочная сосна, корневая древесина срубленных деревьев) или путем дополнительного добавления канифоли в опил перед процессом механоактивации совместно с каустиком. Наиболее показательные результаты лабораторных исследований представлены в таблице 2 и на графиках (рис. 52 и 53).

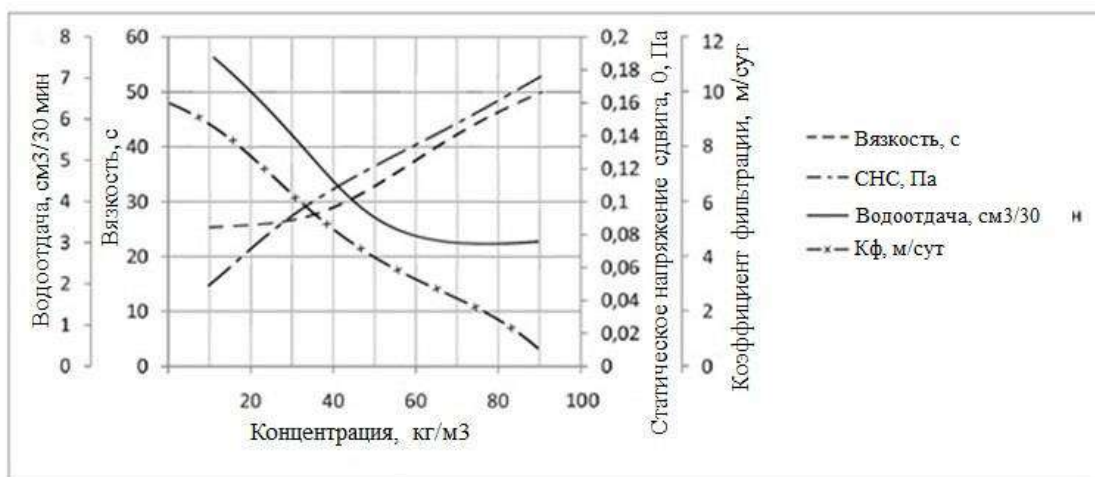


Рис. 52. Зависимость свойств биополимерного раствора на основе древесного волокна от концентрации реагента РБЦ-4

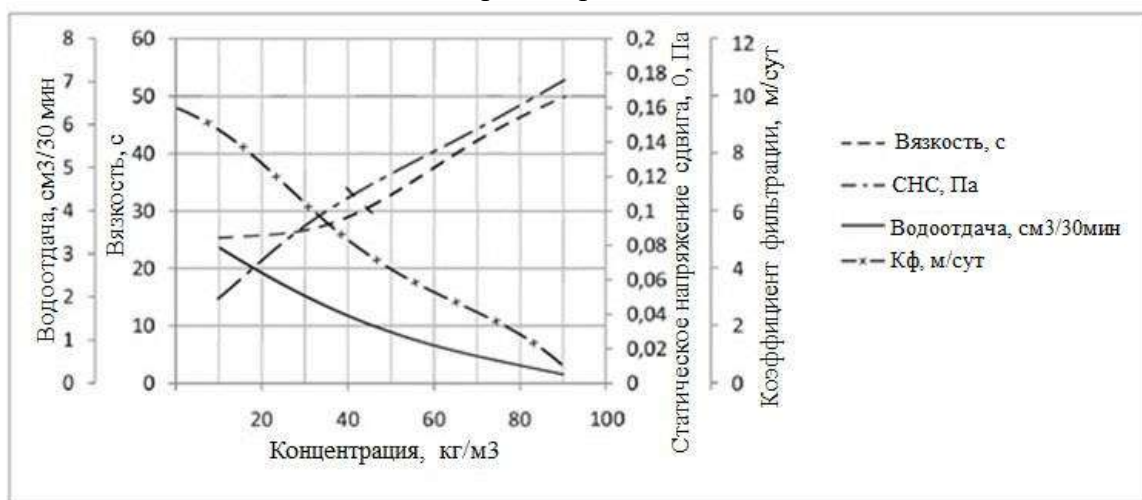


Рис. 53. Зависимость свойств биополимерного раствора на основе древесного волокна от концентрации соли абиетиновой кислоты в реагенте РБУ-М

Основные параметры бурового раствора на основе механоактивированного органопорошка РБЦ-4

№	Состав	Параметры

	пробы	Плотность ρ , г/см ³	Вязкость T , с	Водоотдач а В, см ³ /30 мин	Толщина корки К, мм	СНС θ_1 , Па	K_0 , м/сут
1	1 л. – вода 7 г. – NaOH 35 г. – РБЦ-4	1,02	25	7,5	1	0,05	7,9
2	1 л. – вода 7 г. – NaOH 50 г. – РБЦ-4	1,025	27	5,5	1	0,092	5,5
3	1 л. – вода 7 г. – NaOH 75 г. – РБЦ-4	1,025	33	3,5	1,2	0,12	3,7
4	1 л. – вода 7 г. – NaOH 100 г. – РБЦ-4	1,028	42	3	1,3	0,15	1,8
5	1 л. – вода 7 г. – NaOH 150 г. – РБЦ-4	1,028	50	3	1,5	0,175	0,3

Результаты лабораторных исследований влияния механоактивированных органопорошков (на основе древесного волокна хвойных пород деревьев с повышенным содержанием смолы) на свойства дисперсных систем различных типов буровых растворов позволяют авторам сделать следующие выводы рекомендательного характера:

- буровой раствор на основе реагента РБЦ-4 обладает высокими кальматирующими, структурообразующими, реологическими и смазывающими свойствами;

- при соответствующей химической обработке в процессе приготовления буровых промывочных жидкостей, обеспечивает приготовление высококачественных облегченных безглинистых промывочных жидкостей с плотностью до 1,02 - 1,03 г/см куб с весьма высокими структурно-механическими и реологическими показателями и возможностью их изменять в широких пределах, в зависимости от геолого-технических условий бурения скважин;

- в рецептурах буровых промывочных жидкостей органопорошок марки РБЦ-4 в отличие от глиен эффективно структурирует как пресные, так и соленащенные буровые промывочные жидкости различной степени минерализации;

- буровая промывочная жидкость на основе органопорошка существенно снижает трение бурового снаряда о стенки скважины при его вращении и спускоподъемных операциях, что достигается за счет достаточно высокой степени омыления смолистой составляющей органопорошка марки РБЦ-4 и высвобождения дитерпенов в процессе его приготовления;

- органопорошок марки РБЦ-4 является экологически безвредным продуктом, т.к. подвергается бактериологическому разложению, не образуя вредных веществ;

- регулирование структурно-механических и реологических параметров промывочных жидкостей, приготовленных на основе данного структурообразователя и кальматанта органопорошка РБЦ-4 можно производить в весьма широких диапазонах с применением традиционных буровых химических реагентов: полиакриламида, КМЦ, гипана, крахмальных реагентов и других отечественных и зарубежных химреагентов.

Технология и техника приготовления разработанного бурового универсального реагента марки РБЦ-4 защищена 5 патентами РФ на изобретения.

6.15. Буровой реагент для освоения шельфовых нефтегазовых месторождений «Peat-MA»

Повышение мировой потребности в углеводородном сырье и истощение его запасов на суше активизировали поисково – разведочные работы в акваториях морей и океанов, приведшие к существенному росту морской нефтегазодобычи. В 2010 – 2011 годах доли морской нефти и газа от мирового объема добычи составили, соответственно, 44 % и 35 %. Россия обладает около 21 % шельфа Мирового океана (свыше 6,2 млн. км²), при этом наиболее перспективный и доступный с точки зрения бурения шельф превышает 60 % площади ее акваторий. Общеизвестным является высокий углеводородный потенциал шельфа России – суммарные извлекаемые ресурсы оцениваются ведущими отечественными специалистами в 100 млрд. т., из которых газовая составляющая достигает 80 %. В соответствии с Энергетической стратегией РФ на период до 2030 г. освоение нефтегазовых месторождений на шельфе северных и дальневосточных морей является одним из стратегических направлений развития экономики (рис. 54).

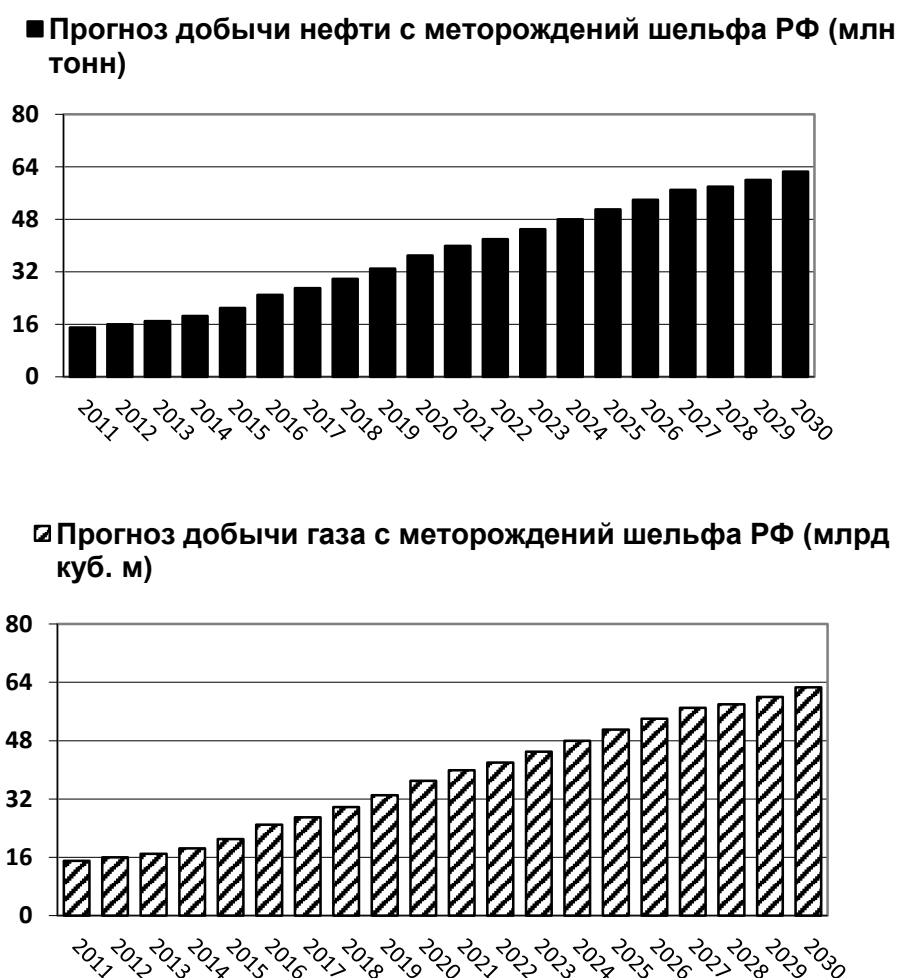


Рис. 54. Увеличение объемов добычи нефти и газа на шельфе РФ.

Кроме того нефтегазоносные площади на материковой части нашей страны (например Западно-Сибирский регион) в основном имеют низконапорные продуктивные горизонты. Для успешного их вскрытия при бурении скважин применяют облегченные промывочные жидкости, приготовленные из дорогостоящих зарубежных (США, Канада) бентонитовых глинопорошков стоимостью 1,2 – 1,5 \$ за килограмм и более, (например: Унифлок, ДК-дрилл, Сайдрил, Поликем-Д) которые содержат аномальное количество химреагентов, в том числе синтетических полимеров.

Такие промывочные жидкости, как известно, оказывают крайне недопустимую кальматацию (закупоривание) продуктивных горизонтов, вследствие чего на десятки

процентов снижается добыча полезных ископаемых. Так же, при этом происходит загрязнение акватории и практически неустраняемое экологическое загрязнение земных недр, вызванное чрезмерным количеством используемых синтетических трудно разлагающихся полимеров входящих в рецептуру промывочных жидкостей [1].

Значительную часть названных экологических проблем возможно решить путем использования специальных буровых очистных агентов и тампонажных растворов разработанных на основе экологически безопасных материалов органического происхождения (торфопорошки), прошедших специальную механо-химическую обработку. В связи с этим авторами статьи разработана эксклюзивная технология производства дешевого, экологически чистого бурового реагента «Peat-MA» (Peat - Mechanical Activation) для использования при бурении нефтегазовых скважин на шельфе и вскрытии низконапорных продуктивных горизонтов на материковых месторождениях. Непосредственно разработка рецептов и оценка эффективности регулирования параметров различных типов промывочных жидкостей реагентами типа «Peat-MA» проводилась научным коллективом кафедры ТТР МПИ. В качестве измельчающего устройства и механоактиватора при разработке технологии использовалась каскадная измельчительная машина центробежного типа МКЦ-4М (рис. 55) - так же авторская разработка кафедры.

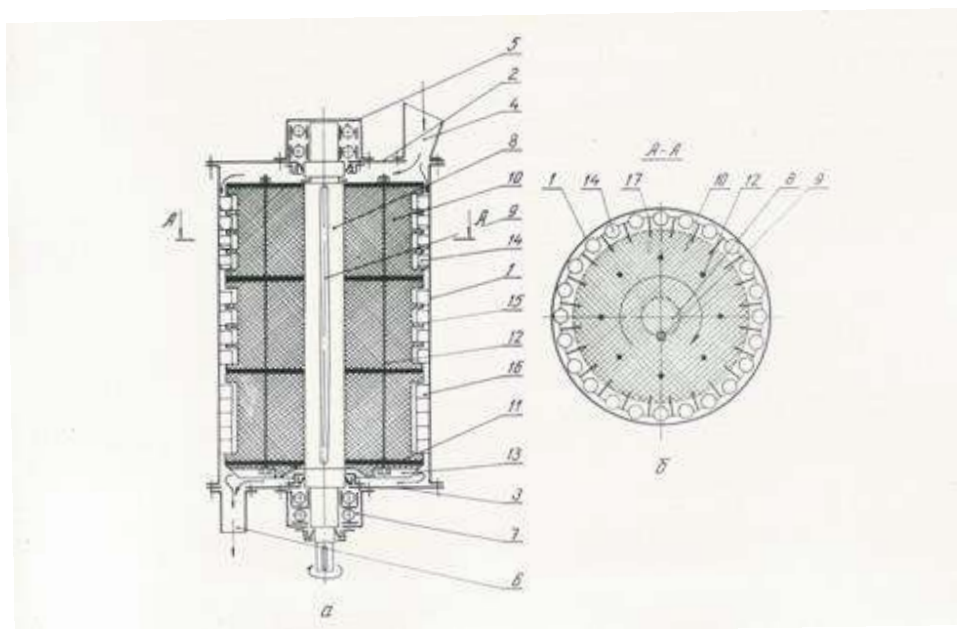


Рис. 55. Сема каскадной измельчительной машины центробежного типа МКЦ-4М.
1-корпус мельницы; 2 – крышка верхняя; 3 – нижняя плита; 4 – загрузочный патрубок; 5 – верхний подшипниковый узел; 6 – разгрузочный патрубок; 7 – нижний подшипниковый узел; 8 – вал ротора; 9 – шпонка; 10 – ротор; 11 – разделительный диск; 12 – стягивающие шпильки; 13 – выгребные лопатки; 14, 15, 16 – мелющие тела; 17 – толкающая пластина.

При выполнении значительного объема лабораторных работ решались следующие технико-технологические задачи:

- получение механоактивированных порошков путем их сверхтонкого измельчения на экспериментальном стенде каскадной центробежной мельницы;

- исследование структурно-механических и реологических параметров водных растворов и суспензий на основе механоактивированных порошков торфа «Peat-MA», применительно к требованиям параметров буровых промывочных жидкостей, используемых при бурении нефтяных скважин;

- модификация буровых промывочных жидкостей при обработке их буровым реагентом «Peat-MA»;
- исследование и оценка устойчивости к минеральной агрессии промывочных жидкостей, приготовленных на основе механоактивированных порошков торфа;
- исследование эффективности модификации технологических свойств буровых промывочных жидкостей, базовым материалом которых является реагент «Peat-MA», с использованием традиционных, применяемых в бурении химреагентов;
- аналитические исследования гидродинамики течения в циркуляционной системе буровой скважины промывочной жидкости на основе реагента «Peat-MA».

Механоактивированные порошки торфа для проведения вышеуказанных исследований готовились путем сверхтонкого измельчения высушенного торфа средней степени разложения на стенде каскадной центробежной мельницы МКЦ-4. При этом одна проба торфа проходила два цикла измельчения в прямоточном режиме, а вторая проба четыре цикла измельчения. В результате был получен торф измельченный дважды и четырежды. Задачей исследований являлось определение предела измельчаемости торфа и необходимая степень его механоактивации для использования в качестве бурового реагента. Суспензия на водной основе была получена путем щелочного гидролиза механоактивированного торфа. Целью начальных исследований был поиск наиболее эффективного соотношения: диспергированный торф - гидроксид натрия - вода. Как следует из табл. 1 и табл. 2 наиболее оптимальными параметрами данной промывочной жидкости являются: плотность $\rho = 1,028 \div 1,03$ г/см³; условная вязкость $T = 20 \div 25$ с; водоотдача $B = 21 \div 25$ см³/30 мин; толщина корки $K \leq 3$ мм; статическое напряжение сдвига $\Theta_1 = 0 \div 0,009$ Па и $\Theta_{10} = 0 \div 0,0045$ Па. Данные параметры бурового раствора достигаются при соотношении: 100 г тонкодисперсного торфа, 7,5 ÷ 10 г гидроксид натрия и 1,5 л воды. При этом наиболее выгодные параметры получаются при щелочном гидролизе торфа двойного помола в соотношении: 100 г торфа, 10 г гидроксид натрия и 1,5 л воды.

Следует отметить, что малые значения статического напряжения сдвига Θ_1 и Θ_{10} (соответственно динамического напряжения сдвига) при наличии оптимальных значений других параметров позволяют существенно снизить энергозатраты на работу забойных двигателей турбобуров и значительно уменьшить кальматацию продуктивных горизонтов, а следовательно увеличить нефтеотдачу данных горизонтов и сократить сроки освоения эксплуатационных скважин.

Исследование физико-химической совместимости бурового реагента «Peat-MA» с другими типами буровых реагентов проводились на рецептурах глинистых растворов наиболее часто используемых в нефтегазовом бурении. Проведенные исследования показали, что применение реагента «Peat-MA» позволяет повысить вязкость (T) в 1,5 - 2 раза при весьма незначительном повышении статического напряжения сдвига (Θ_1 и Θ_{10}).

Однако при этом значительно увеличивается водоотдача (B) с 12 до 30 см³/30 мин и толщина корки (K) с 2 до 4 мм соответственно. Поскольку вязкость глинистого раствора увеличивается на 15 ÷ 20 %, а статическое напряжение сдвига уменьшается примерно в таких же пределах при незначительном уменьшении водоотдачи, бурение нефтяных скважин такими специальными глинистыми промывочными жидкостями будет существенно снижать кальматацию продуктивных горизонтов, тем самым повышая их нефтеотдачу.

Исследование устойчивости к минеральной агрессии промывочной жидкости с добавлением гидролизованного реагента «Peat-MA» проводились путем сравнения параметров данной промывочной жидкости и глинистых растворов с достаточно высокой плотностью (ρ), равной 1,11 и 1,16 г/см³ в процессе их обработки хлористым натрием NaCl. Лабораторные исследования показали, что даже при такой большой разнице содержание твердой фазы сравниваемых промывочных жидкостей: $\rho = 1,02 \div 1,03$ г/см³ у раствора на

основе «Peat-MA», и $\rho = 1,1 \div 1,6 \text{ г/см}^3$ у глинистых растворов, первая промывочная жидкость более устойчиво сохраняет свои структурно-механические и реологические параметры при добавке NaCl $1 \div 2 \%$. Установлено, что при повышении содержания твердой фазы (т. е. плотности) устойчивость к минеральной агрессии промывочной жидкости на основе гидролизованного реагента «Peat-MA» повышается (см. табл.4,5,6,7). Следует так же отметить, что при увеличении степени минерализации дисперсионной среды исследуемой промывочной жидкости в виде водного раствора реагента «Peat-MA» ее вязкость изменяется незначительно, что очень важно в ряде случаев, например, для работы турбобуров в нефтегазовом бурении.

Исследование возможностей регулирования свойств буровых промывочных жидкостей путем применения гидролизованного реагента «Peat-MA», проводились с использованием самых распространенных в бурении реагентов - ПАА (гидролизированный полиакриламид) и КМЦ (карбоксиметилцеллюлоза) (табл. 8,9).

КМЦ - продукт взаимодействия целлюлозы с гидроксидом натрия и монохлоруксусной кислотой. Как реагент КМЦ используют в виде водного раствора, обычно 10% концентрации, для чего КМЦ предварительно растворяют. Чем выше степень полимеризации карбоксиметилцеллюлозы, тем более устойчив буровой раствор к солевой агрессии и тем эффективнее снижает водоотдачу. Высоковязкие КМЦ способны снижать водоотдачу очень сильно. В растворе с небольшим содержанием твердой фазы добавка КМЦ может вызывать разжижение. Однако при достаточно высоком содержании твердой фазы КМЦ усиливает структурообразование, объединяя частицы, находящиеся даже за пределами действия молекулярных сил. Отличительной особенностью полученных результатов, при добавлении КМЦ в буровой раствор на основе гидролизованного реагента «Peat-MA», является малая плотность, порядка $1,03 \text{ г/см}^3$ и низкий показатель водоотдачи $7 \div 10 \text{ см}^3/30 \text{ мин}$ (см. табл.8). Оптимальная концентрация карбоксиметилцеллюлозы в растворе гидролизованного реагента «Peat-MA» порядка 5% .

Полиакриламид получают путем преобразования ряда синтетических веществ: этилен, окись этилена и др., а водные и щелочные растворы ПАА являются полиэлектролитами. Наличие зарядов в молекулах полимера обуславливает их адсорбцию на бурильных трубах, на стенках скважины и частицах горной породы, оказывая ингибирующее действие. ПАА вводится в промывочные жидкости в виде $1 \div 2 \%$ - го раствора. В результате лабораторных исследований выявлено, что при добавлении ПАА в буровой раствор на основе гидролизованного реагента «Peat-MA», значительно снижается его водоотдача и статическое напряжение сдвига.

Лабораторными исследованиями свойств гидролизованного реагента «Peat-MA» установлено следующее:

- разработанный буровой реагент позволяет регулировать структурно-механические и реологические параметры в весьма высоких пределах: условная вязкость $T=17 \div 18 \text{ с}$; водоотдача $B=4 \div 20 \text{ см}^3/30 \text{ мин}$; статическое напряжение $\Theta_1 \approx 0,1 \div 0,5 \text{ Па}$ и $\Theta_{10} \approx 0,15 \div 0,6 \text{ Па}$; плотность данных промывочных жидкостей при этом имеет крайне малые значения в пределах $\rho=1,01 \div 1,03 \text{ г/см}^3$;

- обработка промывочной жидкости гидролизированным реагентом «Peat-MA» позволяет получить облегченную промывочную жидкость плотностью до $\rho=0,01 \text{ г/см}^3$ с уникальными параметрами для такой малой величины плотности известных буровых промывочных растворов: условная вязкость $T=18 \div 20 \text{ с}$; водоотдача $B=10 \div 12 \text{ см}^3/30 \text{ мин}$; статическое напряжение $\Theta_1 \approx 0,1 \div 0,25 \text{ Па}$ и $\Theta_{10} \approx 0,04 \div 0,06 \text{ Па}$;

- промывочная жидкость на основе «Peat-MA», после дополнительной обработки химреагентами имеет весьма невысокие значения статического напряжения сдвига и условной вязкости, что существенно снижает энергозатраты на работу турбобуров и насосных станций.

Теоретические исследования гидродинамики течения в трубопроводах промывочных жидкостей на основе реагента «Peat-MA», применительно к промывке буровых скважин, дают основания однозначно утверждать о многократном снижении кавитационной физико-химической эрозии бурового оборудования. Это в первую очередь относится к значительному снижению вышеуказанного износа бурильных труб и их соединений, турбобуров и других погружных механизмов.

В целом вышеуказанные отличительные особенности буровых жидкостей на основе механоактивных порошков торфа «Peat-MA» позволяют:

- значительно повысить дебит продуктивных нефтеносных пластов при бурении и освоении скважин;
- увеличить механическую скорость бурения нефтегазовых скважин;
- снизить в ряде случаев энергозатраты на процесс бурения;
- снизить износ бурового оборудования и инструмента;
- исключить экологическое загрязнение среды, особенно при бурении на шельфе.

На основе разработанной технологии и техники модификации органических полимеров, методом механоактивации возможно открытие стационарного, много тоннажного, достаточно компактного и быстро окупаемого производства универсального экологически чистого бурового реагента «Peat-MA» или серийный выпуск малогабаритных измельчительных комплексов, для производства выше названного реагента непосредственно в районе прибрежном к нефтепромыслу, имеющем в достатке исходное сырье – торф. Дополнительно данная технология и техника сверхтонкого измельчения и механоактивации позволит производить различные импортозамещающие, экологически безопасные буровые реагенты (структурообразователи, понизители водоотдачи, смазывающие добавки, кальматанты и др.) в промышленных объемах. Использование последних при приготовлении высококачественных буровых растворов и тампонажных смесей позволит повысить механическую скорость бурения на 25-40 %, сократить временные и материальные затраты на сооружения скважин до 20%, снизить абразивный износ бурового оборудования в 10 раз, повысить на сотни процентов добычу жидких и газообразных ископаемых, а главное - полностью исключить экологическое загрязнение окружающей среды техногенными флюидами используемыми при бурении скважин, как на шельфе, так и на материке.

7. ТЕХНИКА БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ПРИГОТОВЛЕНИИ ПРОМЫВОЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

7.1. Меры безопасности при работе с промывочными жидкостями

Все работы по приготовлению промывочных жидкостей и их химической обработке должны проводиться в полном соответствии с правилами безопасности при геологоразведочных работах. Особое внимание следует обратить на оборудование

механизмов для приготовления промывочных жидкостей надежными ограждениями, на соблюдение правил пуска механизмов после осмотра и текущего ремонта.

Во время работы мешалок запрещается проталкивать торф и другие материалы в люки ломами, лопатами и другими предметами, снимать с люка крышку и брать пробу раствора через люк. Вращение лопастей и ротора и лопастей должно быть обязательно проведено перед пуском, крышки люков и отводных патрубков не должны пропускать раствор. Насосы должны иметь предохранительные клапаны.

Работать с реагентами, особенно щелочами и кислотами, необходимо в специальной одежде, включающей резиновые перчатки, очки или специальную маску с очками, респиратор, резиновые фартук и сапоги, с соблюдением правил безопасности при работе с щелочами и кислотами. Следует понимать, что попадание кислот и щелочей на кожу вызывает опасные ожоги. Порошкообразные, и жидкие в виде брызг и тумана кислоты и щелочи раздражают дыхательные пути иногда до язв. При длительной работе с растворами щелочей и кислот без соблюдения правил техники безопасности наблюдаются воспалительные процессы в виде покраснений и язв, кожа становится рыхлой. Попадание щелочей и кислот в глаза может вызвать потерю зрения.

Кожу или одежду, на которую попала щелочь, следует незамедлительно промыть разбавленной кислотой (рекомендуется 10 %-ный раствор уксусной кислоты). Запас такой кислоты должен быть обязательно на месте работ. Для промывки глаз в аптечке должен быть специальный стаканчик и марлевые салфетки. Кожу и одежду очищать от кислоты следует 10 %-ным раствором двууглекислой (чайной) соды.

Все работающие на приготовлении и химической обработке промывочных жидкостей должны пройти вводный инструктаж по технике безопасности, инструктаж на рабочем месте, а также регулярно, в установленные сроки, проходить повторные инструктажи.

А также должны выполняться следующие требования:

Площадка для приготовления раствора по размерам должна обеспечивать удобное обслуживание, иметь прочный настил (пол) из досок толщиной не менее 20 мм и дренажные канавки для отвода жидкости.

Вокруг люка глиномешалки, должен устанавливаться помост шириной не менее расстояния между перилами и трапами к нему.

Люк глиномешалки должен закрываться решеткой с заглушкой. Ячейки решетки могут иметь размер 10х10 см.

Земляные хранилища бурового раствора должны иметь ограждение не менее 1 м или перекрываться настилом.

На стационарной, передвижной и самоходной буровой должны быть освещены следующие объекты:

- а) рабочее место у станка и устье скважины;
- б) полати, площадка для кронблока или подвешенный блок;
- в) двигатель и насос;
- г) лестницы;
- д) слесарный верстак;
- е) приемный мост;
- ж) входы в буровую и отстойники промывочной жидкости;

Самоходные и передвижные буровые установки, питающиеся энергией от двигателя автомобиля, трактора, могут освещаться прожекторами или фарами, направленными к устью скважины, насосу, полатам бурового оборудования. Освещение не должно ослеплять рабочих.

В качестве аварийного освещения должны применяться переносные электрические лампы напряжением до 36 В или переносные керосиновые фонари закрытого типа. Применение факелов и других источников открытого огня для аварийного освещения запрещается.

Современная хозяйственная деятельность человека связана с все увеличивающимся воздействием на окружающую среду. Особую опасность представляют собой отходы производства. Не случайно поэтому, охрана окружающей среды стала одной из важнейших экономических и социальных задач, находящихся под пристальным вниманием.

При бурении промывочными жидкостями на основе механоактивированных порошков торфа должны соблюдаться общие для всех видов бурения, мероприятия по охране окружающей среды.

Буровой агрегат должен проверяться в начале смены машинистом буровой установки и периодически, но не реже одного раза в декаду, буровым мастером.

Результаты проверки следует заносить в буровой журнал, а обнаруженные неисправности устранять до начала работ.

Во время работы буровых станков запрещается:

а) переключать скорости лебедки и вращателя, а также переключать вращение с лебедки на вращатель и обратно до их полной остановки;

б) заклинивать рукоятки управления машин и механизмов;

в) пользоваться патронами шпинделя с выступающими головками зажимных болтов.

Во время спускоподъемных операций запрещается:

а) работать на лебедке с неисправными тормозами;

б) стоять в непосредственной близости от спускаемых (поднимаемых) труб и элеватора;

в) спускать трубы с не полностью завинченными резьбовыми соединениями;

г) производить быстрый спуск на всех уступах и переходах в скважине;

д) держать на весу талевую систему под нагрузкой или без нее при помощи груза, наложенного на рукоятку тормоза или путем ее заклинивания;

е) проверять или чистить резьбовые соединения голыми руками.

Запрещается охлаждать трущиеся поверхности тормозных шкивов водой, глинистым раствором.

Все операции по свинчиванию и развинчиванию сальника, бурильных труб и другие работы на высоте более 1,5 м, требуется производить со специальных полатей и площадок или переносных лестниц, огражденных перилами.

При кратковременных остановках бурения необходимо приподнять бурильные трубы на высоту, исключающую возможность их прихвата.

Подтягивание бурильных труб диаметром 63,5 мм и выше от устья скважины к подсвечнику и обратно, а также к полатам верхового рабочего на расстояние не более 0,7 м должно осуществляться с помощью специальных приспособлений (крючка, захвата и др.).

Находящиеся на полатах крючки для подтягивания, установки свечей за палец должны быть привязаны.

Соединять и отвинчивать вертлюг-сальник от рабочей трубы следует только штанговыми ключами.

После окончания разведочных буровых работ на скважине необходимо выполнить следующее:

а) засыпать все ямы и шурфы, оставшиеся после демонтажа буровой;

б) герметизировать устье скважины;

в) выровнять площадку.

Запрещается:

а) во время подъема бурильных труб очищать их непосредственно руками от глинистого раствора; очистка должна производиться механическим способом;

б) оставлять свечи, не заведенными за палец полатей;

в) составлять свечи бурового инструмента такой длины, что при выполнении спускоподъемных операций верховой рабочий вынужден становиться на перила полатей или работать с лестниц;

г) перемещать в шпинделе бурильные трубы, а также свинчивать и развинчивать их во время вращения шпинделя;

д) поднимать бурильные, колонковые и обсадные трубы из горизонтального положения в вертикальное со скоростью лебедки на прямом канате.

Для ограничения предельной высоты подъема элеватора (фарштуля, талевого блока) и предупреждения затягивания его в кронблок или подвесной блок в вышке или мачте требуется установить противозатаскиватель или на подъемном канате в надлежащем месте должна быть нанесена ясно видимая метка.

Подкладная вилка должна иметь скобу для держания и загнутый кверху конец рукоятки.

При работе лебедкой с помощью рукоятки ручного подъема следует:

а) правильно сочетать действия рукояток ручного подъема и тормоза;

б) по прекращении работы немедленно снять со станка рукоятку подъема.

Перекрепление патронов шпинделя необходимо производить при выключенном вращателе и полной остановке шпинделя.

Разрешается свинчивание и развинчивание рабочего наконечника и извлечение керна из подвешенной колонковой трубы при соблюдении следующих условий:

а) труба удерживается на весу тормозом, управляемым буровым мастером, причем для подвески трубы запрещается применять полуавтоматические элеваторы и фарштули;

б) если расстояние от нижнего конца трубы до пола не более 0,2 м.

При извлечении керна из колонковой трубы запрещается:

а) поддерживать руками снизу колонковую трубу, находящуюся в подвешенном состоянии;

б) проверять рукой положение керна в подвешенной колонковой трубе.

При использовании полуавтоматических элеваторов необходимо:

а) проверять перед началом работы исправность их запоров, упорного подшипника подвесной головки, вращение подвесной головки;

б) содержать элеваторы и наголовники в чистоте;

в) производить операции, связанные с расхаживанием, перемещением и заменой бурового снаряда, только на фарштуле;

г) навинчивать свечу при ослабленном канате;

д) поднимать элеватор по свече, без рывков, со скоростью, не превышающей второй скорости лебедки на прямом канате;

е) довинчивать наголовники ключом или вилкой;

ж) обеспечить буровую бригаду шахтерскими касками. Запрещается применять полуавтоматические элеваторы при работе со свечами "на вынос".

Механизмы для свинчивания и развинчивания бурильных труб должны быть установлены на прочном основании, закреплены и отцентрированы по оси скважины и кронблока.

При свинчивании и развинчивании бурильных труб с помощью механизмов запрещается:

а) держать руками вращающуюся свечу;

б) вставлять или снимать вилки в прорези замка свечи при включенном двигателе механизма;

в) пользоваться ведущими вилками с удлиненными рукоятками без защелок и с разработанными зевами, превышающими размеры прорезей в замках и ниппелях более чем на 2,5 мм;

г) откреплять сильно затянутые резьбовые соединения одновременно с помощью трубных ключей;

д) стоять в направлении усилия водила в начальный момент открытия резьбового соединения.

7.2. Производственная санитария

Используемые в бурении промывочные жидкости в той или иной степени неизбежно загрязняют окружающую среду. Промывочная жидкость и ее компоненты при попадании в грунтовые и подземные воды, поверхностные водоемы, почву и атмосферу отрицательно влияют на окружающую среду. Бурение с промывкой скважин, как правило, связано с применением больших объемов материалов различной степени токсичности и с различным содержанием углеводородных соединений, представляющих опасность для окружающей среды, как флоры, так и фауны. Из практики бурения известно, что почва, подверженная воздействию промывочной жидкости, лишена растительности на долгие годы. Проблемы защиты окружающей среды обостряются, когда бурение ведут вблизи водоемов. В этих условиях возникает опасность отравления большого количества фауны, вследствие попадания в водоемы с поверхности или через проницаемые горизонты, вскрытые скважиной, токсичных компонентов промывочной жидкости. При этом наиболее опасными, с точки зрения токсичности, являются органические составляющие промывочной жидкости с низкой относительной молекулярной массой, соединения хлора, а также поверхностно-активные вещества, нефть и нефтепродукты. В комплекс природоохранных мероприятий при использовании промывочных жидкостей входят предупредительные мероприятия, связанные с рекультивацией земель после окончания бурения скважины. Предупредительные мероприятия сводятся к организации работ, которые бы исключали потери вредных компонентов, уменьшали бы потребность в промывочных жидкостях и их компонентах, загрязняющих окружающую среду. К ним относятся следующие:

а) соответствующая организация транспортировки реагентов и готовых промывочных жидкостей. Такие не сложные меры, как затаривание рассыпных реагентов, максимальное сохранение заводской упаковки, герметизация емкостей, применяемых при перевозке реагентов и промывочных жидкостей, весьма эффективны и не требуют значительных затрат;

б) надежное хранение промывочных жидкостей и всех их компонентов. Предупреждение утечек промывочных жидкостей из желобной системы, предупреждение попадания и перетока дождевых вод через желобную систему;

в) непригодные промывочные жидкости целесообразно складировать в бункерах-накопителях с последующей утилизацией или обезвреживанием;

г) сбор буровых сточных вод с пола буровой. Для этого площадка под буровую установку должна быть подготовлена соответствующим образом;

д) выбор и применение нетоксичных или малотоксичных промывочных жидкостей и материалов для регулирования их свойств;

ж) предупреждение поглощения промывочной жидкости, а при возникновении - быстрая и надежная его ликвидация. Это важно не только с точки зрения предупреждения загрязнения водоносных зон, которые могут использоваться для питьевого и хозяйственного водоснабжения, но и сокращения потерь при транспортировке.

Обязательным условием успешной рекультивации земли после завершения бурения скважины является ликвидация желобной системы с предварительным сбором шлама, удалением из отстойников и приемных емкостей промывочных жидкостей или ее обезвреживанием. В противном случае при засыпке приемных емкостей промывочная жидкость будет вытеснена на поверхность и загрязнит плодородный слой земли.

Безвредный шлам засыпают в отстойниках и приемных емкостей. Шлам, содержащий вредные вещества, необходимо складировать с последующим обезвреживанием и засыпкой. Шлам нефтеэмульсионных растворов следует подвергать высокотемпературной термической обработке.

Все работы, связанные с уничтожением вредных промывочных жидкостей, должны согласоваться с санитарной службой в районе работ.

В настоящее время большое внимание уделяется созданию новых экологически чистых промывочных жидкостей. Торф, крахмал, какао-велла как сырье для приготовления промывочных жидкостей - экологически чистые и безопасные материалы.

7.3. Меры пожарной безопасности

При установке буровой, в радиусе 50 м, рабочая площадка должна быть очищена от валежника, листьев и травы.

Трубы от двигателей и печей должны быть выведены не менее чем на 1,5 м выше откоса буровой и снабжены искрогасителями. При прохождении выхлопной трубы через деревянные конструкции или около них зазор между трубой и конструкцией должен составлять не менее 15 см, а трубу необходимо обернуть асбестом.

Пол под печкой и возле нее на расстоянии 0,5 м, а со стороны топки - 0,7 м должен быть покрыт листовой сталью. У печки стенка буровой должна быть изолирована песком между листом и стенкой буровой слоем не менее 10 см. Расстояние от стенки до печки должно быть не менее 0,7 м.

Для выключения электроэнергии, питающей буровую, требуется предусмотреть отключающее устройство, расположенное снаружи на расстоянии не менее 5 м от буровой.

Запрещается:

а) в буровой разводить открытый огонь и применять факелы и другие источники открытого пламени для освещения;

б) утеплять буровую обшивкой легковоспламеняющимися материалами;

в) располагать электропроводку в буровой в местах возможного ее повреждения буровым снарядом или инструментом при ремонте;

г) хранить ГСМ в металлических бачках ближе 15 м от буровой, при обшитой вышке высотой более 15 м не ближе 50 м от вышки.

При установке в буровой двигателей внутреннего сгорания под них должен устанавливаться металлический противень для сбора стекающего горючего и масла, которые необходимо систематически убирать.

Пол помещения, в котором устанавливаются двигатели внутреннего сгорания, должен быть защищен от возгорания обивкой листовой сталью по асбесту на расстоянии 0,5 м вокруг двигателя.

Глушитель следует систематически очищать от нагара.

Бак двигателя должен иметь объем, который рассчитан не более чем на 8 ч работы, но не более 50 л.

Запрещается:

а) работающий двигатель заправлять ГСМ, а также пользоваться открытым огнем при заправке баков с горючим и для определения уровня горючего в баке;

б) разогревать масло- и топливопроводную систему двигателя открытым огнем (факелами, паяльной лампой) и допускать работу двигателя с неисправной подводкой горючего (подтекание).

Все буровые установки должны быть обеспечены противопожарным инвентарем в следующих количествах:

- огнетушители на буровые вышки с приводом от электродвигателя — один пенный, один углекислотный, на буровые с приводом от двигателя внутреннего сгорания - 2 пенных огнетушителя;

- ящики объемом 0,5 м³ с песком и лопатой - 2 комплекта (один в буровой и один у входа в буровую);

- бочки с водой емкостью 250 литров - 1 шт.

- ведра пожарные - 2 шт.
- комплект шанцевого инструмента (топор, багор, лом) -2 комплекта

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Подгорнов Ю.М. Эксплуатационное и разведочное бурение на нефть и газ – Учеб. пособие для рабочих на производстве. М.: Недра, 1988
2. Овчинников В.П., Грачева С.И., Фролов А.А. – Справочник бурового мастера. – Научно-практическое пособие в 2-х томах. М.: «Инфра-Инженерия», 2006.
3. Рябченко В. И. Управление свойствами буровых растворов. М.: Недра, 1990.
4. Рязанов Я.А. Энциклопедия по буровым растворам. Оренбург: «Летопись», 2005-664с.
5. Ахмадеев Р.Г., Данюшевский В.С. Химия промывочных и тампонажных жидкостей: Учебник для вузов. - М.: Недра, 1981. - 152 с.

6. Круглицкий Н.Н., Агабалянц Э.Г. Методы физико-химического анализа промывочных жидкостей. - Киев: Техника, 1972
7. Малахова А.Я. Физическая и коллоидная химия. - Минск: Высшая школа, 1981. - 304 с.
8. Киреев В.А. Курс физической химии. - М.: Химия, 1975. - 776 с.
9. Ребиндер П.А. Поверхностные явления в дисперсных системах. - М.: Наука, 1979. - 381 с.
10. Дедусенко Г.Я., Иванников В.И., Липкес М.И. Буровые растворы с малым содержанием твердой фазы. - М.: Недра, 1985. - 160 с.
11. Паус К.Ф. Буровые промывочные жидкости. - М.: Недра, 1967. - 310 с.
12. Промывочные жидкости и тампонажные растворы (физикохимия и основы применения) // Булатов А.И., Круглицкий Н.Н., Мариампольский Н.А., Рябченко В.И. - Киев.: Техника, 1974.
13. Грей Дж. Р., Дарли Г.С. Состав и свойства буровых агентов (промывочных жидкостей): Пер. с англ. - М.: Недра, 1985. - 509 с.



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный
университет»**

Г. А. Усов

***Промывочные жидкости
(Глинистые растворы)***

***Методические указания по самостоятельной работе
по дисциплине***

«Очистные агенты и тампонажные смеси»

для студентов специальности

21.05.03 Технологии геологической разведки

очного и заочного обучения

Екатеринбург

2020

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время при бурении разведочных скважин большое внимание стало уделяться повышению качества промывочных жидкостей путем обработки их различными видами химических реагентов.

В частности, при алмазном бурении стали широко использоваться активные промывочные жидкости, малоглинистые и безглинистые растворы, получаемые на основе эмульсолов и коллоидных ПАВ. Поэтому возникает необходимость регулярного контроля качества промывочных жидкостей, который регламентируется требованиями технологии и геологических условий бурения скважин.

Задачей настоящих методических разработок является оказание помощи студентам в вопросах выбора исходного сырья для приготовления промывочных жидкостей, ознакомление с основными физико-химическими процессами коагуляционного структурообразования и получения дисперсных систем с заданными технологическими свойствами. Приводится достаточно полная характеристика основных химических реагентов, применяемых для получения различных видов промывочных жидкостей и регулирования их свойств, даются рекомендации по рациональной области их применения.

Методические разработки предусматривают оказание помощи студентам в:

- 1) приобретении навыков в определении основных параметров промывочных жидкостей;
- 2) изучении влияния различных химических реагентов на свойства промывочных жидкостей и усвоение методики определения их оптимальных концентраций;
- 3) овладение методами управления свойствами различных промывочных жидкостей: глинистого раствора, безглинистых промывочных жидкостей, аэрированных, утяжеленных растворов.

Содержание методических разработок составлено согласно программе лабораторных работ по промывочным жидкостям для студентов специальности «технология и техника разведки месторождений полезных ископаемых» с целью облегчить использование их в процессе занятий.

Глинистые растворы – это коллоидно-дисперсные системы, в которых глина в виде мельчайших частиц (дисперсная фаза) равномерна распределена в воде, являющейся дисперсионной средой. Структурно-механические свойства глинистых растворов во многом зависят от минералогического и химического составов глин и воды.

Рассмотрим кратко характеристику основных глинообразующих минералов и воды, которые используются для получения глинистых растворов.

1. Характеристика основных глинообразующих минералов

Глинистыми породами называются группа осадочных неметаморфизированных и слабометаморфизированных горных пород, состоящих в основном из тонких ($< 0,01$ мм) фракций преимущественно глинистых минералов.

Глина характеризуется следующими признаками.

Первый признак – частицы, слагающие глины минералов в преобладающей массе имеют малые размеры. К глинам относят породы, в которых более 50 % частиц характеризуются размерами $< 0,01$ мм. Среди последних в глинах присутствуют не менее 25 % частиц размером $< 0,001$ мм.

Вторым признаком глины является обязательное присутствие в них высококоллоидальных глинистых минералов, которые в основном сосредоточены во фракции $< 0,001$ мм глинистой породы.

Третий основной признак глин – пластичность, т.е. способность давать с водой пастообразные массы различной консистенции. Пластичность зависит от степени

дисперсности и связанной с ней удельной поверхности глин, а также от наличия глинистых минералов, имеющих малые размеры и обладающих пластинчатой формой, увеличивающей способность глин удерживать воду.

Четвертая особенность глин – способность к обмену основаниями, которая зависит главным образом от присутствия глинистых минералов. Состав поглощенных катионов оказывает существенное влияние на пластические и другие свойства глин.

К основным глинообразующим минералам относятся минералы группы каолинита, гидрослюда, монтмориллонита и палыгорскита.

Каолинит. Эмпирическая формула каолинита $Al_2O_3 \cdot 2SiO_2 \cdot 2H_2O$. В весовом соотношении SiO_2 составляет 46,3 %, Al_2O_3 – 39,8 %, H_2O – 13,9 %. В структурном отношении каолинит представляет чередованием кремнекислородного и алюмокислородного слоев, последний из которых гидратирован, что обеспечивает прочную связь между структурными слоями. Отличается малой емкостью поглощения катионов, до 15-20 мг-экв на 100 г глины. Поэтому каолинит плохо набухает в воде. Удельный вес каолинита 2,57-2,60. В глинистых породах каолинит представлен мелкими чешуйками. Цвет белый, иногда светло-серый, желтоватый, голубоватый.

Гидрослюда – минералы, напоминающие по форме листочков слюда, но содержащие меньше щелочей и больше воды, чем слюда. Свойства гидрослюдистых глин определяются составляющими их структурами. Для них характерны смешанно-слоистые структуры, в которых алюмосиликатные пакеты одного глинистого минерала переслаиваются с пакетами другого.

Весьма распространены смешанные структуры различных гидрослюдов (иллита, хлорита и др.) с монтмориллонитом или каолинитом. Для них характерны – высокая коллоидальность, сравнительно большие емкости обмена (10-40 мг-экв на 100 г глины), хорошие адсорбционные свойства. Является очень широко распространенным глинообразующим минералом.

Монтмориллонит. Эмпирическая формула $Al_2O_3 \cdot 4SiO_2 \cdot 3H_2O$. Алюминий в монтмориллоните частично замещен магнием и окисным железом, в случае полного замещения образуются соответственно минералы сапонит и нонтронит.

Монтмориллонит образует чрезвычайно мелкие листочки, чешуйки и волокнообразные выделения. Особенностью минералов монтмориллонитовой группы является способность их кристаллических решеток к расширению. Эта особенность тесно связана с атомной структурой минерала. Обе поверхности пакетов монтмориллонита заряжены электрически отрицательно и между ними действуют главным образом отталкивающие силы, благодаря чему вода или другие полярные жидкости могут легко проникать в межпакетное пространство и происходит расширение или «разбухание» решетки. При удалении поглощений воды пакеты сжимаются. Глины группы монтмориллонита отличаются повышенной емкостью катионного обмена, 80-150 мг-экв на 100 г глины. Из глин группы монтмориллонита получают высококоллоидальные глинистые растворы с достаточно прочной структурой и высокими структурными свойствами.

Палыгорскит представляет водный силикат магния и относится к магнезиальным глинистым минералам. Для него характерна игольчатая структура частиц и ленточно-слоистое строение кристаллической структуры минерала. Палыгорскит обладает высокой удельной поверхностью, суммарная емкость обмена составляет 20-30 мг-экв на 100 г глины. Адсорбционная способность и теплота смачивания палыгорскитовой глины увеличивается в результате освобождения каналов от связанной воды и увеличения эффективной поверхности /4/.

2. Характеристика вод

Вода представляет сложную динамическую систему, меняющуюся от взаимодействия воды и горных пород, от состава, степени активности распространенных в ней компонентов, термодинамических условий и т. д.

Состав горных пород, слагающих водоносные горизонты, их растворимость в воде является основным фактором в формировании химического состава подземных вод.

Вода обладает растворяющей способностью. Если самые сильные кислоты и щелочи обладают избирательной растворяющей способностью, то вода, содержащая углекислоту, в состоянии растворить все минералы, начиная от галоидных и сульфатных и кончая силикатами, что объясняется полярностью молекул воды. Поэтому химический состав подземных вод определяется в основном составом горных пород, слагающих водоносные горизонты.

На степень минерализации подземных вод оказывают влияние и другие факторы: климат, температура, время года, глубина залегания водоносного горизонта и др.

Природные воды имеют различную реакцию – от кислой до щелочной, в зависимости от состава растворимых солей, присутствия свободных кислот и щелочей. Так, например, при значительных концентрациях в воде карбонатов калия и натрия она будет иметь щелочную реакцию ($pH = 8-10$).

Присутствие кислот, особенно в рудничных водах, связанных с сульфидными месторождениями, железа, меди и цинка снижают величину pH в сторону кислой реакции ($pH < 7$).

Другим важным показателем воды является жесткость.

Жесткость – свойство, обусловленное присутствием в воде солей щелочно-земельных металлов – кальция и магния. Причем, в зависимости от состава солей, выделяют карбонатную жесткость, вызываемую наличием карбонатных ($CaCO_3$, $MgCO_3$) и гидрокарбонатных $Ca(HCO_3)_2$, $Mg(HCO_3)_2$, солей. Некарбонатную жесткость, связанную с некарбонатными солями $CaCl_2$, $MgCl_2$.

Кроме того, еще выделяют два вида жесткости: постоянную (неустраняемую) и временную (устраняемую).

Постоянная жесткость обусловлена присутствием в воде карбонатных и сульфатных солей щелочно-земельных металлов. Удаление этих солей из воды сопряжено с ее дистилляцией, сложными химическими реакциями.

Временная жесткость обусловлена присутствием гидрокарбонатных солей кальция и магния, которые легко удаляются из воды при ее кипячении, благодаря распаду гидрокарбонатов.

Степень жесткости воды выражается в мг-экв на литр и вычисляется по формуле:

$$Ж = \frac{[Ca^{2+}]}{20,04} + \frac{[Mg^{2+}]}{12,16},$$

где $[Ca^{2+}]$ и $[Mg^{2+}]$ концентрация ионов Ca^{2+} и Mg^{2+} в мг/л; 20,04 и 12,16 мг – вес 1 мг-экв. ионов Ca^{2+} и Mg^{2+} .

В некоторых случаях жесткость воды выражают в немецких градусах (Н). Один немецкий градус (1°Н) соответствует 10 мг CaO на 1 л воды или 7,2 мг MgO на 1 л воды. Для перехода от градусов жесткости к мг-экв/л надо число градусов умножить на 0,35.

Для перехода от мг-экв/л к градусам надо число мг-экв/л умножить на 2,8.

По предложению О. А. Алекина природные воды, в зависимости от величины жесткости, подразделяются на несколько типов:

Тип	Градусы	Мг-экв
Очень мягкие	0-4,2	1,5
Мягкие	4,2-8,4	1,5-3,0
Умеренно жесткие	8,4-16,8	3,0-6,0

Жесткие	16,8-26,2	6,0-9,0
Очень жесткие	> 25,2	>9,0

К числу широко применяемых способов улучшения качества воды относится химическая обработка. Количество химикатов (г/м³), необходимое для смягчения воды на 1,00 мг-экв/л с жесткостью свыше 4,2 мг-экв/л, определяется из расчета:

для кальцинированной соды (Na_2CO_3).....54

для каустической соды ($NaOH$).....42

для тринатрийфосфата (Na_3PO_4).....126

Пример: по данным анализа вода имеет жесткость 22 мг-экв/л. Следует смягчить 5 м³ воды кальцинированной содой. На 1 м³ воды требуется (22-4,2) · 54 = 961 Na_2CO_3 , на 5 м³ воды: 961 · 5 = 4806 г Na_2CO_3 .

Количество химикатов для смягчения воды можно взять из табл. 1.

Таблица 1

Количество химикатов для смягчения воды

Жесткость воды		Содержание катионов, мг/л		Удельное количество химикатов, г/м ³		
Н	$\frac{\text{мг} - \text{экв}}{\text{л}}$	Ca	Mg	$NaOH$	Na_2CO_3	Na_3PO_4
5	1,78	35,8	21,7	71,4	94,6	226
10	3,57	71,5	43,4	124,9	189,2	456
15	5,35	107,3	65,0	214,3	283,8	679
20	7,14	143,0	86,8	285,7	378,5	904
25	9,00	178,8	108,5	357,2	473,0	1131
30	10,70	214,5	130,0	428,6	567,0	1358
35	12,5	250,3	152,0	500,0	662,3	1583
40	14,3	286,0	174,0	571,4	757,0	1808
45	16,0	321,8	195,0	643,0	851,6	2035
50	17,85	358,0	217,0	714,0	946,0	2262
55	19,6	395,0	238,0	786,0	1041,0	2489
60	21,4	430,0	260,0	837,0	1135,5	2716
70	25,0	500,0	304,0	1000,0	1324,0	3166
80	28,6	571,5	348,0	1143,0	1514,0	3616
90	32,3	644,0	390,2	1286,0	1703,0	4170
100	35,7	715,0	434,0	1428,0	1892,0	4524

Химический состав подземных вод зависит от состава и количества растворенных в ней компонентов. По данным О.А.Алекина природные воды по преобладающему аниону разделяются на классы: гидрокарбонатный, сульфатный и хлоридный. В пределах каждого класса выделяются группы: кальциевая, магниевая, натриевая.

По общей минерализации (содержание солей в г/л) воды подразделяются на несколько типов:

пресные – 1,5 г/л; слабоминерализованные – до 10г/л; минерализованные от 10 до 40 г/л; сильно минерализованные > 40 г/л.

Контрольные вопросы

1. Что такое глинистый раствор?
2. Основные признаки глинообразующих минералов.

3. Особенности структуры каолинита.
4. Особенности структуры гидрослюда, палыгорскита.
5. Особенности структуры монтмориллонита.
6. Что такое жесткость воды?
7. Классификация воды по жесткости.
8. Способы устранения жесткости воды.

3. Физико-химические основы формирования структур глинистых растворов

Основные свойства глинистых растворов – кинетическая и агрегативная устойчивость, их вязкость, дисперсность, набухание, структурообразование и тиксотропия связаны с физико-химическими взаимодействиями в системе глина-вода.

Характер этого взаимодействия особенно увеличивается в момент приготовления раствора, когда происходит диспергирование глинистых частиц и повышается их активность к ионному обмену и процессу гидратации.

При приготовлении глинистого раствора происходит разделение кристалла глины прежде всего в местах наименьшего сопротивления, т. е. на плоскостях спайности, где действуют слабые молекулярные силы между одноименно заряженными алюмосиликатными слоями.

Разрушение кристаллической решетки в направлении перпендикулярном плоскости спайности, т.е. на плоскостях спайности требует значительных затрат энергии для разрыва валентных связей между ионами. Поэтому поверхностная энергия у частиц глины распределена неравномерно: на ребрах кристалла, в местах разрыва валентных связей она значительно больше, чем на плоскостях спайности. Следовательно, чем больше площадь ребер у глинистых частиц, тем больше некомпенсированных валентных связей находится на поверхности частиц и тем больше сумма обменных катионов глин. В глинистых минералах группы каолинита, гидрослюда и палыгорскита нарушение связи является главной причиной ионообменной способности. Емкость катионного обмена монтмориллонитов является главным образом результатом замещения внутри кристаллической решетки и в незначительной мере до 20 % - результатом нарушения связи /3/.

Наличие обменных катионов внутри кристаллической решетки монтмориллонита, является специфическим свойством бентонита, свидетельствующим об активности плоскостей его частиц и высокой их способности адсорбировать воду.

Состав обменных катионов, насыщающих глину, может изменяться под действием солей, содержащихся в воде, на которой готовится глинистый раствор.

В воде ионогенные группы, расположенные на поверхности глинистых частиц, диссоциируют. На катионы ионогенного комплекса действует электростатическое притяжение отрицательно заряженной поверхности минерала. Они удерживают катионы у глинистой частицы, а диполи воды увлекают катионы в окружающую среду. В результате диссоциации ионогенного комплекса частицы глин приобретают отрицательный заряд, а вокруг них в воде диффузно распределяются обменные катионы. Так образуется двойной электрический слой из отрицательного заряда поверхности глинистых частиц и положительного заряда катионов диффузного слоя.

Наличие двойного электрического слоя вокруг глинистых частиц определяет коллоидные свойства глинистого раствора и является важным фактором их агрегативной устойчивости.

При помещении глины в воду происходит процесс адсорбции воды на поверхности глинистых частиц. Первой стадией механизма адсорбции влаги является гидротация обменных катионов. Второй стадией процесса является гидротация поверхности силикатных слоев. Вода, гидратирующая эту поверхность, связана с глинистой частицей

менее прочно, чем вода, идущая на гидротацию обменных катионов. Степень гидротации глинистых частиц зависит от степени их ионизации. Например, частицы натриевого монтмориллонита имеют большую степень ионизации и сильнее гидротированы, чем частицы кальциевого бентонита.

Адсорбция большого количества воды на поверхности многочисленных высокодисперсных частиц приводит к уменьшению остаточного объема воды, поэтому высокодисперсные глины образуют высоковязкие суспензии. Таким образом, каждая частица глины представляет собой мицеллу, которая несет в себе гидратную оболочку и диффузно распределенный двойной электрический слой. Наличие двойного электрического слоя и гидратной оболочки вокруг глинистой частицы определяет агрегативную устойчивость и стабильность глинистого раствора.

Однако глинистые частицы находятся в непрерывном броуновском движении. В результате движения заряженной частицы в системе формируется электрокинетический потенциал, величина которого определяет кинетическую устойчивость глинистой суспензии.

В результате движения глинистые частицы могут соударяться ребрами и гранями (плоскостями). На ребрах глинистых частиц величина некомпенсированных молекулярных сил значительно выше, чем на гранях. Поэтому при благоприятном соударении частиц ребрами гидратные оболочки деформируются и под действием молекулярных некомпенсированных сил происходит соединение глинистых частиц и формирование сетчатого коагуляционного каркаса структуры глинистого раствора. Если глинистый раствор не перемешать и оставить в покое, то силы молекулярного взаимодействия между частицами в течении времени увеличиваются и происходит упрочнение структуры раствора во времени. Это свойство глинистого раствора называется тиксотропией. Прочность структуры глинистого раствора при измерении технологических параметров обычно характеризуются величиной статического напряжения сдвига (СНС). Очевидно, разность величин СНС во времени (через 1 и 10 мин) будет определять степень тиксотропии глинистого раствора.

Структурно-механические параметры промывочных жидкостей.

Промывочные жидкости характеризуются следующими параметрами, определяющими их качество: удельный вес, вязкость, водоотдача, толщина корки, статическое и динамическое напряжение сдвига, стабильность, содержание песка, содержание водородных ионов.

Водоотдача определяет фильтрационные свойства промывочных жидкостей. Статическое и динамическое напряжение сдвига, эффективная и пластическая вязкостиреологические свойства.

Удельный вес- вес единицы объема промывочной жидкости. Удельный вес зависит от содержания твердой фазы выбуренной породы. С увеличением удельного веса возрастает гидростатическое давление промывочной жидкости на стенки скважины, что способствует повышению их устойчивости, и предотвращению нефте-газо водопроявлений.

Условная вязкость характеризует гидравлическое сопротивление промывочной жидкости прокачиванию, ее текучести. Вязкость зависит от состава и содержания глины, химических реагентов и минеральных солей, поступающих в раствор в процессе бурения.

С увеличением вязкости возрастают гидравлические сопротивления в циркуляционной системе, повышается способность раствора закупоривать поры и трещины в стенках скважины.

Водоотдача характеризует фильтрационные свойства промывочных жидкостей, их способность отфильтровывать жидкую фазу под действием перепада давления.

Водоотдача зависит от состава твердой фазы, присутствия химических реагентов и минеральных солей в промывочной жидкости. С уменьшением водоотдачи повышается устойчивость малосвязанных и сильно трещиноватых пород, слагающих стенки скважин.

Реологические характеристики.

Статическое напряжение сдвига – величина касательного напряжения, возникающие на боковой поверхности внутреннего цилиндра, погруженного в промывочную жидкость наружного цилиндра, вращающегося во времени измерения со скоростью 0,2 об/мин.

Характеризует прочность тиксотропной структуры, возникающей в покое, и интенсивность упрочнения во времени (тиксотропность, равную θ_{10}/θ_1 , где θ_{10} и θ_1 – статическое напряжение сдвига через 10 минут и 1 минуту).

С увеличением статического напряжения сдвига повышается гидравлическое сопротивление и прокачиваемость промывочной жидкости и ее способность удерживать буровой шлам во взвешенном состоянии, ухудшается очистка промывочной жидкости от шлама.

Повышение СНС улучшает закупорку пор и трещин промывочной жидкостью и предотвращает ее поглощение.

Динамическое напряжение сдвига (τ_0 в мГс/см²) – постоянная составляющая касательных напряжений (не зависящая от градиента скорости). Характеризует прочность структуры, разрушение которой необходимо для поддержания потока.

Пластическая вязкость ($\eta_{пл}$) в сантипаузах – коэффициент пропорциональности между переменной составляющей касательных напряжений ($\tau - \tau_0$) и градиентом скорости сдвига (не зависит от скорости сдвига). Характеризует вязкостное сопротивление бурового раствора в потоке.

Эффективная вязкость (η_{Σ}) в сантипаузах – коэффициент пропорциональности между суммой переменной и постоянной составляющих касательных напряжений и градиентом скорости сдвига. Характеризует полное (прочностное и вязкостное) сопротивление промывочной жидкости в потоке, зависит от скорости сдвига.

Стабильность – способность раствора сохранять частицы твердой фазы во взвешенном состоянии и характеризует агрегативную устойчивость промывочной жидкости. Стабильность определяется разностью удельных весов промывочной жидкости, в верхней и нижней частях мерного цилиндра, во времени (по истечению суток).

Содержание песка характеризует степень загрязнения промывочных жидкостей грубодисперсными фракциями различного минерального состава. Песком (П в %) считают все мелкие обломки выбуренной породы (в том числе комочки переспустившейся глины).

Водородный показатель pH или концентрация водородных ионов характеризует щелочность или кислотность промывочной жидкости. Величина pH промывочной жидкости (или фильтрата) влияет на эффективность обработки химическими реагентами и регулированию ее свойств. Поэтому перед проведением химической обработки следует знать величину pH промывочных жидкостей.

Контрольные вопросы

1. Что такое двойной электрический слой?
2. Необходимое условие агрегативной устойчивости глинистого раствора.
3. Принципы формирования структуры глинистого раствора.
4. Что такое тиксотропия?
5. Основные структурно-механические параметры глинистого раствора.
6. Реологические характеристики глинистого раствора.

Химические реагенты для регулирования структурно-механических параметров промывочных жидкостей.

Для получения промывочных жидкостей с требуемыми свойствами их обрабатывают химическими реагентами. Необходимость таких обработок определяется геологическими условиями разреза скважин. Основными факторами, ухудшающими свойства промывочных жидкостей, является минерализация, увеличение твердой фазы, высокие забойные температуры и давление.

Минерализация промывочных жидкостей происходит в следствие проявления пластовых вод, при разбуривании солей хлоридов натрия калия (каменная соль, карналлит и др.), сульфатов (ангидритов, гипсов) и др. минерализация вызывает изменение большинства параметров промывочных жидкостей. Увеличение твердой фазы (обогащение выбуренной породы) происходит при бурении глинистых пород и при алмазном бурении скальных пород, образующих высокодисперсный шлам. Это приводит к увеличению удельного веса, вязкости, снс.

Забойные температуры и давление, влияют как на фильтрационные, так и на структурно-механические свойства промывочных жидкостей.

Химические реагенты, применяемые для обработки промывочных жидкостей, можно разделить по их основному действию и назначению на следующие группы:

1. Защитные коллоиды;
2. Электролиты;
3. Понижители вязкости;
4. Поверхностно активные вещества;
5. Смазочные добавки.

Защитные коллоиды.

Защитные коллоиды – это высокомолекулярные соединения органического (УЩР, ТЩР, КМЦ, ССБ, крахмал) и неорганические (К-4, РС-2, гипан, метас, М-14), происхождения, обладающие высокими гидрофильными свойствами. Эти реагенты хорошо растворяются в воде и при адсорбции на частицах твердой фазы промывочной жидкости образуют сольватные защитные слои, которые предохраняют частицы от слипания и способствуют стабилизации промывочной жидкости (реагенты стабилизаторы).

Образуемые в элементарных частицах глины защитные слои, а также коллоидные частицы реагентов снижают проницаемость (пористость) фильтрационных корок, повышается их плотность, в связи с чем снижается водоотдача промывочных жидкостей (реагенты – понизители водоотдачи).

Защитные коллоиды, адсорбируясь на активных участках глинистых частиц (гранях и ребрах), уменьшают их связь (сцепление) друг с другом снижая вязкость и статическое напряжение сдвига (понижители вязкости).

Защитные коллоиды органического происхождения

УЩР – углещелочной реагент состоит из 100-150 кг сухого бурового угля и 10-30 кг каустической соды (NaOH). Для малоколлоидных кальциевых глин содержание бурового угля составляет 10 %, а NaOH – 2,5 %, а для высококоллоидных натриевых глин содержание бурового угля- 10-15 % и NaOH - 1,8-2,0 %. Максимум стабилизирующего действия УЩР достигается при $\text{pH}=11-12$. В кислой среде молекулы УЩР свертываются в глобулы. УЩР снижает водоотдачу, вязкость, СНС. УЩР чувствителен к действию многовалентных катионов кальция и магния, которое сопровождается ростом водоотдачи и выпадением твердой фазы в осадок. Рабочая концентрация реагента составляет 10-20 %.

Сульфит – спиртовая барда (ССБ) является отходом целлюлозно-бумажного производства. Жидкая ССБ содержит не менее 50 % сухого вещества и не более 50 % воды, плотность ее равна 1,28-1,3 г/см³. Твердая ССБ содержит 75 % сухого вещества и 25 % воды.

Действующими агентами в щелочном реагенте из ССБ являются натриевые соли лигносульфоновых кислот.

Обычно реагенты из ССБ приготавливаются следующего состава: для слабоминерализованных вод – 300 г ССБ и 40г *NaOH* на 1 литр раствора, а для сильноминерализованных вод 300г ССБ и 60г *NaOH* (ССБ дается в пересчете на сухое вещество, каустическая сода - в твердом виде).

ССБ снижает водоотдачу, вязкость, СНС. Эффективность действия ССБ повышается в соленой воде. Основным недостатком ССБ является способность к пенообразованию. Рабочая концентрация ССБ 1-5 % в пересчете на сухое вещество.

Конденсированная сульфит - спиртовая барда (КССБ) - является продуктом конденсации сульфит - спиртовой барды (ССБ) с формальдегидом и фенолом в кислой среде, с последующей нейтрализацией *NaOH* до pH=6-7. КССБ выпускается в виде порошка или в виде 20-25 % водного раствора двух составов: с нормальным (КССБ) и с повышенным содержанием фенола (КССБ-1, КССБ-2, КССБ-4). Реагент КССБ-4 предназначен для использования в условиях большой минерализации (свыше 10 % солей) и при температурах выше 130 °С .

КССБ предназначен для уменьшения водоотдачи и снижения вязкости растворов различных типов (известковых, хлоркальциевых), а также минерализованных.

Рабочая концентрация КССБ 1-3 % в пересчете на сухое вещество.

Карбоксиметилцеллюлоза (КМЦ) - является натриевой солью целлюлозогликолевой кислоты. Она представляет собой волокнистое вещество желтоватого цвета - КМЦ 300; КМЦ 350 или рассыпчатое твердое вещество кремового цвета КМЦ 400; КМЦ 500; (300, 350, 400, 500- число полимеризации). С увеличением числа полимеризации повышается солестойкость КМЦ. Добавка КМЦ в пресные растворы загущает их, а в соленые- разжижает. Эффективно снижает водоотдачу. Оптимальная pH для использования КМЦ – 6-9. При pH< 6 КМЦ выпадает в осадок. При pH> 9 макромолекулы КМЦ склонны к свертыванию под действием *NaOH*.

Волокнистую КМЦ применяют в виде водного раствора 5-10 % концентрации, приготавливаемого в глиномешалке, а рассыпчатую – в сухом виде.

Рабочие концентрации КМЦ для пресных сред 0,5-0,75 %, соленых сред- 1-2 %.

Модифицированный крахмал (МК-1) - является наиболее эффективным реагентом в условиях минерализации, в том числе и при хлоркальциевой агрессии. Этот реагент представляет собой порошок с влажностью 8-12 %, растворимый в холодной воде.

Приготовление МК-1 путем высушивания при температуре 130-160 °С суспензии обычного технического крахмала, содержащего алюмокалиевые квасцы - антисептическое (противозагнивающее) вещество. Реагент применяется в сухом виде.

Для обработки раствора иногда используют обычный технический крахмал с предварительной клейсториризацией – в виде щелочного водного раствора (крахмальный реагент КР). Количество щелочи составляет 1-1,5 % (на сухое вещество) для неминерализованных вод, 2-4 % для минерализованных вод. Недостаток КР – способность к загниванию.

Рабочая концентрация МК-1, 0,5-3 % по весу от объема в пересчете на сухое вещество. Добавки МК-1 и КР вызывают повышение вязкости раствора, поэтому его применяют совместно с ССБ.

Защитные коллоиды, полученные синтетическим путем.

Акриловые полимеры: гипан, полиакриламид, К-4, метас, сополимер М-14. Отличаются повышенной стойкостью к высоким температурам и минерализации. То обусловлено химическим строением молекул полимеров, наличием в главной цепи углеводородной связи и функциональных амидных и карбоксильных групп.

Гипан – гидролизированный полиакрилонитрил – предназначен для снижения водоотдачи неминерализованных, минерализованных поваренной солью или сульфатом натрия и известковых промывочных жидкостей. Различают две модификации гипана: гипан-1 и гипан-0,7.

Из двух марок большей стабилизирующей способностью обладает гипан-0,7.

Реагент представляет 10 % раствор жидкости, желтоватого цвета.

Гипан весьма чувствителен к солям кальция и других поливалентных металлов. Оптимальные значения рН, при которых гипан является наиболее эффективным, равны 10-12. При больших значениях рН или при рН близким к 7, как указывает Э. Г. Кистер реагент может оказывать коагулирующее действие. Гипан сильно загущает пресные буровые растворы. При длительном хранении и при действии низких температур снижаются стабилизирующие действия гипана.

Рабочая концентрация реагента 0,5-2 %. С увеличением минерализации повышается концентрация реагента.

К-4 получают в результате неполного гидролиза полиакрилонитрила в присутствие щелочи. По стабилизирующим свойствам мало отличается от гипана 0,7.

Свежеприготовленный К-4 обладает устойчивым запахом аммиака (нашатырного спирта). По мере хранения запах ослабевает. Перед применением этих реагентов со слабым запахом необходимо произвести проверку на их эффективность в качестве понизителей водоотдачи промывочных жидкостей.

При добавке 0,5-0,3 % К-4 в неминерализованные глинистые растворы резко снижает водоотдачу и СНС. Ростом концентрации К-4 стабилизирующее действие усиливается. Более устойчив к действию $CaCl_2$, чем гипан. Несколько дешевле гипана. Затруднено применение в холодное время.

РС-2- гидролизированный полиакриламид- ГПАА получают путем гидролиза полиакриламида (ПАА) в присутствии щелочи или кальцинированной соды и триполифосфата натрия.

Для этого в глиномешалку объемом 4м³ загружают 600 кг 8 % водного раствора полиакриламида, 60 кг $NaOH$ и 60 кг триполитфосфата натрия ($Na_5P_3O_{10}$). Остальной объем мешалки заполняют водой. Готовый реагент имеет концентрацию полиакриламида 1,5-2 %. Реагент РС-2 наиболее целесообразно применять для снижения водоотдачи неминерализованных промывочных жидкостей с низким содержанием твердой фазы (глины 2-4 %) и естественных суспензии. Для снижения водоотдачи слабоминерализованных промывочных жидкостей целесообразно применять реагент РС-4, представляющий собой гидролизированный полиакриламид с добавками кальцинированной соды.

Гидролизированный полиакриламид весьма чувствителен к ионам кальция и других поливалентных металлов. Оптимальные добавки РС-2 и РС-4 колеблются от 0,2-0,5% (в пересчете на сухое вещество).

Метас - метакриловый сополимер – продукт сополимеризации метакриловой кислоты и метакриламида.

Метас представляет собой порошкообразный препарат белого цвета, трудно растворимый в воде, но хорошо растворимый в щелочной среде небольшой концентрации. Вязкость 2% водно-щелочного раствора метаса превышает 60 спз. Наиболее эффективно применение такого, метаса для стабилизации малоглинистых или безглинистых

промывочных жидкостей. Наиболее активен метас при $pH = 9,0-12,0$. При pH близких к 7,0 добавки метаса резко загущают промывочные жидкости.

М-14- сополимер метакриловой кислоты с метакриламидом. Представляет собой мелкогранулированный порошок белого цвета, растворимый в водных растворах щелочи. Рекомендовано готовить водно-щелочные растворы реагента 5-6 % концентрации при соотношении М-14 к щелочи от 1:0,3 до 1:0,5 (на воздушно-сухое вещество), в зависимости от щелочности обрабатываемой промывочной жидкости. Перед обработкой М-14 в промывочной жидкости определяется содержание ионов кальция и магния. При содержании последних 0,1 % и более для их удаления из системы необходимо применение кальцинированной соды. Расход реагента на химическую обработку неминерализованной промывочной жидкости для снижения водоотдачи до 4-5 см³ составляет 0,5-0,75 % при первичной обработке и 0,1-0,2 % (в пересчете на сухой реагент) при последующих обработках. При повышении минерализации (вплоть до полного насыщения поваренной солью) расход М-14 возрастает до 1,5 %. Гарантийный срок хранения сополимера М-14- один год со дня изготовления.

Электролиты

При обработке или насыщении промывочных жидкостей электролитами происходят обменные процессы между ионами частиц глины и ионами электролитов.

Эффект обработки электролитами зависит от типа и концентрации добавляемых в раствор электролитов (ионов) и их свойств (например, валентности). Стабилизация растворов (снижение водоотдачи) происходит, когда одновалентные катионы Na^+ , Li^+ замещают у поверхности частиц глины двухвалентные или многовалентные катионы Ca^{2+} , Mg^{2+} , Al^{3+} . При замещении ионов Ca^{2+} , Mg^{2+} другими ионами Na^+ , Li^+ происходит структурообразование и коагуляция промывочных жидкостей.

Анионы OH^- и CO_3^{2-} электролитов $NaOH$ и Na_2CO_3 способствуют стабилизации промывочных жидкостей, а анионы Cl^- электролитов $NaCl$ и $CaCl_2$ - структурообразованию и коагуляции.

Кальцинированная сода Na_2CO_3 является одним из наиболее употребляемых реагентов. Она дает возможность получать пригодные для бурения растворы из местных комовых глин, которые без химической обработки не могут быть использованы. Кальциевые глины при обработке кальцинированной содой переходят в хорошо набухаемые и легко диспергируемые натриевые глины, дающие качественные растворы.

Кальцинированная сода - белый мелкокристаллический порошок плотностью 2,5 г/см³. Является одним из основных средств для осаждения ионов Ca^{2+} и Mg^{2+} - смягчения жесткой водопроводной и пластовой воды.

Она применяется для связывания ионов Ca^{2+} в минерализованных растворах, а также в растворах, содержащих гипс, ангидрид, цемент.

Кальцинированная сода применяется также для повторных обработок промывочных жидкостей, ранее обработанных УЦР. В этом случае оно выполняет роль понизителя вязкости и водоотдачи.

Каустическая сода (едкий натр) $NaOH$ поступает на буровые в твердом виде (в железных барабанах по 100-200 кг) или в виде водного раствора - тяжелой (густой) жидкости различной плотности.

Плотность твердой каустической соды 2,02 г/см³. При получении ее в жидком виде, определив плотность можно подсчитать концентрацию. Для этого также можно пользоваться соответствующими таблицами.

Каустическая сода действует на показатели промывочной жидкости подобно кальцинированной соде. Однако она не обладает способностью удалять из раствора ионы кальция и магния. Она значительно дороже кальцинированной соды и как самостоятельный реагент применяется мало.

Каустическая сода широко применяется для получения щелочных реагентов: УЩР, ТЩР, ССБ, РС-2, СГ и др.

Жидкое стекло (силикат натрия или калия). В бурении в основном применяют натриевое жидкое стекло ($Na_2O_nSiO_2$) с модулем $n = \frac{SiO_2}{Na_2O} = 2,6 - 2,8$.

Водный раствор силиката натрия представляет собой вязкую жидкость от светло-желтого до желто-коричневого и серых цветов.

Жидкое стекло применяют, как правило, при борьбе с поглощениями как для повышения вязкости и статического напряжения сдвига промывочных жидкостей, так и в качестве структурообразователя быстросхватывающихся тампонажных смесей.

При добавлении жидкого стекла к буровому раствору (до 3-5 % по массе от объема) значительно повышаются вязкость и статическое напряжение сдвига. Жидкое стекло способствует повышению pH промывочной жидкости до 12 и выше. С его применением готовят ингибированные промывочные жидкости – силикатные, силикатно-глинистые.

Поваренная соль ($NaCl$) - хлорид натрия используется для улучшения структурно-механических свойств глинистых и карбонатно-глинистых растворов, обработанных защитными коллоидами, в частности УЩР.

Насыщенные растворы поваренной соли используются при проходке пластов каменной соли, в которых вода или пресный буровой раствор, растворяя стенки скважины, образует каверны. применяют также при бурении в сильно набухающих глинах. $NaCl$ применяется как компонент различных солевых растворов.

Известь $Ca(OH)_2$ используется для обработки промывочных жидкостей. При введении 3-5 % $Ca(OH)_2$ к объему промывочной жидкости, значительно повышается вязкость последней. Хорошие результаты дает обработка известью буровых растворов, потерявших восприимчивость к химическим реагентам. При этом получают известковые растворы.

Известь применяется как составная часть для приготовления известковых кальциевых растворов совместно с каустической содой и защитными коллоидами. Известь поставляет ионы Ca^{2+} в буровой раствор и служит также для регулирования pH.

Комплексные фосфаты (полифосфаты) - это натриевые соли ортофосфорной кислоты: гексаметофосфат, пирофосфат, триполифосфат. Белые кристаллические порошки хорошо растворимые в воде. Добавка к глинистому раствору более 1-1,2 % их вызывает загустевание раствора. При меньших концентрациях они применяются как понизители вязкости. Полифосфаты способны эффективно пептизировать в водной среде глинистые агрегаты, и в то же время стабилизировать их, препятствуя обратному агрегированию и структурообразованию. В соответствии с этим полифосфаты, снижая предельное статическое напряжение сдвига, активно разжижают глинистые растворы. Обязательным при этом является соблюдение pH среды порядка 9.

Понизители вязкости

Понизители вязкости служат для регулирования реологических свойств промывочных жидкостей, что способствует их прокачиваемости, снижению гидравлического сопротивления в скважине, более полной очистки их от шлама.

Применение понизителей вязкости исключает необходимость разбавления глинистого раствора водой, которая обычно ухудшает фильтрационные и структурно-механические параметры глинистого раствора. К понизителям вязкости относятся конденсированные фенолы (ПФЛХ) и лигносульфонаты (игетан, окзил, ФХЛС, КССБ).

При введении в глинистый раствор реагенты адсорбируются на активных участках глинистых частиц; экранируют коагуляционно активные участки, предотвращая агрегирование глинистых частиц и ослабляют их структуру. В результате этого снижается вязкость и особенно интенсивно статическое напряжение сдвига.

Щелочь, входящая в состав реагентов, увеличивает емкость обмена, придавая мицеллам реагента развернутую конформацию, способствует стабилизации глинистых растворов.

ПФЛХ – полифенол лесохимический получают из фенольных экстрактов кислых вод методом конденсации. Готовый реагент представляет собой темно-коричневое твердое вещество.

ПФЛХ применяют в виде 5-10 % растворов в соотношении с щелочью от 1:0 до 1:0,5. Реагент проявляет себя как высокоэффективный понизитель вязкости пресных буровых растворов. Действие ПФЛХ оптимально при $\text{pH}=9-11$. Минимальные добавки, вызывающие разжижение глинистого раствора - 0,2-0,3 % (в пересчете на сухое вещество). При больших концентрациях ПФЛХ снижает водоотдачу до 0,5-3 см³.

Игетан – продукт омыления окисленного лигнина кальцинированной содой. Это твердое вещество темно-коричневого цвета хорошо растворимое в воде. Эффективное разжижение промывочных жидкостей различных плотностей и минерализации достигается вводом 0,2-0,5 % игетана.

В присутствии в промывочных жидкостях небольших количеств солей кальция и магния эффективность применения игетана значительно возрастает.

В пресных и слабоминерализованных промывочных жидкостях добавки до 2,0-2,5 % игетана, наряду с разжижением, обуславливают эффективное снижение водоотдачи.

Окзил. Представляет собой продукт, полученный при взаимодействии кальциевой СОБ с бихроматом калия или натрия в кислой среде, с последующей частичной нейтрализацией до $\text{pH}=3,5-4,5$. Реагент выпускается в жидком виде с содержанием сухого вещества 25-27 %. С помощью окзила можно регулировать вязкость и реологические свойства пресных, минерализованных, известковых, гипсовых, хлоркальциевых промывочных жидкостей. Реагент обладает достаточно высокой эмульгирующей способностью.

Добавление 0,5-1 % окзила (в расчете на сухое вещество) в неминерализованные промывочные жидкости понижает их водоотдачу. При химической обработке минерализованных промывочных жидкостей окзил применяют в различных комбинациях с другими реагентами (КМЦ, ССБ, гипаном и др.), что повышает эффективность их действия.

Оптимальные добавки окзила, обуславливающие эффективное разжижение глинистого раствора колеблются от десятых долей до 1 % (в расчете на сухое вещество) в зависимости от минерализации промывочной жидкости, содержания в ней твердой фазы и т. д.

Наибольшая эффективность окзила достигается при $\text{pH}=9-10$. ФХЛС (феррохромлигносульфонат) представляет собой полимер нерегулярного строения, в котором хром и железо находятся в трехвалентном состоянии и связаны в макромолекуле лигносульфоната в виде сложных комплексов.

ФХЛС представляет собой сыпучий порошок коричневого цвета, полностью растворимый в воде. Реагент выпускается Карабулакским химическим заводом (Средняя Азия).

Реагент вводится в циркулирующую промывочную жидкость в виде 30-40 %-го водного раствора или в виде порошка. Одновременно с ФХЛС в промывочную жидкость вводится каустическая сода в количествах, достаточных для поддержания pH в пределах 8,5-9,5. Обычно каустической соды требуется около 20 % от веса ФЛХС в расчете на сухое вещество. Порошкообразный ФХЛС является эффективным понизителем вязкости пресных и минерализованных промывочных жидкостей. Для пресных и среднеминерализованных (до 10-15 % NaCl) промывочных жидкостей ФХЛС является также понизителем водоотдачи. Промывочные жидкости, обработанные ФХЛС стабильны при попадании в них гипса, умеренных количеств соли, цемента.

Поверхностно-активные вещества (ПАВ)

Поверхностно-активные вещества (ПАВ) – это, понижающие поверхностное натяжение на границах раздела различных фаз: жидкость-газ, жидкость-жидкость, жидкость – твердое тело.

ПАВ, адсорбирующие на границе раздела фаз жидкость-газ, и, понижающие поверхностное натяжение в пограничном слое, относятся к группе пенообразователей. Они широко применяются для получения аэрированных промывочных жидкостей и борьбе с сальникообразованиями при бурении в обводненных породах с продувкой воздухом. ПАВ – пенообразователи: ПО-1, сульфонол, НП-1, сульфонол А и Б, азолят А и др.

ПАВ, понижающие поверхностное натяжение на границе раздела двух жидкостей, различных по своим физическим свойствам (например, вода-масло), составляют группу эмульгаторов-стабилизаторов эмульсий. В состав эмульсолов входят такие неионогенные ПАВ, как ОП-7, ОП-10. В качестве смазывающих добавок применяются коллоидные ПАВ: ОСГ, ВЖС, кожпастол, мылонафт, ОСЖК и др.

ПАВ, понижающие поверхностное натяжение на границе раздела жидкость-твердое тело и снижающее прочность твердого тела (горной породы), относятся к группе понизителей твердости горных пород: дисольван, превацелл, сульфонол и др.

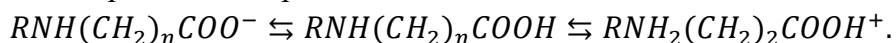
Проявление тех или иных свойств ПАВ, определяющих область их применения, их способность изменять свойства поверхности, на которой они адсорбируются, зависит от состава ПАВ, их молекулярного строения и физико-химических свойств среды.

ПАВ по своему составу делятся на четыре основных вида: 1) анионоактивные; 2) катионоактивные; 3) неионогенные; 4) амфотерные.

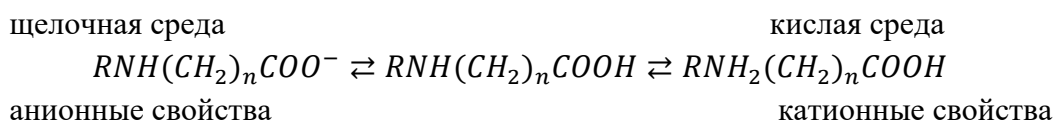
Анионоактивные ПАВ диссоциируют в водном растворе с образованием отрицательно заряженного органического иона и положительного иона металлического и металлоподобного характера, который обуславливает растворимость ПАВ. К числу анионоактивных ПАВ относятся сульфаты первичных и вторичных спиртов, алкилсульфонаты, сульфонаты и др. (например: ПО-1, ДС-РАС, сульфонол НП-1 и др.)
Схема диссоциации:



Катионоактивные вещества при диссоциации в воде образуют положительно заряженные поверхностно-активные ионы (катионы). К ним относятся катионы А, выравниватель А, карбозол О и др.



Амфотерные ПАВ содержат две функциональные группы, одна из которых имеет кислый, другая основной характер, например, карбоксильную и аминную группы. В зависимости от среды амфотерные соединения обладают анионоактивными либо катионоактивными свойствами:



Неионогенные ПАВ, растворяясь в воде, не образуют ионов. Растворимость их в воде определяется кислородосодержащими группами – эфирными и гидроксильными, которые образуют водородные связи с молекулами воды. Обычно это продукты

конденсации окиси этилена с полярными органическими веществами, содержащими подвижный атом водорода (ОП-4, ОП-7, ОП-10).

Анионоактивные ПАВ чувствительны к действию катионов поливалентных металлов, поэтому в минерализованных водах они выпадают в осадок.

Катионоактивные ПАВ обладают повышенной адсорбцией на глинистых частицах, вызывают резкую коагуляцию глинистых растворов. Поэтому их применение сопряжено с определенными трудностями.

Неионогенные ПАВ устойчивы к действию минерализованных вод и в большей степени способствуют смачиваемости породы водой, чем ионогенные ПАВ.

Контрольные вопросы

1. Принципы коллоидной, защиты,
2. Назовите реагенты-защитные коллоиды органического происхождения
3. Назовите реагенты-защитные коллоиды, полученные синтетическим путем.
4. Механизм действия реагентов-электролитов.
5. Назовите реагенты-электролиты и область их применения.
6. Механизм действия реагентов-понижителей вязкости.
7. Назовите реагенты-понижители вязкости и область их применения.
8. Что такое поверхностно-активное вещество (ПАВ)?
9. Классификация ПАВ по химическому составу.
10. Дайте общую характеристику каждой группе ПАВ.

Работа 1

Изучение контрольно- измерительной аппаратуры и определение структурно-механических параметров глинистых растворов

Цель работы: научить студентов самостоятельно измерять параметры глинистого раствора на контрольно-измерительной аппаратуре.

Оборудование и материалы для выполнения работы:

- 1) ареометр АГ-2;
- 2) вискозиметр СПВ-5;
- 3) вискозиметр ВСН-3;
- 4) прибор ВМ-6;
- 5) бланки с логарифмической шкалой;
- 6) фильтровальная бумага;
- 7) прибор СНС-2;
- 8) отстойник ОМ—2;
- 9) цилиндр ЦС-2;
- 10) секундомер;
- 11) кружки объемом 1-3 л.

Порядок выполнения

Изучить устройство приборов и методику измерения структурно-механических параметров.

Отобрав пробу глинистого раствора объемом 1 л, произвести измерение следующих параметров: 1) вязкости; 2) удельного веса; 3) водоотдачи; 4) содержания песка; 5) статического напряжения сдвига через 1 и 10 мин.

При этом условную и пластическую и эффективную вязкость следует определить 3 раза и рассчитать среднеарифметическую величину по уравнению:

$$\bar{T} = \frac{\sum T}{\eta} \quad (1)$$

где $\sum T$ - сумма результатов всех измерений; η - число измерений.

По уравнению:

$$\Delta = 3 \sqrt{\frac{\sum (T - T_i)^2}{\eta - 1}} \quad (2)$$

Сопоставляя полученное значение с каждым отклонением отдельного измерения от среднего арифметического, исключаем недоброкачественные измерения, для которых справедливо неравенство:

$$T_i - \bar{T} > \Delta \quad (3)$$

После исключения таких измерений вновь определяется среднее арифметическое по уравнению (1) и наибольшая ошибка отдельного наблюдения - по уравнению (2). Проверяется, все ли оставшиеся измерения являются доброкачественными, согласно неравенству (3). Определяем среднюю квадратичную ошибку средней арифметической величины:

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (T - T_i)^2}{n(n-1)}} = \frac{\Delta}{\sqrt{n}} \quad (4)$$

записываем полученный результат в виде

$$T = \bar{T} \pm \sigma_0$$

При этом вероятная ошибка среднего арифметического будет равна:

$$\tau_0 = 0,675 = \sigma_0$$

Водоотдачу промывочных жидкостей следует определить путем отсчета как промежуточных наблюдений через 1,2,3,4,5,10,15 и 20 минут, так и конечного результата за 30 минут. Следует обратить внимание на величину погрешности измерения, если

воспользоваться результатами наблюдений за первые пять минут и по ним с помощью бланков на логарифмической бумаге определить водоотдачу за 30 минут.

По уравнению:

$$p = \frac{\gamma_p - \gamma_t}{\gamma_r - \gamma_t} * \gamma_r \quad (5)$$

определить количество глины, содержащееся в глинистом растворе

Здесь p - количество глины в растворе, кг/л;

γ_p и γ_v - удельные веса соответственно раствора и воды, г/см³;

γ_r - удельный вес глины, г/см³.

Для определения γ_r следует взять образец глины небольших размеров; взвесить его и с помощью мензурки, заполненной машинным маслом или керосином, определить объем образца. Отношение веса образца к его объему даст величину удельного веса глины.

Результаты измерений всех пяти параметров глинистого раствора следует привести в конце отчета по лабораторной работе.

Работа № 2

Химическая обработка, глинистых растворов реагентами-понижителями водоотдачи

Цель работы: научить студентов производить химическую обработку глинистых растворов реагентами-стабилизаторами и давать оценку действия каждого реагента.

Оборудование и материалы для выполнения работы:

- 1) комплект приборов для измерения структурно-механических параметров;
- 2) лабораторные весы;
- 3) секундомер;
- 4) реагенты: УЩР, КМЦ, КССБ, гипан, К-4 и др. (не менее 3-х реагентов);
- 5) мерные цилиндры на 25 или 50 см;
- 6) бюретки на 10 мл;
- 7) кружки объемом 1-3 л.

Порядок выполнения работы.

Первоначально готовится углещелочной или торфощелочной реагенты. Для этого в один литр воды следует растворить 20, 40 или 60 г кальцинированной соды, а также добавить 150, 300 или 450 г порошка бурового угля или торфа (каждой бригаде студентов из 2-3 человек преподаватель уточняет рецептуру реагентов). Для ускорения реакции взаимодействия желательно воспользоваться теплой водой.

Перед обработкой глинистого раствора реагент размешивается примерно 30 минут.

Взяв пробу свежеприготовленного глинистого раствора 1,5 л, замерить его вязкость T , водоотдачу B , удельный вес γ , и статическое напряжение сдвига θ_1 и θ_{10} . Затем последовательно обрабатывать раствор углещелочным реагентом четыре раза в количестве 10 % объемных. После каждой обработки измерять водоотдачу раствора.

При определении объема ТЩР или УЩР, потребного для обработки раствора, учитывать изменение объема глинистого раствора, несмотря на то, что относительная концентрация вводимого реагента (10 %) не изменяется.

Результаты измерения водоотдачи при введении УЩР или ТЩР изобразить графически для следующих концентраций реагента 0; 10; 20; 30; 40 %. По оси абсцисс отложить концентрацию реагента, по оси ординат – водоотдачу.

При суммарной концентрации реагента в глинистом растворе 40 %, кроме водоотдачи произвести измерение удельного веса, вязкости и статического напряжения сдвига. Сопоставить начальные и конечные параметры глинистого раствора и обосновать их изменение. Для сравнения эффективности действия различных реагентов-понижителей водоотдачи следует воспользоваться более активными и универсальными реагентами КМЦ или ССБ и обработать свежеприготовленный глинистый раствор соответственно 0,5-1,0 % и 2-4 %. Сопоставить полученные результаты.

В виде выводов привести основные результаты работы.

Работа №3

Химическая обработка глинистых растворов реагентами–электролитами

Цель работы: научить студентов производить обработку глинистых растворов реагентами – электролитами и изучить действие каждого реагента на свойства глинистого раствора.

Оборудование и материалы на свойства глинистого раствора.

- 1) комплект приборов для измерения структурно-механических параметров глинистого раствора;
- 2) вискозиметр ВСН-3;
- 3) лабораторные весы;
- 4) секундомер;
- 5) реагенты: каустическая сода, кальцинированная сода, жидкое стекло, тринатрийфосфат;
- 6) бюретки на 10 мл;
- 7) мерные цилиндры на 25 мл;
- 8) кружки на 1-3л.

Порядок выполнения работы.

Производится измерение основных параметров свежеприготовленного глинистого раствора: вязкости условной, эффективной и пластической (T , $\eta_{\text{э}}$, $\eta_{\text{пл}}$), водоотдачи, удельного веса и статического напряжения сдвига.

Затем проба емкостью 1 литр последовательно обрабатывается каким-либо одним реагентом. Для кальцинированной соды Na_2CO_3 следует воспользоваться 1 % концентрацией. После введения 10 г соды 3 раза измерить вязкость (T , $\eta_{\text{э}}$, $\eta_{\text{пл}}$); затем после добавки еще одной порции 10 г повторно измеряется вязкость (T , $\eta_{\text{э}}$, $\eta_{\text{пл}}$). Так исследование проводится до введения 5 % Na_2CO_3 . В последнем случае измеряются и остальные параметры раствора.

Результаты измерений вязкости (T , $\eta_{\text{э}}$, $\eta_{\text{пл}}$) при различной концентрации реагентов изображаются графически. По оси абсцисс отложить концентрацию реагента, по оси ординат – вязкость (T , $\eta_{\text{э}}$, $\eta_{\text{пл}}$).

В случае обработки раствора каустической содой NaOH диапазон концентрации реагента следует применять таким: 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5 %.

Химическая обработка глинистого раствора может проводиться путем совместного введения двух реагентов, например, каустической соды NaOH и тринатрийфосфата Na_3PO_4 . При этом концентрация какого-либо одного из реагентов принимается постоянной (например, NaOH 2-4 %).

По результатам выполнения лабораторной работы сделать выводы относительно оптимальной концентрации реагентов. Дать обоснование полученному результату.

Работа №4

Приготовление и регулирование параметров естественных растворов

Естественные растворы на основе бурового шлама неглинистых пород могут быть получены из высокодисперсных частиц при достаточной их концентрации путем обработки суспензий поверхностно-активными веществами – стабилизаторами и реагентами-электролитами.

В лабораторных условиях для наработки потребного количества высокодисперсных частиц пород нужно использовать малогабаритную роторную мельницу.

Водные суспензии из неглинистых пород являются седиментационно неустойчивыми системами, в состоянии покоя они быстро расслаиваются на жидкую и твердую фазу.

Повысить устойчивость суспензий можно в основном за счет добавок реагентов-стабилизаторов и электролитов.

Поэтому выбор реагентов для регулирования свойств безглинистых растворов производится первоначально по исследованию их влияния на седиментационную устойчивость водных суспензий.

Оценка седиментационной устойчивости производится по объему выделившейся воды и частиц бурового шлама из суспензий за определенный промежуток времени.

Цель работы – научить студентов проводить стабилизацию водных суспензий из выбуренных пород и регулировать свойства естественных растворов.

Для проведения опыта необходимо иметь следующие приборы:

- 1) мерный цилиндр на 100 см³;
- 2) секундомер;
- 3) лабораторные весы с комплектом разновесов;
- 4) фарфоровую чашку с резиновым пестиком;
- 5) буровой шлам, просеянный через сито с диаметром отверстий 0,10 мм;
- 6) миллиметровую бумагу для графиков;
- 7) комплект приборов для замера параметров промывочной жидкости.

Порядок выполнения работы.

Для приготовления естественных растворов в лабораторных условиях необходимо взять навеску в 10 г сухих неглинистых пород с размерами частиц менее 0,1 мм. Навеску поместить в фарфоровую чашку, смочить водой и растереть резиновым пестиком в течение 5 минут.

Пробу перелить в градуированный стеклянный цилиндр объемом 100 см³ и долить водой до отметки 100 см³. Цилиндр плотно закрыть резиновой пробкой и в течение двух минут суспензию тщательно перемешивать путем встряхивания. Затем, поставив цилиндр на горизонтальную поверхность, включить секундомер.

Через каждую минуту брать отсчеты по мерному цилиндру: сверху – объем выделившейся воды (W) в см^3 , снизу – объем осевших грубодисперсных частиц (V) в см^3 .

Отсчеты проводить через 1 мин в течение 10 мин. По истечении 10 мин взять последний отсчет за 15 минут (с учетом 10 мин) и все результаты измерений занести в таблицу:

[illegible]

Результаты наблюдений представляют графически в виде зависимости объема осадка частиц горных пород в нижней части V и количества выделившейся воды в верхней части цилиндра W от времени t .

Каждой бригаде рекомендуется преподавателем какой-либо реагент-стабилизатор для работы (КМЦ, ССБ, УЩР). Оценить седиментационную устойчивость водных суспензий при добавке КМЦ в количестве 2,3 % и 5 %, ССБ – 5, 8 и 10 %, УЩР -10, 15, 20 %.

На основании анализа графиков выбрать оптимальную концентрацию реагента, при которой будут минимальными значения W и V .

Приготовить водную суспензию с 10 % - концентрацией бурового шлама в объеме 700 см³. Ввести в суспензию оптимальную концентрацию реагента – стабилизатора и определить все параметры – T , γ , B , K .

Полученные результаты измерений сопоставляются с параметрами глинистых растворов. Отмечаются отклонения величин различных параметров и целесообразные границы применения естественных растворов в разведочном бурении скважин.

Работа №5

Приготовление и регулирование параметров аэрированных жидкостей

Аэрированные жидкости – это трехфазные системы, в которых жидкая фаза насыщена пузырьками воздуха. Для облегчения процесса аэрации и повышения стабильности аэрированных жидкостей в них вводят поверхностно-активные вещества – пенообразователи (ПАВ).

ПАВ, адсорбируясь на границе раздела жидкой и газовой фазы, повышают дисперсность пузырьков воздуха и устойчивость аэрированного раствора.

Выбор ПАВ для приготовления и регулирования свойств аэрированного раствора производится первоначально по устойчивости и кратности пены с учетом жесткости воды и химического состава растворенных солей.

Устойчивость пены характеризуется временем выделения 50% воды от исходного объема раствора до аэрации.

Кратность пены характеризует пенообразующие свойства ПАВ и представляет отношение объема аэрированного раствора к исходному объему раствора ПАВ.

Цель работы – научить студентов производить оценку пенообразующей способности ПАВ и регулировать параметры аэрированных жидкостей.

Для проведения опыта нужно иметь следующие приборы и материалы:

- 1) химические реагенты: ПО-1, сульфонол и ССБ;
- 2) мерные цилиндры на 100 см³;
- 3) пипетки на 5 и 10 мл;
- 4) пропеллерная мешалка с мерным стаканом емкостью 1 л;
- 5) секундомер;
- 6) комплект приборов для замера параметров промывочной жидкостей;
- 7) кружки на 1 л.

Порядок проведения опыта следующий:

Приготовить растворы ПАВ в объеме 100 см³ с концентрациями реагентов:

- 1) ПО-1 или сульфонол – 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5%.
- 2) ССБ – 1,2,3,4,5%.

В мерный стакан мешалки залить раствор ПАВ заданной концентрации и перемешать в течение 30 секунд.

Затем выключить мешалку и определить объем аэрированного раствора. Разделив этот объем на 100, получают кратность пены.

Время, истекшее с момента выключения пропеллерной мешалки до момента, когда из раствора выделится 50 см³ жидкой фазы, является устойчивостью пены.

Результаты наблюдений представляются в виде таблицы:

Концентрация ПАВ, %	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
Объем пены, см ³					
Устойчивость пены, сек.					

На основании табличных данных построить графики, откладывая по оси абсцисс – концентрацию ПАВ в %, по оси ординат – устойчивость пены и ее кратность. Согласно графическим зависимостям выбирается оптимальная концентрация ПАВ в растворе.

В соответствии с выбранной концентрацией приготовить в объеме 1 л аэрированный раствор (по заданию преподавателя аэрируется глинистый или естественный раствор).

Затем определяются параметры полученного раствора: T , γ , B , K , θ_1 , θ_{10} . При этом, если с помощью стандартного ареометра удельный вес замерить не удастся, то это делается простым путем, взвешивая определенный объем раствора и деля полученный вес

на объем. Водоотдачу аэрированного раствора определяют вакуумным методом или с помощью модернизированного прибора ВМ-6М.

Полученные результаты исследований анализируют и дают оценку качества аэрированного раствора.

Работа №6

Приготовление и регулировании параметров утяжеленных промывочных жидкостей

Утяжеленные буровые растворы применяются для предотвращения водо-газо-нефтепроявлений и при бурении в соляных толщах для подавления пластического течения соли.

Чтобы предотвратить выбросы воды, нефти и газа из скважины, утяжеленный раствор должен обеспечивать такое гидростатическое давление, которое бы превышало давление в пласте на 10 %.

В качестве утяжелителей применяют инертные минеральные вещества с достаточно высоким удельным весом, от 2,5 до 7 г/см³: барит, железные руды (гематит и магнетит) и железные отходы (колошниковая пыль и пиритовые огарки), мел, доломит, известняк, концентраты свинцовых руд и т. д.

Утяжелители должны отвечать следующим требованиям: быть инертными веществами (не иметь химических примесей, ухудшающих свойства буровых растворов), обладать малой абразивностью, иметь достаточно высокую дисперсность частиц (число частиц в 1г - $350 \div 400 \times 10^8$ или средний эквивалентный диаметр частиц около 2,5 мк)

Такие утяжелители как мел, доломит и известняк позволяют утяжелить раствор до $\gamma = 1,7$ г/см³.

Железистые утяжелители обладают рядом недостатков: высокая абразивность, наличие агрессивных примесей: окислов железа, сульфидов и сульфатов, которые ухудшают свойства буровых растворов.

Наилучшими качествами и высокой утяжеляющей способностью обладают барит, который позволяет получать утяжеленные растворы с $\gamma = 2,2-2,4$ г/см³.

Цель работы – изучить студентов утяжелять глинистый раствор и производить регулирование его структурно-механических свойств.

Оборудование и материалы для выполнения работы:

- 1) комплект приборов для измерения параметров промывочных жидкостей;
- 2) секундомер;
- 3) лабораторные весы;
- 4) пикнометр;
- 5) реагенты: барит, гематит, мел;
- 6) кружки на 1л.

Выполнение работы

Для утяжеления необходимо приготовить качественный глинистый раствор с достаточно прочной структурой $\theta = 20 - 40$ мг/см² и $B = 10$ см³/30 мин.

Необходимо измерить все параметры исходного раствора.

Затем задается удельный вес, до которого нужно утяжелить глинистый раствор.

Расчетное количество утяжелителя в кг необходимое для утяжеления 1л раствора, определяется по следующей формуле:

$$P_{\text{ут}} = \frac{\gamma_{\text{ут}}(\gamma_{\text{ут.р.}} - \gamma_{\text{р}})}{\gamma_{\text{ут}} - \gamma_{\text{ут.р.}}}$$

где $\gamma_{\text{р}}$, $\gamma_{\text{ут.р.}}$ - удельный вес глинистого раствора до и после утяжеления в г/см³;

$\gamma_{\text{ут}}$ – удельный вес утяжелителя.

Расчетное количество утяжелителя взвешивается на аналитических весах и добавляется в глинистый раствор. Глинистый раствор с утяжелителем перемешиваются в лабораторной мешалке в течении 3-5 мин. Потом замеряется удельный вес и остальные параметры: T , γ , B , K , θ_1 , θ_{10} .

Для разных бригад студентов можно дать разные виды утяжелителей: мел, барит, гематит. Дать задание утяжелить глинистый раствор до одного и того же удельного веса.

Затем необходимо сравнить показания замеров параметров и оценить качество утяжелителя по величине его расхода и изменению свойств промывочной жидкости.

Оформление отчета

По каждой проведенной лабораторной работе составляется отчет, в котором приводятся схемы применяемых измерительных приборов (лабораторная работа №1), результаты химической обработки промывочных жидкостей различными реагентами (в виде графиков). Дается подробное описание механизма действия каждого реагента и выбор оптимальной концентрации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для получения промывочных жидкостей с заданными структурно-механическими параметрами для конкретных геолого-технических условий необходимо знать свойства и состав исходного сырья (глины, воды), применяемого для приготовления глинистого раствора.

В методических разработках приведен достаточно широкий ассортимент химических реагентов и дана полная их характеристика, которая позволит правильно производить выбор химических реагентов для повышения качества промывочных жидкостей с учетом свойств исходного сырья и геолого-технических условий бурения скважин.

Изложенная методика по оценке свойств различных видов промывочных жидкостей дает возможность научно обоснованно подходить к вопросам регулирования их структурно-механических параметров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Авидон В. П. Предварительные испытания глин в полевых условиях. М.: «Недра», 1968.
2. Зарипов С. З. Лабораторный контроль при бурении нефтяных и газовых скважин. М.: «Недра», 1977.
3. Кистер Э. Г. Химическая обработка буровых растворов. М., «Недра», 1972.
4. Овчаренко Ф. Д., Круглицкий Н. Н., Ничипоренко С. П. и др. Термосолеустойчивые промывочные жидкости на основе палыгорскита. М.: «Недра», 1970.
5. Городнов В. Д. Физико-химические методы предупреждения осложнения в бурении. М.: «Недра», 1977.



ФГБОУ ВО

«Уральский государственный горный университет»

Методические указания

по самостоятельной работе

по дисциплине

«Горизонтально-направленное бурение»

для студентов специальности

21.05.03 – Технология геологической разведки

Технология и техника разведки МПИ

Екатеринбург
2018

Технология бурения горизонтальных направленных скважин (ГНБ)

Общие положения метода бурения

По данным немецких источников метод заключается в управляемой системе гидробурения. Энергия, вырабатываемая с помощью силовой установки, передается сначала на гидравлическую систему (гидравлические двигатели, и насосы), а потом поступает на поршневые насосы для получения смеси воды с бентонитом (суспензии), которая используется для того, чтобы выбивать куски пород на пути бурения.

Экологически чистый бентонит придает струе шлама целый ряд необходимых для бурения (проходки) свойств. Одним из них является смазка штанг, режущего инструмента (буровые головки) и труб. Однако более важным является способность струи разрушать и поднимать вокруг себя частички грунта, держать их во взвешенном состоянии и выводить из скважины. Там его собирают и обезвреживают.

Буровой головкой можно управлять, контролируя направление струи из сопел, которые установлены под углом 15° к оси, буровой головки. Так как сила истечения суспензии из гидробурильной головки может быть направлена в одно из восьми направлений, то головкой можно управлять.

Благодаря поступательному движению штанг, скошенная бурильная головка прокладывает себе путь в грунте с помощью вымывания грунта струей промывки. Бурильная головка может продвигаться вперед и без регулировки, только благодаря вращению. Струя шлама удаляет с пути проходки частицы грунта во все стороны, образуя прямолинейный ствол скважины (см. рис. 1).

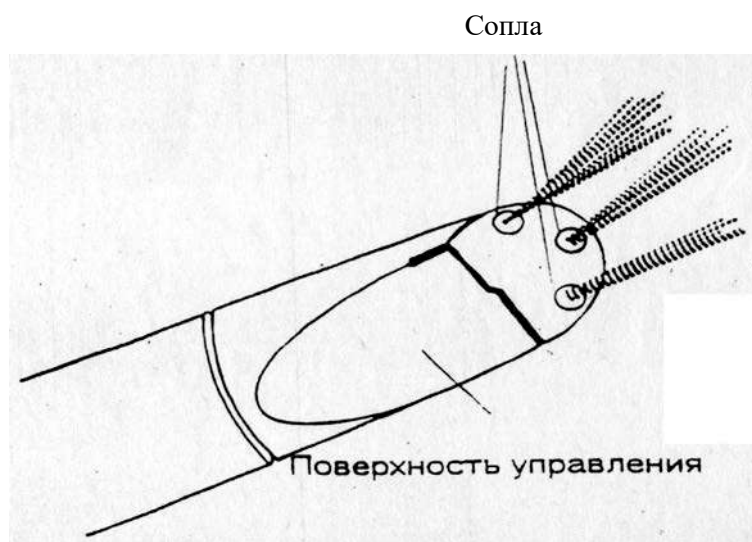


Рис. 1.

Технология бурения заключается в том, что для каждого типа грунта необходимо подобрать и выдерживать оптимальную комбинацию давления,

размера сопла, количества бентонита и вязкость суспензии, скорость прямого и обратного хода (перемещения бурильного вала).

Создаваемый при бурении, а затем расширении, диаметр скважины должен быть достаточно большим, чтобы пропускать через себя буровую головку, бурильную жидкость и части грунта, поднимаемые струей шлама.

Существуют 3 основных буровых параметра, которые должны быть выдержаны для бурения ГНБ:

- затраченное усилие;
- время соприкосновения с грунтом;
- расстояние проходки.

Эти переменные величины контролируются с помощью регулирования давления смеси, размеров сопла и скорости подачи и тяги (перемещения вала).

Рассмотрим каждую из этих величин и их влияние на технологию ГНБ.

Затраченное усилие

Усилие складывается из давления смеси в пределах от 0 до 100 бар и размера регулируемого сопла. Большой размер сопла создает более сильную струю, т.е. создаются условия для прохождения большего количества суспензии при низком давлении. Более сильная струя в состоянии создать и передать большее усилие. *Скорость потока в скважине должна составлять 0,5 м/сек.*

Время соприкосновения с грунтом

Время соприкосновения с грунтом пропорционально зависит от скорости подачи/тяги. Чем дольше струя будет воздействовать на определенную площадь, тем больше энергии поступает на нее.

Проходка

Проходка является результатом произведенного усилия и состава грунта. Сила давления струи естественно теряет свою энергию, удаляясь от сопла. Проходимые грунты могут быть мягкими, имеющими небольшое сопротивление, позволяющее проходить большие расстояния, а также такими, которые требуют большого давления, создаваемого в непосредственной близости от сопла. Поэтому, проходка определяется усилием и временем соприкосновения с грунтом.

Обратимся к вопросу использования параметров проходки и правильному формированию профиля скважины. Скважина должна быть достаточно широкой для прохождения буровой головки и отвода разрушенного грунта. Ошибки, возникающие при формировании недостаточного диаметра, вызывают «заглушки» или «подрезки». Под «подрезкой» понимается такое положение, при котором затрачивается на проходку большее усилие, чем необходимо.

Ни «подрезка», ни расширение скважины не дают нужного диаметра. Правильное использование всех параметров проходки зависит от знаний свойства грунта.

Первым шагом для формирования диаметра скважины является сбор информации о состоянии грунта на протяжении всей трассы скважины. Для этого следует использовать пробное бурение, разведочные скважины и пробы грунта при земляных работах. Скважина формируется только тогда правильно, когда вызванное давлением смеси усилие отбрасывает грунт на оптимальное расстояние от буровой головки. Скважина должна быть достаточно широкой для буровой головки и смеси бентонитовой суспензии с частицами грунта. Такая смесь называется «буровой массой». В идеальном случае это должно происходить при максимальной скорости подачи/тяги для поддержания высокой производительности.

Одновременно должен быть соответствующим и размер сопла, чтобы подавать нужное количество суспензии с целью удержания вымытого грунта во взвешенном состоянии и его вынос из скважины. Неправильное использование данных параметров происходит из-за неверного выбора давления суспензии, размера сопла и скорости подачи/тяги, что и вызывает сужение или расширение скважины и связанные с этим проблемы.

Сужение скважины является ошибкой, возникающей при невозможности выноса грунта вокруг буровой головки. Такое может случиться независимо от техники проходки, когда твердость грунта превышает возможность проходки. Сужение наступает также в случае, если затраченное усилие недостаточно для отвода грунта вокруг бурильной головки, чтобы и грунт и головка могли без препятствий двигаться.

Сужение сопровождается различными проблемами. Если, например, частицы грунта за буровой головкой не могут свободно протекать, то перед буровой головкой возникает препятствие – давление суспензии.

С увеличением удельного веса грунта увеличивается и давление суспензии, которое выдавливает смесь вверх. Давление, чуть более 1 бара на 1 кв.см. поднимает до 1 кг грунта. Давление же в 10 бар на площадь в 1 кв.м способно поднять 100 т.

Представьте себе, что буровой инструмент может создать давление в 10 бар. Уплотнительные свойства бентонита способствуют возникновению пузыря, который передает давление дальше. Проезжая часть дороги, места парковки и другие плотные поверхности могут быть приподняты. К ним относятся также и глинисты почвы. Даже плотно заросшие газоны, как это часто бывает на практике, можно приподнять.

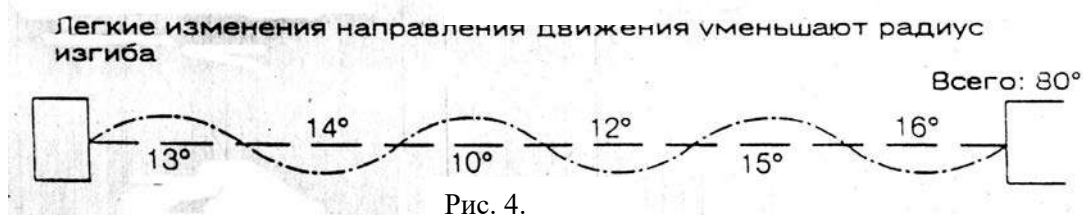
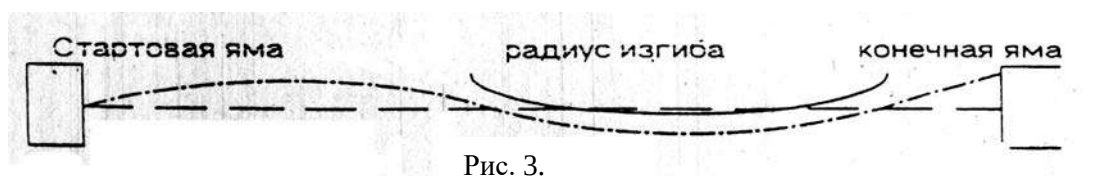
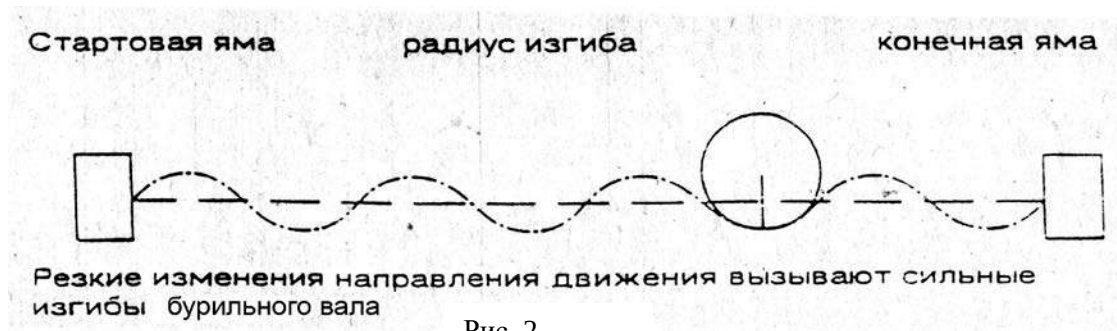
Если буровая масса может выходить на поверхность, то это вызывает проблемы с техникой безопасности и вызывает расходы на очистку территории. Такое явление называется «пузырение».

Другая важная проблема, которая возникает в связи с сужением скважины, вызвана неверными командами управления: «заглушка» легко возникает тогда, когда заданный режим бурения длится очень долго, так как буровой

инструмент проходит за время действия данной команды менее $1/3$ сечения скважины. Струя суспензии в непосредственной близости от буровой головки наиболее мощная. Из-за сцепления между буровой головкой и поверхностью стенок скважины буровая смесь не имеет выхода, а увеличивающееся давление создает вздутие поверхности.

Так как поверхность управления буровой головки тесно соприкасается со стенками при максимальном угле, то это определяет прямую зависимость скорости подачи команды и производительности бурения.

Резкие смены команд управления вызывают сильные нагрузки на буровой инструмент и буровые штанги, так как нарушаются оптимальные радиусы их изгиба. Быстрая подача одних команд вызывает обычно команды обратного действия, чтобы скорректировать первые. Это приводит к «зигзагообразному» движению, которое усиливает сопротивление движения буровых штанг, разработку скважины, увеличивает продолжительность движения головки и снижает точность проходки (см. рис. 2, 3, 4, 5). Все это вызывает снижение производительности буровых работ.



Команды, отдаваемые на короткое время, вызывают обвал скважины и другие проблемы. Точная локация и полное восприятие перемещений бурового инструмента снижает необходимость больших корректировок. Между корректировками перемещения головки необходимо включать вращение, чтобы сократить возникновение зон обвалов.

Расширение скважины происходит тогда, когда затрачено очень большое усилие, вызванное неправильным выбором величины давления суспензии, размером сопла и скорости подачи/тяги при определенных характеристиках грунта.

При расширении скважины резко увеличивается «буровая масса». Так, скважина диаметром 65 мм имеет площадь сечения 34 кв.см, а диаметром 100 мм – свыше 78,5 кв.см, поэтому количество выводимой массы более чем удваивается.

Если расширение скважины сопровождается чрезмерным давлением и маленьким размером сопла, то это означает, что количество суспензии недостаточно для поддержания вымытого грунта во взвешенном состоянии и его вывода из скважины. Грунт, который не выводится из скважины, может вызывать затруднения в управлении головкой и ее отклонении от заданного направления. Слишком «тяжелый» поток выводимого грунта часто становится причиной «закупорки». Слишком большое расширение скважины приводит к тому, что буровая головка полностью перестает слушать команды, потому что управляемая поверхность буровой головки не соприкасается со стенками скважины.

Вес бурового инструмента и буровых штанг вызывает еще и силу, которая направлена вниз и увлекает туда и буровую головку.

Мы говорили о сужении и расширении скважины. Рассмотрим, как это влияет на процесс работ по расширению скважины пилотного бурения. Например, если мы хотим пробурить скважину диаметром 225 мм, а вместо этого получили расширение в 255 мм, то разбуриваемая площадь увеличивается с 397 кв.см до 510 кв.см и при расходе 75 литров в минуту невозможно вынести шлам. Сила тяги на протягиваемую трубу возрастает, а суспензии для достаточной смазки не хватает, поэтому снижается скорость подачи трубы.

Ситуацию усугубляет также **длительное время соприкосновения с грунтом** (время проходки относительно определенного расстояния), которое еще больше увеличивает площадь проходимого сечения, тем самым удваивая объем разбуриваемого грунта. Это может привести к превышению допустимых значений прочности протягиваемой трубы.

Особенно трудное расширение в длинной скважине является причиной обвалов, которые, в свою очередь, приводят к оседанию поверхности земли над ней. Это особенно опасно при работе под проезжей частью дорог.

Расширение при протягивании труб происходит потому, что скорость тяги не снижают настолько, чтобы усилие было направлено только на проходку скважины перед расширяющей головкой. Буровая установка имеет высокую мощность тяги по сравнению с относительно более низкой мощностью силы

бурения (силы продавливания). Так, для расширения скважины с 65 мм до 225 мм необходимо вывести из скважины грунта в 11 раз большего объема.

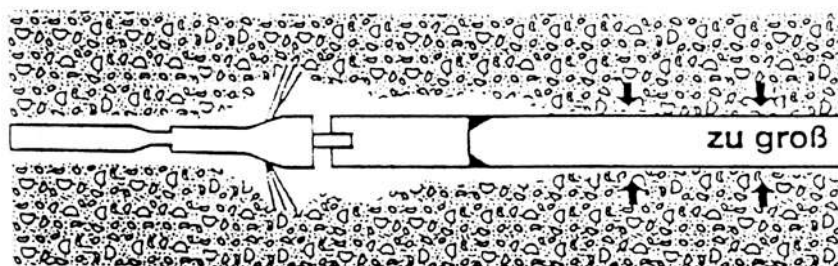


Рис. 6. Неправильное (зауженное) получение свободного пространства

Слишком малое расширение приводит к соприкосновению поверхности расширительной насадки со стенками скважины и сцеплению с ними. Поступательное движение головки вдавливают грунт, а не выводят его вокруг расширительной головки в уже пробуренную скважину. Расширительная головка работает как скребок, в результате чего повышается сила тяги трубы. Выбуренная масса грунта быстро распределяется, создавая при этом давление, направленное в их сторону. Если при этом предел прочности растяжения трубы еще не достигнут, то работу в таком режиме можно будет продолжить, откорректировав параметры проходки и снизив давление на стенки с помощью промывки.

Особенно мощное расширение происходит в том случае, когда рабочая поверхность расширительной головки в плотных грунтах полностью соприкасается со стенками скважины, что приводит к тому, что расширяющая головка уплотняет поверхность стенок скважины вместо того, чтобы выводить грунт. При этом уплотненный грунт обваливается и практически запирает канал. Давление «буровых масс» усиливается, и они начинают выходить на поверхность и вспучивать жесткие покрытия. Сопла расширительной головки вкачивают суспензию в грунт вместо того, чтобы уплотнять стенки; они обваливаются на протягиваемую трубу.

Хотя увеличивающаяся сила тяги имеет достаточно времени, чтобы замедлить движение расширяющей головки и скорректировать условия расширения скважины, спасти работу практически невозможно. Несмазанная, свалившаяся порода стопорит движение трубы. Дальнейшие попытки приводят лишь к превышению допустимых нагрузок.

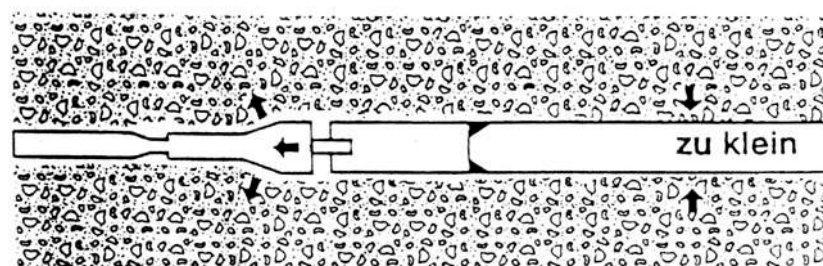


Рис. 7. Слишком малое свободное пространство при расширении

«Резьбовая» поверхность стенок скважины возникает при чрезмерной интенсивности работы в режиме расширения. Сопла вращающейся расширительной головки, оставляют на стенках скважины следы, которые возникают в результате или слишком малого времени соприкосновения головки со стенками, или же расстояние проходки для одного или нескольких сопел чрезмерно большое.

Эти следы на стенках скважины ослабляют прочность стенок, увеличивают зоны рыхлости и обвала. Радикальное смещение сопел на буровой и расширительной головках приводит иногда к изменению ситуации.

Теперь, когда мы получили представление о расширении и сужении канала бурения, а также сопутствующих проблем, следует поставить вопрос – каким образом можно все это предотвратить? Для этого необходимо соблюдать параметры проходки, размеры сопла, скорость подачи и тяги, а также учитывать свойство грунтов. **Следите за перепадами давления. Это единственная рекомендация для достижения успеха.**

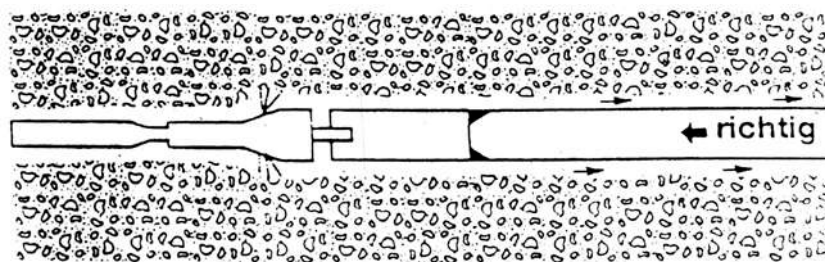


Рис. 8. Правильно полученное свободное пространство при расширении

Слишком малый поток выходящей из скважины породы к стартовой или конечной яме является признаком обвала в результате сужения или расширения канала.

Постоянный поток бентонита вперед или назад дает максимальную гарантию хорошего бурения.

Перепад давлений является самым точным и постоянным признаком процесса бурения. Для ввода в грунт буровых штанг и протягивания труб в хорошо смазанную и сформированную скважину требуется незначительное усилие. Следите при этом и за перепадом давления.

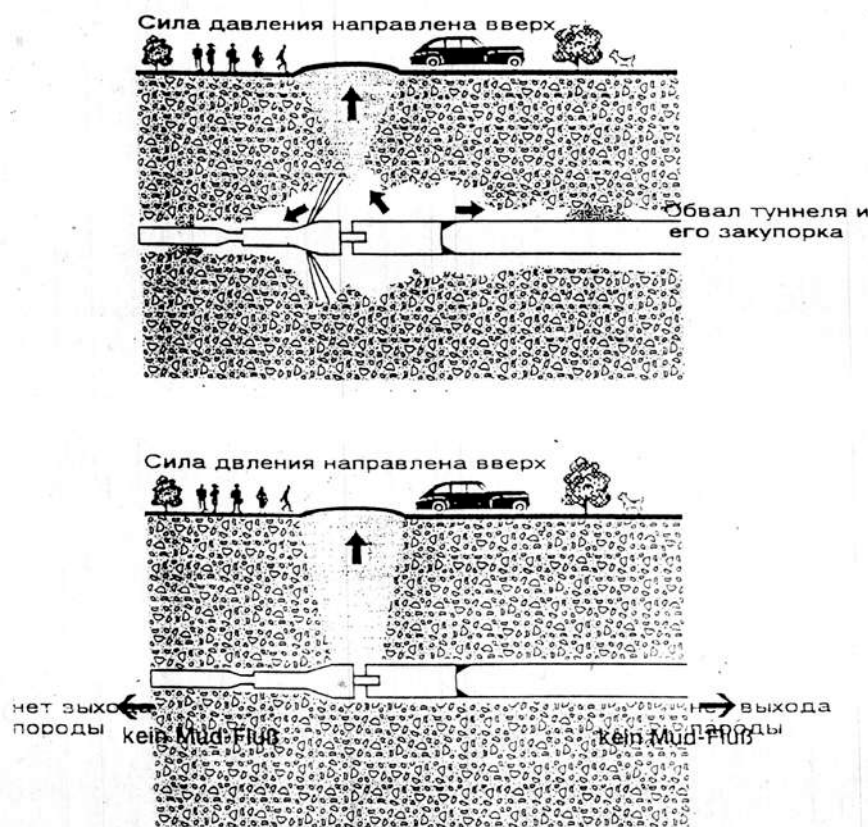


Рис. 9. Слишком маленькое свободное пространство при расширении канала туннеля

Что такое перепад давлений?

Под перепадом давления понимаются сравнительные показания манометра силы подачи и силы тяги. Разница в показаниях давления отражает рабочую мощность мотора или масляного насоса. Максимальная разница в 130 бар при втягивании трубы возможна, хотя действительная мощность подачи составляет всего 70 бар. Это значение соответствует действительной силе тяги в 65 кН при давлении 200 бар.

Если гидромоторы работают без нагрузки, то возникает незначительный перепад давлений. При рабочем усилии в 60-80 бар в режиме проталкивания и протяжки труб практически всегда формируется канал бурения.

Если продвижение прекращается из-за появившихся **камней** или **других препятствий** в грунте, то сила толкающего давления увеличивается, так как масляный насос работает на полную мощность.

Вращение головки вызывает лишь незначительные перепады давления, так как при вращении прорезается только сечение скважины.

Перепады давления, вызываемые **сменой команд** управления, не должны превышать разницу давлений при вращении, более **чем на 40 бар**. Перепад давления менее 40 бар является идеальной предпосылкой для прокладки скважины нужного диаметра.

Очень малый перепад давления или его полное отсутствие **однозначно указывает** на опасность резкого расширения. Если процесс расширения продолжается более нескольких метров, то этот отрезок туннеля может обвалиться.

Если отрезок туннеля, подверженного расширению или сужению, составляет более одной/двух буровых штанг, то на лицо аварийная ситуация. Корректировка параметров проходки в данном случае не даст существенных результатов.

Тенденция к сужению скважины в процессе расширения канала учитывается конструкцией рабочих инструментов. Усилие, требующееся для обратного хода, соотносится к буровому усилию как 2:1 и создает перегрузку для всех элементов, находящихся в скважине.

Такое соотношение усилий можно не учитывать, если пилотный канал будет расширен расширительной головкой, а сужение происходит от того, что обратное движение инструмента шло быстрее, чем вывод породы.

Только при учете различных факторов можно достигнуть правильного формирования скважины.

Таким образом, существуют многие признаки правильной и неправильной проходки, которые позволяют изменять параметры прокладки скважины для получения хороших результатов.

Рекомендуется следующий выбор буровых головок и сопел в зависимости от типа грунта.

Таблица 1

Тип буровой головки (сопла)	Тип грунта			
	мягкий	песок	средней плотности	плотный
Буровая головка Грундодрилл ДЖЕТ 100-210	–	–	X	X
Разрушающая буровая головка ДЖЕТ 00-215	–	X	X	–
Малые сопла от 1,0 ÷ 1,5 мм и от 1,5 ÷ 2,5 мм	–	–	X	X
Большие сопла от 2,3 до 3,0 мм	X	X	–	–

Расширительные насадки фирмы «Тракто-Техник» могут быть использованы для грунтов класса 1-5. Они должны иметь как минимум 40 мм свободного пространства.

Разработка ГНБ начиналась первоначально с простого метода технологии бестраншейного способа проходки скважин – **метода «прокола»**, т.е. образования скважины за счет уплотнения массива грунта. Необходимое для прокола усилие (обычно 150-2000 кН) прямо пропорционально квадрату радиусов сечения скважины, т.е. этот метод относится к проходке скважин для труб малого диаметра. Важнейшее значение имеет свойство грунта (пористость и коэффициент трения стали о породу), а также длина скважины и масса труб.

Различают «механический» прокол, гидропрокол (имеется гидронасадка) и вибропрокол (используются вибромолоты, обеспечивающие продольно-направленные колебания).

Если при проколе грунт, вытесненный из скважины, попросту «вдавливается» в стенки скважины, то при продавливании он, подобно керну при колонковом бурении, поступает в снаряженную ножом трубу, что позволяет работать с трубами гораздо большего диаметра (до 2000, а отдельных случаях даже 3000 мм). Проталкивание, трубы, как и при проколе, осуществляется домкратами. Давление передается через наголовник сменными нажимными удлинительными патрубками, шомполами или зажимными хомутами. Труба (стальная или железобетонная) вдавливается циклически, путем попеременного переключения домкратов на прямой и обратный ход. Прилагаемое усилие до 3000 кН.

Возможно использование виброударных установок, гидроразмыва, комбинации гидромонитора, размывающего грунт, и шнека, его удаляющего.

Длина продавливания составляет обычно до 100 м. Скорость проходки при применении гидравлических домкратов - до 10-12 метров в смену. Работы могут вестись как с разрушением, так и без разрушения старой трубы.

Этот метод имеет ограничения по областям применения – наличие в разрезе скважины твердых горных пород или иных аналогичных препятствий.

Микротоннелирование можно считать своего рода симбиозом технологий горизонтального бурения и продавливания (конечно, очень далеко ушедшим от своих прародителей). Этот метод основан на строительстве тоннеля с помощью дистанционно управляемого проходческого щита, выдвигаемого из заранее подготовленной стартовой шахты. После завершения проходки (а она может вестись в прямолинейном или криволинейном направлении) его извлекают из приемной шахты.

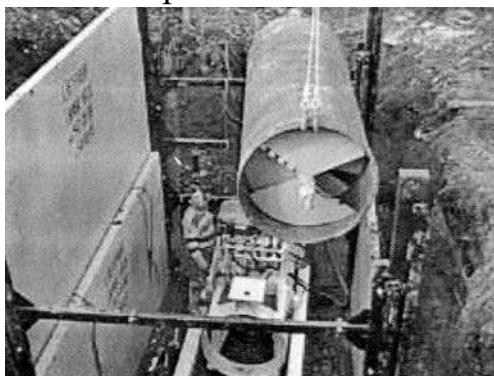


Рис. 10. Оборудование для микротоннелирования компании Herrenknecht AG.

Что означает приставка «микро»? Канадская фирма Lowat относит к этому классу технику для тоннелей диаметром до 1500 мм. В московском руководстве по применению микротоннелепроходческих комплексов и технологий микротоннелирования при строительстве подземных соору-

жений и прокладке коммуникаций закрытым способом сказано: «Микротоннелирование - процесс строительства подземного сооружения круглой формы поперечного сечения с диаметром от 200 до 2000 мм с использованием управляемых установок без присутствия людей в забое». Впрочем, иногда к микротоннелям относят тоннели диаметром 3000 мм.

От продавливания микротоннелирование отличается большей длиной проходки (до 500 м, а при необходимости до нескольких километров), скоростью и точностью (независимо от длины трассы она контролируется компьютерным комплексом с применением системы лазерного ведения). А кроме того, минимизацией затрат и материальных ресурсов. Импульс ускоренному развитию этой технологии в России дало не только появление эффективной техники (Lovat, Robbins, Herrenknecht AG), но и приход в нее квалифицированных специалистов из свернувших свою работу в середине 90-х годов метростроев.

С помощью микротоннелирования можно «пробиться» через грунты любой категории - от неустойчивых суглинков и водоносных песков до скальных пород, работать в смешанном забое, не бояться появления в грунтовой массе по трассе крупнообломочных включений, валунов, гальки и щебня.

Для прокладки микротоннелированием используются самые разные трубы: полимербетонные, железобетонные, керамические, стеклопластиковые, асбестоцементные.

Разработана линейка (ряд) установок для данной технологии, например «ТТ-Ground bur st», установки шнекового бурения «60-1200 G2, «P40» и «P80» зарубежного производства и «ИП-4610», «СО-166» – отечественного. Наибольшего успеха достигла Германия, которая выпустила более 11 типов установок и Швейцария – 26 установок.

Основные требования организации и технологии работ

С начала 2001 г. в России распространение получила технология бестраншейной прокладки трубопроводов методом горизонтального направленного бурения (ГНБ), которая позволяет осуществлять прокладку коммуникаций – трубопроводов и кабелей на большой глубине и большой протяженности.

Установка ГНБ позволяет осуществлять:

- бестраншейную прокладку трубопроводов в условиях, где нет возможности применять землеройную технику;
- прокладку трубопроводов под автомобильными дорогами и железнодорожными путями без разрушения дорожного полотна и насыпи; под или над подземными коммуникациями; под зданиями и сооружениями ниже их фундаментов; под дном небольших водных преград.

Основными факторами, ограничивающими возможности применения технологии ГНБ являются: крупнообломочные грунты, грунты с включением

валунов и гальки, грунты песчаные, глинистые и гравелистые (с содержанием гравия более 30%); невозможна прокладка трубопроводов в плывунах (при коэффициенте текучести грунта >1) из-за невозможности создания стабильного бурового канала; затруднена прокладка трубопроводов в **рыхлых** песках (при коэффициенте пористости $> 0,7$) из-за сложности создания прочных стенок скважины.

Основными производителями установок ГНБ являются компании Vermeer, Ditch Witch, Robbins Tracto-Technik, Straightline, American Augers, Case и др.

Классификация установок ГНБ по тяговым усилиям и основным техническим характеристикам типовых представителей установок различных компаний-производителей приведены в табл.4.8.

Между тяговым усилием установок ГНБ, длиной скважины и диаметром прокладываемого в буровой канал трубопровода имеется жесткая взаимосвязь, изображенная на рис. 11. Пользуясь данными графика рис. 12 и табл. 2 можно быстро и точно определить тип (модель) требуемой установки ГНБ.

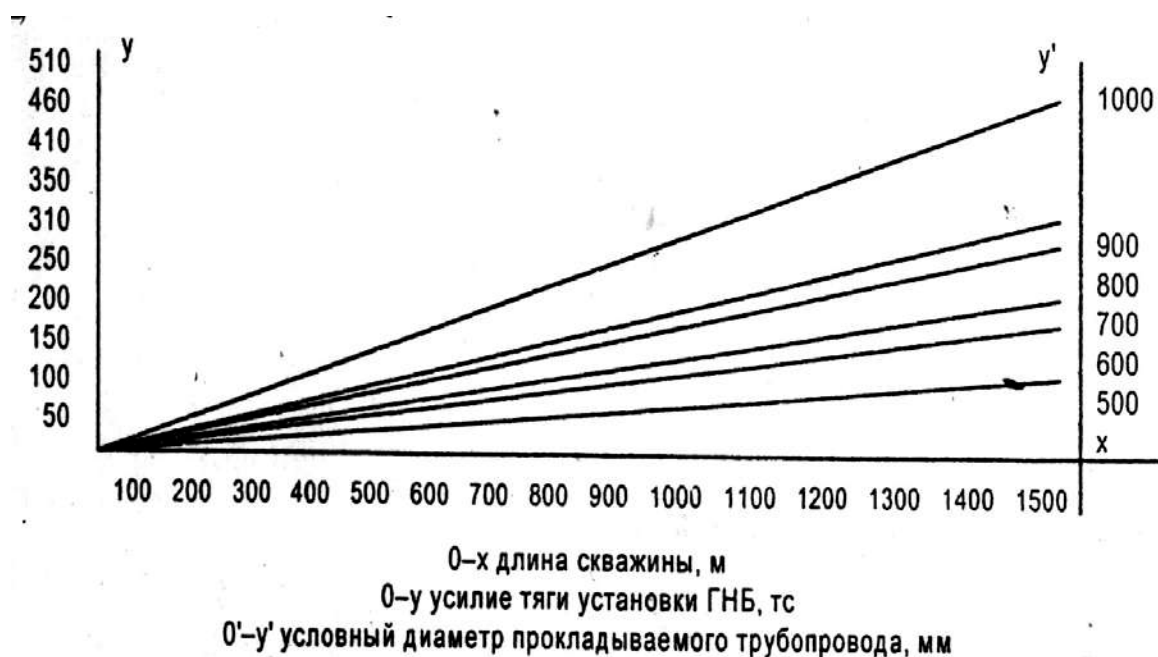


Рис. 11.

Технологический процесс бурения и прокладки инженерных коммуникаций по технологии ГНБ состоит из следующих этапов:

- планирование и расчет траектории бурения, организация места работ;
- пилотное бурение;
- расширение пилот-скважины и протягивание трубопровода.

Подготовительные работы

После перевозки установки ГНБ и сопутствующего технологического оборудования с базы механизации на объект производства работ, для выполнения буровых работ подготавливается площадка для размещения:

- буровой установки;
- генератора;
- контейнера для хранения строительных материалов;
- служебных помещений для персонала;
- приводного блока;
- подставки для хранения буровых штанг и т.д.

Производится отрывка котлована для бурового входа и котлована для временного хранения использованной буровой смеси.

Принципиальная схема размещения установки ГНБ на площадке приведена на рисунке.

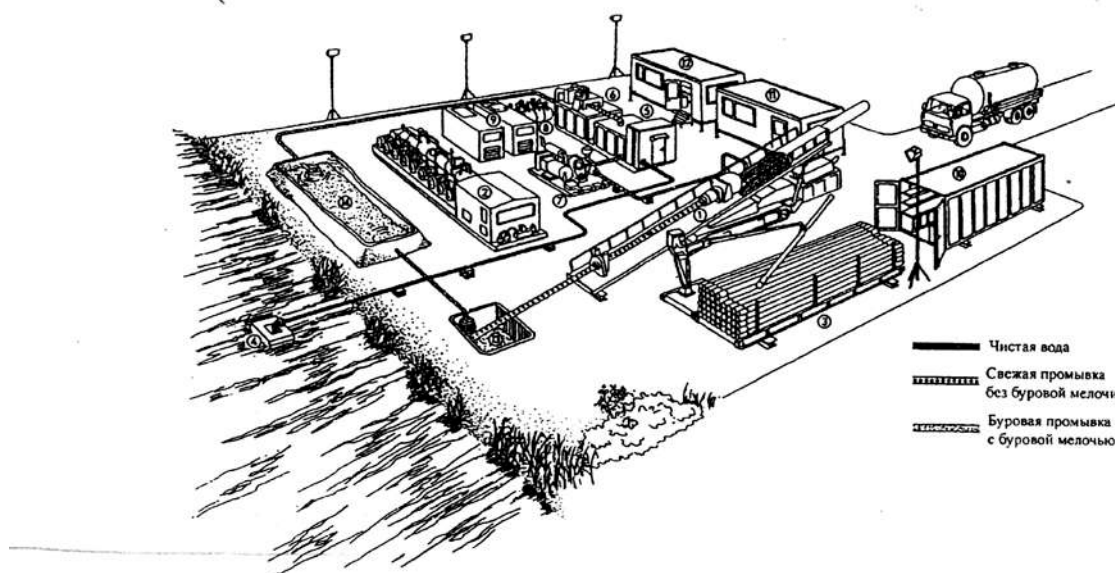


Схема размещения установки ГНБ на строительной площадке

1. Буровая установка ГНБ
2. Пульт управления (приводной блок)
3. Склад буровых штанг
4. Водяной насос
5. Промывочный блок
6. Резервуар для приготовления буровой смеси
7. Промывочный блок

8. Генераторы
10. Контейнеры для материала
- 11, 12. Служебные и бытовые помещения
13. Буровой вход
14. Котлован для временного хранения использованной промывки

Рис. 12

Установка ГНБ устанавливается в точке бурения, закрепляется анкерными стойками и фиксируется упорными устройствами, рассчитанными на двойное тяговое усилие, которое может развить установка.

Место производства буровых работ следует огородить. Ширина ограждения должна составлять не менее 1,5 м.

Прокладка подземных коммуникаций по технологии ГНБ осуществляется в следующие этапы.

Подготовительный этап

Планирование и расчет траектории бурения скважины

Перед началом работ тщательно изучаются свойства грунта (это влияет на выбор инструмента и состав буровой жидкости); выясняется дислокация подземных коммуникаций (может быть выборочное зондирование грунтов, а, при необходимости, шурфление особо сложных пересечений трассы бурения с существующими коммуникациями); оформляются соответствующие разрешения и согласования; рассчитывается траектория бурения (углы входа и выхода бура по отношению к поверхности земли с учетом допустимых радиусов кривизны плети штанг).

Организация места работ

Непосредственно бурению предшествуют доставка, выгрузка, позиционирование на местности и фиксация установки ГНБ. Настраивается сигнализация предупреждения подземного столкновения с находящимися под напряжением электрическими сетями. Подготавливаются к работе двигателя установки и миксеры для приготовления раствора, приготавливается водно-бентонитовая суспензия.

Бурение пилот-скважины

Бурение пилотной скважины – особо ответственный этап работ в горизонтально направленном бурении, от которого зависит конечный результат. Оно осуществляется при помощи буровой головки со скосом в передней части и встроенным излучателем.

Контроль за местоположением буровой головки в процессе бурения осуществляется с помощью приемного устройства локатора, который принимает и обрабатывает сигналы встроенного в корпус буровой головки передатчика.

Схема бурения пилотной скважины приведена на рис. 13.

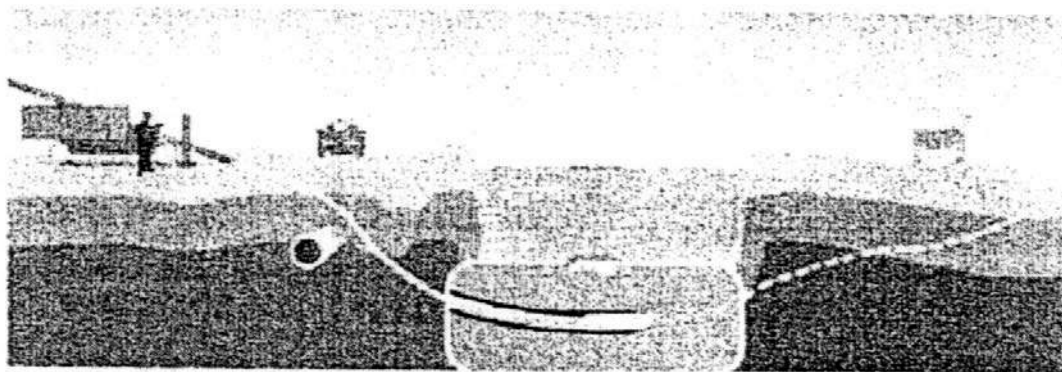


Рис. 13

Буровая головка соединена с гибкой приводной штангой, что позволяет управлять процессом бурения пилотной скважины и обходить выявленные препятствия в любом направлении в пределах естественного изгиба приводной штанги. Буровая головка имеет отверстия для подачи специального бурового раствора, который закачивается в скважину и образует суспензию с размельченной породой.

На мониторе локатора отображается визуальная информация о местоположении, уклоне, азимуте буровой головки. Эта же информация отображается на дисплее оператора буровой установки. Эти данные являются определяющими для контроля соответствия траектории строящегося трубопровода проектному направлению и минимизируют риск излома рабочей штанги. При отклонении буровой головки от проектной траектории оператор останавливает вращение буровых штанг и устанавливает скос буровой головки в нужном положении. Затем осуществляется задавливание буровых штанг в нужном положении с целью коррекции траектории бурения. Бурение пилотной скважины завершается выходом буровой головки в заданной проектной точке.

Расширение скважины

Расширение скважины осуществляется после завершения пилотного бурения. При этом буровая головка отсоединяется от буровых штанг и вместо нее присоединяется расширитель обратного действия.

Схема расширения буровой скважины приведена на рисунке 14.

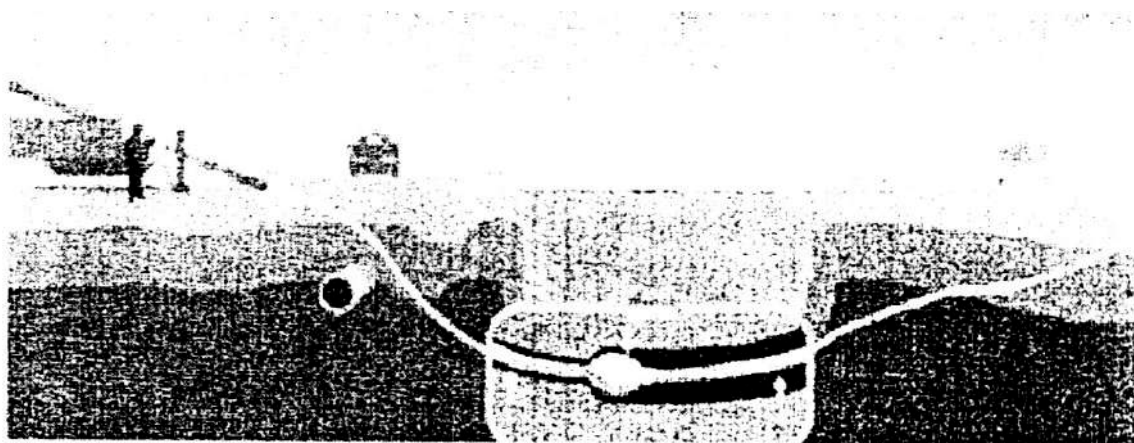


Рис. 14

Приложением тягового усилия с одновременным вращением расширитель протягивается через скважину в направлении буровой установки, расширяя пилотную скважину до необходимого для проталкивания трубопровода диаметра. Для обеспечения беспрепятственного протягивания трубопровода через расширенную скважину ее диаметр должен на 25-30% превышать диаметр трубопровода.

При благоприятных грунтовых условиях и относительно небольших расстояниях бурения расширение скважины возможно производить с одновременным затягиванием трубы по схеме приведенной на рисунке 15.

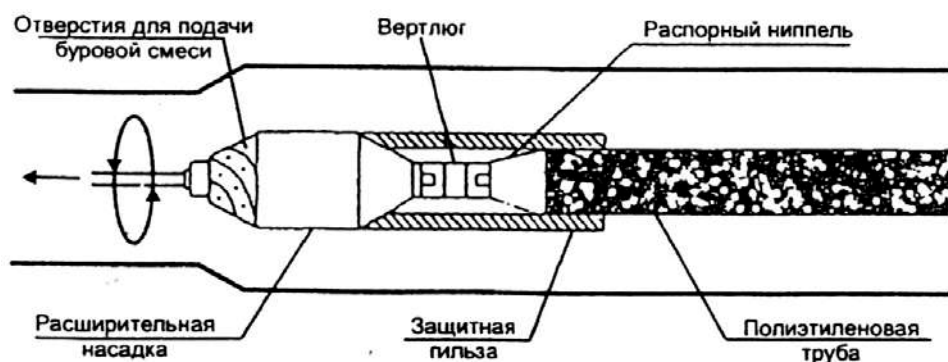


Рис. 15

Протягивание трубопровода

На противоположной от буровой установки стороне скважины располагается готовая плеть трубопровода. К переднему концу петли крепится оголовок с воспринимающим тяговое усилие вертлюгом.

Вертлюг вращается с буровой штангой и расширителем, и, в тоже время, не передает вращательное движение на трубопровод.

Таким образом, буровая установка затягивает в скважину плеть протягиваемого трубопровода.

Схема протаскивания трубопровода приведена на рисунке 16.



Рис. 16

Технология горизонтально направленного бурения уникальна тем, что позволяет изменять, при необходимости, направление прокладки, как в плане, так и в профиле, огибая на своем пути различные препятствия (действующие или брошенные подземные коммуникации или другие сооружения).

При протаскивании трубопровода с целью уменьшения силы трения рекомендуется использовать роликовые подставки. Схема протаскивания трубопровода в буровой канал без расширителя, приведена на рисунке.

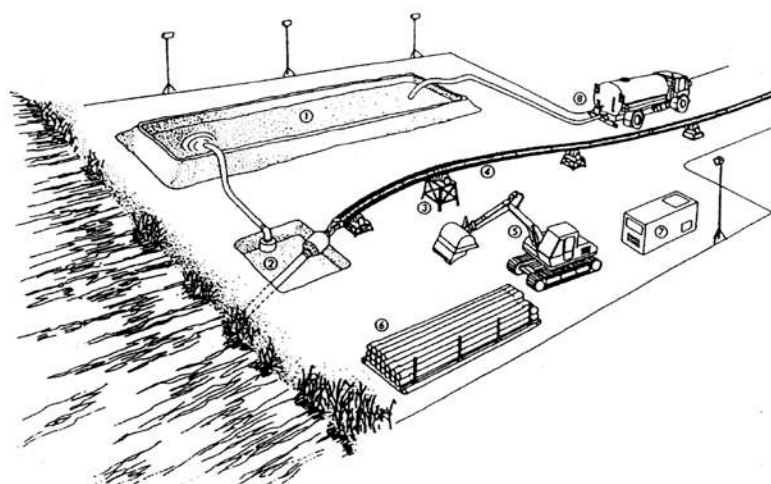


Схема протаскивания трубопровода в буровой канал без расширителя

1. Котлован для временного хранения использованной промывки 2. Буровой вход 3. Роликовая подставка 4. Трубопровод	5. Экскаватор 6. Склад буровых штанг 7. Генератор 8. Транспорт для подготовки

Рис. 17

Для оптимизации процесса бурения (управляемости буровой головки и условий протаскивания труб) определяются составы грунтов по трассе прокладываемого трубопровода, а затем назначаются необходимые режимы производства работ.

Рекомендуемые режимы приведены в табл. 2.

Таблица 2

Состав грунта	Вязкость, сек	Размер сопла, мм	Давление буровой смеси, атм.	Скорость, м/мин.		Наружный диаметр трубы, мм
				бурение	протаскивание	
Песок	100 100	2,3-3,0 2,3-3,0	40-60 40-60	2,0 1,2	1,5 1,5	до 160 до 225
Песок с грунт водами	140	3,0	20-50	1,5	0,86	до 160
Песок	140	3,0	20-50	0,86	0,86	до 225
Шлам	120	2,3-3,0	20-50	4	2	до 160
Шлам	120	2,3-3,0	20-50	1,2	1,2	до 225
Глина, песок	80	1,5-2,3	60-80	2,4	2	до 160
Глина, песок	80	1,5	60-80	3	2	до 225
Глина, шлам	60	1,5	60-80	3	2	до 160
Глина, шлам	60	1,5	60-80	1,5	1,5	до 225
Глина	30	1,0	80-100	2,4	1,5	до 160
Глина	30	1,0	80-100	1,5	1,5	до 225

Концентрация бентонита в буровой смеси

Назначение буровой смеси:

- создание прочных конструкций стенок бурового канала;
- охлаждение и смазка режущего инструмента и штанг;
- удаление грунта из буровой скважины;
- формирование прочных стенок пилотной скважины (бурового канала), предотвращающая их обвал от давления окружающего грунта;
- создание избыточного давления внутри пилотной скважины (бурового канала), что предотвращает просачивание фунтовых вод в буровой раствор;
- снижение усилий протягивания трубопровода.

Приготовление смеси производится, как в навесных емкостях, крепящихся непосредственно на установке ГНБ, так и в отдельно стоящих резервуарах с использованием воды, бентонита и различных добавок.

Обязательным условием бурения является применение буровой смеси в течение всего процесса бурения. Состав и концентрация бентонита в буровой смеси в зависимости от состава грунта приведены в таблице 3.

Таблица 3

Грунт	Основа смеси	Концентрация для применения, кг/м ³
Глина	Бентонитовый загуститель	20-35
Плотный песок	Бентонит	30-45
Слабый песок	Бентонит	20-30

Приготовление буровой смеси осуществляется добавлением бентонита или бентонитового загустителя на струйную мешалку.

Размешивание продолжается до получения однородной смеси, при приготовлении которой необходимо контролировать показатели плотности и содержания хлорида. Показатель pH не должен превышать 10, а содержание хлорида должно быть не более, чем 1000 мг/л.

Количество добавок для улучшения качества буровой смеси и ее рабочих параметров в зависимости от состава грунтов приведены в таблице 4.

Таблица 4

Грунты	Возможные сложности	Состав смеси	Замес, кг/1000 л
Песок с гравием, зернистый песок	Обвал канала, высокий момент вращения, отсутствие циркуляции	Бентонит Биополимер для увеличения плотности взвеси	40-60 1-3
Мелкий песок	Обвал канала, утечка смеси	Бентонит Биополимер для увеличения плотности взвеси	20-35 2-4
Смесь песка с глиной	Непрочность стенок канала	Бентонитовый загуститель Эмульсия для сгущения смеси	25-30 2-4

Сухая глина	Застревание штанг	Эмульсия для сгущения смеси Биополимер, регулирующий фильтрацию	3-4 2-5
Вязкая глина	Высокий момент вращения, за- сорение форсунок	Эмульсия для сгущения смеси Смачивающий состав	3-4 2-3

Скорость проходки в грунтах 1-2 группы

Данные фирмы VERMEER о скорости проходки в грунтах 1-2 группы горных пород для установки марки NAVIGATOR D 50×100 приведены в табл. 5.

Таблица 5

Диаметр расширителя, мм	Скорость проходки, м/ч
Пилотная скважина dnwl.=114	12,0-15,0
Расширитель d1 = 150	10,8-14,7
Расширитель d2 = 200	9,0-13,9
Расширитель d3 = 250	7,5-11,6
Расширитель d4 = 300	6,3-9,7
Расширитель d5= 350	5,25-8,1
Расширитель d6 = 400	4,4-6,8
Расширитель d7 = 450	3,7-5,7
Расширитель d8 = 500	3,0-4,8
Расширитель d9 = 550	2,5-4,0
Расширитель d10 = 600	2,0-3,3
Расширитель dn = 650	1,7-2,7
Расширитель d12 = 700	1,4-1,9
Расширитель d13 = 750	1,1-1,5
Расширитель d14 = 800	0,9-1,2
Расширитель d15 = 850	0,7-0,9
Расширитель d17 = 950	0,4-0,5
Расширитель d18 = 1000	0,3-0,4
Расширитель d16 = 900	0,5-0,7

Примечания:

1. При протаскивании трубопровода скорость последнего расширения принимается с коэффициентом 0,8;
2. Скорость бурения меняется в зависимости от категорий грунтов, материала и массы прокладываемого трубопровода;
3. Данные получены при бурении в грунтах 1-2 группы и прокладки полиэтиленовых трубопроводов длиной до 100 м.
4. При изменении условий рекомендуется применять следующие коэффициенты для:
 - стальных трубопроводов – 0,60;
 - водных преград – 0,80;
 - городских условий – 0,90;
 - особо стесненных условий – 0,85;
 - грунта 3 группы – 0,20
5. Очистка скважины может производиться неоднократно, в зависимости от параметров (доли примеси в грунтах) бурового раствора на выходе.

Контроль за бурением на поверхности

Траекторию направляющей скважины можно отслеживать с применением системы контроля на поверхности, которая позволяет определить место нахождения зонда в забое скважины посредством замеров ее фактического положения относительно сетки или пункта на поверхности (рис. 18).

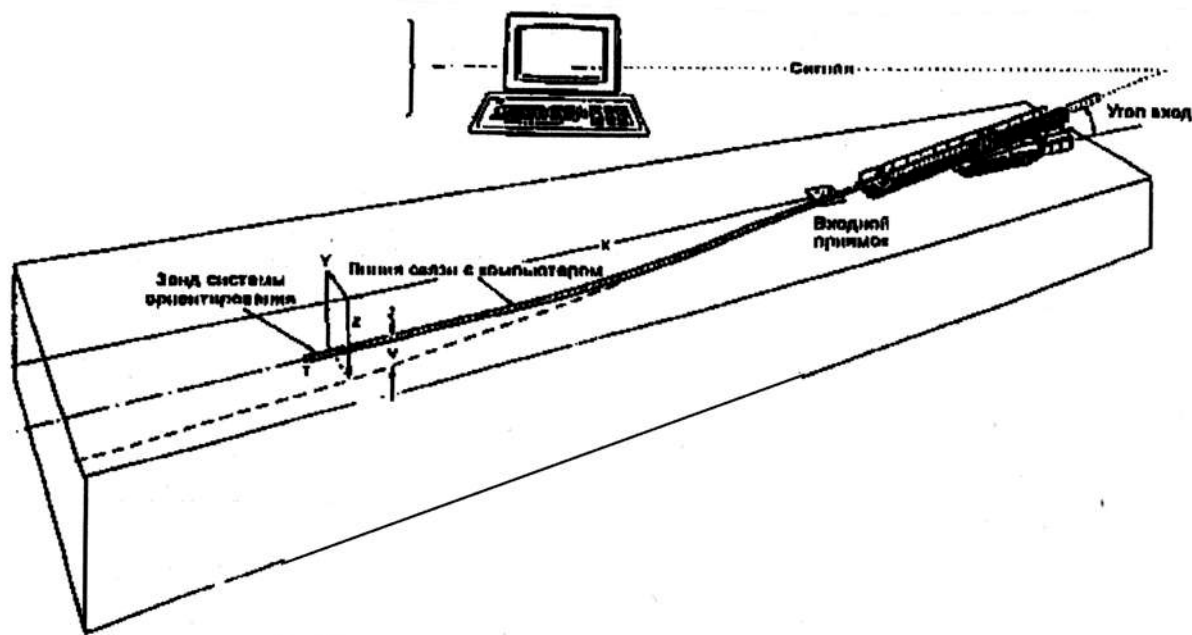


Рис. 18. Принципиальная схема системы ориентирования на поверхности:

Пробуренная часть скважины – Т.
Горизонтальная проекция – X.
Вертикальная проекция – Y.
Глубина скважины – Z .
Вероятное отклонение – V

Данные измерений, выполненных с помощью измерительного зонда, проходящему внутри колонны бурильных труб. Эти показания в совокупности с данными замеров искривления интервалов, пробуренных после каждого предыдущего измерения, используются для расчета горизонтальных и вертикальных координат точек вдоль оси направляющей скважины относительно начальной (на устье скважины). Результаты измерения азимута, определяемого относительно силовых линий магнитного поля Земли, чувствительны к действию забойного инструмента, бурильной колонны и магнитных полей соседних металлических сооружений. По этой причине зонд устанавливается в немагнитной буровой штанге и размещается таким образом, чтобы была обеспечена его достаточная изоляция от забойного инструмента и бурильной колонны.

На экране компьютера выводятся следующие данные:

– пробуренная длина скважины; горизонтальная длина;

- горизонтальное отклонение буровой головки от проектного створа;
- глубина расположения буровой головки от уровня установки компьютера.

Слежение за траекторией пилотной скважины во время бурения ведется путем считывания показаний приборов, проводимых через 9-10-метровые интервалы бурения. Эти показания используются для расчета горизонтальной и вертикальной координат скважинного зонда по мере его продвижения вдоль пионерной скважины.

Исходные данные скважинного обследования и результаты расчетов должны включать, наряду с другими возможными компонентами, следующие данные:

- длина ствола скважины (расстояние между двумя точками исследования скважины, измеренное вдоль траектории бурения);
- измеренное расстояние – общее расстояние от любой точки исследования скважины до входа в скважину, измеренное вдоль траектории бурения;
- уклон – угол отклонения скважинного зонда от вертикальной оси в конкретной точке исследования скважины; при этом вертикальное направление, ориентированное вниз, соответствует нулю градусов;
- азимут – угол, под которым расположена проекция скважинного зонда на горизонтальную плоскость в конкретной точке исследования скважины; при этом направление, ориентированное на северный магнитный полюс, соответствует нулю градусов.
- визирный пункт – горизонтальное расположение измеренной при исследовании точки скважины относительно установленной горизонтальной системы отсчета;
- высота – вертикальное расположение измеренной при исследовании скважины точки относительно установленной вертикальной системы отсчета;
- отклонение – расстояние от точки исследования скважины до предусмотренной проектом опорной линии; положительные значения указывают, что точка проведения скважинного обследования расположена вправо от опорной линии, а отрицательные значения указывают, что точка проведения скважинного обследования расположена влево от опорной линии.

Ниже перечислены дополнительные данные, которые следует регистрировать:

– расстояние от головки бура до зонда – расстояние от ведущего края головки бура до скважинного зонда;

– курс – азимут линии магнитного поля, относительно которой отсчитывается траектория бурения.

– отступ буровой установки – расстояние от впервые установленной на бурильную установку головки бура, измеренное от отмеченной нивелиром входной точки.

– длина комплекта забойного инструмента – длина комплекта забойного инструмента. Данные слежения на поверхности – координаты, измеренные системой.

Расчет координат забоя «i».

Существуют три метода, применяемых при бурении ГНБ: метод среднего угла; метод минимальной кривизны и метод усредненной касательной.

Уравнения, применяемые в этих трех методах, используются для расчета вертикальных и горизонтальных расстояний от точки входа, а также расстояния от опорной линии. Обозначения, применяемые в уравнениях, указаны на рис.8 и определяются следующим образом (рис. 19).

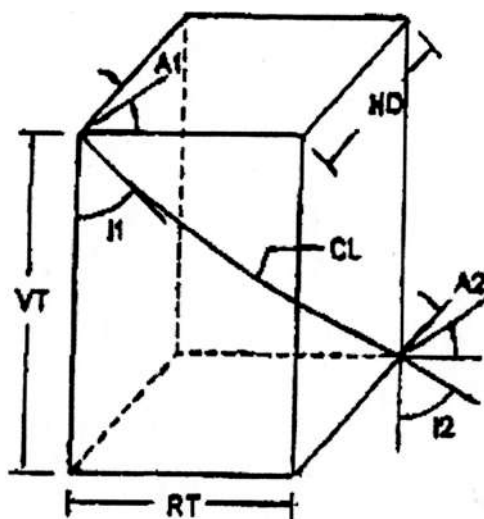


Рис. 19. Трехмерное изображение текущей и предыдущей точек замера:

CL – курсовая длина;

I1 – угол наклона в предыдущей точке замера;

I2 – угол наклона в текущей точке замера;

A1 – угол отклонения от курса в предыдущей точке замера;

A2 – угол отклонения от курса в текущей точке замера;

HD – расстояние по горизонтали между предыдущей и текущей точками замера;

RT – разность отклонений от опорной линии, замеренных в предыдущей и текущей точках замера;

VT – разность по вертикали между предыдущей и текущей точками замера.

Метод среднего угла – при этом используются средние значения предыдущего и текущего углов азимута и наклона, чтобы определить проекцию измеренного расстояния на траекторию, касательную к этому среднему углу.

Метод усредненной касательной – предполагается, что половина измеренного расстояния представляет собой касательную к проекциям углов наклона и азимута в текущей точке, а другая – касательную к проекциям углов наклона и азимута в предыдущей точке

Система контроля на поверхности TruTracker®. В ней применяется катушка, находящаяся в известной точке и служащая для наведения магнитного поля. Зонд определяет свое местоположение относительно наведенного магнитного поля и передает эту информацию на поверхность. Процесс схематично показан на рис. 20.

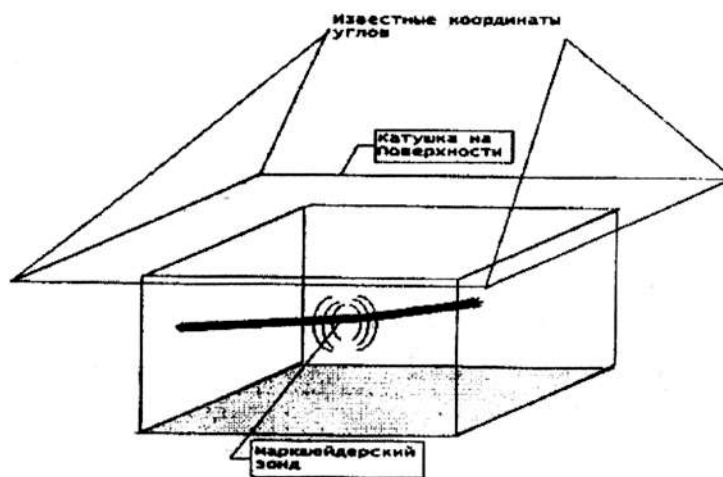


Рис. 20. Система поверхностного контроля TruTracker ®

До начала бурения катушка укладывается на поверхность грунта, и ее угловые точки точно привязываются к геодезической сетке. При выборе компоновки катушки необходимо учитывать следующее:

- позволяет обнаруживать забойный зонд в пределах ширины ЗН на глубине И;
- может иметь до 32 углов;
- не требуется точное ориентирование относительно заданной оси;
- не должна быть обязательно прямоугольной;
- провода должны быть натянуты прямо, как по горизонтали, так и по вертикали, от угла до угла.

Данные системы TruTracker® обычно являются более точными, чем значения, рассчитываемые по результатам замера углов наклона и азимута. При контроле данных необходимо учитывать следующие принципы:

- радиальный угол должен находиться в пределах $270 \pm 90^\circ$;
- рассогласование радиального угла должно представлять собой дробь, близкую к нулю; рассогласование радиальной напряженности должно представлять собой дробь, близкую к нулю; рассогласование осевой напряженности не должно превышать 10%.

Если катушку нельзя установить непосредственно над преодолеваемым препятствием (например, при сооружении перехода через крупную реку), следует применять расчетные значения. Однако для корректировки результатов измерения магнитного азимута можно применять данные катушек, размещенных на обоих берегах. Это способствует получению более точных расчетных значений направлений и позволит Подрядчику повысить точность управления пространственной ориентации зонда.

Основные виды осложнений при бурении ГНБ

Осложнения являются причиной аварий и снижают технико-экономические показатели бурения. Необходимо стремиться к предупреждению осложнений, так как на их ликвидацию требуется значительно больше времени и средств. Часто не устраненное вовремя осложнение углубляется или является причиной новых осложнений; поэтому очень важно предупреждать их и быстро ликвидировать.

Поглощение промывочной жидкости является широко распространенным видом осложнений, его интенсивность зависит от величины перепада давления на пласт от проницаемости горных пород и свойств промывочной жидкости. В большинстве случаев поглощение приурочено к проходке сильно трещиноватых и кавернозных карбонатных пород, галечниковых и песчаных отложений. Снижение уровня промывочной жидкости в скважине может привести к снижению противодавлению на слабоустойчивые породы и к их обрушению.

Обвалы стенок скважины возникают как в рыхлых, так и в скальных породах. В рыхлых породах поддержание стенок скважины в устойчивом состоянии достигается противодавлением столба промывочной жидкости на пласт. В глинистых породах возможно существенное снижение устойчивости за счет повышения влажности, вызванной контактом с раствором и проникновением фильтрата раствора. Об обвалах судят по возрастанию давления на буровых насосах, повышенному выносу обломков породы и шлама из скважины, возрастанию крутящего момента. Обвалы могут привести к прихвату инструмента. Процессы обвалообразования интенсифицируются во времени, поэтому важно вести бурение быстро, без задержек.

На буровой установке должен быть необходимый комплект специального ловильного инструмента. Ловильный инструмент предназначен для захвата и извлечения оставленных в скважине частей бурового снаряда, промывочных труб и других предметов.

Метчик - ловильный резьбонарезной инструмент с конической наружной нарезкой для соединения с внутренней поверхностью извлекаемых труб. На его рабочей поверхности профрезерованы продольные канавки, которые образуют режущую кромку, обращенную в сторону вращения метчика. Нарезка на верхней цилиндрической части метчика служит для соединения последнего с бурильными трубами.

Колокол – ловильный резьбонарезной инструмент с внутренней конической нарезкой для соединения с наружной поверхностью извлекаемых труб. Колокола рекомендуется применять при ловле утонченной части буровых труб; при соединении с трубой, имеющей клиновидный или спиральный излом, а также продольный разрыв; при устранении аварий, требующих расхаживания колонны и приложения больших крутящих моментов, т.е. когда снаряд прихвачен; при извлечении любых предметов цилиндрической формы (сплошных и пустотелых).

В зависимости от способа соединения с оставшейся частью, колокола подразделяются на резьбонарезные и гладкие; по конструктивному выполнению - с резьбой под направляющую воронку для облегчения ловильных работ в скважинах большого диаметра; с воронкой, изготовленной за одно целое с корпусом колокола; без направляющей воронки и резьбы под нее.

Колокола всех типов могут быть с правыми и левыми резьбами. Последние предназначены для развинчивания колонны и подъема ее по частям.

Труборезы – аварийные инструменты, служащие для отрезания труб в скважине с целью их извлечения. Они представляют собой сочетание режущего и захватывающего узлов, что позволяет за один раз произвести отрезание части трубы аварийной колонны, ее захват и извлечение на поверхность.

Мелкие предметы, попавшие в скважину, извлекаются с помощью паука, представляющего собой трубу, на нижнем конце, которой вырезают зубья высотой 150-200 мм. Мелкие стальные предметы удаляются из скважины магнитными ловушками, в корпусе которых помещены постоянные магниты.

Аварии, возникающие при бурении, могут быть обусловлены:

- геологическими причинами (обвалы стенок скважины в неустойчивых породах, закарстованность и трещиноватость пород, тектонические нарушения, встреча плывунов с большим напором и т.п.);
- небрежным отношением к уходу за оборудованием и выполнению правил, предупреждающих аварии;
- использованием неисправного или чрезмерно изношенного оборудования буровых и промывочных труб, инструментов и принадлежностей;
- нарушением правил технологии бурения, работой на режимах, не соответствующих характеру буримых пород и создающих недопустимые нагрузки на буровой инструмент и оборудование.

Во избежание аварий с бурильными трубами необходимо:

- осуществлять систематический осмотр буровых труб и своевременно выбраковывать имеющие дефекты или чрезмерный износ;
- вести учет продолжительности работы труб, не включать в колонну трубы различного качества;
- следить за состоянием резьбовых соединений.

Основные виды осложнений при бурении и меры по их предупреждению и ликвидации представлены в табл. 6.

Таблица 6

Вид осложнений	Горные породы	Причины возникновения осложнений	Проявление осложнений	Основные меры предупреждения и ликвидации осложнений
Поглощение промывочной жидкости	Трещиноватые закарстованные рыхлые со значительной пористостью и низкими статическими уровнями подземных вод. Зоны тектонических нарушений	Превышение давления столба промывочной жидкости над пластовым. При спуско-подъемных операциях и бурении имеют место гидродинамические воздействия промывочной жидкости на пласт что интенсифицирует процесс поглощения и может привести к гидравлическому разрыву пласта	Нарушение циркуляции промывочной жидкости, затяжки и прихваты инструмента, а также обрушение пород	Исключение или сведение к минимуму динамических условий при спуско-подъемных операциях. Уменьшение противодействия промывочной жидкости на пласт путем снижения плотности раствора. Использование буровых растворов с высокими кольматирующими свойствами, тампонажных растворов (в том числе быстро схватывающихся) и инертных наполнителей
Обвалы стенок скважины	Пески, супеси, суглинки, глинистые сланцы, аргиллиты. Трещиноватые полускарпальные породы (известняки, доломиты, гипсы и т.д.)	В результате действия горного давления вышележащих пород. Недостаточное гидростатическое давление промывочной жидкости на стенки скважины. Снижение прочности пород за счет увлажнения	Кавернообразование и обильный вынос шлама, резкое повышение давления в нагнетательной линии насосов, прихват бурового инструмента. При спуске инструмента не доходит до забоя	Применение промывочных жидкостей с минимальной водоотдачей и плотностью, обеспечивающих устойчивость пород; применение технологий, обеспечивающих минимальные затраты времени на бурение. Скорость выноса шлама должна быть $>0,8-1,0$ м/с. Не допускать длительного пребывания бурового инструмента без движения
Сужение ствола	Глины, глиняные сланцы, аргиллиты, соляные породы	Выдавливание породы в ствол скважины под действием горного давления или при недостаточном противодействии столба промывочной жидкости	Ползучесть породы и сужение ствола скважины, затяжки и прихват бурового инструмента	Применение утяжеленных растворов. Организация работ и применение технологий, обеспечивающие минимальные затраты времени на бурение

Образование желобов	Твердые глины, глинистые сланцы, аргиллиты и др.	Увеличение сил прижатия буровых труб к стенкам скважины на участках искривления стволов скважин. Значительное время бурения и частые спуско-подъемные операции	Затяжки и прихваты бурового инструмента, необходимость проработки ствола скважины	Использование компоновок бурового инструмента и технологии бурения, обеспечивающих заданное искривление ствола скважины. Бурение с максимальной проходкой на долото и высокими коммерческими скоростями
Образование сальников	Глинистые породы	Недостаточная выносная способность промывочной жидкости, а также применение растворов с большой водоотдачей и образованием на стенках скважины толстой глинистой корки	Повышение давления в нагнетательной линии насоса; рост крутящего момента при бурении; затяжки и прихваты бурового инструмента	Увеличение интенсивности промывки, использование турбулизаторов на бурильной колонне. Периодическое прорабатывание ствола скважины при высоких частотах вращения колонны. Применение раствора с малой водоотдачей, обработка полимерами
Образование грифонов	Закарстованные трещиноватые рыхлые со значительной пористостью	Инфильтрация бурового раствора в окружающий грунт, недостаточное заглубление скважины	Непреднамеренные прорывы бурового раствора с выходом на дневную поверхность	Увеличение заглубления скважины, пригрузка грунтом места прорыва раствора, тампонаж затрубного пространства.
Растворение	Соляные породы	Растворение пород, слагающих стенки скважины под воздействием промывочной жидкости	Интенсивное кавернообразование, обвалы вышележащих пород, некачественное цементирование обсадной колонны	Применение безводных промывочных жидкостей, а также жидкостей, обеспечивающих минимальное растворение породы (соляные растворы, водогипановые и др.). Использование обычных глинистых растворов допустимо для маломощных пластов с обязательной их последующей изоляцией

Под **аварией** подразумеваются нарушения технологического процесса бурения, требующие проведения специальных работ по их устранению. Процесс бурения скважин требует осуществления постоянного контроля за применяемыми техническими средствами и технологией бурения, чтобы исключить возможность аварии или свести ее к минимуму.

Основные виды аварий и способы их устранения приведены в таблице 7.

Таблица 7

Вид аварии	Причины возникновения	Методы ликвидации
Прихват инструмента при бурении	Обвал и осыпи стенок скважины, сужение ствола, образование желоба или сальников. Прижег долота.	Проработка ствола скважины с вращением, расхаживание колонны. Интенсивная промывка скважины. При отсутствии циркуляции – закачка жидкости под максимальным давлением. Применение гидравлических и вибромеханизмов, левого бурового инструмента и разбуривание оставшегося инструмента фрезерным долотом
Обрыв буровых труб, УБТ и замков	Применение труб изношенных, низкого качества и с дефектами. Отсутствие службы контроля состояния труб и замков. Высокие осевые нагрузки и частоты вращения. Навинчивание замков на трубы с малым моментом.	Соединение с оставшейся в скважине инструментом с помощью колокола, метчика или труболовки и извлечение инструмента из скважины
Отвинчивание или обрыв долота	Недостаточная затяжка долота, плохое качество резьб и недостаточный контроль их состояния.	Соединение с долотом через переводник, колокол или метчик. Возможно применение паука.
Поломка узлов и деталей долота	Использование долота с низким качеством изготовления или изношенного. Несоответствие типа долота проходным породам. Удар долота о забой, заклинивание долота. Неправильный выбор режимных параметров бурения.	Извлечение узлов и деталей долота пауком или магнитным фрезером. Если это невозможно, то необходимо цементирование забоя и разбуривание фрезерным долотом.
Прихват труб	Сужение ствола скважины, обвал пород. Длительная остановка при бурении	Интенсивная промывка скважины. Проработка ствола скважины с расхаживанием колонны. Извлечение при максимальных усилиях. Применение гидравлических и вибромеханизмов. Взрыв торпеды и детонирующего шнура в месте прихвата. Извлечение труб по частям или с применением труборезки
Обрыв труб	Недостаточная затяжка резьб. Низкое качество труб и элементов их соединений, недостаточный контроль за их состоянием.	Извлечение труб с помощью муфты или ниппеля, применение метчика или труболовки.
Отвинчивание труб	Плохое качество резьбы, не используются специальные смазки для резьб.	Замена изношенных промывочных труб. Повторное свинчивание резьбового соединения.

Оборудование и буровой инструмент

Ассортимент установок ГНБ Astec Underground покрывает весь спектр потребностей современного строительства. Установка DD-1100 превосходит миниатюрную DD-65 по массе в 35 раз (43 т против 1200 кг). Еще более разительна разница в крутящем моменте (678 и 136000 Нм) и тяговом усилии (2,72 и 500 т).

Пульт управления установкой горизонтально-направленного бурения Astec DD-3238 приведен на рисунке 21.



Рис. 21

Фирма Charles Machine Works, Inc. The Charles Machine Works, Inc. является одним из мировых лидеров по производству оборудования для бестраншейных технологий, самостоятельно разрабатывающего практически все компоненты систем выпускаемого бурового оборудования, включая буровой инструмент, штанги и электронные системы слежения. В ассортименте фирмы 9 моделей установок ГНБ – от самой маленькой JT-520 (масса – 1352 кг, длина прохода – до 50 м, диаметр – до 102 мм, усилие проталкивания/тяги – 2000/2200 кг).

Установки для горизонтально-направленного бурения: Robbins 2420 (диаметр коммуникации до 450 мм/длина бестраншейного участка до 300 м); Robbins 4510 (800 мм/457 м); Robbins 6015 (600 мм/610 м); Robbins 9015/Robbins 9030 (900 мм/914 м); Robbins 18030 (1350 мм/1372 м); Robbins 25030 (1500 мм/1524 м); Robbins 36030 (1350 мм/1830 м); Robbins 50030 (1800 мм/1830 м); Robbins 100030 (2000 мм/2000 м).

В ассортименте фирмы Vermeer Manufacturing Company 16 установок: от самой маленькой Navigator PL8000 весом менее полутонны и, тем не менее, обеспечивающей бурение скважин с протяженностью до 95 м, диаметром до 300 мм и силой протяжки 3990 кг до таких гигантов, как Navigator D150X300 и Navigator D200X300 массой 34473 кг с протяженностью бурения почти в полтора километра, расширением до 1200 мм, силой протяжки – 68039 и 90719 кг.

Известная швейцарская фирма TERRA AG уже более 30 лет производит оборудование для прокладки подземных инженерных коммуникаций без вскрытия грунта. Самая маленькая в модельном ряде TERRA MINI-JET MJ 1400 – компактная установка горизонтально-направленного бурения с приме-

нением раствора для буровых скважин длиной до 50 м и диаметром до 260 мм (используются штанги длиной 0,5 м, с минимальным радиусом изгиба $R=15$ м). Самая большая – TERRA-JET 6015 D предназначена для прокладки буровых каналов длиной до 400 м и диаметром до 650 мм.

В последнее время большое распространение получили системы вакуумной экскавации грунта. Применительно к горизонтально-направленному бурению (ГНБ) они используются для быстрого выполнения шурфов для обнажения подземных инженерных коммуникации, отсоса бурового раствора из котлованов и уборки места работы. Система вакуумной экскавации грунта Vermeer E900 EVACUATOR приведена на рисунке 22.

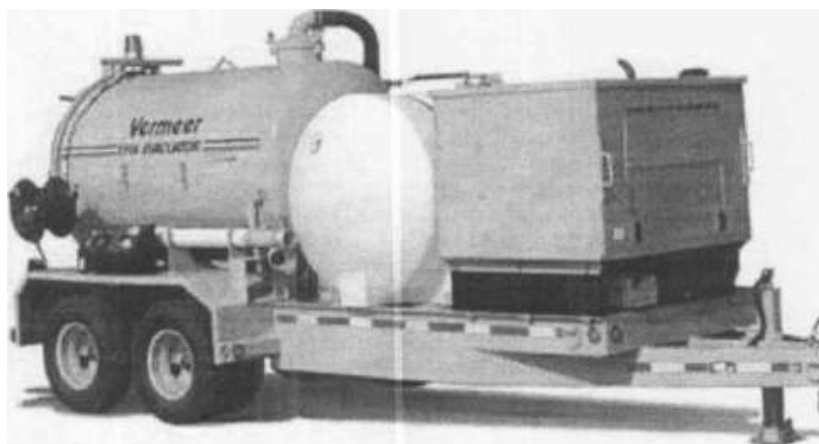


Рис. 22

Серия установок компании Tracto-Technik. ГНБ GRUNDODRILL X включает модели массой: 7Xplus TD (для прокладки труб диаметром до 300 мм на длину до 200 м), 10X TD (для прокладки труб диаметром до 355 мм на длину до 250 м), 13X TD (для прокладки труб диаметром до 3400 мм на длину до 300 м); 15X (для прокладки труб диаметром до 3400 мм на длину до 350 м).

Серия GRUNDODRILL S Family – это две модели: 10S TD (6600 кг) и 20S TD (14000 кг) приведена на рисунке 23.

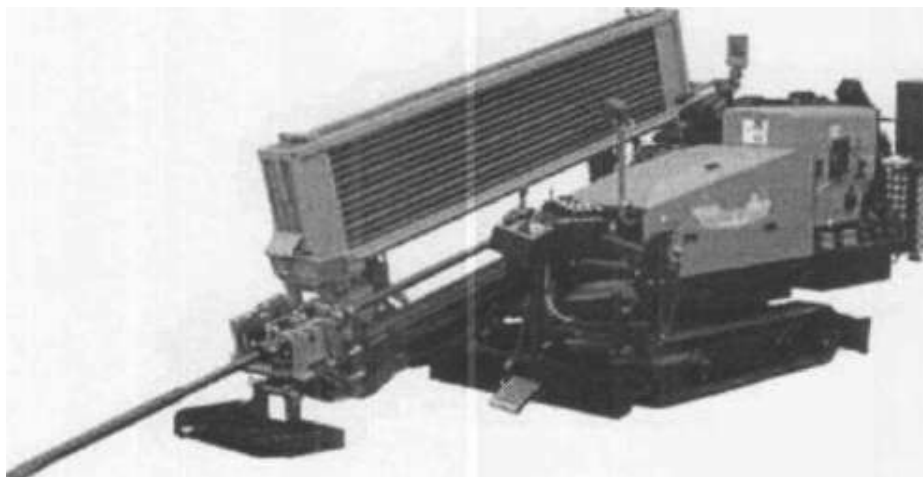


Рис. 23

Классификация установок ГНБ

Таблица 8

Класс установок ГНБ	Тяговое усилие, тс/кН	Диаметр прокладываемой коммуникации, мм	Типовые представители моделей установок ГНБ	Основные параметры модели установки ГНБ		
				Тяговое усилие, тс	Диаметр прокладываемой коммуникации, мм	Длина прокладываемой коммуникации, м
Мини	до 12/117,72	от 32 до 315	VERMEERD7×11	3,2	250	95
			VERMEERD 10×15	7,2	350	130
			VERMEER D 24×40	10,8	600	320
			TRACTO-TECHNIK 6.5	6,5	300	200
			TRACTO-TECHNIK 10S	10,0	450	300
			TRACTO-TECHNIK 12G	12,0	600	350
Миди-1	12-25/ 117,72- 245,25	от 32 до 500	VERMEER D 36 × 50	16,3	600	400
			ROBBINS HDD 4515 TMS C	21,3	800	457
			VERMEERD 50×100	22,5	700	600
Миди-2	25-45/ 245,25- 441,45	от 32 до 800	ROBBINS HDD 6015 TMS C	28,4	1000	610
			ROBBINS HDD 9015 TMS C	42,6	1200	914
			WIRTH PB 30	34,7	1200	900
Макси-1	45-150/ 441.45- 1471.5	от 32 до 1400	WIRTH PB 50	57,1	1500	1200
			WIRTH PB 70	71,4	1500	1300
			ROBBINS HDD 9030 TMS C	81,7	1300	1372
			ROBBINS HDD 18030 TMS C	114,0	1300	1524
Макси-2	более 150/1471,5	от 1400 до 2000	ROBBINS HDD 25030 TMS C	163,0	1600	1830
			ROBBINS HDD 36030 TMS C	230,0	1600	1830
			ROBBINS HDD 50030 TMS C	342,5	1600	1830
			WIRTH PB 150	157,1	1600	1800
			WIRTH PB 250	260,2	1600	1800

БУРОВОЙ ИНСТРУМЕНТ

ПИОНЕР



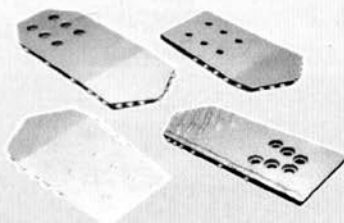
Передовой бур (пионер) со сменными насадками создан для проведения универсальных работ.

Буровая лопатка расположена по центру для максимальной эффективности, это расположение создает оптимальный угол резания грунта, снижает крутящий момент и улучшает работу вашей буровой установки.

Пионер является разборным. Буровая лопатка и носовая часть легко заменяются, что снижает затраты и время на замену изношенного инструмента.

Диаметр пионера, мм	Стоимость, у.е.
82	1150
92	1370
105	1660

БУРОВЫЕ ЛОПАТКИ



Буровая лопатка расположена по центру для максимальной эффективности, это расположение создает оптимальный угол нарезания грунта, сокращает требования по крутящему моменту и улучшает работу вашей буровой установки. Ширина буровой лопатки может подбираться под условия грунта.

Буровая лопатка с изгибом ошипованная и обваренная твердосплавом

Ширина буровой лопатки, мм	Стоимость, у.е.
115	110
135	115
160	125

Буровая лопатка прямая ошипованная и обваренная твердосплавом

Ширина буровой лопатки, мм	Стоимость, у.е.
115	100
135	110
160	115

Буровая лопатка прямая обваренная твердосплавом

Ширина буровой лопатки, мм	Стоимость, у.е.
115	80
135	85
160	90

Буровая лопатка с изгибом обваренная твердосплавом

Ширина буровой лопатки, мм	Стоимость, у.е.
115	85
135	90
160	100

ПЕРЕХОДНИКИ И ПЕРЕВОДНИКИ



Диаметр пионера, мм	Стоимость, у.е.
82	90
92	95
105	100

РАСШИРИТЕЛИ СКВАЖИН (примеры)

Режущие римеры имеют различный дизайн, что предоставляет возможности для выполнения работ в песке, глине, легких сланцах и т.д.

Универсальная крыловидная форма способствует быстрому прониканию и более мягкой нарезке даже при малом крутящем моменте.

Радиально-поточный ример

Используется в неуплотняемых почвах, содержащих слой песка и гравия. Размеры: от 101,6 мм до 508 мм.



Диаметр римера, мм	Стоимость, у.е.
160	500
200	600
250	805
350	1050
400	1165
500	1345
600	1615
780	1840

Ример режущий зубчатый



Зубчатый расширитель скважин просто необходим для работы в сложных составных почвах. Может успешно работать в сложных грунтовых условиях, включая сочетание глины и булыжного камня. Долговечные твердосплавные лезвия, расположенные точно по спиральной линии, придают расширителю необычайно сильный режущий и смесительный эффект.

Диаметр римера, мм	Стоимость, у.е.
350	1200
400	1295
500	1495
600	1795
800	2100

Трехфункциональный ример

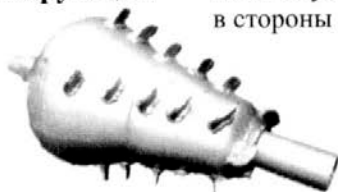


Ример Tri Action имеет форму длинной свечи имеющей три больших желобка, которые позволяют легко отбрасывать нарезанный грунт, обеспечивая прохождение буровой жидкости, и предотвращают застревание.

Режущая кромка защищена высокопрочным материалом. Ример создан для работы в затрудненных условиях и уплотненных грунтах.

Диаметр римера, мм	Стоимость, у.е.
250	1200
350	1350

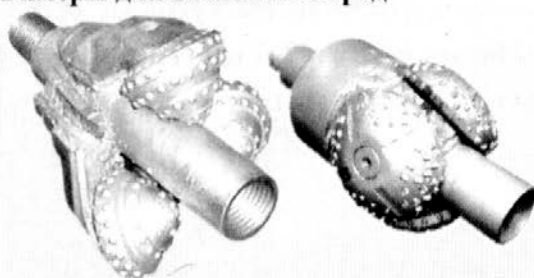
Ример калибрующий



Используется для увеличения диаметра скважины путем сжатия почвы в стороны от ее оси.

Диаметр римера, мм	Стоимость, у.е.
230	850
320	1300
400	1600
530	2500
620	3100
730	4000

Римеры для скальных пород



Диаметр римера, мм	Стоимость, у.е.
212	3000
250	2100
350	2800

ВЕРТЛЮГ

Усилие протяжки до 16 тонн

Усилие протяжки до 40 тонн



Усилие протяжки, т	Стоимость, у.е.
16	1100
25	1485
40	2800

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ ИНСТРУМЕНТ



- 1.Комплект для измерения вязкости бурового раствора.
- 2.Комплект фильтров.
- 3.Заглушка буровой штанги.
- 4.Комплект инструментов для раскручивания штанг в стесненных условиях 500 у.е.
- 5.Ключ одношарнирный трубный 85 у.е.
- 6.Плашки для механизма раскручивания буровых штанг.

Расходные материалы:

Полимер (18 кг бочка)	232 у.е.
Бентонит HYG 200 (бумажный мешок 22,7 кг)	820 у.е./тонн
Смазка для штанг (ведро 4,5 кг)	180 у.е.
Твердосплав (резцы)	8 у.е.

Оборудование для приготовления бурового раствора

Полиэтиленовая емкость объемом 2000 литров, насос Robbin мощностью 7,5 л.с., 3-х дюймовые резиновые шланги и шаровые краны, фильтр, приемный резервуар.

Цена за комплект 6 800 у.е.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный
университет»

Г. А. Усов

Промывочные жидкости

Методические указания
к практическим занятиям
по дисциплине

«Бурение скважин в осложненных условиях»
для студентов специальности
21.05.03 Технологии геологической разведки

очного и заочного обучения

Екатеринбург
2020

ВВЕДЕНИЕ

Практические занятия - важнейший элемент подготовки молодого специалиста - предусматривают выполнение студентами под руководством преподавателя самостоятельных заданий, включающих экспериментальные исследования по результатам непосредственного наблюдения изучаемых объектов и процессов.

Главной целью методических указаний является знакомство с теоретическими положениями изучаемой дисциплины, приобретение навыков экспериментальной деятельности, обеспечение глубокого понимания студентами изучаемых явлений, закономерностей и форм их проявления, формирование у будущих специалистов практических умений и навыков в области общинженерной деятельности и овладения специальностью.

В соответствии с требованиями УМС практические работы должны содержать следующие основные элементы:

- теоретическую часть работы, помогающую понять изучаемые процессы или явления, цели и задачи, стоящие перед студентами при выполнении работы;

- методическую часть, целью которой является изучение применяемых и исследуемых образцов и материалов, методик экспериментов, оборудования, приборов, используемых в практической работе;

- экспериментальную часть, в которой осуществляются процессы подготовки образцов (проб), технологические процессы их обработки, снятие характеристик процесса, определение параметров после завершения процесса;

- обсуждение результатов и составление выводов по работе, что позволяет установить, достигнута ли цель, в краткой форме сформулировать основные сведения об изучаемом материале, процессе, явлении.

ОРГАНИЗАЦИЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Перед проведением практических работ студенты должны изучить правила безопасного ведения работ и противопожарной безопасности и после инструктирования их преподавателем расписаться в журнале инструктажа.

Практическая работа выполняется по теме, по которой начитан теоретический материал. Для успешного проведения работы студенты должны обладать минимальным запасом теоретических знаний. Контроль этих знаний проводится преподавателем в виде опроса (в устной или письменной форме), на основе новых информационных технологий (тестов).

Студенты, не получившие допуск, отстраняются от выполнения практической работы, а её выполнение проводится студентом после проверки его знаний индивидуально.

Допуск студентов на последующие практические работы производится после контроля знаний по этой работе, сдачи отчёта и защиты по предыдущей работе.

Подгруппа может разбиваться на бригады по 2-3 человека.

Отчёт должен оформляться по каждой практической работе титульным листом и содержать следующие основные разделы:

- цель и основные задачи;
- теоретическая часть;
- описание установок, приборов, инструмента, материалов, реагентов;
- методика выполнения работы;
- результаты наблюдений;
- анализ результатов исследований и выводы;
- список литературы.

Отчёт должен иллюстрироваться таблицами, графиками, рисунками.

Защита практической работы осуществляется каждым студентом отдельно на очередном занятии после представления отчёта.

Практическая работа 1.

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ГЛИНЫ И ВОДЫ.

Цель работы: Изучить методики определения качества глины, как структурообразователя бурового раствора.

Теоретическая часть

Структурированные промывочные жидкости представляют собой дисперсные системы, состоящие из дисперсионной среды и дисперсной фазы.

В качестве дисперсной среды чаще всего используют воду, а в качестве дисперсной фазы структурообразователи: глинистые минералы, полимеры, конденсированную твёрдую фазу. Наиболее доступным и дешёвым структурообразователем являются глинистые минералы: монтморилонит, иллит, каолинит. Эти листовые силикаты, легко диспергируют вследствие их листовой структуры и гидрофильности в воде на тонкие частицы размером в микрон и менее.

Благодаря наличию некомпенсированного поля межмолекулярных сил и функциональных (полярных) групп с отрицательный зарядом на поверхности частиц происходит адсорбция молекул воды (гидратация частиц) с образованием общей гидратной структуры промывочной жидкости. Прочности структуры (прочность адсорбированного слоя) глинистого раствора, а значит и качество глины определяется суммарно поверхностью частиц (дисперсностью глины) количеством и активностью (гидрофильностью) функциональных групп $\equiv \text{SiO}$
 $\equiv \text{SiOH}$.

Благодаря огромной суммарной поверхности глинистых частиц таких минералов, как монтморилонит, почти вся вода бурового раствора становится адсорбированной (гидратированной). Дисперсная система превращается в гель.

Наиболее легко диспергирует в воде натриевый монтморилонит, представляющий собой совокупность глинистых частиц, состоящих из пакетов двухлистных кремнекислородных тетраэдров, связанных гидроаргилитовым слоем $\text{Al}(\text{OH})^{2+}$. Пакеты

между собой слабо связаны обменными ионами Na которые в воде легко диссоциируют, глинистые частицы расщепляются на более мелкие частицы.

Кальциевые монтморилониты в связи с более прочными связями пакетов диспергируют значительно труднее, поэтому считаются менее качественными.

Ещё хуже диспергируют в воде (вследствие более прочных связей между пакетами) иллиты и каолиниты.

Существенное влияние на диспергирование глинистых частиц оказывают минеральные компоненты воды, в первую очередь ионы Ca^{2+} и Mg^{2+} . При значительном содержании в воде они способствуют дегидратации (нейтрализации заряда, снижению гидрофильности) частиц и их сшиванию. Поэтому для приготовления глинистых растворов используют воду с общей жёсткостью не более 12-15° (1° жёсткости соответствует 10 мг СаО в 1 л воды). Жёсткость воды определяют титрованием воды с добавкой 2,5 мл аммиачного раствора раствором олеата калия.

$$H^{\circ} = 20 \Pi \cdot \delta, \quad (1.1)$$

где Π - количество раствора олеата калия, израсходованного на титрование, мл, δ - титр олеата калия (количество г в 1 мл).

Таким образом, наиболее качественными глинистыми структурообразователями являются монтморилонитовые (бентонитовые) глины.

Оценку качества глины для приготовления раствора производят визуальным методом, методом смачивания (по Н. А. Максимовичу) и по выходу раствора (количеству м^3 раствора, вязкостью 25 с).

$$Q_p \gg 630 / (\delta_p - 1000), \quad (1.2)$$

где δ_p - плотность глинистого раствора при условной вязкости 25 с.

Визуальный метод используют для оценки качества комовой глины. Глина считается пригодной, если при естественной влажности и воздушно сухом состоянии:

а) характеризуется большим сопротивлением излому; б) при изломе образует острые края; в) не поддаётся раздавливанию пальцами даже в мелких кусочках; г) даёт тёмную полированную поверхность при резании ножом; д) в эластичном (смоченном

водой) состоянии раскатывается в длинные шнуры, диаметром 1 мм и менее.

Метод смачивания используют для определения качества порошкообразной глины. С помощью этого метода примерно можно определить и минеральный состав глины.

За показатель качества глины принимают условную величину

$$K = t \cdot d, \quad (1.3)$$

где L - время впитывания 1 мл весьма гидрофильного (с высокоэлектроотрицательными атомами) раствора, например, 4 % раствора пиррофосфорнокислого натрия ($\text{Na}_4\text{P}_2\text{O}_7$), d – диаметр смоченной раствором глины, мм.

Благодаря высокой гидрофильности раствор интенсивно всасывается глинопорошком. Чем выше дисперсность и гидрофильность частиц глины, тем быстрее и на более значительное расстояние (большой объём) распространяется раствор. При $K > 300$ глина считается монтмориллонитовой, при $K = 300 - 100$ - иллит-каолинитовой, при $K = 100 - 50$ - каолинитоиллитовой, при $K < 50$ - каолинитовой.

Методическая часть

Для определения качества комовой глины необходимо иметь: исследуемую глину в воздушно сухом состоянии, линейку, перочинный нож.

Для определения качества порошкообразной глины: сито с отверстиями 0,5 мм, фарфоровую чашку с пестиком, 4% раствор пиррофосфорнокислого натрия, пипетку, секундомер.

Для определения качества воды: аммиачный раствор, раствор олеата калия, мензурку 250мл.

Экспериментальная часть

Подгруппа разбивается на четыре бригады. Одна бригада исследует качество комовой глины. Для этого глину подвергают излому, раздавливанию, режут ножом, в пластичном состоянии раскатывают в шнуры. Затем после размельчения глины в фарфоровой чашке определяют показатель K подобно рассмотренному ниже

$$K = t d ,$$

Результаты испытаний заносят в табл.1.

Вторая бригада исследует качество глинопорошка. Для этого порошок просеивают через сито; 40-50 г просеянного глинопорошка высыпают в фарфоровую чашку, уплотняют пестиком и выравнивают его поверхность.

С помощью пипетки в центр чашки вводят по каплям (по мере впитывания) 1 мл 4 % раствора пирофосфата натрия и засекают время впитывания по секундомеру.

Расстояние нижнего конца пипетки от поверхности глинопорошка должно быть не более 2 см, каждая капля должна направлена в одну точку.

После впитывания последней капли раствора секундомер выключают и линейкой определяют диаметр смоченной поверхности. При неравномерном распространении раствора определяют диаметр в различных направлениях и рассчитывают среднее значение d .

По полученным результатам вычисляют показатель K :

$$K = t d .$$

Одновременно с этим оценивают характер смоченной поверхности: набухание, усадку, толщину увлажнённого слоя.

По показателю K определяют минеральный состав глины. Глины с показателем $K = 100$, а также при явно выраженной усадке смоченной поверхности для приготовления бурового раствора не пригодны.

Полученные результаты необходимо занести в табл.1.

Таблица 1

	Визуальный метод				Метод смачивания			
	Сопротив. излому	Сопротив. раздавлив.	Характер поверх. разреза	Диаметр и длина шнура	t, мин	d, мм	K =	Характер смоченной поверхности

Третья бригада определяет качество воды (её жёсткость).

Для этого: в мензурку ёмкостью 250 мл заливают 50 мл исследуемой воды; добавляют 2,5 мл аммиачного раствора; проводят медленное титрование раствором олеата калия (титр которого известен) до образования стойкой (мелкопузырчатой) пены, сохраняющейся 4-5 мин.

При титровании после очередного прибавления раствора обязательно нужно встряхивать содержимое мензурки.

После образования стойкой пены вычисляют жёсткость воды

$$H^{\circ} = 20 \text{ П } \delta$$

Результаты испытаний занести в табл.2.

Таблица 2

Проба воды	П, мл	δ , град	H° , град	Примечание

Четвёртая бригада определяет качество глины по выходу раствора. Для этого необходимо приготовить 0,5 л глинистого раствора с условной вязкостью 25 с, замерить его плотность и по формуле (2) определить выход раствора

$$Q_p = 630 / (\delta_p - 1000).$$

Анализ результатов исследований. Выводы

На основании заполненных таблиц необходимо определить минеральный состав, сделать выводы о качестве глины и её пригодности для приготовления глинистых растворов, то же Сделать и по отношению к воде.

Практическая работа 2.

ИЗУЧЕНИЕ ГИДРОФИЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ БУРОВЫХ (ГЛИНИСТЫХ) РАСТВОРОВ

Цель лабораторной работы - экспериментально раскрыть теоретические положения о природе структурирования глинистых растворов, получить навыки экспериментальной деятельности, обеспечить глубокое понимание явлений структурирования глинистых растворов.

Структурированные промывочные жидкости при бурении скважин применяют с целью колюматации пор и трещин горных пород, закрепления стенок скважин, представленных рыхлыми и неустойчивыми горными породами, создания противодавления на стенки скважин неустойчивых пород. Структурированные жидкости обладают малой водоотдачей, что предотвращает набухание глинистых пород и их обвалы; обладают высокой несущей способностью, что позволяет выносить с забоя тяжёлый шлам.

Теоретическая часть

"Структура - это совокупность устойчивых связей объекта, обеспечивающая его целостность, т.е. сохранение основных свойств при различных внешних и внутренних изменениях".

В коллоидной химии понятию структура придаётся более широкий смысл. По классификации П. А. Ребиндера для дисперсных систем выделяют два типа структур: кристаллизационный (конденсационный) и коагуляционный (тиксотропный). Если первый тип структур соответствует вышеописанному определению, т. е. представляет собой совокупность устойчивых связей твёрдых частиц с образованием жёсткого каркаса, то второй тип структур представляет собой совокупность неустойчивых связей твёрдых частиц, обеспечивающих устойчивые связи только в состоянии покоя. При течении эти временные структуры (пространственные каркасы) разрушаются.

Таким образом, под структурой дисперсных систем понимают совокупность межмолекулярных связей частиц твёрдой фазы.

Коагуляция частиц (межмолекулярное взаимодействие) возможна лишь на незначительных расстояниях между частицами, измеряемых чаще всего десятками нанометров (т. е. в весьма концентрированных твёрдых дисперсных системах или растворах с гидрофобной твёрдой фазой).

В промывочных жидкостях расстояния между частицами значительно превышают названную величину. В этих системах с гидрофильной твёрдой фазой прочность структуры осуществляется за счёт гидратных слоёв. В зависимости от гидрофильности твёрдой фазы и характера структуры (за счёт коагуляции частиц или за счёт гидратных, адсорбционных слоёв) структуры буровых растворов можно разделить на гидрофобные и гидрофильные. Задачей лабораторной работы является изучение гидрофильной структуры. В качестве структурированных промывочных жидкостей в практике бурения чаще всего применяют глинистые растворы.

Прочность структуры глинистых растворов зависит от количества глинистых частиц в единице объёма (концентрации и дисперсности глины) и их активности (гидрофильности).

Глина - это совокупность глинистых частиц различных фракций и различных минералов (силикатов), чаще всего листовых. Поверхность частиц силикатов представлена кремнекислородными группами (силанольными анионами) $\equiv\text{SiO}^-$. Кислород, как известно, обладает весьма высокой электроотрицательностью, поэтому поверхность частиц оказывается полярной с отрицательным зарядом и способна взаимодействовать с различными катионами, наиболее активно (по исследованиям академика Гедройца) с ионами водорода, который способен вытеснить даже трёхвалентные катионы. В результате нейтрализации полярной группы водородом $\equiv\text{SiOH}^+$ заряд частиц, а следовательно, её активность понижаются.

Под воздействием заряда частиц вокруг *них* образуется плотный гидратный слой четко соориентированных и прочно связанных молекул-диполей воды. Гидратный слой обладает высокой прочностью, в результате чего и промывочная жидкость становится более вязкой с прочной структурой. Прочность

гидратного слоя (прочность межмолекулярных связей воды) зависит от его толщины

$$f = \frac{c}{r^7} \quad (2.1)$$

где r - толщина слоя.

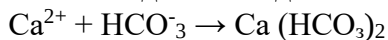
Чем больше глинистых частиц и меньше расстояния между ними (тоньше гидратный слой), тем прочнее структура промывочной жидкости.

Качество глины определяется как её способностью диспергировать в воде, так и количеством функциональных групп ($\equiv\text{SiO}^-$; $\equiv\text{SiOH}^-$) и их активностью. Наиболее интенсивно диспергируют в воде натриевые монтмориллониты, пакеты которых связаны слабыми одновалентными катионами Na^+ , легко диссоциирующими в воде. Труднее диспергируют кальциевые монтмориллониты.

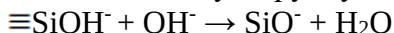
С целью удаления или замены натрием обменных катионов Ca^{2+} , сшивающих пакеты глинистых частиц в глинистый раствор добавляют щелочные электролиты, способные взаимодействовать с катионами Ca^{2+} и образовывать нерастворимые соли. Наряду с удалением ионов Ca^{2+} щёлочи способны удалять водородный экран и переводить малоактивные функциональные группы $\equiv\text{SiOH}^-$ более активные $\equiv\text{SiO}^-\text{Na}^+$.

Пример: В воде кальцинированная сода диссоциирует на ионы

$\text{H}_2\text{O} + \text{Na}_2\text{CO}_3 \rightarrow \text{HCO}_3^- + \text{OH}^- + \text{Na}^+ \text{HCO}_3^-$ взаимодействует с обменными катионами и выпадает в осадок



Оксигруппа OH^- взаимодействует с водородом функциональной группы и образует воду, а функциональная группа OH переходит в более активную группу $\equiv\text{SiO}^-$



Вследствие этого при обработке глинистого раствора щёлочью стабильность (агрегативная и седиментационная устойчивость) раствора повышается.

Однако с увеличением щёлочи увеличивается не только концентрация оксигруппы OH^- , но и концентрация катионов (в

частности Na^+), которые при избытке щёлочи способствуют нейтрализации (снижению) гидрофильности глинистых частиц. Поэтому щёлочность глинистого раствора должна контролироваться специальными приборами.

Кроме качества глины, на прочность структуры оказывает влияние её концентрация. Суммарная энергия взаимодействия молекул воды с поверхностью глинистой частицы определяется суммой энергий ориентационного и электростатического взаимодействий.

$$U = \frac{m e \mu}{2} + \frac{2 n \mu^4}{3 r^6 R T}, \quad (2.2)$$

где e – заряд иона частицы, μ – дипольный момент частиц, m – число взаимодействующих ионов.

Для разбавленных растворов (при расстояниях, превышающих действие межмолекулярных сил) между частицами и молекулами воды действуют только электростатические силы

$$f = \frac{m e \mu}{r^3} = \frac{m e \mu C}{V_{\text{cp}}}, \quad (2.3)$$

где

$$r = \sqrt[3]{\frac{V}{n}} = \sqrt[3]{\frac{V_{\phi} V}{V_{\text{cp}}}} = \sqrt[3]{\frac{V_{\text{cp}}}{C}}$$

Здесь V – объём раствора, n – число глинистых частиц, V_{cp} – объём одной усреднённой частицы, V_{ϕ} – объём всех частиц, C – концентрация глины в растворе.

Из формулы (2.3) следует, что для разбавленных растворов прочность структуры прямо пропорциональна концентрации глины и обратно пропорциональна объёму частиц.

В концентрированных растворах (при расстояниях действия межмолекулярного взаимодействия r)

$$f = \frac{2 n \mu^4}{r^7} = 2 n \mu^4 \left(\frac{C}{V_{\text{cp}}} \right)^{7/3}, \quad (2.4)$$

Методическая часть

Основными показателями гидрофильной структуры глинистых растворов являются величина статистического напряжения сдвига (прочность структуры), водоотдача и стабильность.

Статистическое напряжение сдвига определяют по прибору СНС-2, представляющему из себя два соосных цилиндра (стакана, устанавливаемого на вращающемся столике и боба с рифлённой боковой поверхностью, подвешенного внутри стакана на упругой нити к кронштейну). Стакан через редуктор с частотой вращения 0,2 об/мин приводится в движение от электродвигателя.

Водоотдачу бурового раствора определяют по прибору ВМ-6, имеющему фильтрационный и напорный узлы. Фильтрационный узел состоит из фильтрационного стакана и основания, между которыми устанавливают фильтр. В основании просверлен канал, перекрываемый пробкой.

Напорный узел состоит из напорного цилиндра с тарелкой и клапаном для слива масла и плунжера - груза со шкалой.

Стабильность раствора определяют по суточному отстою в мензурке (в % осветлённой части раствора) и разности плотностей раствора в нижней и верхней частей цилиндра ЦС-I после отстоя его в течение суток

$$C = \rho_{\text{н}} - \rho_{\text{в}}$$

Порядок измерения статистического напряжения сдвига: 1) с помощью регулировочных винтов добиваются соосности подвешенного на кронштейне цилиндра и стакана; 2) подвесную головку нити приподнимают и поворачивают до полного совмещения нуля риски с риской указателя (закреплённого на кронштейне); 3) заполняют стакан раствором (при этом не следует смачивать верхний торец цилиндра); 4) путём поворота цилиндра в стакане перемешивают раствор и оставляют его в покое на 1 мин; 5) через минуту включают двигатель и после полной остановки поворота лимба берут отсчёт угла поворота; 6) таким образом, (после перемешивания раствора и минутной выдержки) берут три замера и определяют среднее значение угла поворота $\varphi_{\text{ср}}$; 7) вычисляют СНС по формуле $\theta = K\varphi_1$; 8) аналогичным способом замеряют СНС через 10 мин покоя $10 = K\varphi_{10}$. Коэффициент упругости нити $K = 1,26$.

Порядок измерения водоотдачи: 1) насухо протереть все детали прибора; 2) смочить два листа фильтровальной бумаги и отжать влагу между листами; 3) уложить фильтром (а сверху них резиновую прокладку) в гнездо основания; 4) закрепить стекай в

основании; 5) установить пробку; 6) заполнить стакан раствором; 7) закрепить напорный цилиндр на стакане; 8) закрыть клапан напорного цилиндра; 9) заполнить цилиндр маслом; 10) вставить плунжер; 11) с помощью клапана спустить масло в тарелку до совпадения нуля шкалы с риской на верхней части цилиндра, после чего клапан закрыть; 12) извлечь пробку в основании прибора; 13) включить секундомер, через 30 мин взять отсчёт по шкале прибора; 14) с помощью клапана слить масло в тарелку; 15) снять плунжер; 16) отсоединить напорный цилиндр от стакана и слить масло из тарелки в ведро; 17) вылить масло и раствор из стакана, ополоснуть стакан; 18) нельзя ополаскивать детали напорного узла.

Щелочность бурового раствора определяют по лакмусовой бумаге или с помощью специального прибора рН-метра, основанного на способности одного из его электродов в зависимости от концентрации водородных ионов изменять потенциал. Потенциал другого электрода (электрода сравнения) остаётся постоянным.

В результате изменения потенциала измерительного электрода создаётся меняющаяся с изменением рН разность потенциалов, которая с помощью электронного усилителя усиливается и фиксируется прибором со шкалой, протарированной в единицах рН.

В качестве измерительного электрода используют стеклянную трубочку с толщиной стенки 0,01 мм, заполненную 0,1N раствором HCl , в которую помещён вспомогательный хлорсеребряный электрод. Стеклянный электрод имеет отрицательный заряд. С увеличением концентрации катионов водорода заряд постепенно нейтрализуется, потенциал электрода понижается.

В качестве электрода сравнения используют каломельный электрод, состоящий из металлической ртути, покрытой каломелью Hg_2Cl_2 , и погруженный в насыщенный раствор KCl .

Экспериментальная часть

Для проведения лабораторной работы заранее приготавливают пасту из бентонитового глинопорошка на пресной воде при соотношении бентонита и воды 1:1 по массе.

Из приготовленной пасты студенты на миксере готовят 15 % глинистый раствор на водопроводной воде.

Подгруппа разбивается на 3-6 бригад. Каждой бригаде выдаётся задание:

1-й бригаде - измерить статическое напряжение СНС «водоотдачу В и рН необработанного раствора;

2-й бригаде – 15 % раствор обработать кальцинированной содой из расчёта 2 % соды от содержания глины, раствор перемешать (в течение 5 мин) и после этого измерить СНС, В и рН;

3-й бригаде - разбавить 15 % глинистый, обработанный щёлочью раствор до 10 % и после перемешивания измерить СНС, В и рН;

4-й бригаде - разбавить 15 % глинистый, обработанный щёлочью раствор, до 5 % и после перемешивания измерить СНС, В и рН;

5-й бригаде разбавить 15% глинистый обработанный раствор до 2% и после перемешивания измерить СНС, В и рН.

Полученные бригадами замеры занести в табл. 2.1.

Таблица 2.1

№	Необраб. 15 % глинистый раствор	15 % обраб. щелочью глинистый раствор	10 % обраб. щелочью глинистый раствор	5 % обраб. щелочью глинистый раствор	2 % обраб. щелочью глинистый раствор	Примечание
ПаН						

По экспериментальным данным необходимо построить графики зависимости статического напряжения сдвигу (прочности структуры) от концентрации глины $\theta = \varphi(C)$, $V = \varphi(C)$, $pH = \varphi(C)$.

Обсуждение результатов. Выводы

На основании таблицы и графиков необходимо сделать выводы о целесообразности обработки глины кальцинированной содой, о влиянии концентрации глины в растворе на статическое напряжение сдвига, водоотдачу, а также выводы о соответствии экспериментальных результатов теоретическим.

Практическая работа 3.

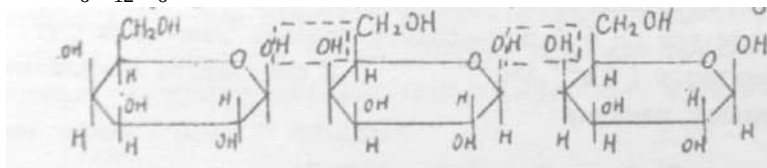
ИЗУЧЕНИЙ ГИДРОФИЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ БУРОВЫХ (ПОЛИМЕРНЫХ) РАСТВОРОВ.

Цель работы: экспериментально доказать теоретические положения о природе структурирования полимерных растворов, получить навыки экспериментальной деятельности, обосновать глубокое понимание явление структурирования полимерных растворов.

Теоретическая часть

Полимерами называют соединения, молекулы которых состоят из большого числа атомных групп (звеньев), соединённых химическими связями в длинные цепи и сетки. Полимеры обладают гибкостью цепи, т.е. способностью звеньев под воздействием силового электрического поля какого-либо тела или соседних цепей вращаться относительно друг друга. Все полимеры, в зависимости от состава, подразделяют на органические и неорганические, органические - на природные и синтетические. К неорганическим полимерам можно отнести листовые силикаты. Наиболее широкое применение для приготовления промывочных жидкостей из органических природных полимеров получили производные целлюлозы, а из синтетических производные полиакриловой кислоты.

Целлюлоза (клетчатка) $C_6H_7O_2(OH)_3$ - природный полисахарид, образованный в результате поликонденсации Д - глюкозы $C_6H_{12}O_6$



Это главная составная часть клеточных стенок растений, обуславливающая их прочность. Получают целлюлозу путём растворения древесины и выделения из неё лигнина при сульфидной, сульфатной или щелочной варке. В промышленности целлюлоза используется для получения химических волокон (вискозного, ацетатного), пластмасс, целлофана, бумаги, пороха, лаков и др.

В чистом виде целлюлоза в воде не растворяется вследствие наличия в макромолекуле большого количества оксигрупп, способных с атомами водорода соседних макромолекул образовывать прочные водородные связи. Для возможности растворения целлюлозы в воде часть оксигрупп замещают гидрофобными группами (что позволяет снизить прочность их молекулярных водородных связей) или более гидрофильными (полярными) функциональными группами.

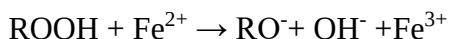
*поликонденсация - процесс образования макромолекул с выделением воды.

По первому варианту путём замещения части оксигрупп OH^- гидрофобной метиловой группой $^-\text{OCH}_3$ получают метилцеллюлозу (ММЦ) $\text{C}_6\text{H}_7\text{O}_2(\text{OH})_{3-x}(\text{OCH}_3)_x$ оксиэтильной группой – оксиэтилцеллюлозу и т. д.

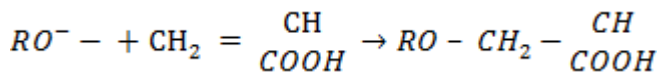
По второму варианту путём замещения части оксигрупп OH^- гидрофильной карбоксиметильной группой $^-\text{OCH}_2\text{COONa}$ получают карбоксиметилцеллюлозу (КМЦ) $[\text{C}_6\text{H}_7\text{O}_2(\text{OH})_{3-x}(\text{OCH}_2\text{COONa})_x]_n$, сернокислой группой $^-\text{OSO}_3\text{Na}$ -сернокислый эфир целлюлозы (СЭЦ) $[\text{C}_6\text{H}_7\text{O}_2(\text{OH})_{3-x}(\text{OSO}_3\text{Na})_x]_n$ и т. д.

Путём комбинаций первого и второго вариантов получают метилкар-боксиметилцеллюлозу (МКМЦ) $[\text{C}_6\text{H}_7\text{O}_2(\text{OH})_{3-x-y}(\text{OCH}_3)_x(\text{OCH}_2\text{COONa})_y]_n$ и т.д. Группа $^-\text{COONa}$ КМЦ так же, как и соли Na_2CO_3 активно взаимодействует с двухвалентными металлами Ca^{2+} , Mg^{2+} с образованием нерастворимой КМЦ (соли), поэтому в агрессивных средах при наличии катионов Ca^{2+} и Mg^{2+} КМЦ не применяется. Более устойчивы в этих средах ММЦ, СЭЦ, ОЭЦ, МКМЦ.

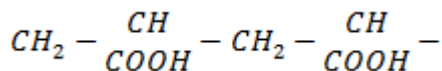
Полиакриловая кислота $[\text{CH}_2\text{CHCOOH}]_n$. - синтетический карбоцепной полимер, который получают путём радикальной полимеризацией акриловой кислоты в воде при $\text{pH} \leq 6,5$. Свободный радикал возникает под воздействием инициаторов (Fe^{2+} , CR^{2+}) в результате окислительно-восстановительных реакций



Этот радикал реагирует с двойной связью молекулы мономера и образует более сложный радикал

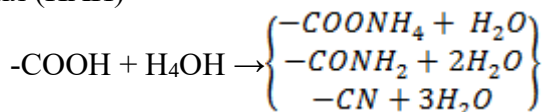


способный взаимодействовать со следующей молекулой мономера и т.д.



Как и все кислоты, полиакриловая кислота ухудшает качество промывочных жидкостей (в первую очередь структурно-механические свойства), повышает водоотдачу, поэтому для обработки буровых растворов полиакриловая кислота не применяется.

В качестве структурообразователей используют соли полиакриловой кислоты, которые получают путём этерификации (нейтрализации) полиакриловой кислоты спиртом. Так, при этерификации полиакриловой кислоты нашатырным спиртом получают полиакриламмонит, полиакриламид (ПАА), полиакрилонитрил (ПАН)



Хорошими структурообразователями являются и сополимеры: метас, М-14, лакрис 20. Метас - термостойкий сополимер метакриловой кислоты и метакриламида, М-14 - термостойкий сополимер метакриловой кислоты и метилметакрилата, лакрис - модификация сополимера М-14.

Качество полимера, как структурообразователя, определяется длиной макромолекулы (степенью полимеризации - количеством звеньев мономеров в цепи), количеством функциональных групп и их гидрофильностью (полярностью).

Полярность функциональной группы обусловлена величиной электроотрицательности её атомов. Под воздействием электроотрицательности электронное облако атомов группы с меньшей электроотрицательностью смещается в сторону атомов с большей электроотрицательностью, что и приводит к поляризации группы. Энергия полярной группы определяется разностью электроотрицательностей отрицательно и положительно заряженных ионов группы в квадрате

$$E = \frac{(n\Xi_1 - \Xi_2)^2}{2},$$

где Ξ_1 - электроотрицательность отрицательно заряженного, а Ξ_2 - положительно заряженного атома, n - число отрицательно заряженных атомов в группе.

Функциональные группы с малой разностью электроотрицательностей атомов являются гидрофобными.

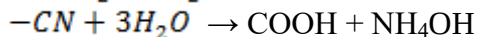
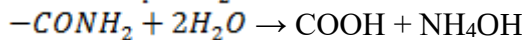
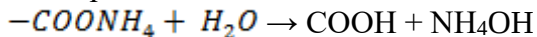
Наиболее высокой электроотрицательностью обладают анионы фтора ($\Xi_1 = 4$), кислорода ($\Xi_1 = 3,5$), азота ($\Xi_1 = 3,07$), хлора ($\Xi_1 = 3$). Наиболее низкой электроотрицательностью - одновалентные катионы калия ($\Xi_2 = 0,91$) и натрия ($\Xi_2 = 0,93$). Следовательно, полимеры, имеющие в функциональных группах кислород и азот, весьма гидрофильны.

Причём, чем больше их атомов в группе, тем более гидрофилен полимер. Поэтому для приготовления промывочных жидкостей чаще всего применяет полимеры с кислородо- и азотосодержащими функциональными группами.

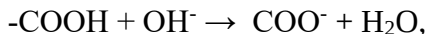
Повысить гидрофильность функциональной группы можно путём устранения экрана катионов или их замены на менее электроотрицательные катионы.

С этой целью прибегают к гидролизу (разложению воды) полимера с образованием кислоты и спирта - процессу этерификации.

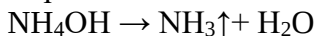
Так, при гидролизе производных полиакриловой кислоты (в щелочной среде) получают полиакриловую кислоту, которая в щелочной среде теряет водород и превращается в весьма гидрофильный полимер



В щелочной среде карбоксильная группа переходит в более активную группу



а гидроксид аммония разлагается на аммиак и воду



Так, в результате гидролиза ПАА получают более активный полимер ГПАА и его разновидности РС-1, РС-2, РС-4. В результате гидролиза полиакрилонитрила - ГиПАН и его разновидности: К-4, К-9, "нитрон"



Методическая часть

Основными показателями прочности структуры полимерных растворов, так же, как и для глинистых растворов, являются статическое напряжение сдвигу, водоотдача и pH. Приборы для определения этих показателей рассмотрены в предыдущей работе.

Экспериментальная часть

Подгруппа разбивается на 3-5 бригад. Каждой бригаде выдаётся индивидуальное задание.

1-й бригаде - приготовить миксером 0,5; 1,0; 1,5% растворы КМЦ, определить СНС, водоотдачу и pH растворов.

Результаты занести в табл.1.

Таблица 3.1

	1-я бригада			2-я бригада			3-я бригада			4-я бригада			5-я бригада		
	КМЦ %			ПАА %			ОЭЦ %			Метас %			Гипан %		
	0,5	1,0	2	0,5	1,0	2	0,5	1,0	2	0,5	1,0	2	0,5	1,0	2
θ , Па В, см ³ /30мин pH															

2-й бригаде - приготовить 0,5; 1,0; 2% растворы ПАА, определить показатели СНС, водоотдачу и pH, результаты занести в табл.1.

3-й бригаде - приготовить 1,0; 2,0; 3% растворы метаса, определить СНС, водоотдачу и pH, результаты занести в табл. 3.1.

4-й бригаде - приготовить 0,5; 1,0; 2% растворы метаса, определить СНС, водоотдачу и pH, результаты занести в табл. 3.1.

5-й бригаде - приготовить 0,5; 1,0; 2% растворы гипана, определить СНС, водоотдачу и pH растворов, результаты занести в табл. 3.1.

По экспериментальным данным необходимо построить графики зависимости СНС, водоотдачи и рН от концентрации полимера

Обсуждение результатов. Выводы

На основании таблицы и графиков необходимо сделать выводы о влиянии концентрации полимеров на показатели θ , В, рН, о соответствии зависимостей с теоретическими положениями, о возможности использования полимерных растворов в качестве промывочных жидкостей при следующих условиях $\text{СНС} = 0,5 \div 1 \text{ Па}$, $\text{В} = 5-10 \text{ см}^3/30 \text{ мин}$.

Практическая работа 4.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЯЗКОСТИ БУРОВЫХ РАСТВОРОВ

Цель работы: экспериментально определить зависимость вязкости буровых растворов от концентрации твёрдой фазы, скорости течения плотности и сечения потока.

Теоретическая часть

Вязкость (внутреннее трение) - свойство жидкостей оказывать сопротивление при её течении.

Вязкость - один из важнейших показателей промывочных жидкостей - существенно влияет на эффективность бурения горных пород. Вязкие структурированные растворы способствуют коагуляции пор и трещин в горной породе, закреплению стенок скважин в рыхлых и неустойчивых горных породах; вязкие растворы имеют малую водоотдачу, а, следовательно, предотвращают насыщение пористой глинистой породы водой, её набухание и обвалы стенок скважин. Вязкие растворы обладают высокой несущей способностью и применяются при бурении горных породообразующих шлам высокой плотности.

Природа вязкости промывочных жидкостей та же, что и прочность структуры - межмолекулярное взаимодействие молекул воды и частиц твердой фазы. Поэтому зависимости

вязкости от концентрации твёрдой фазы, температуры и размеров сосудов (диаметра труб, зазора между трубами и стенками скважин, в котором находится или протекает жидкость) те же, что зависимости прочности структуры от этих величин. Однако вязкость не всегда соответствует статическому напряжению сдвига. Так, например, в малоглинистых, активированных растворах, растворах с гидрофильной структурой вязкость значительно ниже, чем СНС, так как при движении жидкости вследствие дезориентации молекул взаимодействие между ними снижается, а в растворах с гидрофобной структурой вязкость значительно выше, чем СНС, так как при течении воды вследствие дезориентации молекул толщина гидратных оболочек уменьшается, а сила межмолекулярного взаимодействия частиц возрастает.

При обработке малоглинистых растворов гибкими полимерами (например, метасом) при повышении концентрации полимера в небольших объёмах СНС понижается (за счёт повышения толщины гидратного слоя), а вязкость повышается. Дело в том, что полярные (функциональные) группы полимера (по закону полярностей Ребиндера) поворачиваются в сторону фазы с большей полярностью. При течении раствора молекулы воды дезориентируются (движутся более хаотично) полярность воды понижается и полярные группы поворачиваются в сторону более полярной поверхности глинистых частиц, а гидрофобной в сторону воды. В результате частицы становятся более гидрофобными и, как следствие, вязкость раствора сначала возрастает (до некоторого предела концентрации полимера, а затем при образовании второго слоя полимера понижается.

За единицу вязкости принимают касательные усилия при течении жидкости, приходящиеся на единицу площади (касательные напряжения, Па) при разности скоростей между слоями равно $dv = 1 \text{ м/с}$ и расстояние между ними $dr = 1 \text{ м}$.

Для ньютоновских жидкостей

$$\tau = \eta \frac{dv}{dr} = |\eta|, \quad (4.1)$$

где η - коэффициент вязкости.

Для бингамовских (вязкопластичных) жидкостей (глинистых растворов)

$$\tau = \tau_0 + \eta \frac{dv}{dr} \quad (4.2)$$

где τ_0 - динамическое напряжение сдвига, η - коэффициент пластической вязкости.

Коэффициент пластической вязкости при использовании вискозиметра ВСН-3 определяют из соотношения

$$\eta = (\varphi_{600} - \varphi_{300}), \text{ Па} \cdot \text{с} \quad (4.3)$$

а динамическое напряжение сдвига

$$\tau_0 = 0,3(2\varphi_{300} - \varphi_{600}), \text{ Па} \quad (4.4)$$

где φ - угол поворота лимба, град, вискозиметра ВСН-3.

Вязкость структурированных жидкостей можно определить и по формуле

$$\tau = \eta_{эф} \frac{dv}{dr}, \text{ Па}, \quad (4.5)$$

где

$$\eta_{эф} = \eta + \tau_0 / \frac{dv}{dr}, \quad (4.6)$$

Вязкость (касательные напряжения сдвига) псевдопластичных жидкостей (активированных малоглинистых, полимерных, полимерглинистых растворов) при $\eta = 600$ об/мин определяют по степенному закону

$$\tau_{600} = \eta_c \frac{v^n}{r}, \quad (4.7)$$

С другой стороны касательные напряжения можно выразить через коэффициент трения и радиальное давление жидкости

$$\tau_{600} = fP \quad (4.8)$$

В соответствии с законом Бернулли у стенок внутреннего цилиндра (боба) вискозиметра ВСН-3, где $V = 0$

$$P_0 = \text{const} - \frac{\rho v^2}{2} = \text{const} \quad (4.9)$$

у стенок вращающегося внешнего цилиндра $v = v_{\text{ц}}$

$$P_{\text{ц}} = \text{const} - \frac{\rho v_{\text{ц}}^2}{2} \quad (4.10)$$

тогда радиальное давление

$$P = P_0 - P_{\text{ц}} = \frac{\rho v_{\text{ц}}^2}{2} \quad (4.11)$$

При $V_0 = V_{\text{ц}}$ $P = 0$

Из уравнений (4.7), (4.8) и (4.11)

$$f = \frac{\eta_c \left(\frac{v}{r}\right)^n}{\rho \Delta v^2} = \frac{\eta_c}{\rho \Delta v^2 - n_{\text{г}} n} = \frac{\eta_0 C^{7/8}}{\rho \Delta v^2 - n_{\text{г}} n}, \quad (4.12)$$

где η_0 - показатель вязкости.

Таким образом касательные напряжения сдвига определяются двумя показателями коэффициентом трения f , (межмолекулярного взаимодействия молекул воды и частиц твёрдой фазы), зависящим от концентрации твёрдой фазы, скорости течения и размеров труб с одной стороны и радиального давления $P = \rho v^2 / 2$ с другой стороны.

При повышении скорости течения коэффициент трения понижается и тем интенсивнее, чем меньше показатель степени (чем ниже гидрофильность глинистых частиц, выше глиноёмкость раствора). При некоторой значительной концентрации, когда молекулярные связи между частицами окажутся выше, чем с поверхностью частиц, скорость течения по всему сечению потока окажется одинаковой $V = V_{\text{ц}}$ радиальное давление снизится до нуля, следовательно, взаимодействие молекул воды со стенками трубы возрастает, и раствор будет перемещаться в трубе как твердое тело. Энергия затрачивается только на трение раствора о трубу $\tau = f r P_0$, и касательные напряжения не будут зависеть от скорости течения ($n=0$, $\tau = \tau_0 = \text{const}$).

Методическая часть

Таким образом, основными показателями вязкости бурового раствора являются: для бингамовских (глинистых) растворов - динамическое напряжение сдвигу τ_0 и пластическая вязкость, для псевдопластичных (полимерных) растворов - эффективная вязкость.

Все эти показатели определяют по прибору - вискозиметру ВСН-3.

В полевых условиях пользуются условной величиной вязкости, определяемой по времени истечения 500 см^3 раствора из воронки через трубку с внутренним диаметром 5 мм.

Вискозиметр ВСН-3 состоит из станины, внутри которой в нижней части установлен двигатель для привода (через редуктор) гильзы для измерения вязкости раствора, а в верхней части - двигатель для вращения этой же гильзы при определении СНС (с частотой 0,2 об/мин). Внутри гильзы на стержне, установленном в станине на подшипниках, подвешивается подпружинный цилиндр с рифлёной поверхностью (боб). В процессе измерения гильза вводится в стакан с исследуемым буровым раствором при подъёме телескопического столика. На стержне боба закреплён лимб с делениями (в градусах). Редуктор нижнего двигателя с помощью переключателя позволяет менять частоту вращения гильзы (200,300,400,600 об/мин).

П о р я д о к и з м е р е н и я в я з к о с т и .

1. Заполнить стакан исследуемым раствором до риски, установить его на подъёмном столике, поднять столик до упора и зафиксировать его поворотом по часовой стрелке. 2. Установить переключатель в положение 600 об/мин и включить двигатель. 3. Выждать 2-3 мин (до полной остановки лимба), взять отсчёт по лимбу f_{600} и отключить двигатель. 4. Переключатель установить в положение $n=300$ об/мин и включить двигатель. 5. После полной остановки лимба взять отсчёт f_{300} .

По полученным значениям в соответствии с формулами (4.3-4.6) определяем пластическую вязкость, динамическое напряжение сдвига, эффективную вязкость и вязкость раствора при 600 об/мин. Вязкость раствора при других числах оборотов гильзы можно определить по формуле

$$T = K \cdot \varphi_n \quad (4.13)$$

коэффициент K приводится в паспорте вискозиметра.

Статическое напряжение сдвига определяют при 0,2 об/мин после перемешивания раствора при $n = 600$ об/мин и выдержки после перемешивания в течение 1 мин и 10 мин.

Показания шкалы снимают в момент максимальных значений перед разрушением структуры

$$\theta = K \cdot \varphi_n \quad (4.14)$$

Экспериментальная часть:

Из приготовленной заранее пасты черногорского глинопорошка миксером приготавливают 2 л 20 % глинистого раствора, обработанного (2 % от веса с чистой глины) кальцинированной содой.

Группа студентов разбивается на 3-6 бригад. Каждой бригаде выдаётся индивидуальное задание.

1-й бригаде: определить зависимость вязкости глинистого раствора от концентрации глины. Для этого отлить из общей ёмкости 0,3 л. раствора и разлить его в пять частей: 120, 90, 60, 30 мл, разбавить водой четыре последних до 120 мл, получив таким образом по 120 мл: 20, 15, 10, 5 и 2%-х глинистых растворов.*

Для каждого раствора определить по формуле (4.6) значение τ_{600} и формуле (4.14) значения θ .

Полученные значения занести в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Показатели τ_{600} и θ глинистого раствора при концентрации глины									
20%		15%		10%		5%		2%	
	600		600		600		600		600

По полученным данным построить график зависимости $\tau_{600} = \varphi(C)$, $\theta = \varphi(C)$.

2-й бригаде: определить зависимость вязкости глинистого раствора от скорости вращения цилиндра вискозиметра. Для этого из общей ёмкости отлить 150 мл 20 %-го глинистого раствора, определить по формулам (4.13) и (4.14) значения τ и θ при различной скорости вращения цилиндра: 0,2; 200; 300; 400; 600 об/мин. Затем в 2 раза разбавить раствор водой (до 10 %) и вновь замерить эти показатели.

*Для сокращения времени приготовления растворов получить требуемые растворы можно путём последовательного разбавления одного и того же 20 %-го раствора после определения τ_{600} до 15, затем 10,5 и 2 %.

Полученные результаты занести в табл. 4.2.

Таблица 4.2

Концентрация раствора %	θ , Па	Вязкость, Па			
		τ_{200}	τ_{300}	τ_{400}	τ_{600}
20					
10					

По экспериментальным данным построить графики зависимости $\tau = \varphi(n)$ для 20 и 10%-х растворов.

3-й бригаде: определить зависимость вязкости и СНС глинистого раствора от зазора между вращающимся цилиндром и бобом.

Для этого из общей ёмкости отлить 150 мл 20 %-го глинистого раствора, определить по формулам (4.7) и (4.16) и τ_{600} при установке различных цилиндров, позволяющих получать зазор..... мм. Разбавить в 2 раза раствор и вновь определить значения θ и τ

Результаты занести в табл. 4.3.

Таблица 4.3

Концентрация глины, %	Значения θ и τ_{600} при					
	$\delta =$		$\delta =$		$\delta =$	
	θ	τ_{600}	θ	τ_{600}	θ	τ_{600}
20						
10						

По экспериментальным данным построить график зависимости $\tau_{600} = \varphi(\delta)$ и $\theta = \varphi(\delta)$.

4-й бригаде: определить зависимость вязкости и СНС глинистого раствора от его плотности.

Для этого отлить из общей ёмкости 150 мл 20 %-го глинистого раствора, в который добавить 10 % барита и определить на вискозиметре значения θ и τ_{600} и ареометре значения ρ . Затем добавлять по 5 % барита и также определять значения ρ , θ , τ_{600} при 15 и 20 % барита.

Результаты занести в табл. 4.4.

Таблица 4.4

Показатели θ и τ_{600} при					
10 % барита		15 % барита		20 % барита	
θ	τ_{600}	θ	τ_{600}	θ	τ_{600}

По полученным результатам построить график зависимости $\tau_{600} = \varphi(\delta)$, $\theta = \varphi(\delta)$.

5-й бригаде: определить зависимость вязкости глинистого раствора от температуры. Для этого отлить 150 мл 20%-го глинистого раствора, замерить его температуру и определить показатели θ и τ_{600} на вискозиметре ВСН-3. Подогреть раствор до 40 °С и определить показатели θ и τ_{600} . Затем подогреть до температуры 60 и 80 °С и замерить значения θ и τ_{600} .

Результаты занести в табл. 4.5.

Таблица 4.5

Показатели θ и τ_{600} при							
20 °С		40 °С		60 °С		80 °С	
θ	τ_{600}	θ	τ_{600}	θ	τ_{600}	θ	τ_{600}

По полученным данным построить графики зависимости $\tau_{600} = \varphi(T^{\circ}\text{C})$, $\theta = \varphi(T^{\circ}\text{C})$.

Обсуждение результатов. Выводы

Полученные различными бригадами исследования обобщить, составить отчёт, сделать выводы.

Практическая работа 5.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЭЛЕКТРОЛИТОВ НА ПРОЧНОСТЬ СТРУКТУРЫ И ВЯЗКОСТЬ БУРОВЫХ РАСТВОРОВ (ГИДРОФОБНОЕ СТРУКТУРИРОВАНИЕ)

Цель работы: экспериментально раскрыть теоретические положения о гидрофобных структурах промывочной жидкости, обеспечить более глубокое понимание происходящих в растворах физико-химических процессов при обработке их электролитами.

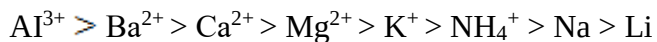
Теоретическая часть

Гидрофобная структура промывочной жидкости обусловлена межмолекулярным взаимодействием частиц твёрдой фазы, которые возможны только на незначительном удалении частиц друг от друга. Сближение частиц возможно в двух случаях: при повышении количества частиц твёрдой фазы (повышении концентрации или их диспергировании) и при гидрофобизации частиц (снижении их потенциала электролитами или гидрофобизация гидрофобными полимерами).

Все структурообразователи промывочных жидкостей обладают отрицательным зарядом, поэтому нейтрализацию заряда производят катионоактивными электролитами. В процессе насыщения бурового раствора электролитами вокруг частиц твёрдой фазы образуется двойной электрический слой (ДЭС), состоящий из заряженной поверхности самих частиц и слоя катионов, нейтрализующих этот заряд.

Интенсивность снижения потенциала частиц зависит от заряда катионов, с увеличением заряда она растёт. С помощью одновалентных катионов заряд частиц нейтрализуется частично, с помощью двухвалентных катионов потенциал может быть понижен до нуля, а трёхвалентными катионами можно даже изменить заряд на противоположный.

По адсорбционной способности (способности катионов вытеснять с поверхности частиц силанольного типа $\equiv \text{SiO}^-$) катионы располагаются в следующем порядке



Ионы водорода с радикалами $\equiv \text{SiO}^-$ образуют прочные водородные связи и поэтому способны вытеснять все вышеприведённые катионы.

При нейтрализации потенциалы частиц твёрдой фазы сила взаимодействия с ними молекул воды понижается, понижается толщина гидратного слоя, частицы получают возможность сблизиться на расстояние их межмолекулярного взаимодействия, что резко повышает прочность структуры (связей частиц). При повышении концентрации катионов может произойти полная нейтрализация заряда, агрегатирование (слипание) частиц и их седиментация.

При снижении толщины гидратного слоя увеличивается и кулоновское взаимодействие катионов с частицами твёрдой фазы. Особенно интенсивно оно проявляется при наличии поливалентных катионов, способных “сшивать” частицы уже при малых концентрациях.

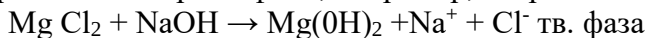
Гидрофобизация частиц сопровождается повышением водоотдачи. Гидрофобное структурирование раствора можно определить по повышению прочности структуры и водоотдачи. При агрегатировании твёрдой фазы водоотдача также растёт, но прочность структуры понижается. При флокуляции частиц (образовании хлопьев) прочность структуры растёт, водоотдача остаётся постоянной.

Для повышения прочности структуры промывочных жидкостей электролиты используют редко. Чаще электролиты добавляют в раствор с целью ингибирования (ограничения, предотвращения), набухания глинистых пород. В этом случае катионы из раствора за счёт кулоновских сил по порам проникают в глинистую породу, нейтрализуют заряд глинистых частиц, в результате чего предотвращается всасывание воды и набухание породы. Глинистые частицы без гидратного слоя повышают свою прочность за счёт межмолекулярного взаимодействия.

Наиболее эффективными ингибиторами являются поливалентные катионы. Однако поливалентные катионы при высокой их концентрации повышают положительный заряд бурового раствора, что приводит к диспергированию глинистой породы (засасыванию раствором отрицательно заряженных глинистых частиц породы, слагающих стенки скважин), кавернообразованию, авариям и ухудшению качества бурового раствора. Поэтому ингибирующие растворы готовят с использованием солей одновалентных металлов (NaCl, KCl) или слаборастворимых в воде соединений поливалентных металлов, вследствие чего обеспечивающих раствор незначительным количеством поливалентных катионов: известь $\text{Ca}(\text{OH})_2$, гипс ($\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$). Легко растворимые соли поливалентных металлов CaCl_2 , AlCl_3 могут использоваться только для приготовления ингибирующих растворов при бурении недиспергирующихся глинистых пород: микротрещиноватых аргиллитов, глинистых сланцев с целью "сшивания" кусков горной породы.

Электролитами насыщают буровые растворы при бурении соленосных отложений с целью предотвращения их растворения при бурении. Обычно насыщают буровой раствор теми же солями, которые присутствуют в геологическом разрезе: при бурении галита - поваренной солью, а бишофита и корналита - раствором бишофита.

Наконец, электролиты применяют для получения конденсированной твёрдой фазы, например, гидрогеля магнезия



В глинистых растворах электролиты вызывают коагуляцию, агрегатирование и седиментацию глинистых частиц, ухудшают качество бурового раствора. Для предотвращения агрегатирования и седиментации глинистых частиц, а также роста кристаллов конденсированной твёрдой фазы раствор стабилизируют солестойкими полимерами (например, КМЦ КССБ и др.).

Методическая часть

Основными показателями гидрофобной структуры буровых растворов являются прочность структуры (статическое напряжение сдвига), вязкость, водоотдача и стабильность.

Статическое напряжение сдвига и вязкость бурового раствора предусматривается определять на вискозиметре ВСН-3, водоотдачу на приборе ВМ-6, стабильность по суточному отстою в мензурке (%) и в цилиндре ЦС-2 по разности плотности раствора в верхней и нижней половине цилиндра $\rho = \rho_{\text{н}} - \rho_{\text{в}}$. Для приготовления бурового раствора предусматривается использовать миксер, для нагревания раствора - кипятильник.

Экспериментальная часть

Подгруппа разбивается на пять бригад. Каждой бригаде выдается задание.

1-й бригаде: определить зависимость прочности структуры, вязкости и водоотдачи глинистого раствора от концентрации поваренной соли. Для этого из заранее приготовленной пасты черногорского глинопорошка (в соотношении глина - вода 1:1) приготовить 1 л 15 %-го глинистого раствора, обработанного кальцинированной содой (2 % от веса глины). Из общей ёмкости отлить в четыре ёмкости по 250 мл 15 %-го глинистого раствора, добавить в три из них 5, 15, 25 % поваренной соли, тщательно перемешать и определить показатели, для каждого раствора. Результаты занести в табл. 5.1.

Таблица 5.1.

Концентрация (С) соли %	θ , Па	τ_{600} , Па	В см ³ /30 мин
0			
5			
15			
25			

По экспериментальным данным построить графики зависимости $\theta = \varphi(C)$, $\tau_{600} = \varphi(C)$, $V = \varphi(C)$.

2-й бригаде: определить зависимость прочности структуры, вязкости и водоотдачи от концентрации хлористого кальция. Для этого приготовить 1л 15 %-го глинистого раствора, обработанного

кальцинированное содой (2 % от веса глины), разлить раствор в четыре ёмкости по 250 мл, добавить в три из них хлористого кальция: 0,5; 1,5; 2,5 %, тщательно перемешать и определить для каждого раствора показатели θ , τ_{600} , В. Результаты занести в табл. 5.2.

Таблица 5.2

Концентрация (С) соли %	θ , Па	τ_{600} , Па	В см ³ /30 мин
0			
0,5			
1,5			
2,5			

По экспериментальным данным построить графики зависимости

$$\theta = \varphi(C), \tau_{600} = \varphi(C), B = \varphi(C).$$

3-й бригаде: определить зависимость прочности структуры, вязкости и водоотдачи глинистого раствора, стабилизированного КМЦ-600 от концентрации хлористого калия. Для этого приготовить 1 л 15 %-го глинистого раствора, обработать его кальцинированной содой (2 % от веса глины) и 1,5 %-го КМД. Раствор разлить в четыре ёмкости по 250 мл. В три из них добавить хлористого калия 5, 15, 25 %. Для каждого раствора определить θ , τ_{600} и В. Результаты занести в табл. 5.3.

Таблица 5.3

Концентрация (С) соли %	θ , Па	τ_{600} , Па	В см ³ /30 мин
0			
5			
15			
25			

По экспериментальным данным построить графики зависимости

$$\theta = \varphi(C), \tau_{600} = \varphi(C), B = \varphi(C).$$

4-й бригаде: определить зависимость прочности структуры, вязкости и водоотдачи, стабилизированного КМЦ-600 глинистого раствора от концентрации хлористого кальция. Для этого приготовить 1 л 15 %-го глинистого раствора, обработать его кальцинированной содой (1 % от веса глины) и 1,5 %-го КМЦ-600. Раствор разделить и разлить в 4 ёмкости по 250 мл. В три из них добавить 0,5; 1,5; 2,5 % CaCl₂.

Растворы тщательно перемешать и определить для каждого из них показатели θ , τ_{600} и V . Результаты занести в табл. 5.4.

Таблица 5.4

Концентрация (C) соли %	θ , Па	τ_{600} , Па	V см ³ /30 мин
0			
0,5			
1,5			
2,5			

По экспериментальным данным построить графики зависимости

$$\theta = \varphi(C), \tau_{600} = \varphi(C), V = \varphi(C).$$

5-й бригаде: определить зависимость прочности структуры, вязкость и водоотдачи от концентрации поваренной соли. Для этого приготовить 1 л 15 %-го глинистого раствора, обработать его кальцинированной содой (2 % от веса глины) и КМЦ-600. Разлить раствор в 4 ёмкости по 250 мл. В три из них добавить поваренной соли 5, 15, 25 %. Для каждого раствора определить θ , τ_{600} и V . Результаты занести в табл. 5.5.

Таблица 5.5

Концентрация (C) соли %	θ , Па	τ_{600} , Па	V см ³ /30 мин
0			
5			
15			
25			

По экспериментальным данным построить графики зависимости

$$\theta = \varphi(C), \tau_{600} = \varphi(C), V = \varphi(C).$$

Обсуждение результатов. Выводы

Полученные результаты обобщить всей подгруппой, оделить выводы о влиянии электролитов на свойства глинистых растворов и целесообразности обработки ими буровых растворов.

Практическая работа 6.

ИЗУЧЕНИЕ СПОСОБОВ РАЗЖИЖЕНИЯ (ДЕСТРУКТИРОВАНИЯ) БУРОВЫХ РАСТВОРОВ

Цель работы: экспериментально раскрыть теоретические положения о влиянии различных способов деструктурирования и снижения вязкости промывочных жидкостей.

Теоретическая часть

В процессе бурения соленосных отложений или при наличии агрессивных подземных вод в результате гидрофобизации катионами электролитов частиц твёрдой фазы прочность структуры и вязкость буровых растворов резко возрастают. Прочность структуры и вязкость буровых растворов возрастают также и вследствие насыщения промывочных жидкостей тонким шламом. Резкое повышение вязкости раствора вызывает ряд нежелательных явлений осложняющих процесс бурения. В первую очередь вязкие растворы существенно снижают механическую скорость бурения.

$$V_{\text{мех}} \approx V_0 (1 - \kappa \tau)$$

где V_0 - механическая скорость бурения при промывке водой,
 τ - вязкость раствора.

Высокая вязкость раствора вызывает необходимость дополнительного расхода энергии на вращение снаряда, затрудняет очистку раствора от шлама, повышает содержание в растворе абразивного шлама, что ведёт к интенсивному износу снаряда, осложняет спуско-подъёмные операции, создаёт антисанитарные условия.

При повышении концентрации твёрдой фазы в растворе повышается его плотность ρ , что также резко снижает механическую скорость бурения

$$V_{\text{мех}} = \frac{V_0}{\rho^n}$$

Снижение прочности структуры и вязкости раствора на практике осуществляют путём уменьшения частиц тонкодисперсной твёрдой фазы в растворе (разбавления водой,

удаления части твёрдой фазы флокулянтами, агрегации и седиментации частиц). Удаление грубой твёрдой фазы (шлама) осуществляет в очистной системе с помощью вибросит, гидроциклонов, желобов, отстойников. Эти методы используют в тех случаях, когда требуется одновременно со снижением СНС и вязкости понизить и плотность раствора.

В тех случаях, когда нужно понизить прочность структуры, но сохранить плотность раствора на прежнем уровне растворы разжижают (путём удаления из раствора катионов в первую очередь, поливалентных металлов Ca^{2+} , Mg^{2+}) с солями с поливалентными анионами, способными образовывать с Ca и Mg нерастворимые соединения Na_2SO_4 , Na_2CO_3 , путём активации твёрдой фазы: щелочными реагентами (УЩР, ТЩР, фосфатами, щелочными электролитами Na_2CO_3 , NaOH , KOH и др.), полимерами - стабилизаторами (в первую очередь олигомерами).

В результате активации твёрдой фазы между частицами твёрдой фазы образуются толстые гидратные оболочки, межмолекулярное взаимодействие между частицами снижается, прочность структуры, вязкость и водоотдача понижаются.

Для разжижения растворов и снижения водоотдачи чаще всего используют активированный щёлочью гидролизный лигнин и его производные, активированные щёлочью бурый уголь и торф.

Лигнин является отходом гидролизного производства спирта, дрожжей, целлюлозно-бумажного производства. Это составная часть древесины, связывающая фибриллы целлюлозы в единое целое. Активированный лигнин и его производные - ароматические соединения, обладают высокой адсорбционной способностью, способностью образовывать на поверхности частиц твёрдой фазы достаточно плотную и гидрофильную полимерную плёнку. Ароматические полимеры - разжижители обладают высокой солестойкостью, при большой концентрации (выше 2-3 %) могут повышать прочность структур.

В практике бурения для разжижения глинистых растворов применяют почти все отходы гидролизного производства: гидролизный лигнин, шлам - лигнин, активные илы,

лигносульфонаты (сульфитспиртовая барда - ССБ, сульфит-дрожжевая бражка - СДБ, нитратный сульфатный щёлок НСЩ). К производным лигнина относятся нитролигнин - продукт окисления и нитрования гидролизного лигнина в 10 % азотной и 4 % серной кислоте, и г е т а н - продукт дальнейшей активации нитролигнина в каустической соде и кислороде; с у н и л - продукт активации нитролигнина гидросульфитом натрия. Производными ССБ являются о к з и л - продукт обработки кальциевой ССБ хромпиком в щелочной среде, феррохромлигносульфонат - продукт взаимодействия ССБ (СДБ) с серноокислым железом и бихроматом натрия, конденсированная сульфитспиртовая барда (КССБ, КССБ-1, КССБ-2, КССБ-4) – продукт обработки ССБ формальгидом и фенолом в кислой среде с последующей нейтрализацией щелочью. Цифра указывает на содержание фенола КССБ-4 кроме того содержит хромпик и по свойствам (термостойкости) близок окзилу.

Помимо целлюлозы и лигнина древесина содержит значительное количество гемицеллюлоз (примерно равное содержанию лигнина), среди которых выделяют древесную смолу. Экстракционная (нерастворимая в воде, но растворимая в этилацетате) смола наполовину состоит из фенолов. При конденсации фенолов с помощью формальдегидов и формаль сульфитов получают реагент - полифеноллесохимический - ПФЛХ.

Помимо перечисленных реагентов из растений, за рубежом применяют экстракты из различных деревьев и других растений — таннины, представляющие собой конденсированные фенолы. Одним из представителей таннинов является сулькор, получаемый из щелочной вытяжки отходов дубильного экстракта.

Широкое распространение в качестве разжижителей получили УЩР,

ТЩР - продукты активации бурого угля и торфа щелочами и их производные: НГР - (нитрогуматный реагент) - бурый уголь, окисленные 8 %-й азотной кислотой при температуре 50-60 °С, СНГР - сульфированный нитрогуматный реагент, который получают сульфированием бурого угля бисульфатом натрия, ХГР - хромгуматный реагент - бурый уголь, окисленный хромпиком.

В практике бурения для выбора способа структурирования или разжижения на графике определяет оптимальную зону (рис.1) в системе координат θ, T .

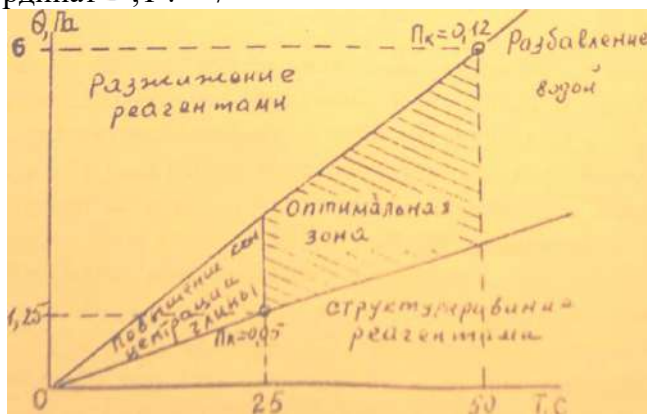


Рис. 6.1. Схема регулирования вязкости раствора

Для этого определяют минимальный и максимальный показатель консистенции - отношение СНС к условной вязкости

$$П_k = \frac{\theta}{T}$$

отмечают точки на графике и через эти точки проводят прямые.

В практике нефтяного бурения за оптимальные показатели принимают $\theta = 1,25 \div 6$ Па, $T = 25-50$ с, максимальный показатель консистенции $П_k = \frac{6}{50} = 0,12$ Па/с, минимальный $П_k = \frac{1,25}{25} = 0,05$ Па/с. Тогда оптимальной областью консистенции будет область, расположенная между прямыми, проведёнными через максимальный и минимальный $П_k$, в пределах - от 1,25 до 6 Па и T от 25 до 50 с.

Если вязкость T будет меньше 25 с раствор структурируют введением дополнительного количества твёрдой фазы, больше 50 с - буровой раствор разбавляют водой. При $П_k < 0,05$, раствор структурируют реагентами, при $П_k > 0,12$, раствор обрабатывают разжижителями (табл. 6.1).

В оптимальной области регулируют только показатель фильтрации.

Таблица 6.1

П _к раствора Па/с	Обработка	Тип реагента			
	Растворами реагентами	Пресный раствор	Слабоминер аз. NaCl раствор	Минерали з. NaCl раствор	Минерал из. CaCl ₂ раствор
П _к =0,05- 0,12	Понизителям и фильтрации	УЩР, ТЩР	УЩР, ТЩР	КССБ, КМЦ, гипан, К- 4, метас	КССБ, КМЦ
П _к <0,05	Структурооб разователям и	NaCl, Na ₂ SiO ₃ , кальц. глина	Ca(OH) ₂ CaSO ₄ натр.глина	Асбест солест. глина	CaCl ₂ , Ca(OH) ₂ CaSO ₄ кальц. глина
П _к >0,12	разжижителя ми	УЩР, ТЩР, нитролигнин , игетан, окзил, бур.уголь	ССБ, нитролигни н, окзил, ПФЛХ, бур.уголь	ССБ, окзил	ССБ, окзил

Методическая часть

Основными показателями качества разжижения являются вязкость, статическое напряжение сдвига и водоотдача. Статическое напряжение сдвига, как известно, определяют на приборе СНС-2, вязкость можно определять как по вискозиметру СПВ-5, так и вискозиметру ВСН-3.

Экспериментальная часть

Из заранее приготовленной пасты черногорского глинопорошка приготавливают 25 %-й глинистый раствор. Подгруппа разбивается на пять бригад.

1-й бригаде необходимо отлить из общей ёмкости 0,5 л 25 %-го раствора, определить показатель П_к и при необходимости наметить пути дальнейшей обработки раствора. При необходимости разжижения раствора определить методы разжижения и дать оценку эффективности выбранного метода.

2-й бригаде отлить 0,5 л 25 %-го раствора, обработать его кальцинированной содой (2 % от веса глины), определить по показателю П_к необходимость дальнейшей обработки раствора.

Если требуется разжижение раствора, выбрать метод разжижения и после его реализации определить эффективность метода.

3-й бригаде отлить 0,5 л 25/6-го раствора, обработать его кальцинированной содой (2% от массы глины) и полимерами (КМЦ-600, 1,5 % от массы раствора) и определить по показателю θ необходимость дальнейшей обработки. При необходимости разжижения определить метод разжижения и после его реализации определить эффективность метода.

4-й бригаде отлить 0,5 л 25 %-го глинистого, раствора, обработать его кальцинированной содой (2 % от массы глины) и полимерами (КМЦ-600 1,5 % от массы раствора), а затем поваренной солью (5 % от массы раствора). Определить необходимость дальнейшей обработки раствора по показателю P_k . При необходимости разжижения раствора выбрать его метод и после реализации определить эффективность метода.

5-й бригаде отлить 0,5 л 25 %-го глинистого раствора, разбавить его в 2 раза водой, обработать кальцинированной содой (2% от массы глины) метасом (0,5 % от массы раствора) и хлористым кальцием (1 % от массы раствора). По показателю P_k определить необходимость дальнейшей обработки. При необходимости разжижения выбрать метод, а после его реализации определить эффективность метода.

Результаты экспериментов бригады заносят в табл. 6.1.

Таблица 6.1

Состав раствора				Показатели			Разжижитель и показатель после разжижения			
Глина %	Na_2CO_3	КМЦ метас	$NaCl, CaCl_2$	θ_{10}, Pa	T, c	P_k	Разж.	θ_{10}, Pa	T, c	P_k

Анализ результатов исследований и выводы

На основании экспериментальных данных необходимо проанализировать влияние различных компонентов промывочной жидкости на показатели θ , T, P_k и сделать вывод об эффективности разжижения различными методами.

Практическая работа 7.

РЕГУЛИРОВАНИЕ ПЛОТНОСТИ ПРОМЫВОЧНОЙ ЖИДКОСТИ

Цель работы: ознакомить студентов с методами регулирования плотности бурового раствора.

Теоретическая часть

При бурении скважин неперенным условием предупреждения водопроявлений обвалов стенок скважин и связанных с ними осложнений является регулирование гидростатического давления столба бурового раствора в зависимости от давления водоносных пластов и норового давления глинистых пород. В зонах аномально высоких пластовых давлений, зонах неустойчивых горных пород, чтобы не допустить водопроявлений и обвалов .необходимо поддерживать плотность раствора, при которой давление на стенки скважин было бы несколько больше пластового давления флюида.

С другой стороны повышенное давление столба жидкости способно вызвать гидравлический разрыв пластов, что может повлечь потери промывочной жидкости и другие последствия. Повышенная плотность бурового раствора резко понижает механическую скорость бурения

$$V_{\text{мех}} = \frac{V_0}{\rho^n}$$

где V_0 - механическая скорость бурения при промывке водой, ρ - плотность раствора, n - показатель степени, равный 2-3.

Следовательно, при бурении скважин необходимо постоянно регулировать плотность бурового раствора.

Для повышения плотности раствора повышают концентрацию глины, вводят специальные утяжелители.

Буровые растворы, приготовленные на основе бентонитовых глин, имеют невысокую плотность 1059-1080 кг/м³. Каолиновые и иллитовые глины в зависимости от их качества позволяют получать растворы плотностью 1180—1300 кг/м³, а за счёт повышения концентрации и обработки химреагентами - разжижителями - 1400 -

1450 кг/м³. Однако опыт показывает, что выгоднее использовать утяжелители с высокой плотностью, т. к. они позволяют уменьшить концентрацию твёрдой фазы в растворе, а значит, повысить механическую скорость бурения и расход утяжелителя.

Основной показатель качества утяжелителя - утяжеляющая способность, которая определяется плотностью раствора после введения 300% утяжелителя (по массе к исходному раствору) для создания раствора с условной вязкостью 60 с, водоотдачей 5-6 см³ за 30 мин.

Утяжеляющая способность материала зависит от его плотности, дисперсности, гидрофильности и химического состава. Высокая степень дисперсности утяжелителя способствует повышению вязкости, а вязкость не позволяет повышать концентрацию утяжелителя и плотность раствора. Низкая степень дисперсности утяжелителя снижает седиментационную устойчивость.

В зависимости от минерального состава утяжелители делят на четыре группы: карбонатные (мергель, $\rho = 2650$ кг/м³, известняк и мел $\rho = 2700$ кг/м³, доломит, $\rho = 2900$ кг/м³, сидерит $\rho = 3900$ кг/м³), баритовые (баритовые концентраты производства обогащательных фабрик цветной металлургии КБ-1, КБ-2, КБ-3, КБ-4, КБ-5, плотностью 4050-4250 кг/м³), железистые (гематит $\rho = 5300$ кг/м³, магнетит $\rho = 4900$ -5200 кг/м³, ильменит $\rho = 4790$ кг/м³) и свинцовые (галанит $\rho = 7400$ -7500 кг/м³). Железистые утяжелители вследствие их абразивности применяют редко.

При добавках галенита получают буровые растворы плотностью более 3000 кг/м³.

Для промывки скважин в устойчивых горных породах и особенно в трещиноватых зонах с целью повышения механической скорости бурения и снижения поглощения плотность промывочной жидкости понижают (чаще всего за счет аэрации). Аэрация позволяет уменьшить плотность любых промывочных жидкостей в широких пределах. При этом возрастает вязкость раствора; при концентрации воздуха $C = 0 \div 54$ % она равна

$$\mu_a = \mu_n (1 + 3,6 C)$$

где μ_n - исходная вязкость.

При концентрации воздуха $C = 54 \div 96 \%$

$$\mu_a = \frac{\mu_n}{I} - C^{0,49}$$

Плотность азрированной жидкости определяется по формуле

$$\rho_0 = \frac{(I - a)\rho}{I - a + a\rho_0/\rho}$$

где ρ_0, ρ - плотность азрированной и исходной жидкостей, a - количество воздуха в единице объёма азрированной жидкости, ρ_0, ρ - атмосферное и заданное давление.

Гидростатическое давление азрированной жидкости ρ на глубине h для статических условий определяют из соотношения

$$P + \frac{a}{I-a} \lg \rho - \rho_0 = \rho h$$

Для придания промывочной жидкости закупоривающей способности в неё вводят наполнители. Для надёжного закупоривания трещин размеры частиц наполнителя должны быть в 2 раза меньше величины раскрытия трещин.

Для аэрации промывочных жидкостей применяют специальные азраторы, а для стабилизации азрированных растворов - пенообразователи.

Методическая часть

Плотность бурового раствора чаще всего определяют с помощью ареометра АГ-ЗПП или АБР-I, состоящего из поплавка с двумя рабочими и одной поправочной шкалами, мерного стакана с балластом и съёмного груза.

Перед измерением плотности раствора проверяют правильность его показаний. Для этого в стакан заливают пресную воду, подсоединяют его к поплавку и опускают вместе с поплавком в ведёрко с водой. Если по рабочей шкале 0,8-1,7 уровень воды ведёрка окажется выше или ниже 1, 0, нужно определить причину (наличие засохшей глины в стакане, его деформация, попадание воды в поплавок) и устранить ее. При невозможности этого сделать по поправочной шкале определить поправку.

После определения поправки стакан заполняют исследуемым раствором и опустив его вместе с поплавком в ведёрко с водой, по

шкале 1,6-2,6 определяют плотность раствора; к этому показанию добавляют ее личину поправки. Если поплавков не погружается в воду, к стакану подсоединяют груз и отсчёт ведут по шкале 0,8-1,7.

Для измерения плотности могут быть использованы также рычажные весы - плотномер ВРП-1. Плотномер состоит из стойки и рычага со стаканом. На рычаге имеются две призмы, с помощью которых рычаг устанавливается на стойке, и две шкалы, соответствующие этим призмам. Для определения плотности стакан заполняют раствором до отверстия и закрывают крышкой «рычаг устанавливают на правую призму, с помощью подвижного груза стакан с раствором уравнивают и снимают показания по верхней шкале. Если плотность окажется больше предела измерения, рычаг устанавливают на левую призму и показания снимают по нижней шкале.

Для более точного измерения плотности раствора используют пикнометр, представляющий собой стеклянный сосуд с притёртой пробкой и меткой на шейке.

Для определения плотности раствора вначале взвешивают пустой пикнометр P_1 . Заполняют его до метки исследуемым раствором, закрывают пробкой и вновь взвешивают P_2 .

Плотность бурового раствора рассчитывают по формуле

$$\rho = \frac{P_2 - P_1}{V}$$

где V - объём пикнометра.

Экспериментальная часть

Для приготовления утяжелённых глинистых растворов заранее готовят пасту из черногорского глинопорошка в соотношении 1:1 по массе.

Подгруппа разбивается на четыре бригады. Каждое бригаде выдаётся задание:

1-й бригаде: а) определить зависимость плотности глинистого раствора от концентрации глины; б) определить концентрацию глинистого раствора максимальной плотности.

Для этого приготовить из глинистой пасты 1 л глинистого раствора с концентрацией 30 %. Разлить его в три ёмкости: 460, 310 и 230 мл.

Во вторую ёмкость добавить 150 мл , в третью 230 мл воды. Определить концентрацию и плотность каждого раствора. По результатам замеров построить график зависимости $\rho = \varphi (C)$.

Повышая концентрацию глины раствора и регулируя реагентами - разжижителями, добиться максимальной плотности при $T_c = 60$ с и $B = 6$ см/30 мин.

2-й бригаде: а) определить зависимость плотности раствора от концентрации барита; б) определить уплотняющую способность барита. Для этого приготовить 0,6 л 7 %-го(по массе) глинистого раствора, разлить в три ёмкости по 200 мл, добавить в первую 200 г, во вторую 400 г, в третью 600 г барита, после перемешивания измерить плотность каждого раствора, построить график зависимости $\rho = \varphi (C)$. Для раствора 600г/200 мл определить показатель условной вязкости T_c и водоотдачу. При $T_c > 60$ с и $B > 6$ см/30 мин обработать раствор реагентами до нужных параметров $T_c > 60$ с, $B \approx 6$ см/30 мин и вновь измерить плотность раствора. По результатам замеров построить график зависимости $\rho = \varphi (C)$.

3-й бригаде: определить зависимость плотности бурового раствора от концентрации мела и определить уплотняющую способность мела.

Для этого приготовить 1 кг мелового раствора следующего состава по массе: 250 г воды, 750 г мела и 20 г КМЦ. Разлить тщательно перемешанный раствор в три ёмкости: 460 г, 310 г, 230 г. Разбавить водой раствор во второй ёмкости в 1,5 раза, а в третьей ёмкости- в 2 раза. После дополнительного перемешивания раствора определить концентрацию мела и плотность каждого раствора.

Построить график зависимости $\rho = \varphi (C)$. Определить вязкость T_c к водоотдачу B . При необходимости добавить глины до получения вязкости $T_c = 60$ с и водоотдачи $B = 6$ см/30 мин. Замерить плотность раствора.

4-й бригаде: определить зависимость плотности цементного раствора от концентрации цемента (или $B/ц$) и определить его уплотняющую способность. Для этого приготовить 1 кг цементного раствора следующего состава: 250 г воды, 750 г цемента ($B/ц = 0,33$). После тщательного перемешивания раствор разлить в три ёмкости: 450 г, 310 г и 230 г. Раствор второй ёмкости

разбавить в 1,5 раза, а в третьей ёмкости в 2 раза. Определить концентрацию цемента (или В/ц) и плотность каждого раствора, построить график зависимости $\rho = \varphi (C)$. Определить вязкость и водоотдачу раствора первого сосуда, добавить глины и полимеры до величины $T_c < 60$ с и $B < 6$ см/30 мин. Замерить плотность раствора.

Обсуждение результатов. Выводы

На основании полученных результатов сделать выводы о целесообразности использования различных утяжелителей.

Практическая работа 8.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК НЕУСТОЙЧИВОСТИ ГЛИНИСТЫХ ПОРОД

Цель лабораторной работы: экспериментально доказать теоретические положения осложнений при бурении глинистых пород, получить навыки экспериментальной деятельности, обеспечить более глубокое понимание явлений набухания, размягчения и диспергирования глинистых пород.

Теоретическая часть

Глинистые горные породы представляют собой совокупность минеральных обломков различного состава и различных фракций, связанных между собой плёнками воды (в глинах) или кремнекислоты (в аргиллитах). Поэтому глинистые породы называют связными. Со связными частицами «определяющими основные свойства глинистых пород, являются глинистые (размером в микрон и менее) и пылеватые (размером 2-5 мкм) частицы - продукты механического и химического выветривания магматических пород.

По минеральному составу глинистые частицы могут быть представлены различными минералами. Но преобладающими из них являются листовые силикаты: монтмориллонит, гидрослюда (чаще всего иллит и каолинит. Реже встречаются палыгорскит, хлорит, вермикулит и другие листовые силикаты.

Плотные метоморфизованные породы (например, глинистые сланцы, роговики) с непосредственным межмолекулярным взаимодействием глинистых частиц весьма устойчивы. Трещиноватые при насыщении их водой распадаются на кусочки (по трещиноватости). Глины с неустойчивыми и слабоуплотнёнными частицами легко насыщаются водой, набухают, теряют свою прочность и разрушаются.

Степень набухания (отношение объема набухшей породы к объёму сухой породы) обусловлена структурой кристаллов горной породы, дисперсностью и гидрофильностью глинистых частиц. С увеличением дисперсности частиц (увеличением их суммарной поверхности) и гидрофильности (заряда частиц, обусловленного количеством гидрофильных функциональных $\equiv\text{SiO}^-$; $\equiv\text{SiOH}^-$ на их поверхности). Степень набухания возрастает.

Кристаллическая решётка монтмориллонита представляет собой пакетиз двух слоёв кремнекислородных тетраэдров $\text{SiO}_2\text{O}_5^{2-}$, связанных гидраргиллитовым слоем $\text{Al}(\text{OH})^{2+}$. Пакеты между собой связаны обменными катионами: K^+ , Na^+ , Mg^{2+} , Ca^{2+} . С увеличением заряда катиона прочность связи повышается, поэтому кальциевые монтмориллониты значительно труднее набухают и диспергируют в воде, по сравнению с натриевыми.

Кристаллическая решётка иллита сходна с кристаллической решёткой монтмориллонита, отличается лишь тем, что в поверхностном слое пакета часть атомов кремния замещена атомами алюминия, в результате чего некомпенсированный заряд поверхности пакетов активнее взаимодействует с катионами (в частности с катионами калия K) и связь между пакетами оказывается значительно выше, чем в пакетах монтмориллонита. Иллиты значительно слабее набухают и труднее диспергируют в воде.

Кристаллическая решётка каолинита имеет только два слоя: слой кремнекислородных тетраэдров и гидраргиллитовый слой. Пакеты каолинита за счёт большого количества гидроксильных групп OH^- сказываются прочно связанными между собой. Глина весьма слабо набухает и диспергирует в воде.

Молекулы воды состоят из атомов кислорода и двух атомов водорода. Атомы кислорода и водорода обладают разной

электроотрицательностью, поэтому орбитали кислорода подвергаются гибридизации (вытягиваются). Молекула воды принимает форму тетраэдра и поляризуется (образует диполь). В двух вершинах тетраэдра (в вершинах орбиталей кислорода с неподелёнными электронными парами) возникает отрицательный заряд, а в двух других вершинах (с атомом водорода) - положительный заряд.

В результате такой поляризации молекул воды осуществляется межмолекулярная связь. Помимо межмолекулярных сил между молекулами воды и поверхностью твёрдого тела возможна и водородная связь, обусловленная способностью атома водорода воды взаимодействовать с высокоотрицательными атомами твёрдого тела: *O*, *N*, *Cl*, *F*. Водородная связь прочнее межмолекулярной в 5-6 раз, но в 15-20 раз слабее химической.

В результате взаимодействия отрицательного заряда глинистых частиц (обусловленного наличием на их поверхности огромного количества высокоотрицательного кислорода) и положительных полюсов молекул (диполей) вода (за счёт межмолекулярных и водородных связей) вокруг частиц образуется плотный адсорбированный гидратный слой, прочно связывающий глинистые частицы друг с другом.

Прочность глинистой породы зависит от толщины плёнки воды между глинистыми частицами.

У самой поверхности глинистых частиц силы взаимодействия молекул воды с частицами достигают тысяч и десятков тысяч кг/см². С удалением от поверхности межмолекулярные силы быстро убывают обратно пропорционально седьмой степени расстояния (от молекул до частиц). Таким образом, чем тоньше плёнка воды, тем выше прочность породы.

Суммарную поверхностную энергию всех частиц горной породы называют объёмной электрической энергией. Плотность объёмной электрической энергии определяется главным образом дисперсностью и гидрофильностью (зарядом) частиц. С увеличением толщины плёнок воды между частицами эта плотность понижается.

Под воздействием объёмной электрической энергии горной породы последняя насыщается водой и набухает. Глина насыщается водой до тех пор, пока толщина гидратного слоя не достигнет некоторого критического значения при котором сила взаимодействия молекул воды с частицами будет меньше силы давления извне или когда межмолекулярные силы снизятся до нуля.

В лабораторных условиях пользуются тремя характеристиками набухания: степенью набухания $K_1 = V_n / V_0$, показателем набухания $K_2 = V_{ж}/\rho$ и скоростью набухания $\omega = K_2/t$, где $V_{ж}$ - объём воды в горной породе, V_0 - объём сухой породы, V_n - объём насыщенной водой породы, ρ - вес сухой породы, t - время набухания.

В результате насыщения глины водой толщина плёнок воды между частицами возрастает, вследствие чего прочность глины падает (глина размягчается).

В атмосферных условиях прочность глины понижается обратно пропорционально её влажности в третьей степени

$$f_i = \frac{f_0 K_0^3}{K_i^3} \quad (8.1)$$

где f_0 и f_i пластическая прочность глины исходного образца и образца, насыщенного водой, K_0 , K_i - влажность глины. Характеристикой снижения прочности глинистой породы является коэффициент размягчения $K_p = f_i/f_0$ который зависит от дисперсности глины и гидрофильности ее частиц.

Прочность глины, находящейся под давлением σ_i обратно пропорциональна её влажности W_i

$$\sigma_i = \frac{W_0 \sigma_0}{W_i}, \quad (8.2)$$

где σ_0 и W_0 - прочность и влажность «сухого» образца глины.

В контакте глины с водой за счёт поверхностной энергии частиц происходит не только "всасывание" молекул воды глиной, но и "всасывание" водой глинистых частиц, т. о. диспергирование глины.

Эффективность диспергирования зависит как от дисперсности и гидрофильности глины, так и от наличия количества и заряда в воде катионов.

За критерий диспергирования глины можно принять скорость диспергирования породы.

Скорость диспергирования - это объём (ΔV) или вес (ΔP) глины, перешедшей с единицы площади образца S в промывочную жидкость за единицу времени

$$D = \frac{\Delta P}{S \cdot t} . \quad (8.3)$$

Методическая часть

1. Для изучения процессов набухания, размягчения и диспергирования глины предусматривается использовать образцы из кальциевых бентонитов, которые студенты получают из заранее приготовленного глинопорошка на водопроводной воде в соотношении 1:1 по массе.

В настоящее время существует целый ряд методик определения набухания глины.

Наиболее простой является методика визуального наблюдения М. Х. Фишера, заключающаяся в следующем.

Исследуемый образец помещается в градуированный сосуд, фиксируется его начальный объём. Затем в сосуд заливается вода и через некоторое время измеряется объём набухшего образца. Отношением объёма набухшего образца к его первоначальному объёму и характеризуется величина набухания.

Для проведения исследований по этой методике необходимо иметь: 2 мензурки, корзинку для опускания образца, весы и часы.

Для изучения процесса размягчения глины (определения пластической прочности) используют различные методы.

Наиболее часто замер пластической прочности осуществляют по методу П. А. Ребиндера на приборе ВИКа, у совершенствованному М. С. Винарским. Вместо иглы прибор снабжается комплектом конусов из стали или алюминия с углами при вершине $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$.

Пластическая прочность определяется по формуле

$$P_m = K_\alpha (P/h^2), \text{ Па}, \quad (8.4)$$

при K_α – коэффициент зависящий от угла конуса

$$K\alpha = \frac{I}{\pi} \cos^2 \frac{\alpha}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}, \quad (8.5)$$

при $\alpha = 60^\circ$, $K\alpha = 0,413$; P - вес погружаемой системы, H ; h - глубина погружения конуса, м.

Коэффициент размягчения определяют по отношению пластическое прочности набухшего образца к пластической прочности исходного образца

$$K_p = \frac{P_m}{P_{исх}}$$

Скорость диспергирования глины в воде невелика, и определить её вследствие сложности происходящих в растворе процессов можно лишь с большой погрешностью, поэтому на практике её не измеряют. Тем не менее этот показатель (особенно при использовании в качестве промывочной жидкости растворов электролитов) имеет важное значение при выборе буровых растворов. Исследования предполагается проводить с использованием 5-10 %-го раствора $Al_2(O_4)_3$.

Скорость диспергирования можно определить приближённо по разности весов образцов глины, выдержанных в воде, и испытуемом буровом растворе, делённой на площадь поверхности образца и время выдержки

$$V_g = \frac{P_{н.в.} - P_{н.р.}}{S t}$$

Экспериментальная часть

Исследования набухания и размягчения глины. 1. Из заранее приготовленного замеса глины на воде (в соотношении 1:1 по весу) готовят образцы в виде шариков или цилиндров, диаметром 4-5 см. 2. Определяют вес образцов P_0 . 3. Определяют пластическую прочность (среднюю из трёх измерений).

4. В мензурку заливают 150 мл воды. 5. С помощью корзинки в мензурку опускают образцы глины и измеряют их объём (по изменению уровня воды в мензурке) V_0 . 6. Через каждые 0,5 часа выдержки в воде образцы извлекают из мензурки и измеряют объём набухшей глины V_n . 7. Замеряют вес набухшего образца P_n . 8. Замеряют пластическую прочность глины P_m . 9. Определяют степень набухания $K_1 = \frac{V_n}{V_0}$. 10. Определяют объём жидкости в глине

По полученным данным строят графики зависимости от времени.

Обсуждение результатов. Выводы.

Общие выводы о характеристиках горной породы, о зависимостях показателей и скорости набухания, размягчения и диспергирования от времени. Прогноз поведения горной породы при её перебурировании. Требования к промывочной жидкости при бурении глины.

Литература

1. Ивачёв Л. М. Промывочные жидкости и тампонажные смеси. М.: Недра, 1987.
2. Зварыгин В. И. Регулирование технологических свойств суровых растворов. Красноярск: КИЦМ, 1994.
3. Лекции.



**ФГБОУ ВО
УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ**



ФАКУЛЬТЕТ ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ

**Кафедра технологии и техники разведки месторождений полезных
ископаемых**

Усов Г.А.

**ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРИГОТОВЛЕНИЯ
БУРОВЫХ ПРОМЫВОЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ**

Методическое пособие по самостоятельной работе
для студентов специальности
21.05.03 Технология геологической разведки

Екатеринбург 2020

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. МЕХАНИЧЕСКОЕ ПРИГОТОВЛЕНИЕ БУРОВЫХ РАСТВОРОВ.....	4
2. ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ ПРИГОТОВЛЕНИЕ ГЛИНИСТЫХ РАСТВОРОВ.....	10
3. СПОСОБЫ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ДИСПЕРГАЦИИ ГЛИНИСТЫХ РАСТВОРОВ.....	14
4. ПРИГОТОВЛЕНИЕ ПОЛИМЕРНЫХ И ЭМУЛЬСИОННЫХ РАСТВОРОВ.....	17
5. ПЕРЕМЕШИВАТЕЛИ.....	21
5.1. Гидравлические перемешиватели.....	21
5.2. Механические перемешиватели.....	23
5.3. Перемешиватели, выпускаемые зарубежными фирмами.....	24
6. ГИДРОАКУСТИЧЕСКИЕ МАШИНЫ ДЛЯ ПРИГОТОВЛЕНИЯ БУРОВЫХ ПРОМЫВОЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ РАЗРАБОТАННЫЕ НА КАФЕДРЕ “ТТР МПИ”.....	26
6.1. Малогабаритная многосекционная роторная мельница «ММР-2».....	26
6.2. Барабанный измельчитель.....	28
6.3. Струйная вихревая мельница.....	29
6.4. Гидродинамическая роторная мельница ГРМ-2.....	31
6.5. Многоступенчатая струйно-вихревая мельница “СВМ - 3”.....	32
6.6. Многоступенчатая микромолотковая мельница для приготовления механоактивированных буровых растворов.....	34
6.7. Лопастной механоактиватор “ЛМА-2М”.....	37
6.8. Малогабаритная щеточная мельница ММЩ-2М для приготовления буровых промывочных жидкостей.....	39
6.9. Вихревой гидродинамический излучатель “ГДИ”.....	41
6.10. Центробежная мельница мокрого помола “МЦ-Т”.....	43
6.11. Малогабаритная щеточная мельница «МЩ-1».....	45
6.12. Передвижная установка для приготовления буровых промывочных жидкостей.....	46
6.13. Экспресс технология производства импортозамещающих буровых реагентов с использованием эффекта механоактивации крахмалосодержащего сырья.....	50
6.14. Универсальный буровой реагент “РБЦ-4” на основе механоактивированного древесного волокна с повышенным содержанием смол.....	52
6.15. Буровой реагент для освоения шельфовых нефтегазовых месторождений «Peat-MA».....	64
7. ТЕХНИКА БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ПРИГОТОВЛЕНИИ ПРОМЫВОЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ.....	69
7.1. Меры безопасности при работе с промывочными жидкостями.....	69
7.2. Производственная санитария.....	72
7.3. Меры пожарной безопасности.....	73
СПИСОК ИСПОЛЪЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	75

ВВЕДЕНИЕ

По современным представлениям со все возрастающими объемами и глубинами бурения увеличение скорости проходки скважины возможно лишь при быстром и качественном приготовлении буровых промывочных жидкостей. Производительность приготовления и качество применяемых очистных агентов оказывает влияние практически на все показатели в бурении, например, скорость проходки скважин может быть увеличена до 20-30% и выше. При этом общая доля затрат на приготовление буровых промывочных жидкостей составляет от 5 до 14% стоимости сооружения скважин. К промывочным жидкостям предъявляются требования с учетом комплекса геологических, технологических и организационных факторов, возникающих в процессе бурения. Это обуславливает необходимость применения разнотипных машин для приготовления буровых очистных агентов по принципу действия, энергозатрат, производительности, металлоемкости, габаритов и т.д.

Для приготовления промывочных жидкостей из сухих порошкообразных материалов требуется лишь тщательное перемешивание частиц твердой и жидкой фазы и создание условий для полного смачивания твердых частиц. Для приготовления промывочных жидкостей из комовых материалов или влажных порошков необходимо предварительное дробление кусков или слипшихся комков. Процессы дробления исходных твердых материалов и перемешивание их с жидкостью, в частности с водой, осуществляются в механических или гидравлических мешалках.

Машиностроительные заводы по заявкам предприятий бурения продолжают выпускать оборудование для приготовления и утяжеления промывочных жидкостей из комовых материалов. В настоящее время можно найти описание некоторых видов такого оборудования, применяемого различными объединениями, хотя известно, что наиболее прогрессивным, наиболее экономичным является оборудование для приготовления промывочных жидкостей из сухих порошкообразных материалов, что подтверждается зарубежной практикой.

Глинистые растворы готовят в специальных устройствах — глиномешалках механическим или гидравлическим способами. Глиномешалки соответственно подразделяются на механические и гидравлические. Механические глиномешалки по характеру действия делятся — прерывного (циклового) и непрерывного; по конструктивному исполнению — лопастные, роторные, шаровые; по расположению валов — с горизонтальным и вертикальным расположением. Лопастные глиномешалки делятся по числу валов - наодновальные и двухвальные.

В методическом пособии рассмотрены конструкции основных технических средств для приготовления буровых промывочных жидкостей, применяемых в геолого-разведочной и нефтегазодобывающей отраслях, а так же гидродинамические и гидромеханические измелчительные устройства разработанные на кафедре ТТР МПИ за последние 30 лет.

1. МЕХАНИЧЕСКОЕ ПРИГОТОВЛЕНИЕ БУРОВЫХ РАСТВОРОВ

Механические глиномешалки используются для приготовления глинистых растворов, как из комовых, так и из порошковых глин. Привод глиномешалок осуществляется от индивидуальных двигателей или через трансмиссию.

Механические глиномешалки могут быть одновальные, двухвальные, трехвальные с вертикальным или горизонтальным расположением валов. Привод глиномешалок осуществляется от индивидуальных двигателей или через трансмиссию.

Характеристика глиномешалок, применяемых при разведочном бурении, приведена в табл.1.

Механическая лопастная глиномешалка с горизонтальным валом (рис.1) состоит из металлической емкости-корпуса 1, в которой вращается вал 4 с укрепленными на нем поперечными лопастями 6 для измельчения и перемешивания глины с водой. Лопасти расположены одна относительно другой под углом 90°. Между внутренней поверхностью корпуса и лопастями имеется просвет в 30—35 мм.

Таблица 1

Техническая характеристика глиномешалок

Тип глиномешалки	Емкость, м ³	Расположение валов	Число валов	Скорость вращения рабочих валов, об/мин.	Мощность привода двигателя, кВт.	Габариты, мм.			Масса, кг.
						Длина	Ширина	Высота	
Г-1-0,25	0,25	горизонт.	1	80	2,0	1400	870	115	260
Г1-0,30	0,30	горизонт.	1	37	2,0	2230	895	0	309
ГМ-0,7	0,70	горизонт.	1	125	5,0	1650	1000	108	-
ГМЭ-0,75	0,75	горизонт.	2	78	2,8	2050	1450	0	696
ОГХ-7А	0,75	вертик.	1	95	6,0	1250	1220	125	385
ГК-1	1,0	горизонт.	2	-	3,0	-	-	0	-
МГ-1-0,75	0,75	горизонт.	-	-	2,8	-	-	131	-
МГ-1-0,80	0,80	горизонт.	2	165	4,5	2450	1130	7	760
Г2-П-2-4	4,0	горизонт.	2	95	21,5	-	-	168	3734
МГ-2-4	4,0	горизонт.	2	90-100	14,0	3890	3015	5	3565
	3,0	горизонт.	2	-	8,8	-	-	-	-
	2,0	горизонт.	2	-	7,0	1450	2150	-	1857

Глину загружают через загрузочный люк 5, который закрывается крышкой. Приготовленный раствор выпускают через спускной люк 7. Вращение с рабочего шкива 2 на горизонтальный вал передается с помощью зубчатого редуктора 3. Как правило, глиномешалка устанавливается на полозьях. Для приготовления глинистого раствора лопастную глиномешалку заполняют водой примерно на $\frac{1}{3}$ объема и загружают в нее необходимое количество глины, периодически проворачивая вал с помощью электродвигателя. Затем доливают воду до верха глиномешалки, закрывают люк крышкой и включают электродвигатель.

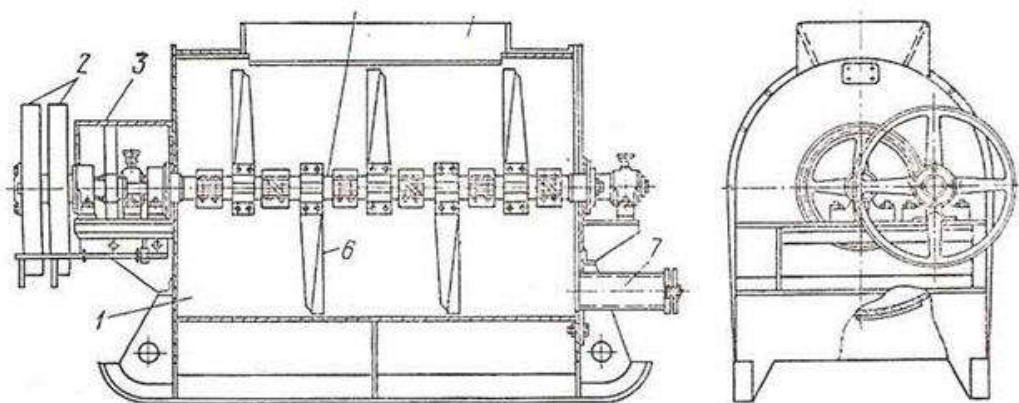


Рис. 1. Горизонтальная одновальная глиномешалка.

Глиномешалка МГ-2-4Х (рис. 2) представляет собой овальный сварной барабан 1, внутри которого на шарикоподшипниках, закрепленных на кронштейнах 6, параллельно установлены два рабочих вала 7 квадратного сечения. К этим валам с помощью болтов крепятся лопасти. Привод валов осуществляется от электродвигателя, передающего вращение ведомому шкиву 9, расположенному на одном валу с шестерней 8, которая, в свою очередь, передает вращение зубчатым колесам 5 на валу 7. Вода, глина и другие компоненты раствора подаются в барабан через загрузочный люк 2. Барабан установлен на раме 4. Рабочие лопасти, вращаясь, разбивают комья глины, в результате чего при смешивании их с водой образуется глинистый раствор. Приготовленный раствор сливается через спускной патрубок 3, расположенный в нижней части барабана, с помощью специального рычага. Конструкция глиномешалки ГКЛ-2М отличается от МГ-2-4Х существенно.

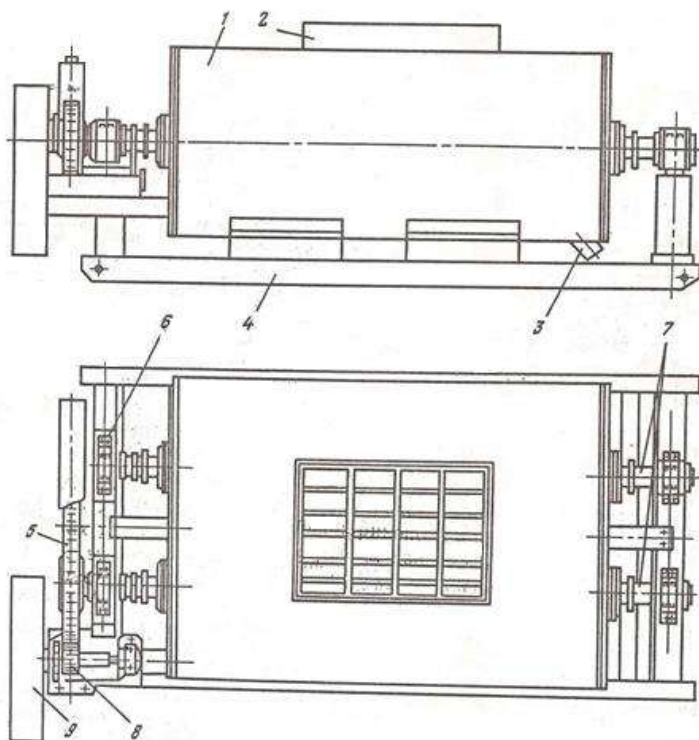


Рис. 2. Глиномешалка МГ-2-4Х

Техническая характеристика лопастных глиномешалок

Тип глиномешалки.....	МГ-2-4Х	ГКЛ-2М
Вместимость барабана, м ³	4	2
Число рабочих валов	2	2
Частота вращения валов, об/мин.....	90—100	184
Максимальная производительность по комовой глине, м ³ /ч	2	1,5
Мощность приводного двигателя, кВт	14	7
Габариты, мм:		
Длина	3890	1450
ширина.....	3015	2150
высота.....	1445	1500
Масса, кг	3565	1957

Механические лопастные глиномешалки отличаются простотой конструкции, но имеют и ряд существенных недостатков: сравнительно невысокую производительность; трудность доступа внутрь глиномешалки для выполнения ремонта и чистки; частые заклинивания и поломки лопастей при попадании в глину твердых включений большого размера; уменьшение рабочего объема глиномешалки при налипании глины к внутренним стенкам. Разновидность механических глиномешалок — фрезерно - струйные мельницы (ФСМ), разработанные Воронежским инженерно-строительным институтом для приготовления и утяжеления промывочных растворов. ФСМ—машины непрерывного действия, используются для приготовления глинистых растворов из комовых глин и глинопорошков.

Фрезерно-струйная мельница (рис.3) состоит из следующих основных узлов: лопастного ротора 2, приемного бункера 9, предохранительной шарнирной плиты 13, диспергирующей рифленной плиты 1, ловушки 16 и лотка 4 для отвода готового глинистого раствора.

Комовые или порошкообразные материалы подаются, в приемный бункер 9, вода—по перфорированной трубе 11. Подвижной щиток 10 ограничивает предельный размер комьев, попадающих из бункера во внутреннюю часть корпуса. Исходные материалы попадают по предохранительной плите 13 на вращающийся, на валу 3 ротор 2. Большие камни или куски металла, имеющиеся в глинистом материале, заклиниваются между лопастями ротора и предохранительной плитой. Значительные усилия, возникающие при ударе лопастей 7 ротора о крупные твердые включения, приводят к срезыванию специальных сменных штифтов 15. При этом предохранительная плита, поворачиваясь вокруг шарнира 12, отходит к задней стенке корпуса мельницы, а посторонние включения проваливаются в ловушку 16, закрытую снизу специальной откидной крышкой 18 с резиновой прокладкой 17. Из ловушки они периодически удаляются путем открывания крышки с помощью механизма 19.

Расстояние между лопастным ротором и предохранительной плитой изменяется путем перестановки штифтов в регулирующей планке 14. В нижней части корпуса мельницы расположена сменная диспергирующая рифленная плита 1, огибающая с небольшим зазором четверть ротора. В боковой части корпуса укреплен решетка 6. Размер отверстий ее обусловлен требованиями, предъявляемыми к приготовляемому раствору. Сверху решетка закрыта отражательным щитком 5, который может быть откинут поворотом вокруг шарнира 8.

Готовый раствор стекает, по внешней поверхности решетки и по лотку 4 отводится в сторону. Корпус мельницы укреплен на раме 20. Предусмотрен разъем

корпуса по горизонтальной плоскости, проходящей через ось вала лопастного ротора.

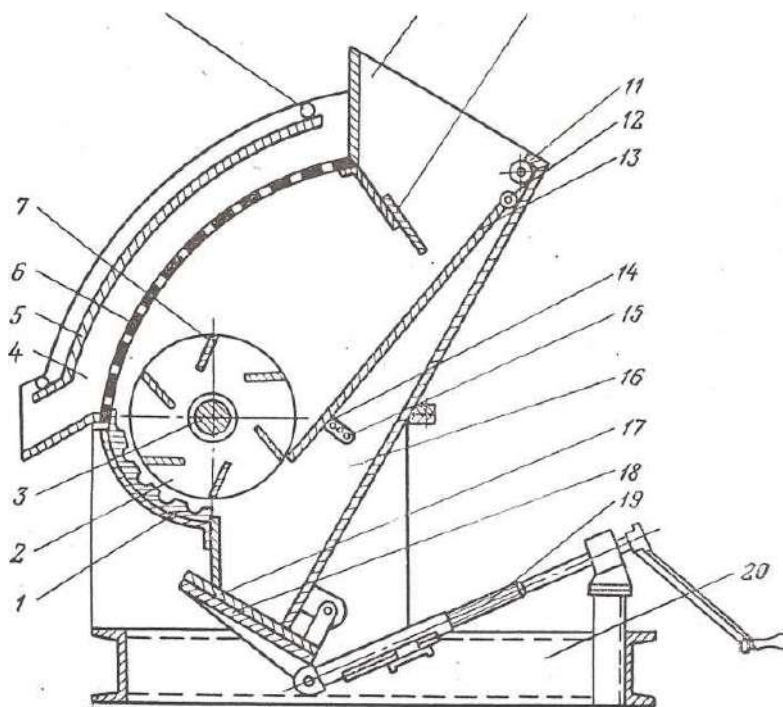


Рис. 3 Фрезерно-струйная мельница ФСМ-7

Принцип работы ФСМ заключается в следующем. Глина и вода, подаваемые в приемный бункер мельницы, захватываются лопастями ротора. При перемещении вдоль диспергирующей плиты происходит первичное измельчение глины. Дополнительное более тонкое измельчение их осуществляется при ударе струй, выбрасываемых лопастями ротора, о выходную решетку, а также при последующем перемещении суспензии вдоль решетки и прохождении раствора через ее отверстия. Частицы, не успевшие измельчиться в мельнице, вследствие циркуляции раствора вновь попадают под лопасти ротора.

Имеется ряд типов ФСМ: ФСМ-3, ФСМ-7, ФСМ-12, отличающихся, друг от друга, несущественными конструктивными изменениями.

Техническая характеристика фрезерно-струйной мельницы ФСМ-7

Производительность, т/ч:	
по комовой глине	8—10
по глинопорошку.....	20—25
Диаметр ротора, мм	400
Частота вращения ротора, об/мин	500
Мощность приводного электродвигателя, кВт	28
Габариты, ...	1950x1530x1410
Масса, кг.....	1400

Бесперебойная работа фрезерно-струйной мельницы может быть обеспечена только при наличии механизированной загрузки исходных материалов.

К преимуществам ФСМ относятся: высокая производительность, как по комовым глинам, так и по глинопорошку; простота конструкции и небольшие габариты; высокая экономичность.

Недостатками являются: низкое качество раствора, так как он содержит много нераспустившихся частиц глины относительно высокая приводная мощность, исключающая применение ФСМ в отдаленных партиях с ограниченными энергетическими ресурсами.

Первый недостаток устраняется многократной циркуляцией раствора по схеме ФСМ — емкость — насос — ФСМ. При приготовлении глинистого раствора по такой схеме производительность ФСМ остается более высокой, чем у лопастных глиномешалок.

В Канмансурской ГРЭ С. В. Яковлевым предложена, а Э. Н. Карповским усовершенствована высокопроизводительная вихревая глиномешалка с небольшой приводной мощностью.

Глиномешалка состоит (рис. 4) из корпуса 5 с конусной нижней частью и сливным крапом 10 и кронштейна 1, на котором установлен электродвигатель 2. Вращение от электромотора на рабочий элемент — активатор 8 (диск с ребрами на наружной поверхности) передается через вертикальный вал 6 и соединительную муфту 3. Вал крепится в верхней части к кронштейну с помощью опоры 4 с подшипниковым узлом внутри, а в нижней — фиксируется специальным опорным устройством 9. При работе с мерзлой глиной над активатором устанавливается предохранительный конус 7.

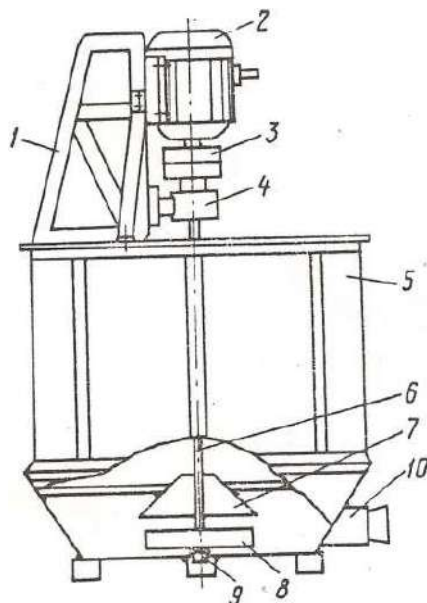


Рис. 4 Вихревая глиномешалка с вертикальным валом

При вращении активатора внутри глиномешалки создается завихрение жидкости и происходит размыв глины струями воды. Комья глины, отбрасываемые от активатора, после удара о стенки корпуса подхватываются струями раствора и вновь ударяются о ребра активатора, что способствует более интенсивному их разрушению.

Производительность вихревых глиномешалок примерно в три раза выше известных лопастных. Так, вместо 30—40 мин на приготовление 0,5 м³ раствора из комовой глины затрачивается 10—12 мин. За счет применения электродвигателя небольшой мощности (глиномешалка емкостью 0,5 м³ имеет двигатель мощностью 2,3 кВт) и повышения скорости приготовления раствора в несколько раз сокращается расход электроэнергии.

Вихревые глиномешалки просты по устройству и могут быть изготовлены в условиях механических мастерских экспедиций. Емкость их может быть практически любой.

Последнее время в некоторых геологоразведочных организациях применяется новая скоростная высокопроизводительная глиномешалка-диспергатор со шнековым перемешивающим устройством (рис.5) производительностью при механизированной загрузке до 240 м³/сут. Габариты ее примерно в два раза меньше, чем у двухвальной глиномешалки, масса 800 кг. Принципиальная схема глиномешалки приведена на рис. 5. Она состоит из шнекового перемешивающего устройства, диспергирующих крыльчаток, вращающихся на одном валу, и броневых гребенок со сменными пропускными решетками, неподвижно закрепленных в корпусе. Общий вид профиля пропускной решетки показан на разрезе А—А. Регулировка производительности глиномешалки осуществляется вентилями.

Приготовление раствора производится следующим образом: глина из приемного бункера захватывается шнеком и направляется на диспергирующее устройство. Удаление твердых включений, не поддающихся диспергированию, производится через ловушку с нижней откидной крышкой. Глиномешалка может работать в замкнутом прямом и обратном цикле. Принудительная циркуляция создается вращением шнека и крыльчаток.

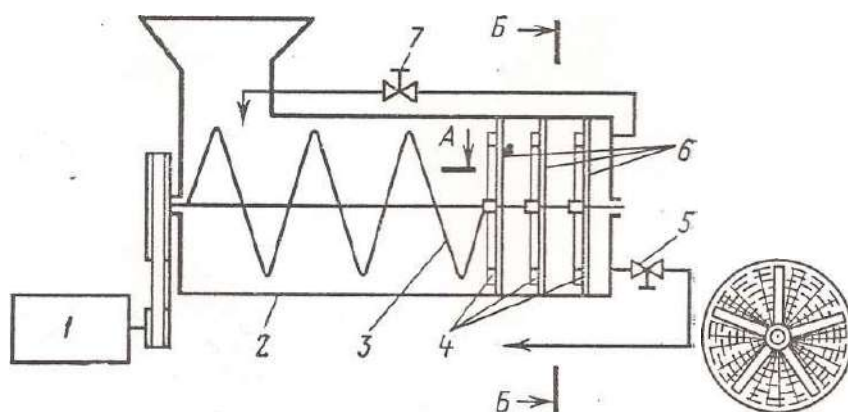


Рис. 5. Скоростная глиномешалка.

1- электромотор; 2- корпус; 3- шнековое устройство; 4- диспергирующие крыльчатки; 5- регулировочный вентиль; 6- пропускные решетки ; 7- регулировочный вентиль

Шаровые глиномешалки выпускали несколько последних лет. В качестве истирающих элементов в них применялись металлические шары. Барабан таких глиномешалок вращается, что приводит к перекатыванию шаров и истиранию твердой фазы. При более сложной конструкции производительность шаровых глиномешалок остается низкой, что и обусловило их снятие с производства.

Невысокая производительность лопастных и шаровых глиномешалок и высокая энергоемкость ФСМ вынуждают искать более приемлемые конструкции устройства, которые бы в большей мере учитывали конкретные условия работ. Так, имеются глиномешалки вихревого типа, (в которых перемешивание осуществляется по принципу, заложенному в стиральной машине), комбинированного типа, (в которых совмещены процесс предварительной пластической деформации и измельчения глины и перемешивание ее с жидкостью) и др.

2. ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ ПРИГОТОВЛЕНИЕ ГЛИНИСТЫХ РАСТВОРОВ.

В разведочном бурении подчиненное значение имеет гидравлический способ приготовления глинистых растворов, при котором для разрушения части твердой фазы используется только кинетическая энергия струи. Устройства для гидравлического способа приготовления глинистых растворов получили название гидравлических смесителей или гидромешалок. Различают гидромониторные и эжекторные гидросмесители.

Гидромониторные глиномешалки ГСТ, ГВФТ, Папировского, Резниченко и другие используют при бурении глубоких скважин. Производительность таких гидромешалок 40—120 м³/ч, давление жидкости перед насадками гидромониторов 4—10 МПа. Для условий разведочного колонкового бурения наиболее приемлем гидромониторный смеситель ГСТ (рис. 6)

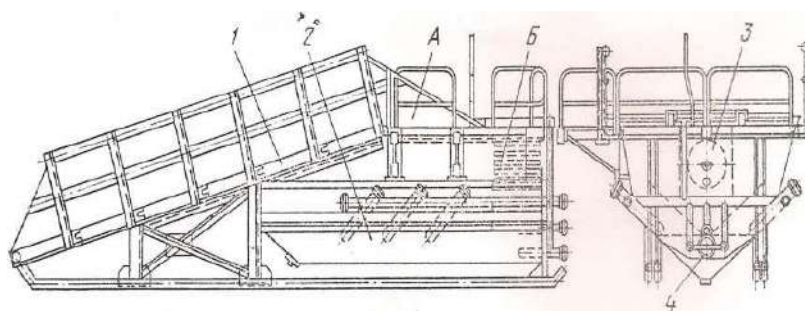


Рис. 6. Гидромониторный смеситель ГСТ.

Смеситель состоит из резервуара 2 и загрузочного трапа 1, по которому бульдозером подаются в резервуар исходные материалы. Резервуар разделен перегородкой на два сообщающихся отсека А и В. В отсек А встроены шесть мониторов, направленных под углом к оси резервуара. Такое расположение гидромониторов обеспечивает создание в отсеке А мощного потока, интенсивно размывающего глину.

В отсек В встроены три гидромонитора. Образовавшаяся в отсеке А суспензия движется в отсек В, который разделен перегородками на четыре полости. Проходя между перегородками, жидкость теряет нераспустившиеся комки глины, которые под действием трех гидромониторов возвращаются в отсек А. Освобожденная от комков суспензия поступает в барабанный фильтр 3, а оттуда через сливную трубу в приемный или запасной резервуар. Смеситель очищается через люк 4.

За один цикл нельзя получить высококачественный глинистый раствор, поэтому в процессе приготовления суспензия несколько раз циркулирует по замкнутому циклу буровой насос — смеситель — запасной резервуар — буровой насос до полной диспергации твердой фазы.

Производительность гидромониторного смесителя ГСТ 40 м³/ч, объем резервуара 14 м³, рабочее давление при работе одного насоса 4—5 МПа, двух насосов 7,5—9,5 МПа, масса 8390 кг.

Для получения глинистых растворов из комовых глин используют гидромониторную мешалку (гидросмеситель) Л. Т. Папиrowsкого (рис. 7). Она представляет собой корпус 6, имеющий форму горизонтально расположенного цилиндра, усеченного в нижней части. В корпусе на специальных опорах 2 монтируется нагнетательная линия, состоящая из нагнетательного кольца 1, с размывными трубками 3 и задвижками 9.

Приготовление глинистого раствора осуществляется по замкнутому циклу. После заправки глиномешалки расчетным количеством глины и воды включается насос. Жидкость забирается насосом из глиномешалки по всасывающей линии и вновь поступает в нее по нагнетательной линии. Для предохранения от попадания во всасывающую линию насоса крупных комков глины в корпусе глиномешалки устанавливают две сетки 7 и 8.

Загрузку глиномешалки глиной осуществляют при помощи бульдозера или автомашин-самосвалов. Вода подается из трубопровода или с помощью насоса.

Количество приготовленного раствора зависит от скорости истечения жидкости из размывных сопел и времени перемешивания. Количество одновременно работающих мониторов может меняться путем отключения части мониторов задвижками. Давление в нагнетательной линии должно поддерживаться в пределах 30—40 кгс/см². Длительность приготовления составляет 1,0—1,5 ч.

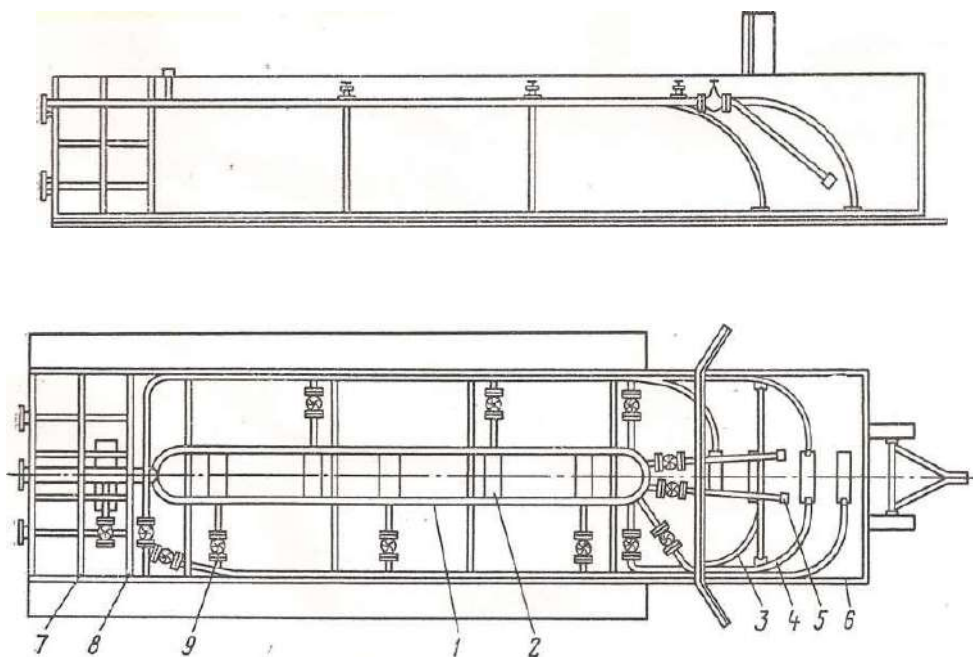


Рис. 7. Общий вид гидромониторной мешалки Л. Т. Папиrowsкого:

- 1 — нагнетательное кольцо гидромониторной системы; 2 — опора нагнетательного кольца; 3 — размывная трубка; 4 — водяная линия; 5 — штуцер размывной трубки; 6 — металлический корпус гидромешалки; 7 и 8 — металлические защитные сетки; 9 — задвижка высокого давления

Емкость глиномешалок Л. Т. Папиrowsкого может быть различной (от 25 до 200 м³). Производительность ее зависит от объема и примерно в 10—15 раз превышает производительность наиболее крупных лопастных глиномешалок МГ2-4 и Г2-П-2-4.

Для приготовления растворов из глинопорошка используются гидравлические мешалки эжекторного типа (гидроворонки). Это устройство непрерывного действия.

Гидравлические мешалки эжекторного типа (гидроворонки) используются для приготовления раствора из глинопорошка. Это — устройство непрерывного действия, наиболее распространена гидравлическая мешалка ГДМ-1 (рис. 8.). Она состоит из воронки 2 для загрузки глинопорошков, сопла 1, камеры смешения 3 и бака 5, смонтированных на общей раме 6. К соплу 1 под давлением подводится вода; при истечении ее в камере смешения образуется вакуум, благодаря чему туда засасывается порошок из воронки 2. Образовавшаяся пульпа поступает в бак и ударяется о специальный башмак, что способствует измельчению комочков глины и более интенсивному их перемешиванию с водой. Готовый глинистый раствор сливается через выходную трубу 4 в верхней части бака. Поднимаясь вверх, раствор теряет скорость, и из него выпадают на дно нераспустившиеся комочки глины.

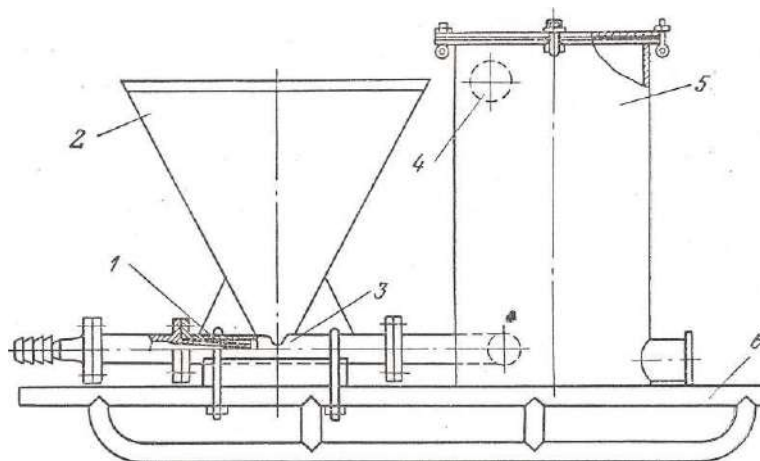


Рис. 8. Гидравлическая мешалка ГДМ-1

Имея относительно небольшие массу и габариты, гидроворонки отличаются высокой производительностью. Так, производительность гидравлической мешалки ГДМ-1 составляет по готовому раствору 70—90 м³/ч при объеме воронки 0,175 м³ и объеме бака 1 м³. Масса гидроворонки 1120 кг.

Следует отметить, что качество глинистого раствора, приготовленного в гидроворонках, довольно низкое. Несмотря на тонкий помол, частицы глинопорошка в процессе перемешивания с водой должны пройти дальнейшее диспергирование. Однако такое диспергирование происходит недостаточно интенсивно. За счет броуновского движения происходит частичная диспергация глины, но качество раствора остается хуже, чем при приготовлении в лопастных глиномешалках.

Качество раствора может быть существенно улучшено его многократным пропуском через гидроворонку без добавления твердой фазы.

Гидроэжекторный смеситель (рис. 9.) используется для приготовления глинистых растворов из глинопорошков. Смеситель для нужд разведочного бурения серийно не выпускается. Однако в различных конструктивных вариантах изготавливается в ГРЭ, широко использующих глинопорошки. Он состоит из насадки 1, загрузочной воронки 2 с клапаном 3, приемной 4 и смесительной 5 камер, диффузора 6 и сливного патрубка 7. Жидкость, прокачиваемая насосом через насадку 1, создает разрежение, под действием которого глинопорошок поступает в камеру гидросмесителя, где смешивается с жидкостью. Порошок может вводиться в смеситель через воронку 2 вручную.

Раствор, полученный в гидроэжекторном смесителе, для дополнительной диспергации глины должен выстоять в течение нескольких часов в приемной емкости с последующим интенсивным перемешиванием и обработкой в специальном диспергаторе.

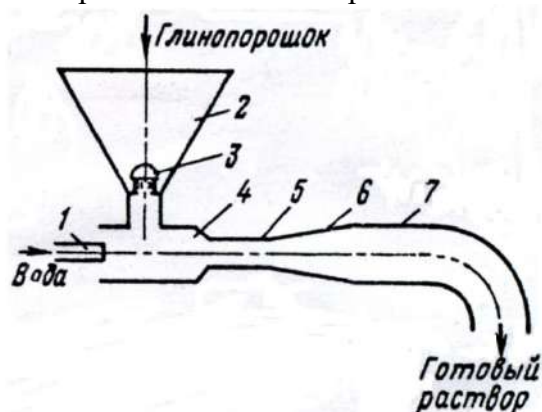


Рис. 9. Гидроэжекторный смеситель

Гидравлический диспергатор ДГ-1 (рис. 10.) состоит из корпуса с камерой 2, внутри которой помещены соосно керамические (металлокерамические, твердосплавные) насадки 3, закрепленные с помощью накладных гаек в посадочных выточках. Сверху камера закрыта глухим фланцем, открывающим доступ для смены насадок. К ней приварены входные и выходной патрубки для подачи и слива бурового раствора. Выходной патрубком 4 позволяет подсоединяться к гидроэжекторному смесителю БПР. На входной трубе 1 устанавливается задвижка высокого давления, манометр и предохранительный клапан на давление до 15 МПа.

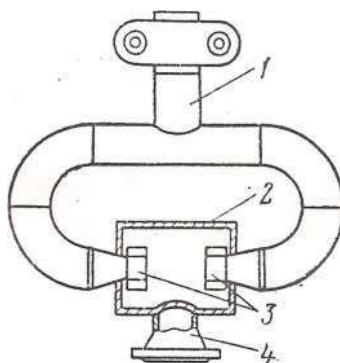


Рис. 10. Гидравлический диспергатор ДГ-1

Техническая характеристика ДГ-1

Рабочее давление, МПа	12 – 15
Подача по готовому буровому раствору, м ³ /ч.....	15 – 20
Диаметр насадок, мм.....	9; 11; 13; 16
Масса, кг	76

Принцип действия гидравлического диспергатора основан на том, что при соударении высокоскоростных встречных струй в камере ограниченного объема возникают кавитационные явления, ультразвук и другие эффекты, интенсифицирующие процессы диспергирования. Обработанные таким способом суспензии или эмульсии в последующем не изменяют своих свойств под влиянием менее мощных диспергирующих эффектов, возникающих при работе насосов, турбобуров, долот и других механизмов, в процессе бурения скважины. Кроме того, происходит дополнительное измельчение

глиноматериалов, нефти, битума, в результате чего для получения бурового раствора с одними и теми же показателями этих материалов и химических реагентов (стабилизаторов, эмульгаторов) требуется меньше.

3 СПОСОБЫ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ДИСПЕРГАЦИИ ГЛИНИСТЫХ РАСТВОРОВ

Приготовление глинистых растворов в рассмотренных выше устройствах не обеспечивает полной диспергации твердой фазы. Увеличение времени перемешивания оказывается неэффективным, так как при этом резко падает производительность глиномешалок. Поэтому при необходимости глинистые растворы подвергают дополнительной обработке, пропуская их через специальные устройства — диспергаторы (иногда их называют также активаторами, дезинтеграторами). Методы диспергирования делятся на гидродинамические и механико-гидравлические.

Гидродинамическое воздействие обусловлено комплексом эффектов, из которых в качестве основных можно отметить энергию пульсирующих давлений в жидкости, взаимодействие ударных волн, гидравлический перетир слоев промывочной жидкости с твердой фазой, соударение частичек твердой фазы. Основным фактор измельчения частиц при гидродинамическом воздействии — кавитационный эффект, возникающий в поле переменного давления потока жидкости. Гидродинамическое воздействие реализуется гидравлическим, гидроакустическим и электрогидравлическим методами.

Механико-гидравлические методы воздействия осуществляются за счет энергии движущихся элементов механических устройств. Такие элементы могут быть либо свободно- движущимися телами, либо жесткозакрепленными.

В настоящее время разработаны и применяются диспергаторы различных конструкций. Примером гидравлического диспергатора является разработанное во ВНИИК нефти устройство, принцип действия которого основан на соударении двух струй жидкости, направленных навстречу друг другу.

Струйный диспергатор (рис. 11.) состоит из корпуса 8, в который вмонтированы два патрубка 4 с насадками 6, удерживаемыми заглушками 7. Гайками 5 патрубки крепятся к корпусу. Глинистый раствор подается через тройник 1, быстроразъемные соединения 2, по изогнутым трубкам 3 к насадкам 6. В корпусе происходит встреча потоков, обработанный раствор отводится по патрубку 9. У выходной кромки вследствие понижения давления образуются газовые пузырьки, которые, захлопываясь в зоне встречи струй, создают скачки давления, достигающие десятков и сотен МПа.

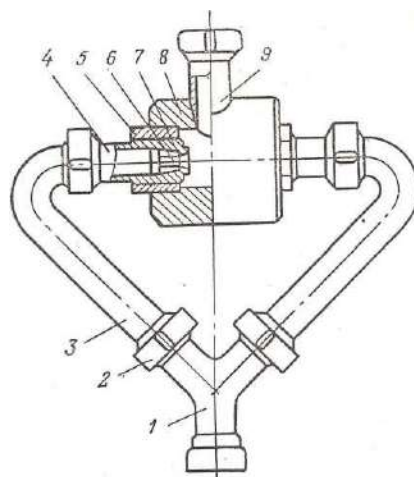


Рис. 11. Струйный диспергатор

Гидродинамический шаровой диспергатор представляет собой патрубок, заполненный стальными шарами, которые фиксируются с обеих сторон решетками. Он прост по устройству. Решетки удерживаются крышками с быстросъемными соединениями. Буровой раствор, проходя через толщу шаров, разделяется на ряд потоков, каждый из которых характеризуется множеством последовательных чередований зон повышения и понижения давления. Диспергация происходит за счет соударений частиц твердой фазы с шарами, а также вследствие кавитации.

Вихревой диспергатор ИГВ-2 (рис. 12.) представляет собой ультразвуковой излучатель. Устройство состоит из корпуса 5, в который с помощью стакана 4 вмонтирована улитка 2 с многоходовой винтовой канавкой и осевым соплом 1. Раствор под давлением поступает одновременно через осевое сопло и по канавкам улитки, попадая в вихревую камеру 3. Закручиваясь в ней, струи жидкости образуют вихревой слой, в котором генерируется мощное акустическое поле, усиливаемое диафрагмой 5. При встрече осевого потока и вихревого слоя за счет кинетической энергии встречных затопленных струй формируется кавитационный эффект.

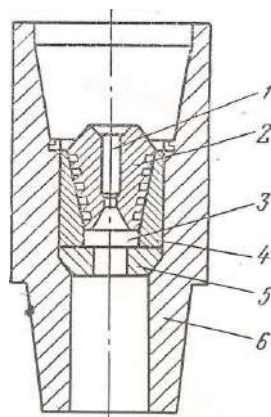


Рис. 12. Вихревой диспергатор ИГВ-2

Дисковый измельчитель (рис. 13.) состоит из корпуса 1 с подающим 2 и сливным 3 патрубками. В корпусе 1 смонтированы верхний неподвижный диск 4 и нижний диск 5, соединенный непосредственно с валом вертикально установленного электродвигателя 6. Глинистый раствор, поступающий по патрубку 2 в зазоры между дисками и корпусом, приобретает вращательное движение, при котором частицы твердой фазы интенсивно истираются.

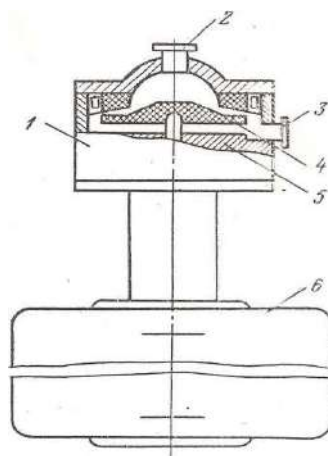


Рис. 13. Дискový измельчитель

Гидродинамический шариковый диспергатор показан на рис. 14. Диспергация происходит за счет соударения частиц твердой фазы с шарами, а также кавитации. Избыточное давление 1—3 МПа.

Многокамерный дисковый диспергатор приведен на рис. 15. Гидродинамический режим работы диспергатора обеспечивается тем, что отверстия в дисках расположены по концентрическим окружностям с попеременным смещением в ряду.

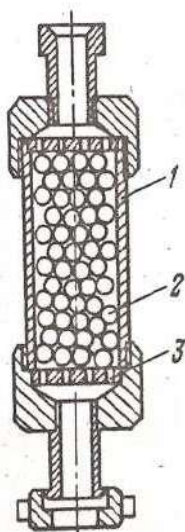


Рис. 14. Гидродинамический шариковый диспергатор

- 1-корпус;
- 2-стальные шары
- 3-решетки

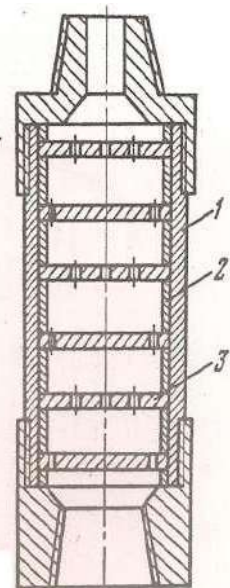


Рис. 15. Многокамерный дисковый диспергатор

- 1- корпус
- 2 – распорное кольцо
- 3 – диск с отверстиями

Стержневой ультразвуковой излучатель УГИ-С (рис. 16.) предназначен для улучшения и интенсификации процесса эмульгирования. Он состоит из цилиндрического корпуса 4 с пазами, регулировочного штока / отражателей 2 патрубко-сопла 5, штифта 3. Смесь воды и эмульгирующего реагента под давлением 0,5-0,6 МПа поступает в патрубок и с большой скоростью отбрасывается отражателем в узкую кольцевую щель сопла в виде веерообразной струи. Турбулентно обтекая пластины жидкость возбуждает упругие колебания ультразвуковой частоты, способствующие тонкому диспергированию эмульгируемой смеси и улучшению качества эмульсионного

раствора. Спектр, упругих колебаний излучателя 5-12 кГц, интенсивность колебаний (1,0-И,2)-10 Вт/м .

Для каждого диспергатора существует определенная длительность процесса, увеличение которой уже не приводит к дальнейшему диспергированию твердых частиц. Наоборот, увеличение времени воздействия на глинистые растворы, особенно при ультразвуковой обработке, вызывает обратный процесс т. е. агрегирование частиц дисперсной фазы. Оптимальное время обработки зависит от типа глины и колеблется от 8,5 мин для монтмориллонита до 4,5 мин для каолина.

Диспергаторы можно устанавливать в нагнетательной линии циркуляционной системы скважин; на буровой установке в качестве самостоятельного аппарата с индивидуальным приводом или приводом от бурового насоса; входить в качестве узла в состав комбинированных установок для приготовления глинистых растворов (например, в агрегате АПР-I совместно с гидромониторным смесителем).

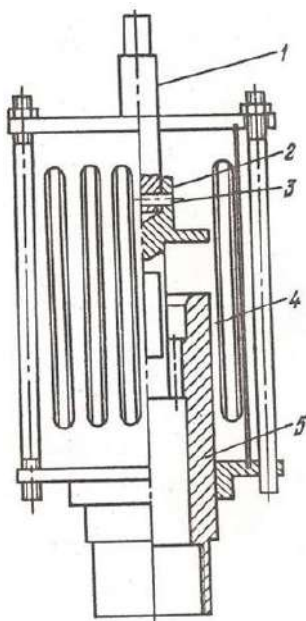


Рис. 16. Стержневой ультразвуковой излучатель УГИ-С

Все рассмотренные устройства могут использоваться и для приготовления прочих промывочных жидкостей.

4. ПРИГОТОВЛЕНИЕ ПОЛИМЕРНЫХ И ЭМУЛЬСИОННЫХ РАСТВОРОВ

Некоторые полимеры трудно растворяются в воде, поэтому приготовление раствора из них сводится к постепенному уменьшению их концентрации. Так, при использовании ПАА сначала исходный 8%-ный реагент разбавляют до 1%-ной концентрации, а затем добавляют в воду до заданной концентрации. Для механизации процесса приготовления применяют различного рода устройства. На рис. 17 показана установка для приготовления полимерных растворов ППР, разработанная ВИТРОм.

Установка представляет собой бак 5, заключенный в водяную рубашку 4 с нагревательными элементами 2. В баке смонтировано лопастное устройство 3 с электродвигателем 7 для перемешивания компонентов. Дополнительное

перемешивание осуществляется вихревым^ насосом 11.через систему трубопроводов. Компоненты загружают через устройство 6, которым управляют с пульта Р, расположенного в шкафу 10. Для регулирования температуры, которая контролируется термометром 8, служит температурное реле 1.

Техническая характеристика установки ППР

Полезная вместимость бака, м ³	0,25
Вместимость бака водяной рубашки, м ³	0,12
Частота вращения перемешивающего устройства, об/мин.....	955
Потребляемая мощность, кВт:	
нагревательными элементами.....	10,5
электродвигателем перемешивающего устройства.....	4,0
электродвигателем насоса.....	1,5
Габариты, мм:	
длина	2090
ширина	920
высота.....	1740
Масса, кг.....	450

Время приготовления раствора 1,5—3%-ной концентрации из желеобразного ПАА составляет 15—25 мин, а из сухого гранулированного без предварительного замачивания — 2—3 ч. Установка ППР позволяет осуществлять гидролиз ПАА.

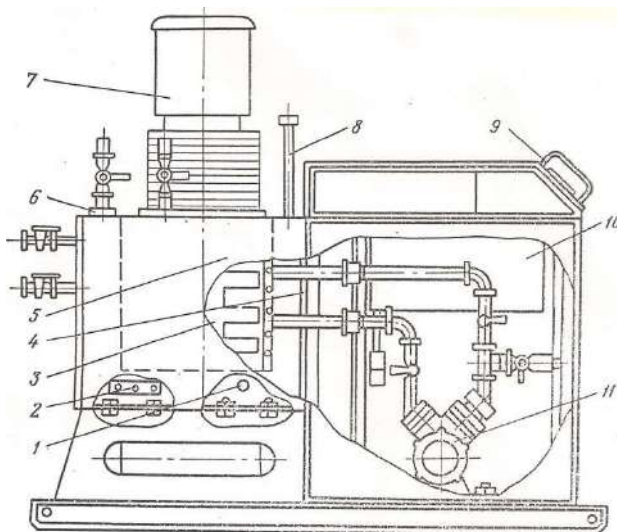


Рис. 17. Установка для приготовления полимерных растворов ППР

Наряду с глиномешалками широко распространены ультразвуковые генераторы. Установка на базе ультразвукового генератора (рис. 18.) отличается простотой, экономичностью, относительно высокой производительностью. Приготовление эмульсий на ней производится следующим образом.

В бак 3 установки (см. рис. 18.), смонтированной на раме 1, заливается вода (или другая исходная жидкость), а в маслобак 4 — концентрат-эмульгатор, например мылонафт. Концентрат подогревается с помощью тепло-электронагревателя 7 до 50—60 °С. Затем включается насос 2, из бака 3 по всасывающему трубопроводу 8 в насос поступает эмульгируемая жидкость, а из маслобака по маслопроводу 9 — концентрат. Образующаяся смесь подается в гидродинамический излучатель 6, а получаемая эмульсия из приемного бака 5

отводится в емкость. Затем эмульсия дозируется в соответствии с заданной концентрацией и подачей насоса в процессе эмульгирования.

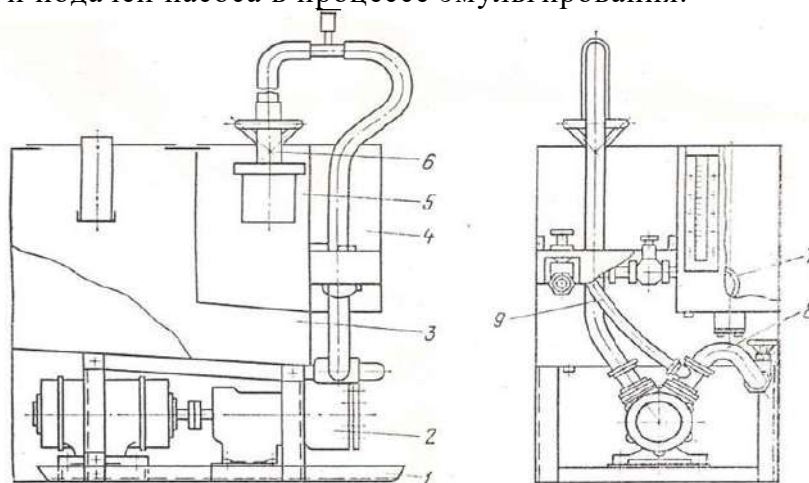


Рис. 18. Ультразвуковая установка для приготовления эмульсионных промывочных жидкостей

Принцип работы используемого в установке ультразвукового генератора (рис. 19.) заключается в следующем. Смесь исходной промывочной жидкости с эмульгируемым составом нагнетается насосом под давлением 0,6—0,8 МПа и поступает в зазор между насадкой 2 и отражателем 4. Выходя из зазора веерообразной струей, жидкость ударяется о пластины 5, закрепленные в дисках 3 и 6. Упругие колебания, образующиеся в результате завихрений жидкости, усиливаются резонансными колебаниями пластин и передаются в окружающую среду. Изменяя величину зазора между насадкой и отражателем с помощью штурвала 7, можно получить разную толщину выходящей струи смеси и настроить излучатель на оптимальный режим работы. Излучатель помещается в корпусе 1 и соединяется с нагнетательной линией с помощью муфты 8.

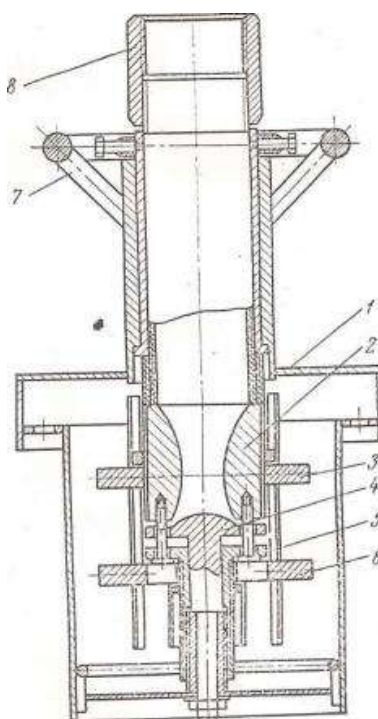


Рис. 19. Ультразвуковой генератор

Установка для приготовления эмульсионных растворов УЭМ-5 разработана в ИГО «Красноярскгеология». Она предназначена для приготовления тонкодисперсных эмульсий. Установка УЭМ-5 (рис. 20) выполнена в виде автономного агрегата, состоящего из насоса, электродвигателя 15, трехпозиционного крана 14, фильтра 13, всасывающего трубопровода 2, бака для воды 2, всасывающего трубопровода для эмульсола крана 4у бака для эмульсола 7, тройника 5, соединенного с излучателем 5, установленного в приемной камере 9, водонагревательного бака 6, уровнемеров 10 и 11 и пульта контрольно-измерительной аппаратуры.

Принцип действия установки заключается в следующем. При работе насоса 1 из бака 12 по всасывающему трубопроводу 2 (или непосредственно из водоема) поступает вода, а из бака 7 — разогретый концентрат (эмульсол). Смесь воды и концентрата через тройник 5 поступает в излучатель 5, где под действием ультразвукового эффекта в приемной камере 9 образуется тонкодисперсная эмульсия.

Установка УЭМ-5 при необходимости может быть использована для приготовления эмульсий непосредственно на скважине.

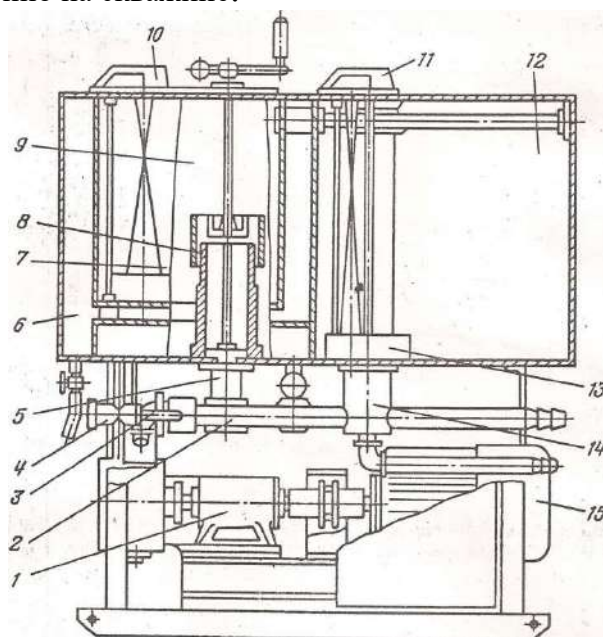


Рис. 20. Установка для приготовления эмульсионных растворов УЭМ-5

Техническая характеристика установки УЭМ-5

Производительность (для эмульсий 1-1.5 %-ной концентрации), м ³ /ч.....	5
Тип излучателя.....	гидродинамический стержневой (УГИ-С)
Частота возбуждаемых колебаний, кГц.....	6-20
Давление на излучателе, МПа.....	0,5
Объем бака, м ³ :	
для воды.....	0,25
для эмульсола.....	0,05
Мощность, кВт:	
электродвигателя.....	5,5
нагревателя ТЭН.....	7,5
Габариты, мм:	
длина.....	1000
ширина.....	700
высота.....	1500
Масса, кг.....	350

5. ПЕРЕМЕШИВАТЕЛИ

Основная функция перемешивателей — не допустить расслоения бурового раствора и обеспечить равномерное распределение его компонентов во всем объеме циркуляционной системы. Для приготовления, обработки и циркуляции бурового раствора в практике бурения скважин применяют гидравлические и механические перемешиватели.

5.1 Гидравлические перемешиватели

Отечественная промышленность выпускает гидравлические перемешиватели трех типов: 4УПГ, ПГ и ПГС. Перемешиватель 4УПГ (рис. 21) состоит из корпуса 2, вращающегося в тройнике 3 ствола 4 и закрепленной на консоли ствола насадки 5. Подвижные сочленения выполнены таким образом, что ствол с насадкой имеет возможность поворачиваться в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, обеспечивая тем самым любое направление струи посредством рукоятки 1.

Техническая характеристика перемешивателя 4УПГ

Рабочее давление, МПа	4,0
Диаметр сменной насадки, мм	16; 20; 30; 40
Расход жидкости, л/с	15—90
Габариты, мм	335x170x2200
Масса, кг.....	33,5

Раствор подается буровым или центробежным насосом по манифольду в корпус гидравлического перемешивателя, откуда через тройник и ствол поступает к насадке. Здесь поток существенно ускоряется и с высокой скоростью выбрасывается из насадки. Поворачивая ствол за рукоятку, оператор направляет струю бурового раствора в застойные и наиболее отдаленные от приема насоса зоны, тем самым обеспечиваются вовлечение всего объема бурового раствора в циркуляцию, гомогенизации раствора, диспергирование твердой фазы и эмульгирование жидких компонентов при приготовлении эмульсионных растворов.

Принцип работы перемешивателя ПГ такой же, как и 4УПГ, однако перемешиватель ПГ позволяет фиксировать с помощью двух пальцев положение монитора по отношению к корпусу и корпуса по отношению к приемному патрубку. Для этой цели к приемному патрубку и к корпусу приварены диски с отверстиями. Угольник монитора и приемный патрубок фиксируют в корпусе от осевого перемещения при помощи шариков, которые выполняют также роль подшипников качения. В связи с тем, что основные детали перемешивателя литые, масса его в 1,5 раза меньше массы перемешивателя 4УПГ.

Техническая характеристика перемешивателя ПГ

Наибольшее рабочее давление, МПа	6,0
Диаметр сменной насадки, мм	20; 25; 30; 40
Габариты, мм.....	273x160x2000
Масса, кг	23,8

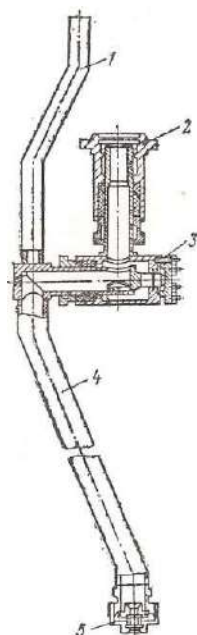


Рис. 21. Гидравлический
перемешиватель 4УПГ

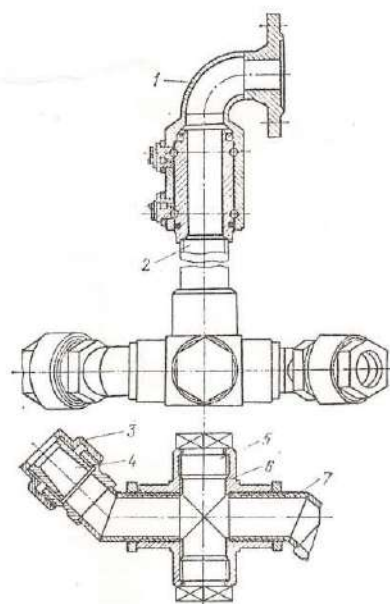


Рис. 22. Гидравлический
перемешиватель ПГС

Гидравлический самовращающийся перемешиватель ПГС (рис. 22.) перемешивает жидкость без вмешательства оператора. Он состоит из приемного патрубка 7, ствола 2, крестовины 6, двух колен 7 с резьбовыми ниппелями, сменных насадок 4, закрепляемых с помощью накидных гаек 3. Сочленение ствола с приемным патрубком осуществляется при помощи специального шарикового подшипника. Крестовина присоединяется к нижней части ствола при помощи резьбы. Два конца крестовины заглушены пробками 5, а к двум другим (противоположащим) подсоединены колена с насадками.

Техническая характеристика ПГС

Наибольшее рабочее давление, МПа.....	4,0
Диаметр, мм:	
сменных насадок	20; 25; 30; 40
окружности, описываемой вращающимися коленями	480
Высота, мм	1777
Масса, кг	38

Буровой раствор, нагнетаемый насосом в ствол перемешивателя, с большой скоростью вытекает из насадок в противоположных направлениях. Возникающая при этом реактивная пара сил заставляет вращаться крестовину в подшипнике, в результате чего изменяется направление действия струи с некоторой постоянной скоростью, зависящей от рабочего давления, развиваемого насосом, и реологических свойств бурового раствора. Крестовина вращается против часовой стрелки.

Основной недостаток перемешивателя типа ПГС – направление действия струи бурового раствора изменяется только в одной плоскости.

5.2 Механические перемешиватели

Для циркуляционных систем буровых установок отечественной промышленностью выпускаются механические перемешиватели ПМ, ПМ₄, ПМ₂, ПЛ₁, ПЛ₂.

Механический перемешиватель ПМ (рис. 23.) состоит из мотор-редуктора который крепится болтами к опоре 2, установленной на сварной раме 3, промежуточного вала 4, закрепленного на валу мотор-редуктора при помощи пальцевой муфты, лопастного вала 5 и перемешивающего органа 6. Промежуточный вал установлен в двух шариковых подшипниках, расположенных в верхнем и нижнем концах цилиндрического корпуса, прикрепленного жестко к раме 3. Подшипники защищены от внешних воздействий и загрязнения кожухом, который при варен к фланцу промежуточного вала и вращается вместе с ним.

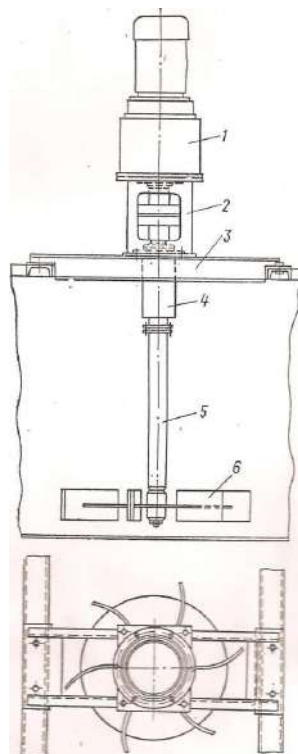


Рис. 23. Механический перемешиватель ПМ

Сварная рама ПМ устанавливается на верхней площадке емкости циркуляционной системы так, что зазор между лопастями и дном емкости составляет не менее 90 мм. На каждую емкость (или отдельный отсек) циркуляционной системы устанавливают, как правило, два механических перемешивателя.

На ПМ₁ установлен взрывозащищенный электродвигатель, а ПМ₂ отличается от описанного отсутствием цилиндрической опоры и пальцевой муфты.

В настоящее время налажен:» серийное производство наиболее совершенных механических перемешивателей ПЛ₁ и ПЛ₂ (рис. 24.). Главным преимуществом их является то? что они оснащены комбинированным турбинно-пропеллерным перемешивающим органом, позволяющим значительно повысить эффективность перемешивания буровых растворов. Кроме того, их конструкция упрощена, а вместо дефицитного мотор-редуктора МПО2-15В-5,5/45,5 используются редукторы массового производства.

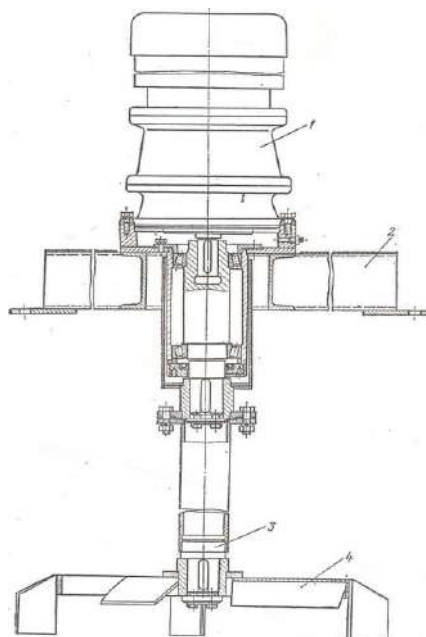


Рис. 24. Механический перемешиватель с турбинно-пропеллерной мешалкой:
1 — мотор-редуктор; 2 — основание; 3 — вал; 4 — мешалка

Техническая характеристика механического перемешивателя

Шифр.....	ПМ
Привод перемешивателя.....	мотор-редуктор МПО2-15В-5,5/45,5
Тип электродвигателя.....	АО-42-4
Мощность электродвигателя, кВт.....	5,5
Передаточное число планетарного редуктора.....	32,1
Скорость вращения вала с лопастями, об/мин.....	45,5
Диаметр лопастей мешалки, мм.....	950
Габаритные размеры, мм:	
длина	1430
ширина	950
высота.....	3262
Масса, кг.....	477

5.3. Перемешиватели, выпускаемые зарубежными фирмами

Зарубежные фирмы выпускают гидравлические перемешиватели, называемые гидравлическими пушками, трех, разновидностей.

Неподвижный перемешиватель, состоящий из патрубка диаметром 125—200 мм, внутри патрубка установлена насадка, питающаяся от нагнетательного трубопровода циркуляционной системы. Использование патрубка увеличивает эффективность действия струи, вытекающей из насадки. Неподвижные перемешиватели монтируют у дна резервуаров. Обычно монтируют два перемешивателя в двух противоположных углах резервуара. Насадки перемешивателей направлены параллельно продольным стенкам резервуара. Таким образом создаются условия: для вращения слоя жидкости, ограниченного стенками резервуара, а по высоте — эффективностью действия струй.

Фирма «Пенрод дриллинг компани» монтирует неподвижные перемешиватели посередине резервуара на расстоянии 450 мм от дна.

Самовращающиеся гидравлические перемешиватели, использующие для вращения реактивное действие вытекающих из насадок струй, благодаря чему осуществляется равномерное интенсивное перемешивание жидкости в плоскости насадок (рис. 25).

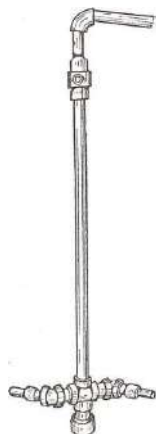


Рис. 25. Самовращающийся гидравлический перемешиватель.

Фирма «Сосьетэ де форажпетролье» применяет вращающиеся перемешиватели в прямоугольных резервуарах емкостью по 24 м³. В каждом резервуаре установлено по четыре перемешивателя, две насадки в каждом. Диаметр насадок 32 мм. Насадки укреплены на вращающейся трубе на расстоянии 300 мм от дна и наклонены под углом к горизонту вниз. Такое их расположение, по данным фирмы, приводит к образованию турбулентных потоков, направленных от дна резервуара вверх.

При этом газ, имеющийся в жидкости, выносится этими потоками на поверхность, воздух же не проникает в жидкость. По данным той же фирмы, описанная установка при скорости вращения насадок 60 об/мин способна за 3 мин привести в однородное состояние 24 м³ промывочной жидкости плотностью 2 г/см³, которая перед этим оставалась в покое в течение 3 сут.

Поворотные гидравлические перемешиватели изготавливают двух типов — одношарнирные и двухшарнирные. На (рис. 26) показан двухшарнирный перемешиватель фирмы «Демко», установленный на буровой установке «Айдекопиньёпи». Перемешиватель состоит из трубы с рукояткой, на конце трубы смонтирована сменная насадка, двух шарниров с фиксирующими дисками и приемного патрубка, смонтированного на пусковой задвижке. Благодаря наличию двух шарниров труба с помощью рукоятки может направляться оператором в любую точку резервуара. Наличие фиксирующих дисков с пальцами позволяет оператору зафиксировать трубу с насадкой в любом положении.

Фирма «Лайтнин» (США) изготавливает механические перемешиватели двух типов —лопастные (рис. 27.) и пропеллерные.

Перемешиватели приводятся от электродвигателей мощностью от 2 до 15 л. с. Перемешиватели крепятся на резервуарах или желобах в вертикальном положении, при этом лопасти вращаются в горизонтальной плоскости. Скорость вращения лопастного вала составляет около 60 об/мин. Наружный диаметр лопастей колеблется от 700 до 1200 мм. В зависимости от диаметра лопастей выбирают мощность приводного электродвигателя.

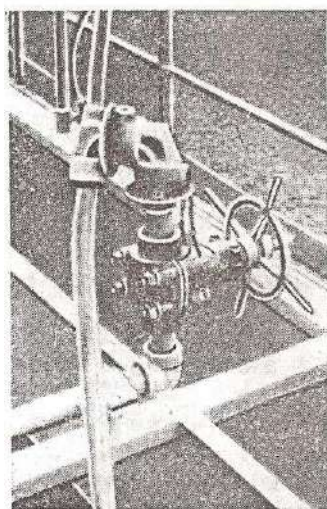


Рис. 26. Двухшарнирный гидравлический перемешиватель фирмы «Демко»

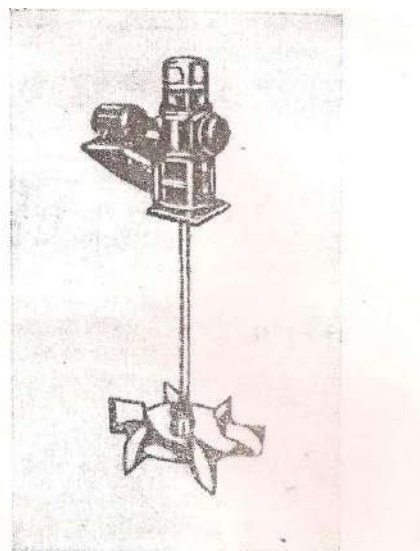


Рис. 27. Лопастной механический перемешиватель фирмы «Лайтнин»

У перемешивателей, устанавливаемых на желобах, предусматриваются лопасти диаметром менее 700 мм. Нижняя кромка лопастей отстоит от дна резервуара или желоба на 50— 100 мм.

6. ГИДРОАКУСТИЧЕСКИЕ МАШИНЫ ДЛЯ ПРИГОТОВЛЕНИЯ БУРОВЫХ ПРОМЫВочНЫХ ЖИДКОСТЕЙ РАЗРАБОТАННЫЕ НА КАФЕДРЕ “ТТР МПИ”

6.1. Малогабаритная многосекционная роторная мельница «ММР-2»

Целью настоящей разработки конструкции мельницы с лопастным ротором явилась необходимость повышения степени измельчения и однородности твердой фазы в приготовлении суспензии роторными мельницами. Другой задачей явилось обеспечение предварительного измельчения крупных кусков исходной твердой фазыготавливаемых суспензий.

Работает мельницы следующим образом (рис. 28): исходный материал например, крупно-комовая глина непрерывно подается в загрузочный бункер 1, одновременно в мельницу подается жидкая фаза по трубопроводу 16. Крупные куски твердого материала проходят предварительное измельчение на более мелкие фракции между дисками 14 и лопастями 10 первой ступени ротора, т.е. предварительное измельчение твердой фазы невозможно без вращения ротора. При этом за счет свободного поворота дисков на оси 13 и наличия на них зубцов (или выступов) происходит смена режущих кромок в зазоре между дисками 14 и лопастями 10. Отсюда, в процессе измельчения участвуют все режущие кромки, расположенные по окружности дисков, и длительное время они остаются острыми, не затупляются из-за их значительной протяженности.

Вращаясь, диски 14 одновременно очищаются зубьями гребенки 15. Струя жидкости, истекая под давлением из сплошной щели трубопровода 16, дополнительно промывает диски. Дисками, очищенными от кусков налипшего или застрявшего между ними твердого материала, производится наиболее эффективно предварительное измельчение. Независимое друг от друга свободное вращение дисков обеспечивает наилучшее прохождение и измельчение более крупных кусков твердого материала.

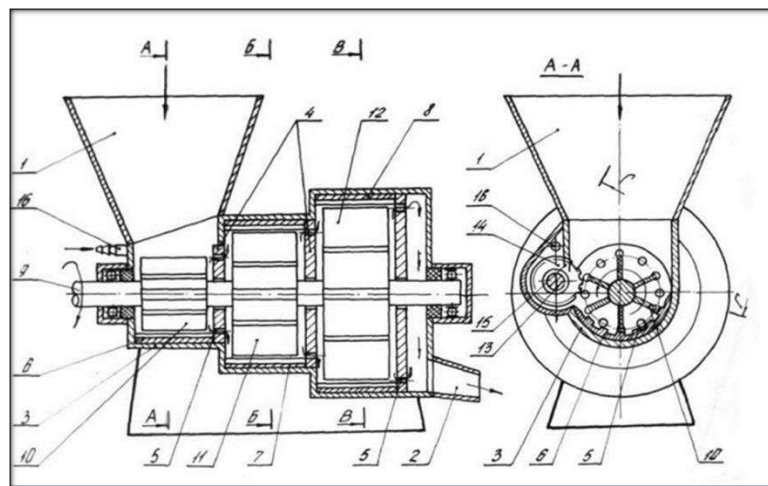


Рис. 28. Конструктивная схема роторной мельницы «ММР-2»

Пройдя стадию предварительного измельчения, твердая фаза продолжает измельчаться лопастями 10 о ребристую поверхность ударной плиты 6. Затем полученная в первой секции корпуса 3 крупнодисперсная пульпа под действием центробежных сил (а значит и давления пульпы), возникающих во вращающемся потоке, по сквозным отверстиям 5, расположенным в боковой стенке 4, поступает во вторую секцию. Во второй и последующей секциях крупнодисперсная пульпа претерпевает более тонкое измельчение, после чего готовая суспензия по отводному лотку 2 выводится наружу. Малый диаметральный размер первой секции корпуса 3 позволяет увеличить силовое усилие лопасти для раздавливания твердых комков исходного продукта измельчения, и, наоборот увеличения размеров последующих секции обеспечивает лучшее измельчение твердой фазы крупнодисперсной пульпы (приготовленной в первой секции) при больших окружных скоростях движущегося потока пульпы в зонах измельчения (находящихся между ребристой поверхностью ударных плит 7,8 и периферийными кромками лопастей 11,12). Последовательное измельчение в первой, второй и третьей секциях позволяет получить суспензию однородной по фракционному составу и значительно повысить степень измельчения ее твердой фазы.

Производительность описанной мельницы выше известных в 2, 3 раза и более (в зависимости от числа секции корпуса). Она обеспечивает быстрое и качественное приготовление больших объемов буровых растворов, что позволяет упростить и осложнение при бурении скважин и получить существенный экономический эффект. Далее, уменьшается рабочая площадь глинозаводов, поскольку данная мельница заменяет несколько известных роторных мельниц типа «ФСМ». Более эффективно измельчение мельницы сокращает расход электроэнергии в 1.2-1.3 раза.

Техническая характеристика многосекционной роторной мельницы.

Вид измельчаемого материала.....	любая горная порода
Крупность кусков исходного материала (в поперечнике), мм.до	100/150
Производительность , м ³ /час.....	до 30
Частота вращения лопастного ротора в минуту.....	1000
Диаметр лопастного ротора, мм:	
первой ступени.....	30
второй ступени.....	50
третьей ступени.....	70
Длина лопастного ротора, мм.....	1100

Потребляемая мощность, кВт.....	20
Габаритные размеры, м	
Длина.....	200
Ширина.....	1600
Высота.....	1050
Масса (без электродвигателя), кг.....	420

6.2. Барабанный измельчитель.

Конструктивные особенности барабанного измельчителя в отличие от всех других устройств гидромеханического типа, применяемых для приготовления буровых промывочных жидкостей, позволяют реализовать в нем принципиально новый и эффективный способ диспергации глинистого материала. Отличие заключается и в расширении функциональных возможностей; разработанный измельчитель работает не только в качестве диспергатора, он осуществляет транспортирование промывочной жидкости, т.е. одновременно выполняет функцию перекачивающего насоса.

Принципиальная конструктивная схема измельчителя представлена на рис. 29: а- продольный разрез устройства; б- сечение по А-А. Барабанный измельчитель имеет цилиндрический корпус 1 с приводом и станину 2. внутри корпуса 1 соосно ему неподвижно закреплен на станине 2 рабочий орган, содержащий два параллельно расположенных диска 3 и 4. В центре диска 3 выполнено отверстие, соединенное посредством полой оси 5 с разгрузочным патрубком 6.

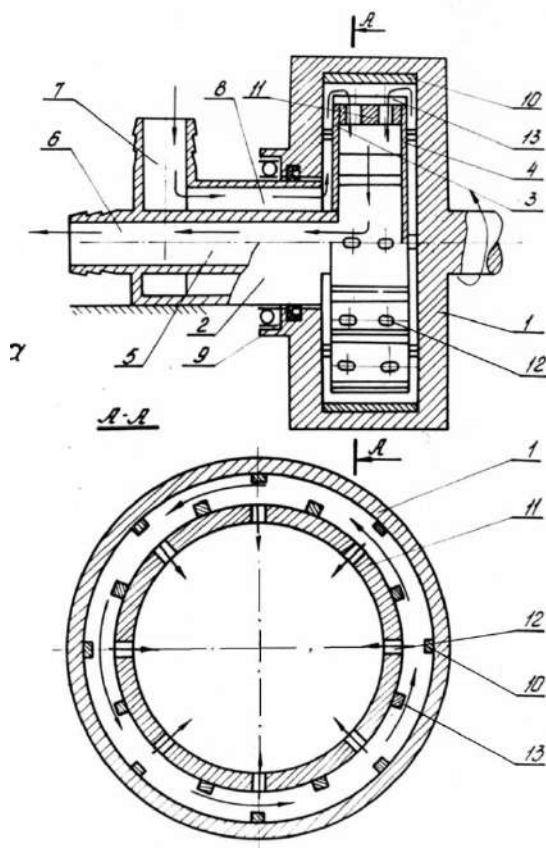


Рис.29. Конструктивная схема барабанного измельчителя.

а- продольный разрез; б- сечение по А-А.

1- цилиндрический корпус; 2- станина; 3- диск; 4- диск; 5-полая ось; 6-разгрузочный патрубок; 7- загрузочный патрубок; 8- кольцевые каналы; 9- герметизирующее устройство; 10- продольный ребра; 11- кольцевая муфта; 12- отверстия; 13- износостойкие вставки.

Конструкция мельницы представлена на рис. 30. Мельница состоит из двух полых цилиндрических вихревых камер 1, снабженных тангенциально расположенными насадками 2 входного 3 и выходного 4 патрубков. Между вихревыми камерами 1 и выходным патрубком 4 помещены шайбы 5 с калиброванными отверстиями. В конструкции выходного патрубка 4 предусмотрена возможность расположения здесь приемника звуковых колебаний 6 для измерения параметров работы мельницы.

Мельница работает следующим способом. В полость вихревых камер 1 по тангенциальным насадкам 2 поступает обрабатываемая промывочная жидкость, подаваемая насосом через входной патрубок 3 мельницы. В камерах 1 поступающая жидкость раскручивается, образуя так называемый первичный вихрь. За счет вязкостного трения получает вращательное движение промывочная жидкость, которая уже находилась в полости камер, образуя вторичный вихрь. Вакуумизация осевой части вторичного вихря в полости камеры 1 вызывает поступление сюда жидкости из выходного патрубка 4, в результате чего происходит гидравлический удар с повышением давления в полости камеры до значения звукового. После рассеивания избыточного давления, т.е. после единичного звукового импульса, процесс повторяется.

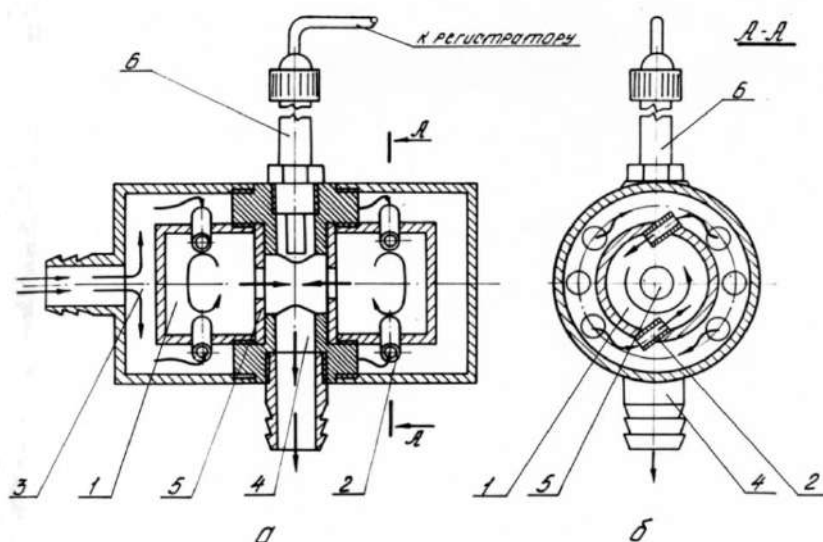


Рис. 30. Конструктивная схема струйной вихревой мельницы.

а-продольный разрез; б- сечение по А-А.

1-вихревая камера; 2- насадки; 3- входной патрубок; 4- выходной патрубок;
5- калибровочные шайбы; 6- приемник звуковых колебаний.

Техническая характеристика струйной вихревой мельницы.

Вид измельчаемого материала.....	глина бентонитовая
Степень измельчения (линейный размер частиц), м	
исходный.....	10^{-6}
минимальный.....	10^{-7}
Производительность по сухому глиноматериалу, м ³ /ч.....	0,5
Удельный затраты энергии на привод, кВт/м ³	2,4
Давление пульпы, МПа:	
на выходе.....	0,4
на входе.....	4,4
Частота генерируемых звуковых колебаний, кГц.....	20

Работает мельница следующим образом. Исходный материал, например, комовая глина, подается в бункер I. Затем исходный материал захватывается лопастями 9 и, попадая на ударную плиту 3, измельчается силовым усилием лопастей. Одновременно по трубопроводу 5 подается под давлением (до 2,0 - 5,0 МПа) жидкая фаза, например, вода, которая, истекая из сопел 12 с высокой скоростью через отверстия 11 в дисках 8, попадает в зону измельчения, расположенную между кромками лопастей 3 и ударной плитой 3. Поскольку диски 8 вращаются вместе с лопастями 9, то струя жидкости, истекающая из сопел 12, периодически прерывается; при этом достигается частота порядка 1500-2000 Гц. В результате в зоне измельчения предложенной мельницы возникает мощное гидроакустическое поле. В это поле лопастями ротора подаются все новые и новые порции твердого материала. При этом исходный твердый материал одновременно с силовым разрушающим воздействием лопастей ротора подвергается мощным звуковым колебаниям, передаваемым жидкой средой в зону измельчения. Данные колебания резко ослабляют связи между твердыми частицами, вследствие чего материал легко разрушается от силового воздействия лопастей ротора. Измельчаемый твердый материал вместе с жидкой фазой в виде суспензии выводится наружу через выходной канал 4. Подача глиноматериала лопастями 9 ротора в зону измельчения делает процесс разрушения материала непрерывным [3]. Техническая характеристика гидроакустической роторной мельницы МГР-2 представлена в таблице.

Техническая характеристики измельчительной машины “ГРМ-2”

Вид измельчаемого материала	Глина, мел, барит, слюда и др.
Линейный размер частиц, м:	
Исходный, не более	0,05
Конечный	$10^{-6} \dots 10^{-7}$
Производительность по глиноматериалу, м ³ /ч	1,5...2,0
Частота генерируемых гидроакустических колебаний в рабочей камере, Гц	1500...2000
Потребляемая мощность, кВт	28
Габаритные размеры, мм	
высота	1720
длина	1340
ширина	1065
Масса без электродвигателя, кг	280

Благодаря высокой эффективности измельчения в данной гидроакустической мельнице в несколько раз сокращается число циклов повторного прохождения суспензии через мельницу для измельчения твердого материала до требуемой фракции. В результате производительность мельницы увеличивается в 2-4 раза по сравнению с известными роторными мельницами. Это особенно важно для быстрого и качественного приготовления промывочных жидкостей при бурении скважин в сложных геологических условиях.

6.5 Многоступенчатая струйно-вихревая мельница “СВМ-3”

В предлагаемой измельчительной машине реализован перспективный принцип постадийного измельчения исходного продукта. Разработанная мельница конструкции “СВМ – 3” отличается от аналогичных конструкций тем, что позволяет на порядок

повысить дисперсность приготавливаемых суспензий при одновременном снижении энергозатрат на 30-40 % на работу устройства. Мельница предназначена для активации промывочных жидкостей после их длительного хранения и дополнительного диспергирования грубодисперсных промывочных жидкостей. Конструкция струйной вихревой мельницы поясняется чертежами на рис.36.

Мельница состоит из герметичного корпуса 1, выполненного в виде барабана с входным 2 и выходным 3 патрубками, расположенными по оси корпуса 1 с противоположных торцов. Внутри корпуса 1 размещен смеситель, выполненный из группы последовательно расположенных дисков 4 и 5, которые жестко прикреплены к корпусу 1 перпендикулярно его оси. В дисках 4 и 5 в направлении от входного 2 к выходному 3 патрубку выполнены отверстия 6 и 7 с определенной последовательностью. Первый диск 4 имеет периферические отверстия 6, второй диск 5 - центральные отверстия 7. Корпус 1 выполнен с возможностью вращения, которое передается от двигателя (на чертеже он не показан) с помощью клиноременной передачи через шкив 8, установленный на входном патрубке 2. Для обеспечения возможности вращения корпуса 1 входной 2 и выходной 3 патрубки установлены в опорах на радиальных самоустанавливающихся подшипниках 9.

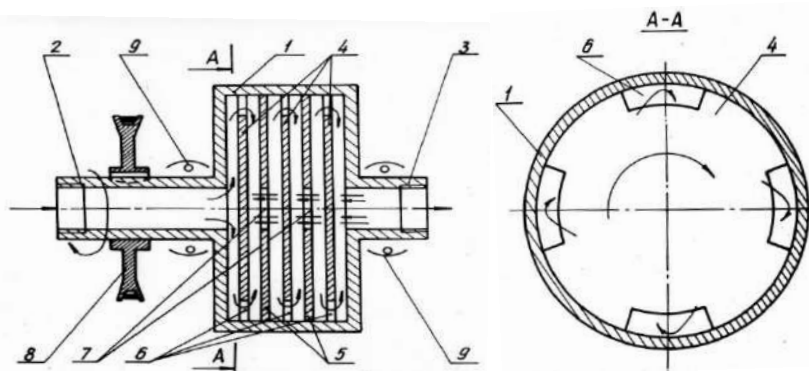


Рис. 36. Струйная вихревая мельница для активации промывочной жидкости СВМ-3
1 - корпус; 2 - входной патрубок; 3 - выходной патрубок; 4 и 5 - диски; 6 и 7 - отверстия; 8 - шкив; 9 - подшипники.

Работает мельница следующим образом.

Во внутрь вращающегося корпуса 1 по входному патрубку 2 через вертлюг (на чертеже не показан) непрерывно под давлением подают крупнодисперсную пульпу. Здесь пульпа, двигаясь по зазору между торцом корпуса 1 и диском 4 и через периферические отверстия 6, благодаря наличию сил трения внутри жидкости, раскручивается и приобретает частоту вращения, равную частоте вращения корпуса 1. Во вращающемся потоке происходит измельчение твердой фазы пульпы. Кроме того, пульпа, раскручиваясь в корпусе 1, под действием центробежных сил, возникающих во вращающемся потоке, прижимается к боковым стенкам корпуса 1. В результате этого в центре вращающегося потока около отверстия 7 диска 5 образуется зона разряжения. С одной стороны, в зону разряжения из отверстия 7 устремится часть пульпы, с другой стороны сюда по зазору между дисками 4 и 5 пульпа поступает непрерывно. Вследствие этого объем вращающегося потока возрастает, и пульпа стремится выйти по зазору между дисками 4 и 5, в результате происходит гидравлический удар встречных потоков. Одновременно с этим давление в зазоре между дисками 4 и 5 возрастает, в результате чего происходит выброс части пульпы через отверстие 7 в сторону выходного патрубка 3. А в центре вращающегося потока около отверстия 7 опять возникает зона разряжения и процесс повторяется с высокой частотой, достигая звукового или ультразвукового диапазонов. Так как смеситель мельницы выполнен в виде группы дисков, то пульпа, двигаясь через него, периодически и многократно подвергается колебаниям с высокой частотой, а твердая фаза интенсивно разрушается. Это повышает эффективность измельчения и

позволяет с высокой производительностью осуществлять приготовление буровых промывочных жидкостей [3]. Техническая характеристика многоступенчатой струйно-вихревой мельницы СВМ - 3 представлена в таблице.

Техническая характеристика измельчительной машины СВМ-3

Параметры	Значения
Вид измельчаемого материала	Крупнодисперсная пульпа
Линейный размер частиц, м:	
Исходный, не более	10^{-5}
Конечный	$10^{-7} \dots 10^{-8}$
Производительность по глиноматериалу, м ³ /ч	18...20
Частота генерируемых гидроакустических колебаний в рабочей камере, Гц	20000
Потребляемая мощность, кВт	18
Габаритные размеры, мм	
высота	650
длина	1340
ширина	720
Масса без электродвигателя, кг	176
Статистический напор потока, МПа:	
на выходе	0,4
на входе	4,5
Амплитуда звукового давления генерируемой волны, МПа	0,12

6.6 Многоступенчатая микромолотковая мельница для приготовления механоактивированных буровых растворов

Важным резервом повышения производительности бурения скважин и сокращения сроков разведки месторождений полезных ископаемых является правильный выбор технологии бурения, в том числе вида и качества промышленных жидкостей с высокой степенью механоактивации исходных компонентов. При этом для приготовления таких механоактивированных промывочных жидкостей используются самые разнообразные по физико-механическим свойствам сходные компоненты из твердых материалов: глина, мел, барит, гипс, доломит, гематит, торф, целлюлозосодержащие твердые материалы и другое минеральное и органическое сырье. Исходя из этого для качественного и производительного приготовления механоактивированных промывочных жидкостей необходимо использовать энергонапряженную измельчительную технику, обеспечивающую высокий потенциал передачи механической энергии мелющих органов измельчаемому продукту. Особенно это требование важно, как показывает практика, для разрушения при измельчении вязких и пластичных материалов с высокими деформационными характеристиками физико-механических свойств.

Учитывая вышеизложенное, на кафедре ТТР МПИ разработана новая технология энергонапряженного измельчения минерального и органического сырья с повышенным диапазоном величин прочностных и деформационных параметров физико-механических свойств этих твердых материалов. Причем конструкция измельчительного устройства, реализующая данную технологию измельчения, выполнена с учетом технологических и эксплуатационных требований приготовления высококачественных

буровых промывочных жидкостей из самых разнообразных исходных компонентов. Основными задачами разработки предлагаемой технологии измельчения многоступенчатой мельницей микромолоткового типа являлось повышение эффективности измельчения и однородности по степени дисперсности готового продукта путем создания условий для последовательного перемещения всей массы материала через зоны наиболее интенсивного измельчения, а также увеличение долговечности работы мелющих тел.

Измельчительная машина (рис. 37.), реализующая предлагаемую технологию измельчения, представлена на рисунке. Она содержит камеру дробления 1, два вертикально установленных ротора на валах 2 и 3 с дисками 4. В дисках 4 на окружностях разного диаметра выполнены отверстия 5, в которых установлены оси 6 с размещенными на них пакетами длинных 7 и коротких 8 молотков. В некоторых местах вместо них установлены молотки 9 в форме лопастей. Количество лопастей, их размещение в пространстве камеры дробления и угол установки по отношению к потоку определяются свойствами материала и заданной степенью его измельчения. Камера дробления 1 снабжена входным 10 и выходным 11 каналами. Молотки 7 и 8 упрочнены по всей поверхности, например, путем цементирования, борирования, нитрирования и т. д., так, что толщина неупрочненной части составляет 40 % от общей толщины молотка, обычно равной 2-3 мм. По мере износа молотков их переставляют на новые места крепления так, чтобы сохранился заданный наружный диаметр молотков, установленных на роторе.

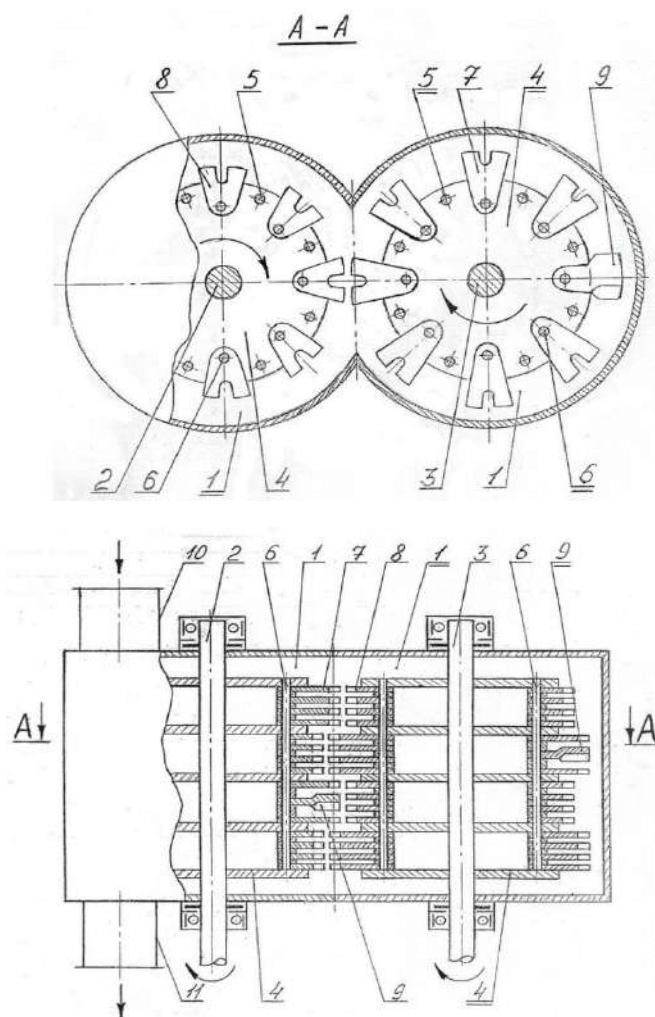


Рис. 37. Схема многоступенчатой микромолотковой мельницы конструкции МММ-2.

При работе устройства измельчаемый материал через входной канал 10 подается в верхнюю часть камеры дробления 1 к пакету длинных молотков 7 ротора на валу 2, вращающегося в одном направлении с ротором на валу 3. Измельчаемый и перемещаемый этими молотками в кольцевом пространстве вокруг ротора на валу 2 материал поступает в зону встречного движения молотков 7 и 8, где интенсивно измельчается благодаря удвоенной скорости взаимодействия частиц материала с молотками в стесненных условиях и полностью перемещается в кольцевое пространство вокруг ротора на валу 2 за счет окружной скорости потока, большей, чем окружная скорость потока материала в кольцевом пространстве вокруг ротора на валу 3. По мере измельчения молотками 8 частицы материала под действием силы тяжести опускаются к нижележащему пакету длинных молотков 7 ротора на валу 3, и процесс измельчения повторяется аналогичным образом до тех пор, пока материал не достигнет самого нижнего пакета коротких молотков 8, после чего измельченный материал поступает в нижний выходной канал 11. Скорость перемещения продукта в зоне измельчения регулируют путем варьирования количеством на роторах молотков 9 и направлением угла атаки их лопастей.

Предлагаемая конструкция многоступенчатой микромолотковой мельницы МММ-2 имеет следующие технические данные.

Вид материала	Глина, барит, доломит, известняк, цемент, полевой шпат, слюда, тальк, древесный и каменный уголь, доменные шлаки и др.
Линейный размер частиц, м: исходного продукта конечного продукта	(2-10)*10-3 (5-20)*10-6
Степень измельчения	30-50
Число одновременно протекающих актов разрушения твердого материала в измельчительной машине, с-1	(1,1-1,4)*104
Общее количество ударных рабочих элементов, шт.	2240
Тип системы охлаждения	Водяное
Потребляемая мощность, кВт	75
Производительность, т/ч	1,0-1,5
Габариты, мм	3200x2150x1650
Масса, кг	3950

Проведенные стендовые исследования опытного образца многоступенчатой молотковой мельницы МММ-2 показали высокую эффективность ее работы при измельчении материалов с различными прочностными и деформационными свойствами (глина комовая, барит, гематит, каменный уголь, торф и т. д.). Это позволяет рекомендовать ее для эксплуатации в различных геологоразведочных организациях при приготовлении весьма разнообразных по составу буровых промышленных жидкостей, поскольку помимо высокой эффективности измельчения твердых материалов данная мельница обеспечивает высокую степень массообмена (т. е. перемешивания) при измельчении. Наконец, предлагаемая конструкция мельницы МММ-2 может найти широкое применение при получении высокодиспергированных пульп и порошков различных технологических материалов в горно-обогатительной, химической, строительной и других отраслях промышленности.

6.7 Лопастной механоактиватор “ЛМА-2М”

Мокрый метод механоактивации дисперсных систем является наиболее технологичным при реализации в полевых условиях, с целью повышения вяжущих свойств тампонажных буровых растворов. Поэтому разработка новых высокоэффективных методов данного вида механоактивации дисперсных систем вяжущих материалов является актуальной проблемой, особенно при цементировании нефтегазовых скважин.

Эффективность мокрого метода механоактивации тампонажных смесей на основе цемента авторами предварительно исследовалась в лабораторных условиях. Выполнение лабораторных работ включало в себя предварительную активацию исходных вяжущих, из которых готовятся исследуемые тампонажные смеси, а затем активировались сами смеси. В качестве вяжущих использовались цементы следующих марок: М200; М300; М400.

Активация вяжущих осуществлялась путем мокрого механического сверхтонкого измельчения лабораторными лопастными активаторами до размеров частиц преимущественно от 10 до нескольких микрон с удельной поверхностью до $0,6-0,8 \text{ м}^2/\text{г}$. Пробы были изготовлены из цементного теста, подвергнутого вышеуказанному гидромеханическому воздействию. Мокрая механоактивация растворов производилась на протяжении разных интервалов времени (20, 40, 60 мин.).

Анализ результатов лабораторных исследований подтверждает эффективность мокрого метода механоактивации вяжущих (предел прочности цементного камня на сжатие $\sigma_{сж}$ увеличивается на 30-40 %) и необходимость существенного увеличения энергонапряженности процесса механоактивации вяжущих. Для повышения эффективности мокрой механоактивации, как показали лабораторные исследования, целесообразно повышение скорости движения измельчающей среды. Это возможно осуществить в закрученных потоках жидкости.

Закрученный поток формирует поле центробежных массовых сил и обладает следующими специфическими особенностями:

- в случае формирования кольцевых закрученных потоков без механического воздействия на него рабочих органов измельчительного аппарата успешно решается проблема чистого помола, так как в кольцевом закрученном потоке реализуется процесс самоизмельчения;
- поток имеет соизмеримые значения осевой, вращательной и радиальной составляющих скорости;
- поток имеет продольный и поперечный градиенты статического и полного давления;
- поток имеет существенное значение градиента скорости в поперечном сечении; отличается высоким уровнем турбулентных пульсаций;
- осуществляет активное и консервативное воздействие центробежных сил на поток.

Закрученные потоки эффективно используются во многих механизмах для реализации сложных процессов.

Принцип работы предложенного способа, работающего в режиме самоизмельчения в кольцевом закрученном потоке, поясняется эскизом на рисунке 1.

Устройство, с помощью которого реализуется предлагаемый способ измельчения твердых материалов (рис.38), состоит из цилиндрического горизонтального корпуса 1 с футеровкой 2 внутренней его поверхности, загрузочного бункера 3 и выгрузочного патрубка 4 с регулировочным краном 5. Внутри корпуса 1 соосно размещен ротор, содержащий вал 6 с подшипниковыми опорами 7, две ступицы 8, на которых закреплены лопасти 9 с одинаковым зазором 10 между периферийной кромкой лопасти 9 и поверхностью футеровки 2 корпуса 1.

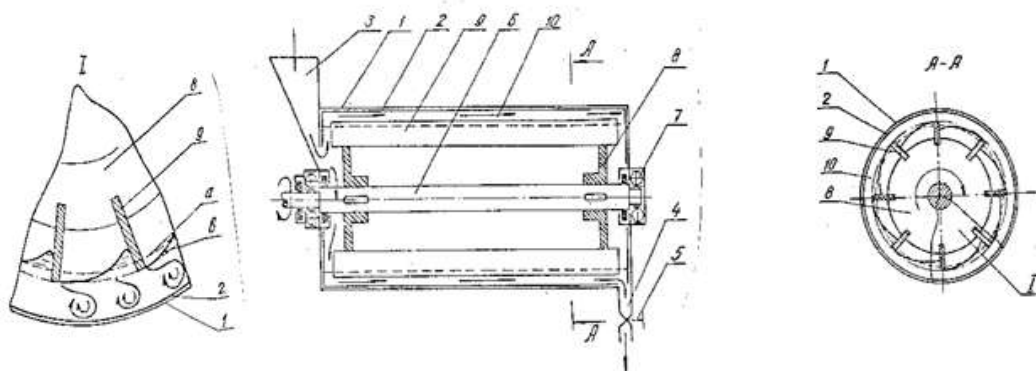


Рис. 38. Схема лопастного механоактиватора “ЛМА-2М”

Измельчение твердых материалов по предлагаемому способу осуществляется следующим образом.

При вращающемся роторе исходный продукт подается в рабочую камеру в виде пульпы с крупностью кусков от 1 до 10-15 мм при водотвердом отношении в пределах от 0,5 до 1,5. Вращающиеся лопасти 7 ротора механически формируют внутри корпуса кольцевой закрученный поток с усредненной внутренней поверхностью S' . При этом лопасти 7, вращаясь с высокой скоростью, порядка 1500-3000 об/мин, интенсивно деформируют внутреннюю поверхность кольцевого потока до некоторой граничной области S'' . В результате такой деформации во всем объеме кольцевого потока на всю его толщину возникают завихрения, обладающие повышенными турбулентными характеристиками. Твердый материал при этом активно взаимодействует друг с другом и с лопастями 7 ротора, измельчаясь вследствие малого значения водотвердого отношения измельчаемого продукта. Кроме того, находясь в области активного протекания кавитационных процессов в закрученном потоке, материал также эффективно разрушается. В процессе работы устройства необходимая толщина закрученного кольцевого потока устанавливается регулировочным краном 5. Проходя через рабочую камеру, исходный продукт в виде текучей пульпы измельчается и выводится наружу через выгрузочный патрубок 4.

Предлагаемое водотвердое отношение в пределах 0,5-1,5 обеспечивает высокую степень взаимодействия твердых частиц друг с другом и рабочими органами, например, лопастями вышеприведенного устройства, что способствует существенному повышению интенсификации разрушения твердых частиц путем их истирания. При этом во встречных закрученных потоках, имеющих, как известно, высокие скорости вращения, твердые частицы дополнительно разрушаются при соударении друг с другом.

Процесс механической активации дисперсных систем возможно интенсифицировать двумя путями: за счет увеличения доли динамической составляющей разрушающей нагрузки и за счет увеличения количества одновременно протекающих актов разрушения, что обеспечивает сокращение интервалов времени между двумя последовательными актами. Реализация намеченных путей может быть достигнута только при высоких скоростях движения рабочих органов и их количестве в устройстве. Однако ключевым условием эффективности измельчения по предложенному способу, как показали экспериментальные исследования, является водотвердое отношение в пределах 0,5-1,5 %. Это вполне отвечает требованиям приготовления буровых тампонажных растворов, в том числе при цементировании нефтегазовых скважин. Экономически внедрение предлагаемой разработки в производство, по мнению авторов, является крайне актуальным.

6.8 Малогабаритная щеточная мельница ММЩ-2М для приготовления буровых промывочных жидкостей

Разработанная щеточная мельница отличается от других измельчителей механического типа, применяемых для приготовления буровых промывочных жидкостей тем, что процесс измельчения глиноматериала осуществляется за счет непрерывного разрушения его поверхностного слоя щеткой ротора. Как показали теоретические исследования, затраты энергии на измельчение глиноматериала в мельницах со щеточным вооружением ротора гораздо ниже, чем в мельницах с лопастным ротором, где процесс разрушения материала носит объемный характер.

Конструктивная схема разработанной щеточной мельницы представлена на рис. 39. Мельница состоит из вертикального цилиндрического корпуса 1 с приемным бункером 2 и выходным каналом 3. Цилиндрические стенки внутри полости корпуса 1 покрыты футированной поверхностью 4. По оси в корпусе 1 размещен ротор 5, выполненный в виде щетки 6, охватывающий вал 7 ротора 5 по всей длине. Между валом 7 и щеткой 6 ротора 5 выполнен кольцевой канал 8. В его нижней части соосно с валом 7 установлена потоконаправляющая труба 9 с окнами 10, закрепленная с корпусом 1. Вал ротора 5 снабжен шнеком 11, расположенным внутри потоконаправляющей трубы 9.

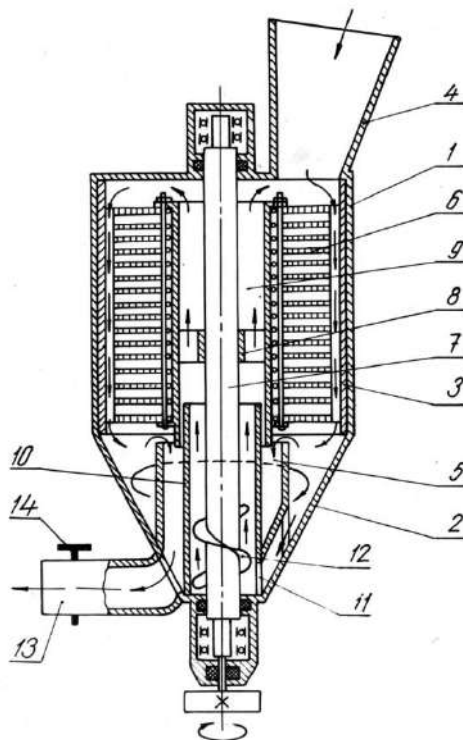


Рис.39. Схема щеточной мельницы ММЩ-2М.

Мельница работает следующим образом. В корпус 1 через приемный бункер 2 производится непрерывная подача твердой и жидкой фазы приготавливаемой буровой промывочной жидкости. Перемещаясь в корпусе 1 сверху вниз глиноматериал подвергается разрушению и одновременно перемешивается с жидкой фазой под воздействием щеток 6 вращающегося ротора 5. В нижней части корпуса 1 мельницы происходит разделение потока приготавливаемой промывочной жидкости. Приготовленная жидкость (глиноматериал измельчен до частиц заданного линейного размера) отводится из корпуса 1 через выходной канал 3. Недоизмельченные частицы твердой фазы, линейный размер

которых больше задаваемого, осаждаются в нижней части корпуса 1 мельницы. Отсюда они подхватываются движущимся потоком жидкости, который создается шнеком 11 и перемещаются через окна 10 по полости потоконаправляющей трубы 9 и кольцевому каналу 8 к верхнему пространству корпуса 1, т.е. в исходное положение.

Разработанная конструкция щеточной мельницы позволяет производить разделение измельчаемого глиноматериала по фракциям и выводить из рабочей полости готовую промывочную жидкость с частицами твердой фазы, измельченными до заданной степени дисперсности. Это способствует сокращению непроизводительных затрат энергии на осуществление процесса приготовления бурового раствора, т.к. практически конструкция мельницы исключает процесс переизмельчения.

Затраты мощности $N_{\text{ш}}$ на привод мельницы складываются из затрат мощности на осуществление процесса измельчения $N_{\text{ш}}'$, на преодоление вязкостного трения $N_{\text{в}}$ при вращении ротора мельницы в среде приготавливаемой промывочной жидкости и на транспортирование $N_{\text{т}}$ недоизмельченного глиноматериала в рабочей полости мельницы

$$N_{\text{ш}} = N_{\text{ш}}' + N_{\text{в}} + N_{\text{т}} \quad (1)$$

Затраты мощности $N_{\text{ш}}'$ на осуществление процесса измельчения определяются производительностью $Q_{\text{ш}}$ мельницы по глиноматериалу и величиной удельной энергии $E_{\text{ш}}$, затрачиваемой на измельчение единицы его объема.

$$N_{\text{ш}}' = E_{\text{ш}} * Q_{\text{ш}} \quad (2)$$

Затраты мощности на преодоление вязкостного трения при вращении ротора мельницы в среде приготавливаемой промывочной жидкости определяется как

$$N_{\text{в}} = \frac{200 \mu \omega^2 \pi}{1} ((R_{\text{ш}}^4 - \chi_{\text{ш}}^4) * 2 / Z_1 + (h_{\text{ш}} * R_{\text{ш}}^3) / Z_2) \quad (3)$$

где μ - динамический коэффициент вязкости приготавливаемой промывочной жидкости;

ω - угловая скорость вращения ротора;

$R_{\text{ш}}$ и $\chi_{\text{ш}}$ - радиусы рабочей полости и ротора мельницы;

$h_{\text{ш}}$ - длина ротора;

Z_1 и Z_2 - зазоры, соответственно, между торцевыми поверхностями ротора и верхней и нижней крышками корпуса, и между щеткой ротора и футированной поверхностью корпуса.

Затраты мощности $N_{\text{т}}$ на транспортирование недоизмельченного материала в рабочей полости определяется как

$$N_{\text{т}} = 2,72 Q_{\text{т}} * q_p * h_{\text{ш}} * K_{\text{т}} (W + 1) \quad (4)$$

где $Q_{\text{т}}$ - производительность транспортирования шнеком;

$K_{\text{т}}$ - коэффициент учитывающий потери на трение ($K_{\text{т}} = 1,3 - 1,5$);

q - постоянная ($q = 9,82$);

W - опытный коэффициент сопротивления при перемещении материала шнеком ($W = 1,9 - 2,3$)

$$Q_{\text{т}} = 1800 \pi^2 D_{\text{ш}}^2 \psi h_{\text{ш}} \xi \quad (5)$$

где $D_{\text{ш}}$ - диаметр шнека;

ψ - коэффициент заполнения шнека ($\psi = 1$);

$h_{\text{ш}}$ - шаг винта шнека;

ξ - коэффициент, учитывающий влияние угла наклона оси шнека к горизонту на его производительность (при $\delta = 90^\circ$, $\xi = 0,4$).

Решение уравнений (3), (4) и (5) при следующих конструктивных параметрах: $\mu = 10^{-4} \text{ Нс/м}^2$; $\omega = 104,86 \text{ рад/с}$; $R_{\text{ш}} = 0,25 \text{ м}$ и $\chi_{\text{ш}} = 0,24 \text{ м}$; $Z_1 = 0,25 \text{ м}$ и $Z_2 = 0,81 \text{ м}$; $h_{\text{ш}} = 0,6 \text{ м}$; $D_{\text{в}} = 0,15 \text{ м}$; $h_{\text{в}} = 0,07 \text{ м}$, дало следующие численные значения: $N_{\text{в}} = 6,88 \text{ кВт}$; $N_{\text{т}} = 1,77 \text{ кВт}$ при $Q_{\text{т}} = 16,11 \text{ м}^3/\text{ч}$.

Затраты энергии на привод мельницы без учета затрат на осуществление процесса измельчения составляет $8,65 \text{ кВт} \cdot \text{ч}$. В зависимости от степени измельчения S и подачи $Q_{\text{ш}}$

материала в мельницу общие затраты мощности, необходимые для осуществления процесса измельчения будут изменяться от 9,0 кВт до 12,5 кВт.

Техническая характеристика мельницы:

Вид материала.....	глина бентонитовая
Линейный размер частиц ,м; исходная.....	0,1
минимальная.....	10 ⁻⁴
Производительность, м³/ч.....	16
Мощность, кВт*ч.....	12,5
Скорость вращения ротора, рад/с.....	104,86
Габариты рабочего органа ,м;	
диаметр.....	0,48
длина.....	0,60
Габариты шнекового устройства, м;	
диаметр.....	0,15
длина.....	0,35
шаг винта шнека.....	0,07
Габариты мельницы, мм;	
длина.....	1500
ширина.....	1000
высота.....	1800
Масса, кг.....	350

Следует отметить, что щеточная мельница, как показали результаты ее эксплуатации в производственных условиях, может с успехом применяться не только для приготовления буровых промывочных жидкостей на основе глиноматериалов, но и с использованием мела, извести, цемента, их смесей и одновременной обработкой различными химическими реагентами.

6.9 Вихревой гидродинамический излучатель “ГДИ”

Обработка промывочных жидкостей, с целью дальнейшей диспергации твердой фазы, под воздействием ультразвуковых колебаний в последнее время находит широкое применение. В практике для этих целей используются два типа излучателей звуковых колебаний: с резонансными клиньями и с вихревой камерой. Последние нашли большое распространение при обработке буровых промывочных жидкостей ввиду простоты конструкции и малых габаритов, что позволяет производить их установку в колонне буровых труб (рис. 40).

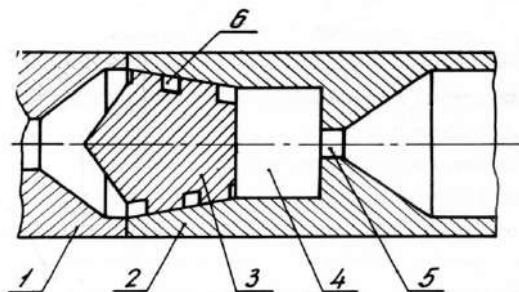


Рис. 40. Схема вихревого гидродинамического излучателя “ГДИ”

1 - корпус; 2 - крышка; 3 - вкладыш; 4 - вихревая камера; 5 - входное сопло;
6 – входные каналы

Генерирование звуковых колебаний в излучателях с вихревой камерой осуществляется за счет создания в системе интенсивного энергообмена между первичным, вводимым тангенциально в цилиндрическую полость камеры, и вторичным, поступающим из выходного патрубка, вихрями. При этом давление на выходном патрубке меняется с частотой f , определяемой диаметром камеры D и перепадом давлений P_1 и P_2 на входе и выходе излучателя [1]:

$$f = \frac{C}{\pi D} \left(\frac{P_1 - P_2}{P_2} \right)^{0,5}, \quad (1)$$

где: C - скорость распространения звуковой волны в обрабатываемой среде

Излучатели с вихревой камерой надежны в работе, просты в конструктивном исполнении.

Их мощность в ультразвуковом диапазоне (до 30 кГц) составляет от 0,5 до 3 Вт.

Процесс диспергации твердой фазы суспензии в ультразвуковом поле происходит двумя путями: во-первых, под действием ударных волн, возникающих при захлопывании кавитационных пузырьков, которые зарождаются при частоте свыше 20 кГц и мощности звуковой волны до 1 Вт; во-вторых, под действием микроструек жидкости, возникающих при захлопывании несферических кавитационных пузырьков. Преобладание того или иного механизма разрушения обуславливается масштабным фактором, так как связано с начальной формой кавитационного пузырька при его захлопывании. Если размер кавитационного пузырька преобладает над размерами диспергируемых частиц, то условий для начального искажения формы пузырька нет, и он захлопывается с образованием ударной волны. В том случае, когда размер диспергируемых частиц больше диаметра кавитационного пузырька, последний теряет свою форму и при захлопывании образует микроструйку жидкости. При обработке буровых промывочных жидкостей имеет место механизм разрушения, связанный с действием ударных волн, что обусловлено малым линейным размером (до 10^{-6} м) частиц твердой фазы.

Причиной возникновения кавитации является высокочастотный перевод жидкостной среды обрабатываемой суспензии в метастабильное состояние, а затем возвращение ее в исходное. Переход в метастабильное состояние осуществляется вследствие создающегося отрицательного давления в местах разряжения распространяющейся звуковой волны. Кавитационный пузырек, попадая в область высокой интенсивности ультразвуковых колебаний, начинает пульсировать. Частота колебаний пузырька, кавитирующего под действием звуковых волн, практически равна частоте последних:

$$f = \frac{1}{2\pi R_0} \sqrt{\frac{3K}{\rho_B}} \left(P_1 - P_2 + \frac{2\sigma_B}{R_0} \right), \quad (2)$$

где: K - отношение удельных теплоемкостей среды;

σ_B - поверхностное натяжение;

R_0 - радиус кавитационного пузырька.

Зависимость, определяющая радиус кавитационного пузырька, была эмпирически найдена Брониным Ф.А.:

$$R_0 = \frac{0,4}{f} \left(1 - \frac{P_r}{P} \right) \left(\frac{P}{\rho_B} \right)^{0,5}, \quad (3)$$

где: P_r - величина гидростатического давления, $P_r = P_1 - P_2$;

P - величина звукового давления.

На скорость протекания процесса ультразвуковой диспергации оказывает влияние тот факт, что единичный кавитационный пузырек обрабатывает одновременно только те

частицы, которые находятся в его зоне захвата, определяемой радиусом R_k воздействия кавитационного пузырька:

$$R_k = (XR_0^3 \rho_f f / \eta)^{0.5}, \quad (4)$$

где: ρ_f - плотность материала твердых частиц обрабатываемой суспензии;

η - сдвиговая вязкость кавитирующей среды.

В результате захвата кавитационным пузырьком диспергируемые частицы флотируются у его поверхности, при этом их концентрация не должна быть выше

$$n_m \leq 4R_0^2 / X^2, \quad (5)$$

в противном случае наблюдается блокировка кавитационного пузырька.

Анализ материалов исследований показывает, что при диспергировании в ультразвуковом поле механизм разрушения частиц носит поверхностный характер. При каждом единичном всхлapyвании кавитационного пузырька, энергия ударной волны распространяется на частицы, флотированные у его поверхности. Под воздействием ударной нагрузки происходит отшелушивание материала с их поверхности. Величина энергии ударной волны, передаваемой диспергируемым частицам, определяется исходя из условия равенства кинетической энергии E_k жидкости, движущейся в поле кавитационного пузырька, и согласно Новицкому Б.Г. равна

$$E_k = 2\pi \rho_v R_0^5 f^2, \quad (6)$$

где: ρ_v - плотность жидкой фазы обрабатываемой суспензии.

Так как флотированные частицы твердой фазы суспензии располагаются вблизи поверхности кавитационного пузырька, то величину эффективной энергии E' ударной волны, т.е. энергии волны в месте расположения частиц суспензии, определит соотношение:

$$E' = E_k / R_0^2, \quad (7)$$

Процесс ультразвукового диспергирования суспензии значительно интенсифицируется, если наряду со знакопеременным звуковым давлением на жидкость наложить определенное постоянное или гидростатическое давление. Очевидно, исходя из приведенной выше зависимости (3), определяющей радиус кавитационного пузырька, что при повышении гидростатического давления размер последнего будет уменьшаться, а это в свою очередь ведет к увеличению скорости распространения ударной волны при его всхлapyвании. Принцип работы и конструктивное исполнение излучателей с вихревой камерой позволяют регулировать величину гидростатического давления в весьма широких пределах.

6.10. Центробежная мельница мокрого помола “МЦ-Т”

Мокрый метод механоактивации дисперсных систем является наиболее технологичным для повышения вяжущих свойств тампонажных буровых растворов в полевых условиях. Поэтому разработка новых высокоэффективных методов данного вида механоактивации дисперсных систем вяжущих материалов является актуальной проблемой, особенно при цементировании нефтегазовых скважин.

Эффективность мокрого метода механоактивации тампонажных смесей на основе цемента авторами предварительно исследовалась в лабораторных условиях. Выполнение лабораторных работ включало в себя предварительную активацию исходных вяжущих, из которых готовятся исследуемые тампонажные смеси, а затем активировались сами смеси. В качестве вяжущих использовались цементы следующих марок: М400 и М500. Для повышения эффективности мокрой механоактивации, как показали лабораторные

исследования, целесообразно повышение скорости движения измельчающей среды. Это возможно осуществить в закрученных потоках жидкости.

Закрученный поток формируется в поле центробежных сил и обладает следующими специфическими особенностями: - в случае формирования кольцевых закрученных потоков без механического воздействия на него рабочих органов измельчительного аппарата успешно решается проблема чистого помола, так как в кольцевом закрученном потоке реализуется процесс самоизмельчения; - поток имеет соизмеримые значения осевой, вращательной и радиальной составляющих скорости; - поток имеет продольный и поперечный градиенты статического и полного давления; - поток имеет существенное значение градиента скорости в поперечном сечении, отличается высоким уровнем турбулентных пульсаций; - осуществляет активное и консервативное воздействие центробежных сил на поток.

Принцип работы предложенного способа, работающего в режиме самоизмельчения в кольцевом закрученном потоке, осуществляется измельчительной машиной центробежного типа МЦ-Т и поясняется эскизом на рис. 41. Измельчение твердых материалов по предлагаемому способу осуществляется следующим образом.

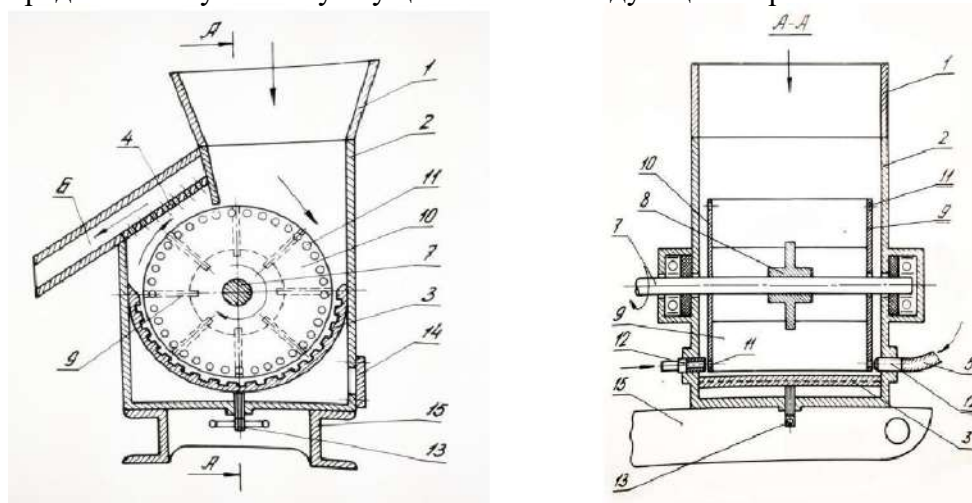


Рис. 41. Схема центробежной мельницы мокрого помола “МЦ-Т”

При вращающемся роторе исходный продукт подается в рабочую камеру в виде пульпы с крупностью частиц до 3 мм и водо-твердом отношением в пределах от 0,5 до 1,5. Вращающиеся лопасти 9 ротора механически формируют внутри корпуса кольцевой закрученный поток с усредненной внутренней поверхностью S' . При этом лопасти 9, вращаясь с высокой скоростью, порядка 1500-3000 об/мин, интенсивно деформируют внутреннюю поверхность кольцевого потока до некоторой граничной области S'' . В результате такой деформации во всем объеме кольцевого потока на всю его толщину возникают завихрения, обладающие повышенными турбулентными характеристиками. Твердый материал при этом активно взаимодействует друг с другом и с лопастями 9 ротора, измельчаясь вследствие малого значения водотвердого отношения измельчаемого продукта. Кроме того, находясь в области активного протекания кавитационных процессов в закрученном потоке, материал также эффективно разрушается. В процессе работы устройства необходимая толщина закрученного кольцевого потока устанавливается регулировочным краном 5. Проходя через рабочую камеру, исходный продукт в виде текучей пульпы измельчается и выводится наружу через выгрузочный патрубок 6. Формирование закрученного кольцевого потока, состоящего из текучей пульпы, с повышенным содержанием твердой фазы позволяет при заявленном способе производить механическое деформирование этого потока, например, лопастями 9 с высокими скоростями до 30-50 м/с. Механическое деформирование кольцевого потока при этом

производится частично с внутренней стороны. Высокие скорости деформирования кольцевого потока позволяют существенно повысить эффективность разрушения твердого материала, так как известно, что при высокодинамическом воздействии на твердое тело его разрушение происходит при меньших нагрузках по сравнению с низкоскоростным его нагружением.

Аналогичное высокоскоростное механическое воздействие на диспергируемую пульпу во всем объеме корпуса невозможно в известных гидромеханических способах из-за неоправданно высоких затрат энергии на вязкое течение потока. В то время как предлагаемый способ реализуется при относительно низких затратах энергии, которая расходуется на раскручивание небольшой массы потока и на частичное деформирование этого потока. Аналогичное высокоскоростное деформирование потока диспергируемой пульпы достигается лишь в струйных мельницах. Однако работа струйных мельниц характеризуется гораздо большими энергозатратами, в 4-6 раз по сравнению с предложенным способом, так как в них используется гидравлический привод с КПД, равным в пределах 6-7 %, не более.

Предложенный энергонапряженный гидродинамический способ измельчения твердых материалов, по сравнению с известными, обеспечивает активно протекающие процессы взаимодействия твердых частиц друг с другом и с рабочими органами измельчительных машин, а интенсивные процессы кавитации во всем объеме кольцевого потока существенно повышают эффективность измельчения материала по предлагаемому способу. Увеличение эффективности измельчения достигается также за счет высокоскоростного механического воздействия вращающихся рабочих органов устройства со скоростью до 40-60 м/с на измельчаемый материал, а также за счет многократной доставки закрученными потоками твердого тела в зону интенсивного измельчения, т. е. в зону скоростной механической деформации кольцевого потока.

Механическое измельчение как физический процесс характеризуется законом, который выражает соотношение между линейными размерами измельчаемого тела, его удельной поверхностью и удельными затратами энергии на разрушение. Следовательно процесс механической активации дисперсных систем возможно интенсифицировать двумя путями: за счет увеличения доли динамической составляющей разрушающей нагрузки и за счет увеличения количества одновременно протекающих актов разрушения, что обеспечивает сокращение интервалов времени между двумя последовательными актами. Реализация отмеченных путей может быть достигнута только при высоких скоростях движения рабочих органов и их количестве в устройстве. Однако ключевым условием эффективности измельчения по предложенному способу, как показали экспериментальные исследования, является водотвердое отношение в пределах 0,5-1,5 %. Это вполне отвечает требованиям приготовления буровых тампонажных растворов, в том числе при цементировании нефтегазовых скважин. Экономически внедрение предлагаемой разработки в производство, по мнению авторов, является крайне актуальным

6.11 Малогабаритная щеточная мельница «МЩ-1»

Для приготовления тампонажных смесей или реагентов на основе трудно смешиваемых компонентов (например, полиакриламида, УЩР и т. п.) очень важное значение приобретает увеличение перемешивающей способности и степени измельчения исходного продукта.

В предлагаемой мельнице МЩ-1 (рис. 42) выполнение рабочих органов ротора в виде щетки, состоящей из большого количества упругих стержней, повышает степень измельчения исходного продукта за счет увеличения числа наносимых ударов по измельчаемому продукту, по сравнению с лопастным ротором. Кроме того, щетка из упругих стержней гораздо лучше, чем лопасти, перемешивает и истирает измельчаемый

продукт за счет увеличения трения между отдельными кусками продукта, что также повышает степень измельчения материала.

Малогабаритная роторная мельница МЩ-1 может использоваться при бурении поисково-разведочных, гидрогеологических, инженерно-геологических скважин и позволяет решать следующие задачи:

- приготовление естественных промывочных жидкостей из неглинистых пород;
- приготовление глинистых, утяжеленных и тампонажных растворов;
- дегазация буровых растворов;
- восстановление качественных характеристик буровых промывочных жидкостей.

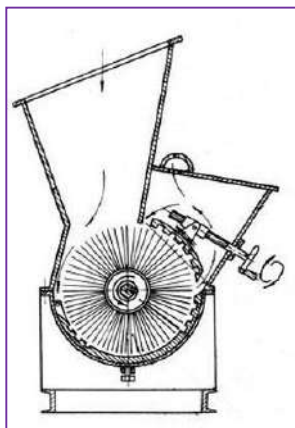


Рис. 42. Схема малогабаритной щеточной мельницы «МЩ-1»

Техническая характеристика

Вид измельчаемого материала.....	глина, мел, слежавшийся цемент и т. п.
Частота вращения ротора в минуту.....	1000-1500
Диаметр щеточного ротора, мм.....	450
Длина щеточного ротора, мм.....	600
Потребляемая мощность, кВт.....	15
Габаритные размеры, мм	
длина.....	1300
ширина.....	1000
высота.....	1250
Масса без электродвигателя, кг.....	350

6.12 Передвижная установка для приготовления буровых промывочных жидкостей.

Вообще, разработка измельчителей производилась с целью создания единого как стационарного, так и передвижного комплекса, способных удовлетворить потребности современной геологоразведочной партии по объему приготавливаемых промывочных жидкостей и их качеству и типам. Ниже будет рассмотрена передвижная установка, созданная на основе разработанных машин, в число которых вошли щеточная и струйная вихревая мельницы, барабанный измельчитель. Основное назначение установки состоит в обеспечении отдельного участка буровых работ из 5-7 буровых агрегатов комплексом промывочных жидкостей. Конструкция установки позволяет производить ее транспортировку волоком, с погрузкой на трейлер, вертолетом. Все это делает ее

пригодным для применения в труднодоступных районах, удаленных геологоразведочных партиях, отдельных участках буровых работ.

Технические средства, используемые в передвижной установке, позволяют при различных вариантах их применения получать глинистые растворы обрабатывать их реагентами, приготавливать растворы на основе полиакриламида и т.п. Наличие в установке перекачивающих средств делает возможным заливку приготовленных промывочных жидкостей в емкость автоцистерны или резервуары установки, подачу по трубопроводам к буровым агрегатам.

На рис. 31 и 32 показан вид агрегатного отсека установки. Все машины, осуществляющие процесс приготовления промывочных жидкостей смонтированы в единую технологическую линию, содержащую скреперную лебедку 1 марки ЛС-30, щеточную мельницу 2, барабанный измельчитель 3 и перекачивающий насос 4 со струйной вихревой мельницей 5. Основанием установки служит металлическая рама с настилом, выполненная в виде саней. В здании передвижной установки помещены резервуары 6, 7, 8, в которые производится заливка приготавливаемых промывочных жидкостей. Общий полезный объем резервуаров составляет $7,5 \text{ м}^3$, т.е. рассчитан на получасовую работу установки. На крыше здания размещены привод лебедки 1 и питающие емкости 11, 12, 13, заполняемые концентрированными растворами УЩР, КМЦ и гидролизом полиакриламида. Управление оборудованием производится с пульта 9. Регистрация рабочих режимов струйной вихревой мельницы осуществляется комплексом ИШВ-1-10. Управление лебедкой 1 может осуществляться с выносного пульта 9.

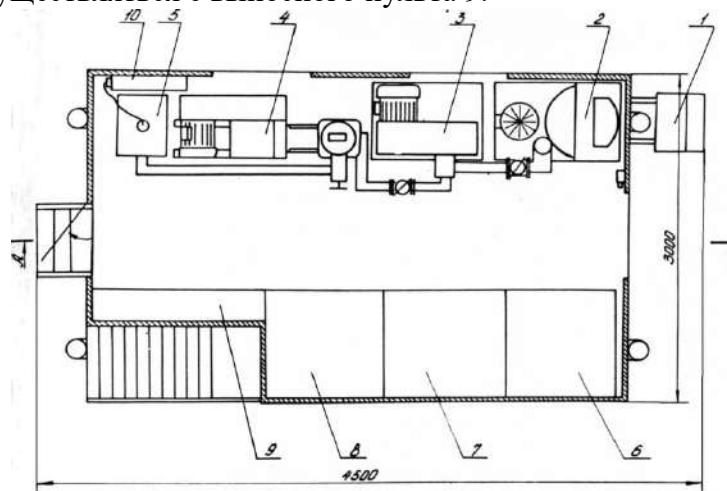


Рис. 31. Передвижная установка для приготовления буровых промывочных жидкостей.

- 1 – скреперная лебедка; 2 – щеточная мельница; 3 – барабанный измельчитель;
4 – перекачивающий насос; 5 – струйная вихревая мельница; 6, 7, 8 – резервуары; 9 – пульт управления; 10 – комплекс ИЖВ-1.

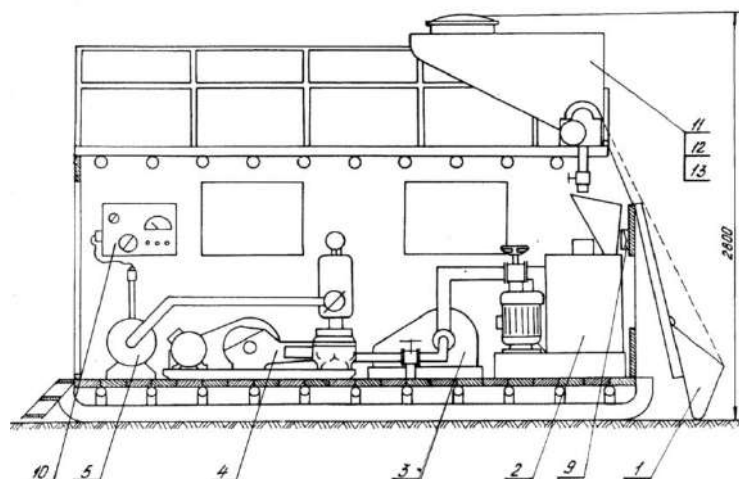


Рис. 32. Вид агрегатного отсека передвижной установки для приготовления буровых промывочных жидкостей, в плане.

1- скреперная лебедка; 2- щеточная мельница; 3- барабанный измельчитель;
4- перекачивающий насос; 5- струйная вихревая мельница; 6, 7, 8- резервуары;
9 - пульт управления; 10- комплекс ИШВ-1.

На рис. 33 показана схема управления гидросистемой установки. Кранами 14, 15, 16 и 17 регулируется подача в приемный бункер щеточной мельницы 2 воды, УЩР, КМЦ, полиакриламида, поступающих из питающих емкостей 11, 12, 13. Изменением объема подачи воды или реагентов регулируют плотность приготавливаемых промывочных жидкостей. Краны 18 и 19 служат для перекрытия трубопроводов к барабанному измельчителю 3 и струйной вихревой мельницы 5. Перекрытие осуществляется в том случае, когда производится приготовление крупнодисперсных глинистых растворов, применяемых при забурке скважин. Краны 20, 22 и 24 перекрывают отвод приготовленных промывочных жидкостей при их сливе в автоцистерны.

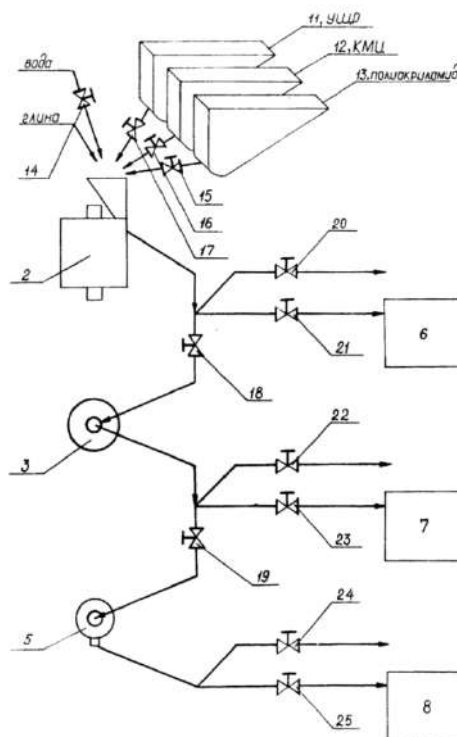


Рис. 33. Схема управления гидросистемой установки.

1- щеточная мельница; 3- барабанный измельчитель; 5- струйная вихревая мельница;
6, 7, 8- резервуары; 14, 15, 16, 17- краны регулировки подачи материала в бункер
щеточной мельницы; 18, 19- краны перекрытия трубопроводов; 20, 22, 24-краны
перекрытия отвода в автоцистерны; 21, 23, 25- краны перекрытия отвода в резервуары.

Краны 21,23 и 25 установлены для осуществления слива жидкостей в резервуары 6,7 и 8. Технологическая схема приготовления буровых промывочных жидкостей (рис. 34.) в зависимости от применяемых компонентов может быть осуществлена по следующим вариантам.

Первый вариант: приготовление жидкостей из комовых глин. Скреперной лебедкой 1 производят загрузку комовой глины в приемный бункер щеточной мельницы 2, при этом должен быть открыт кран 14 подачи сюда же воды. Крупнодисперсная пульпа, приготавливаемая мельницей 2, поступает на доизмельчение в барабанный измельчитель 3, а оттуда в струйную вихревую мельницу 5. Для этого должны быть открыты краны 18 и 19. Приготовленная промывочная жидкость может быть отведена открытием кранов 24 или 25 в емкость автоцистерны или в резервуар 8.

Второй вариант: приготовление глинистого раствора с обработкой его УЩР, КМЦ или приготовление малоглинистого раствора с обработкой полиакриламидом. При приготовлении данных типов растворов кроме воды и глины в приемный бункер щеточной мельницы подается один из вышеперечисленных компонентов. Их подача из питающих емкостей 11, 12 и 13 осуществляется открытием кранов 15, 16 и 17. Приготовление осуществляется последовательно в щеточной мельнице 2, барабанном измельчителе 3 и струйной вихревой мельнице 5.

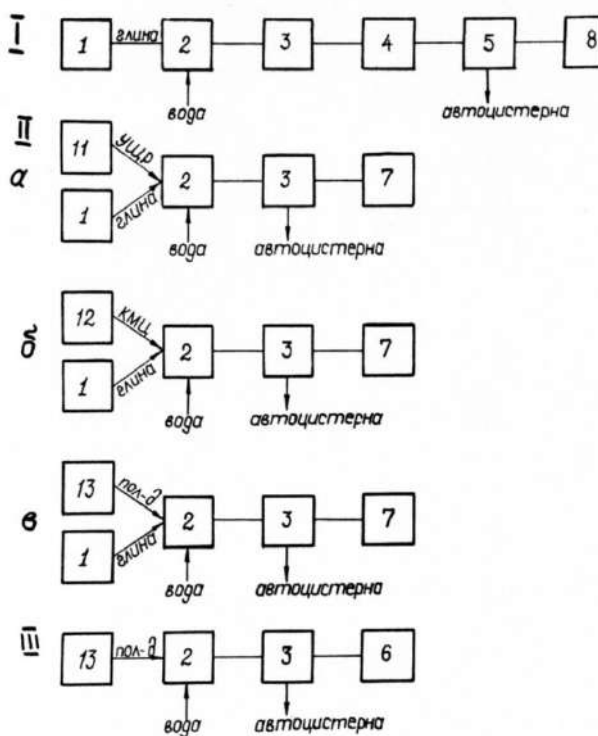


Рис. 34. Схема приготовления различных буровых растворов.

- I- приготовление глинистого раствора из комовых глин; II- приготовление глинистых растворов обработанных; III- приготовление полиакриламидного раствора; а- углекислотным реагентом; б- КМЦ; в- полиакриламидом

Конструктивное исполнение передвижной установки позволяет производить замену машин приготавливающих промывочные жидкости в зависимости от применяемых компонентов.

Производительность по объему приготавливаемых жидкостей, м ³ /ч..	10
Потребляемая мощность, кВт.....	65
Удельный расход энергии на приготовление 1м ³ промывочной жидкости, кВт.ч/м ³	3,0-4,2
Габаритные размеры, мм:	
длина.....	4500
ширина.....	3000
высота.....	2800
Масса установки, кг.....	2500
Количество обслуживающего персонала в смену, чел.....	2

При освоении нефтегазовых месторождений на сегодняшний день основной объем скважин проходится с использованием роторного и турбинного способов бурения, что позволяет бурить наклонно-направленные скважины, а так же скважины с горизонтальным окончанием. Эффективность бурения скважин во многом определяется составом очистного агента, а также схемой и режимом промывки скважины. Практически невозможно подобрать универсальный очистной агент, который бы удовлетворял всем заданным параметрам. В зависимости от геолого-технологических условий бурения подбирается какой-то один вид очистного агента, а его технологические свойства регулируются посредством химических реагентов с учетом определенных практических требований.

50

получения нативного крахмала из исходного сырья и энергоемкие процессы его клейстеризации, сушки и дробления (рис. 43).

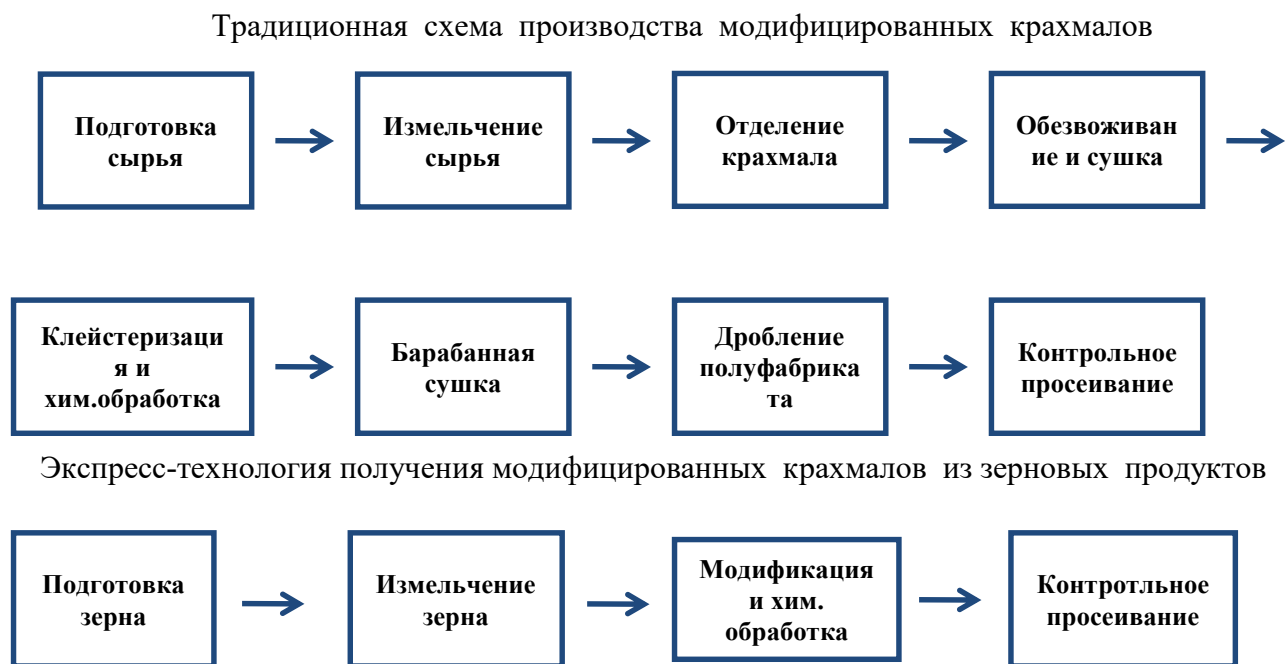


Рис. 43. Схемы традиционной и экспресс-технологии производства модифицированных крахмалов.

Разработанный на кафедре ТТР МПИ опытный образец каскадной измельчительной машины центробежного типа МКЦ-М (рис. 44.) работает в режиме энергонапряженного измельчения твердых материалов при ультраскоростных разрушающих нагрузках в измельчаемом продукте, находящимся в стесненных условиях. Рабочая камера измельчительной машины имеет три зоны измельчения, отличающихся по форме, массе и степени оснащения мелющими телами. В первой (самой верхней) зоне измельчения происходит дробление зерна и перемешивание с добавленным химреагентом, во второй зоне с мелющими телами, имеющими большую степень кривизны, а значит большую контактную нагрузку на измельчаемый материал, происходит измельчение зерновой смеси и химреагента до размеров сопоставимых с размерами кристалла крахмала, т.е. до состояния муки очень тонкого помола. В третьей зоне оснащенной значительно большим количеством (в 5 раз) мелющих тел с большой кривизной рабочей поверхности происходит модификация, высвободившегося из белковой оболочки, крахмала и его обработка необходимыми химреагентами.

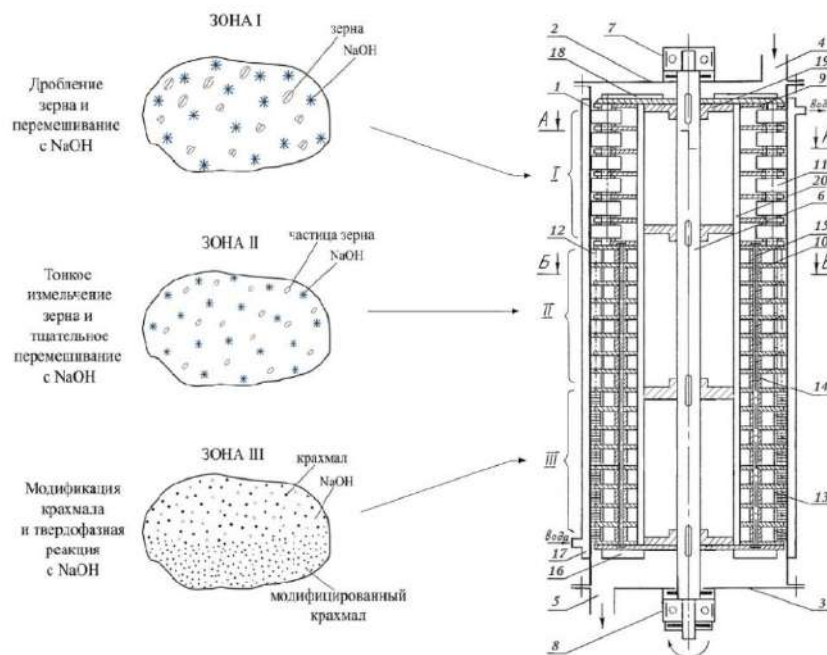


Рис.44. Схема процесса модификации крахмалосодержащего сырья методом механоактивации

Разработанная авторами экспресс-технология модификации нетрадиционного крахмалосодержащего сырья позволит значительно снизить себестоимость производства импортозамещающих, высокоэффективных буровых реагентов (на десятки процентов), за счет исключения операций производства самого нативного крахмала, его последующей клейстеризации, сушки и дополнительного дробления готового продукта.

Потенциальными потребителями крахмальных реагентов являются не только нефтегазодобывающие и геологоразведочные организации, но и горнообогатительные предприятия, производители строительных материалов, целлюлозно-бумажные, текстильные и другие предприятия. Экономический эффект от внедрения разработанной технологии только в нефтегазодобывающей отрасли ориентировочно может составить порядка 45-50 млн. рублей в год. На основе разработанной технологии и техники возможно открытие стационарного, многотоннажного, достаточно компактного и быстро окупаемого производства по выпуску импортозамещающих высокоэффективных буровых крахмальных реагентов типа “РБК-М” из нетрадиционного крахмалосодержащего сырья.

6.14 Универсальный буровой реагент “РБЦ-4” на основе механоактивированного древесного волокна с повышенным содержанием смол

В практике разведочного бурения из всего перечня геологотехнических осложнений наиболее трудоемкими являются поглощения промывочной жидкости, затраты календарного времени на ликвидацию которых составляют от 4 до 10 %. Поглощения приурочены, в основном, к карбонатным породам с естественной кавернозностью и трещиноватостью вторичного (экзогенного) и тектонического происхождения, а также песчаникам и некоторым разновидностям глин, где наблюдаются провалы бурильного

инструмента от 0.5 до 4 м и более, Поглощения техногенного характера связаны с гидроразрывом пласта в виду избыточного гидростатического давления, которое возникает при повышении плотности и реологических показателей бурового раствора.

Основными технологическими мероприятиями по предупреждению и ликвидации поглощений буровых промывочных жидкостей в нефтегазовом и геологоразведочном бурении являются следующие:

- регулирование гидравлического равновесия в системе “пласт-скважина” путем использования облегченных промывочных жидкостей и технологических ограничений при бурении (понижение скорости спускоподъемных операций, уменьшение подачи промывочной жидкости в скважину, увеличение зазора между буровым инструментом и стенками скважины, долив бурового раствора в скважину и др.);

- регулирование реологических свойств буровых растворов, путем перехода на бурение структурированными промывочными жидкостями с обработкой химическими реагентами;

- применение комбинированных методов (химическая обработка азрированных жидкостей и растворов с пониженным содержанием твердой фазы);

- закупоривание каналов поглощения одновременно с их вскрытием путем использования наполнителей различных типов.

Впервые наполнители для ликвидации поглощений применили в 40-е годы в США, в России их использование началось в начале 60-х годов. В зарубежных компаниях девяносто процентов всех поглощений ликвидируется путем добавки наполнителей, в качестве которых используются отходы различных производств. Наполнители подразделяются на волокнистые, зернистые (жесткие или упругие) и чешуйчатые (рис. 45.). Кроме этого, используется твердая фаза получаемая химическими методами (коагуляция, конденсация и др.), а также разбухающие наполнители. Большинство наполнителей закачиваемых в составе тампонажных смесей, позволяет закупорить трещины размером не более 6 мм, а в виде тампонов или при намыве до 20 мм. Волокнистые наполнители применяют при ликвидации всех видов поглощений при их размере $\frac{1}{2}$ диаметра поглощающего канала, но в первую очередь, в крупно пористых и трещиноватых породах с размером каналов 3-5 мм. При вводе в комплексе зернистых и чешуйчатых - соотношение составляет 1:1:1. Зернистые жесткие наполнители применяются при ликвидации всех видов поглощений при этом их размеры должны быть в три раза меньше поглощающих каналов. Зернистые упругие наполнители по своей закупоривающей способности занимают промежуточное положение между волокнистыми и зернистыми жесткими, при этом соотношение к гранулированным жестким составляет от 2:1 до 3:1. Чешуйчатые наполнители применяются при ликвидации поглощений с размером каналов в породах от 2.5 до 30мм, при этом эффект закупорки выше при их сочетании с волокнистыми и зернистыми наполнителями в соотношении 2:1:1 (при профилактике поглощений такое сочетание не рекомендуется) [2].

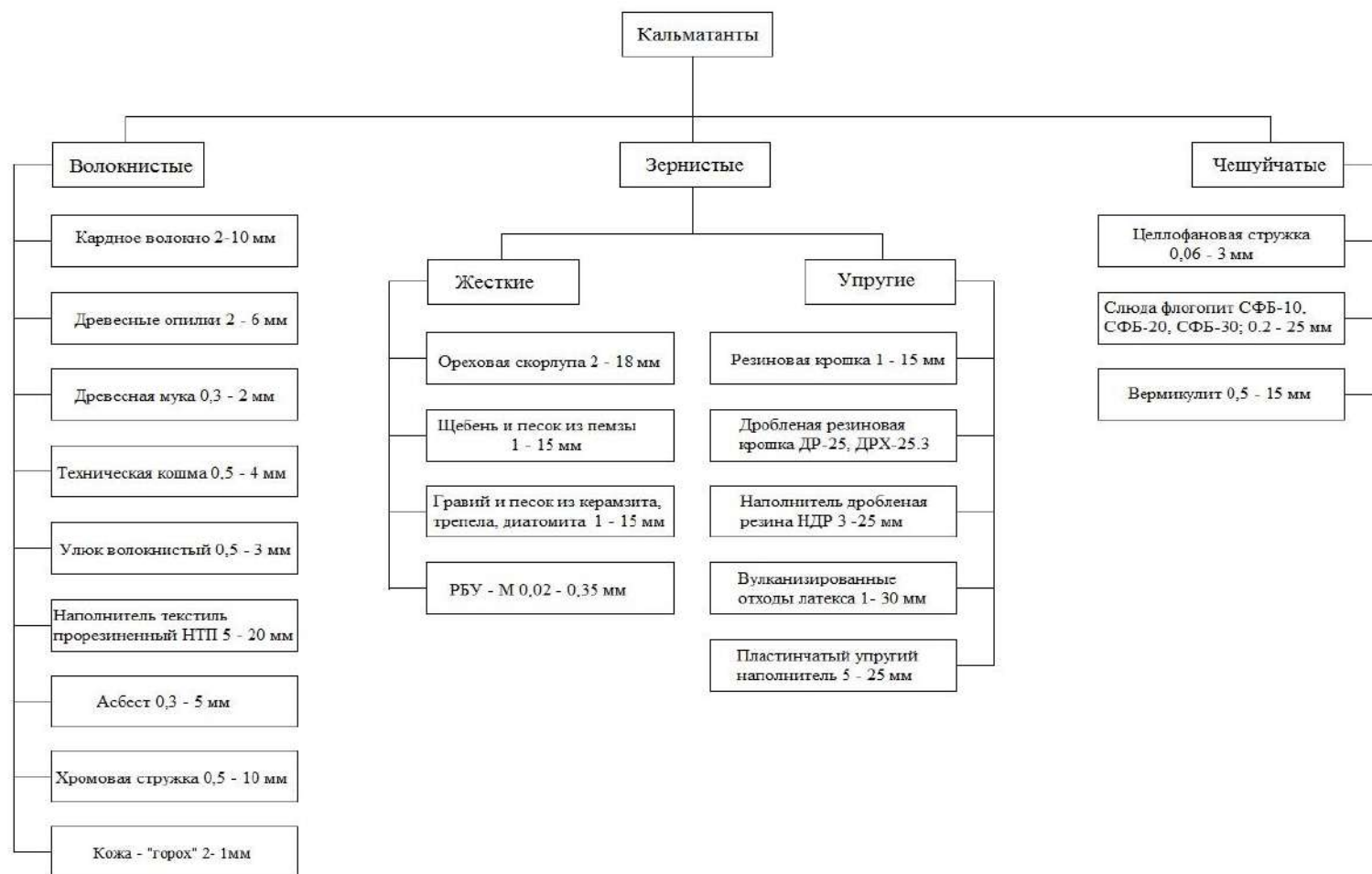


Рис. 45. Классификация материалов используемых в качестве кальматантов при ликвидации поглощений промывочной жидкости

Проведенный авторами анализ производственного опыта использования наполнителей и предварительные лабораторные исследования по использованию наиболее дешевых, доступных и экологически чистых материалов в качестве кальматанта позволяет сделать следующие выводы:

- с точки зрения экологической чистоты буровых промывочных жидкостей наиболее приемлемо использование органических материалов, подвергающихся после их применения разложению на безвредные составляющие;
- по кальматирующим свойствам, доступности и дешевизне исходного сырья наиболее подходящими являются целлюлозосодержащие материалы в измельченном состоянии с разной степенью дисперсности;
- улучшенные реологические и закупоривающие свойства буровых растворов с наполнителями на основе целлюлозосодержащих материалов объясняются сложным вещественным составом исходного сырья и возможностью его модификации путем химической обработки в процессе механоактивации;
- наиболее подходящим для решения поставленной задачи по мнению авторов является древесное волокно, состоящее из необходимого набора исходных компонентов, позволяющих в процессе их механохимической деструкции и химобработки получить multifunctional буровой реагент.

Древесина - продукт биологического (растительного) происхождения, представляющий сложный комплекс, как в анатомическом, так и химическом отношении. Вещество древесины - это вещество оболочек клеток (клеточных стенок) и биологическое происхождение этого вещества обуславливает его сложный химический состав, представленный на рис. 46.



Рис. 46. Схема химического состава древесины.

Древесина примерно на 99% состоит из органических веществ. Минеральные вещества составляют обычно очень небольшую часть - до 1 %. Элементный состав органической части древесного вещества у различных древесных пород практически одинаков: 49. ...50 % углерода, 43...44 % кислорода, около 6 % водорода и 0,1...0,3 % азота по отношению к массе абсолютно сухой древесины.

Структурные компоненты древесины подразделяют на углеводную и ароматическую части. Углеводная часть, представляющая комплекс полисахаридов, называется

холоцеллюлозой. Массовая доля холоцеллюлозы составляет в древесине примерно 70...80 %, причем ее содержание в древесине лиственных пород выше по сравнению с хвойными. Выход холоцеллюлозы при выделении ее из древесины различными методами составляет в среднем для хвойных пород 70...73 %, лиственных пород - 72...79 %.

Ароматическая часть древесины - лигнин представляет собой смесь ароматических полимеров родственного строения фенольной природы, построенных из мономерных звеньев, называемых фенилпропановыми структурными единицами. Массовая доля лигнина в древесине составляет 20...30%, причем хвойные породы содержат больше лигнина, чем лиственные.

Целлюлоза в нативном состоянии представляет собой полимолекулярное соединение, в состав которого входят молекулы, идентичные по своему строению, но отличающиеся по длине. Элементарные звенья макромолекулы целлюлозы находятся в форме кресла, гидроксильные группы расположены в горизонтальном направлении, а атомы водорода — в вертикальном (рис. 47). Каждое второе звено цепи повернуто на 180° по отношению к оси молекулы.

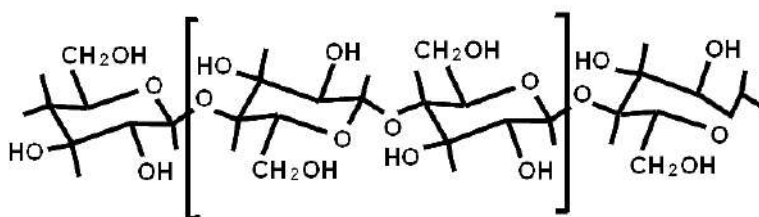


Рис. 47. Молекулярное строение целлюлозы

Целлюлоза состоит из звеньев β -D-глюкозы. Эмпирическая формула целлюлозы ($C_6H_{10}O_5$). В одной молекуле целлюлозы находится 10 000 единиц глюкозы. Молекулы целлюлозы соединены друг с другом в пучки. Самый маленький пучок в стенке клетки называется элементарной или начальной фибриллой, диаметр которой равен приблизительно 3,5 нанометра ($3,5 \cdot 10^{-9}$ м).

Фибриллы состоят приблизительно из 40 расположенных в одном направлении молекул целлюлозы. Элементарные фибриллы объединены в более крупные пучки - микрофибриллы, которые состоят из двух или больше элементарных фибрилл. Микрофибрилла – это самая маленькая частица волокна. Ее можно без особого труда наблюдать под электронным микроскопом. (Рис. 48).

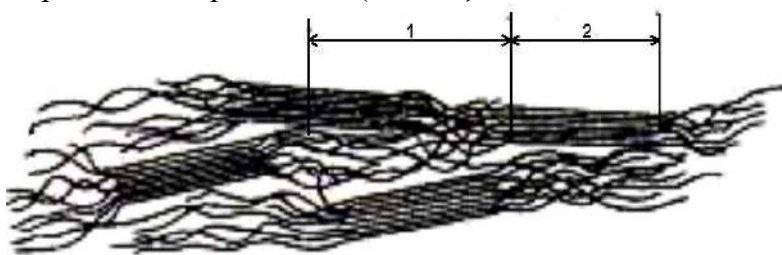


Рис.48. Элементарные фибриллы под микроскопом.

1 – кристаллический участок

2 – амфорный участок

О строении микрофибриллы существует много разных теорий. Одни ученые считают, что она почти цилиндрической формы (диаметр 20—30 нм), другие считают ее плоской нитью, ширина которой 10—30 нм, толщина 5—10 нм и длина несколько микрон ($1 \text{ мкм} = 10^{-6}$ м). Между микрофибриллами находятся каналы шириной 10 нм, которые содержат лигнин и другие компоненты. Предполагают, что внутри микрофибрилл, точнее между элементарными фибриллами, имеются капилляры шириной 1 нм, по которым могут проходить молекулы воды и другие небольшие молекулы [3].

Макромолекулы целлюлозы в первичных фибриллах образуют однородные высокоупорядоченные кристаллические зоны (кристаллиты), которые чередуются с неоднородными менее упорядоченными аморфными зонами. В кристаллитах существует трехмерный дальний порядок в расположении цепей целлюлозы. В аморфных участках дальний порядок отсутствует и сохраняется лишь общая продольная направленность цепей. В аморфных участках относительно легко могут проходить реакции целлюлозы с другими веществами. Длина макромолекул целлюлозы значительно больше длины кристаллических участков, поэтому каждая макромолекула проходит последовательно ряд кристаллических и аморфных участков.

Первичные фибриллы целлюлозы соединяются между собой с помощью водородных связей в микрофибриллы, которые и являются основными звеньями строения волокон целлюлозы. Микрофибриллы состоят из нескольких первичных фибрилл, поперечное сечение их составляет примерно 100×200 ангстрем, длина — около 600 ангстрем (рис. 49). Между первичными фибриллами в микрофибрилле находится лигнин и гемицеллюлозы.

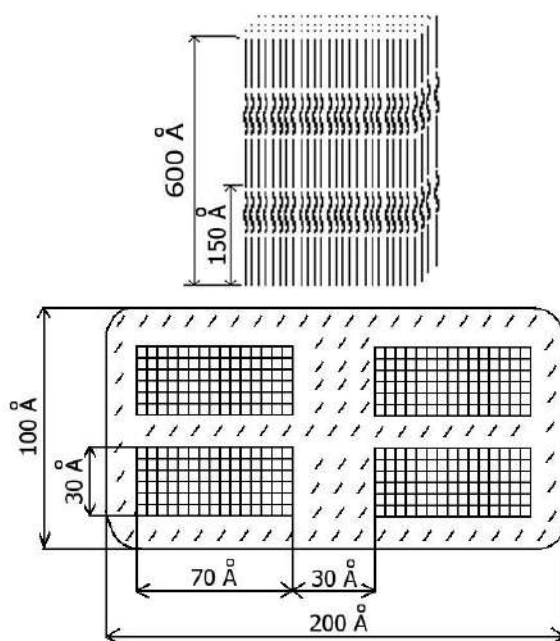


Рис. 49. Модель микрофибриллы целлюлозы (по теории Фрей-Висслинга)

Согласно данным большинства исследователей, лигнин впервые обнаруживается в растениях семейства папоротниковых и его появление связывается с выходом растений на сушу и возникшей в связи с этим необходимостью обеспечения механической прочности стеблей и стволов. Фрёйденберг еще в 1931 г. высказал предположение, что лигнин играет роль наполнителя, пронизывающего стенки растительных клеток и вместе с гемицеллюлозами заполняющего пространство между целлюлозными фибриллами, и в этом отношении его можно сравнить с цементом в армированном бетоне.

Лигнин — это ароматическая часть древесного вещества. С аналитической точки зрения лигнин рассматривают как ту часть древесины, которая получается в виде нерастворимого «негидролизующего» остатка после удаления экстрактивных веществ и полного гидролиза полисахаридов сильной кислотой. В действительности лигнин нельзя считать негидролизующим полимером, поскольку при действии кислот в лигнине могут гидролизироваться углерод-кислородные связи, но сохраняются существующие в нем углерод-углеродные связи и образуются новые.

Массовая доля лигнина в древесине хвойных пород составляет в среднем 27...30 %, а в древесине лиственных пород - 18...24 %. В отличие от целлюлозы и других

полисахаридов выделенный из древесины лигнин не является индивидуальным веществом, а представляет собой смесь ароматических полимеров родственного строения.

Размол древесины увеличивает доступность лигнина и вызывает его механическую деструкцию. При механической деструкции происходят реакции гемолитического расщепления связей лигнина с гемицеллюлозами и связей С-О-С и С-С в сетке лигнина с возникновением промежуточных свободных радикалов, которые вступают в реакции рекомбинации и инициируют реакции полимеризации и окисления кислородом воздуха.

Экстрактивными веществами называют вещества, которые могут извлекаться (экстрагироваться) из растительных тканей нейтральными растворителями: вода, диэтиловый эфир, петролейный эфир, толуол, метанол, этанол, ацетон и др. (рис. 50). Экстрактивные вещества широко распространены в природе. Они содержатся во всех древесных породах и травянистых растениях. Каждое растение, естественно, не может обладать всем набором экстрактивных веществ, но у любого ботанического вида их состав достаточно богат.



Рис. 50. Состав экстрактивных веществ

Содержание экстрактивных веществ в древесине пород умеренной климатической зоны, как правило, невелико; их массовая доля обычно не превышает 3...4 % (за исключением дуба и лиственницы, в древесине которых много водорастворимых веществ). Древесные породы тропической климатической зоны могут содержать значительно больше экстрактивных веществ, в отдельных случаях до 20...40 %.

По методу выделения экстрактивные вещества подразделяют на эфирные масла, древесные смолы и водорастворимые вещества (рис. 50). Эфирные масла представлены веществами с высокой летучестью, способными отгоняться с водяным паром. В их состав входят преимущественно монотерпены и другие летучие терпены и терпеноиды, а также ряд низкомолекулярных соединений различных классов (летучие кислоты, сложные и простые эфиры, лактоны, фенолы и др.). Древесные смолы (смола) - группа веществ, экстрагируемых из древесины органическими растворителями, но не способных растворяться в воде. Это - гидрофобные вещества, находящиеся в смолообразном состоянии из-за взаимного ингибирования кристаллизации. В смолах выделяют свободные кислоты (смоляные и жирные) и нейтральные вещества; последние, в свою очередь, подразделяют на омыляемые (жиры, воски) и неомыляемые (фитостерины, терпеновые спирты, высшие алифатические спирты, нелетучие терпеновые углеводороды и др.). Смолистые вещества древесины подразделяют на кислоты и нейтральные вещества. Массовая доля смоляных кислот в смоле хвойных пород может достигать 30...40 %, тогда как в смоле лиственных пород они отсутствуют (за редкими исключениями).

Смоляные кислоты относят к трудноэтерифицируемым кислотам. Карбоксильная группа в их молекуле находится у третичного атома углерода, т.е. в стерически затрудненном положении. Поэтому в отличие от жирных кислот смоляные кислоты находятся в древесине преимущественно в свободном виде. Соли смоляных кислот иногда называют резинами.

Химические свойства наиболее распространенных смоляных кислот определяются также наличием в молекуле двух двойных связей - сопряженных или несопряженных. По этому признаку смоляные кислоты часто подразделяют только на две группы - кислоты абиеинового (17-52 % от всех смоляных кислот в живице хвойных пород деревьев) и пимарового типов.

Водорастворимые вещества экстрагируются холодной или горячей водой. Они содержат различные фенольные соединения (танины, красящие вещества и др.), углеводы, гликозиды, растворимые соли [4].

Предварительные исследования проведенные в лаборатории кафедры ТТР МПИ подтвердили возможность использования в качестве регулятора структурно-механических и реологических свойств промывочных жидкостей, понизителя водоотдачи (за счет гидрофобизации абиеином натрия глинистой корки стенок скважины), смазочной противоизносной добавки (за счет большой концентрации дитерпенов) и тонкодисперсного кальматанта - модифицированное древесное волокно с повышенным содержанием смол.

Данный эффект возможен благодаря уникальному вещественному составу основных компонентов древесины (целлюлоза, гемицеллюлоза, лигнин, древесные смолы, дитерпены и другие вещества) модификация которых путем обработки едким натром в процессе сухой холодной механохимической деструкции приводит к следующим химическим изменениям последних:

1. измельченная целлюлоза является тонкодисперсным кальматантом (с повышенной проникающей способностью) и выполняет функцию твердой фазы бурового раствора с очень малым удельным весом;

- гемицеллюлоза, освобожденная в процессе измельчения от лигнина и под воздействием каустической соды частично переходят в щелочную целлюлозу, то есть становятся структурообразователем на уровне карбонатметилцеллюлозы с небольшой атомной массой;

2. при механоактивации лигнина в присутствии едкого натра получается щелочной лигнин, являющийся понизителем вязкости бурового раствора и в определенных условиях термическим стабилизатором;

3. абиеиновая кислота входящая в состав древесных смол (0,8-1,5 % от массы древесины хвойных пород) при обработке каустиком в процессе механоактивации омыляется с образованием абиеиата натрия (канифольного мыла), который в свою очередь является сильнейшим гидрофобизатором и микропенообразователем;

4. дитерпены высвобождающиеся из смолистой части древесины являются уникальной смазывающей добавкой снижающей износ буровых, обсадных труб и породоразрушающего инструмента в 10 раз и более.

При разработке рецептуры реагента РБЦ-4 и технологии его получения авторами решались следующие научно-исследовательские задачи:

- выбор породы древесины наиболее подходящей по вещественному составу и экономико-технологическим показателям;

- определение оптимального соотношения исходных компонентов древесная мука и гидроксид натрия;

- подбор оптимальных режимов процесса механоактивации древесного волокна, обеспечивающих возможность получения щелочной целлюлозы и омыления абиеиновой кислоты минуя жидкую фазу химического процесса;

- исследование структурообразующей и стабилизирующей способностей механоактивированных органопоорошков древесины при обработке различных типов буровых промывочных жидкостей;

5. исследование влияния концентрации гидрофобизатора (абитата натрия) в буровом растворе на водопроницаемость глинистой корки и соответственно на его водоотдачу;

6. исследование смазывающей способности разработанного реагента методом истирания стержня по Барону Л.И. в присутствии водного раствора РБЦ-4;

7. исследование кальматирующих свойств буровых промывочных жидкостей на основе механоактивированной древесины;

8. исследование возможности использования реагента РБЦ-4 для получения облегченных и азрированных растворов.

Механоактивированные органопоорошки древесины для проведения лабораторных исследований готовились путем сверхтонкого измельчения древесной муки из хвойных пород деревьев с повышенным содержанием древесной смолы на лабораторном стенде каскадной мельницы центробежного типа МКЦ-2М, оснащенной десятью рядами мелющих тел шарообразной формы (рис. 51). Результаты дисперсионного анализа механоактивированных порошков древесины показали - средний диаметр получаемых частиц при измельчении на лабораторном стенде каскадной мельницы центробежного типа МКЦ колеблется в пределах 35-50 микрон, а удельная поверхность 990-1550 $\text{см}^2/\text{г}$, при этом 60 % частиц порошка имеют средний размер меньше 50 микрон и 25-30 % - меньше 20 микрон. Необходимая степень механоактивации смеси древесной муки с едким натром при измельчении на МКЦ определялась по минимальному количеству сухого остатка после растворения органопоорошка в воде. Полученные образцы с максимальной степенью ратворимости исследовались в качестве буровых реагентов для различных типов промывочных жидкостей на стандартных приборах в “Лаборатории промывочных жидкостей и тампонажных смесей” кафедры ТТР МПИ. Особое внимание уделялось изучению кальмотирующих свойств разработанного реагента РБЦ-4, возможности его использования в качестве гидрофобизатора глинистой корки и стенок скважины и смазывающей противоизносной функции реагента.

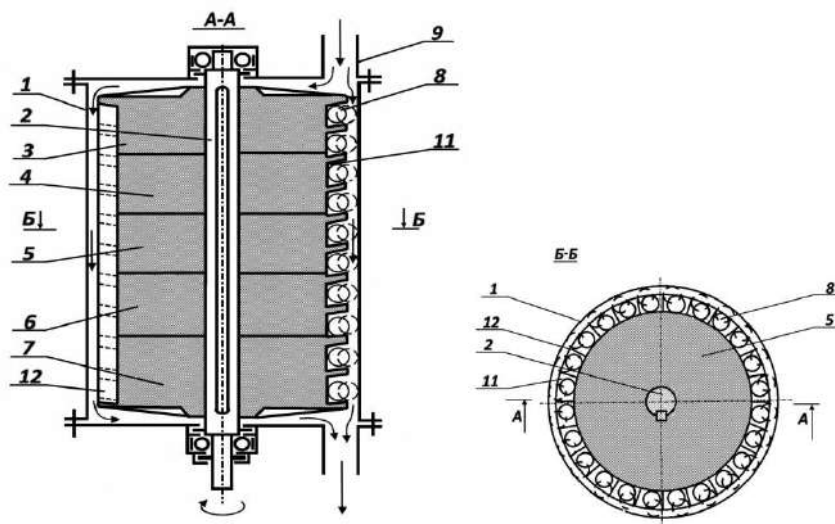


Рис. 51. Каскадная центробежная мельница МКЦ-2М.

1- корпус; 2 - вал; 3,4,5,6,7 - диски; 8 - мелющие тела; 9 - загрузочный; патрубок;
10 - выгрузочный патрубок; 11 - глухие радиальные каналы; 12 - пластина.

Фильтрационные свойства горных пород, определяющие в конечном счете поглощающую способность вскрытого скважиной пласта (интервала), характеризуются коэффициентом проницаемости «К» или просто проницаемостью. Наиболее распространенной практической единицей измерения коэффициента проницаемости

является 1 Д (дарси), когда через поперечное сечение породы площадью в 1 кв. см при перепаде давления в 1 кгс/см на 1 см пути проходит 1 см/с жидкости вязкостью 1 сП. В системе СИ единицей проницаемости является квадратный метр ($1 \text{ м}^2 = 10^{12} \text{ Д}$). В гидрогеологической литературе наиболее удобной единицей измерения проницаемости считается коэффициент фильтрации K_f в метрах в сутки (или реже в см/с).

Процесс фильтрации - это механическое движение свободной воды под действием градиента напора в порах и трещинах горных пород, т.е. их способность пропускать через себя воду. Водопроницаемость зависит от размера сообщающихся между собой пор и трещин в горных породах и характеризуется коэффициентом фильтрации, имеющим размерность скорости (см/с, м/с, м/сут). Такая размерность получается из закона линейности фильтрации – закона Дарси, согласно которому количество фильтрующей воды в единицу времени прямо пропорционально коэффициенту фильтрации K_f , площади фильтрации F и гидравлическому градиенту J [5]:

$$Q = K \cdot F \cdot J \quad (1)$$

Разделив правую и левую части этого уравнения на F , получим

$$Q/F = K \cdot J, \text{ где } Q/F = V \quad (2)$$

Из формулы (2) следует, что коэффициент фильтрации есть скорость фильтрации при градиенте, равном единице.

$$V = K \text{ при } J = 1 \quad (3)$$

Формулой (2) определяется скоростная размерность коэффициента фильтрации горных пород.

Следует отметить, что расчетная скорость фильтрации отличается от истинной скорости движения воды в породах, так как жидкость движется не через всю площадь, а через площадь поровых и трещинных пространств. Величина коэффициента фильтрации зависит от физических свойств горных пород (гранулометрический состав, плотность сложения и др.). Средние значения коэффициента фильтрации для различных горных пород приведены в таблице 1.

В связи с вышеизложенным авторами предложено в лабораторных исследованиях оценивать кальмотирующий эффект разработанных реагентов по коэффициенту фильтрации песчаных пород с помощью прибора – трубка “СпецГео” по методике учебного пособия «Общая гидрогеология» для студентов специальности 080300.

Группа	K_f , м/сут	Типы проницаемых пород
Весьма проницаемые	>100	Крупный гравий, закарстованные сильнотрещиноватые известняки, галечник с песчаным наполнителем
Хорошо проницаемые	100 -10	Гравийно-галечниковые отложения, крупнозернистые пески, сильнотрещиноватые породы
Проницаемые	10 -1	Пески разной зернистости, трещиноватые породы
Слабопроницаемые	$1-10^{-1}$	Мелко- и тонкозернистые пылеватые пески, слаботрещиноватые породы
Весьма слабопроницаемые	$10^{-1}-10^{-3}$	Мелкие и средние суглинки, песчаные породы
Относительно водоупорные	10^{-3}	Средние глины, плотные суглинки

В качестве поглощающей породы был использован гранитный отсев Шарташского корьера следующего фракционного состава:

- 1,5 – 5 мм – 50 %;
- 5 – 10 мм – 25 %;
- 10 – 20 мм – 25 %.

Данная модель поглощающего горизонта при испытаниях на технической воде показала коэффициент фильтрации 9,8 м/сут., что соответствует группе проницаемых пород (согласно табл. 2).

Лабораторным испытаниям подвергался биокомпозиционный реагент на основе механоактивированного древесного волокна РБЦ-4 четырех модификаций, отличающихся друг от друга степенью механоактивации и обработки исходного сырья гидроксидом натрия. Отдельно исследовались пробы РБЦ-4 с повышенным содержанием соли абиетиновой кислоты полученные при использовании в качестве исходного сырья наиболее смолистой древесины (подсочная сосна, корневая древесина срубленных деревьев) или путем дополнительного добавления канифоли в опил перед процессом механоактивации совместно с каустиком. Наиболее показательные результаты лабораторных исследований представлены в таблице 2 и на графиках (рис. 52 и 53).

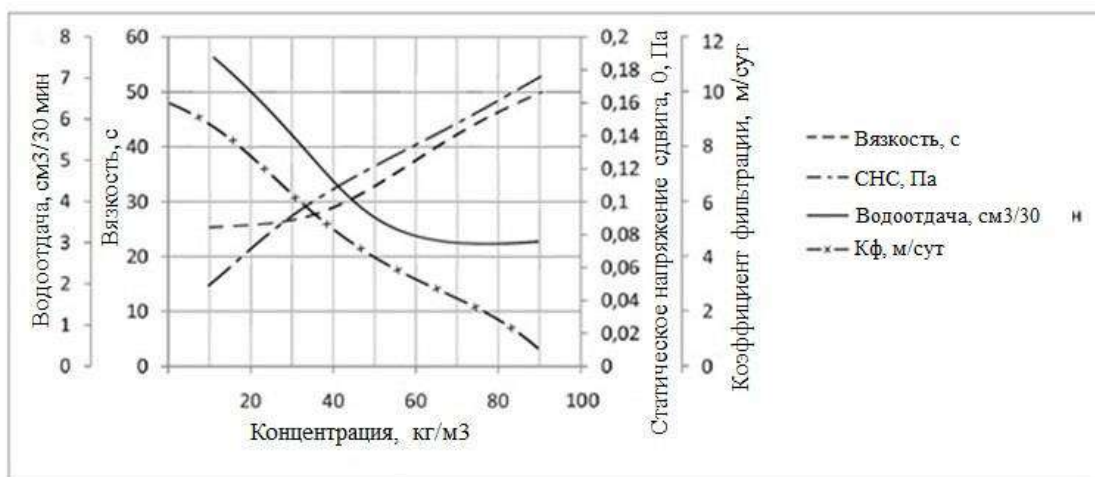


Рис. 52. Зависимость свойств биополимерного раствора на основе древесного волокна от концентрации реагента РБЦ-4

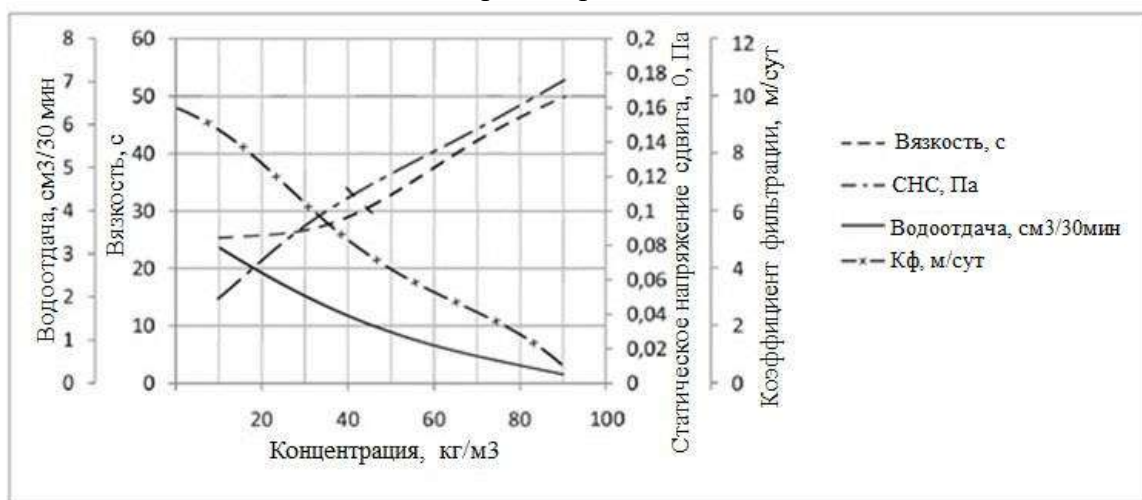


Рис. 53. Зависимость свойств биополимерного раствора на основе древесного волокна от концентрации соли абиетиновой кислоты в реагенте РБУ-М

Основные параметры бурового раствора на основе механоактивированного органопорошка РБЦ-4

№	Состав	Параметры

	пробы	Плотность ρ , г/см ³	Вязкость T , с	Водоотдач а В, см ³ /30 мин	Толщина корки К, мм	СНС θ_1 , Па	K_0 , м/сут
1	1 л. – вода 7 г. – NaOH 35 г. – РБЦ-4	1,02	25	7,5	1	0,05	7,9
2	1 л. – вода 7 г. – NaOH 50 г. – РБЦ-4	1,025	27	5,5	1	0,092	5,5
3	1 л. – вода 7 г. – NaOH 75 г. – РБЦ-4	1,025	33	3,5	1,2	0,12	3,7
4	1 л. – вода 7 г. – NaOH 100 г. – РБЦ-4	1,028	42	3	1,3	0,15	1,8
5	1 л. – вода 7 г. – NaOH 150 г. – РБЦ-4	1,028	50	3	1,5	0,175	0,3

Результаты лабораторных исследований влияния механоактивированных органопорошков (на основе древесного волокна хвойных пород деревьев с повышенным содержанием смолы) на свойства дисперсных систем различных типов буровых растворов позволяют авторам сделать следующие выводы рекомендательного характера:

- буровой раствор на основе реагента РБЦ-4 обладает высокими кальматирующими, структурообразующими, реологическими и смазывающими свойствами;

- при соответствующей химической обработке в процессе приготовления буровых промывочных жидкостей, обеспечивает приготовление высококачественных облегченных безглинистых промывочных жидкостей с плотностью до 1,02 - 1,03 г/см куб с весьма высокими структурно-механическими и реологическими показателями и возможностью их изменять в широких пределах, в зависимости от геолого-технических условий бурения скважин;

- в рецептурах буровых промывочных жидкостей органопорошок марки РБЦ-4 в отличие от глиен эффективно структурирует как пресные, так и соленащенные буровые промывочные жидкости различной степени минерализации;

- буровая промывочная жидкость на основе органопорошка существенно снижает трение бурового снаряда о стенки скважины при его вращении и спускоподъемных операциях, что достигается за счет достаточно высокой степени омыления смолистой составляющей органопорошка марки РБЦ-4 и высвобождения дитерпенов в процессе его приготовления;

- органопорошок марки РБЦ-4 является экологически безвредным продуктом, т.к. подвергается бактериологическому разложению, не образуя вредных веществ;

- регулирование структурно-механических и реологических параметров промывочных жидкостей, приготовленных на основе данного структурообразователя и кальматанта органопорошка РБЦ-4 можно производить в весьма широких диапазонах с применением традиционных буровых химических реагентов: полиакриламида, КМЦ, гипана, крахмальных реагентов и других отечественных и зарубежных химреагентов.

Технология и техника приготовления разработанного бурового универсального реагента марки РБЦ-4 защищена 5 патентами РФ на изобретения.

6.15. Буровой реагент для освоения шельфовых нефтегазовых месторождений «Peat-MA»

Повышение мировой потребности в углеводородном сырье и истощение его запасов на суше активизировали поисково – разведочные работы в акваториях морей и океанов, приведшие к существенному росту морской нефтегазодобычи. В 2010 – 2011 годах доли морской нефти и газа от мирового объема добычи составили, соответственно, 44 % и 35 %. Россия обладает около 21 % шельфа Мирового океана (свыше 6,2 млн. км²), при этом наиболее перспективный и доступный с точки зрения бурения шельф превышает 60 % площади ее акваторий. Общеизвестным является высокий углеводородный потенциал шельфа России – суммарные извлекаемые ресурсы оцениваются ведущими отечественными специалистами в 100 млрд. т., из которых газовая составляющая достигает 80 %. В соответствии с Энергетической стратегией РФ на период до 2030 г. освоение нефтегазовых месторождений на шельфе северных и дальневосточных морей является одним из стратегических направлений развития экономики (рис. 54).

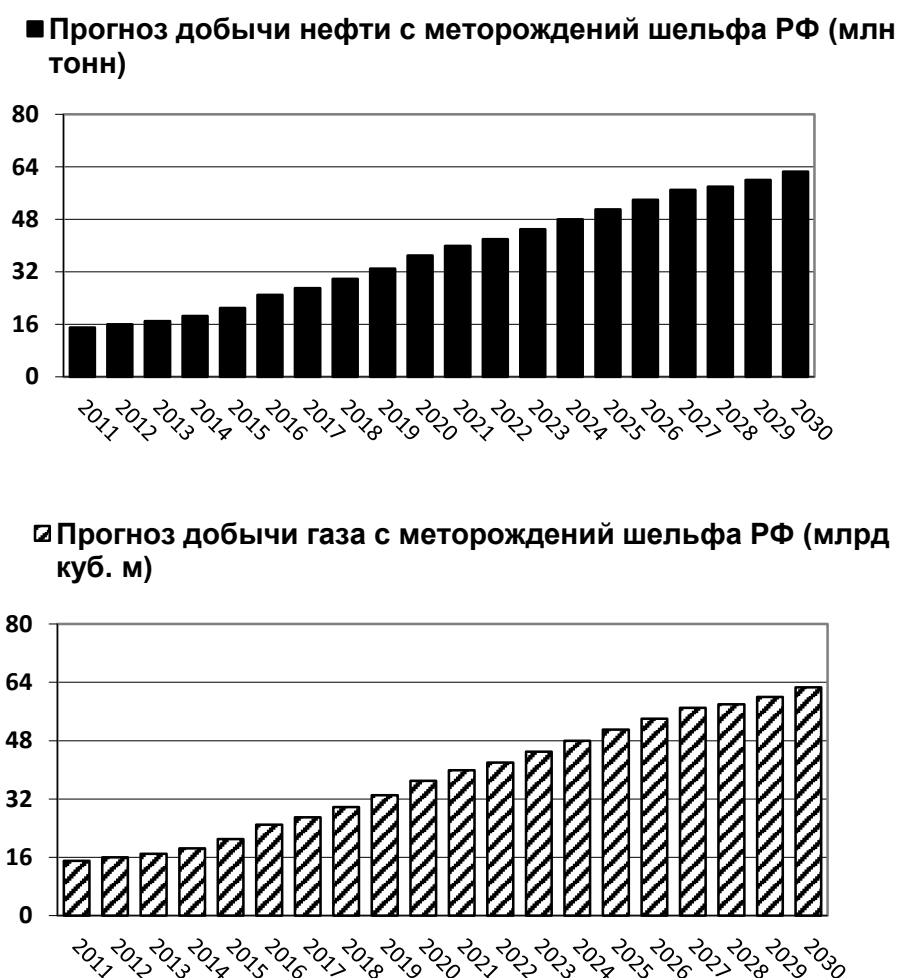


Рис. 54. Увеличение объемов добычи нефти и газа на шельфе РФ.

Кроме того нефтегазоносные площади на материковой части нашей страны (например Западно-Сибирский регион) в основном имеют низконапорные продуктивные горизонты. Для успешного их вскрытия при бурении скважин применяют облегченные промывочные жидкости, приготовленные из дорогостоящих зарубежных (США, Канада) бентонитовых глинопорошков стоимостью 1,2 – 1,5 \$ за килограмм и более, (например: Унифлок, ДК-дрилл, Сайдрил, Поликем-Д) которые содержат аномальное количество химреагентов, в том числе синтетических полимеров.

Такие промывочные жидкости, как известно, оказывают крайне недопустимую кальматацию (закупоривание) продуктивных горизонтов, вследствие чего на десятки

процентов снижается добыча полезных ископаемых. Так же, при этом происходит загрязнение акватории и практически неустраняемое экологическое загрязнение земных недр, вызванное чрезмерным количеством используемых синтетических трудно разлагающихся полимеров входящих в рецептуру промывочных жидкостей [1].

Значительную часть названных экологических проблем возможно решить путем использования специальных буровых очистных агентов и тампонажных растворов разработанных на основе экологически безопасных материалов органического происхождения (торфопорошки), прошедших специальную механо-химическую обработку. В связи с этим авторами статьи разработана эксклюзивная технология производства дешевого, экологически чистого бурового реагента «Peat-MA» (Peat - Mechanical Activation) для использования при бурении нефтегазовых скважин на шельфе и вскрытии низконапорных продуктивных горизонтов на материковых месторождениях. Непосредственно разработка рецептов и оценка эффективности регулирования параметров различных типов промывочных жидкостей реагентами типа «Peat-MA» проводилась научным коллективом кафедры ТТР МПИ. В качестве измельчающего устройства и механоактиватора при разработке технологии использовалась каскадная измельчительная машина центробежного типа МКЦ-4М (рис. 55) - так же авторская разработка кафедры.

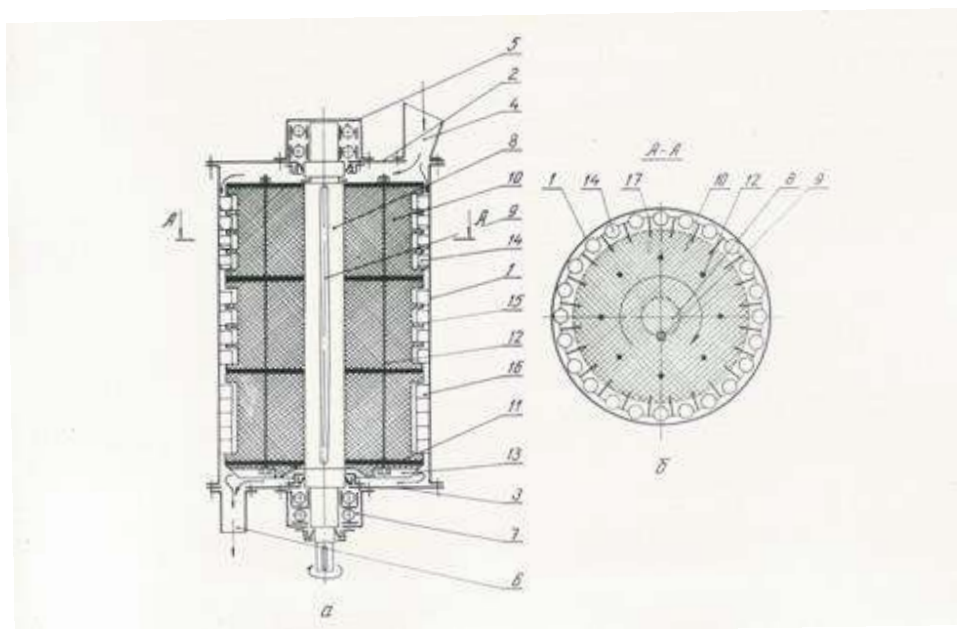


Рис. 55. Сема каскадной измельчительной машины центробежного типа МКЦ-4М.
1-корпус мельницы; 2 – крышка верхняя; 3 – нижняя плита; 4 – загрузочный патрубок; 5 – верхний подшипниковый узел; 6 – разгрузочный патрубок; 7 – нижний подшипниковый узел; 8 – вал ротора; 9 – шпонка; 10 – ротор; 11 – разделительный диск; 12 – стягивающие шпильки; 13 – выгребные лопатки; 14, 15, 16 – мелющие тела; 17 – толкающая пластина.

При выполнении значительного объема лабораторных работ решались следующие технико-технологические задачи:

- получение механоактивированных порошков путем их сверхтонкого измельчения на экспериментальном стенде каскадной центробежной мельницы;

- исследование структурно-механических и реологических параметров водных растворов и суспензий на основе механоактивированных порошков торфа «Peat-MA», применительно к требованиям параметров буровых промывочных жидкостей, используемых при бурении нефтяных скважин;

- модификация буровых промывочных жидкостей при обработке их буровым реагентом «Peat-MA»;
- исследование и оценка устойчивости к минеральной агрессии промывочных жидкостей, приготовленных на основе механоактивированных порошков торфа;
- исследование эффективности модификации технологических свойств буровых промывочных жидкостей, базовым материалом которых является реагент «Peat-MA», с использованием традиционных, применяемых в бурении химреагентов;
- аналитические исследования гидродинамики течения в циркуляционной системе буровой скважины промывочной жидкости на основе реагента «Peat-MA».

Механоактивированные порошки торфа для проведения вышеуказанных исследований готовились путем сверхтонкого измельчения высушенного торфа средней степени разложения на стенде каскадной центробежной мельницы МКЦ-4. При этом одна проба торфа проходила два цикла измельчения в прямоточном режиме, а вторая проба четыре цикла измельчения. В результате был получен торф измельченный дважды и четырежды. Задачей исследований являлось определение предела измельчаемости торфа и необходимая степень его механоактивации для использования в качестве бурового реагента. Суспензия на водной основе была получена путем щелочного гидролиза механоактивированного торфа. Целью начальных исследований был поиск наиболее эффективного соотношения: диспергированный торф - гидроксид натрия - вода. Как следует из табл. 1 и табл. 2 наиболее оптимальными параметрами данной промывочной жидкости являются: плотность $\rho = 1,028 \div 1,03$ г/см³; условная вязкость $T = 20 \div 25$ с; водоотдача $B = 21 \div 25$ см³/30 мин; толщина корки $K \leq 3$ мм; статическое напряжение сдвига $\Theta_1 = 0 \div 0,009$ Па и $\Theta_{10} = 0 \div 0,0045$ Па. Данные параметры бурового раствора достигаются при соотношении: 100 г тонкодисперсного торфа, 7,5 ÷ 10 г гидроксид натрия и 1,5 л воды. При этом наиболее выгодные параметры получаются при щелочном гидролизе торфа двойного помола в соотношении: 100 г торфа, 10 г гидроксид натрия и 1,5 л воды.

Следует отметить, что малые значения статического напряжения сдвига Θ_1 и Θ_{10} (соответственно динамического напряжения сдвига) при наличии оптимальных значений других параметров позволяют существенно снизить энергозатраты на работу забойных двигателей турбобуров и значительно уменьшить кальматацию продуктивных горизонтов, а следовательно увеличить нефтеотдачу данных горизонтов и сократить сроки освоения эксплуатационных скважин.

Исследование физико-химической совместимости бурового реагента «Peat-MA» с другими типами буровых реагентов проводились на рецептурах глинистых растворов наиболее часто используемых в нефтегазовом бурении. Проведенные исследования показали, что применение реагента «Peat-MA» позволяет повысить вязкость (T) в 1,5 - 2 раза при весьма незначительном повышении статического напряжения сдвига (Θ_1 и Θ_{10}).

Однако при этом значительно увеличивается водоотдача (B) с 12 до 30 см³/30 мин и толщина корки (K) с 2 до 4 мм соответственно. Поскольку вязкость глинистого раствора увеличивается на 15 ÷ 20 %, а статическое напряжение сдвига уменьшается примерно в таких же пределах при незначительном уменьшении водоотдачи, бурение нефтяных скважин такими специальными глинистыми промывочными жидкостями будет существенно снижать кальматацию продуктивных горизонтов, тем самым повышая их нефтеотдачу.

Исследование устойчивости к минеральной агрессии промывочной жидкости с добавлением гидролизованного реагента «Peat-MA» проводились путем сравнения параметров данной промывочной жидкости и глинистых растворов с достаточно высокой плотностью (ρ), равной 1,11 и 1,16 г/см³ в процессе их обработки хлористым натрием NaCl. Лабораторные исследования показали, что даже при такой большой разнице содержание твердой фазы сравниваемых промывочных жидкостей: $\rho = 1,02 \div 1,03$ г/см³ у раствора на

основе «Peat-MA», и $\rho = 1,1 \div 1,6 \text{ г/см}^3$ у глинистых растворов, первая промывочная жидкость более устойчиво сохраняет свои структурно-механические и реологические параметры при добавке NaCl $1 \div 2 \%$. Установлено, что при повышении содержания твердой фазы (т. е. плотности) устойчивость к минеральной агрессии промывочной жидкости на основе гидролизованного реагента «Peat-MA» повышается (см. табл.4,5,6,7). Следует так же отметить, что при увеличении степени минерализации дисперсионной среды исследуемой промывочной жидкости в виде водного раствора реагента «Peat-MA» ее вязкость изменяется незначительно, что очень важно в ряде случаев, например, для работы турбобуров в нефтегазовом бурении.

Исследование возможностей регулирования свойств буровых промывочных жидкостей путем применения гидролизованного реагента «Peat-MA», проводились с использованием самых распространенных в бурении реагентов - ПАА (гидролизированный полиакриламид) и КМЦ (карбоксиметилцеллюлоза) (табл. 8,9).

КМЦ - продукт взаимодействия целлюлозы с гидроксидом натрия и монохлоруксусной кислотой. Как реагент КМЦ используют в виде водного раствора, обычно 10% концентрации, для чего КМЦ предварительно растворяют. Чем выше степень полимеризации карбоксиметилцеллюлозы, тем более устойчив буровой раствор к солевой агрессии и тем эффективнее снижает водоотдачу. Высоковязкие КМЦ способны снижать водоотдачу очень сильно. В растворе с небольшим содержанием твердой фазы добавка КМЦ может вызывать разжижение. Однако при достаточно высоком содержании твердой фазы КМЦ усиливает структурообразование, объединяя частицы, находящиеся даже за пределами действия молекулярных сил. Отличительной особенностью полученных результатов, при добавлении КМЦ в буровой раствор на основе гидролизованного реагента «Peat-MA», является малая плотность, порядка $1,03 \text{ г/см}^3$ и низкий показатель водоотдачи $7 \div 10 \text{ см}^3/30 \text{ мин}$ (см. табл.8). Оптимальная концентрация карбоксиметилцеллюлозы в растворе гидролизованного реагента «Peat-MA» порядка 5% .

Полиакриламид получают путем преобразования ряда синтетических веществ: этилен, окись этилена и др., а водные и щелочные растворы ПАА являются полиэлектролитами. Наличие зарядов в молекулах полимера обуславливает их адсорбцию на бурильных трубах, на стенках скважины и частицах горной породы, оказывая ингибирующее действие. ПАА вводится в промывочные жидкости в виде $1 \div 2 \%$ - го раствора. В результате лабораторных исследований выявлено, что при добавлении ПАА в буровой раствор на основе гидролизованного реагента «Peat-MA», значительно снижается его водоотдача и статическое напряжение сдвига.

Лабораторными исследованиями свойств гидролизованного реагента «Peat-MA» установлено следующее:

- разработанный буровой реагент позволяет регулировать структурно-механические и реологические параметры в весьма высоких пределах: условная вязкость $T=17 \div 18 \text{ с}$; водоотдача $B=4 \div 20 \text{ см}^3/30 \text{ мин}$; статическое напряжение $\Theta_1 \approx 0,1 \div 0,5 \text{ Па}$ и $\Theta_{10} \approx 0,15 \div 0,6 \text{ Па}$; плотность данных промывочных жидкостей при этом имеет крайне малые значения в пределах $\rho=1,01 \div 1,03 \text{ г/см}^3$;

- обработка промывочной жидкости гидролизированным реагентом «Peat-MA» позволяет получить облегченную промывочную жидкость плотностью до $\rho=0,01 \text{ г/см}^3$ с уникальными параметрами для такой малой величины плотности известных буровых промывочных растворов: условная вязкость $T=18 \div 20 \text{ с}$; водоотдача $B=10 \div 12 \text{ см}^3/30 \text{ мин}$; статическое напряжение $\Theta_1 \approx 0,1 \div 0,25 \text{ Па}$ и $\Theta_{10} \approx 0,04 \div 0,06 \text{ Па}$;

- промывочная жидкость на основе «Peat-MA», после дополнительной обработки химреагентами имеет весьма невысокие значения статического напряжения сдвига и условной вязкости, что существенно снижает энергозатраты на работу турбобуров и насосных станций.

Теоретические исследования гидродинамики течения в трубопроводах промывочных жидкостей на основе реагента «Peat-MA», применительно к промывке буровых скважин, дают основания однозначно утверждать о многократном снижении кавитационной физико-химической эрозии бурового оборудования. Это в первую очередь относится к значительному снижению вышеуказанного износа бурильных труб и их соединений, турбобуров и других погружных механизмов.

В целом вышеуказанные отличительные особенности буровых жидкостей на основе механоактивных порошков торфа «Peat-MA» позволяют:

- значительно повысить дебит продуктивных нефтеносных пластов при бурении и освоении скважин;
- увеличить механическую скорость бурения нефтегазовых скважин;
- снизить в ряде случаев энергозатраты на процесс бурения;
- снизить износ бурового оборудования и инструмента;
- исключить экологическое загрязнение среды, особенно при бурении на шельфе.

На основе разработанной технологии и техники модификации органических полимеров, методом механоактивации возможно открытие стационарного, много тоннажного, достаточно компактного и быстро окупаемого производства универсального экологически чистого бурового реагента «Peat-MA» или серийный выпуск малогабаритных измельчительных комплексов, для производства выше названного реагента непосредственно в районе прибрежном к нефтепромыслу, имеющем в достатке исходное сырье – торф. Дополнительно данная технология и техника сверхтонкого измельчения и механоактивации позволит производить различные импортозамещающие, экологически безопасные буровые реагенты (структурообразователи, понизители водоотдачи, смазывающие добавки, кальматанты и др.) в промышленных объемах. Использование последних при приготовлении высококачественных буровых растворов и тампонажных смесей позволит повысить механическую скорость бурения на 25-40 %, сократить временные и материальные затраты на сооружения скважин до 20%, снизить абразивный износ бурового оборудования в 10 раз, повысить на сотни процентов добычу жидких и газообразных ископаемых, а главное - полностью исключить экологическое загрязнение окружающей среды техногенными флюидами используемыми при бурении скважин, как на шельфе, так и на материке.

7. ТЕХНИКА БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ПРИГОТОВЛЕНИИ ПРОМЫВОЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

7.1. Меры безопасности при работе с промывочными жидкостями

Все работы по приготовлению промывочных жидкостей и их химической обработке должны проводиться в полном соответствии с правилами безопасности при геологоразведочных работах. Особое внимание следует обратить на оборудование

механизмов для приготовления промывочных жидкостей надежными ограждениями, на соблюдение правил пуска механизмов после осмотра и текущего ремонта.

Во время работы мешалок запрещается проталкивать торф и другие материалы в люки ломами, лопатами и другими предметами, снимать с люка крышку и брать пробу раствора через люк. Вращение лопастей и ротора и лопастей должно быть обязательно проведено перед пуском, крышки люков и отводных патрубков не должны пропускать раствор. Насосы должны иметь предохранительные клапаны.

Работать с реагентами, особенно щелочами и кислотами, необходимо в специальной одежде, включающей резиновые перчатки, очки или специальную маску с очками, респиратор, резиновые фартук и сапоги, с соблюдением правил безопасности при работе с щелочами и кислотами. Следует понимать, что попадание кислот и щелочей на кожу вызывает опасные ожоги. Порошкообразные, и жидкие в виде брызг и тумана кислоты и щелочи раздражают дыхательные пути иногда до язв. При длительной работе с растворами щелочей и кислот без соблюдения правил техники безопасности наблюдаются воспалительные процессы в виде покраснений и язв, кожа становится рыхлой. Попадание щелочей и кислот в глаза может вызвать потерю зрения.

Кожу или одежду, на которую попала щелочь, следует незамедлительно промыть разбавленной кислотой (рекомендуется 10 %-ный раствор уксусной кислоты). Запас такой кислоты должен быть обязательно на месте работ. Для промывки глаз в аптечке должен быть специальный стаканчик и марлевые салфетки. Кожу и одежду очищать от кислоты следует 10 %-ным раствором двууглекислой (чайной) соды.

Все работающие на приготовлении и химической обработке промывочных жидкостей должны пройти вводный инструктаж по технике безопасности, инструктаж на рабочем месте, а также регулярно, в установленные сроки, проходить повторные инструктажи.

А также должны выполняться следующие требования:

Площадка для приготовления раствора по размерам должна обеспечивать удобное обслуживание, иметь прочный настил (пол) из досок толщиной не менее 20 мм и дренажные канавки для отвода жидкости.

Вокруг люка глиномешалки, должен устанавливаться помост шириной не менее расстояния между перилами и трапами к нему.

Люк глиномешалки должен закрываться решеткой с заглушкой. Ячейки решетки могут иметь размер 10х10 см.

Земляные хранилища бурового раствора должны иметь ограждение не менее 1 м или перекрываться настилом.

На стационарной, передвижной и самоходной буровой должны быть освещены следующие объекты:

- а) рабочее место у станка и устье скважины;
- б) полати, площадка для кронблока или подвешенный блок;
- в) двигатель и насос;
- г) лестницы;
- д) слесарный верстак;
- е) приемный мост;
- ж) входы в буровую и отстойники промывочной жидкости;

Самоходные и передвижные буровые установки, питающиеся энергией от двигателя автомобиля, трактора, могут освещаться прожекторами или фарами, направленными к устью скважины, насосу, полатам бурового оборудования. Освещение не должно ослеплять рабочих.

В качестве аварийного освещения должны применяться переносные электрические лампы напряжением до 36 В или переносные керосиновые фонари закрытого типа. Применение факелов и других источников открытого огня для аварийного освещения запрещается.

Современная хозяйственная деятельность человека связана с все увеличивающимся воздействием на окружающую среду. Особую опасность представляют собой отходы производства. Не случайно поэтому, охрана окружающей среды стала одной из важнейших экономических и социальных задач, находящихся под пристальным вниманием.

При бурении промывочными жидкостями на основе механоактивированных порошков торфа должны соблюдаться общие для всех видов бурения, мероприятия по охране окружающей среды.

Буровой агрегат должен проверяться в начале смены машинистом буровой установки и периодически, но не реже одного раза в декаду, буровым мастером.

Результаты проверки следует заносить в буровой журнал, а обнаруженные неисправности устранять до начала работ.

Во время работы буровых станков запрещается:

а) переключать скорости лебедки и вращателя, а также переключать вращение с лебедки на вращатель и обратно до их полной остановки;

б) заклинивать рукоятки управления машин и механизмов;

в) пользоваться патронами шпинделя с выступающими головками зажимных болтов.

Во время спускоподъемных операций запрещается:

а) работать на лебедке с неисправными тормозами;

б) стоять в непосредственной близости от спускаемых (поднимаемых) труб и элеватора;

в) спускать трубы с не полностью завинченными резьбовыми соединениями;

г) производить быстрый спуск на всех уступах и переходах в скважине;

д) держать на весу талевую систему под нагрузкой или без нее при помощи груза, наложенного на рукоятку тормоза или путем ее заклинивания;

е) проверять или чистить резьбовые соединения голыми руками.

Запрещается охлаждать трущиеся поверхности тормозных шкивов водой, глинистым раствором.

Все операции по свинчиванию и развинчиванию сальника, бурильных труб и другие работы на высоте более 1,5 м, требуется производить со специальных полатей и площадок или переносных лестниц, огражденных перилами.

При кратковременных остановках бурения необходимо приподнять бурильные трубы на высоту, исключающую возможность их прихвата.

Подтягивание бурильных труб диаметром 63,5 мм и выше от устья скважины к подсвечнику и обратно, а также к полатам верхового рабочего на расстояние не более 0,7 м должно осуществляться с помощью специальных приспособлений (крючка, захвата и др.).

Находящиеся на полатах крючки для подтягивания, установки свечей за палец должны быть привязаны.

Соединять и отвинчивать вертлюг-сальник от рабочей трубы следует только штанговыми ключами.

После окончания разведочных буровых работ на скважине необходимо выполнить следующее:

а) засыпать все ямы и шурфы, оставшиеся после демонтажа буровой;

б) герметизировать устье скважины;

в) выровнять площадку.

Запрещается:

а) во время подъема бурильных труб очищать их непосредственно руками от глинистого раствора; очистка должна производиться механическим способом;

б) оставлять свечи, не заведенными за палец полатей;

в) составлять свечи бурового инструмента такой длины, что при выполнении спускоподъемных операций верховой рабочий вынужден становиться на перила полатей или работать с лестниц;

г) перемещать в шпинделе бурильные трубы, а также свинчивать и развинчивать их во время вращения шпинделя;

д) поднимать бурильные, колонковые и обсадные трубы из горизонтального положения в вертикальное со скоростью лебедки на прямом канате.

Для ограничения предельной высоты подъема элеватора (фарштуля, талевого блока) и предупреждения затягивания его в кронблок или подвесной блок в вышке или мачте требуется установить противозатаскиватель или на подъемном канате в надлежащем месте должна быть нанесена ясно видимая метка.

Подкладная вилка должна иметь скобу для держания и загнутый кверху конец рукоятки.

При работе лебедкой с помощью рукоятки ручного подъема следует:

а) правильно сочетать действия рукояток ручного подъема и тормоза;

б) по прекращении работы немедленно снять со станка рукоятку подъема.

Перекрепление патронов шпинделя необходимо производить при выключенном вращателе и полной остановке шпинделя.

Разрешается свинчивание и развинчивание рабочего наконечника и извлечение керна из подвешенной колонковой трубы при соблюдении следующих условий:

а) труба удерживается на весу тормозом, управляемым буровым мастером, причем для подвески трубы запрещается применять полуавтоматические элеваторы и фарштули;

б) если расстояние от нижнего конца трубы до пола не более 0,2 м.

При извлечении керна из колонковой трубы запрещается:

а) поддерживать руками снизу колонковую трубу, находящуюся в подвешенном состоянии;

б) проверять рукой положение керна в подвешенной колонковой трубе.

При использовании полуавтоматических элеваторов не обходимо:

а) проверять перед началом работы исправность их запоров, упорного подшипника подвесной головки, вращение подвесной головки;

б) содержать элеваторы и наголовники в чистоте;

в) производить операции, связанные с расхаживанием, перемещением и заменой бурового снаряда, только на фарштуле;

г) навинчивать свечу при ослабленном канате;

д) поднимать элеватор по свече, без рывков, со скоростью, не превышающей второй скорости лебедки на прямом канате;

е) довинчивать наголовники ключом или вилкой;

ж) обеспечить буровую бригаду шахтерскими касками. Запрещается применять полуавтоматические элеваторы при работе со свечами "на вынос".

Механизмы для свинчивания и развинчивания бурильных труб должны быть установлены на прочном основании, закреплены и отцентрированы по оси скважины и кронблока.

При свинчивании и развинчивании бурильных труб с помощью механизмов запрещается:

а) держать руками вращающуюся свечу;

б) вставлять или снимать вилки в прорези замка свечи при включенном двигателе механизма;

в) пользоваться ведущими вилками с удлиненными рукоятками без защелок и с разработанными зевами, превышающими размеры прорезей в замках и ниппелях более чем на 2,5 мм;

г) откреплять сильно затянутые резьбовые соединения одновременно с помощью трубных ключей;

д) стоять в направлении усилия водила в начальный момент открытия резьбового соединения.

7.2. Производственная санитария

Используемые в бурении промывочные жидкости в той или иной степени неизбежно загрязняют окружающую среду. Промывочная жидкость и ее компоненты при попадании в грунтовые и подземные воды, поверхностные водоемы, почву и атмосферу отрицательно влияют на окружающую среду. Бурение с промывкой скважин, как правило, связано с применением больших объемов материалов различной степени токсичности и с различным содержанием углеводородных соединений, представляющих опасность для окружающей среды, как флоры, так и фауны. Из практики бурения известно, что почва, подверженная воздействию промывочной жидкости, лишена растительности на долгие годы. Проблемы защиты окружающей среды обостряются, когда бурение ведут вблизи водоемов. В этих условиях возникает опасность отравления большого количества фауны, вследствие попадания в водоемы с поверхности или через проницаемые горизонты, вскрытые скважиной, токсичных компонентов промывочной жидкости. При этом наиболее опасными, с точки зрения токсичности, являются органические составляющие промывочной жидкости с низкой относительной молекулярной массой, соединения хлора, а также поверхностно-активные вещества, нефть и нефтепродукты. В комплекс природоохранных мероприятий при использовании промывочных жидкостей входят предупредительные мероприятия, связанные с рекультивацией земель после окончания бурения скважины. Предупредительные мероприятия сводятся к организации работ, которые бы исключали потери вредных компонентов, уменьшали бы потребность в промывочных жидкостях и их компонентах, загрязняющих окружающую среду. К ним относятся следующие:

а) соответствующая организация транспортировки реагентов и готовых промывочных жидкостей. Такие не сложные меры, как затаривание рассыпных реагентов, максимальное сохранение заводской упаковки, герметизация емкостей, применяемых при перевозке реагентов и промывочных жидкостей, весьма эффективны и не требуют значительных затрат;

б) надежное хранение промывочных жидкостей и всех их компонентов. Предупреждение утечек промывочных жидкостей из желобной системы, предупреждение попадания и перетока дождевых вод через желобную систему;

в) непригодные промывочные жидкости целесообразно складировать в бункерах-накопителях с последующей утилизацией или обезвоживанием;

г) сбор буровых сточных вод с пола буровой. Для этого площадка под буровую установку должна быть подготовлена соответствующим образом;

д) выбор и применение нетоксичных или малотоксичных промывочных жидкостей и материалов для регулирования их свойств;

ж) предупреждение поглощения промывочной жидкости, а при возникновении - быстрая и надежная его ликвидация. Это важно не только с точки зрения предупреждения загрязнения водоносных зон, которые могут использоваться для питьевого и хозяйственного водоснабжения, но и сокращения потерь при транспортировке.

Обязательным условием успешной рекультивации земли после завершения бурения скважины является ликвидация желобной системы с предварительным сбором шлама, удалением из отстойников и приемных емкостей промывочных жидкостей или ее обезвоживанием. В противном случае при засыпке приемных емкостей промывочная жидкость будет вытеснена на поверхность и загрязнит плодородный слой земли.

Безвредный шлам засыпают в отстойниках и приемных емкостей. Шлам, содержащий вредные вещества, необходимо складировать с последующим обезвреживанием и засыпкой. Шлам нефтеэмульсионных растворов следует подвергать высокотемпературной термической обработке.

Все работы, связанные с уничтожением вредных промывочных жидкостей, должны согласоваться с санитарной службой в районе работ.

В настоящее время большое внимание уделяется созданию новых экологически чистых промывочных жидкостей. Торф, крахмал, какао-велла как сырье для приготовления промывочных жидкостей - экологически чистые и безопасные материалы.

7.3. Меры пожарной безопасности

При установке буровой, в радиусе 50 м, рабочая площадка должна быть очищена от валежника, листьев и травы.

Трубы от двигателей и печей должны быть выведены не менее чем на 1,5 м выше откоса буровой и снабжены искрогасителями. При прохождении выхлопной трубы через деревянные конструкции или около них зазор между трубой и конструкцией должен составлять не менее 15 см, а трубу необходимо обернуть асбестом.

Пол под печкой и возле нее на расстоянии 0,5 м, а со стороны топки - 0,7 м должен быть покрыт листовой сталью. У печки стенка буровой должна быть изолирована песком между листом и стенкой буровой слоем не менее 10 см. Расстояние от стенки до печки должно быть не менее 0,7 м.

Для выключения электроэнергии, питающей буровую, требуется предусмотреть отключающее устройство, расположенное снаружи на расстоянии не менее 5 м от буровой.

Запрещается:

а) в буровой разводить открытый огонь и применять факелы и другие источники открытого пламени для освещения;

б) утеплять буровую обшивкой легковоспламеняющимися материалами;

в) располагать электропроводку в буровой в местах возможного ее повреждения буровым снарядом или инструментом при ремонте;

г) хранить ГСМ в металлических бачках ближе 15 м от буровой, при обшитой вышке высотой более 15 м не ближе 50 м от вышки.

При установке в буровой двигателей внутреннего сгорания под них должен устанавливаться металлический противень для сбора стекающего горючего и масла, которые необходимо систематически убирать.

Пол помещения, в котором устанавливаются двигатели внутреннего сгорания, должен быть защищен от возгорания обивкой листовой сталью по асбесту на расстоянии 0,5 м вокруг двигателя.

Глушитель следует систематически очищать от нагара.

Бак двигателя должен иметь объем, который рассчитан не более чем на 8 ч работы, но не более 50 л.

Запрещается:

а) работающий двигатель заправлять ГСМ, а также пользоваться открытым огнем при заправке баков с горючим и для определения уровня горючего в баке;

б) разогревать масло- и топливопроводную систему двигателя открытым огнем (факелами, паяльной лампой) и допускать работу двигателя с неисправной подводкой горючего (подтекание).

Все буровые установки должны быть обеспечены противопожарным инвентарем в следующих количествах:

- огнетушители на буровые вышки с приводом от электродвигателя — один пенный, один углекислотный, на буровые с приводом от двигателя внутреннего сгорания - 2 пенных огнетушителя;

- ящики объемом 0,5 м³ с песком и лопатой - 2 комплекта (один в буровой и один у входа в буровую);

- бочки с водой емкостью 250 литров - 1 шт.

- ведра пожарные - 2 шт.
- комплект шанцевого инструмента (топор, багор, лом) -2 комплекта

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Подгорнов Ю.М. Эксплуатационное и разведочное бурение на нефть и газ – Учеб. пособие для рабочих на производстве. М.: Недра, 1988
2. Овчинников В.П., Грачева С.И., Фролов А.А. – Справочник бурового мастера. – Научно-практическое пособие в 2-х томах. М.: «Инфра-Инженерия», 2006.
3. Рябченко В. И. Управление свойствами буровых растворов. М.: Недра, 1990.
4. Рязанов Я.А. Энциклопедия по буровым растворам. Оренбург: «Летопись», 2005-664с.
5. Ахмадеев Р.Г., Данюшевский В.С. Химия промывочных и тампонажных жидкостей: Учебник для вузов. - М.: Недра, 1981. - 152 с.

6. Круглицкий Н.Н., Агабалянц Э.Г. Методы физико-химического анализа промывочных жидкостей. - Киев: Техника, 1972
7. Малахова А.Я. Физическая и коллоидная химия. - Минск: Высшая школа, 1981. - 304 с.
8. Киреев В.А. Курс физической химии. - М.: Химия, 1975. - 776 с.
9. Ребиндер П.А. Поверхностные явления в дисперсных системах. - М.: Наука, 1979. - 381 с.
10. Дедусенко Г.Я., Иванников В.И., Липкес М.И. Буровые растворы с малым содержанием твердой фазы. - М.: Недра, 1985. - 160 с.
11. Паус К.Ф. Буровые промывочные жидкости. - М.: Недра, 1967. - 310 с.
12. Промывочные жидкости и тампонажные растворы (физикохимия и основы применения) // Булатов А.И., Круглицкий Н.Н., Мариампольский Н.А., Рябченко В.И. - Киев.: Техника, 1974.
13. Грей Дж. Р., Дарли Г.С. Состав и свойства буровых агентов (промывочных жидкостей): Пер. с англ. - М.: Недра, 1985. - 509 с.



**ФГБОУ ВО
УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**



**ФАКУЛЬТЕТ ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ
Кафедра технологии и техники разведки МПИ**

В. И. Еркалов, Г. А. Усов, Ф.П. Сердюков

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА В БУРЕНИИ

*Методические указания для самостоятельной работы
студентов по дисциплине*

«Оптимизация в геологоразведочном производстве»

*Для студентов специальности
21.05.03 Технология геологической разведки*

Очное, заочное

**Екатеринбург
2020**

Оглавление

Предисловие	5
Введение	7
1. Основные понятия и определения.....	14
1.1. Научный эксперимент.....	14
1.2. Планирование эксперимента.....	15
1.3. Система «черный ящик»	16
1.4. Факторы.....	18
1.5. Параметр оптимизации.....	19
1.6. Объект исследования.....	21
1.7. Модель.....	22
Контрольные вопросы.....	24
2. Классификация экспериментов и их характеристика.....	24
2.1. Подразделение экспериментов по структуре.....	24
2.2. Виды экспериментов по стадии научных исследований.....	25
2.3. Эксперименты с точки зрения их организации	25
2.4. Эксперименты по способу их проведения.....	26
2.5. Типы экспериментов по планированию.....	28
Контрольные вопросы.....	28
3. Методологические концепции экспериментирования.....	29
3.1. Рандомизация.....	29
3.2. Получение устойчивых результатов.....	30
3.3. Математическое моделирование.....	31
3.4. Последовательность экспериментирования... ..	31
3.5. Оптимальное использование факторного пространства	32
Контрольные вопросы.....	32
4. Методы обработки результатов наблюдений.....	33
4.1. Исключение грубых погрешностей.....	34
4.2. Результат измерения и оценка его среднего квадратического отклонения.....	36
4.3. Коэффициент вариации и точность измерений.....	40
4.4. Проверка гипотезы о принадлежности результатов наблюдений к нормальному распределению.....	42

4.5. Вычисление доверительных границ случайной погрешности результата измерения.....	48
4.6. Определение необходимого количества наблюдений.....	51
4.7. Проверка однородности наблюдений.....	53
Контрольные вопросы.....	60
5. Полный факторный эксперимент.....	60
5.1. Выбор области определения, основного уровня и интервалов варьирования факторов.....	62
5.2. Матрица планирования и ее свойства.....	68
5.3. Дробные реплики от полного факторного эксперимента	74
5.4. Реализация плана эксперимента.....	82
5.5. Алгоритм расчета полного факторного эксперимента типа 2^k при равномерном дублировании опытов...	88
5.6. Интерпретация результатов.....	99
5.7. Принятие решений после построения модели.....	101
5.8. Пример применения полного факторного эксперимента с равномерным дублированием опытов	104
Контрольные вопросы.....	113
Заключение.....	113
Библиографический список.....	115

ПРЕДИСЛОВИЕ

Эффективность научно-технических исследований определяется прежде всего их организацией и квалификацией кадров. Поэтому в настоящее время все большее внимание уделяется вопросам организации исследований и разработок.

За последние годы коренным образом изменился подход к экспериментально-статистическому исследованию. В различных областях научно-технических исследований успешно стали применяться методы математического планирования эксперимента. Они нашли применение в ряде отраслей народного хозяйства в повседневной экспериментальной работе при проектировании и испытаниях новых технических средств, при разработке и совершенствовании технологических процессов и т. д.

Статистические методы планирования эксперимента позволяют значительно интенсифицировать труд исследователя, сократить сроки и затраты на эксперимент, повысить достоверность выводов по результатам исследования, глубже проникнуть в сущность исследуемых систем и процессов. Важным достоинством методов планирования эксперимента является их универсальность, пригодность в большинстве областей исследования для решения так называемых экстремальных задач.

Математическая обработка и анализ результатов эксперимента все больше входят в круг вопросов, необходимых инженерно-техническим работникам геологоразведочных организаций. В связи с этим в последние годы для студентов специальности «Технология и техника разведки месторождений полезных ископаемых» был введен курс «Оптимизация буровых и геологоразведочных работ и планирование эксперимента».

В нашей стране и за рубежом издано очень много литературы по планированию эксперимента в химии, металлургии, биологии, машиностроении, электронике и др. При этом необходимо отметить, что, несмотря на наличие большого числа теоретических и прикладных работ по планированию экс-

перимента, учебников и учебных пособий, посвященных данному вопросу, явно недостаточно. К сожалению, до настоящего времени не издана учебно-методическая литература по планированию эксперимента для специалистов по бурению скважин. Недостаточное знание ими методов планирования эксперимента приводит к применению упрощенных и недостаточно обоснованных приемов.

Предлагаемое учебное пособие предназначено для студентов старших курсов, которые должны овладеть одним из направлений в планировании эксперимента, связанного с оптимизацией процессов, – планированием экстремального эксперимента – и уметь применять его на практике. Полезные сведения в нем найдут работники производственных организаций, занимающиеся вопросами бурения скважин.

Для успешного усвоения материала студенту достаточно знаний основ высшей математики в объеме обычной программы вузовского курса, включая элементы теории вероятностей и математической статистики.

В основу учебного пособия положен курс лекций, читаемый авторами студентам специальности 130203 – «Технология и техника разведки месторождений полезных ископаемых».

ВВЕДЕНИЕ

Дальнейшее повышение экономической эффективности геологоразведочных работ в значительной мере связано с научно-техническим прогрессом в области разведочного бурения, в частности, одним из важнейших его направлений — оптимизацией процесса бурения.

Определенные трудности возникают при оптимизации процесса бурения разведочных скважин на твердые полезные ископаемые вследствие изменчивости условий ведения буровых работ, отсутствия полноты информации о геологическом разрезе, частой перемежаемости горных пород и большого разнообразия их по физико-механическим свойствам, наличия трещиноватости, раздробленности горных пород и т. д.

Исследование и оптимизация процесса бурения могут быть проведены как на основе всестороннего теоретического изучения его механизма, так и эмпирическим путем поиска оптимальных условий и построения математической модели по данным эксперимента. Решение этой задачи на современном уровне возможно только при использовании экспериментально-статистического подхода к процессу бурения как к некоторой системе, имеющей определенные входы и выходы. Это, в свою очередь, приводит к пересмотру взглядов на эксперимент, его организацию и научную трактовку.

Процесс бурения относится к классу сложных систем, характеризующихся значительным числом взаимосвязанных параметров. Задача исследования таких систем заключается в установлении зависимости между входными параметрами (факторами) и выходными (показателями качества функционирования системы) и определении уровней факторов, оптимизирующих выходные параметры системы.

В последние десятилетия появились новые методы математической статистики, где используются идеи кибернетического подхода к изучению технологических процессов, к планированию и постановке экспериментов. Получило развитие новое направление экспериментально-

статистических исследований - математическое планирование эксперимента.

Планирование эксперимента - это новый подход к исследованию, в котором математическим методам отводится активная роль. Основываясь на априорных сведениях об изучаемом процессе, исследователь выбирает некоторую оптимальную стратегию для управления экспериментом. Процесс исследования обычно разбивается на отдельные этапы. После каждого этапа исследователь получает новую информацию, позволяющую ему изменить стратегию исследования.

Применение планирования эксперимента делает поведение исследователя целенаправленным и организованным, существенно способствуя повышению производительности его труда и надежности полученных результатов. Планирование эксперимента — мощный инструмент экспериментально-статистического исследования и оптимизации сложных систем. Исключая слепой поиск, оно значительно сокращает число опытов, следовательно, затраты и сроки проведения эксперимента, дает возможность получить количественные оценки влияния факторов, математические модели.

Планирование эксперимента вносит ряд положительных моментов в традиционные экспериментальные методики, среди которых необходимо отметить следующие:

1. Рандомизация условий эксперимента, позволяющая посредством специальных приемов перевести неуправляемые факторы в случайные величины и, следовательно, учитывать их статистически.

2. Планирование эксперимента дает исследователю четкую Логическую схему и способ решения задач на разных этапах исследования (рис. В1).

3. Результаты экспериментов можно представить в виде математических зависимостей между воздействующими факторами и изучаемыми параметрами процесса, для чего можно использовать ПК.

4. При использовании планирования эксперимента с увеличением количества исследуемых факторов точность эксперимента повышается.

5. При планировании эксперимента резко сокращается количество необходимых опытов по сравнению с традиционными экспериментами.

6. Планирование эксперимента позволяет рассмотреть связь между большим числом факторов, оценить долю влияния каждого, отсеять второстепенные факторы, что невозможно сделать при традиционном однофакторном эксперименте.

7. Результаты эксперимента можно представить графически в двух- и трехмерном факторных пространствах.

8. Планирование эксперимента весьма эффективно применяется при решении экстремальных задач. В данном случае при минимальном количестве опытов, варьируя значение независимых переменных (факторов), можно найти область оптимума и получить ее математическую модель.

Из изложенного следует, что математическая теория планирования эксперимента дает в руки исследователя научно обоснованные методы, позволяющие при минимальных затратах времени и средств планировать эксперимент таким образом, чтобы получать максимум информации об изучаемом объекте.

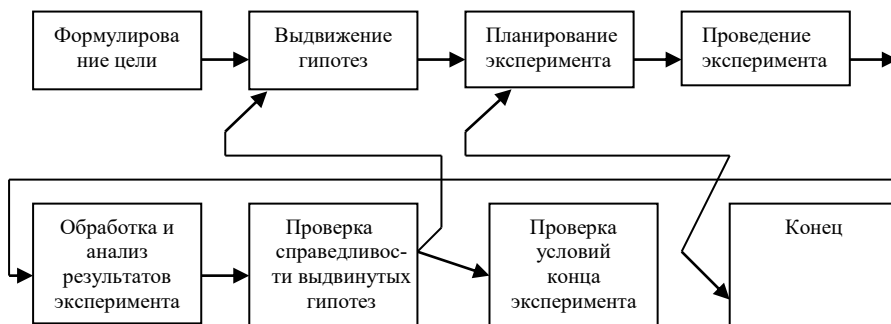


Рис. В1. Логическая схема экспериментального исследования

Методы планирования эксперимента впервые начали использовать в сельскохозяйственных и биологических науках в 20 – 30-х годах XX нашего века. Инициатором применения статистических методов в планировании экспериментов является английский математик Р. Фишер. В начале 50-х годов появляется новое направление в планировании эксперимента, связанное с оптимизацией процессов, - планирование экстремального эксперимента. Первая работа в этой области опубликована в 1951 г. Д. Боксом и К. Уилсоном. Развитие планирования эксперимента связано также с именами Д. Финни, Г. Шеффе, Д. Хантера и др. В нашей стране эти методы получили развитие после появления в 1960 г. работы В. В. Налимова, а в дальнейшем Ю. П. Адлера, Е. В. Марковой, Г. К. Круга, В. В. Федорова, В. Г. Горского, Н. А. Черновой и др.

В настоящее время методы планирования эксперимента, как и другие математические методы (табл. В1), находят широкое применение в различных отраслях народного хозяйства для исследования физических объектов.

В последние годы при технологических исследованиях в бурении стали все больше обращаться к математическим методам, так, была принята схема последовательности технологических работ в процессе бурения скважин на твердые полезные ископаемые, в которой определенное место отведено планированию эксперимента и методу группового учета аргументов (рис. В2).

Планирование экстремального эксперимента находит широкое применение для решения практических задач по оптимизации технологических процессов, и наша цель — в доступной и понятной форме изложить его применительно к задачам бурения скважин.

Таблица В1

Математические методы исследования производства

Класс методов	Способ исследования	Объекты	Используемый математический аппарат
Прямое математическое описание	Аналитическое исследование	Производство с непрерывным стационарным технологическим процессом	Системы алгебраических и трансцендентных уравнений (численные методы)
		Производство с нестационарным непрерывным технологическим процессом	Дифференциальные уравнения и уравнения математической физики (численные методы)
		Производство с дискретным технологическим процессом	Комбинаторика, теория графов
Статистическое моделирование	Статистическое исследование	Производство со стохастическими характеристиками	Метод Монте-Карло
Экспериментальные методы	Пассивный эксперимент	Реальный промышленный объект с высокой производительностью и дорогим продуктом	Математическая статистика (корреляционный, регрессионный, дисперсионный анализы)
	Активный эксперимент	Лабораторная или полупромышленная установка, реальный промышленный объект в пусковой период	Планирование эксперимента

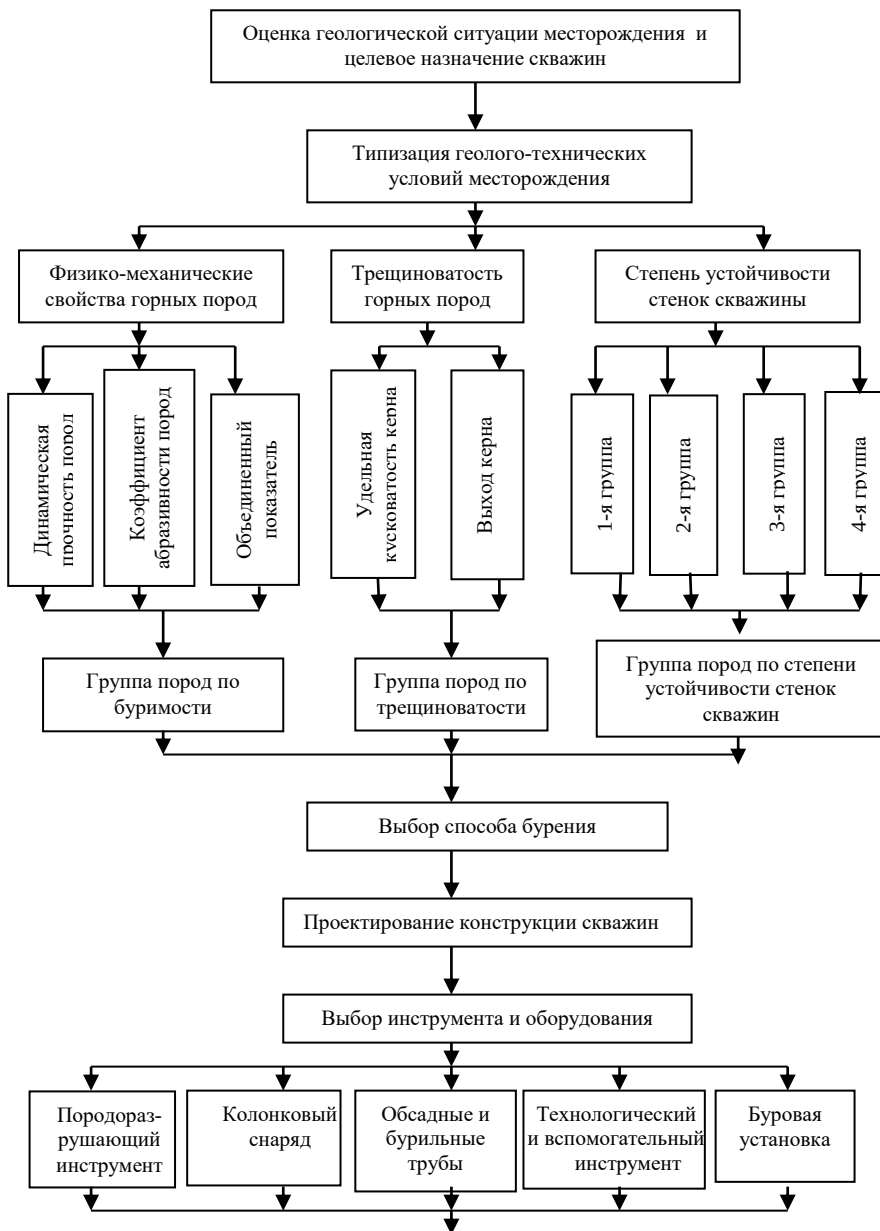


Рис. В2

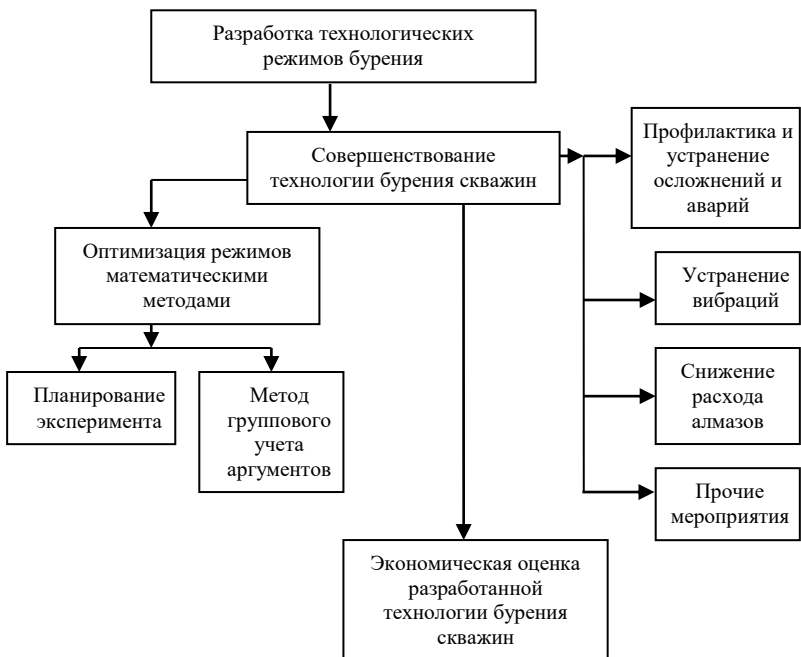


Рис. В2. Последовательность технологических работ в процессе бурения скважин на твердые полезные ископаемые (окончание)

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

1.1. Научный эксперимент

Эксперимент (от латинского *experimentum* — проба, опыт) относится к эмпирическому уровню научного познания.

Под экспериментом понимают изучение природных явлений путем научного поиска при точно учитываемых условиях, которые дают возможность следить за ходом исследуемого процесса и повторять его каждый раз при воспроизведении тех же условий.

Эксперимент отличается от простого наблюдения своим активным характером, вмешательством в естественный ход событий. Это делает эксперимент формой практики. Эксперимент предполагает проведение всей совокупности действий и операций с помощью специальных экспериментальных средств, которые обеспечивают создание явлений и условий, совпадающих (или не совпадающих) с выводами и предсказаниями, полученными из проверяемой теории или гипотезы.

Исходя из этого можно дать следующее определение эксперимента: *эксперимент есть вид деятельности, предпринимаемой в целях научного познания, открытия объективных закономерностей и состоящей в воздействии на изучаемый объект (процесс) посредством специальных инструментов и приборов, благодаря чему удается: 1) изолировать исследуемый объект от влияния побочных, несущественных и затемняющих его сущность явлений и изучать его в «чистом» виде; 2) многократно воспроизводить ход процесса в строго фиксированных, поддающихся контролю и учету условиях; 3) планомерно изменять, варьировать, комбинировать различные условия в целях получения искомого результата.*

Из данного определения можно сделать вывод: эксперимент представляет собой органическое единство практического действия и теоретической работы мысли.

Постановка и проведение эксперимента не являются самоцелью. Эксперимент — всегда средство получения некоторой искомой информации, установления фактов, проверки гипотезы, словом, средство для решения определенной познавательной задачи или проблемы.

Эксперимент как вид практики характеризуется взаимосвязью трех его основных составляющих элементов: 1) экспериментатор и его деятельность; 2) средства (инструменты, приборы, экспериментальные установки), с помощью которых проводится эксперимент; 3) объект экспериментального исследования.

1.2. Планирование эксперимента

Рост объемов экспериментальных исследований сделал актуальной постановку вопроса об эффективности эксперимента. Возникли математическая теория эксперимента и планирование эксперимента как ее часть.

Проф. Налимов В. В. дает следующее определение планированию эксперимента: *«...планирование эксперимента — это оптимальное управление экспериментом при неполном знании механизма явлений. Эксперименты обычно ставятся небольшими сериями по заранее составленному алгоритму, оптимальному в некотором строго сформулированном смысле. После каждой небольшой серии опытов производится обработка результатов наблюдений и принимается строго обоснованное решение о том, что делать дальше. Планирование эксперимента можно рассматривать как одно из направлений кибернетики. Возможность управления сложными системами при неполном знании механизма явлений — это одно из основных положений кибернетики».*

Планирование эксперимента рассматривается еще и как процедура выбора числа и условий проведения опытов, необходимых и достаточных для решения поставленной задачи с требуемой точностью. При этом существенно следующее: 1) стрем-

ление к минимизации общего числа опытов; 2) одновременное варьирование всеми переменными, определяющими процесс, по специальным правилам — алгоритмам; 3) использование математического аппарата, формализующего многие действия экспериментатора; 4) выбор четкой стратегии, позволяющей принимать обоснованные решения после каждой серии экспериментов.

Внешне планирование эксперимента выглядит как математическая дисциплина. Однако его логическая структура отличается от построений чистой математики. В планировании эксперимента роль аксиом играют критерии оптимального эксперимента. Их правомерность основывается на нашем интуитивном представлении о том, что есть хороший эксперимент. Критерии оптимальности, сформулированные на математическом языке, становятся теми исходными высказываниями, на которых строится вся дальнейшая теория. И когда мы говорим о математической теории эксперимента, то это не означает, что здесь строится новая математическая дисциплина. Речь идет о создании формально-логического подхода к изучению проблемы эксперимента, формулируемого на языке математики.

Планирование эксперимента - это раздел знаний, относящийся не только и не столько к математической статистике, сколько к логике. Применение планирования эксперимента требует высокой степени формализации. Это заставляет исследователя стремиться к четкому логическому осмысливанию всей процедуры исследования.

1.3. Система «черный ящик»

В связи с тем, что математические методы планирования эксперимента основаны на кибернетическом представлении об объекте исследования, наиболее подходящей моделью последнего является кибернетическая система, схематически изображенная на рис. 1.1 и называемая «черным, ящиком».

При рассмотрении такой кибернетической системы различают входы и выходы. Охарактеризуем их.

$x_1, x_2, \dots, x_k$, - управляемые факторы, которые можно фиксировать на определенном уровне или варьировать в процессе эксперимента (например, осевая нагрузка, частота вращения, расход промывочной жидкости);

$z_1, z_2, \dots, z_m$ - контролируемые факторы, значение которых можно контролировать или поддерживать на определенных уровнях (например, тип породоразрушающего инструмента, промывочной жидкости и др.);

$\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ - неконтролируемые факторы. Они часто недоступны для измерения, а в некоторых случаях неизвестны исследователю (например, физико-механические свойства горных пород, трещиноватость пород и др.);

$y_1, y_2, \dots, y_i$ - выходные параметры процесса. Они называются функциями отклика, целями или параметрами оптимизации. При исследовании процесса бурения чаще всего это механическая скорость, стоимость одного метра скважины, износ породоразрушающего инструмента и др.

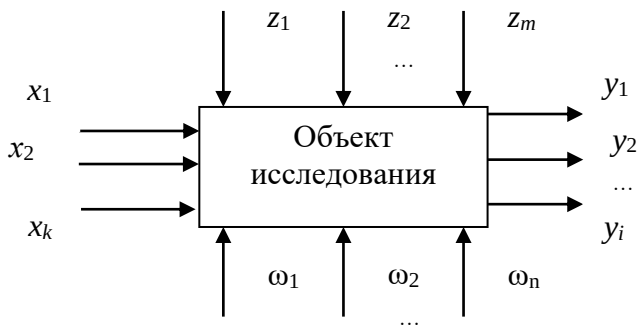


Рис. 1.1. Схема кибернетической системы

Такой кибернетический подход позволяет на основании экспериментальных данных не только построить математическую модель процесса, связывающую функцию отклика (параметр оптимизации) с варьируемыми факторами, но и управлять им при недостаточном знании самого происходящего явления.

1.4. Факторы

Фактором называется входная независимая переменная, принимающая в некоторый момент времени определенное значение и соответствующим способом воздействующая на объект.

Каждый фактор может принимать в опыте одно или несколько значений, называемых уровнями. Фиксированный набор уровней факторов определяет одно из возможных состояний кибернетической системы. Одновременно этот набор представляет условия проведения одного из возможных опытов.

Опыт - осуществление определенного воздействия на объект и регистрация получаемого результата.

Каждому фиксированному набору уровней факторов соответствует определенная точка в многомерном пространстве факторов, называемом факторным пространством. Опыты могут быть реализованы лишь в точках, принадлежащих допустимой области факторного пространства.

Факторы могут быть количественными и качественными. Количественными факторами являются переменные величины, которые можно оценивать количественно: измерять, взвешивать и т. д., качественными — переменные, характеризующиеся качественными свойствами (разные аппараты, исполнители и т. п.). Качественным факторам в отличие от количественных не соответствует числовая шкала. Однако и для них можно построить условную порядковую шкалу, которая производит кодирование, устанавливая соответствие между уровнями качественного фактора и числами натурального ряда.

При исследовании процесса необходимо учитывать все существенные факторы. Если по каким-либо причинам влияние некоторых факторов невозможно учесть в эксперименте, то эти факторы должны быть стабилизированы на определенных уровнях в течение всего эксперимента. Если число факторов велико, то необходимо отсеять те факторы, которые оказывают незначительное влияние на параметр оптимизации. Отсеивание

несущественных факторов производят на основе априорного ранжирования или с помощью постановки отсеивающих экспериментов (дисперсионный анализ, метод случайного баланса и др.).

Основные требования, предъявляемые к факторам:

1) управляемость, т. е. возможность установки и поддержания выбранного нужного уровня фактора постоянным в течение всего опыта или его изменение по заданной программе;

2) непосредственное воздействие на объект исследования, так как трудно управлять фактором, являющимся функцией других факторов;

3) операциональность - указание последовательности операций, с помощью которых устанавливаются конкретные уровни, размерность и точность фиксирования фактора;

4) совместимость - все запланированные комбинации уровней факторов должны быть осуществимы и безопасны;

5) независимость - возможность установления факторов на любом уровне вне зависимости от уровней других факторов.

Каждый фактор имеет область определения - совокупность всех значений, которые он может принимать. Эта область имеет ограничения; принципиальные, технические, технологические, экономические.

1.5. Параметр оптимизации

Реакция (отклик) системы на воздействие факторов может быть весьма многогранна. Среди множества выходных параметров исследователь должен уметь выделить параметр, который нужно оптимизировать. Цель исследования должна быть сформулирована очень четко и допускать количественную оценку. Характеристики цели, заданную количественно, называют параметром оптимизации (критерием оптимизации, целевой функцией).

Параметры оптимизации бывают экономическими (прибыль, себестоимость и др.), технико-экономическими (производительность, надежность, долговечность и др.), технико-технологическими (выход продукта, физические характеристики продукта и др.), статистическими и т. д.

Из многих параметров, характеризующих объект исследования, только один может служить параметром оптимизации. Остальные рассматриваются как ограничения. Если параметров оптимизации несколько, то эксперимент проводится по каждому из них, а затем решается компромиссная задача.

К параметру оптимизации предъявляется ряд требований: эффективность с точки зрения достижения цели, универсальность, количественное выражение одним числом, статистическая эффективность, физический смысл, простота и доступность вычисления, существование для всех различных состояний.

Главным, определяющим корректность постановки задачи является требование эффективности с точки зрения достижения конечной цели. Параметр оптимизации должен оценивать функционирование системы в целом, а не отдельных ее подсистем. Под универсальностью параметра оптимизации понимают его способность всесторонней характеристики объекта исследования. Параметр оптимизации должен быть количественным, задаваться числом. Множество значений, которые может принимать параметр оптимизации, назовем областью его определения. Эти области могут быть непрерывными и дискретными, ограниченными и неограниченными. Исследователь должен уметь измерять параметр оптимизации при любой возможной комбинации выбранных уровней факторов. С количественной природой параметра оптимизации связаны требования его выражения одним числом, а также однозначность в статистическом смысле (заданному набору значений факторов должно соответствовать одно с точностью погрешности эксперимента значение параметра оптимизации).

Требование статистической эффективности сводится фактически к выбору параметра оптимизации, определяемого с наибольшей возможной точностью.

Требование физического смысла, связанное с последующей интерпретацией результатов эксперимента, а также требования простоты и легкости вычисления часто также оказываются весьма существенными.

1.6. Объект исследования

Для определения параметра оптимизации и выбора схемы планирования эксперимента предварительно изучают объект исследования на основе априорной информации, которую получают, изучая литературные источники и анализируя результаты ранее проведенных работ. При планировании эксперимента к объекту исследования предъявляют следующие требования.

1. Объект исследования должен удовлетворять требованию воспроизводимости. При многократном повторении опыта его результат имеет разброс значений, который характеризует воспроизводимость результата. Считается, что объект исследования удовлетворяет требованию воспроизводимости, если многократно повторенные опыты дают результаты с разбросом значений, не превышающим некоторой заданной величины.

2. Объект должен быть управляемым, но практически нет абсолютно управляемых объектов. На реальный объект обычно действуют как управляемые, так и неуправляемые факторы. Последние влияют на воспроизводимость результатов эксперимента и являются причиной ее нарушения.

Если требование воспроизводимости удовлетворяется, выявляют возможность проведения активного эксперимента. Объект, на котором возможен активный эксперимент, называется управляемым.

Если требование воспроизводимости не выполняется, приходится обращаться к активно-пассивному эксперименту.

Возможно, что плохая воспроизводимость объясняется действием фактора, систематически изменяющегося (дрейфующего) во времени. Тогда необходимо обращаться к специальным методам планирования.

Наконец, возможно, что все факторы неуправляемы. В этом случае возникает задача установления связи между параметром оптимизации и факторами по результатам наблюдений за поведением объекта, или, как говорят, по результатам пассивного эксперимента.

В учебном пособии рассматриваются только такие объекты, для которых требование воспроизводимости выполняется.

1.7. Модель

Результаты эксперимента используют для получения математической модели исследуемого процесса. Математическая модель - система математических соотношений, описывающих изучаемый процесс или объект. При планировании эксперимента под математической моделью часто понимают уравнение, связывающее параметр оптимизации с факторами. Такое уравнение называется также функцией отклика, а геометрический образ, соответствующий функции отклика, - поверхностью отклика.

Для выбора конкретной модели необходимо сформулировать конкретные требования. К ним относятся адекватность, содержательность, простота и др. Под адекватностью понимается способность модели предсказывать результаты эксперимента в некоторой области с требуемой точностью. Содержательность модели должна хорошо объяснять множество уже известных фактов, выявлять новые, незамеченные явления, в какой-то степени предсказывать их дальнейшее развитие и выдвигать перед исследователем новые проблемы. Одним из главных достоинств модели должна быть ее простота.

В зависимости от постановки задачи могут применяться различные модели. Так, для планирования экстремального эксперимента нашли применение полиномиальные модели - модели в виде алгебраических полиномов.

В общем виде функция отклика, являющаяся и параметром оптимизации, может быть представлена выражением

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k), \quad (1.1)$$

где $x_1, x_2, \dots, x_k$ – независимые переменные факторы.

При решении экстремальных задач при неполном знании механизма процессов функцию отклика представляют в виде полиномиального уравнения

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i \neq j}^k \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \dots, \quad (1.2)$$

где $\beta_0, \beta_i, \beta_{ij}, \beta_{ii}$ – коэффициенты, характеризующие свободный член уравнения, линейные, квадратичные эффекты и эффекты взаимодействия.

Пользуясь данными эксперимента, исследователь находит лишь оценки коэффициентов уравнения регрессии $\beta_0, \beta_i, \beta_{ij}, \beta_{ii}$. После этого уравнение принимает вид:

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i \neq j}^k b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2 + \dots \quad (1.3)$$

где $\hat{y}$ — оценка выходного параметра оптимизации.

Такая математическая модель является наиболее простой и удобной при решении задач оптимизации. Она удобна и в том смысле, что в случае неадекватности (т. е. несоответствия с экспериментом) порядок ее можно увеличить, продолжив исследования с использованием результатов уже ранее проведенного эксперимента.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение научному эксперименту.
2. Что понимается под термином «планирование эксперимента»?
3. Охарактеризуйте систему «черный ящик»,
4. Какие требования предъявляются к факторам?
5. Понятие «параметр оптимизации». Какие требования предъявляются к нему?
6. Что такое «воспроизводимость» и «управляемость» объекта исследования?
7. Какие математические модели применяются при планировании экстремального эксперимента?

2. КЛАССИФИКАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКА

Рассмотрим один из возможных вариантов схемы разветвленной классификации экспериментов, в которой приняты за основу следующие обобщенные признаки: структура, стадия научных исследований, организация, способ проведения и планирование.

2.1. Подразделение экспериментов по структуре

По структуре эксперименты подразделяются на натурные, модельные и модельно-кибернетические (машинные).

В натурном эксперименте средства экспериментального исследования взаимодействуют непосредственно с объектом исследования.

В модельном эксперименте экспериментируют не с самим объектом, а с его заменителем — моделью. Модель здесь играет двоякую роль: она является непосредственно объектом экспериментального исследования и по отношению к изучаемому объекту выступает в качестве средства экспериментального исследования.

Модельно-кибернетический эксперимент является разновидностью модельного эксперимента, при котором соответствующие характеристики изучаемого объекта вычисляются с помощью моделирующего алгоритма на ПК. Данный вид эксперимента отличается универсальностью и имеет широкую область применения.

2.2. Виды экспериментов по стадии научных исследований

По стадии научных исследований эксперименты делятся на лабораторные, стендовые и промышленные.

К лабораторным относятся эксперименты по изучению общих закономерностей различных явлений и процессов, по проверке научных гипотез и теорий.

Стендовые испытания (исследования) проводят тогда, когда необходимо изучить вполне конкретный процесс, протекающий в исследуемом объекте, с определенными свойствами. По результатам стендовых испытаний судят о различных недоработках при расчетах или конструировании объекта (изделия, технологического процесса и др.), а также вырабатывают рекомендации относительно серийного выпуска изделий и условий его эксплуатации.

Промышленный эксперимент проводят при создании нового изделия или процесса по данным лабораторных или стендовых испытаний, при оптимизации действующего процесса, при проведении контрольно-выборочных испытаний качества выпускаемой продукции.

2.3. Эксперименты с точки зрения их организации

С точки зрения организации можно выделить обычные (рутинные), специальные (технические), уникальные и смешанные эксперименты.

Обычные эксперименты проводятся в лабораторных условиях, как правило, по несложным методикам с использова-

нием сравнительно простого экспериментального оборудования и сопряжены с однообразными измерениями и вычислениями, многократно повторяющимися в течение длительного промежутка времени.

Специальные эксперименты связаны с созданием и исследованием разных приборов и аппаратов (средства автоматики, элементы и узлы ПК).

Уникальные эксперименты проводятся на сложном экспериментальном оборудовании (типа ядерного реактора, радиоэлектронного комплекса и др.). Такие эксперименты отличаются большими объемами экспериментальных данных, высокой скоростью протекания исследуемых процессов, широким диапазоном измерения характеристик объектов исследования. Основные области применения уникальных экспериментов — исследование космоса, новых судов, самолетов и др.

Смешанные эксперименты содержат совокупность разнотипных экспериментов, объединенных единой программой исследования и связанных друг с другом результатами исследований.

2.4. Эксперименты по способу их проведения

По способу проведения различают пассивные, активные, активные с программным управлением, активные с обратной связью и активно-пассивные эксперименты.

Пассивный эксперимент основан на регистрации входных и выходных параметров, характеризующих объект исследования (без вмешательства в эксперимент в процессе его проведения, с применением математико-статистических методов только после окончания эксперимента для обработки собранных экспериментальных данных. Исследование влияния совокупности факторов на объект производится при условии, что изменяется только один из факторов и фиксируются значения всех остальных. В сложных системах, в которых большое число воздействий не может контролироваться или управляться, это условие не выполняется.

В отличие от пассивного неуправляемого активный эксперимент предполагает возможность активного воздействия на исследуемый объект. При использовании методов активного эксперимента математическое описание строится в виде совокупности статических и динамических выходных характеристик объекта, которые регистрируются при подаче на его входы специальных возмущающих воздействий. При активном эксперименте можно оценить дисперсию погрешности, строго проверить адекватность модели и принять необходимые меры для выполнения условий, необходимых для применения метода множественного регрессионного анализа, используемого для обработки результатов эксперимента.

Активный эксперимент с программным управлением проводится по заранее составленному плану. В соответствии с этим планом экспериментатор воздействует на входные параметры исследуемого процесса, а выходные параметры, отражая реакцию исследуемого объекта на управляющие воздействия, позволяют выяснить природу происходящих процессов в объекте исследования.

В случае активного эксперимента с обратной связью, интерпретируя результаты на каждом этапе эксперимента, можно выбрать оптимальную стратегию управления экспериментом – такие эксперименты можно проводить автоматически (без участия экспериментатора).

Активно-пассивный эксперимент характеризуется тем, что при его проведении одна часть данных просто регистрируется, а другая, кроме того, обрабатывается в процессе эксперимента' и участвует в выработке управляющих воздействий. В таком эксперименте одна часть информации, получаемой от объекта, соответствует характеристикам, изменяющимся в соответствии с приложенными управляющими воздействиями, а другая отражает характеристики, не подверженные управляющим воздействиям.

2.5. Типы экспериментов по планированию

В связи с планированием принято выделять следующие типы экспериментов.

Экстремальный эксперимент, задача которого состоит в определении экстремальных значений функции регрессии (или комбинации факторов, при которых функция отклика принимает экстремальные значения). Методы его планирования тесно связаны с методами планирования регрессионного и факторного экспериментов, с одной стороны, и методами стохастического программирования – с другой.

Эксперимент по проверке конкретной статистической гипотезы (дискриминирующий эксперимент). Это сравнительно изученный раздел, который также связан с планированием в регрессионных и факторных моделях.

Отсеивающий эксперимент, задача которого состоит в выделении значимых факторов. Теория его планирования активно развивается в последнее время.

Имитационный эксперимент, который, как правило, связан с имитацией изучаемого явления на ЭВМ или другом устройстве, позволяющем воспроизводить это явление с приемлемой точностью. Ряд результатов по его планированию получен в связи с использованием метода Монте-Карло, а также исследованием сложных систем (типа моделей ядерного реактора).

Контрольные вопросы

1. Какие обобщенные признаки положены в основу классификации экспериментов?
2. Как можно подразделить эксперименты по структуре?
3. На какие виды по стадии научных исследований делятся эксперименты?
4. Дайте характеристику экспериментам с точки зрения их организаций.

5. Охарактеризуйте классификацию экспериментов по способу их проведения.
6. Назовите типы экспериментов по планированию.

3. МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ КОНЦЕПЦИИ ЭКСПЕРИМЕНТИРОВАНИЯ

Планирование эксперимента существенным образом изменило отношение исследователя к стратегии эксперимента. Это изменение связано с появлением ряда методологических концепций современного подхода к эксперименту. Рассмотрим их.

3.1. Рандомизация

Термин «рандомизация» происходит от английского слова random — случайный.

При проведении эксперимента исследователь сталкивается, как правило, с действием так называемых мешающих факторов, которые трудно поддаются учету и контролю. Но если при этом план многофакторного эксперимента составить таким образом, чтобы рандомизировать, т. е. сделать случайными в пространстве и во времени эти систематически действующие мешающие факторы, то их можно рассматривать как случайные величины и, следовательно, учитывать статистически. Иными словами, в противоположность традиционному подходу к эксперименту со стремлением стабилизировать или не обращать внимание на мешающие факторы, рандомизация внесла концепцию случая в эксперимент и оформилась в виде процедуры планирования эксперимента.

Случайный порядок проведения опытов в большой мере исключает влияние мешающих факторов, тем самым уменьшая систематическую погрешность.

Для рандомизации можно воспользоваться таблицей случайных чисел или применить метод «попугая и морской свинки», который заключается в следующем. Номера опытов записываются на карточках, которые тщательно перемешиваются и затем извлекаются.

Однако далеко не во всех случаях рандомизацию удастся осуществить так просто. Часто на рандомизацию приходится налагать ограничения, обусловленные особенностями той или иной экспериментальной ситуации. Как, например, рандомизировать во времени эксперимент, если исследователю нужно последовательно выполнить несколько циклов, состоящих из четырех опытов, а в день он может поставить только три опыта? Появилась потребность в создании экспериментальных планов с ограничениями, наложенными на рандомизацию. Так появились неполноблочные сбалансированные планы, латинские и греко-латинские квадраты, латинские кубы и параллелепипеды.

3.2. Получение устойчивых результатов

Одним из важнейших условий экспериментирования является устойчивость получаемых результатов в том смысле, что многократное повторение опыта или измерения дает совершенно строгую картину распределения результатов. Другими словами, желательно, чтобы результаты подчинялись известным статистическим закономерностям.

Обычно предполагают, что среднее значение результатов параллельных опытов стремится к математическому ожиданию, погрешности опытов распределены нормально и т. п. Это позволяет экспериментатору: 1) использовать определенные приемы обработки результатов; 2) делать статистические выводы и принимать решения.

Устойчивости поведения случайной величины обычно добиваются путем сохранения постоянства условий при проведении эксперимента и применением рандомизации.

3.3. Математическое моделирование

Кибернетика внесла свои понятия и методы в процессы изучения и управления исследуемых объектов. Важнейшим из них является понятие математической модели, наиболее широко используемое как средство описания исследуемого объекта в виде математических зависимостей и уравнений.

Математические модели, полученные при исследовании технологических объектов, позволяют решать ряд задач, среди которых особое место занимает задача поиска оптимальных условий исследуемого объекта. Говорят, что в таком случае рассматривается экстремальный эксперимент, где все действия направлены на поиск оптимума (экстремума) технологического объекта. Математическая модель, описывающая исследуемый объект, позволяет эффективно определить его оптимальный режим.

3.4. Последовательность экспериментирования

Каждый экспериментатор в своей практике широко использует идею последовательного экспериментирования, согласно которой эксперимент осуществляется не сразу, а последовательно, этапами. После каждого этапа производится анализ полученных результатов, и на основании этого анализа принимается решение о дальнейшей деятельности.

Эта концепция наиболее ярко проявилась в задачах планирования экстремальных экспериментов, когда исследователь, варьируя многие переменные, пытается найти оптимальные условия протекания некоторого технологического процесса. Поиск экстремума производится последовательно с помощью различных методов: линейного приближения, движения по градиенту, описания полиномами второго порядка и т. д.

3.5. Оптимальное использование факторного пространства

Одной из самых распространенных идей теории эксперимента является концепция многофакторного эксперимента. Суть ее заключается в том, что состояние исследуемого объекта (процесса) в каждом опыте определяется по результату одновременного варьирования факторов, изменяющих состояние этого объекта (процесса). Такое экспериментирование проводится в противовес поочередному изменению факторов, когда состояние объекта (процесса) определяется по результатам изменения вначале одного фактора, затем другого и т. д. Новая идея обладает значительными преимуществами по сравнению с традиционным экспериментированием: резко сокращается количество необходимых опытов, повышается точность расчета коэффициентов математической модели, оценивается доля влияния каждого фактора и влияние их взаимодействий.

Контрольные вопросы

1. Назовите основные методологические концепции экспериментирования.
2. В чем сущность концепции рандомизации?
3. Охарактеризуйте концепцию математического моделирования.
4. В каких задачах находит применение концепция последовательного эксперимента?
5. В чем суть концепции оптимального использования факторного пространства?

4. МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЙ

Для небольшого количества экспериментальных данных, полученных на предварительном этапе исследования объекта (процесса), могут быть рассчитаны его основные числовые характеристики выходных переменных как случайных величин. Это необходимо для того, чтобы в дальнейшем с наибольшей эффективностью, а главное, корректно использовать информацию, полученную на данном этапе, для планирования эксперимента и его проведения на последующих этапах исследования.

При статистической обработке группы результатов наблюдений необходимо выполнить следующие операции:

- исключить известные систематические погрешности из результатов наблюдений;
- вычислить среднее арифметическое исправленных результатов наблюдений, принимаемое за результат измерения;
- вычислить оценку среднего квадратического отклонения результата наблюдения;
- вычислить оценку среднего квадратического отклонения результата измерения;
- проверить гипотезу о том, что результаты наблюдений принадлежат нормальному распределению;
- вычислить доверительные границы случайной погрешности результата измерения;
- вычислить границы неисключенной систематической погрешности результата измерения;
- вычислить доверительные границы погрешности результата измерения.

Информацию о случайной погрешности получают, повторяя наблюдения; информацию о систематической погрешности из самих наблюдений получить нельзя. Для ее оценки необходимо знать свойства используемых средств измерений, метод и условия измерения.

Если систематическая погрешность результата каждого наблюдения известна, то, введя поправки, можно получить группу исправленных результатов наблюдений.

4.1. Исключение грубых погрешностей

Результаты наблюдений, содержащие грубые погрешности, часто бывают заметны, так как они сильно отличаются от других результатов наблюдений. В этих условиях наиболее целесообразный способ выявления и устранения грубых погрешностей — непосредственный анализ наблюдений, тщательная проверка неизменности условий проведения эксперимента, запись результатов «в две руки» и т. д. Необходимо всегда помнить, что статистические методы выявления грубых погрешностей следует применять лишь в сомнительных случаях, когда дополнительная информация о качестве наблюдений является либо неполной, либо ненадежной.

В литературе можно встретить большое количество различных рекомендаций по обнаружению и исключению грубых погрешностей наблюдений. Предложим для практического применения один из критериев оценки аномальности, используемый при обработке результатов наблюдений случайной величины, заведомо подчиняющейся нормальному закону распределения.

Аномальным называется результат наблюдения, резко отклоняющийся от группы результатов наблюдений, которые являются нормальными.

Критерий оценки аномальности результатов наблюдений при неизвестном генеральном среднем квадратическом отклонении σ и неизвестном генеральном среднем m_x заключается в том, что для упорядоченной выборки результатов наблюдений случайной величины (вариационного ряда значений) $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ подсчитывают выборочное среднее:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (4.1)$$

и выборочное среднее квадратическое отклонение:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} . \quad (4.2)$$

Чтобы оценить принадлежность x_n или x_1 данной нормальной совокупности и принять решение об исключении или оставлении x_n (x_1) в составе выборки, находят отношение

$$U_n = \frac{x_n - \bar{x}}{S} \quad \text{или} \quad U_1 = \frac{\bar{x} - x_1}{S} . \quad (4.3)$$

Результат сравнивают с величиной h , взятой из табл. 4.1 для данного объема выборки n и принятой вероятности α .

Таблица 4.1

Предельные значения H для случая неизвестного генерального среднего квадратического отклонения σ

Объем выборки n	Предельное значение H при вероятности α				Объем выборки n	Предельное значение h при вероятности α			
	0,100	0,075	0,050	0,025		0,100	0,075	0,050	0,025
3	1,15	1,15	1,15	1,15	12	2,13	2,20	2,29	2,41
4	1,42	1,44	1,46	1,48	13	2,17	2,24	2,33	2,47
5	1,60	1,64	1,67	1,72	14	2,21	2,28	2,37	2,50
6	1,73	1,77	1,82	1,89	15	2,25	2,32	2,41	2,55
7	1,83	1,88	1,94	2,02	16	2,28	2,35	2,44	2,58
8	1,91	1,96	2,03	2,13	17	2,31	2,38	2,48	2,62
9	1,98	2,04	2,11	2,21	18	2,34	2,41	2,50	2,66
10	2,03	2,10	2,18	2,29	19	2,36	2,44	2,53	2,68
11	2,09	2,14	2,23	2,36	20	2,38	2,46	2,56	2,71

Если $U_n \geq h$ ($U_1 \geq h$), то подозреваемый в аномальности результат наблюдения может быть исключен, в противном случае его не исключают.

Пример 4.1

При гидроударно-эжекторном бурении коронками СА5 диаметром 76 мм в определенных геолого-технических условиях были получены следующие значения углубки за рейс, м: 0,7; 1,1; 1,2; 1,2; 1,2; 1,8.

Требуется оценить результат 1,8 м при заданном $\alpha = 0,050$. Для критерия $U_n = \frac{x_n - \bar{x}}{S}$ вычисляем:

$$\bar{x} = \frac{0,7 + 1,1 + 1,2 + 1,2 + 1,2 + 1,8}{6} = 1,2 \text{ м;}$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{6-1} [(0,7-1,2)^2 + (1,1-1,2)^2 + (1,2-1,2)^2 + (1,2-1,2)^2 + (1,2-1,2)^2 + (1,8-1,2)^2]} = 0,35 \text{ м,}$$

$$\text{откуда } U_n = \frac{1,8-1,2}{0,35} = 1,71.$$

В табл. 4.1 для $n = 6$ и $\alpha = 0,050$ находим $h = 1,82$.

В этом случае $U_n (1,71) < h (1,82)$, и, следовательно, для исключения результата 1,8 м нет оснований.

4.2. Результат измерения и оценка его среднего квадратического отклонения

За результат измерения принимают среднее арифметическое результатов наблюдений, в которые предварительно введены поправки для исключения систематических погрешностей. Стандарт допускает исключение систематической погрешности после вычисления среднего арифметического неисправленных результатов наблюдений, если в них содержится постоянная систематическая погрешность.

Среднее арифметическое результатов наблюдений

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (4.4)$$

где $x_1, x_2, \dots, x_n$ – случайная выборка объема n .

Когда значения x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) большие, целесообразно избрать «круглое» число a (начало отсчета), близкое к x , и вместо формулы (4.4) пользоваться формулой

$$\bar{x} = a + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - a). \quad (4.5)$$

Оценкой для генерального среднего квадратического отклонения σ нормального распределения является выборочное среднее квадратическое отклонение S результата наблюдения, определяемое по формуле

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (4.6)$$

Для большинства практических случаев целесообразно привести формулу (4.6) к следующему виду:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right]}. \quad (4.7)$$

Если определяют несмещенную оценку $\hat{S}$ для генерального среднего квадратического отклонения σ нормального распределения, применяют формулу

$$\hat{S} = M(v)S, \quad (4.8)$$

где S — выборочное среднее квадратическое отклонение результата наблюдения.

Значение коэффициента $M(v)$ дано в табл. 4.2 в зависимости от $v = n - 1$ при неизвестной генеральной средней.

Таблица 4.2

Значения коэффициентов $M(v)$

v	$M(v)$	v	$M(v)$	v	$M(v)$
1	1,253	8	1,032	15	1,017
2	1,128	9	1,028	16	1,016
3	1,085	10	1,025	17	1,015
4	1,064	11	1,023	18	1,014
5	1,051	12	1,021	19	1,013
6	1,042	13	1,019	20	1,013
7	1,036	14	1,018	25	1,010

Среднее квадратическое отклонение $\sigma(\tilde{A})$ результата измерения оценивают по формуле

$$S(\tilde{A}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{A})^2}{n(n-1)}}, \quad (4.9)$$

где x_i — i -й результат наблюдений; $\tilde{A}$ — результат измерения (среднее арифметическое исправленных результатов наблюдений); n — число результатов наблюдений; $S(\tilde{A})$ — оценка среднего квадратического отклонения результата измерения.

Пример 4.2

При твердосплавном бурении с обратной призабойной циркуляцией промывочной жидкости в определенном интервале скважины в процессе наблюдений по девяти рейсам был получен ряд значений механической скорости, м/ч: 4,30; 5,37; 6,76; 8,23; 4,03; 5,35; 4,97; 5,60; 6,21.

Требуется вычислить значения выборочных среднего $\bar{x}$, среднего квадратического отклонения S результата наблюдений, определить несмещенную оценку $\hat{S}$ и оценку среднего

квадратического отклонения результата измерения S ($\tilde{A}$). По формуле (4.4) находим выборочное среднее значение механической скорости бурения:

$$\bar{x} = \frac{1}{9}(4,30 + 5,37 + 6,76 + 8,23 + 4,03 + 5,35 + 4,97 + 5,60 + 6,21) = 5,65 \text{ м/ч.}$$

Среднее квадратическое отклонение результата наблюдения определяется согласно формуле (4.6), а вспомогательные расчеты рекомендуется оформить, как показано в табл. 4.3.

Таблица 4.3

Расчет оценки среднего квадратического отклонения

№ п. п.	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	- 1,35	1,8225
2	-0,28	0,0784
3	1,11	1,2321
4	2,58	6,6564
5	-1,62	2,6244
6	0,30	0,0900
7	-0,68	0,4624
8	-0,05	0,0025
9	0,56	0,3136
		$\Sigma = 13,2823$

$$S = \sqrt{\frac{1}{9-1} \sum_1^9 (x_i - 5,65)^2} = \sqrt{\frac{1}{8} \cdot 13,2823} = 1,29 \text{ м/ч.}$$

Для определения несмещенной оценки воспользуемся формулой (4.8) и табл. 4.2, в которой для $\nu = 9 - 1 = 8$ значение коэффициента $M(\nu)$ принимаем равным 1,032:

$$\hat{S} = 1,032 \cdot 1,29 = 1,33 \text{ м/ч.}$$

Среднее квадратическое отклонение результата измерения вычисляется по формуле (4.9), где в числителе подкоренного выражения поставим уже вычисленное значение суммы и приведенное в табл. 4.3.

$$S(\tilde{A}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^9 (x_i - 5,65)^2}{9(9-1)}} = \sqrt{\frac{13,2823}{72}} = 0,43 \text{ м/ч.}$$

Таблица 4.4

К выбору класса точности

Класс точности	I	II	III	IV	V
Коэффициент вариации, %	<8	8-15	15-25	25-33	>33

4.3. Коэффициент вариации и точность измерений

Дисперсия и среднее квадратическое отклонение - величины абсолютные, именованные и выражаются в тех же единицах, что и характеризуемый ими признак. Поэтому, когда возникает необходимость сравнивать изменчивость признаков, выраженных разными единицами, приходится пользоваться относительными показателями вариации. Одним из таких показателей является коэффициент вариации, который представляет процентное отношение среднего квадратического отклонения к средней арифметической, т. е.

$$V = \frac{S}{\bar{x}} 100 \% \quad (4.10)$$

При небольшом количестве наблюдений в формуле (4.10) используется несмещенная оценка $\hat{S}$ для генерального

среднего квадратического отклонения σ , определяемая по формуле (4.8).

В зависимости от величины коэффициента вариации можно принять к руководству следующие пять классов точности технологических показателей и расчетов в бурении (табл. 4.4).

Измерения по первому классу точности могут быть получены только при работе с точными измерительными приборами в лабораторных условиях. Ко второму классу относится большинство величин, получаемых при измерениях приборами в стволе скважины, а также при расчетах по формулам, которые принято считать точными. Точность этих расчетов всегда соответствует той, с которой были получены параметры, входящие в расчетные формулы. Третьему классу соответствуют данные, получаемые при расчете по большинству формул технологических процессов в стволе скважины. Четвертый класс точности соответствует грубым ориентировочным расчетам. Производственные данные, относящиеся к пятому классу точности, пригодны лишь для подтверждения той или иной качественной зависимости.

Пример 4.3

По данным примера 4.2 вычислить коэффициент вариации и определить класс точности.

В формулу (4.10) подставим вычисленные в примере 4.2 значения несмещенной оценки среднего квадратического отклонения $S = 1,33$ м/ч и среднего арифметического $\bar{x} = 5,65$ м/ч.

Тогда

$$V = \frac{1,33}{5,65} \cdot 100 \% = 23,5 \%$$

По табл. 4.4 определяем класс точности - третий.

4.4. Проверка гипотезы о принадлежности результатов наблюдений к нормальному распределению

1. Наиболее простым, но весьма приближенным методом оценки согласия результатов наблюдений с тем или иным законом распределения является графический метод. Опытные данные наносят на вероятностную бумагу и сравнивают с графиком принятой функции распределения, которая на вероятностной сетке изображается прямой линией. Если экспериментальные точки ложатся вблизи прямой со случайными отклонениями влево и вправо, то опытные данные соответствуют рассматриваемому закону распределения. Систематическое и значительное отклонение экспериментальных точек от аппроксимирующей прямой свидетельствует об ошибочности принятой модели для обоснования закона распределения исследуемой случайной величины.

2. Для приближенной проверки гипотезы о нормальности распределения могут быть использованы выборочные показатели асимметрии и эксцесса, которые определяются по формулам:

$$A_s = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{nS^3}; \quad (4.11)$$

$$E_x = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{nS^4} - 3, \quad (4.12)$$

где n — количество наблюдений; S — среднее квадратическое отклонение результата наблюдения.

При небольшом числе наблюдений n несмещенные оценки для показателей асимметрии A_s и эксцесса E_x определяют по формулам

$$\tilde{A}_s = \frac{\sqrt{n(n-1)}}{n-2} A_s; \quad (4.13)$$

$$\hat{E}_x = \frac{n-1}{(n-2)(n-3)} [(n+1)E_x + 6]. \quad (4.14)$$

При нормальном распределении обе эти вычисленные по формулам (4.13) и (4.14) оценки показателей асимметрии и эксцесса должны быть малы и, кроме того, сравнимы с их средними квадратическими отклонениями:

$$S_{\hat{A}_s} = \sqrt{\frac{6n(n-1)}{(n-2)(n+1)(n+3)}}; \quad (4.15)$$

$$S_{\hat{E}_x} = \sqrt{\frac{24n(n-1)^2}{(n-3)(n-2)(n+3)(n+5)}}. \quad (4.16)$$

Если выполняются условия

$$|\hat{A}_s| \leq 3S_{\hat{A}_s} \text{ и } |\hat{E}_x| \leq 5S_{\hat{E}_x}, \quad (4.17)$$

то гипотеза нормальности исследуемого распределения может быть принята.

Пример 4.4

Проверить гипотезу о нормальности распределения механической скорости бурения с помощью показателей асимметрии и эксцесса на основании данных, приведенных в примере 4.2.

По формулам (4.11) и (4.12) определяем выборочные показатели асимметрии и эксцесса:

$$A_s = \frac{\sum_{i=1}^9 (x_i - 5,65)^3}{9 \cdot 1,29^3} = \frac{11,695}{9 \cdot 2,147} = 0,61;$$

$$E_x = \frac{\sum_{i=1}^9 (x_i - 5,65)^4}{9 \cdot 1,29^4} - 3 = \frac{55,361}{9 \cdot 2,769} - 3 = -0,78.$$

Вычисляем несмещенные оценки для показателей асимметрии и эксцесса по формулам (4.13) и (4.14):

$$\hat{A}_s = \frac{\sqrt{9(9-1)}}{9-2} 0,61 = \frac{\sqrt{9 \cdot 8}}{7} 0,61 = 0,74;$$

$$\hat{E}_x = \frac{9-1}{(9-2)(9-3)} [(9+1)0,78 + 6] = \frac{8}{7 \cdot 6} [10 \cdot 0,78 + 6] = 2,63.$$

По формулам (4.15) и (4.16) вычисляем средние квадратические отклонения показателей асимметрии и эксцесса:

$$S_{\hat{A}_s} = \sqrt{\frac{6 \cdot 9(9-1)}{(9-2)(9+1)(9+3)}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 9 \cdot 8}{7 \cdot 10 \cdot 12}} = 0,72;$$

$$S_{\hat{E}_x} = \sqrt{\frac{24 \cdot 9(9-1)^2}{(9-3)(9-2)(9+3)(9+5)}} = \sqrt{\frac{24 \cdot 9 \cdot 8^2}{6 \cdot 7 \cdot 12 \cdot 14}} = 1,4.$$

Проверяем условия (4.17). В данном примере $0,74 < 2,16$ и $|-2,63| < 7,0$, что свидетельствует о выполнении указанных условий, и гипотеза нормальности распределения может быть принята.

3. Рассмотрим методику проверки согласия опытного распределения с нормальным или логарифмически нормальным распределением по критерию W для числа наблюдений $3 \leq n \leq 50$.

Результаты наблюдений случайной величины располагают в порядке их возрастания, т. е. получают упорядоченную выборку $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$.

Для вычисления статистики критерия

$$W = \frac{b^2}{\varphi^2} \quad (4.18)$$

определяют величины

$$b^2 = \left[\sum_{j=1}^l a_{n-j+1} (x_{n-j+1} - x_j) \right]^2 \quad (4.19)$$

и

$$\varphi^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n}, \quad (4.20)$$

для чего дополнительно составляется таблица по следующей форме (табл. 4.5). В графу 1 записывают значения порядкового индекса i для $i = 1, 2, \dots, n$. В графу 2 табл. 4.5 заносят соответствующие значения упорядоченной выборки x_i , $i = 1, 2, \dots, n$, а в графу 3 – значения их квадратов x_i^2 . В графу 4 записывают значение порядкового индекса j для $j = 1, 2, \dots, e$ в обратном порядке, чем индекс i . При этом $e = n / 2$, если n четное и $e = (n - 1) / 2$, если n нечетное. Далее, в графу 5 записывают к индексу j соответствующие величины коэффициентов a_{n-j+1} . Эти коэффициенты для данного n и e находят по табл. 4.6. В графу 6 табл. 4.5 записывают вычисленные разности чисел $x_{n-j+1} - x_j$ для $j = 1, 2, \dots, e$, а в графу 7 – значения произведений $a_{n-j+1}(x_{n-j+1} - x_j)$ для $j = 1, 2, \dots, e$.

Гипотезу проверяют на основании неравенства

$$W \geq W^*, \quad (4.21)$$

где W^* — критическое значение критерия для данного уровня значимости α и числа наблюдений n (табл. 4.7).

Если выполняется неравенство (4.21), то гипотеза принимается.

Таблица 4.5

**Данные для построения проверки согласия
распределения с теоретическим
по критерию W**

i	x_i	x_i^2	j	a_{n-j+1}	$x_{n-j+1} - x_j$	(5)·(6)
1	2	3	4	5	6	7
1	x_1	x_1^2	-	-	-	-
2	x_2	x_2^2	-	-	-	-
...	...	...	...	...	...	...
$n - e + 1$	x_{n-e+1}	x_{n-e+1}^2	e	a_{n-e+1}	$x_{n-e+1} - x_e$	$a_{n-e+1} (x_{n-e+1} - x_e)$
...	...	...	...	...	...	...
$n - 1$	x_{n-1}	x_{n-1}^2	2	a_{n-1}	$x_{n-1} - x_2$	$a_{n-1} (x_{n-1} - x_2)$
n	x_n	x_n^2	1	a_n	$x_n - x_1$	$a_n (x_n - x_1)$
-	$\sum_{i=1}^n x_i$	$\sum_{i=1}^n x_i^2$	-	-	-	$\sum_{j=1}^l a_{n-j+1} (x_{n-j+1} - x_j)$

Пример 4.5

По результатам наблюдений, приведенных в примере 4.2, проверить с помощью критерия W гипотезу о нормальном распределении значений механической скорости бурения. Принять $\alpha = 0,05$.

Результаты наблюдений за механической скоростью бурения приводим в форме упорядоченной выборки в графе 2 табл. 4.8, а в третьей графе — их вторые степени. Так как $n = 9$, то $e = 4$, и, следовательно, в графу 4 запишем индекс j , который находится между 1 и 4. В табл. 4.6 находим коэффициенты a_{n-j+1} для $n = 9$ и четырех значений j (1, 2, 3, 4) и записываем их в графу 5. Далее вычисляем разности $x_{n-j+1} - x_j$ для $j=1, 2, 3, 4$ (графа 6) и значения $a_{n-j+1} (x_{n-j+1} - x_j)$, которые записываем в графу 7.

Определяем величины

$$b^2 = 3,54^2 = 12,53;$$

и

$$\varphi^2 = 50,82 - \frac{300,24}{9} = 17,46.$$

Таблица 4.6

Значения коэффициентов a_{n-j+1}

Коэффициент a_{n-j+1} для вычисления критерия W при n										
i	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0,7071	0,6872	0,6646	0,6431	0,6233	0,6052	0,5888	0,5739	0,5601	0,5475
2	—	0,1677	0,2413	0,2806	0,3031	0,3164	0,3244	0,3291	0,3315	0,3325
3	—	—	—	0,0875	0,1401	0,1743	0,1976	0,2141	0,2260	0,2347
4	—	—	—	—	—	0,0561	0,0947	0,1 224	0,1429	0,1586
5	—	—	—	—	—	—	—	0,0399	0,0695	0,0922
6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,0303
Коэффициент a_{n-j+1} для вычисления критерия W при n										
i	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
1	0,5359	0,5251	0,5150	0,5056	0,4968	0,4886	0,4808	0,4734	0,4643	0,4590
2	0,3325	0,3318	0,3306	0,3290	0,3273	0,3253	0,3232	0,3211	0,3185	0,3156
3	0,2412	0,2460	0,2495	0,2521	0,2540	0,2553	0,2661	0,2565	0,2578	0,2571
4	0,1707	0,1802	0,1878	0,1939	0,1988	0,2027	0,2059	0,2085	0,2119	0,2131
5	0,1099	0,1240	0,1353	0,1447	0,1524	0,1587	0,1641	0,1686	0,1736	0,1764
6	0,0539	0,0727	0,0880	0,1005	0,1109	0,1197	0,1271	0,1334	0,1399	0,1443
7	—	0,0240	0,0433	0,0593	0,0725	0,0837	0,0932	0,1013	0,1092	0,1150
8	—	—	—	0,0196	0,0359	0,0496	0,0612	0,0711	0,0804	0,0878
9	—	—	—	—	—	0,0163	0,0303	0,0422	0,0530	0,0618
10	—	—	—	—	—	—	—	0,0140	0,0263	0,0368
11	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,0122

На основании (4.18) вычисляем статистику критерия:

$$W = \frac{12,53}{17,46} = 0,718$$

и сопоставляем с критическим значением, взятым из табл. 4.7 для $n = 9$ и $\alpha=0,05$, $W^* = 0,829$. Условие (4,21) не выполняется, т. е. эмпирическое распределение не соответствует нормальному распределению.

4.5. Вычисление доверительных границ случайной погрешности результата измерения

Получив оценку результата измерения и проверив рассмотренными критериями гипотезу о принадлежности результатов наблюдений нормальному распределению, необходимо выяснить, насколько эта оценка может изменяться при повторных измерениях, выполняемых в тех же условиях.

Таблица 4.7

Значение критерия W^*

n	Квантиль распределения критерия W при α			n	Квантиль распределения критерия W при α		
	0,01	0,05	0,10		0,01	0,05	0,10
3	0,753	0,767	0,789	17	0,851	0,892	0,910
4	0,687	0,748	0,792	18	0,858	0,897	0,914
5	0,686	0,762	0,806	19	0,863	0,901	0,917
6	0,713	0,788	0,826	20	0,868	0,905	0,920
7	0,730	0,803	0,838	21	0,873	0,908	0,923
8	0,749	0,818	0,851	22	0,878	0,911	0,926
9	0,764	0,829	0,859	23	0,881	0,914	0,928
10	0,781	0,842	0,869	24	0,884	0,916	0,930
11	0,792	0,850	0,876	25	0,888	0,918	0,931
12	0,805	0,859	0,883	26	0,891	0,920	0,933
13	0,814	0,866	0,889	27	0,894	0,923	0,935
14	0,825	0,874	0,895	28	0,896	0,924	0,936
15	0,835	0,881	0,901	29	0,898	0,926	0,937
16	0,844	0,887	0,906	30	0,900	0,927	0,939

Этот вопрос выясняется с помощью построения доверительного интервала. Так называется вычисленный по выборочным значениям интервал, который с заданной вероятностью, называемой доверительной, накрывает истинное, но не известное нам значение измеряемой величины.

Построение доверительного интервала основано на t -распределении Стьюдента с числом степеней свободы $\nu = n-1$, при этом доверительная вероятность принимается равной 0,95 или 0,99 и лишь иногда 0,90.

При большом числе степеней свободы ($\nu > 30$) t – распределение сходится к нормальному. Чем меньше число степеней свободы, тем сильнее расхождение между t – распределением и нормальным.

Таблица 4.8

Данные для вычисления критерия

i	x_i	x_i^2	j	a_{9-j+1}	$x_{9-j+1} - x_j$	(5)·(6)
1	2	3	4	5	6	7
1	4,03	16,24	—	—	—	—
2	4,30	18,49	—	—	—	—
3	4,97	24,70	—	—	—	—
4	5,35	28,62	—	—	—	—
5	5 37	28,84	—	—	—	—
6	5 60	31,36	4	0,0947	5,60-5,35=0,25	0,023675
7	6 21	38,56	3	0,1976	6,21-4,97=1,24	0,245024
8	6 76	45,70	2	0,3244	6,76-4,30=2,46	0,798024
9	8,23	67,73	1	0,5888	8,23-4,03=4,20	2,472960
Σ	50,82	300,24				3,539683≈3,54

Доверительные интервалы для генерального среднего m_x при неизвестном значении σ^2 находят из выражения

$$\bar{x} - \frac{S}{\sqrt{n}} t \leq m_x \leq \bar{x} + \frac{S}{\sqrt{n}} t, \quad (4.22)$$

где $\bar{x}$ и S – выборочные характеристики; t – коэффициент Стьюдента, который в зависимости от доверительной вероятности P и числа результатов наблюдений n находят по табл. 4.9.

Таблица 4.9

Значение коэффициента t для случайной величины, имеющей распределение Стьюдента с $\nu = n-1$ степенями свободы

$n-1$	P=0,95	P=0,99	$n-1$	P=0,95	P=0,99	$n-1$	P=0,95	P=0,99
3	3,182	5,841	13	2,160	3,012	23	2,069	2,807
4	2,776	4,604	14	2,145	2,977	24	2,064	2,797
5	2,571	4,032	15	2,131	2,947	25	2,060	2,787
6	2,447	3,707	16	2,120	2,921	26	2,056	2,779
7	2,365	3,499	17	2,110	2,898	27	2,052	2,771
8	2,306	3,355	18	2,101	2,878	28	2,048	2,763
9	2,262	3,250	19	2,093	2,861	29	2,045	2,756
10	2,228	3,169	20	2,086	2,845	30	2,043	2,750
11	2,201	3,106	21	2,080	2,831	40	2,021	2,704
12	2,179	3,055	22	2,074	2,819	60	2,000	2,660

Имея в виду, что $\frac{S}{\sqrt{n}} = S(\tilde{A})$, доверительный интервал

для генерального среднего m_x можно выразить так:

$$\bar{x} - tS(\tilde{A}) \leq m_x \leq \bar{x} + tS(\tilde{A}), \quad (4.23)$$

где $S(\tilde{A})$ – оценка среднего квадратического отклонения результата измерения, полученная по формуле (4.9). В компактной форме границы доверительного интервала можно записать следующим образом:

$$\bar{x} \pm tS(\tilde{A}). \quad (4.24)$$

Величина $e = tS(\tilde{A})$ выражения (4.24) определяет доверительные границы случайной погрешности результата измерения.

Пример 4.6

По данным из примера 4.2 ($\bar{x} = 5,65$ м/ч и $S(\tilde{A}) = 0,43$ м/ч) вычислить доверительные границы случайной погрешности результата измерения механической скорости бурения при доверительной вероятности $P = 0,95$.

По табл. 4.9 для $v = 9 - 1 = 8$ и $P = 0,95$ находим $t = 2,306$.

На основании формулы (4.23) имеем:

$$5,65 - 2,306 \cdot 0,43 \leq m_x \leq 5,65 + 2,306 \cdot 0,43;$$

$$4,66 \text{ м/ч} \leq m_x \leq 6,64 \text{ м/ч}$$

или в компактной форме (4.24): $5,65 \text{ м/ч} \pm 0,99 \text{ м/ч}$.

4.6. Определение необходимого количества наблюдений

Со значительными затратами времени и средств связано получение большого количества экспериментальных данных в бурении. Поэтому важно уметь определять необходимое количество наблюдений с целью получения среднего значения интересующего нас признака с требуемой точностью при заданной надежности (доверительной вероятности).

Минимально необходимое число наблюдений рассчитывается из выражения (4.22), в котором

$$e = \frac{S}{\sqrt{n}} t, \text{ и тогда } n = \frac{S^2 t^2}{e^2}. \quad (4.25)$$

Если представить величину доверительного интервала ε в долях от среднего квадратического отклонения S , т. е. $q = \varepsilon/S$, то формула (4.25) по определению необходимого числа наблюдений будет иметь вид

$$n = \frac{t^2}{q^2}. \quad (4.26)$$

Для удобства решения этой задачи можно воспользоваться, например, табл. 4.10. В ней приведены величины количества наблюдений, которое необходимо иметь, чтобы при заданных значениях вероятности P доверительный интервал ε исследуемого признака был не более доли q среднего квадратического отклонения S .

Таблица 4.10

Минимальное необходимое количество наблюдений

q	Доверительная вероятность P							
	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,95	0,99	0,999
1,0	2	2	3	4	5	7	11	17
0,5	3	4	6	9	13	18	31	50
0,4	4	6	8	12	19	27	46	74
0,3	6	9	13	20	32	46	78	127
0,2	13	19	29	43	70	99	171	277
0,1	47	72	109	166	273	387	668	1089

Из табл. 4.10 видно, как быстро растет количество наблюдений с уменьшением q и с увеличением P . Поэтому для достижения требуемой точности значений исследуемого признака необходимо больше уделять внимания точности отдельных наблюдений, отражающихся на величине среднего квадратического отклонения S , а не их числу; задаваться чрезмерным значением P нецелесообразно. Величина надежности (доверительной вероятности) в зависимости от характера поставленной задачи может быть принята равной 0,99; 0,95; 0,90 и т. д. При технологических исследованиях в бурении обычно принимают $P = 0,95$; при испытаниях бурового оборудования и инструмента – 0,95 - 0,8.

Так как при $q > 1$ величины $\bar{x}$ и S не могут устойчиво характеризовать генеральную совокупность, то при решении рассматриваемой задачи не следует брать q больше 1. При $q=1$ минимальное необходимое количество наблюдений должно быть: а) для ориентировочных расчетов ($P = 0,90$) не менее 5; б) для инженерно-технических расчетов ($P = 0,95$) не менее 7; в) для научно-экспериментальных расчетов ($P = 0,99$) не менее 11. Из табл. 4.10 видно, что чем сильнее рассеивание (колебание) значений исследуемого признака и чем большая требуется точность, тем больше необходимо иметь наблюдений.

4.7. Проверка однородности наблюдений

Измерения с большими случайными погрешностями требуют настороженного внимания. Необходимо удостовериться в том, что получаемые результаты статистически подконтрольны, устойчивы, т. е. что результаты наблюдений группируются вокруг одного и того же центра и имеют одну и ту же дисперсию. Если метод измерения и объект исследования изучены мало, то наблюдения при таком измерении нужно повторять до тех пор, пока не появится уверенность в устойчивом характере этих результатов. Тем самым определяются продолжительность исследования и необходимое число наблюдений.

Устойчивость измерений часто оценивается интуитивно на основе длительных наблюдений. Однако известны математические методы, полезные для решения рассматриваемой задачи, так называемые методы проверки, однородности. Применительно к измерениям рассматривается однородность групп наблюдений. Необходимые признаки однородности групп наблюдений состоят в том, что оценки средних арифметических и дисперсий не должны иметь значимых смещений относительно друг друга.

Выбор групп для контроля однородности остается задачей специалиста-экспериментатора, так же как и ограничение одной группы от другой. Обычно наблюдения, выполненные через интервалы времени, большие, чем время для получения какой-то совокупности результатов наблюдений, относят к разным группам. Целесообразно иметь в группе порядка 5-10 наблюдений и лучше — несколько таких групп, чем одну группу с большим числом наблюдений.

Приведем некоторые из числа наиболее часто применяемых методов проверки допустимости различия между оценками дисперсий и различия между средними арифметическими групп наблюдений. Предполагается при этом,

что распределения наблюдений предварительно проверены на нормальность.

1. Проверка допустимости различия между оценками дисперсий выполняется с помощью критерия Фишера в случае двух групп наблюдений и критерия Бартлетта, если групп больше. Приведем критерий Фишера.

Пусть несмещенные оценки дисперсий этих групп S_1^2 и S_2^2 , причем $S_1^2 > S_2^2$. Число наблюдений в группах n_1 и n_2 , так что степени свободы равны соответственно $\nu_1 = n_1 - 1$ и $\nu_2 = n_2 - 1$.

Составляем отношение двух дисперсий S_1^2 и S_2^2 и получаем статистику:

$$F_p = \frac{S_1^2}{S_2^2}. \quad (4.27)$$

Затем из табл. 4.11 при заданном уровне значимости и для степеней свободы ν_1 и ν_2 выбираем значение F_T .

Гипотеза принимается, т. е. оценки дисперсий можно считать отвечающими одной и той же дисперсии, если выполняется неравенство $F_p < F_T$. Уровень значимости при этом удваивается.

Табл. 4.11 содержит верхние границы значимости F -распределения для дисперсионного анализа при одностороннем критерии. Как правило, нас интересуют отклонения в обе стороны, и мы применяем двусторонний критерий. Если, например, мы проверяем гипотезу при уровне значимости 0,1 (10 %-ные границы), то необходимо использовать таблицу при уровне значимости 0,05 (5 %-ные границы).

Пример 4.7

В процессе наблюдений были получены два ряда значений средней механической скорости бурения в двух соседних интервалах скважины (по девяти и десяти рейсам соответственно):

1. 6,90; 8,96; 6,80; 5,20; 3,80; 4,20; 8,00; 6,80; 9,80 м/ч.

2. 8,57; 9,42; 8,96; 7,17; 9,09; 8,78; 4,44; 5,00; 9,57; 7,44 м/ч.

Проверить гипотезу об однородности (равенстве) дисперсий при уровне значимости 0,1.

Определяем статистические характеристики:

$n_1 = 9$; $\bar{x}_1 = 6,72$ м/ч; $S_1^2 = 4,17$ м/ч.

$n_2 = 10$; $\bar{x}_2 = 7,84$ м/ч; $S_2^2 = 3,33$ м/ч.

Составляем отношение $F_p = 4,17/3,33 = 1,25$.

По табл. 4.11 для уровня значимости 0,05 при $\nu = 9 - 1$ и $\nu_2 = 10 - 1 = 9$ степеней свободы находим $F_T = 3,23$.

Так как $F_p = 1,25 < F_T = 3,23$, то гипотеза об однородности дисперсий принимается.

2. Проверка допустимости различий между средними арифметическими для двух групп наблюдений производится с помощью критерия Стьюдента. При большом числе групп допустимость различия между средними арифметическими проверяется с помощью критериев Фишера и Аббе.

Рассмотрим сравнение средних арифметических для двух групп наблюдений (табл. 4.12).

Таблица 4.11

**Верхние доверительные границы F -распределения при
уровнях значимости 0,05 (верхняя строка)
и 0,01 (нижняя строка)**

$\nu_2 = n_2 - 1$	$\nu_1 = n_1 - 1$ (для большей дисперсии)												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20
1	161,4 4052	199,5 4999	215,7 5403	224,6 5625	230,2 5764	234,0 5859	236,9 5928	238,9 5982	240,5 6022	241,9 6056	243,9 6106	245,9 6157	248,0 6209
2	18,51 98,50	19,00 99,00	9,16 99,17	9,25 99,25	9,30 99,30	19,33 99,33	9,35 99,36	9,37 99,37	9,38 99,39	9,40 99,40	9,41 99,42	9,43 99,43	9,45 99,45
3	10,13 34,12	9,55 30,82	9,28 29,46	9,12 28,71	9,01 28,24	8,94 27,91	8,89 27,67	8,85 27,49	8,81 27,35	8,79 27,23	8,74 27,05	8,70 26,87	8,66 26,69
4	7,71 21,20	6,94 18,00	6,59 16,69	6,39 15,98	6,26 15,52	6,16 15,21	6,09 14,98	6,04 14,80	6,00 14,66	5,96 14,55	5,91 14,47	5,86 14,40	5,80 14,02
5	6,61 16,26	5,79 13,27	5,41 12,06	5,19 11,39	5,05 10,97	4,95 10,67	4,88 10,46	4,82 10,29	4,77 10,16	4,74 10,05	4,68 9,89	4,62 9,72	4,56 9,55
6	5,99 13,75	5,14 10,92	4,76 9,78	4,53 9,15	4,39 8,75	4,28 8,47	4,21 8,26	4,15 8,10	4,10 7,98	4,06 7,87	4,00 7,72	3,94 7,56	3,87 7,40
7	5,59 12,25	4,74 9,55	4,35 8,45	4,12 7,85	3,97 7,46	3,87 7,19	3,79 6,99	3,73 6,84	3,68 6,72	3,64 6,62	3,57 6,47	3,51 6,31	3,44 6,16
8	5,32 11,26	4,46 8,65	4,07 7,59	3,84 7,01	3,69 6,63	3,58 6,37	3,50 6,18	3,44 6,03	3,39 5,91	3,35 5,81	3,28 5,67	3,22 5,52	3,15 5,36
9	5,12 10,56	4,26 8,02	3,86 6,99	3,63 6,42	3,48 6,06	3,37 5,80	3,29 5,61	3,23 5,47	3,18 5,35	3,14 5,26	3,07 5,11	3,01 4,96	2,94 4,81
10	4,96 10,04	4,10 7,56	3,71 6,55	3,48 5,99	3,33 5,64	3,22 5,39	3,14 5,20	3,07 5,06	3,02 4,94	2,98 4,85	2,91 4,71	2,84 4,56	2,77 4,41

Продолжение таблицы 4.11

$v_2=n_2-1$	$v_1=n_1-1$ (для большей дисперсии)												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,79	2,72	2,65
	9,65	7,21	6,22	5,67	5,32	5,07	4,89	4,74	4,63	4,54	4,40	4,25	4,10
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,69	2,62	2,54
	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,64	4,50	4,39	4,30	4,16	4,01	3,86
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,60	2,53	2,44
	9,07	6,70	5,74	5,21	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	3,96	3,82	3,66
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,53	2,46	2,39
	8,86	6,51	5,56	5,04	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,80	3,66	3,51
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,40	2,33
	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,67	3,52	3,37
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,35	2,28
	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,55	3,41	3,26
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,31	2,23
	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,46	3,31	3,16
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,27	2,19
	8,29	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,84	3,71	3,60	3,51	3,37	3,23	3,08
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	2,23	2,16
	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52	3,42	3,30	3,1E	3,00
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,7	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	2,20	2,12
	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,70	3,56	3,46	3,37	3,23	3,09	2,94

Таблица 4.12

**Сравнение двух средних значений из приближенно
нормально распределенных генеральных совокупностей**

Объемы выборок	Дисперсии	
	равны: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	неравны: $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$
Равны $n_1 = n_2 = n$	$t_p = \frac{ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 }{\sqrt{\frac{S_1^2 + S_2^2}{n}}}$ $v = 2n - 2$ (1)	$t_p = \frac{ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 }{\sqrt{\frac{S_1^2 + S_2^2}{n}}}$ $v = n - 1 + \frac{2n - 2}{\frac{S_1^2}{S_2^2} + \frac{S_2^2}{S_1^2}}$ (2)
Неравны $n_1 \neq n_2$	$t_p = \frac{ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 }{\sqrt{\left[\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2} \right] \left[\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \right]}}$ $v = n_1 + n_2 - 2$ (3)	$t_p = \frac{ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 }{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$ $v = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2} \right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} \right)^2}{n_1 + 1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2} \right)^2}{n_2 + 1}} - 2$ (4)

Если вычисленное по приведенным формулам в табл. 4.12 значение t -критерия окажется меньше табличного ($t_p < t_T$) при выбранной доверительной вероятности и числе степеней свободы v (определяется по формулам в табл. 4.12), то различие между средними арифметическими считается допустимым.

Значения t -критерия при различных доверительных вероятностях для двустороннего критерия приведены в табл. 4.13.

Пример 4.8

По данным, приведенным в примере 4.7, сравните два средних значения при доверительной вероятности 0,95.

Таблица 4.13

Распределение Стьюдента

Число степеней свободы ν	Доверительная вероятность			Число степеней свободы ν	Доверительная вероятность		
	0,90	0,95	0,99		0,90	0,95	0,99
1	6,314	12,706	63,657	16	1,746	2,120	2,921
2	2,920	4,303	9,925	17	1,740	2,110	2,898
3	2,353	3,182	5,841	18	1,734	2,101	2,878
4	2,132	2,776	4,604	19	1,729	2,093	2,861
5	2,015	2,571	4,032	20	1,725	2,086	2,845
6	1,943	2,447	3,707	21	1,721	2,080	2,831
7	1,895	2,365	3,499	22	1,717	2,074	2,819
8	1,860	2,306	3,355	23	1,714	2,069	2,807
9	1,833	2,262	3,250	24	1,711	2,064	2,797
10	1,812	2,228	3,169	25	1,708	2,060	2,787
11	1,796	2,201	3,106	26	1,706	2,056	2,779
12	1,782	2,179	3,055	27	1,703	2,052	2,771
13	1,771	2,160	3,012	28	1,701	2,048	2,763
14	1,761	2,145	2,977	29	1,699	2,045	2,756
15	1,753	2,131	2,947	30	1,697	2,042	2,750

Так как гипотеза об однородности дисперсий принята (дисперсии равны), объемы выборок неравны, то вычисление t -критерия и ν проводятся по формулам (3) табл. 4.12.

$$t_p = \frac{|6,72 - 7,84|}{\sqrt{\left[\frac{9+10}{9 \cdot 10} \right] \left[\frac{(9-1) \cdot 4,17 + (10-1) \cdot 3,33}{9+10-2} \right]}} = 1,263;$$

$$\nu = 9 + 10 - 2 = 17.$$

По табл. 4.13 находим значение t_t при заданной доверительной вероятности 0,95 и числе степеней свободы

$v=17$, $t_r=2,110$ и сравниваем с $t_p=1,263$.

Поскольку $t_p < t_r$ ($1,263 < 2,110$), то различие между средними значениями механической скорости бурения в двух интервалах скважины считается допустимым (незначимым).

Контрольные вопросы

1. Какие операции необходимо выполнить при статистической обработке группы результатов наблюдений?
2. Как можно исключить грубую погрешность?
3. Что принимается за результат измерения и как оценивается его среднее квадратическое отклонение?
4. Дайте характеристику классов точности в зависимости от величины коэффициента вариации.
5. Какие методы используются для проверки гипотезы о принадлежности результатов наблюдений к нормальному распределению?
6. Как вычисляются доверительные границы случайной погрешности результата измерения?

5. ПОЛНЫЙ ФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Одной из основных задач эксперимента является задача идентификации, т. е. построение с помощью полученных экспериментальных данных математической модели.

Эта задача играет большую роль при автоматизации технологических процессов (объектов), так как отсутствие работоспособной математической модели не позволяет осуществлять их оптимальное управление и оптимизацию.

Построение математического описания (идентификация) сложного объекта предполагает, с одной стороны, глубокое теоретическое изучение механизма протекающих в нем явлений, с другой — четко спланированный эксперимент для проверки гипотез относительно структуры модели и оценки ее коэффициентов.

При проведении экстремальных экспериментов необходимо найти область оптимума и описать ее математической моделью при наименьшем количестве опытов. Чтобы избежать полиномов высокого порядка, используется шаговый метод изучения поверхности отклика. При этом методе исследователь вначале ставит небольшую серию опытов для локального описания малого участка поверхности отклика полиномом первой степени. На этом этапе используется полный факторный эксперимент (ПФЭ) или планы дробных реплик.

Под полным факторным экспериментом понимается такой эксперимент, в котором реализуются все возможные, неповторяющиеся комбинации уровней факторов.

Если число факторов равно k , а число уровней каждого из них равно p , то число комбинаций N при полном факторном эксперименте соответствует количеству независимых опытов и равно p^k , т. е. $N = p^k$. Чаше встречаются планы эксперимента типа 2^k , реже 3^k и очень редко при $p > 3$, в связи с резким увеличением числа опытов N .

Сущность полного факторного эксперимента первого порядка состоит в одновременном варьировании всех факторов при его проведении по определенному плану, представлении математической модели (функции отклика) в виде линейного полинома и его исследовании методами математической статистики.

Полный факторный эксперимент типа 2^k позволяет описать исследуемый процесс (объект) математической моделью вида

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i \neq j}^k b_{ij} x_i x_j . \quad (5.1)$$

Планирование и реализация полного факторного эксперимента состоит из следующих основных этапов: выбора параметра оптимизации, факторов и уровней их варьирования; кодирования факторов; составления матрицы эксперимента; рандомизации опытов; реализации плана эксперимента и

статистической проверки результатов эксперимента. Рассмотрим эти этапы подробнее.

5.1. Выбор области определения, основного уровня и интервалов варьирования факторов

С учетом требований, предъявляемых к параметру оптимизации и факторам (см. 1.4 и 1.5), производят их выбор, после чего приступают к определению локальной области факторного пространства.

Вначале оцениваются границы областей определения факторов, задаваемые либо принципиальными ограничениями, которые не могут быть нарушены ни при каких обстоятельствах, либо технико-экономическими соображениями (стоимость, время ведения процесса и др.), либо конкретными условиями проведения процесса (существующая аппаратура, технология и др.). Установление области определения факторов связано с тщательным анализом априорной информации, т. е. информации, полученной до начала эксперимента.

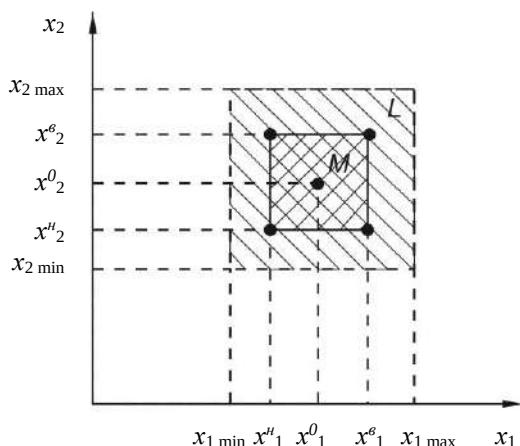


Рис. 5.1. Геометрическая интерпретация области определения факторов и подобласти для планирования эксперимента

Априорную информацию получают из литературных источников, с оценкой результатов исследования аналогичных объектов, на основании опроса специалистов, работающих в области исследуемых процессов. Каких-либо специальных требований к сбору априорной информации не существует, хотя у каждого экспериментатора есть своя система и методика. Основную часть информации об объекте исследования получают из опытов, которые проводятся при наладке лабораторной установки (стенда) и при постановке в последующем небольшого числа опытов по определенным планам с применением отсеивающих экспериментов.

После выбора области определения факторов необходимо найти локальную подобласть, в которой будет проведена первая серия опытов. На рис. 5.1 представлена геометрическая интерпретация области определения факторов L и подобласти M для случая планирования эксперимента с двумя факторами – x_1 и x_2 . Процедура выбора этой подобласти M включает выбор основных (нулевых) уровней x_i^0 и интервалов варьирования факторов. Заметим при этом, что правильный выбор основных (нулевых) уровней (центра эксперимента) и интервалов варьирования факторов имеет решающее значение для действенности математической модели.

Основным, или нулевым уровнем фактора, называют его значение, принятое за исходное в плане эксперимента. В качестве исходной точки обычно выбирают точку, соответствующую наилучшим значениям параметра оптимизации, определенным из анализа априорной информации. Если эта точка лежит на границе (или близко к границе) области определения факторов, то приходится выбирать основной уровень с определенным сдвигом от наилучших условий.

Дальнейшее построение плана эксперимента состоит в выборе экспериментальных точек, симметричных относительно исходной точки, или, что одно и то же, центра плана. Это достигается с помощью интервалов варьирования факторов.

Интервалом варьирования фактора называют число (свое для каждого фактора), прибавление которого к основному (нулевому) уровню дает верхний уровень фактора, а вычитание – нижний. Обозначим его $\Delta \tilde{x}_i$. При решении задач оптимизации интервал варьирования факторов должен составлять часть области определения факторов, чтобы была возможность осуществить движение к оптимуму в пределах этой области. В задачах же аппроксимации (или интерполяции) интервал варьирования охватывает всю описываемую область, т. е. для двухфакторной задачи верхними уровнями факторов x_1 и x_2 являются $\tilde{x}_{1\max}$ и $\tilde{x}_{2\max}$, а нижними уровнями – $\tilde{x}_{1\min}$ и $\tilde{x}_{2\min}$.

Тогда область L можно назвать интерполяционной, а область M — областью постановки экстремального эксперимента.

На выбор интервалов варьирования факторов накладываются естественные ограничения сверху и снизу. Например, интервал варьирования не может быть меньше погрешности фиксирования фактора, иначе верхний и нижний уровни окажутся неразличимыми. С другой стороны, интервал варьирования не может быть настолько большим, чтобы верхний или нижний уровни оказались за пределами области определения факторов.

Выбор интервалов варьирования отдельных факторов при решении оптимизационной задачи в большей степени субъективен, но в то же время это очень важный и ответственный момент в планировании эксперимента. Здесь нужно использовать априорную информацию о точности фиксирования факторов (определяется точностью приборов и стабильностью уровня в ходе опыта), о кривизне поверхности отклика (определяется по графикам однофакторных зависимостей, табличным данным, а также исходя из теоретических предположений) и диапазоне изменения параметра оптимизации, который считается узким, если незначительно превышает интервал рассеивания значений параметра в повторных (параллельных) опытах. В зависимости

от этой информации интервалы варьирования факторов бывают узкими, средними и широкими. Например, при высокой точности фиксирования уровней факторов и сильно выраженной кривизне поверхности отклика нужно выбрать узкий интервал варьирования. При высокой точности фиксирования уровней, нелинейной поверхности отклика и широком диапазоне изменения параметра оптимизации требуются узкие интервалы варьирования факторов и, наоборот, при низкой точности фиксирования уровней, поверхности с малой кривизной и узким диапазоном изменения параметра интервал варьирования факторов выбирается широким.

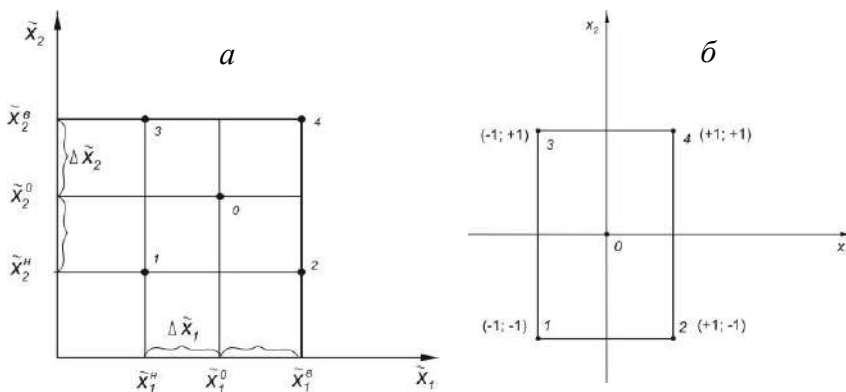


Рис. 5.2. Геометрическая интерпретация полного факторного эксперимента для двух факторов:

а – в натуральных единицах; б – в кодированной форме

Размер интервала варьирования составляет некоторую долю от области определения фактора. Ориентировочно можно считать, что узкие интервалы варьирования факторов должны составлять не более 10 % от области определения соответствующих факторов, средние интервалы варьирования – не более 30 %, широкие интервалы — в остальных случаях.

Выбрав основной уровень и интервалы варьирования факторов, приступают к построению плана проведения эксперимента.

Первый этап планирования эксперимента для получения линейной модели основан на варьировании факторов на двух уровнях — $\tilde{x}_i^B$ и $\tilde{x}_i^H$, симметрично расположенных относительно основного (нулевого) уровня $\tilde{x}_i^0$ (рис. 5.2, а). Так как каждый фактор принимает лишь два значения: $\tilde{x}_i^B = \tilde{x}_i^0 + \Delta\tilde{x}_i$ и $\tilde{x}_i^H = \tilde{x}_i^0 - \Delta\tilde{x}_i$, для стандартизации, упрощения записи условий эксперимента удобно закодировать их символами «+1» и «-1». С этой целью масштабы по осям выбираются так, чтобы верхний уровень соответствовал «+1», нижний — «-1», а основной (нулевой) — «0» (рис. 5.2, б).

Кодирование — это перевод натуральных значений уровней факторов в кодированные безразмерные величины с целью построения стандартной матрицы эксперимента. Для факторов с непрерывной областью определения это всегда можно сделать с помощью преобразования:

$$x_i = \frac{\tilde{x}_i - \tilde{x}_i^0}{\Delta\tilde{x}_i}, \quad (5.2)$$

где x_i — кодированное значение i -го фактора; $\tilde{x}_i$ — натуральное текущее значение i -го фактора; $\tilde{x}_i^0$ — натуральное значение основного (нулевого) уровня i -го фактора;

$\Delta\tilde{x}_i = \frac{\tilde{x}_i^B - \tilde{x}_i^H}{2}$ — интервал (шаг) варьирования i -го фактора.

Кодирование факторов означает переход от системы координат в натуральных единицах (см. рис. 5.2, а) к системе координат в кодированной форме (см. рис. 5.2, б).

Расположение точек для двух исследуемых факторов в кодированной форме приведено на рис. 5.2, б. Здесь каждая точка факторного пространства $(-1, -1)$, $(+1, -1)$, $(-1, +1)$, $(+1, +1)$ — это опыт в эксперименте.

По аналогии можно дать геометрическую интерпретацию и для трех факторов. Геометрической интерпретацией полного факторного эксперимента 2^3 служит куб, координаты вершин которого задают условия опытов.

В общем случае план эксперимента типа 2^k (при $k>3$) геометрически представляет собой совокупность точек, расположенных в вершинах гиперкуба, размещенного в многомерном пространстве. Пространство, заключенное внутри гиперкуба, или гиперсферы, описывающей гиперкуб, и является областью планирования.

Пример 5.1

При оптимизации процесса алмазного бурения в качестве управляемых факторов выбрали осевую нагрузку x_1 и частоту вращения x_2 .

На основе априорной информации принята следующая область определения факторов: $\tilde{x}_1=10\div 30$ кН и $\tilde{x}_2 = 500\div 1000$ об/мин. Априорно считается, что наилучшим сочетанием уровней факторов будет $\tilde{x}_1 = 15$ кН и $\tilde{x}_2 = 700$ об/мин. Также априорно известно, что поверхность отклика нелинейная, а диапазон изменения параметра оптимизации широкий. Точность фиксирования уровней факторов высокая.

Определить интервалы варьирования уровней каждого фактора, вычислить значение их уровней и закодировать.

Исходя из данной априорной информации, следует принять узкий интервал варьирования факторов, поэтому принимаем его шириной, равной 10 % от интервала изменения соответствующих факторов. По условию границы интервалов изменения факторов в натуральных единицах будут $\tilde{x}_{1\min}=10$ кН, $\tilde{x}_{2\min}=500$ об/мин, $\tilde{x}_{1\max}=30$ кН, $\tilde{x}_{2\max}=1000$ об/мин, а их основные (нулевые) уровни $\tilde{x}_1^0=15$ кН и $\tilde{x}_2^0=700$ об/мин.

Тогда интервалы варьирования уровней факторов будут следующие:

$$\Delta\tilde{x}_1 = \frac{\tilde{x}_{1\max} - \tilde{x}_{1\min}}{100} \cdot 10 = \frac{30 - 10}{10} = 2 \text{ кН};$$

$$\Delta\tilde{x}_2 = \frac{\tilde{x}_{2\max} - \tilde{x}_{2\min}}{100} \cdot 10 = \frac{1000 - 500}{10} = 50 \text{ об/мин},$$

а нижние и верхние уровни факторов будут соответственно:

$$\tilde{x}_1^H = \tilde{x}_1^0 - \Delta\tilde{x}_1 = 15 - 2 = 13 \text{ кН}; \quad \tilde{x}_1^B = \tilde{x}_1^0 + \Delta\tilde{x}_1 = 15 + 2 = 17 \text{ кН};$$

$$\tilde{x}_2^H = \tilde{x}_2^0 - \Delta\tilde{x}_2 = 700 - 50 = 650 \text{ об/мин};$$

$$\tilde{x}_2^B = \tilde{x}_2^0 + \Delta\tilde{x}_2 = 700 + 50 = 750 \text{ об/мин}.$$

Кодированные значения факторов для рассмотренного примера (верхние и нижние уровни) согласно выражению (5.2):

$$x_1^B = \frac{17-15}{2} = +1; \quad x_1^H = \frac{13-15}{2} = -1;$$

$$x_2^B = \frac{750-700}{50} = +1; \quad x_2^H = \frac{650-700}{50} = -1.$$

5.2. Матрица планирования и ее свойства

Факторный эксперимент осуществляется с помощью матрицы планирования, в которой используют кодированные значения факторов.

Матрицей планирования называется план, содержащий запись всех комбинаций факторов или их части в кодированной форме. Этот план представляется в виде таблицы, в которой строки соответствуют различным независимым опытам, а столбцы — значениям (уровням) факторов.

Каждый столбец матрицы планирования называется вектор-столбцом, а строка — вектор-строкой. Каждому фактору соответствует только один вектор-столбец.

Рассмотрим прежде всего простейший случай, когда варьируются только два фактора — x_1 и x_2 , причем каждый на двух уровнях $+1$ и -1 . Все возможные комбинации уровней факторов будут исчерпаны в следующих четырех опытах, указанных в табл. 5.1. Такая таблица будет матрицей планирования эксперимента.

В матрице планирования указываются все возможные сочетания нижних и верхних уровней по каждому из факторов модели, в последнем столбце записываются значения параметра оптимизации, соответствующие определенным сочетаниям факторов.

Для удобства при расчетах коэффициентов математической модели в матрицу планирования вводится так называемая фиктивная независимая переменная x_0 , которая во всех опытах принимает только одно значение +1. В этом случае матрица планирования принимает вид (табл. 5.2) и называется расширенной информационной матрицей.

Таблица 5.1

Матрица планирования

Номер опыта	x_1	x_2	y
1	-1	-1	y_1
2	+1	-1	y_2
3	-1	+1	y_3
4	+1	+1	y_4

Таблица 5.2

Расширенная информационная матрица

Номер опыта	x_0	x_1	x_2	y
1	+1	-1	-1	y_1
2	+1	+1	-1	y_2
3	+1	-1	+1	y_3
4	+1	+1	+1	y_4

Таблица 5.3

Матрица ПФЭ типа 2^2 с эффектом взаимодействия

Номер опыта	x_0	x_1	x_2	$x_1 x_2$	y
1	+1	-1	-1	+1	y_1
2	+1	+1	-1	-1	y_2
3	+1	-1	+1	-1	y_3
4	+1	+1	+1	+1	y_4

Из полного факторного эксперимента для двухуровневых факторов можно оценить все линейные эффекты и эффекты взаимодействия факторов (двойные, тройные, четверные и т. д.) независимо друг от друга. Общее число всех эффектов, включая b_0 , равно числу опытов полного факторного эксперимента, т. е. 2^k .

Линейным называется эффект, характеризующий линейную зависимость параметра оптимизации от соответствующего фактора. Эффект взаимодействия характеризует совместное влияние нескольких факторов на параметр оптимизации.

С учетом эффекта взаимодействия двух факторов или, как говорят, эффекта парного взаимодействия приведем матрицу планирования эксперимента (табл. 5.3).

Здесь элементы столбца x_1 x_2 получают путем построчного перемножения соответствующих элементов столбцов x_1 и x_2 . Эффект взаимодействия в данном случае показывает силу влияния одного из факторов на параметр оптимизации в зависимости от уровня, на котором находится другая.

Мы рассмотрели самый простой случай, когда построение матриц полного факторного эксперимента для двух факторов на двух уровнях не вызывает затруднений, так как все возможные комбинации уровней факторов легко найти простым перебором.

Обратимся теперь к полному факторному эксперименту типа 2^3 . Матрица планирования для трех факторов с учетом всех возможных взаимодействий приведена в табл. 5.4.

В табл. 5.4 столбец эффекта взаимодействия x_1 x_2 x_3 получается перемножением всех трех столбцов x_1 , x_2 и x_3 и называется эффектом взаимодействия второго порядка, в то время как эффекты взаимодействия двух факторов x_1x_2 , x_1x_3 , и x_2x_3 называются эффектом взаимодействия первого порядка. Довольно часто для них применяют синонимы: парные эффекты взаимодействия (x_1 , x_2 , ...), тройные (x_1 x_2 x_3 , ...) и т. д.

Таблица 5.4

Матрица ПФЭ типа 2^3 с эффектами взаимодействия

Номер опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y
1	+ 1	- 1	- 1	- 1	+ 1	+ 1	+ 1	- 1	y_1
2	+ 1	+ 1	- 1	- 1	- 1	- 1	+ 1	+ 1	y_2
3	+ 1	- 1	+ 1	- 1	- 1	+ 1	- 1	+ 1	y_3
4	+ 1	+ 1	+ 1	- 1	+ 1	- 1	- 1	- 1	y_4
5	+ 1	- 1	- 1	+ 1	+ 1	- 1	- 1	+ 1	y_5
6	+ 1	+ 1	- 1	+ 1	- 1	+ 1	- 1	- 1	y_6
7	+ 1	- 1	+ 1	+ 1	- 1	- 1	+ 1	- 1	y_7
8	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	y_8

Из табл. 5.4 видно, что с увеличением числа факторов число возможных взаимодействий быстро растет и матрица планирования усложняется. Поэтому возникает необходимость в некоторых приемах построения матриц.

Существует несколько приемов построения матриц полного факторного эксперимента. Среди них рассмотрим два наиболее простых приема.

Первый прием основан на правиле чередования знаков, согласно которому в первом столбце x_1 знаки меняются через один, во втором – x_2 – они чередуются через два, в третьем – x_3 – через четыре, а в четвертом – x_4 – через восемь и т. д.

Второй прием основан на последовательном достраивании матрицы (табл. 5.5). Для этого при добавлении нового фактора необходимо повторить комбинации уровней исходного плана сначала при значении нового фактора на верхнем уровне, а затем на нижнем. Для простоты записи в табл. 5.5 единицы опущены, оставлены только знаки. Первые подчеркнутые четыре опыта представляют собой матрицу 2^2 . Далее они еще раз повторены, и в столбце x_3 для первой матрицы 2^2 проставлены четыре знака «+», для второй — четыре знака «-». Таким образом, подчеркнутые восемь опытов представляют собой уже матрицу планирования 2^3 . Затем эта процедура повторяется до построения матрицы типа 2^5 .

Одним из преимуществ полного факторного эксперимента является то, что по построенной матрице можно найти свойства, определяющие качество математической модели. Эксперимент и планируется для того, чтобы получить модель с некоторыми оптимальными свойствами. Это значит, что оценки коэффициентов модели должны быть наилучшими и что точность предсказания параметра оптимизации не должна зависеть от направления в факторном пространстве, ибо заранее неизвестно, в каком направлении предстоит двигаться в поисках оптимума.

Два свойства следуют непосредственно из построения матрицы: симметричность и условие нормировки.

Симметричность относительно центра экспериментального плана – алгебраическая сумма элементов вектор – столбца каждого фактора, кроме x_0 , равна нулю, т. е.

$$\sum_{u=1}^N x_{iu} = 0, \quad (5.3)$$

где x_{iu} – и – е кодированное значение i -го фактора; N — число опытов; $i=1, 2, \dots, k$.

Условие нормировки — сумма квадратов элементов каждого столбца матрицы равна числу опытов или

$$\sum_{u=1}^N x_{iu}^2 = N. \quad (5.4)$$

Это следствие того, что значения факторов в матрице задаются $+1$ и -1 . Следующие два свойства относятся к совокупности вектор-столбцов матрицы планирования.

Таблица 5.5

**Построение матриц планирования ПФЭ
при увеличении числа факторов от 2 до 5**

План эксперимента	Номер опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
	1	+	+	+	+	+	+
	2	+	-	+	+	+	+
	3	+	+	-	+	+	+
	4	+	-	-	+	+	+
	5	+	+	+	-	+	+
	6	+	-	+	-	+	+
	7	+	+	-	-	+	+
	8	+	-	-	-	+	+
	9	+	+	+	+	-	+
	10	+	-	+	+	-	+
	11	+	+	-	+	-	+
	12	+	-	-	+	-	+
	13	+	+	+	-	-	+
	14	+	-	+	-	-	+
	15	+	+	-	-	-	+
	16	+	-	-	-	-	+
	17	+	+	+	+	+	-
	18	+	-	+	+	+	-
	19	+	+	-	+	+	-
	20	+	-	-	+	+	-
	21	+	+	+	-	+	-
	22	+	-	+	-	+	-
	23	+	+	-	-	+	-
	24	+	-	-	-	+	-
	25	+	+	+	+	-	-
	26	+	-	+	+	-	-
	27	+	+	-	+	-	-
	28	+	-	-	+	-	-
	29	+	+	+	-	-	-
	30	+	-	+	-	-	-
	31	+	+	-	-	-	-
	32	+	-	-	-	-	-

Ортогональность — сумма почленных произведений любых вектор-столбцов матрицы равна нулю:

$$\sum_{u=1}^N x_{iu} x_{ju} = 0 \quad (j \neq i). \quad (5.5)$$

Ротатабельность — точки в матрице планирования подбираются так, что точность предсказания значений параметра оптимизации одинакова на равных расстояниях от центра эксперимента и не зависит от направления.

5.3. Дробные реплики от полного факторного эксперимента

Полный факторный эксперимент позволяет получить весьма обширную информацию, однако при большом числе факторов ($k > 3$) число опытов в нем резко возрастает. Так, при четырех факторах требуется поставить $2^4 = 16$ опытов, при шести факторах — $2^6 = 64$, а уже при восьми факторах — $2^8 = 256$ опытов. Конечно, увеличение числа опытов повышает точность математической модели, однако при этом значительно возрастают затраты времени и средств.

В то же время на первых этапах планирования, когда используется линейная модель в виде полинома $\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_k x_k$ применение полного факторного эксперимента становится нецелесообразным вследствие избыточности опытов, т. е. разности между числом всех опытов и числом оцениваемых коэффициентов модели. В этом случае есть смысл сократить число опытов за счет той информации, которую несут эффекты взаимодействия факторов и которая для построения линейной модели не существенна. Сделать это можно с помощью плана, представляющего собой некоторую часть ($1/2$, $1/4$, $1/8$ и т. д.) от полного факторного эксперимента и называемого дробным факторным экспериментом или дробной репликой.

Рассмотрим принцип построения такого плана. Для этого обратимся к полному факторному эксперименту 2^2 и составим уже известную нам матрицу (табл. 5.6)

Пользуясь таким планированием, можно построить модель

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2.$$

Таблица 5.6

Полуреплика 2^{3-1}

Номер опыта	x_0	x_1	x_2	$x_1x_2 \equiv x_3$	y
1	+	+	+	+	y_1
2	+	-	+	-	y_2
3	+	+	-	-	y_3
4	+	-	-	+	y_4

Однако, если есть основания считать, что в выбранных интервалах варьирования процесс может быть описан линейной моделью, то достаточно определить коэффициенты b_0 , b_1 , b_2 , а коэффициент b_{12} можно принять равным нулю, т. е. взаимодействие факторов x_1x_2 отсутствует. Это позволяет включить в схему эксперимента еще один новый фактор x_3 и приписать ему знаки столбца x_1x_2 (см. табл. 5.6). Эта процедура записывается так: $x_3 \equiv x_1x_2$. Теперь получилась матрица планирования уже для трех факторов, и линейная модель будет выражаться уравнением $\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$. Для определения коэффициентов этого уравнения (см. табл. 5.6) достаточно провести четыре опыта вместо восьми в полном факторном эксперименте типа 2^3 . Итак, поставив четыре опыта для оценки влияния трех факторов, мы воспользовались половиной полного факторного эксперимента 2^3 или дробной репликой.

Аналогично можно построить дробную реплику с четырьмя факторами, используя план типа 2^3 (см. табл. 5.4). В этом случае целесообразно произвести замену столбца $x_1x_2x_3$ четвертым фактором x_4 . Тогда получим план эксперимента с 8

опытами для четырех факторов. Такой план также содержит половину опытов полного факторного эксперимента.

План эксперимента, предусматривающий реализацию половины опытов полного факторного эксперимента, называется полуреplikой. При увеличении числа факторов ($k > 3$) возможно применение реплик большей дробности. Составляют дробные реплики заменой некоторых эффектов взаимодействия, которыми можно пренебречь, новыми факторами. Эти реплики условно обозначают 2^{k-p} , где p — число линейных эффектов, приравненных к эффектам взаимодействия. При $p=1$ получают полуреplikу, при $p=2$ получают $1/4$ реплики, при $p=3$ получают $1/8$ реплики и т. д. Дробный факторный эксперимент, указанный в табл. 5.6, представляет полуреplikу 2^{3-1} .

Наиболее распространены так называемые регулярные реплики, в которых число опытов получается делением числа опытов полного факторного эксперимента на число, кратное двум.

В табл. 5.7 приведены основные показатели дробных реплик.

Для сравнения в последнем столбце приведено число опытов для полного факторного эксперимента. Преимущество дробных реплик по числу опытов очевидно, и эффект от их использования становится тем больше, чем больше число факторов.

Отметим наиболее важное отличие дробных реплик от полного факторного эксперимента. В связи с тем, что в дробных репликах часть взаимодействий заменена новыми факторами, найденные коэффициенты уравнения регрессии будут являться совместными оценками линейных эффектов и эффектов взаимодействия. Величина коэффициента b_3 в точности совпадает с величиной коэффициента b_{12} (знаки столбцов x_3 и x_1x_2 одинаковы) (см. табл. 5.6). Если в дополнение к указанным столбцам (см. табл. 5.6) построить столбцы x_1x_3 и x_2x_3 , они в точности совпадут соответственно со столбцами x_2 и x_1 , и, следовательно, коэффициенты b_{13} и b_{23} совпадут соответственно с коэффициентами b_2 и b_1 . Таким

образом, здесь уже нельзя получить отдельных, независимых оценок коэффициентов, как это делало при полном факторном эксперименте. В данном случае говорят, что линейные эффекты смешаны с эффектами парных взаимодействий.

Таблица 5.7

Основные показатели дробных реплик

Число факторов k	Дробные реплики	Условное обозначение 2^{k-p}	Число опытов	
			дробной реплики	полного факторного эксперимента
3	1/2 реплики от 2^3	2^{3-1}	4	8
4	1/2 реплики от 2^4	2^{4-1}	8	16
5	1/2 реплики от 2^5	2^{5-1}	16	32
5	1/4 реплики от 2^5	2^{5-2}	8	32
6	1/2 реплики от 2^6	2^{6-1}	32	64
6	1/4 реплики от 2^6	2^{6-2}	16	64
6	1/8 реплики от 2^6	2^{6-3}	8	64
7	1/4 реплики от 2^7	2^{7-2}	32	128
7	1/8 реплики от 2^7	2^{7-3}	16	128
7	1/16 реплики от 2^7	2^{7-4}	8	128
8	1/8 реплики от 2^8	2^{8-3}	32	256
8	1/16 реплики от 2^8	2^{8-4}	16	256
9	1/32 реплики от 2^9	2^{9-5}	16	512
10	1/64 реплики от 2^{10}	2^{10-6}	16	1024

Следовательно, коэффициенты b_1, b_2, b_3 будут оценками совместных эффектов, а именно:

$$b_1 \rightarrow \beta_1 + \beta_{23}; \quad b_2 \rightarrow \beta_2 + \beta_{13}; \quad b_3 \rightarrow \beta_3 + \beta_{12},$$

где b_i – вычисленные выборные оценки коэффициентов; β_i – неизвестные истинные значения коэффициентов.

Приведенную запись можно прочесть так: коэффициент b_1 , например, является совместной оценкой влияния фактора x_1 и парного взаимодействия x_2x_3 на функцию отклика (параметр

оптимизации). Влияние фактора x_1 в этом случае характеризуется величиной β_1 а влияние взаимодействия x_2x_3 – величиной β_{23} . Итак, в рассматриваемой дробной реплике нельзя отделить линейное влияние факторов от их парных взаимодействий, что свидетельствует о значительной потере информации по сравнению с полным факторным экспериментом.

Таблица 5.8

Две полуреплики 2^{3-1}

Номер опыта	$x_3 \equiv x_1x_2$			Номер опыта	$x_3 \equiv -x_1x_2$		
	x_1	x_2	x_3		x_1	x_2	x_3
1	-	+	-	1	-	+	+
2	+	+	+	2	+	+	-
3	-	-	+	3	-	-	-
4	+	-	-	4	+	-	+

Оценки, в которых невозможно разделить линейный эффект и эффект взаимодействия, называются смешанными. Линейные эффекты рекомендуется смешивать прежде всего с теми взаимодействиями, которые, согласно априорной информации, незначимы.

В реальных условиях часто приходится решать задачи, в которых заранее можно полагать, что эффекты взаимодействия, хотя и малы по сравнению с линейными эффектами, все же не равны нулю. В таких случаях необходимо заранее определить, когда и какие эффекты определяются совместно, т. е. рассмотреть вопрос о разрешающей способности дробных реплик.

Прямая оценка разрешающей способности дробной реплики затруднена. Поэтому дробные реплики обычно задают с помощью генерирующих соотношений. Генерирующим называется такое соотношение, которое показывает, какое из взаимодействий принято незначимым и заменено новым фактором.

План типа 2^{3-1} может быть представлен двумя полурепликами (см. табл. 5.8), которые задаются одним из следующих генерирующих соотношений:

$$x_3 \equiv x_1 x_2; \quad x_3 \equiv -x_1 x_2. \quad (5.6)$$

Генерирующие соотношения умножим на новый фактор:

$$x_3^2 \equiv x_1 x_2 x_3; \quad x_3^2 \equiv -x_1 x_2 x_3. \quad (5.7)$$

Поскольку всегда $x_i^2 = 1$, получим следующие выражения:

$$1 \equiv x_1 x_2 x_3; \quad 1 \equiv -x_1 x_2 x_3. \quad (5.8)$$

В результате умножения генерирующего соотношения на новый фактор получают, так называемый, определяющий контраст.

Для указанных полуреplik (см. табл. 5.8) определяющими контрастами будут выражения (5.8). Зная определяющий контраст, можно найти соотношения, задающие совместные оценки. Для этого необходимо перемножить факторы x_1 , x_2 и x_3 на определяющий контраст. Умножая по очереди определяющие контрасты (5.8) на x_1 , x_2 и x_3 , получим соотношения:

$$x_1 \cdot 1 \equiv x_1^2 x_2 x_3; \quad x_1 \cdot 1 \equiv -x_1^2 x_2 x_3;$$

$$x_2 \cdot 1 \equiv x_1 x_2^2 x_3; \quad x_2 \cdot 1 \equiv -x_1 x_2^2 x_3;$$

$$x_3 \cdot 1 \equiv x_1 x_2 x_3^2; \quad x_3 \cdot 1 \equiv -x_1 x_2 x_3^2,$$

но так как $x_i^2 = 1$, то

$$x_1 \equiv x_2 x_3; \quad x_1 \equiv -x_2 x_3;$$

$$x_2 \equiv x_1 x_3; \quad x_2 \equiv -x_1 x_3;$$

$$x_3 \equiv x_1 x_2; \quad x_3 \equiv -x_1 x_2.$$

Это значит, что коэффициенты линейного уровня регрессии будут оценками

$$b_1 \rightarrow \beta_1 + \beta_{23}; \quad b_1 \rightarrow \beta_1 - \beta_{23};$$

$$b_2 \rightarrow \beta_2 + \beta_{13}; \quad b_2 \rightarrow \beta_2 - \beta_{13};$$

$$b_3 \rightarrow \beta_3 + \beta_{12}; \quad b_3 \rightarrow \beta_3 - \beta_{12},$$

т. е. получено то же, что и ранее.

Рассмотрим различия в оценках влияния эффектов факторов, даваемых дробными репликами с разными определяющими контрастами. Предположим, в задаче четыре фактора. Решено поставить дробный факторный эксперимент типа 2^{4-1} , включающий 8 опытов. В этом случае можно составить несколько матриц планирования, т. е. несколько полуреплик. Две из них приведены в табл. 5.9 и 5.10. Восемь опытов представляют собой полный факторный эксперимент 2^3 . Поэтому для первых трех факторов x_1 , x_2 и x_3 (см. табл. 5.9 и 5.10) записана матрица 2^3 . Фактор x_4 в одном случае (см. табл. 5.9) приравнен тройному взаимодействию x_1 , x_2 и x_3 , в другом (см. табл. 5.10) - двойному x_1 , x_2 .

Полуреплика 2^{4-1} в табл. 5.9 задана генерирующим соотношением $x_4 \equiv x_1x_2x_3$, а в табл. 5.10 – $x_4 \equiv x_1x_2$. Соответственно, определяющие контрасты будут выражены соотношениями $1 \equiv x_1x_2x_3x_4$ и $1 \equiv x_1x_2x_4$.

Совместные оценки будут определяться следующим образом: 1) для первой полуреплики (см. табл. 5.9); 2) для второй полуреплики (см. табл. 5.10):

$x_1 \equiv x_2x_3x_4$	$b_1 \rightarrow \beta_1 + \beta_{234}$	$x_1 \equiv x_2x_4$	$b_1 \rightarrow \beta_1 + \beta_{24}$
$x_2 \equiv x_1x_3x_4$	$b_2 \rightarrow \beta_2 + \beta_{134}$	$x_2 \equiv x_1x_4$	$b_2 \rightarrow \beta_2 + \beta_{14}$
$x_3 \equiv x_1x_2x_4$	$b_3 \rightarrow \beta_3 + \beta_{124}$	$x_3 \equiv x_1x_2x_3x_4$	$b_3 \rightarrow \beta_3 + \beta_{1234}$
$x_4 \equiv x_1x_2x_3$	$b_4 \rightarrow \beta_4 + \beta_{123}$	$x_4 \equiv x_1x_2$	$b_4 \rightarrow \beta_4 + \beta_{12}$
$x_1x_2 \equiv x_3x_4$	$b_{12} \rightarrow \beta_{12} + \beta_{34}$	$x_1x_3 \equiv x_2x_3x_4$	$b_{13} \rightarrow \beta_{13} + \beta_{234}$
$x_1x_3 \equiv x_2x_4$	$b_{13} \rightarrow \beta_{13} + \beta_{24}$	$x_2x_3 \equiv x_1x_3x_4$	$b_{23} \rightarrow \beta_{23} + \beta_{134}$
$x_1x_4 \equiv x_2x_3$	$b_{14} \rightarrow \beta_{14} + \beta_{23}$	$x_3x_4 \equiv x_1x_2x_3$	$b_{34} \rightarrow \beta_{34} + \beta_{123}$

В практических задачах тройные и более высокого порядка взаимодействия значительно чаще, чем двойные, бывают равны нулю, и ими можно пренебречь. Полуреплика 2^{4-1} , заданная генерирующим соотношением $x_4 \equiv x_1x_2x_3$, позволяет получить отдельные оценки четырех линейных эффектов и три совместные оценки парных взаимодействий. В этом случае отдельными оценками будут b_1 , b_2 , b_3 и b_4 , так как тройными

взаимодействиями β_{234} , β_{134} , β_{124} , β_{123} вследствие их незначимости можно пренебречь. В другой полуреплике, заданной генерирующим соотношением $x_4 \equiv x_1 x_2$, три линейных эффекта, а именно b_1 , b_2 , b_4 , оказались смешанными с парными взаимодействиями. Разрешающая способность полуреплики, заданной генерирующим соотношением $x_4 \equiv x_1 x_2 x_3$ (см. табл. 5.9), получилась значительно выше, чем у полуреплики, заданной генерирующим соотношением $x_4 \equiv x_1 x_2$ (см. табл. 5.10). Следовательно, разрешающая способность полуреплики зависит от генерирующего соотношения, которым она задана.

Таблица 5.9

Полуреплика 2^{4-1} с определяющим контрастом $I \equiv x_1 x_2 x_3 x_4$

Номер опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	$x_4 \equiv x_1 x_2 x_3$
1	+	+	+	+	+
2	+	-	+	+	-
3	+	+	-	+	-
4	+	-	-	+	+
5	+	+	+	-	+
6	+	-	+	-	-
7	+	+	-	-	-
8	+	-	-	-	+

Таблица 5.10

Полуреплика 2^{4-1} с определяющим контрастом $I \equiv x_1 x_2 x_4$

Номер опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	$x_4 \equiv x_1 x_2$
1	+	+	+	+	+
2	+	-	+	+	-
3	+	+	-	+	-
4	+	-	-	+	+
5	+	+	+	-	+
6	+	-	+	-	-
7	+	+	-	-	-
8	+	-	-	-	+

Используя аналогичные способы замены эффектов взаимодействия факторов на эффекты других факторов, можно построить планы эксперимента большей дробности и оценить разрешающую способность дробной реплики.

Выбор степени дробности плана эксперимента должен осуществляться всякий раз в зависимости от поставленной задачи и имеющихся сведений о процессе. Целесообразность практического применения дробных реплик возрастает с увеличением числа факторов, а эффективность зависит от удачного выбора системы смешивания линейных эффектов с эффектами взаимодействия, а также от интуиции исследователя в случае значимости некоторых взаимодействий. Независимость оценок нелинейных взаимодействий можно достигнуть, создавая план дробной реплики на основе специально подобранного генерирующего соотношения.

При использовании регулярных дробных реплик необходимо учитывать их свойства: симметричность, условие нормировки, ортогональность и ротатабельность, аналогичные свойствам полного факторного эксперимента.

5.4. Реализация плана эксперимента

После выбора основных (нулевых) уровней и интервалов варьирования факторов их натуральные значения заносятся в таблицу (табл. 5.11). Это делается для того, чтобы облегчить работу экспериментатора и исключить ошибки при выборе условий опыта.

Проведение любого эксперимента связано с погрешностями, знание которых необходимо для оценки его результатов. В связи с этим план эксперимента должен быть выбран таким, чтобы имелась возможность исключить влияние возможных систематических погрешностей и оценить случайную погрешность эксперимента.

Таблица 5.11

Уровни факторов и интервалы варьирования

Факторы	$\tilde{X}_1$	$\tilde{X}_2$	...	$\tilde{X}_k$	Размер- ность
Основной уровень $\tilde{X}_i^0$	$\tilde{X}_1^0$	$\tilde{X}_2^0$	...	$\tilde{X}_k^0$	
Интервал варьирования $\Delta\tilde{X}_i$	$\Delta\tilde{X}_1$	$\Delta\tilde{X}_2$	...	$\Delta\tilde{X}_k$	
Верхний уровень (+1)	$\tilde{X}_1^B$	$\tilde{X}_2^B$	...	$\tilde{X}_k^B$	
Нижний уровень (-1)	$\tilde{X}_1^H$	$\tilde{X}_2^H$	...	$\tilde{X}_k^H$	

Чтобы исключить влияние систематических погрешностей, вызванных различными внешними условиями (мешающими факторами), необходимо опыты, заданные планом эксперимента, проводить рандомизированно во времени, т. е. в случайной последовательности. Порядок проведения опытов следует выбирать по таблице равномерно распределенных случайных чисел (см. табл. 5.12).

Если, например, необходимо провести восемь опытов (эксперимент типа 2^3), то в случайном месте таблицы последовательно выписывают числа от 1 до 8, отбрасывая числа больше 8 и уже выписанные. Эти числа, взятые из табл. 5.12, будут, например, 5, 4, 8, 2, 7, 6, 1, 3. Это значит, что первым следует провести опыт № 5, вторым – № 4, третьим – № 8 и т. д.

Другой подход состоит в разбивке матрицы на блоки. Если экспериментатор знает заранее об изменении каких-то внешних условий, он может составить план эксперимента так, чтобы эффект влияния этих условий был связан с определенным взаимодействием факторов, которым можно пренебречь. Например, матрицу 2^3 можно разбить на два блока таким образом, чтобы эффект влияния условий сказался на величине тройного эффекта взаимодействия. В первый блок следует сгруппировать все опыты, в которых это взаимодействие $x_1x_2x_3$ равно +1, а во второй – где оно равно – 1 (табл. 5.13).

Таблица 5.12

**Фрагмент из таблицы равномерно распределенных
случайных чисел**

10 09 73 25 33	76 52 01 35 86	34 67 35 48 76	80 95 90 91 17	39 29 27 49 45
37 54 20 48 05	64 89 47 42 96	24 80 52 40 37	20 63 61 04 02	00 82 29 16 65
08 42 26 89 53	19 64 50 93 03	23 20 90 25 60	15 95 33 47 64	35 08 03 36 06
99 01 90 25 29	09 37 67 07 15	38 31 13 11 65	88 67 67 43 97	04 43 62 76 59
12 80 79 99 70	80 15 73 61 47	64 03 23 66 53	98 95 11 68 77	12 17 17 68 33
66 06 57 47 17	34 07 27 68 50	36 69 73 61 70	65 81 33 98 85	11 19 92 91 70
31 06 01 08 05	45 57 18 24 06	35 30 34 26 14	86 79 90 74 39	23 40 30 97 32
85 26 97 76 02	02 05 16 56 92	68 66 57 48 18	73 05 38 52 47	18 62 38 85 79
63 57 33 21 35	05 32 54 70 48	90 55 35 75 48	28 46 82 87 09	83 49 12 56 24
73 79 64 57 53	03 52 96 47 78	35 80 83 42 82	60 93 52 03 44	35 27 38 84 35
98 52 01 77 67	14 90 56 86 07	22 10 94 05 58	60 97 09 34 33	50 50 07 39 98
11 80 50 54 31	39 80 82 77 32	50 72 56 82 48	29 40 52 42 01	52 77 56 78 51
83 45 29 96 34	06 28 89 80 83	13 74 67 00 78	18 47 54 06 10	68 71 17 78 17
88 68 54 02 00	86 50 75 84 01	36 76 66 79 51	90 36 47 64 93	29 60 91 10 62
99 59 46 73 48	87 51 76 49 69	91 82 60 89 28	93 78 56 13 68	23 47 83 41 13
65 48 11 76 74	17 46 85 09 50	58 04 77 69 74	73 03 95 71 86	40 21 81 65 44
80 12 43 56 35	17 72 70 80 15	45 31 82 23 74	21 11 57 82 53	14 38 55 37 63
74 35 09 98 17	77 40 27 72 14	43 23 60 02 10	45 52 16 42 37	96 28 60 26 55
69 91 62 68 03	66 25 22 91 48	36 93 68 72 03	76 62 11 39 90	94 40 05 64 18
09 89 32 05 05	14 22 56 85 14	46 42 75 67 88	96 29 77 88 22	54 38 21 45 98
91 49 91 45 23	68 47 92 76 86	46 16 28 35 54	94 75 08 99 23	37 08 92 00 48
80 33 69 45 98	26 94 03 68 58	70 29 73 41 35	53 14 03 33 40	42 05 08 23 41
44 10 48 19 49	85 15 74 79 54	32 97 92 65 75	57 60 04 08 81	22 22 20 64 13
12 55 07 37 42	11 10 00 20 40	12 86 07 46 97	96 64 48 94 39	28 70 72 58 15
63 60 64 93 29	16 50 53 44 84	40 21 95 25 63	43 65 17 70 82	07 20 73 17 90

Таблица 5.13

Разбивка матрицы 2^3 на два блока

Блок	x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y
1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	y_1
	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	y_2
	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	y_3
	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y_4
2	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	y_5
	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	y_6
	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	y_7
	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	y_8

Для разбивки любого эксперимента типа 2^k на два блока следует выбирать взаимодействие, которым можно пожертвовать (обычно это взаимодействие самого высокого порядка).

Дать оценку случайной погрешности эксперимента можно только при повторении (дублирования) каждого опыта строки матрицы m раз. Такие опыты называются параллельными. Обычно число m параллельных опытов принимается равным 2 – 3, иногда – 4 – 5. Первоначальное число m выбирается по результатам специально поставленных опытов, оценивающих их воспроизводимость. План эксперимента, в который вносятся результаты параллельных опытов, записывается в виде табл. 5.14.

Постановка параллельных опытов не дает полностью совпадающих результатов, хотя и опыты воспроизводятся по возможности в одинаковых условиях. Это происходит за счет погрешности измерения значений факторов и самого параметра оптимизации, влияния неучтенных факторов и т. п. Получение среднего арифметического значения параметра оптимизации $\bar{y}_u$ по каждой строке матрицы планирования связано с применением методов статистической обработки результатов наблюдений (гл. 4).

При проведении исследований экспериментатор может иметь дело с тремя вариантами дублирования опытов в каждой

точке факторного пространства: 1) эксперимент проведен при равномерном дублировании опытов; 2) эксперимент выполнен при неравномерном дублировании опытов; 3) эксперимент поставлен с дублированием опытов в центре плана.

При равномерном дублировании все строки матрицы планирования имеют одинаковое число параллельных опытов (см. табл. 5.14).

Таблица 5.14

План эксперимента типа 2^k с параллельными опытами

Номер опыта	x_0	x_1	x_2	$\dots$	x_k	Параллельные опыты				$\bar{y}_u$
						y_{u1}	y_{u2}	$\dots$	y_{um}	
1	+1	+1	+1	$\dots$	+1	$\bar{y}_{11}$	$\bar{y}_{12}$	$\dots$	$\bar{y}_{1m}$	$\bar{y}_1$
2	+1	-1	+1	$\dots$	+1	y_{21}	y_{22}	$\dots$	y_{2m}	$\bar{y}_2$
3	+1	+1	-1	$\dots$	+1	y_{31}	y_{32}	$\dots$	y_{3m}	$\bar{y}_3$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$			$\dots$	$\dots$	$\dots$
N	+1	-1	-1	$\dots$	-1	y_{N1}	y_{N2}	$\dots$	y_{Nm}	$\bar{y}_N$

В случае неравномерного дублирования число параллельных опытов по строкам матрицы неодинаково. Это происходит на практике из-за случайных грубых нарушений условий эксперимента, когда опыт признается неудачным, а повторить его по каким-либо причинам нельзя. Пример такого плана приведен в табл. 5.15.

Таблица 5.15

План эксперимента типа 2^2 с неравномерным дублированием параллельных опытов

Номер опыта	x_0	x_1	x_2	$x_1 x_2$	Параллельные опыты			$\bar{y}_u$
					y_{u1}		y_{u3}	
1	+1	+1	+1	+1	$\bar{y}_{11}$	$\bar{y}_1$	y_{13}	$\bar{y}_1$
2	+1	-1	+1	-1	y_{21}	$\bar{y}_2$	-	$\bar{y}_2$
3	+1	+1	-1	-1	y_{31}	$\bar{y}_3$	y_{32}	$\bar{y}_3$
4	+1	-1	-1	+1	-	y_{42}	y_{43}	$\bar{y}_4$

В третьем варианте все опыты, заданные планом, выполняются по одному разу, и лишь один из них, находящийся в центре плана, дублируется 3 – 4 раза. Это становится возможным, если экспериментатору известна заранее хорошая воспроизводимость опытов на объекте исследования. В этом случае резко сокращается число опытов и план эксперимента принимает следующий вид (см. табл. 5.16).

Из рассмотренных вариантов дублирования наиболее предпочтителен вариант с равномерным дублированием опытов.

Таблица 5.16

**Матрица планирования эксперимента типа 2^2
с дублированием опытов в центре плана**

Номер опыта	x_1	x_2	Параметр оптимизации y_u	
1	+ 1	+ 1	y_1	
2	- 1	+1	y_2	
3	+ 1	- 1	y_3	
4	- 1	- 1	y_4	
Опыты в центре плана				
1	0	0	y_{10}	$\bar{y}_0 = \frac{1}{4} \sum_1^4 y_{u_0}$
2	0	0	y_{20}	
3	0	0	y_{30}	
4	0	0	y_{40}	

При этом варианте эксперимент отличается повышенной точностью, а математическая обработка экспериментальных данных — простотой. Характер дублирования опытов влияет на содержание математической обработки результатов наблюдений. Исходя из этого, рассмотрим алгоритм расчета полного факторного эксперимента при равномерном дублировании опытов.

5.5. Алгоритм расчета полного факторного эксперимента типа 2^k при равномерном дублировании опытов

Выбор модели и построение матрицы планирования

Выбор модели состоит в выборе вида функции

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k), \quad (5.9)$$

где y — параметр оптимизации; $x_1, x_2, \dots, x_k$ — факторы, влияющие на параметр оптимизации. Обычно функцию (5.9) выбирают в виде линейного алгебраического полинома вида

$$\hat{y} = b_0 x_0 + b_1 x_1 + \dots + b_k x_k. \quad (5.10)$$

Планируя эксперимент на первом этапе, всегда стремятся получить линейную модель. Однако нет никакой гарантии, что в выбранных интервалах варьирования факторов процесс описывается линейной моделью типа (5.10). На практике приходится прибегать к более сложным зависимостям, т. е. когда модель нелинейна (5.1). Это связано с тем, что эффект одного фактора зависит от уровней, на которых находятся другие факторы. В этом случае имеют место эффекты взаимодействия, количественную оценку которых позволяет получить полный факторный эксперимент. Для этого надо, пользуясь правилом перемножения столбцов, получить столбцы произведений всех факторов. При добавлении столбцов эффектов взаимодействий все рассмотренные свойства матрицы планирования сохраняются.

Теперь модель, например, для двух факторов будет иметь вид

$$\hat{y} = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2, \quad (5.11)$$

а для эксперимента типа 2^3 выглядит следующим образом:

$$\hat{y} = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + b_{123} x_1 x_2 x_3. \quad (5.12)$$

В столбцах x_1, x_2, x_3 (см. табл. 5.4) задают планирование, по ним непосредственно определяются условия опытов, а остальные столбцы $x_0, x_1x_2, x_1x_3, x_2x_3$ и $x_1x_2x_3$ служат только для расчета.

Для полного факторного эксперимента типа 2^2 матрица планирования для модели вида (5.11) представлена в табл. 5.17.

При решении задач оптимизации всегда рассчитываются коэффициенты b_{ij} уравнения (5.1), которые в дальнейшем используются для проверки адекватности полученной по результатам эксперимента модели.

Таблица 5.17

Матрица планирования эксперимента типа 2^2

Номер опыта	x_0	План		x_1x_2	Параметр оптимизации						Дисперсия $(\bar{y}_u - \hat{y}_u)^2$
		x_1	x_2		y_{u1}	y_{u2}	$\dots$	y_{um}	$\bar{y}_u$	$\hat{y}_u$	
1	+1	-1	-1	+1	y_{11}	y_{12}	$\dots$	y_{1m}	$\bar{y}_1$	$\hat{y}_1$	$(\bar{y}_1 - \hat{y}_1)^2$
2	+1	+1	-1	-1	y_{21}	y_{22}	$\dots$	y_{2m}	$\bar{y}_2$	$\hat{y}_2$	$(\bar{y}_2 - \hat{y}_2)^2$
3	+1	-1	+1	-1	y_{31}	y_{32}	$\dots$	y_{3m}	$\bar{y}_3$	$\hat{y}_3$	$(\bar{y}_3 - \hat{y}_3)^2$
4	+1	+1	+1	+1	y_{41}	y_{42}	$\dots$	y_{4m}	$\bar{y}_4$	$\hat{y}_4$	$(\bar{y}_4 - \hat{y}_4)^2$

Расчет построчных дисперсий и дисперсии воспроизводимости

Для каждой строки матрицы планирования по результатам m параллельных опытов находится среднее арифметическое значение параметра оптимизации:

$$\bar{y}_u = \frac{1}{m} \sum_{r=1}^m y_{ur}, \quad (5.13)$$

где $r=1, 2, \dots, m$ – число параллельных опытов, одинаковое по всей матрице; $u=1, 2, \dots, N$ – число строк матрицы планирования; y_{ur} – значение параметра оптимизации по параллельным опытам u -й строки матрицы планирования.

С целью оценки отклонений параметра оптимизации от его среднего значения для каждой строки матрицы планирования вычисляется дисперсия опыта по данным m параллельных опытов:

$$S_u^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{r=1}^m (y_{ur} - \bar{y}_u)^2 \quad (5.14)$$

и проверяется с помощью G -критерия Кохрена их однородность:

$$G_p = \frac{S_{u\max}^2}{\sum_{u=1}^N S_u^2}, \quad (5.15)$$

где $S_{u\max}^2$ – максимальная из рассчитанных построчных дисперсий; $\sum_{u=1}^N S_u^2$ – сумма всех дисперсий по N строкам матрицы планирования. Если выполняется условие

$$G_p < G_{\tau}, \quad (5.16)$$

то гипотеза об однородности дисперсий принимается.

Табличное значение G -критерия находят по табл. 5.18 для чисел степеней свободы $v_1 = m-1$ и $v_2 = N$ и выбранного уровня значимости.

Если $G_p > G_{\tau}$, то дисперсии неоднородны, и одним из решений является увеличение числа параллельных опытов, т. е. еще раз или несколько раз необходимо реализовать план эксперимента. Если это не дает результата, то необходимо изменить метод контроля параметра оптимизации, увеличив его точность. В то же время неоднородность дисперсий требует провести более тщательную проверку гипотезы о нормальности распределения исследуемой величины и сделать соответствующие выводы.

Таблица 5.18

Значения G-критерия при уровнях значимости 0,05 (верхняя строка) и 0,01 (нижняя строка)

$v_2=N$	$v_1=m-1$						
	1	2	3	4	5	6	7
4	0,9065	0,7679	0,6841	0,6287	0,5895	0,5598	0,5365
	0,9676	0,8643	0,7814	0,7212	0,6761	0,6410	0,6129
6	0,7808	0,6161	0,5321	0,4803	0,4447	0,4184	0,3980
	0,8828	0,7218	0,6258	0,5635	0,5195	0,4866	0,4608
8	0,6798	0,5157	0,4377	0,3910	0,3595	0,3362	0,3185
	0,7945	0,6152	0,5209	0,4627	0,4226	0,3932	0,3704
10	0,6020	0,4450	0,3733	0,3311	0,3029	0,2823	0,2666
	0,7175	0,5358	0,4469	0,3934	0,3572	0,3308	0,3106
12	0,5410	0,3924	0,3264	0,2880	0,2624	0,2439	0,2299
	0,6528	0,4751	0,3919	0,3428	0,3099	0,2861	0,2680
15	0,4709	0,3346	0,2758	0,2419	0,2195	0,2034	0,1911
	0,5747	0,4069	0,3337	0,2882	0,2593	0,2386	0,2228
20	0,3894	0,2705	0,2205	0,1921	0,1735	0,1602	0,1501
	0,4799	0,3297	0,2654	0,2288	0,2048	0,1877	0,1748
24	0,3434	0,2354	0,1907	0,1656	0,1493	0,1374	0,1286
	0,4247	0,2871	0,2295	0,1970	0,1759	0,1608	0,1495
30	0,2929	0,1980	0,1593	0,1377	0,1237	0,1137	0,1061
	0,3632	0,2412	0,1913	0,1635	0,1454	0,1327	0,1232
40	0,2370	0,1576	0,1259	0,1082	0,0968	0,0887	0,0827
	0,2940	0,1915	0,1508	0,1281	0,1135	0,1033	0,0957

При выполнении условия (5.16) построчные дисперсии усредняют по формуле

$$S_y^2 = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N S_u^2, \quad (5.17)$$

получая, таким образом, дисперсию воспроизводимости S_y^2 . Отсюда, случайная погрешность эксперимента может быть определена как корень квадратный из дисперсии воспроизводимости:

$$S_y = + \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{u=1}^N S_u^2} . \quad (5.18)$$

Расчет коэффициентов уравнения регрессии

По результатам проведенного эксперимента в выбранной области факторного пространства производится оценка численных коэффициентов уравнения регрессии.

Для расчета оценок коэффициентов математической модели вида (5.1) применяется метод наименьших квадратов. При этом ортогональность матрицы планирования позволяет получить независимые друг от друга оценки коэффициентов. Это означает, что величина любого коэффициента не зависит от того, какие величины имеют другие коэффициенты,

В общем случае для ортогональных планов коэффициенты рассчитываются по следующим формулам:

$$b_0 = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N x_0 \bar{y}_u ; \quad (5.19)$$

$$b_i = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N x_i \bar{y}_u ; \quad (5.20)$$

$$b_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N x_i x_j \bar{y}_u , \quad (5.21)$$

где $\bar{y}_u$ - среднее значение параметра оптимизации, определяемое по формуле (5.13); $x_0, x_i, x_i x_j$ - кодированное значение факторов и их взаимодействий.

Воспользуемся формулами (5.19), (5.20) и (5.21) и матрицей планирования (см. табл. 5.15) для оценки коэффициентов b_0, b_1, b_2 и b_{12} модели (5.11):

$$b_0 = \frac{(+1)\bar{y}_1 + (+1)\bar{y}_2 + (+1)\bar{y}_3 + (+1)\bar{y}_4}{4} = \frac{\bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_3 + \bar{y}_4}{4} ;$$

$$b_1 = \frac{(-1)\bar{y}_1 + (+1)\bar{y}_2 + (-1)\bar{y}_3 + (+1)\bar{y}_4}{4} = \frac{-\bar{y}_1 + \bar{y}_2 - \bar{y}_3 + \bar{y}_4}{4} ;$$

$$b_2 = \frac{(-1)\bar{y}_1 + (-1)\bar{y}_2 + (+1)\bar{y}_3 + (+1)\bar{y}_4}{4} = \frac{-\bar{y}_1 - \bar{y}_2 + \bar{y}_3 + \bar{y}_4}{4},$$

$$b_{12} = \frac{(+1)\bar{y}_1 + (-1)\bar{y}_2 + (-1)\bar{y}_3 + (+1)\bar{y}_4}{4} = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2 - \bar{y}_3 + \bar{y}_4}{4}$$

Из изложенного видно, что, благодаря кодированию факторов, расчет коэффициентов уравнения регрессии превратился в простую арифметическую процедуру. Для подсчета коэффициентов b_0 , b_1 , b_2 и b_{12} используются соответственно вектор-столбцы: x_0 , x_1 , x_2 и x_1x_2 и средние значения параметра оптимизации $\bar{y}_u$ каждой вектор-строки матрицы планирования.

Для оценки влияния факторов на параметр оптимизации производится проверка значимости каждого коэффициента двумя равноценными способами: 1) с помощью t -критерия Стьюдента; 2) сравнением абсолютной величины коэффициента с доверительным интервалом. В обоих случаях вначале находится дисперсия коэффициентов регрессии, которая при m параллельных опытов рассчитывается по формуле

$$S_{b_i}^2 = \frac{S_y^2}{m \sum_{u=1}^N x_{iu}^2}, \quad (5.22)$$

а при выполнении условия нормировки (5.4)

$$S_{b_i}^2 = \frac{1}{mN} S_y^2. \quad (5.23)$$

Из формул (5.22) и (5.23) видно, что дисперсии коэффициентов равны друг другу, а поэтому их среднеквадратические отклонения могут быть определены как

$$S_{b_0} = S_{b_i} = S_{b_{ij}} = \frac{1}{\sqrt{mN}} S_y. \quad (5.24)$$

По первому способу оценка значимости коэффициентов осуществляется по формуле

$$t_{i_p} = \frac{|b_i|}{S_{b_i}} . \quad (5.25)$$

Коэффициент считается статистически значимым, если t_{i_p} больше или равен t_T , т. е.

$$t_{i_p} \geq t_T , \quad (5.26)$$

где $|b_i|$ — абсолютное значение i -го коэффициента уравнения регрессии; t_T — табличное значение критерия Стьюдента, которое находится из таблицы (табл. 4.13) по числу степеней свободы $\nu = N(m - 1)$ и заданном уровне значимости (доверительной вероятности); S_{b_i} — среднеквадратическое отклонение в определении коэффициента регрессии, вычисляемое по формуле (5.24).

По второму способу для проверки значимости коэффициентов используется доверительный интервал Δb_i , который является одинаковым для всех коэффициентов регрессии и находится по формуле

$$\Delta b_i = \pm t_T S_{b_i} . \quad (5.27)$$

Коэффициент значим, если его абсолютная величина больше доверительного интервала или равна ему, т. е.

$$|b_i| \geq \Delta b_i . \quad (5.28)$$

Статистическая незначимость коэффициента интерпретируется как отсутствие влияния соответствующего эффекта.

Если какой-то из коэффициентов окажется статистически незначимым, то он может быть исключен из уравнения регрессии без пересчета остальных. После этого математическая модель исследуемого процесса вида (5.1) может быть

представлена уравнением регрессии с факторами и их взаимодействиями, имеющими только значимые коэффициенты. Здесь же необходимо заметить, что статистическая незначимость одного или нескольких коэффициентов могла быть вызвана следующими причинами: неудачно выбранным интервалом варьирования, неправильным выбором уровней факторов в экспериментальной области факторного пространства, значительными погрешностями эксперимента. Отсюда ясно, что более правильным является решение повторить эксперимент, например, при расширенном интервале варьирования для исследуемого фактора. Конечно, при этом число опытов, а значит, и время эксперимента возрастают. В этом случае половину опытов можно сохранить тем, что расширение интервала варьирования проводится только в одну сторону – один (верхний или нижний) уровень оставить. Если фактор все же остается незначимым после повторения эксперимента и всех необходимых расчетов, то его отбрасывают и переходят к следующему этапу обработки экспериментальных данных – проверке адекватности модели, т. е. выяснению пригодности уравнения регрессии для поиска области оптимума.

Проверка адекватности модели

Адекватность модели проверяют с помощью F -критерия Фишера. Для этого сравниваются две дисперсии – дисперсия адекватности $S^2_{ад}$ и дисперсия воспроизводимости S^2_y . Первая показывает рассеяние средних опытных данных параметра оптимизации $\bar{y}_u$ относительно тех значений параметра оптимизации $\hat{y}_u$, которые предсказаны полученным линейным уравнением регрессии. Эта дисперсия рассчитывается по формуле

$$S^2_{ад} = \frac{m}{N-l} \sum_{u=1}^N (\bar{y}_u - \hat{y}_u)^2, \quad (5.29)$$

где m — число параллельных опытов; N — число строк матрицы планирования; l — число значимых коэффициентов в уравнении регрессии (включая свободный член).

Вторая дисперсия — это дисперсия воспроизводимости S_y^2 — определяется из выражения (5.17).

Расчетное значение критерия Фишера вычисляется по формуле

$$F_p = \frac{S_{ад}^2}{S_y^2}, \quad (5.30)$$

при этом предполагается, что $S_{ад}^2 > S_y^2$.

Гипотеза адекватности уравнения регрессии принимается в том случае, если расчетное значение F -критерия не превышает табличного для соответствующих степеней свободы $v_1 = N - l$, $v_2 = N(m-1)$ и принятого уровня значимости (см. табл. 4.11), т. е, когда

$$F_p \leq F_T. \quad (5.31)$$

На практике бывает, что $S_{ад}^2 \leq S_y^2$, и тогда вывод об адекватности модели может быть сделан без проверки условия (5.31).

При невыполнении условия (5.31), т. е. при неадекватной линейной модели, наиболее часто принимается решение об уменьшении интервалов варьирования факторов и повторении эксперимента. Такое решение хотя и уменьшает кривизну поверхности отклика параметра оптимизации, может привести к появлению незначимых коэффициентов. Эффективным в этом случае считается включение в план эксперимента нового фактора из числа тех, которые были близки по своему эффекту к другим факторам, но были предварительно отсеяны.

Если условие (5.31) выполняется, то адекватный линейный полином используется для поиска области оптимума объекта (процесса) исследования.

При проверке адекватности необходимо, чтобы соблюдалось неравенство $v_1 > 0$, т. е. число опытов N должно превышать число членов l уравнения регрессии.

Однако в практике проведения технологических исследований возможны различные ситуации при статистической оценке полученного уравнения регрессии. Например, возможна ситуация, когда в полученном уравнении регрессии все коэффициенты значимы. Тогда для проверки адекватности уравнения не остается степеней свободы ($N=1$ и $v_1 = 0$). В этом случае адекватность уравнения регрессии можно проверить способом, основанным на оценке разности значений коэффициента b_0 и параметра оптимизации $\bar{y}_0$, полученного в опыте на нулевых уровнях факторов. Полученная разность $|b_0 - \bar{y}_0|$ является оценкой суммы эффектов взаимодействия факторов. Если разность велика, уравнением регрессии пользоваться нельзя, а если эта разность мала, т. е. соизмерима с погрешностью эксперимента, то использование данного уравнения возможно. Здесь следует иметь в виду, что коэффициенты при эффектах взаимодействий могут быть с разными знаками, а потому их сумма — небольшой величиной.

Значимость различия между b_0 и $\bar{y}_0$ оценивается по t^* - критерию

$$t_p^* = \frac{|b_0 - \bar{y}_0| \sqrt{N}}{S_y}, \quad (5.32)$$

где S_y — погрешность эксперимента, вычисленная по формуле (5.18).

Гипотеза адекватности уравнения регрессии принимается, если

$$t_p^* \leq t_t. \quad (5.33)$$

Табличное значение критерия Стьюдента при заданном уровне значимости и числе степеней свободы $v = N (m-1)$ берется из таблицы (табл. 4.13).

Если условие (5.33) не соблюдается, т. е. $t_p^* > t_t$, то это свидетельствует о значимости коэффициентов при эффектах взаимодействия факторов и позволяет сделать вывод о неадекватности полученной модели.

Таким образом, изложенная последовательность обработки результатов эксперимента при равномерном дублировании опытов может быть представлена следующей схемой:

1) для каждой строки матрицы планирования по формуле (5.13) вычисляется среднее арифметическое значение $\bar{y}_u$ параметра оптимизации;

2) по формуле (5.14) определяются построчные дисперсии S^2_u для каждого опыта матрицы планирования;

3) проверяется гипотеза однородности дисперсий S^2_u всех опытов по G-критерию Кохрена (5.15), (5.16);

4) по формуле (5.17) вычисляется дисперсия воспроизводимости S_y^2 (при условии однородности дисперсий S^2_u);

5) вычисляется погрешность эксперимента S_y из выражения (5.18);

6) по формулам (5.19), (5.20), (5.21) определяются коэффициенты уравнения регрессии;

7) по выражению (5.23) находятся дисперсии $S_{b_i}^2$ коэффициентов регрессии;

8) определяются среднеквадратические отклонения S_{b_i} коэффициентов уравнения регрессии по формуле (5.24);

9) по формуле (5.27) устанавливается величина доверительного интервала Δb_i ;

10) проверяется статистическая значимость коэффициентов уравнения регрессии (5.28);

11) по выражению (5.29) определяется дисперсия адекватности $S^2_{ад}$;

12) проверяется гипотеза адекватности модели с помощью F-критерия Фишера (5.30), (5.31).

В заключение необходимо отметить, что использование критериев Кохрена, Стьюдента и Фишера предполагает нормальное распределение полученных результатов эксперимента.

5.6. Интерпретация результатов

В качестве адекватной модели принимается полином, коэффициенты которого являются частными производными функции отклика по соответствующим переменным. Их геометрический смысл — тангенсы углов наклона гиперплоскости к соответствующим осям. Большой по абсолютной величине коэффициент соответствует большому углу наклона и, следовательно, более существенному изменению параметра оптимизации при изменении данного фактора.

Полученную математическую модель для предварительного анализа переводят на язык экспериментатора. Это называется интерпретацией модели.

Задача интерпретации является весьма сложной и решается в несколько этапов. На первом этапе устанавливается, в какой мере каждый из факторов влияет на параметр оптимизации. Величина коэффициента уравнения регрессии — количественная мера этого влияния. Чем больше численная величина коэффициента, тем большее влияние оказывает фактор. О характере влияния факторов говорят знаки коэффициентов. Здесь необходимо запомнить следующее правило: если коэффициент регрессии отрицателен, то для увеличения параметра оптимизации необходимо уменьшать значения фактора, а если коэффициент регрессии положителен, — увеличивать. Это, в конечном итоге, зависит от того, ищем ли мы максимум или минимум функции отклика. Если ищем максимум функции, то увеличение положительных коэффициентов благоприятно, если необходимо найти минимум функции, то благоприятно уже увеличение отрицательных коэффициентов. Далее факторы располагаются в ряд по силе их влияния на параметр оптимизации. Факторы, коэффициенты которых незначимы, конечно, не интерпретируются. Про эти факторы можно сказать только то, что при данных интервалах варьирования и погрешности эксперимента они не оказывают существенного влияния на параметр оптимизации.

Изменение интервалов варьирования факторов приводит к изменению коэффициентов уравнения регрессии. Абсолютные значения коэффициентов возрастают с увеличения интервалов варьирования. Инвариантными к изменению интервалов варьирования факторов остаются знаки линейных коэффициентов уравнения регрессии. Однако и они изменяются на обратные, если «проскочили» экстремум функции.

На следующем этапе проверяется правильность априорных сведений, которые дают перед экспериментом некоторые представления о характере действия факторов на параметр оптимизации. Источниками таких сведений могут служить теория изучаемого процесса, опыт работы с аналогичными процессами, предварительные опыты и т. д.

Если, например, ожидается, что с ростом одного из факторов должно происходить увеличение параметра оптимизации, а его коэффициент регрессии имеет знак «минус», то возникает противоречие. В этом случае возможны следующие две причины возникновения такой ситуации: либо в эксперименте допущена ошибка, и он должен быть подвергнут ревизии, либо неверны априорные представления о механизме процесса. Здесь нужно иметь в виду, что эксперимент проводится в локальной области факторного пространства и коэффициент отражает влияние фактора только в этой области. Заранее не известно, в какой мере можно распространить результат эксперимента на другие области. Теоретические же представления имеют обычно более общий характер. Кроме того, априорная информация часто основывается на однофакторных зависимостях. При переходе к многофакторному пространству ситуация может измениться. Поэтому мы должны быть уверены, что эксперимент проведен корректно. Тогда для преодоления противоречия можно выдвигать различные гипотезы и проверять их экспериментально.

Далее анализируются эффекты взаимодействия факторов.

Пусть, например, взаимодействие двух факторов значимо и имеет положительный знак. Это свидетельствует о том, что для увеличения параметра оптимизации требуется одновременное увеличение или уменьшение значений факторов, а для уменьшения параметра оптимизации значения факторов должны одновременно изменяться в разных направлениях. Если же эффект взаимодействия имеет отрицательный знак, то для увеличения параметра оптимизации значения факторов должны одновременно изменяться в разных направлениях, а для уменьшения параметра оптимизации требуется одновременное увеличение или уменьшение значений факторов.

Отсюда видно, что интерпретация эффектов взаимодействия факторов не так однозначна, как линейных эффектов. В каждом случае имеется два варианта. Какому из вариантов отдать предпочтение? Прежде всего необходимо учесть знаки линейных эффектов соответствующих факторов. Если эффект взаимодействия имеет знак «плюс» и соответствующие линейные эффекты отрицательны, то выбор однозначен; требуется одновременное уменьшение факторов, т. е. сочетание $x_1 = -1$ и $x_2 = -1$. Однако возможен такой случай, когда знаки линейных эффектов различны, тогда приходится учитывать численные значения коэффициентов и жертвовать самым малым эффектом.

Интерпретация уравнения регрессии является важной не только для понимания процесса, но также и для принятия решений при оптимизации.

5.7. Принятие решений после построения модели

После интерпретации полученных результатов переходят к принятию решений о дальнейших действиях: исправлять эксперимент или переходить к следующему этапу — поиску области оптимума. Этап принятия решений включает в себя эвристические моменты, зависящие от опыта и интуиции экспериментатора. При этом количество возможных ситуаций даже невозможно перечислить. Поэтому рассмотрим только наиболее часто встречающиеся случаи и выделим так

называемые типичные решения, в основу которых положена многоаспектная классификация ситуаций: по адекватности и неадекватности модели, значимости и незначимости коэффициентов уравнения регрессии, информация о положении оптимума.

Линейная модель адекватна. Здесь возможны три варианта ситуации: 1) все коэффициенты регрессии значимы; 2) часть коэффициентов регрессии значима, часть — незначима; 3) все коэффициенты регрессии незначимы.

В каждом варианте оптимум может быть близко, далеко или в неопределенной ситуации, т. е. о его положении нет информации.

Рассмотрим первый вариант, когда все коэффициенты регрессии значимы. Если область оптимума близка, то возможны три решения: окончание исследования, движение по градиенту и переход к планам второго порядка. Движение по градиенту используется при малой погрешности опыта и дает возможность найти оптимальную область. Переход к планированию второго порядка позволяет получить математическое описание области оптимума и найти экстремум. При удаленной области оптимума или когда неопределенная ситуация, принимается одно и то же решение — движение по градиенту.

Второй вариант — часть коэффициентов регрессии значима, часть незначима. Если часть коэффициентов линейной модели незначима и оптимум не близок или информация о нем отсутствует, необходимо выявить причины незначимости. Ими могут быть неправильный выбор интервалов варьирования, слабое влияние соответствующих факторов на параметр оптимизации, большая погрешность опыта. По устранению выявленной причины незначимости принимается решение: расширить интервалы варьирования незначимых факторов при проведении опытов; исключить факторы, не оказывающие влияние; увеличить число параллельных опытов для уменьшения погрешности. Изменение интервалов варьирования факторов иногда сочетают с переносом центра плана в точку, соответствующую условиям наилучшего опыта. Целью каждого

из этих решений является получение значимых коэффициентов. Это необходимо делать, так как движение по градиенту наиболее эффективно при значимых коэффициентах. Если область оптимума близка, то можно принимать такие же решения, как и при значимости всех коэффициентов, т. е. по первому варианту.

По третьему варианту – все коэффициенты регрессии незначимы (кроме b_0). Чаще всего это происходит вследствие большой погрешности эксперимента или узких интервалов варьирования факторов. Поэтому возможные решения направлены прежде всего на увеличение точности эксперимента и расширение интервалов варьирования. Увеличение точности может достигаться двумя путями: улучшением методики проведения опытов или постановкой дополнительных параллельных опытов.

Линейная модель неадекватна. Для неадекватной модели не делается различия между случаями значимых и незначимых линейных коэффициентов уравнения регрессии, потому что решения для них обычно совпадают. При неадекватной линейной модели центр плана (нулевая точка) переносится в экспериментальную точку с наилучшим значением параметра оптимизации, а интервал варьирования уменьшается пропорционально абсолютной величине коэффициента регрессии. Этим самым уменьшается кривизна поверхности отклика в точке эксперимента, что должно привести к адекватной линейной модели.

Если и при этом модель неадекватна, то очевидно, что нулевая точка эксперимента попала в область оптимума, которая описывается полиномом второго порядка. Однако такая ситуация встречается редко, поэтому в этом случае необходимо оценить вклад эффектов взаимодействия и квадратичных членов в суммарную дисперсию и, если в статистическом смысле он невелик, двигаться в область оптимума и при неадекватной модели.

Движение в область оптимума осуществляется с помощью методов оптимизации, среди которых в планировании

эксперимента широко используется метод крутого восхождения.

Рассмотрение данного метода для поиска области оптимума, как и применение планов второго порядка для ее исследования, выходят за рамки настоящего пособия.

5.8. Пример применения полного факторного эксперимента с равномерным дублированием опытов

Применение полного факторного эксперимента типа 2^k проиллюстрируем следующим примером.

В определенных геолого-технических условиях изучали зависимость механической скорости от технологических параметров режима бурения: осевой нагрузки P , расхода промывочной жидкости Q и частоты вращения n .

Локальную область определения факторов установили на основе априорных сведений. Основной (нулевой) уровень и интервал варьирования для каждого фактора были выбраны произвольно. Интервалы варьирования факторов и их натуральные значения на основном, верхнем и нижнем уровнях указаны в табл. 5.19.

Выбор модели и построение матрицы планирования. На первом этапе исследования для оценки влияния указанных факторов на параметр оптимизации (механическую скорость) и математического описания процесса бурения была использована модель вида

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3 \quad (5.34)$$

Матрица планирования эксперимента с расчетными столбцами взаимодействия факторов и результатами бурения представлена в табл. 5.20. В соответствии с выбранным планом было выполнено рандомизированно во времени 8 опытов. Порядок реализации указан в табл. 5.20. Каждый опыт был повторен три раза.

Таблица 5.19

Уровни и интервалы варьирования факторов

Факторы	Интервалы варьирования $\Delta \tilde{x}_i$	Уровни факторов		
		основной 0	верхний +1	нижний -1
Осевая нагрузка x_1 , кН	4	12	16	8
Расход промывочной жидкости x_2 , л/мин	35	55	70	40
Частота вращения x_3 , об/мин	120	460	576	340

Таблица 5.20

Матрица планирования эксперимента типа 2^3

Номер опыта	Порядок реализации	Планирование				Расчет				Параметр оптимизации		
		x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y_{u1}	y_{u2}	y_{u3}
1	6	+	-	-	-	+	+	+	-	0,80	0,78	0,69
2	2	+	+	-	-	-	-	+	+	2,00	1,80	2,48
3	5	+	-	+	-	-	+	-	+	1,28	1,20	1,34
4	1	+	+	+	-	+	-	-	-	2,00	2,06	2,18
5	7	+	-	-	+	+	-	-	+	4,00	3,60	3,12
6	8	+	+	-	+	-	+	-	-	5,54	4,80	4,50
7	3	+	-	+	+	-	-	+	-	4,24	5,54	3,80
8	4	+	+	+	+	+	+	+	+	5,54	5,14	6,00

Расчет дисперсии воспроизводимости

По формуле (5.13) определяем средние значения параметра оптимизации (механической скорости бурения) $\bar{y}_u$ для каждой строки матрицы планирования по параллельным опытам:

$$\bar{y}_1 = \frac{0,80 + 0,78 + 0,69}{3} = 0,76; \quad \bar{y}_5 = \frac{4,00 + 3,60 + 3,12}{3} = 3,57;$$

$$\bar{y}_2 = \frac{2,00 + 1,80 + 2,48}{3} = 2,09; \quad \bar{y}_6 = \frac{5,54 + 4,80 + 4,50}{3} = 4,95;$$

$$\bar{y}_3 = \frac{1,28 + 1,20 + 1,24}{3} = 1,27; \quad \bar{y}_7 = \frac{4,24 + 5,54 + 3,80}{3} = 4,53;$$

$$\bar{y}_4 = \frac{2,00 + 2,06 + 2,18}{3} = 2,08; \quad \bar{y}_8 = \frac{5,54 + 5,14 + 6,00}{3} = 5,56.$$

Для удобства вычислений составим таблицу (табл. 5.21) и для каждого опыта по формуле (5.14) рассчитаем построчные дисперсии S_u^2 :

$$S_1^2 = \frac{0,0016 + 0,0004 + 0,0049}{3 - 1} = 0,0035;$$

$$S_2^2 = \frac{0,0081 + 0,0841 + 0,1521}{3 - 1} = 0,1222;$$

$$S_3^2 = \frac{0,0001 + 0,0049 + 0,0049}{3 - 1} = 0,0050;$$

$$S_4^2 = \frac{0,0064 + 0,0004 + 0,0100}{3 - 1} = 0,0084;$$

$$S_5^2 = \frac{0,1949 + 0,0009 + 0,2025}{3 - 1} = 0,1942;$$

$$S_6^2 = \frac{0,3481 + 0,0225 + 0,2025}{3 - 1} = 0,2866;$$

$$S_7^2 = \frac{0,0841 + 1,0201 + 0,5329}{3 - 1} = 0,8186;$$

$$S_8^2 = \frac{0,0004 + 0,1764 + 0,1936}{3 - 1} = 0,1852.$$

Таблица 5.21

Расчет дисперсии опыта

Номер опыта	Механическая скорость бурения, м/ч				$y_{u1} - \bar{y}_u$	$y_{u2} - \bar{y}_u$	$y_{u3} - \bar{y}_u$	$(y_{u1} - \bar{y}_u)^2$	$(y_{u2} - \bar{y}_u)^2$	$(y_{u3} - \bar{y}_u)^2$	S_u^2
	y_{u1}	y_{u1}	y_{u2}	$\bar{y}_u$							
1	0,80	0,78	0,69	0,76	+0,04	+0,02	-0,07	0,0016	0,0004	0,0049	0,0035
2	2,00	1,80	2,48	2,09	-0,09	-0,29	+0,39	0,0081	0,0841	0,1521	0,1222
3	1,28	1,20	1,34	1,27	+ 0,01	-0,07	+0,07	0,0001	0,0049	0,0049	0,0050
4	2,00	2,06	2,18	2,08	-0,08	-0,02	+0,10	0,0064	0,0004	0,0100	0,0084
5	4,00	3,60	3,12	3,57	+0,43	+0,03	-0,45	0,1849	0,0009	0,2025	0,1942
6	5,54	4,80	4,50	4,95	+0,59	-0,15	-0,45	0,3481	0,0225	0,2025	0,2866
7	4,24	5,54	3,80	4,53	-0,29	+ 1,01	-0,73	0,0841	1,0201	0,5329	0,8186
8	5,54	5,14	6,00	5,56	-0,02	-0,42	+0,44	0,0004	0,1764	0,1936	0,1852
Σ				24,8							1,6237
				1							

Проверяем однородность ряда построчных дисперсий S_u^2 , для чего по формуле (5.15) рассчитаем величину критерия Кохрена. В данном случае

$$\sum_{u=1}^N S_u^2 = 1,6237 \text{ и } S_{u\max}^2 = 0,8186$$

(см. табл.5.21), поэтому

$$G_p = \frac{0,8186}{1,6237} = 0,5042 .$$

Расчетное значение критерия сравниваем с табличным (см. табл. 5.18) для степеней свободы $\nu_1 = 3 - 1 = 2$, $\nu_2 = 8$ и при заданном уровне значимости 0,05

$$G_T = 0,5157 > G_p = 0,5042.$$

Поскольку выполняется условие (5.16), ряд дисперсий S_u^2 можно считать однородным, и поэтому по формуле (5.17) рассчитываем дисперсию воспроизводимости:

$$S_y^2 = \frac{1,6237}{8} = 0,2030.$$

Погрешность эксперимента, согласно (5.18):

$$S_y = \sqrt{0,2030} \approx 0,45.$$

Расчет коэффициентов регрессии

Для расчета коэффициентов воспользуемся расширенной матрицей планирования (см. табл. 5.20) и полученным средним значением параметра оптимизации y_u по каждой строке (см. табл. 5.21). Коэффициенты подсчитываем по формулам (5.19), (5.20) и (5.21). Их значения оказались следующими:

$$\begin{aligned}
b_0 &= \frac{0,76+2,09+1,27+2,08+3,57+4,95+4,53+5,56}{8} = 3,10; \\
b_1 &= \frac{-0,76+2,09-1,27+2,08-3,57+4,95-4,53+5,56}{8} = 0,57; \\
b_2 &= \frac{-0,76-2,09+1,27+2,08-3,57-4,95+4,53+5,56}{8} = 0,26; \\
b_3 &= \frac{-0,76-2,09-1,27-2,08+3,57+4,95+4,53+5,56}{8} = 1,55; \\
b_{12} &= \frac{0,76-2,09-1,27+2,08+3,57-4,95-4,53+5,56}{8} = -0,11; \\
b_{13} &= \frac{0,76-2,09+1,27-2,08-3,57+4,95-4,53+5,56}{8} = 0,03; \\
b_{23} &= \frac{0,76+2,09-1,27-2,08-3,57-4,95+4,53+5,56}{8} = 0,13; \\
b_{123} &= \frac{-0,76+2,09+1,27-2,08+3,57-4,95-4,53+5,56}{8} = 0,02
\end{aligned}$$

После расчета всех коэффициентов уравнение (5.34) принимает вид

$$\begin{aligned}
\hat{y} &= 3,10 + 0,57x_1 + 0,26x_2 + 1,55x_3 - 0,11x_1x_2 + \\
&+ 0,03x_1x_3 + 0,13x_2x_3 + 0,02x_1x_2x_3.
\end{aligned} \tag{5.35}$$

Проверка статистической значимости коэффициентов

Проверку статистической значимости коэффициентов проводим двумя равноценными способами. Для этого вначале по формуле (5.24) вычисляем среднеквадратическое отклонение S_{b_i} , которое для всех коэффициентов одинаковое и численно равно

$$S_{b_i} = \frac{0,45}{\sqrt{3 \cdot 8}} = 0,09.$$

По первому способу, согласно формуле (5.25), получаем следующие расчетные значения критерия Стьюдента:

$$t_0 = \frac{3,10}{0,09} = 34,44 ; t_1 = \frac{0,57}{0,09} = 6,33 ; t_2 = \frac{0,26}{0,09} = 2,89 ; t_3 = \frac{1,55}{0,09} = 17,22 ;$$

$$t_{12} = \frac{0,11}{0,09} = 1,22 ; t_{13} = \frac{0,03}{0,09} = 0,33 ; t_{23} = \frac{0,13}{0,09} = 1,44 ; t_{123} = \frac{0,02}{0,09} = 0,22$$

и сравниваем их с табличным (см. табл. 4.13) для степеней свободы $\nu = 8(3 - 1) = 16$ и заданной доверительной вероятности 0,95 ($t_{\tau} = 2,12$). Коэффициенты b_{12} , b_{13} , b_{23} и b_{123} оказались статистически незначимыми, так как условие (5.26) не выполняется, а именно $t_{12} = 1,22 < t_{\tau} = 2,12$; $t_{13} = 0,33 < t_{\tau} = 2,12$ и т. д.

По второму способу определяем величину доверительного интервала Δb_i по формуле (5.27) и получаем для всех коэффициентов его численное значение

$$\Delta b_i = 2,12 \cdot 0,09 = 0,19.$$

Согласно условию (5.28), статистически значимыми признаются коэффициенты, величина которых равна доверительному интервалу или больше его. В данном случае это коэффициенты b_0 , b_1 , b_2 , b_3 . Статистически незначимые коэффициенты b_{12} , b_{13} , b_{23} и b_{123} из модели (5.35) исключаются, так как $b_{12} = 0,11 < \Delta b_i = 0,19$; $b_{23} = 0,03 < \Delta b_i = 0,19$ и т. д.

После исключения статистически незначимых коэффициентов b_{12} , b_{13} , b_{23} и b_{123} получено следующее уравнение регрессии:

$$\hat{y} = 3,10 + 0,57x_1 + 0,26x_2 + 1,55x_{33}. \quad (5.36)$$

Проверка адекватности модели

Прежде всего определим с помощью уравнения (5.36) расчетные значения механической скорости бурения. Напомним, что все x_i в данное уравнение входят в кодированной форме, а поэтому расчетное значение механической скорости получаем с учетом условий опытов, приведенных в табл. 5.20:

$$\hat{y}_1 = 3,10 - 0,57 - 0,110 \cdot 1,55 = 0,72;$$

$$\hat{y}_2 = 3,10 + 0,57 - 0,26 - 1,55 = 1,86;$$

$$\hat{y}_3 = 3,10 - 0,57 + 0,26 - 1,55 = 1,24;$$

$$\hat{y}_4 = 3,10 + 0,57 + 0,26 - 1,55 = 2,38;$$

$$\hat{y}_5 = 3,10 - 0,57 - 0,26 + 1,55 = 3,82;$$

$$\hat{y}_6 = 3,10 + 0,57 - 0,26 + 1,55 = 4,96;$$

$$\hat{y}_7 = 3,10 - 0,57 + 0,26 - 1,55 = 4,34;$$

$$\hat{y}_8 = 3,10 + 0,57 + 0,26 + 1,55 = 5,48.$$

Далее составляем таблицу, в которую заносим все полученные экспериментальные $\bar{y}_u$ и расчетные $\hat{y}_u$ значения механической скорости, а также все исходные данные, необходимые для расчета дисперсии адекватности $S^2_{ад}$ (табл. 5.22).

Таблица 5.22

Сопоставление экспериментальных и расчетных данных

Номер опыта	$\bar{y}_u$	$\hat{y}_u$	$\bar{y}_u - \hat{y}_u$	$(\bar{y}_u - \hat{y}_u)^2$
1	0,76	0,72	0,04	0,0016
2	2,09	1,86	0,23	0,0529
3	1,27	1,24	0,03	0,0009
4	2,08	2,38	-0,30	0,0900
5	3,57	3,82	-0,25	0,0625
6	4,95	4,96	-0,01	0,0001
7	4,53	4,34	0,19	0,0361
8	5,56	5,48	0,08	0,0064

Из табл. 5.22 подсчитываем сумму квадратов отклонений:

$$(\bar{y}_u - \hat{y}_u)^2 = 0,0016 + 0,0529 + 0,0009 + 0,0900 + 0,0625 + 0,0001 + 0,0361 + 0,0064 = 0,2495$$

$$+ 0,0625 + 0,0001 + 0,0361 + 0,0064 = 0,2505.$$

Дисперсию адекватности $S^2_{ад}$ рассчитываем по формуле (5.29):

$$S^2_{ад} = \frac{3}{8-4} \cdot 0,2505 = 0,1879.$$

Так как в данном случае $S^2_{ад} < S^2_y$ ($0,1879 < 0,2030$), то гипотезу об адекватности модели (5.36) принимаем, не выполняя при этом расчета (5.36) и не проверяя условия (5.31).

Анализ модели

Полный факторный эксперимент типа 2^3 был использован для нахождения уравнения (5.36), описывающего связь между механической скоростью бурения и основными технологическими параметрами— осевой нагрузкой, количеством промывочной жидкости и частотой вращения.

Из анализа уравнения регрессии можно заключить, что все три параметра режима бурения оказывают положительное влияние на механическую скорость. Об этом свидетельствуют знаки при коэффициентах. Что касается численной величины коэффициентов, то они показывают силу влияния соответствующего фактора на параметр оптимизации. Так, в нашем примере при выбранных интервалах варьирования наибольшее влияние на механическую скорость бурения оказывает частота вращения ($b_3=1,55$), наименьшее — расход промывочной жидкости ($b_2=0,26$).

Наибольшее значение механической скорости бурения было получено, когда все факторы были на верхнем уровне (+1). Эти уровни факторов ($p=16$ кН, $Q = 70$ л/мин, $n = 576$ об/мин) могут быть приняты за основные при планировании следующего этапа эксперимента.

Анализ квадратов отклонений $(\bar{y}_u - \hat{y}_u)^2$ по строкам (см. табл. 5.22) показывает, что наибольший вклад в дисперсию адекватности вносят опыты 2, 4, 5 и 7. Отсюда рекомендация: повторить эти опыты и после уточнения их значений можно переходить к крутому восхождению.

Контрольные вопросы

1. В чем сущность полного факторного эксперимента?
2. Как производится выбор области проведения эксперимента, основного уровня и интервалов варьирования факторов?
3. Что такое кодирование факторов?
4. Опишите матрицу планирования и ее свойства.
5. Каков принцип построения дробной реплики от полного факторного эксперимента?
6. Как реализуется план эксперимента при равномерном дублировании опытов?
7. Объясните алгоритм расчета полного факторного эксперимента при равномерном дублировании опытов.
8. Опишите интерпретацию результатов эксперимента и принятие решений после построения модели.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках данного пособия сделана попытка в максимально доступной и понятной форме изложить планирование многофакторного эксперимента для поиска оптимальных условия процесса бурения на этапе получения математической модели в виде полинома первой степени.

Для этого объект исследования рассматривается как кибернетическая система, характеризующаяся совокупностью входных переменных (факторов) и выходной величины (параметров оптимизации), связанных между собой определенным соотношением, представленным после реализации эксперимента в виде уравнения регрессии.

Изменение стратегии исследования технологических объектов связано с применением ряда методологических концепций, внесенных в теорию и практику эксперимента математической статистикой и кибернетикой.

На предварительном этапе исследования производится постановка небольшого числа опытов и обработка результатов наблюдений с помощью методов математической статистики. Это дает некоторое представление о свойствах и поведении изучаемого объекта и способствует повышению эффективности его исследования на последующих этапах.

Так, по данным предварительного исследования, становится возможным определить: 1) области существования факторов; 2) основные (нулевые) уровни и интервалы варьирования факторов; 3) предварительное число параллельных опытов; 4) число факторов и их взаимодействий, включаемых в план полного факторного эксперимента или дробной реплики.

В соответствии с выбранной моделью и задачами исследования намечается план эксперимента, реализация которого является наиболее ответственной частью работы. Здесь требуется высокая культура эксперимента, тщательное соблюдение условий рандомизации опытов.

Обработка результатов с помощью методов наименьших квадратов приводит к получению математической модели объекта в области проведения эксперимента. После получения полинома проводится проверка статистической значимости коэффициентов и его адекватности.

Анализ полученной математической модели позволяет наметить направление движения из исходной точки, наиболее быстро приводящее к оптимизации выбранного параметра. Дальнейшие исследования связаны с применением метода крутого восхождения и планов второго порядка.

Библиографический список

Адлер, Ю. П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных решений / Ю. П. Адлер, Е. В. Маркова, Ю. В. Грановский. – М.: Наука, 1976.

Башкатов, Д. Н. Оптимизация процесса бурения / Д. Н. Башкатов. – Нижний Новгород, 2007.

Бражников, В. А. Информационные устройства для определения эффективности процесса бурения / В. А. Бражников, В. А. Кузнецов. – М.: Недра, 1988.

Ганджумян, Р. А. Математическая статистика в разведочном бурении / Р. А. Ганджумян. – М.: Недра, 1990.

Ермаков, С. М. Статистическое моделирование / С. М. Ермаков, Г. А. Михайлов. – М.: Недра, 1978.

Игнатов, В. И. Организация и проведение эксперимента в бурении / В. И. Игнатов. – М.: Недра, 1978.

Козловский, Е. А. Оптимизация процесса бурение (структура и элементы управления). – М.: МГГА, 2000.

Крутов, В. Н. Основы научных исследований / В. Н. Крутов, Н. М. Глушко, В. В. Попов [и др.] – М.: Высшая школа, 1989.

Налимов, В. В. Теория эксперимента / В. В. Налимов. – М.: Наука, 1981.

Ошкордин, О. В. Качество разведочного бурения / О. В. Ошкордин, А. А. Мецгер, С. Г. Фролов; СГИ. – Свердловск, 1990.

Ошкордин, О. В. Технологический опыт как ресурс бурового производства: науч. изд. – Екатеринбург: Изд-во УГГГУ, 2003. – 156 с.



**ФГБОУ ВО
УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ**



**ФАКУЛЬТЕТ ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ
Кафедра технологии и техники разведки МПИ**

Ф.П. Сердюков

ОПТИМИЗАЦИЯ В ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ

*Методические указания для практических занятий
студентов по дисциплине
«Оптимизация в геологоразведочном производстве»*

*Для студентов специальности
21.05.03 Технология геологической разведки*

Очное, заочное

**Екатеринбург
2020**

ВВЕДЕНИЕ

Выполнение задания по курсу «Оптимизация в геологоразведочном производстве» имеет целью закрепить и углубить знания по исследованию объекта и его научном анализе, функционирование которого желательно в оптимальном режиме, где центральное место занимает эксперимент. Для повышения эффективности экспериментальных исследований применяют математические методы, теорию планирования эксперимента и методы обработки результатов исследований.

Задание выполняются на персональных компьютерах, и отчет о выполнении должен быть составлен согласно общим правилам оформления аттестационных и квалификационных работ. Для выполнения заданий необходимы базовые навыки работы в текстовом редакторе *Word* и электронных таблицах *MS Excel*.

Расчетно-графическое задание «Полный факторный эксперимент 2³»

Цель и условие задания

Цель задания: освоить методы планирования и обработки полного факторного эксперимента.

Условие задания: Объектом экспериментальных исследований является новая конструкция коронки. Параметром исследований выбрана механическая скорость бурения. В качестве факторов приняты осевая нагрузка, частота вращения и расход промывочной жидкости, которыми варьируют в следующих пределах:

- $8 \leq x_1 \leq 16$ кН;
- $70 \leq x_2 \leq 40$ л/мин;
- $340 \leq x_3 \leq 580$ об/мин

Верхние и нижние границы интервалов варьирования выбраны за соответствующие уровни факторов. Вероятность взаимодействия факторов не исключается. Число параллельных опытов во всех точках плана равно трем. План полного факторного эксперимента 2³ и результаты определения параметра исследований приведены в приложении 1 в таблицах соответствующих вариантов.

Требуется: Построить математическую модель с учетом взаимодействия факторов. При выполнении статистических процедур уровень значимости табличных критериев следует принять равным 0,05.

Содержание отчета:

- условие задания;
- вариант рабочей матрицы экспериментов с использованием рандомизации опытов (включая параллельные опыты);
- расчет коэффициентов уравнения с учетом взаимодействия факторов и целевую функцию в виде неполного квадратичного полинома;
- расчет относительной погрешности вычисленных по этому уравнению значений параметра для всех строк плана;
- оценка воспроизводимости результатов экспериментов при помощи G-критерия Кохрена;
- проверка значимости отдельных коэффициентов построенного уравнения с помощью t-критерия Стьюдента и определение целевой функции, состоящей только из значимых эффектов;
- проверку адекватности модели с помощью F-критерия Фишера;
- анализ полученных результатов.

1. Пример применения полного факторного эксперимента с равномерным дублированием опытов

Применение полного факторного эксперимента типа 2^k проиллюстрируем следующим примером.

В определенных геолого-технических условиях изучали зависимость механической скорости от технологических параметров режима бурения: осевой нагрузки P , расхода промывочной жидкости Q и частоты вращения n .

Локальную область определения факторов установили на основе априорных сведений. Основной (нулевой) уровень и интервал варьирования для каждого фактора были выбраны произвольно. Интервалы варьирования факторов и их натуральные значения на основном, верхнем и нижнем уровнях указаны в табл. 1.

Выбор модели и построение матрицы планирования. На первом этапе исследования для оценки влияния указанных факторов на параметр оптимизации (механическую скорость) и математического описания процесса бурения была использована модель вида

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3 \quad (1)$$

Матрица планирования эксперимента с расчетными столбцами взаимодействия факторов и результатами бурения представлена в табл. 2. В соответствии с выбранным планом было выполнено рандомизированно во времени 8 опытов. Порядок реализации указан в табл. 2. Каждый опыт был повторен три раза.

Таблица 1

Уровни и интервалы варьирования факторов

Факторы	Интервалы варьирования $\Delta\tilde{x}_i$	Уровни факторов		
		основной 0	верхний +1	нижний -1
Осевая нагрузка x_1 , кН	4	12	16	8
Расход промывочной жидкости x_2 , л/мин	35	55	70	40
Частота вращения x_3 , об/мин	120	460	576	340

Таблица 2

Матрица планирования эксперимента типа 2^3

Номер опыта	Порядок реализации	Планирование				Расчет				Параметр оптимизации		
		x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	y_{u1}	y_{u2}	y_{u3}
1	6	+	-	-	-	+	+	+	-	0,80	0,78	0,69
2	2	+	+	-	-	-	-	+	+	2,00	1,80	2,48
3	5	+	-	+	-	-	+	-	+	1,28	1,20	1,34
4	1	+	+	+	-	+	-	-	-	2,00	2,06	2,18
5	7	+	-	-	+	+	-	-	+	4,00	3,60	3,12
6	8	+	+	-	+	-	+	-	-	5,54	4,80	4,50
7	3	+	-	+	+	-	-	+	-	4,24	5,54	3,80
8	4	+	+	+	+	+	+	+	+	5,54	5,14	6,00

Расчет дисперсии воспроизводимости

По формуле определяем средние значения параметра оптимизации (механической скорости бурения) $\bar{y}_u$ для каждой строки матрицы планирования по параллельным опытам:

$$\begin{aligned}\bar{y}_1 &= \frac{0,80 + 0,78 + 0,69}{3} = 0,76; \quad \bar{y}_5 = \frac{4,00 + 3,60 + 3,12}{3} = 3,57; \\ \bar{y}_2 &= \frac{2,00 + 1,80 + 1,05}{3} = 2,09; \quad \bar{y}_6 = \frac{5,54 + 4,80 + 4,50}{3} = 4,95; \\ \bar{y}_3 &= \frac{1,28 + 1,20 + 1,24}{3} = 1,27; \quad \bar{y}_7 = \frac{4,24 + 5,54 + 3,80}{3} = 4,53; \\ \bar{y}_4 &= \frac{2,00 + 2,06 + 2,18}{3} = 2,08; \quad \bar{y}_8 = \frac{5,54 + 5,14 + 6,00}{3} = 5,56.\end{aligned}$$

Для удобства вычислений составим таблицу (табл. 3) и для каждого опыта по формуле рассчитаем построчные дисперсии S_u^2 :

$$\begin{aligned}S_1^2 &= \frac{0,0016 + 0,0004 + 0,0049}{3-1} = 0,0035; \\ S_2^2 &= \frac{0,0081 + 0,0841 + 0,1521}{3-1} = 0,1222; \\ S_3^2 &= \frac{0,0001 + 0,0049 + 0,0049}{3-1} = 0,0050; \\ S_4^2 &= \frac{0,0064 + 0,0004 + 0,0100}{3-1} = 0,0084; \\ S_5^2 &= \frac{0,1949 + 0,0009 + 0,2025}{3-1} = 0,1942; \\ S_6^2 &= \frac{0,3481 + 0,0225 + 0,2025}{3-1} = 0,2866; \\ S_7^2 &= \frac{0,0841 + 1,0201 + 0,5329}{3-1} = 0,8186; \\ S_8^2 &= \frac{0,0004 + 0,1764 + 0,1936}{3-1} = 0,1852.\end{aligned}$$

Таблица 3

Расчет дисперсии опыта

Номер опыта	Механическая скорость бурения, м/ч				$y_{u1} - \bar{y}_u$	$y_{u2} - \bar{y}_u$	$y_{u3} - \bar{y}_u$	$(y_{u1} - \bar{y}_u)^2$	$(y_{u2} - \bar{y}_u)^2$	$(y_{u3} - \bar{y}_u)^2$	S_u^2
	y_{u1}	y_{u2}	y_{u3}	$\bar{y}_u$							
1	0,80	0,78	0,69	0,76	+0,04	+0,02	-0,07	0,0016	0,0004	0,0049	0,0035
2	2,00	1,80	2,48	2,09	-0,09	-0,29	+0,39	0,0081	0,0841	0,1521	0,1222
3	1,28	1,20	1,34	1,27	+0,01	-0,07	+0,07	0,0001	0,0049	0,0049	0,0050
4	2,00	2,06	2,18	2,08	-0,08	-0,02	+0,10	0,0064	0,0004	0,0100	0,0084
5	4,00	3,60	3,12	3,57	+0,43	+0,03	-0,45	0,1849	0,0009	0,2025	0,1942
6	5,54	4,80	4,50	4,95	+0,59	-0,15	-0,45	0,3481	0,0225	0,2025	0,2866
7	4,24	5,54	3,80	4,53	-0,29	+1,01	-0,73	0,0841	1,0201	0,5329	0,8186
8	5,54	5,14	6,00	5,56	-0,02	-0,42	+0,44	0,0004	0,1764	0,1936	0,1852
Σ				24,8							1,6237
				1							

Проверяем однородность ряда построчных дисперсий S_u^2 , для чего по формуле рассчитаем величину критерия Кохрена. В данном случае

$$\sum_{u=1}^N S_u^2 = 1,6237 \text{ и } S_{u_{\max}}^2 = 0,8186$$

(см. табл.3), поэтому

$$G_p = \frac{0,8186}{1,6237} = 0,5042 .$$

Расчетное значение критерия сравниваем с табличным для степеней свободы $v_1 = 3 - 1 = 2$, $v_2 = 8$ и при заданном уровне значимости 0,05

$$G_T = 0,5157 > G_p = 0,5042.$$

Поскольку выполняется условие, ряд дисперсий S_u^2 можно считать однородным, и поэтому по формуле рассчитываем дисперсию воспроизводимости:

$$S_y^2 = \frac{1,6237}{8} = 0,2030.$$

Погрешность эксперимента, согласно формулы:

$$S_y = \sqrt{0,2030} \approx 0,45 .$$

Расчет коэффициентов регрессии

Для расчета коэффициентов воспользуемся расширенной матрицей планирования (см. табл. 2) и полученным средним значением параметра оптимизации y_u по каждой строке (см. табл. 3). Коэффициенты подсчитываем по формулам. Их значения оказались следующими:

$$\begin{aligned} b_0 &= \frac{0,76 + 2,09 + 1,27 + 2,08 + 3,57 + 4,95 + 4,53 + 5,56}{8} = 3,10; \\ b_1 &= \frac{-0,76 + 2,09 - 1,27 + 2,08 - 3,57 + 4,95 - 4,53 + 5,56}{8} = 0,57; \\ b_2 &= \frac{-0,76 - 2,09 + 1,27 + 2,08 - 3,57 - 4,95 + 4,53 + 5,56}{8} = 0,26; \\ b_3 &= \frac{-0,76 - 2,09 - 1,27 - 2,08 + 3,57 + 4,95 + 4,53 + 5,56}{8} = 1,55; \\ b_{12} &= \frac{0,76 - 2,09 - 1,27 + 2,08 + 3,57 - 4,95 - 4,53 + 5,56}{8} = -0,11; \\ b_{13} &= \frac{0,76 - 2,09 + 1,27 - 2,08 - 3,57 + 4,95 - 4,53 + 5,56}{8} = 0,03; \\ b_{23} &= \frac{0,76 + 2,09 - 1,27 - 2,08 - 3,57 - 4,95 + 4,53 + 5,56}{8} = 0,13; \\ b_{123} &= \frac{-0,76 + 2,09 + 1,27 - 2,08 + 3,57 - 4,95 - 4,53 + 5,56}{8} = 0,02 \end{aligned}$$

После расчета всех коэффициентов уравнение (1) принимает вид

$$\hat{y} = 3,10 + 0,57x_1 + 0,26x_2 + 1,55x_3 - 0,11x_1x_2 + 0,03x_1x_3 + 0,13x_2x_3 + 0,02x_1x_2x_3. \quad (2)$$

Проверка статистической значимости коэффициентов

Проверку статистической значимости коэффициентов проводим двумя равноценными способами. Для этого вначале по формуле вычисляем среднеквадратическое отклонение S_{b_i} , которое для всех коэффициентов одинаковое и численно равно

$$S_{b_i} = \frac{0,45}{\sqrt{3 \cdot 8}} = 0,09.$$

По первому способу, согласно формуле, получаем следующие расчетные значения критерия Стьюдента:

$$t_0 = \frac{3,10}{0,09} = 34,44; \quad t_1 = \frac{0,57}{0,09} = 6,33; \quad t_2 = \frac{0,26}{0,09} = 2,89; \quad t_3 = \frac{1,55}{0,09} = 17,22;$$

$$t_{12} = \frac{0,11}{0,09} = 1,22; \quad t_{13} = \frac{0,03}{0,09} = 0,33; \quad t_{23} = \frac{0,13}{0,09} = 1,44; \quad t_{123} = \frac{0,02}{0,09} = 0,22$$

и сравниваем их с табличным для степеней свободы $\nu = 8(3 - 1) = 16$ и заданной доверительной вероятности 0,95 ($t_r = 2,12$). Коэффициенты b_{12} , b_{13} , b_{23} и b_{123} оказались статистически незначимыми, так как условие не выполняется, а именно $t_{12} = 1,22 < t_r = 2,12$; $t_{13} = 0,33 < t_r = 2,12$ и т. д.

По второму способу определяем величину доверительного интервала Δb_i по формуле и получаем для всех коэффициентов его численное значение

$$\Delta b_i = 2,12 \cdot 0,09 = 0,19.$$

Согласно условию, статистически значимыми признаются коэффициенты, величина которых равна доверительному интервалу или больше его. В данном случае это коэффициенты b_0 , b_1 , b_2 , b_3 . Статистически незначимые коэффициенты b_{12} , b_{13} , b_{23} и b_{123} из модели (2) исключаются, так как $b_{12} = 0,11 < \Delta b_i = 0,19$; $b_{23} = 0,13 < \Delta b_i = 0,19$ и т. д.

После исключения статистически незначимых коэффициентов b_{12} , b_{13} , b_{23} и b_{123} получено следующее уравнение регрессии:

$$\hat{y} = 3,10 + 0,57x_1 + 0,26x_2 + 1,55x_3. \quad (3)$$

Проверка адекватности модели

Прежде всего определим с помощью уравнения (3) расчетные значения механической скорости бурения. Напомним, что все x_i в данное уравнение входят в кодированной форме, а поэтому расчетное значение механической скорости получаем с учетом условий опытов, приведенных в таблице 2:

$$\hat{y}_1 = 3,10 - 0,57 - 0,26 - 1,55 = 0,72;$$

$$\hat{y}_2 = 3,10 + 0,57 - 0,26 - 1,55 = 1,86;$$

$$\hat{y}_3 = 3,10 - 0,57 + 0,26 - 1,55 = 1,24;$$

$$\hat{y}_4 = 3,10 + 0,57 + 0,26 - 1,55 = 2,38;$$

$$\hat{y}_5 = 3,10 - 0,57 - 0,26 + 1,55 = 3,82;$$

$$\hat{y}_6 = 3,10 + 0,57 - 0,26 + 1,55 = 4,96;$$

$$\hat{y}_7 = 3,10 - 0,57 + 0,26 - 1,55 = 1,24;$$

$$\hat{y}_8 = 3,10 + 0,57 + 0,26 + 1,55 = 5,48.$$

Далее составляем таблицу, в которую заносим все полученные экспериментальные $\bar{y}_u$ и расчетные $\hat{y}_u$ значения механической скорости, а также все исходные данные, необходимые для расчета дисперсии адекватности $S^2_{ад}$ (табл. 4).
Таблица 4

Сопоставление экспериментальных и расчетных данных

Номер опыта	$\bar{y}_u$	$\hat{y}_u$	$\bar{y}_u - \hat{y}_u$	$(\bar{y}_u - \hat{y}_u)^2$
1	0,76	0,72	0,04	0,0016
2	2,09	1,86	0,23	0,0529
3	1,27	1,24	0,03	0,0009
4	2,08	2,38	-0,30	0,0900
5	3,57	3,82	-0,25	0,0625
6	4,95	4,96	-0,01	0,0001
7	4,53	4,34	0,19	0,0361
8	5,56	5,48	0,08	0,0064

Из таблицы 4 подсчитываем сумму квадратов отклонений:

$$(\bar{y}_u - \hat{y}_u)^2 = 0,0016 + 0,0529 + 0,0009 + 0,0900 + 0,0625 + 0,0001 + 0,0361 + 0,0064 = 0,2505.$$

Дисперсию адекватности $S^2_{ад}$ рассчитываем по формуле:

$$S^2_{ад} = \frac{3}{8-4} \cdot 0,2505 = 0,1879.$$

Так как в данном случае $S^2_{ад} < S^2_y$ ($0,1879 < 0,2030$), то гипотезу об адекватности модели (3) принимаем, не выполняя при этом расчета (3) и не проверяя условия.

Анализ модели

Полный факторный эксперимент типа 2^3 был использован для нахождения уравнения (3), описывающего связь между механической скоростью бурения и основными технологическими параметрами — осевой нагрузкой, количеством промывочной жидкости и частотой вращения.

Из анализа уравнения регрессии можно заключить, что все три параметра режима бурения оказывают положительное влияние на механическую скорость. Об этом свидетельствуют знаки при коэффициентах. Что касается численной величины коэффициентов, то они показывают силу влияния соответствующего фактора на параметр оптимизации. Так, в нашем примере при выбранных интервалах варьирования наибольшее влияние на механическую скорость бурения оказывает частота вращения ($b_3=1,55$), наименьшее — расход промывочной жидкости ($b_2=0,26$).

Наибольшее значение механической скорости бурения было получено, когда все факторы были на верхнем уровне (+1). Эти уровни факторов ($p=16$ кН, $Q=70$ л/мин, $n=576$ об/мин) могут быть приняты за основные при планировании следующего этапа эксперимента.

Анализ квадратов отклонений $(\bar{y}_u - \hat{y}_u)^2$ по строкам (см. табл. 4) показывает, что наибольший вклад в дисперсию адекватности вносят опыты 2, 4, 5 и 7. Отсюда рекомендация: повторить эти опыты и после уточнения их значений можно переходить к крутому восхождению.

Варианты задания

Вариант 1

Номер опыта	Порядок реализации	Планирование				Расчет				Параметр оптимизации		
		x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y_{u1}	y_{u2}	y_{u3}
1	6	+	-	-	-	+	+	+	-	0,35	0,43	0,41
2	2	+	+	-	-	-	-	+	+	0,72	0,75	0,73
3	5	+	-	+	-	-	+	-	+	0,53	0,58	0,55
4	1	+	+	+	-	+	-	-	-	0,84	0,86	0,85
5	7	+	-	-	+	+	-	-	+	0,41	0,48	0,44
6	8	+	+	-	+	-	+	-	-	0,86	0,87	0,86
7	3	+	-	+	+	-	-	+	-	0,62	0,65	0,64
8	4	+	+	+	+	+	+	+	+	0,97	0,98	0,96

Вариант 2

Номер опыта	Порядок реализации	Планирование				Расчет				Параметр оптимизации		
		x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y_{u1}	y_{u2}	y_{u3}
1	6	+	-	-	-	+	+	+	-	0,33	0,4	0,36
2	2	+	+	-	-	-	-	+	+	0,65	0,77	0,68
3	5	+	-	+	-	-	+	-	+	0,48	0,58	0,5
4	1	+	+	+	-	+	-	-	-	0,76	0,89	0,8
5	7	+	-	-	+	+	-	-	+	0,38	0,46	0,39
6	8	+	+	-	+	-	+	-	-	0,77	0,91	0,81
7	3	+	-	+	+	-	-	+	-	0,55	0,67	0,59
8	4	+	+	+	+	+	+	+	+	0,88	1,02	0,91

Вариант 3

Номер опыта	Порядок реализации	Планирование				Расчет				Параметр оптимизации		
		x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y_{u1}	y_{u2}	y_{u3}
1	6	+	-	-	-	+	+	+	-	0,39	0,47	0,45
2	2	+	+	-	-	-	-	+	+	0,79	0,83	0,80
3	5	+	-	+	-	-	+	-	+	0,58	0,64	0,61
4	1	+	+	+	-	+	-	-	-	0,92	0,95	0,94
5	7	+	-	-	+	+	-	-	+	0,45	0,53	0,48
6	8	+	+	-	+	-	+	-	-	0,95	0,96	0,95
7	3	+	-	+	+	-	-	+	-	0,68	0,72	0,70
8	4	+	+	+	+	+	+	+	+	1,07	1,08	1,06

Вариант 4

Номер опыта	Порядок реализации	Планирование				Расчет				Параметр оптимизации		
		x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y_{u1}	y_{u2}	y_{u3}
1	6	+	-	-	-	+	+	+	-	0,33	0,41	0,39
2	2	+	+	-	-	-	-	+	+	0,69	0,71	0,70
3	5	+	-	+	-	-	+	-	+	0,50	0,55	0,52
4	1	+	+	+	-	+	-	-	-	0,80	0,82	0,81
5	7	+	-	-	+	+	-	-	+	0,39	0,46	0,42
6	8	+	+	-	+	-	+	-	-	0,82	0,83	0,82
7	3	+	-	+	+	-	-	+	-	0,59	0,62	0,61
8	4	+	+	+	+	+	+	+	+	0,92	0,93	0,91

Вариант 5

Номер опыта	Порядок реализации	Планирование				Расчет				Параметр оптимизации		
		x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y_{u1}	y_{u2}	y_{u3}
1	6	+	-	-	-	+	+	+	-	0,52	0,50	0,44
2	2	+	+	-	-	-	-	+	+	0,88	0,85	0,84
3	5	+	-	+	-	-	+	-	+	0,69	0,66	0,63
4	1	+	+	+	-	+	-	-	-	1,00	0,99	0,97
5	7	+	-	-	+	+	-	-	+	0,58	0,53	0,50
6	8	+	+	-	+	-	+	-	-	1,01	1,00	1,00
7	3	+	-	+	+	-	-	+	-	0,77	0,75	0,73
8	4	+	+	+	+	+	+	+	+	1,13	1,11	1,12

Вариант 6

Номер опыта	Порядок реализации	Планирование				Расчет				Параметр оптимизации		
		x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y_{u1}	y_{u2}	y_{u3}
1	6	+	-	-	-	+	+	+	-	0,48	0,40	0,46
2	2	+	+	-	-	-	-	+	+	0,80	0,77	0,78
3	5	+	-	+	-	-	+	-	+	0,63	0,58	0,60
4	1	+	+	+	-	+	-	-	-	0,91	0,89	0,90
5	7	+	-	-	+	+	-	-	+	0,53	0,46	0,49
6	8	+	+	-	+	-	+	-	-	0,92	0,91	0,91
7	3	+	-	+	+	-	-	+	-	0,70	0,67	0,69
8	4	+	+	+	+	+	+	+	+	1,03	1,02	1,01

Вариант 7

Номер опыта	Порядок реализации	Планирование				Расчет				Параметр оптимизации		
		x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y_{u1}	y_{u2}	y_{u3}
1	6	+	-	-	-	+	+	+	-	0,36	0,44	0,42
2	2	+	+	-	-	-	-	+	+	0,73	0,76	0,74
3	5	+	-	+	-	-	+	-	+	0,54	0,59	0,56
4	1	+	+	+	-	+	-	-	-	0,86	0,88	0,87
5	7	+	-	-	+	+	-	-	+	0,42	0,49	0,45
6	8	+	+	-	+	-	+	-	-	0,88	0,89	0,88
7	3	+	-	+	+	-	-	+	-	0,63	0,66	0,65
8	4	+	+	+	+	+	+	+	+	0,99	1,00	0,98

Вариант 8

Номер опыта	Порядок реализации	Планирование				Расчет				Параметр оптимизации		
		x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y_{u1}	y_{u2}	y_{u3}
1	6	+	-	-	-	+	+	+	-	0,50	0,42	0,52
2	2	+	+	-	-	-	-	+	+	0,88	0,87	0,91
3	5	+	-	+	-	-	+	-	+	0,67	0,64	0,70
4	1	+	+	+	-	+	-	-	-	1,03	1,02	1,04
5	7	+	-	-	+	+	-	-	+	0,53	0,50	0,58
6	8	+	+	-	+	-	+	-	-	1,04	1,04	1,05
7	3	+	-	+	+	-	-	+	-	0,77	0,75	0,79
8	4	+	+	+	+	+	+	+	+	1,16	1,17	1,19

Вариант 9

Номер опыта	Порядок реализации	Планирование				Расчет				Параметр оптимизации		
		x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y_{u1}	y_{u2}	y_{u3}
1	6	+	-	-	-	+	+	+	-	0,38	0,47	0,45
2	2	+	+	-	-	-	-	+	+	0,79	0,82	0,80
3	5	+	-	+	-	-	+	-	+	0,58	0,64	0,60
4	1	+	+	+	-	+	-	-	-	0,92	0,94	0,93
5	7	+	-	-	+	+	-	-	+	0,45	0,53	0,48
6	8	+	+	-	+	-	+	-	-	0,94	0,95	0,94
7	3	+	-	+	+	-	-	+	-	0,68	0,71	0,70
8	4	+	+	+	+	+	+	+	+	1,06	1,07	1,05

Вариант 10

Номер опыта	Порядок реализации	Планирование				Расчет				Параметр оптимизации		
		x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y_{u1}	y_{u2}	y_{u3}
1	6	+	-	-	-	+	+	+	-	0,45	0,37	0,47
2	2	+	+	-	-	-	-	+	+	0,83	0,82	0,86
3	5	+	-	+	-	-	+	-	+	0,62	0,59	0,65
4	1	+	+	+	-	+	-	-	-	0,98	0,97	0,99
5	7	+	-	-	+	+	-	-	+	0,48	0,45	0,53
6	8	+	+	-	+	-	+	-	-	0,99	0,99	1,00
7	3	+	-	+	+	-	-	+	-	0,72	0,70	0,74
8	4	+	+	+	+	+	+	+	+	1,11	1,12	1,14

Вариант 11

Номер опыта	Порядок реализации	Планирование				Расчет				Параметр оптимизации		
		x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y_{u1}	y_{u2}	y_{u3}
1	6	+	-	-	-	+	+	+	-	0,42	0,49	0,51
2	2	+	+	-	-	-	-	+	+	0,86	0,87	0,89
3	5	+	-	+	-	-	+	-	+	0,63	0,66	0,69
4	1	+	+	+	-	+	-	-	-	1,00	1,01	1,03
5	7	+	-	-	+	+	-	-	+	0,49	0,52	0,57
6	8	+	+	-	+	-	+	-	-	1,03	1,03	1,04
7	3	+	-	+	+	-	-	+	-	0,74	0,76	0,77
8	4	+	+	+	+	+	+	+	+	1,16	1,14	1,17

Вариант 12

Номер опыта	Порядок реализации	Планирование				Расчет				Параметр оптимизации		
		x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y_{u1}	y_{u2}	y_{u3}
1	6	+	-	-	-	+	+	+	-	0,68	0,60	0,66
2	2	+	+	-	-	-	-	+	+	1,00	0,97	0,98
3	5	+	-	+	-	-	+	-	+	0,83	0,78	0,80
4	1	+	+	+	-	+	-	-	-	1,11	1,09	1,10
5	7	+	-	-	+	+	-	-	+	0,73	0,66	0,69
6	8	+	+	-	+	-	+	-	-	1,12	1,11	1,11
7	3	+	-	+	+	-	-	+	-	0,90	0,87	0,89
8	4	+	+	+	+	+	+	+	+	1,23	1,22	1,21

Вариант 13

Номер опыта	Порядок реализации	Планирование				Расчет				Параметр оптимизации		
		x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y_{u1}	y_{u2}	y_{u3}
1	6	+	-	-	-	+	+	+	-	0,47	0,58	0,55
2	2	+	+	-	-	-	-	+	+	0,97	1,01	0,98
3	5	+	-	+	-	-	+	-	+	0,71	0,78	0,74
4	1	+	+	+	-	+	-	-	-	1,13	1,15	1,14
5	7	+	-	-	+	+	-	-	+	0,55	0,64	0,59
6	8	+	+	-	+	-	+	-	-	1,15	1,17	1,15
7	3	+	-	+	+	-	-	+	-	0,83	0,87	0,86
8	4	+	+	+	+	+	+	+	+	1,30	1,32	1,29

Вариант 14

Номер опыта	Порядок реализации	Планирование				Расчет				Параметр оптимизации		
		x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y_{u1}	y_{u2}	y_{u3}
1	6	+	-	-	-	+	+	+	-	0,56	0,47	0,54
2	2	+	+	-	-	-	-	+	+	0,91	0,88	0,89
3	5	+	-	+	-	-	+	-	+	0,73	0,67	0,69
4	1	+	+	+	-	+	-	-	-	1,03	1,01	1,02
5	7	+	-	-	+	+	-	-	+	0,62	0,54	0,57
6	8	+	+	-	+	-	+	-	-	1,04	1,03	1,03
7	3	+	-	+	+	-	-	+	-	0,80	0,77	0,79
8	4	+	+	+	+	+	+	+	+	1,16	1,15	1,14

Вариант 15

Номер опыта	Порядок реализации	Планирование				Расчет				Параметр оптимизации		
		x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y_{u1}	y_{u2}	y_{u3}
1	6	+	-	-	-	+	+	+	-	0,43	0,51	0,54
2	2	+	+	-	-	-	-	+	+	0,93	0,94	0,97
3	5	+	-	+	-	-	+	-	+	0,67	0,70	0,74
4	1	+	+	+	-	+	-	-	-	1,09	1,10	1,11
5	7	+	-	-	+	+	-	-	+	0,51	0,55	0,60
6	8	+	+	-	+	-	+	-	-	1,11	1,11	1,13
7	3	+	-	+	+	-	-	+	-	0,79	0,82	0,83
8	4	+	+	+	+	+	+	+	+	1,26	1,25	1,28

Вариант 16

Номер опыта	Порядок реализации	Планирование				Расчет				Параметр оптимизации		
		x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y_{u1}	y_{u2}	y_{u3}
1	6	+	-	-	-	+	+	+	-	0,71	0,63	0,69
2	2	+	+	-	-	-	-	+	+	1,03	1,00	1,01
3	5	+	-	+	-	-	+	-	+	0,86	0,81	0,83
4	1	+	+	+	-	+	-	-	-	1,14	1,12	1,13
5	7	+	-	-	+	+	-	-	+	0,76	0,69	0,72
6	8	+	+	-	+	-	+	-	-	1,15	1,14	1,14
7	3	+	-	+	+	-	-	+	-	0,93	0,90	0,92
8	4	+	+	+	+	+	+	+	+	1,26	1,25	1,24

Вариант 17

Номер опыта	Порядок реализации	Планирование				Расчет				Параметр оптимизации		
		x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y_{u1}	y_{u2}	y_{u3}
1	6	+	-	-	-	+	+	+	-	0,67	0,56	0,64
2	2	+	+	-	-	-	-	+	+	1,10	1,06	1,07
3	5	+	-	+	-	-	+	-	+	0,87	0,80	0,83
4	1	+	+	+	-	+	-	-	-	1,24	1,22	1,23
5	7	+	-	-	+	+	-	-	+	0,73	0,64	0,68
6	8	+	+	-	+	+	+	-	-	1,26	1,24	1,24
7	3	+	-	+	+	-	-	+	-	0,96	0,92	0,95
8	4	+	+	+	+	+	+	+	+	1,41	1,39	1,38

Вариант 18

Номер опыта	Порядок реализации	Планирование				Расчет				Параметр оптимизации		
		x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y_{u1}	y_{u2}	y_{u3}
1	6	+	-	-	-	+	+	+	-	0,70	0,59	0,67
2	2	+	+	-	-	-	-	+	+	1,13	1,09	1,10
3	5	+	-	+	-	-	+	-	+	0,90	0,83	0,86
4	1	+	+	+	-	+	-	-	-	1,27	1,25	1,26
5	7	+	-	-	+	+	-	-	+	0,76	0,67	0,71
6	8	+	+	-	+	-	+	-	-	1,29	1,27	1,27
7	3	+	-	+	+	-	-	+	-	0,99	0,95	0,98
8	4	+	+	+	+	+	+	+	+	1,44	1,42	1,41

Вариант 19

Номер опыта	Порядок реализации	Планирование				Расчет				Параметр оптимизации		
		x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y_{u1}	y_{u2}	y_{u3}
1	6	+	-	-	-	+	+	+	-	0,57	0,69	0,66
2	2	+	+	-	-	-	-	+	+	1,12	1,16	1,13
3	5	+	-	+	-	-	+	-	+	0,84	0,91	0,87
4	1	+	+	+	-	+	-	-	-	1,30	1,32	1,31
5	7	+	-	-	+	+	-	-	+	0,66	0,76	0,70
6	8	+	+	-	+	-	+	-	-	1,32	1,34	1,32
7	3	+	-	+	+	-	-	+	-	0,97	1,01	1,00
8	4	+	+	+	+	+	+	+	+	1,49	1,50	1,47

Вариант 20

Номер опыта	Порядок реализации	Планирование				Расчет				Параметр оптимизации		
		x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y_{u1}	y_{u2}	y_{u3}
1	6	+	-	-	-	+	+	+	-	0,38	0,46	0,48
2	2	+	+	-	-	-	-	+	+	0,83	0,84	0,86
3	5	+	-	+	-	-	+	-	+	0,60	0,62	0,66
4	1	+	+	+	-	+	-	-	-	0,97	0,98	0,99
5	7	+	-	-	+	+	-	-	+	0,46	0,49	0,54
6	8	+	+	-	+	-	+	-	-	0,99	0,99	1,01
7	3	+	-	+	+	-	-	+	-	0,71	0,73	0,74
8	4	+	+	+	+	+	+	+	+	1,13	1,11	1,14

РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Башкатов Д.Н. Планирование эксперимента в разведочном бурении. М.: Недра, 1985, – 181 с.
2. Башкатов Д.Н. Оптимизация процесса бурения. – Н. Новгород: Красная книга, 2006, 331 с.
3. Ганджумян Р.А. Математическая статистика в разведочном бурении: Справочное пособие. М.: Недра, 1990, 218 с.
4. Нескоромных В.В. Оптимизация в геологоразведочном производстве: учебник / В.В. Нескоромных, В.Г. Храменков // Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2013, 256 с.
5. Еркалов В.И., Усов Г.А., Сердюков Ф.П. Планирование эксперимента в бурении. – Екатеринбург, 2017, 116 с.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ
РАБОТЕ СТУДЕНТОВ**

ФИЛОСОФИЯ

Специальность

21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация № 3

*Технология и техника разведки месторождений
полезных ископаемых*

форма обучения: очная, заочная

Автор: Гладкова И. В., доцент, канд. филос. н.

Екатеринбург
2020

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по работе с текстом лекций	5
2	Методические рекомендации по подготовке к опросу	7
3	Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)	8
4	Методические рекомендации по написанию эссе	10
5	Методические рекомендации по подготовке к семинарским занятиям	13
6	Методические рекомендации по подготовке к дискуссии	13
7	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	15
	Заключение	18
	Список использованных источников	19

ВВЕДЕНИЕ

Инициативная самостоятельная работа студента есть неотъемлемая составная часть учебы в вузе. В современном формате высшего образования значительно возрастает роль самостоятельной работы студента. Правильно спланированная и организованная самостоятельная работа обеспечивает достижение высоких результатов в учебе.

Самостоятельная работа студента (СРС) - это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия, при сохранении ведущей роли студентов.

Целью СРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками по профилю будущей специальности, опытом творческой, исследовательской деятельности, развитие самостоятельности. Ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровней. Самостоятельная работа студента – важнейшая составная часть учебного процесса, обязательная для каждого студента, объем которой определяется учебным планом. Методологическую основу СРС составляет деятельностный подход, при котором цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, т. е. на реальные ситуации, в которых студентам надо проявить знание конкретной дисциплины. Предметно и содержательно СРС определяется государственным образовательным стандартом, действующими учебными планами и образовательными программами различных форм обучения, рабочими программами учебных дисциплин, средствами обеспечения СРС: учебниками, учебными пособиями и методическими руководствами, учебно-программными комплексами и т.д.

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

Самостоятельная работа студента - это особым образом организованная деятельность, включающая в свою структуру такие компоненты, как:

- уяснение цели и поставленной учебной задачи;
- четкое и системное планирование самостоятельной работы;
- поиск необходимой учебной и научной информации;
- освоение информации и ее логическая переработка;

- использование методов исследовательской, научно-исследовательской работы для решения поставленных задач;
- выработка собственной позиции по поводу полученной задачи;
- представление, обоснование и защита полученного решения;
- проведение самоанализа и самоконтроля.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию: текущие консультации, коллоквиум, прием и разбор домашних заданий и другие.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия: подготовка презентаций, составление глоссария, подготовка к практическим занятиям, подготовка рецензий, аннотаций на статью, подготовка к дискуссиям, круглым столам.

СРС может включать следующие формы работ:

- изучение лекционного материала;
- работа с источниками литературы: поиск, подбор и обзор литературы и электронных источников информации по заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий, выдаваемых на практических занятиях: тестов, докладов, контрольных работ и других форм текущего контроля;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельное изучение; подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольной работе или коллоквиуму;
- подготовка к зачету, экзамену, другим аттестациям;
- написание реферата, эссе по заданной проблеме;
- выполнение расчетно-графической работы;
- выполнение курсовой работы или проекта;
- анализ научной публикации по определенной преподавателем теме, ее реферирование;
- исследовательская работа и участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения. Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

Подготовка к самостоятельной работе, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

1. Методические рекомендации по работе с текстом лекций

На лекционных занятиях необходимо конспектировать учебный материал. Обращать внимание на формулировки, определения, раскрывающие содержание тех или иных понятий, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском мастерстве. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента, и помогает усвоить учебный материал.

Желательно оставлять в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений, фиксировать вопросы, вызывающие личный интерес, варианты ответов на них, сомнения, проблемы, спорные положения. Рекомендуется вести записи на одной стороне листа, оставляя вторую сторону для размышлений, разборов, вопросов, ответов на них, для фиксирования деталей темы или связанных с ней фактов, которые припоминаются самим студентом в ходе слушания.

Слушание лекций - сложный вид интеллектуальной деятельности, успех которой обусловлен *умением слушать*, и стремлением воспринимать материал, нужное записывая в тетрадь. Запись лекции помогает сосредоточить внимание на главном, в ходе самой лекции продумать и осмыслить услышанное, осознать план и логику изложения материала преподавателем.

Такая работа нередко вызывает трудности у студентов: некоторые стремятся записывать все дословно, другие пишут отрывочно, хаотично. Чтобы избежать этих ошибок, целесообразно придерживаться ряда правил.

1. После записи ориентирующих и направляющих внимание данных (тема, цель, план лекции, рекомендованная литература) важно попытаться проследить, как они раскрываются в содержании, подкрепляются формулировками, доказательствами, а затем и выводами.

2. Записывать следует основные положения и доказывающие их аргументы, наиболее яркие примеры и факты, поставленные преподавателем вопросы для самостоятельной проработки.

3. Стремиться к четкости записи, ее последовательности, выделяя темы, подтемы, вопросы и подвопросы, используя цифровую и буквенную нумерацию (римские и арабские цифры, большие и малые буквы), красные строки, выделение абзацев, подчеркивание главного и т.д.

Форма записи материала может быть различной - в зависимости от специфики изучаемого предмета. Это может быть стиль учебной программы (назывные предложения), уместны и свои краткие пояснения к записям.

Студентам не следует подробно записывать на лекции «все подряд», но обязательно фиксировать то, что преподаватели диктуют – это базовый конспект, содержащий основные положения лекции: определения, выводы, параметры, критерии, аксиомы, постулаты, парадигмы, концепции, ситуации, а также мысли-маяки (ими часто являются афоризмы, цитаты, остроумные изречения). Запись лекции лучше вести в сжатой форме, короткими и четкими фразами. Каждому студенту полезно выработать свою систему сокращений, в которой он мог бы разобраться легко и безошибочно.

Даже отлично записанная лекция предполагает дальнейшую самостоятельную работу над ней (осмысление ее содержания, логической структуры, выводов). С целью доработки конспекта лекции необходимо в первую очередь прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить опiski, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополняя и исправляя свои записи. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект. Доработанный конспект и

рекомендуемая литература используется при подготовке к практическому занятию. Знание лекционного материала при подготовке к практическому занятию обязательно.

Особенно важно в процессе самостоятельной работы над лекцией выделить новый понятийный аппарат, уяснить суть новых понятий, при необходимости обратиться к словарям и другим источникам, заодно устранив неточности в записях. Главное - вести конспект аккуратно и регулярно, только в этом случае он сможет стать подспорьем в изучении дисциплины.

Работа над лекцией стимулирует самостоятельный поиск ответов на самые различные вопросы: над какими понятиями следует поработать, какие обобщения сделать, какой дополнительный материал привлечь.

Важным средством, направляющим самообразование, является выполнение различных заданий по тексту лекции, например, составление ее развернутого плана или тезисов; ответы на вопросы проблемного характера, (скажем, об основных тенденциях развития той или иной проблемы); составление проверочных тестов по проблеме, написание по ней реферата, составление графических схем.

По своим задачам лекции могут быть разных жанров: *установочная лекция* вводит в изучение курса, предмета, проблем (что и как изучать), а *обобщающая лекция* позволяет подвести итог (зачем изучать), выделить главное, усвоить законы развития знания, преемственности, новаторства, чтобы применить обобщенный позитивный опыт к решению современных практических задач. Обобщающая лекция ориентирует в истории и современном состоянии научной проблемы.

В процессе освоения материалов обобщающих лекций студенты могут выполнять задания разного уровня. Например: задания *репродуктивного* уровня (составить развернутый план обобщающей лекции, составить тезисы по материалам лекции); задания *продуктивного* уровня (ответить на вопросы проблемного характера, составить опорный конспект по схеме, выявить основные тенденции развития проблемы); задания *творческого* уровня (составить проверочные тесты по теме, защитить реферат и графические темы по данной проблеме). Обращение к ранее изученному материалу не только помогает восстановить в памяти известные положения, выводы, но и приводит разрозненные знания в систему, углубляет и расширяет их. Каждый возврат к старому материалу позволяет найти в нем что-то новое, переосмыслить его с иных позиций, определить для него наиболее подходящее место в уже имеющейся системе знаний.

.

2. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента. При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избежать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии ¹.

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)².

¹ Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

² Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. Объем времени на подготовку к устному опросу зависит от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

3.Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)

Доклад – публичное сообщение по заданной теме, представляющее собой развернутое изложение на определенную тему, вид самостоятельной работы, который используется в учебных и внеаудиторных занятиях и способствует формированию навыков исследовательской работы, освоению методов научного познания, приобретению навыков публичного выступления, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить.

При подготовке доклада используется дополнительная литература, систематизируется материал. Работа над докладом не только позволяет учащемуся приобрести новые знания, но и способствует формированию важных научно-исследовательских навыков самостоятельной работы с научной литературой, что повышает познавательный интерес к научному познанию.

Приветствуется использование мультимедийных технологий, подготовка докладов-презентаций.

Доклад должен соответствовать следующим требованиям:

- тема доклада должна быть согласована с преподавателем и соответствовать теме занятия;
- иллюстрации (слайды в презентации) должны быть достаточными, но не чрезмерными;
- материалы, которыми пользуется студент при подготовке доклада-презентации, должны соответствовать научно-методическим требованиям ВУЗа и быть указаны в докладе;
- необходимо соблюдать регламент: 7-10 минут выступления.

Преподаватель может дать тему сразу нескольким студентам одной группы, по принципу: докладчик и оппонент. Студенты могут подготовить два выступления с противоположными точками зрения и устроить дискуссию по проблемной теме. Докладчики и содокладчики во многом определяют содержание, стиль, активность данного занятия, для этого необходимо:

- использовать технические средства;
- знать и хорошо ориентироваться в теме всей презентации (семинара);
- уметь дискутировать и быстро отвечать на вопросы;
- четко выполнять установленный регламент: докладчик - 7-10 мин.; содокладчик - 5 мин.; дискуссия - 10 мин;
- иметь представление о композиционной структуре доклада.

После выступления докладчик и содокладчик, должны ответить на вопросы слушателей.

В подготовке доклада выделяют следующие этапы:

1. Определение цели доклада: информировать, объяснить, обсудить что-то (проблему, решение, ситуацию и т. п.)
2. Подбор литературы, иллюстративных примеров.
3. Составление плана доклада, систематизация материала, композиционное оформление доклада в виде печатного /рукописного текста и электронной презентации.

Общая структура доклада

Построение доклада включает три части: вступление, основную часть и заключение.

Вступление.

Вступление должно содержать:

- название презентации (доклада);
- сообщение основной идеи;
- обоснование актуальности обсуждаемого вопроса;
- современную оценку предмета изложения;
- краткое перечисление рассматриваемых вопросов;
- живую интересную форму изложения;
- акцентирование оригинальности подхода.

Основная часть.

Основная часть состоит из нескольких разделов, постепенно раскрывающих тему. Возможно использование иллюстрации (графики, диаграммы, фотографии, карты, рисунки). Если необходимо, для обоснования темы используется ссылка на источники с доказательствами, взятыми из литературы (цитирование авторов, указание цифр, фактов, определений). Изложение материала должно быть связным, последовательным, доказательным.

Задача основной части - представить достаточно данных для того, чтобы слушатели и заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.

Заключение.

Заключение - это ясное четкое обобщение, в котором подводятся итоги, формулируются главные выводы, подчеркивается значение рассмотренной проблемы, предлагаются самые важные практические рекомендации. Требования к оформлению доклада. Объем машинописного текста доклада должен быть рассчитан на произнесение доклада в течение 7 -10 минут (3-5 машинописных листа текста с докладом).

Доклад оценивается по следующим критериям:

<i>Критерии оценки доклада, сообщения</i>	<i>Количество баллов</i>
Содержательность, информационная насыщенность доклада	1
Наличие аргументов	1
Наличие выводов	1
Наличие презентации доклада	1
Владение профессиональной лексикой	1
Итого:	5

Электронные презентации выполняются в программе MS PowerPoint в виде слайдов в следующем порядке: • титульный лист с заголовком темы и автором исполнения презентации; • план презентации (5-6 пунктов - это максимум); • основная часть (не более 10 слайдов); • заключение (вывод). Общие требования к стилевому оформлению презентации: • дизайн должен быть простым и лаконичным; • основная цель - читаемость, а не субъективная красота; цветовая гамма должна состоять не более чем из двух-трех цветов; • всегда должно быть два типа слайдов: для титульных и для основного текста; • размер шрифта должен быть: 24–54 пункта (заголовок), 18–36 пунктов (обычный текст); • текст должен быть свернут до ключевых слов и фраз. Полные развернутые предложения на слайдах таких презентаций используются только при цитировании; каждый слайд должен иметь заголовок; • все слайды должны быть выдержаны в одном стиле; • на каждом слайде должно быть не более трех иллюстраций; • слайды должны быть пронумерованы с указанием общего количества слайдов.

4. Методические рекомендации по написанию эссе

Эссе - это самостоятельная письменная работа на тему, предложенную преподавателем. Цель эссе состоит в развитии навыков самостоятельного творческого мышления и письменного изложения собственных мыслей. Писать эссе чрезвычайно полезно, поскольку это позволяет автору научиться четко и грамотно формулировать мысли, структурировать информацию, использовать основные категории анализа, выделять причинно-следственные связи, иллюстрировать понятия соответствующими примерами, аргументировать свои выводы; овладеть научным стилем речи.

Эссе должно содержать: четкое изложение сути поставленной проблемы, включать самостоятельно проведенный анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария, рассматриваемого в рамках дисциплины, выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме. В зависимости от специфики дисциплины формы эссе могут значительно дифференцироваться. В некоторых случаях это может быть анализ имеющихся статистических данных по изучаемой проблеме, анализ материалов из средств массовой информации и использованием изучаемых моделей, подробный разбор предложенной задачи с развернутыми мнениями, подбор и детальный анализ примеров, иллюстрирующих проблему и т.д.

Построение эссе - это ответ на вопрос или раскрытие темы, которое основано на классической системе доказательств.

Структура эссе

1. *Титульный лист* (заполняется по единой форме);
2. *Введение* - суть и обоснование выбора данной темы, состоит из ряда компонентов, связанных логически и стилистически.

На этом этапе очень важно правильно *сформулировать вопрос, на который вы собираетесь найти ответ в ходе своего исследования.*

3. *Основная часть* - теоретические основы выбранной проблемы и изложение основного вопроса.

Данная часть предполагает развитие аргументации и анализа, а также обоснование их, исходя из имеющихся данных, других аргументов и позиций по этому вопросу. В этом заключается основное содержание эссе и это представляет собой главную трудность. Поэтому важное значение имеют подзаголовки, на основе которых осуществляется структурирование аргументации; именно здесь необходимо обосновать (логически, используя данные или строгие рассуждения) предлагаемую аргументацию/анализ. Там, где это необходимо, в качестве аналитического инструмента можно использовать графики, диаграммы и таблицы.

В зависимости от поставленного вопроса анализ проводится на основе следующих категорий:

Причина - следствие, общее - особенное, форма - содержание, часть - целое, постоянство - изменчивость.

В процессе построения эссе необходимо помнить, что один параграф должен содержать только одно утверждение и соответствующее доказательство, подкрепленное графическим и иллюстративным материалом. Следовательно, наполняя содержанием разделы аргументацией (соответствующей подзаголовкам), необходимо в пределах параграфа ограничить себя рассмотрением одной главной мысли.

Хорошо проверенный (и для большинства — совершенно необходимый) способ построения любого эссе - использование подзаголовков для обозначения ключевых моментов аргументированного изложения: это помогает посмотреть на то, что предполагается сделать (и ответить на вопрос, хорош ли замысел). Такой подход поможет следовать точно определенной цели в данном исследовании. Эффективное использование подзаголовков - не только обозначение основных пунктов, которые необходимо осветить.

Их последовательность может также свидетельствовать о наличии или отсутствии логичности в освещении темы.

4. *Заключение* - обобщения и аргументированные выводы по теме с указанием области ее применения и т.д. Подытоживает эссе или еще раз вносит пояснения, подкрепляет смысл и значение изложенного в основной части. Методы, рекомендуемые для составления заключения: повторение, иллюстрация, цитата, впечатляющее утверждение. Заключение может содержать такой очень важный, дополняющий эссе элемент, как указание на применение (импликацию) исследования, не исключая взаимосвязи с другими проблемами.

Структура аппарата доказательств, необходимых для написания эссе

Доказательство - это совокупность логических приемов обоснования истинности какого-либо суждения с помощью других истинных и связанных с ним суждений. Оно связано с убеждением, но не тождественно ему: аргументация или доказательство должны основываться на данных науки и общественно-исторической практики, убеждения же могут быть основаны на предрассудках, неосведомленности людей в вопросах экономики и политики, видимости доказательности. Другими словами, доказательство или аргументация - это рассуждение, использующее факты, истинные суждения, научные данные и убеждающее нас в истинности того, о чем идет речь.

Структура любого доказательства включает в себя три составляющие: тезис, аргументы и выводы или оценочные суждения.

Тезис - это положение (суждение), которое требуется доказать. *Аргументы* - это категории, которыми пользуются при доказательстве истинности тезиса. *Вывод* - это мнение, основанное на анализе фактов. *Оценочные суждения* - это мнения, основанные на наших убеждениях, верованиях или взглядах. *Аргументы* обычно делятся на следующие группы:

1. *Удостоверенные факты* — фактический материал (или статистические данные).
2. *Определения* в процессе аргументации используются как описание понятий, связанных с тезисом.
3. *Законы* науки и ранее доказанные теоремы тоже могут использоваться как аргументы доказательства.

Требования к фактическим данным и другим источникам

При написании эссе чрезвычайно важно то, как используются эмпирические данные и другие источники (особенно качество чтения). Все (фактические) данные соотносятся с конкретным временем и местом, поэтому прежде, чем их использовать, необходимо убедиться в том, что они соответствуют необходимому для исследований времени и месту. Соответствующая спецификация данных по времени и месту — один из способов, который может предотвратить чрезмерное обобщение, результатом которого может, например, стать предположение о том, что все страны по некоторым важным аспектам одинаковы (если вы так полагаете, тогда это должно быть доказано, а не быть голословным утверждением).

Всегда можно избежать чрезмерного обобщения, если помнить, что в рамках эссе используемые данные являются иллюстративным материалом, а не заключительным актом, т.е. они подтверждают аргументы и рассуждения и свидетельствуют о том, что автор умеет использовать данные должным образом. Нельзя забывать также, что данные, касающиеся спорных вопросов, всегда подвергаются сомнению. От автора не ждут определенного или окончательного ответа. Необходимо понять сущность фактического материала, связанного с этим вопросом (соответствующие индикаторы? насколько надежны данные для построения таких индикаторов? к какому заключению можно прийти на основании имеющихся данных и индикаторов относительно причин и следствий? и т.д.), и продемонстрировать это в эссе. Нельзя ссылаться на работы, которые автор эссе не читал сам.

Как подготовить и написать эссе

Качество любого эссе зависит от трех взаимосвязанных составляющих, таких как:

1. Исходный материал, который будет использован (конспекты прочитанной литературы, лекций, записи результатов дискуссий, собственные соображения и накопленный опыт по данной проблеме).

2. Качество обработки имеющегося исходного материала (его организация, аргументация и доводы).

3. Аргументация (насколько точно она соотносится с поднятыми в эссе проблемами).

Процесс написания эссе можно разбить на несколько стадий: обдумывание - планирование - написание - проверка - правка.

Планирование - определение цели, основных идей, источников информации, сроков окончания и представления работы.

Цель должна определять действия.

Идеи, как и цели, могут быть конкретными и общими, более абстрактными. Мысли, чувства, взгляды и представления могут быть выражены в форме аналогий, ассоциации, предположений, рассуждений, суждений, аргументов, доводов и т.д.

Аналогии - выявление идеи и создание представлений, связь элементов значений.

Ассоциации - отражение взаимосвязей предметов и явлений действительности в форме закономерной связи между нервно - психическими явлениями (в ответ на тот или иной словесный стимул выдать «первую пришедшую в голову» реакцию).

Предположения - утверждение, не подтвержденное никакими доказательствами.

Рассуждения - формулировка и доказательство мнений.

Аргументация - ряд связанных между собой суждений, которые высказываются для того, чтобы убедить читателя (слушателя) в верности (истинности) тезиса, точки зрения, позиции.

Суждение - фраза или предложение, для которого имеет смысл вопрос: истинно или ложно?

Доводы - обоснование того, что заключение верно абсолютно или с какой-либо долей вероятности. В качестве доводов используются факты, ссылки на авторитеты, заведомо истинные суждения (законы, аксиомы и т.п.), доказательства (прямые, косвенные, «от противного», «методом исключения») и т.д.

Перечень, который получится в результате перечисления идей, поможет определить, какие из них нуждаются в особенной аргументации.

Источники. Тема эссе подскажет, где искать нужный материал. Обычно пользуются библиотекой, Интернет-ресурсами, словарями, справочниками. Пересмотр означает редактирование текста с ориентацией на качество и эффективность.

Качество текста складывается из четырех основных компонентов: ясности мысли, внятности, грамотности и корректности.

Мысль - это содержание написанного. Необходимо четко и ясно формулировать идеи, которые хотите выразить, в противном случае вам не удастся донести эти идеи и сведения до окружающих.

Внятность - это доступность текста для понимания. Легче всего ее можно достичь, пользуясь логично и последовательно тщательно выбранными словами, фразами и взаимосвязанными абзацами, раскрывающими тему.

Грамотность отражает соблюдение норм грамматики и правописания. Если в чем-то сомневаетесь, загляните в учебник, справьтесь в словаре или руководстве по стилистике или дайте прочитать написанное человеку, чья манера писать вам нравится.

Корректность — это стиль написанного. Стиль определяется жанром, структурой работы, целями, которые ставит перед собой пишущий, читателями, к которым он обращается.

5. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой *дискуссию* в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие подведением итогов обсуждения, заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия, демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Готовясь к конкретной теме занятия следует ознакомиться с новыми официальными документами, статьями в периодических журналах, вновь вышедшими монографиями.

6. Методические рекомендации по подготовке к дискуссии

Современная практика предлагает широкий круг типов семинарских занятий. Среди них особое место занимает *семинар-дискуссия*, где в диалоге хорошо усваивается новая информация, видны убеждения студента, обсуждаются противоречия (явные и скрытые) и

недостатки. Для обсуждения берутся конкретные актуальные вопросы, с которыми студенты предварительно ознакомлены. Дискуссия является одной из наиболее эффективных технологий группового взаимодействия, обладающей особыми возможностями в обучении, развитии и воспитании будущего специалиста.

Дискуссия (от лат. *discussio* - рассмотрение, исследование) - способ организации совместной деятельности с целью интенсификации процесса принятия решений в группе посредством обсуждения какого-либо вопроса или проблемы.

Дискуссия обеспечивает активное включение студентов в поиск истины; создает условия для открытого выражения ими своих мыслей, позиций, отношений к обсуждаемой теме и обладает особой возможностью воздействия на установки ее участников в процессе группового взаимодействия. Дискуссию можно рассматривать как *метод интерактивного обучения* и как особую технологию, включающую в себя другие методы и приемы обучения: «мозговой штурм», «анализ ситуаций» и т.д.

Обучающий эффект дискуссии определяется предоставляемой участнику возможностью получить разнообразную информацию от собеседников, продемонстрировать и повысить свою компетентность, проверить и уточнить свои представления и взгляды на обсуждаемую проблему, применить имеющиеся знания в процессе совместного решения учебных и профессиональных задач.

Развивающая функция дискуссии связана со стимулированием творчества обучающихся, развитием их способности к анализу информации и аргументированному, логически выстроенному доказательству своих идей и взглядов, с повышением коммуникативной активности студентов, их эмоциональной включенности в учебный процесс.

Влияние дискуссии на личностное становление студента обуславливается ее целостно - ориентирующей направленностью, созданием благоприятных условий для проявления индивидуальности, самоопределения в существующих точках зрения на определенную проблему, выбора своей позиции; для формирования умения взаимодействовать с другими, слушать и слышать окружающих, уважать чужие убеждения, принимать оппонента, находить точки соприкосновения, соотносить и согласовывать свою позицию с позициями других участников обсуждения.

Безусловно, наличие оппонентов, противоположных точек зрения всегда обостряет дискуссию, повышает ее продуктивность, позволяет создавать с их помощью конструктивный конфликт для более эффективного решения обсуждаемых проблем.

Существует несколько видов дискуссий, использование того или иного типа дискуссии зависит от характера обсуждаемой проблемы и целей дискуссии.

Дискуссия- диалог чаще всего применяется для совместного обсуждения учебных и производственных проблем, решение которых может быть достигнуто путем взаимодополнения, группового взаимодействия по принципу «индивидуальных вкладов» или на основе согласования различных точек зрения, достижения консенсуса.

Дискуссия - спор используется для всестороннего рассмотрения сложных проблем, не имеющих однозначного решения даже в науке, социальной, политической жизни, производственной практике и т.д. Она построена на принципе «позиционного противостояния» и ее цель - не столько решить проблему, сколько побудить участников дискуссии задуматься над проблемой, уточнить и определить свою позицию; научить аргументировано отстаивать свою точку зрения и в то же время осознать право других иметь свой взгляд на эту проблему, быть индивидуальностью.

Условия эффективного проведения дискуссии:

- информированность и подготовленность студентов к дискуссии,
- свободное владение материалом, привлечение различных источников для аргументации отстаиваемых положений;
- правильное употребление понятий, используемых в дискуссии, их единообразное понимание;
- корректность поведения, недопустимость высказываний, задевающих личность оппонента; установление регламента выступления участников;
- полная включенность группы в дискуссию, участие каждого студента в ней.

Подготовка студентов к дискуссии: если тема объявлена заранее, то следует ознакомиться с указанной литературой, необходимыми справочными материалами, продумать свою позицию, четко сформулировать аргументацию, выписать цитаты, мнения специалистов.

В проведении дискуссии выделяется несколько этапов.

Этап 1-й, введение в дискуссию: формулирование проблемы и целей дискуссии; определение значимости проблемы, совместная выработка правил дискуссии; выяснение однозначности понимания темы дискуссии, используемых в ней терминов, понятий.

Этап 2-й, обсуждение проблемы: обмен участниками мнениями по каждому вопросу. Цель этапа - собрать максимум мнений, идей, предложений, соотнося их друг с другом.

Этап 3-й, подведение итогов обсуждения: выработка студентами согласованного мнения и принятие группового решения.

Далее подводятся итоги дискуссии, заслушиваются и защищаются проектные задания. После этого проводится "мозговой штурм" по нерешенным проблемам дискуссии, а также выявляются прикладные аспекты, которые можно рекомендовать для включения в курсовые и дипломные работы или в апробацию на практике.

Семинары-дискуссии проводятся с целью выявления мнения студентов по актуальным и проблемным вопросам.

7. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным, выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы (проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неувоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала, кратко записав это на листе бумаги, создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неусттомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное

обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или в учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон, иначе в день экзамена не будет чувства бодрости и уверенности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства.

Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

- 1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;
- 2) добросовестное выполнение заданий;
- 3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;
- 4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;
- 5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;
- 6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;
- 7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://evolkov.net/case/case.study.html/>
2. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml>
3. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

Автор: Железникова А.В.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ.....	6
ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ.....	10
САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ.....	18
ПОДГОТОВКА К ДОКЛАДУ.....	22
ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ.....	27
ПОДГОТОВКА К ТЕСТИРОВАНИЮ.....	30
ПОДГОТОВКА ЭССЕ.....	31
ПОДГОТОВКА К ОПРОСУ.....	34
ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ.....	36

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа в высшем учебном заведении – это часть учебного процесса, метод обучения, прием учебно-познавательной деятельности, комплексная целевая стандартизованная учебная деятельность с запланированными видом, типом, формами контроля.

Самостоятельная работа представляет собой плановую деятельность обучающихся по поручению и под методическим руководством преподавателя.

Целью самостоятельной работы студентов является закрепление тех знаний, которые они получили на аудиторных занятиях, а также способствование развитию у студентов творческих навыков, инициативы, умению организовать свое время.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- предполагает освоение курса дисциплины;
- помогает освоению навыков учебной и научной работы;
- способствует осознанию ответственности процесса познания;
- способствует углублению и пополнению знаний студентов, освоению ими навыков и умений;
- формирует интерес к познавательным действиям, освоению методов и приемов познавательного процесса,
- создает условия для творческой и научной деятельности обучающихся;
- способствует развитию у студентов таких личных качеств, как целеустремленность, заинтересованность, исследование нового.

Самостоятельная работа обучающегося выполняет следующие функции:

- развивающую (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);
- информационно-обучающую (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях, неподкрепленная самостоятельной работой, становится мало результативной);
- ориентирующую и стимулирующую (процессу обучения придается ускорение и мотивация);
- воспитательную (формируются и развиваются профессиональные качества бакалавра и гражданина);
- исследовательскую (новый уровень профессионально-творческого мышления).

Организация самостоятельной работы студентов должна опираться на определенные требования, а, именно:

- сложность осваиваемых знаний должна соответствовать уровню развития студентов;
- стандартизация заданий в соответствии с логической системой курса дисциплины;
- объем задания должен соответствовать уровню студента;
- задания должны быть адаптированными к уровню студентов.

Содержание самостоятельной работы студентов представляет собой, с одной стороны, совокупность теоретических и практических учебных заданий, которые должен выполнить студент в процессе обучения, объект его деятельности; с другой стороны – это способ деятельности студента по выполнению соответствующего теоретического или практического учебного задания.

Свое внешнее выражение содержание самостоятельной работы студентов находит во всех организационных формах аудиторной и внеаудиторной деятельности, в ходе самостоятельного выполнения различных заданий.

Функциональное предназначение самостоятельной работы студентов в процессе практических занятий по овладению специальными знаниями заключается в самостоятельном прочтении, просмотре, прослушивании, наблюдении, конспектировании, осмыслении, запоминании и воспроизведении определенной информации. Цель и планирование самостоятельной работы студента определяет преподаватель. Вся информация осуществляется на основе ее воспроизведения.

Так как самостоятельная работа тесно связана с учебным процессом, ее необходимо рассматривать в двух аспектах:

1. аудиторная самостоятельная работа – практические занятия;
2. внеаудиторная самостоятельная работа – подготовка к практическим занятиям, подготовка к устному опросу, участию в дискуссиях, решению практико-ориентированных задач и др.

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

Таким образом, самостоятельная работа студентов является важнейшей составной частью процесса обучения.

Методические указания по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся по дисциплине *«История России»* обращают внимание студента на главное, существенное в изучаемой дисциплине, помогают выработать умение анализировать явления и факты, связывать теоретические положения с практикой, а также облегчают подготовку к выполнению *контрольной работы* и к сдаче *зачета*.

Настоящие методические указания позволят студентам самостоятельно овладеть фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю подготовки, опытом творческой и исследовательской деятельности, и направлены на формирование компетенций, предусмотренных учебным планом поданному профилю.

Видами самостоятельной работы обучающихся по дисциплине *«История России»* являются:

- повторение материала лекций;

- самостоятельное изучение тем курса (в т. ч. рассмотрение основных категорий дисциплины, работа с литературой);
- подготовка к практическим (семинарским) занятиям (в т. ч. подготовка доклада, подготовка к выполнению практико-ориентированного задания);
- подготовка к тестированию;
- подготовка эссе;
- подготовка контрольной работы;
- подготовка к зачету.

В методических указаниях представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

Тема 1. Объект, предмет, основные понятия и методы исследования истории

- 1.История как наука. Сущность, формы, функции исторического знания.
- 2.Методы и источники изучения истории. Понятие и классификация исторического источника.
- 3.Концепции исторического процесса.
- 4.История России - неотъемлемая часть всемирной истории.
- 5.Историография отечественной истории.

Тема 2. Славянский этногенез. Образование государства у восточных славян

- 1.Этногенез восточных славян.
- 2.Славяне: расселение, занятия, общественное устройство, верования.
- 3.Предпосылки образования государственности у восточных славян
- 4.Норманнская и антинорманнская теории.
5. Первые князья династии Рюриковичей.
6. Русь и Византия. Первые договоры.

Тема 3. Киевская Русь

Социально-экономический и общественно-политический строй Киевской Руси (конец X – первая треть XII вв.).

- 2.Формирование системы государственного управления. Князья Игорь, Ольга, Святослав.
3. Князь Владимир. Крещение Руси и его значение.
4. Ярослав Мудрый. «Русская правда» - первый свод законов Древнерусского государства. Владимир Мономах.

Тема 4. Русь в эпоху феодальной раздробленности

- 1.Предпосылки распада Киевской Руси и начала феодальной раздробленности.
2. Политическая раздробленность на Руси
 - а) Новгородская боярская республика.
 - б) Владимиро-Суздальская Русь. Юрий Долгорукий, Андрей Боголюбский, Всеволод Большое Гнездо.
 - в) Галицко-Волынская земля. Ростислав Мстиславич, Даниил Романович.
 - г) Киевская земля в период феодальной раздробленности.
3. Последствия раздробленности.
4. Завоевательные походы монголов и нашествие Батыя на Русь.
5. Борьба с немецко-шведской агрессией. Деятельность А.Невского
6. Золотоордынское влияние на развитие средневековой Руси: оценки историков.

Тема 5. Складывание Московского государства в XIV - XVI вв. (XIV – начало XVI вв.)

1. Предпосылки и особенности процесса объединения русских земель.
2. Этапы политического объединения, их характеристика и содержание. Иван Калита, Дмитрий Донской.
3. Социально-экономическое развитие и формирование политических основ Российского государства при Иване III и Василии III.
4. Внутренняя и внешняя политика Ивана IV.
5. Культура Руси XIV – начала XVI вв.

Тема 6. Российское государство в XVII в.

1. Смутное время начала XVII в.
2. Развитие Российского государства при первых царях династии Романовых:
 - а) новые явления в социально-экономической жизни;
 - б) движение социального протеста;
 - в) государственно-общественное развитие;
 - г) реформы патриарха Никона и церковный раскол;
 - д) внешняя политика России в XVII в., присоединение новых территорий

Тема 7. Россия в XVIII в.

Реформы Петра I и начало российской модернизации

2. Внешняя политика Петра I. Рождение Российской империи.
3. «Эпоха дворцовых переворотов» (1725–1762 гг.).
4. Царствование Екатерины II:
 - а) социально-экономическое развитие России во 2-й половине XVIII в.;
 - б) «Просвещенный абсолютизм»: содержание, особенности, противоречия.
4. Российское государство в конце XVIII века. Павел I.
5. Внешняя политика России
6. Европеизация и секуляризация русской культуры: результаты и последствия.

Тема 8. Россия в XIX в.

1. Александр I и его преобразования. М.М. Сперанский.
2. Внешняя политика в первой четверти XIX в.
3. Внутренняя и внешняя политика императора Николая I.
4. Александр II. Отмена крепостного права и ее влияние на социально-экономическое развитие страны.
5. Либерально-буржуазные реформы 60–70-х гг. XIX в. и их последствия.
6. «Контрреформы» Александра III: корректировка реформаторского курса.
7. Общественно-политические движения (консервативный, либеральный, революционный лагерь).
8. Внешняя политика России во второй половине XIX в.

9. Культура и общественная жизнь России в XIX в.

Тема 11. Россия в XX в.

1. Проблемы российской модернизации на рубеже XIX –XX вв. Программа индустриализации С. Ю. Витте. Реформы П. А. Столыпина.
2. Революция 1905–1907 гг. в России. Становление многопартийности и парламентаризма в России.
3. Внешняя политика. Первая мировая война.
4. Февральская революция 1917 года. Октябрь 1917 года: приход к власти большевиков.
5. Гражданская война в России и первое десятилетие Советской власти
6. Новая экономическая политика: цели, направления, результаты.
7. Социально-экономические преобразования в СССР:
 - а) индустриализация страны: необходимость, источники, методы, итоги;
 - б) коллективизация сельского хозяйства;
 - в) формирование и упрочение административно-бюрократической системы.
8. Политическая система СССР в 1930-е годы. Завершение «культурной революции».
9. Образование СССР. Внешняя политика СССР в 1930-е гг.
10. СССР во Второй мировой войне
 - а) подготовка страны к войне, этапы войны;
 - б) крупнейшие сражения, партизанское движение, работа тыла;
 - в) СССР и союзники во Второй мировой войне;
 - г) итоги войны, цена Великой победы.
11. СССР в послевоенный период
12. Социально-экономическое и общественно-политическое развитие СССР в 1946–1953 гг.
13. Успехи и противоречия социально-экономического и внешне-политического развития страны под руководством Н. С. Хрущева
14. Советское общество в эпоху «застоя» в период руководства Л.И. Брежнева
15. СССР в середине 1980-1990 гг.
 - а) Экономические преобразования в стране. Политика «ускорения». «Перестройка» в СССР.
 - б) Концепция «Нового политического мышления» и ее претворение в жизнь.
 - в) Реформирование политической системы. Распад СССР.

Тема 17. Россия и мир в начале XXI в.

1. Геополитические последствия распада СССР. Провозглашение суверенитета Российской Федерации.
2. Формирование новой государственности. Конституция 1993 г.
3. Социально-экономические преобразования. Рыночная модернизация страны.

4. Внешнеполитическая деятельность в условиях новой геополитической ситуации. Россия и мир на рубеже XX– XXI.

ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Тема 1. Объект, предмет, основные понятия и методы исследования истории

История
Исторический факт
Исторический источник
Интерпретация
Этнос
Менталитет
Государство
Цивилизация
Формация
Классы
Прогресс
Регресс
Общественно-экономическая формация
Геополитика

Тема 2. Славянский этногенез. Образование государства у восточных славян

Великое переселение народов
Этногенез
Военная демократия
Язычество
Полюдье
Повоз
Погосты и уроки
Феодализм
Варяги
Верьвь
Вече
Племенной союз
Государство
Князь
Русь
Волхвы
Анты и венеды
Отроки
Смерды
Закупы
Рядовичи
Холопы

Тема 3. Киевская Русь

«Русская правда»

Вотчина

Боярская дума

Децентрализация

Уделы

Централизация

Поместье

Воевода

Ремесло

Феодализм

Феодальные отношения

Усложнение социальной структуры

Культура народная, культура религиозная

Фольклор

Храм

Икона фреска

Летописание

Эволюция государственности

Хазары, половцы, печенеги

Тема 4. Русь в эпоху феодальной раздробленности

Великий князь

Княжеский двор

Дружина

Междоусобные войны

Феодальная раздробленность

Феодальные центры

Боярская республика

Посадник

Тысяцкий

Сепаратизм

Последствия раздробленности

Держава Чингисхана

Золотая Орда

Монголо-татарское нашествие

Баскак

Выход

Подушная подать

Монголо-татарское иго

Ярлык

Проблема взаимовлияния

Вторжения с северо-запада

Ливонский орден

Рыцари

Тема 5. Складывание Московского государства в XIV - XVI вв. (XIV – начало XVI вв.)

Централизация
Приказы
Поместье
Дворяне
Местничество
Кормление
Крепостное право
Боярская дума
Натуральное хозяйство
Судебник
Государев дворец
Государева казна
Государственные символы
«Москва – третий Рим»
Сословно-представительная монархия
Земский собор
Митрополит
Крепостное право
Венчание на царство
Избранная рада
Реформа
Приказы
Стрелецкое войско
Стоглав
Опричина
Губные избы
Династический кризис

Тема 6. Российское государство в XVII в.

Смутное время
Интервенция
Крестьянская война
Семибоярщина
Самозванство
Народное ополчение
Сословно-представительная монархия
Патриарх
«Бунташный век»
Тягло
Урочные и заповедные лета
Мануфактуры
Юридическое закрепощение крестьян
Личная зависимость

Внеэкономическая эксплуатация
Стрельцы
Казаки
Полки нового строя
Раскол в Русской православной церкви
Старообрядчество
Ярмарка
Абсолютная монархия

Тема 7. Россия в XVIII в.

Абсолютизм
Империя
Регулярная армия
Синод
Сенат
Министерства
Коллегии
«Великое посольство»
Подушная подать
Табель о рангах
Рекруты
Ассамблеи
Кунсткамера
Протекционизм
Меркантилизм
Государственная монополия
Дворцовые перевороты
Гвардия
Верховный Тайный совет
Кондиции
«Бироновщина»
Просвещенный абсолютизм
Уложенная комиссия
Жалованная грамота
Приписные крестьяне
Обер-прокурор
Господствующее сословие
Податные сословия
Крестьянская война

Тема 8. Россия в XIX в.

Либеральные реформы
Конституционализм
Негласный комитет
Государственный Совет

Отечественная война
Конституция
Монархия
Крестьянский вопрос
Либерализм
Аракчеевщина
Реакция
Консерватизм
Общественное движение
Декабристы
Западники
Славянофилы
Теория «официальной народности»
Восточный вопрос
Бюрократизация
Кодификация
Финансовая реформа Е.Ф. Канкрин
Буржуазия
Капитализм
Рабочий класс
Промышленный переворот
Крестьянская реформа
Выкупные платежи
Временно-обязанные крестьяне
Уставные грамоты
Крестьянская община
Народничество, радикализм
Рабочее движение
Марксизм
Социал-демократия
Контрреформы
Легитимность
Выкупная сделка
Мировой суд
Земство
Всесословная воинская повинность
Буржуазия, пролетариат
Индустриализация и модернизация
Союз трех императоров

Тема 9. Россия в XX веке.

Монополия
Промышленный подъем
Депрессия
Модернизация

Революция
Манифест
Конституционная монархия
Политическая партия
Государственная Дума
Прогрессивный блок
Революционные партии
Антанта
Тройственный союз
Аграрная реформа
Отруб, хутор
Советы
Большевики, меньшевики
Временное правительство
Республика
Двоевластие
Учредительное собрание
Первая Мировая война

Совет народных комиссаров
Красная Армия
Белое движение
Гражданская война
Сепаратный мирный договор
Иностранная интервенция
Мировая революция
Декреты
Военный коммунизм
Продразверстка
Авторитаризм
Тоталитаризм
Коминтерн
Новая экономическая политика
Продналог
Индустриализация
Коллективизация
Культурная революция
«Мюнхенский сговор»
Лига Наций
Коллективная безопасность
Вторая Мировая война
Пакт о ненападении

Государственный Комитет обороны, Ставка Верховного
главнокомандования
Эвакуация

Антигитлеровская коалиция
Второй фронт
Коренной перелом
Партизанское движение, подпольное движение
Сопротивление
Фашизм, японский милитаризм
Ленд-лиз
Капитуляция
ООН
НАТО, ОВД
Репрессии
Либерализация политического режима
Десталинизация
Денежная реформа
Мировая социалистическая система
«Оттепель»
ГУЛАГ
Реабилитация
«Холодная война»
Совхоз
Целина
Мелиорация
Спутник
Освоение космоса
Паритет
Правозащитное движение
Диссиденты
Развитой социализм
Герантократия
Разрядка
«Теневая экономика»
Концепция развитого социализма
Разрядка международной напряженности
Стабильность кадров
Реформа хозяйственного механизма
Экстенсивный путь развития
Страны социалистической ориентации
Перестройка
Гласность
«Новое политическое мышление»
Плюрализм
СНГ
Приватизация
Прибыль и рентабельность
Госприемка

«Шоковая терапия»
Ваучер
Распад СССР
Многопартийность
Возрождение парламентаризма
Рыночная экономика
Борьба с экстремизмом и терроризмом
Дефолт
Стабилизация
Финансовый кризис
Содружество Независимых государств

Тема 17. Россия и мир в начале XXI в.

Правовое государство
Гражданское общество
Рыночная экономика
Дефолт
Вертикаль власти
Олигархи
Глобализация
Совет Федерации
Государственная Дума
Совет Европы
ВТО

САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебными и научными изданиями профессиональной и общекультурной тематики – это важнейшее условие формирования научного способа познания.

Основные приемы работы с литературой можно свести к следующим:

- составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;
- перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и выпускных квалификационных работ (ВКР), а что выходит за рамки официальной учебной деятельности, и расширяет общую культуру);
- обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и выпускных квалификационных работ это позволит экономить время);
- определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;
- при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и руководителями ВКР, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;
- все прочитанные монографии, учебники и научные статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);
- если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;
- следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать). Таким образом, чтение текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того, насколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьёзный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не

механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студентам с этой целью рекомендуется заводить специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);
- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);
- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);
- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;
- просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;
- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц; цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;
- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять

изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;

- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым, или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной и научной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках образовательной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис - это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта - основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, четко следуя

пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование - наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

ПОДГОТОВКА ДОКЛАДА

Одной из форм текущего контроля является доклад, который представляет собой продукт самостоятельной работы студента.

Доклад - это публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы.

Как правило, в основу доклада ложится анализ литературы по проблеме. Он должен носить характер краткого, но в то же время глубоко аргументированного устного сообщения. В нем студент должен, по возможности, полно осветить различные точки зрения на проблему, выразить собственное мнение, сделать критический анализ теоретического и практического материала.

Подготовка доклада является обязательной для обучающихся, если доклад указан в перечне форм текущего контроля успеваемости в рабочей программе дисциплины.

Доклад должен быть рассчитан на 7-10 минут.

Обычно доклад сопровождается представлением презентации.

Презентация (от англ. «presentation» - представление) - это набор цветных слайдов на определенную тему, который хранится в файле специального формата с расширением PP.

Целью презентации - донести до целевой аудитории полноценную информацию об объекте презентации, изложенной в докладе, в удобной форме.

Перечень примерных тем докладов с презентацией представлен в рабочей программе дисциплины, он выдается обучающимся заблаговременно вместе с методическими указаниями по подготовке. Темы могут распределяться студентами самостоятельно (по желанию), а также закрепляться преподавателем дисциплины.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления.

Для этого, остановитесь на теме, которая вызывает у Вас больший интерес; определите цель выступления; подумайте, достаточно ли вы знаете по выбранной теме или проблеме и сможете ли найти необходимый материал;

- осуществить сбор материала к выступлению.

Начинайте подготовку к докладу заранее; обращайтесь к справочникам, энциклопедиям, научной литературе по данной проблеме; записывайте необходимую информацию на отдельных листах или тетради;

- организовать работу с литературой.

При подборе литературы по интересующей теме определить конкретную цель поиска: что известно по данной теме? что хотелось бы узнать? для чего нужна эта информация? как ее можно использовать в практической работе?

- во время изучения литературы следует: записывать вопросы, которые возникают по мере ознакомления с источником, а также ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;
- обработать материал.

Учитывайте подготовку и интересы слушателей; излагайте правдивую информацию; все мысли должны быть взаимосвязаны между собой.

При подготовке доклада с презентацией особо необходимо обратить внимание на следующее:

- подготовка доклада начинается с изучения источников, рекомендованных к соответствующему разделу дисциплины, а также специальной литературы для докладчика, список которой можно получить у преподавателя;

- важно также ознакомиться с имеющимися по данной теме монографиями, учебными пособиями, научными информационными статьями, опубликованными в периодической печати.

Относительно небольшой объем текста доклада, лимит времени, отведенного для публичного выступления, обуславливает потребность в тщательном отборе материала, умелом выделении главных положений в содержании доклада, использовании наиболее доказательных фактов и убедительных примеров, исключении повторений и многословия.

Решить эти задачи помогает составление развернутого плана.

План доклада должен содержать следующие главные компоненты: краткое вступление, вопросы и их основные тезисы, заключение, список литературы.

После составления плана можно приступить к написанию текста. Во вступлении важно показать актуальность проблемы, ее практическую значимость. При изложении вопросов темы раскрываются ее основные положения. Материал содержания вопросов полезно располагать в таком порядке: тезис; доказательство тезиса; вывод и т. д.

Тезис - это главное основополагающее утверждение. Он обосновывается путем привлечения необходимых цитат, цифрового материала, ссылок на статьи. При изложении содержания вопросов особое внимание должно быть обращено на раскрытие причинно-следственных связей, логическую последовательность тезисов, а также на формулирование окончательных выводов. Выводы должны быть краткими, точными, достаточно аргументированными всем содержанием доклада.

В процессе подготовки доклада студент может получить консультацию у преподавателя, а в случае необходимости уточнить отдельные положения.

Выступление

При подготовке к докладу перед аудиторией необходимо выбрать способ выступления:

- устное изложение с опорой на конспект (опорой могут также служить заранее подготовленные слайды);
- чтение подготовленного текста.

Чтение заранее написанного текста значительно уменьшает влияние выступления на аудиторию. Запоминание написанного текста заметно сковывает выступающего и привязывает к заранее составленному плану, не давая возможности откликаться на реакцию аудитории.

Короткие фразы легче воспринимаются на слух, чем длинные.

Необходимо избегать сложных предложений, причастных и деепричастных оборотов. Излагая сложный вопрос, нужно постараться передать информацию по частям.

Слова в речи надо произносить четко и понятно, не надо говорить слишком быстро или, наоборот, растягивать слова. Надо произнести четко особенно ударную гласную, что оказывает наибольшее влияние на разборчивость речи.

Пауза в устной речи выполняет ту же роль, что знаки препинания в письменной. После сложных выводов или длинных предложений необходимо сделать паузу, чтобы слушатели могли вдуматься в сказанное или правильно понять сделанные выводы. Если выступающий хочет, чтобы его понимали, то не следует говорить без паузы дольше, чем пять с половиной секунд.

Особое место в выступлении занимает обращение к аудитории. Известно, что обращение к собеседнику по имени создает более доверительный контекст деловой беседы. При публичном выступлении также можно использовать подобные приемы. Так, косвенными обращениями могут служить такие выражения, как «Как Вам известно», «Уверен, что Вас это не оставит равнодушными». Выступающий показывает, что слушатели интересны ему, а это самый простой путь достижения взаимопонимания.

Во время выступления важно постоянно контролировать реакцию слушателей. Внимательность и наблюдательность в сочетании с опытом позволяют оратору уловить настроение публики. Возможно, рассмотрение некоторых вопросов придется сократить или вовсе отказаться от них.

После выступления нужно быть готовым к ответам на возникшие у аудитории вопросы.

Стоит обратить внимание на вербальные и невербальные составляющие общения. Небрежность в жестах недопустима. Жесты могут быть приглашающими, отрицающими, вопросительными, они могут подчеркнуть нюансы выступления.

Презентация

Презентация наглядно сопровождает выступление.

Этапы работы над презентацией могут быть следующими:

- осмыслите тему, выделите вопросы, которые должны быть освещены в рамках данной темы;
- составьте тезисы собранного материала. Подумайте, какая часть информации может быть подкреплена или полностью заменена изображениями, какую информацию можно представить в виде схем;
- подберите иллюстративный материал к презентации: фотографии, рисунки, фрагменты художественных и документальных фильмов, материалы кинохроники, разработайте необходимые схемы;
- подготовленный материал систематизируйте и «упакуйте» в отдельные блоки, которые будут состоять из собственно текста (небольшого по объему), схем, графиков, таблиц и т.д.;
- создайте слайды презентации в соответствии с необходимыми требованиями;
- просмотрите презентацию, оцените ее наглядность, доступность, соответствие языковым нормам.

Требования к оформлению презентации

Компьютерную презентацию, сопровождающую выступление докладчика, удобнее всего подготовить в программе MS Power Point.

Презентация как документ представляет собой последовательность сменяющих друг друга слайдов. Чаще всего демонстрация презентации проецируется на большом экране, реже – раздается собравшимся как печатный материал.

Количество слайдов должно быть пропорционально содержанию и продолжительности выступления (например, для 5-минутного выступления рекомендуется использовать не более 10 слайдов).

На первом слайде обязательно представляется тема выступления и сведения об авторах.

Следующие слайды можно подготовить, используя две различные стратегии их подготовки:

1-я стратегия: на слайды выносятся опорный конспект выступления и ключевые слова с тем, чтобы пользоваться ими как планом для выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- объем текста на слайде – не больше 7 строк;
- маркированный/нумерованный список содержит не более 7 элементов;
- отсутствуют знаки пунктуации в конце строк в маркированных и нумерованных списках;
- значимая информация выделяется с помощью цвета, кегля, эффектов анимации.

Особо внимательно необходимо проверить текст на отсутствие ошибок и опечаток. Основная ошибка при выборе данной стратегии состоит в том, что выступающие заменяют свою речь чтением текста со слайдов.

2-я стратегия: на слайды помещается фактический материал (таблицы, графики, фотографии и пр.), который является уместным и достаточным средством наглядности, помогает в раскрытии стержневой идеи выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- выбранные средства визуализации информации (таблицы, схемы, графики и т. д.) соответствуют содержанию;
- использованы иллюстрации хорошего качества (высокого разрешения), с четким изображением (как правило, никто из присутствующих не заинтересован вчитываться в текст на ваших слайдах и всматриваться в мелкие иллюстрации).

Максимальное количество графической информации на одном слайде – 2 рисунка (фотографии, схемы и т.д.) с текстовыми комментариями (не более 2 строк к каждому). Наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана.

Обычный слайд, без эффектов анимации, должен демонстрироваться на экране не менее 10 - 15 секунд. За меньшее время аудитория не успеет осознать содержание слайда.

Слайд с анимацией в среднем должен находиться на экране не меньше 40 – 60 секунд (без учета времени на случайно возникшее обсуждение). В связи с этим лучше настроить презентацию не на автоматический показ, а на смену слайдов самим докладчиком.

Особо тщательно необходимо отнестись к оформлению презентации. Для всех слайдов презентации по возможности необходимо использовать один и тот же шаблон оформления, кегль – для заголовков - не меньше 24 пунктов, для информации - не менее 18.

В презентациях не принято ставить переносы в словах.

Наилучшей цветовой гаммой для презентации являются контрастные цвета фона и текста (белый фон – черный текст; темно-синий фон – светло-желтый текст и т. д.).

Лучше не смешивать разные типы шрифтов в одной презентации.

Рекомендуется не злоупотреблять прописными буквами (они читаются хуже).

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ

Практико-ориентированные задания выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций. Это могут быть ситуации, требующие применения умений и навыков, специфичных для соответствующего профиля обучения (знания содержания предмета), ситуации, требующие организации деятельности, выбора её оптимальной структуры личностно-ориентированных ситуаций (нахождение нестандартного способа решения).

Кроме этого, они выступают средством формирования у студентов умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач. Они строятся на основе ситуаций, возникающих на различных уровнях осуществления практики и формулируются в виде производственных поручений (заданий).

Под практико-ориентированными заданиями понимают задачи из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием элементов производственных процессов.

Цель практико-ориентированных заданий – приобретение умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Задачи практико-ориентированных заданий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний студентов при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- обучение приемам решения практических задач;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Важными отличительными особенностями практико-ориентированных задания от стандартных задач (предметных, межпредметных, прикладных) являются:

- значимость (познавательная, профессиональная, общекультурная, социальная) получаемого результата, что обеспечивает познавательную мотивацию обучающегося;
- условие задания сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задания;

- информация и данные в задании могут быть представлены в различной форме (рисунок, таблица, схема, диаграмма, график и т.д.), что потребует распознавания объектов;

- указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задания.

Кроме выделенных четырех характеристик, практико-ориентированные задания имеют следующие:

1. по структуре эти задания – нестандартные, т.е. в структуре задания не все его компоненты полностью определены;

2. наличие избыточных, недостающих или противоречивых данных в условии задания, что приводит к объемной формулировке условия;

3. наличие нескольких способов решения (различная степень рациональности), причем данные способы могут быть неизвестны учащимся, и их потребуется сконструировать.

При выполнении практико-ориентированных заданий следует руководствоваться следующими общими рекомендациями:

- для выполнения практико-ориентированного задания необходимо внимательно прочитать задание, повторить лекционный материал по соответствующей теме, изучить рекомендуемую литературу, в т.ч. дополнительную;

- выполнение практико-ориентированного задания включает постановку задачи, выбор способа решения задания, разработку алгоритма практических действий, программы, рекомендаций, сценария и т. п.;

- если практико-ориентированное задание выдается по вариантам, то получить номер варианта исходных данных у преподавателя; если нет вариантов, то нужно подобрать исходные данные самостоятельно, используя различные источники информации;

- для выполнения практико-ориентированного задания может использоваться метод малых групп. Работа в малых группах предполагает решение определенных образовательных задач в рамках небольших групп с последующим обсуждением полученных результатов. Этот метод развивает навыки сотрудничества, достижения компромиссного решения, аналитические способности.

Примером практико-ориентированного задания по дисциплине *«История России»* выступает **анализ исторического документа**.

Алгоритм анализа исторического документа:

1. Происхождение текста.

1.1. Кто написал этот текст?

1.2. Когда он был написан?

1.3. К какому виду источников он относится: письмо, дневник, официальный документ и т.п.?

2. Содержание текста.

Каково содержание текста? Сделайте обзор его структуры. Подчеркните наиболее важные слова, персоналии, события. Если вам не известны какие-то слова, поработайте со словарем.

3. Достоверна ли информация в тексте?

3.1. Свидетелем первой или второй очереди является автор текста? (Если автор присутствовал во время события, им описываемого, то он является первоочередным свидетелем).

3.2. Текст первичен или вторичен? (Первичный текст современен событию, вторичный текст берет информацию из различных первичных источников. Первичный текст может быть написан автором второй очереди, то есть созданным много позже самого события).

4. Раскройте значение источника и содержащейся в ней информации.

5. Дайте обобщающую оценку данному источнику.

- Когда, где и почему появился закон (сборник законов)?
- Кто автор законов?
- Чьи интересы защищает закон?
- Охарактеризуйте основные положения закона (ссылки на текст, цитирование).
- Сравните с предыдущими законами.
- Что изменилось после введения закона?
- Ваше отношение к этому законодательному акту (справедливость, необходимость и т.д.).

ПОДГОТОВКА К ТЕСТИРОВАНИЮ

Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, четкий ответ на имеющиеся эталоны ответов. При самостоятельной подготовке к тестированию студенту необходимо:

1. готовясь к тестированию, проработать информационный материал по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора учебной литературы;

2. четко выяснить все условия тестирования заранее. Студент должен знать, сколько тестов ему будет предложено, сколько времени отводится на тестирование, какова система оценки результатов и т. д.;

3. приступая к работе с тестами, внимательно и до конца нужно прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов; выбрать правильные (их может быть несколько); на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам;

- в процессе решения желательно применять несколько подходов в решении задания. Это позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант;

- не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, нужно переходить к другим тестовым заданиям; к трудному вопросу можно обратиться в конце;

- обязательно необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

ПОДГОТОВКА ЭССЕ

Эссе - прозаическое сочинение небольшого объема и свободной композиции на частную тему, трактуемую субъективно и обычно неполно. (Словарь Ожегова)

Жанр эссе предполагает свободу творчества: позволяет автору в свободной форме излагать мысли, выражать свою точку зрения, субъективно оценивать, оригинально освещать материал; это размышление по поводу когда-то нами услышанного, прочитанного или пережитого, часто это разговор вслух, выражение эмоций и образность.

Уникальность этого жанра в том, что оно может быть написано на любую тему и в любом стиле. На первом плане эссе – личность автора, его мысли, чувства, отношение к миру. Однако необходимо найти оригинальную идею (даже на традиционном материале), нестандартный взгляд на какую-либо проблему. Для грамотного, интересного эссе необходимо соблюдение некоторых правил и рекомендаций.

Особенности эссе:

- - наличие конкретной темы или вопроса;
- - личностный характер восприятия проблемы и её осмысления;
- - небольшой объём;
- - свободная композиция;
- - непринуждённость повествования;
- - внутреннее смысловое единство;
- - афористичность, эмоциональность речи.

Эссе должно иметь следующую структуру:

1. Вступление (введение) определяет тему эссе и содержит определения основных встречающихся понятий.

2. Содержание (основная часть) - аргументированное изложение основных тезисов. Основная часть строится на основе аналитической работы, в том числе - на основе анализа фактов. Наиболее важные обществоведческие понятия, входящие в эссе, систематизируются, иллюстрируются примерами. Суждения, приведенные в эссе, должны быть доказательны.

3. Заключение - это окончательные выводы по теме, то, к чему пришел автор в результате рассуждений. Заключение суммирует основные идеи. Заключение может быть представлено в виде суммы суждений, которые оставляют поле для дальнейшей дискуссии.

Требования, предъявляемые к эссе:

1. Объем эссе не должен превышать 1–2 страниц.

2. Эссе должно восприниматься как единое целое, идея должна быть ясной и понятной.

3. Необходимо писать коротко и ясно. Эссе не должно содержать ничего лишнего, должно включать только ту информацию, которая необходима для раскрытия вашей позиции, идеи.

4. Эссе должно иметь грамотное композиционное построение, быть логичным, четким по структуре.

5. Эссе должно показывать, что его автор знает и осмысленно использует теоретические понятия, термины, обобщения, мировоззренческие идеи.

6. Эссе должно содержать убедительную аргументацию для доказательства заявленной по проблеме позиции. Структура любого доказательства включает по меньшей мере три составляющие: тезис, аргументы, вывод или оценочные суждения.

- Тезис — это сужение, которое надо доказать.
- Аргументы — это категории, которыми пользуются при доказательстве истинности тезиса.
- Вывод — это мнение, основанное на анализе фактов.
- Оценочные суждения — это мнения, основанные на наших убеждениях, верованиях или взглядах.

Приветствуется использование:

- Эпиграфа, который должен согласовываться с темой эссе (проблемой, заключенной в афоризме); дополнять, углублять лейтмотив (основную мысль), логику рассуждения вашего эссе. Пословиц, поговорок, афоризмов других авторов, также подкрепляющих вашу точку зрения, мнение, логику рассуждения.
- Мнений других мыслителей, ученых, общественных и политических деятелей.
- Риторические вопросы.
- Непринужденность изложения.

Подготовка и работа над написанием эссе:

- изучите теоретический материал;
- уясните особенности заявленной темы эссе;
- продумайте, в чем может заключаться актуальность заявленной темы;
- выделите ключевой тезис и определите свою позицию по отношению к нему;
- определите, какие теоретические понятия, научные теории, термины помогут вам раскрыть суть тезиса и собственной позиции;
- составьте тезисный план, сформулируйте возникшие у вас мысли и идеи;
- для каждого аргумента подберите примеры, факты, ситуации из жизни, личного опыта, литературных произведений;
- распределите подобранные аргументы в последовательности;
- придумайте вступление к рассуждению;
- изложите свою точку зрения в той последовательности, которую вы наметили.
- сформулируйте общий вывод работы.

При написании эссе:

- напишите эссе в черновом варианте, придерживаясь оптимальной структуры;
- проанализируйте содержание написанного;
- проверьте стиль и грамотность, композиционное построение эссе, логичность и последовательность изложенного;
- внесите необходимые изменения и напишите окончательный вариант.

Требования к оформлению:

- Титульный лист.
- Текст эссе.
- Формат листов-A4. Шрифт- Times New Roman, размер-14, расстояние между строк- интерлиньяж полуторный, абзацный отступ-1,25см., поля-30мм(слева), 20мм (снизу), 20мм (сверху), 20мм (справа). Страницы нумеруются снизу по центру. Титульный лист считается, но не нумеруется.

Критерии оценивания эссе:

1. Самостоятельное проведение анализа проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария
2. Четкость и лаконичность изложения сути проблемы
3. Материал излагается логически последовательно
4. Аргументированность собственной позиции
5. Наличие выводов
6. Владение навыками письменной речи

ПОДГОТОВКА К ОПРОСУ

• *Письменный опрос*

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента по данной дисциплине. При подготовке к письменному опросу студент должен внимательно изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избежать грамматических ошибок в работе.

• *Устный опрос*

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С неизвестными терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии.

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала.

8. Рациональность использования времени, отведенного на задание.

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу. Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы.

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к зачету по дисциплине «История России» обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «История России».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на зачете особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на зачете (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

4. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к зачету на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

по дисциплине
ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК

Специальность:

21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация № 3

Технология и техника разведки месторождений полезных ископаемых

форма обучения: очная, заочная

Автор: Безбородова С. А., к.п.н.

Екатеринбург
2020

Содержание

Цели и задачи дисциплины	3
Требования к оформлению контрольной работы	4
Содержание контрольной работы.....	4
Выполнение работы над ошибками.....	8
Критерии оценивания контрольной работы	9
Образец титульного листа	10

Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины: повышение исходного уровня владения иностранным языком, достигнутого на предыдущей ступени образования, и достижение уровня иноязычной коммуникативной компетенции достаточного для общения в социально-бытовой, культурной и профессиональной сферах, а также для дальнейшего самообразования.

Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины:

общекультурные:

- способностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-6).

Для достижения указанной цели необходимо (задачи курса):

- владение иностранным языком как средством коммуникации в социально-бытовой, культурной и профессиональной сферах;
- развитие когнитивных и исследовательских умений с использованием ресурсов на иностранном языке;
- развитие информационной культуры;
- расширение кругозора и повышение общей гуманитарной культуры студентов;
- воспитание толерантности и уважения к духовным ценностям разных стран и народов.

Методические указания по выполнению контрольной работы предназначены для студентов очной и заочной формы обучения, обучающихся по специальности *21.05.03 Технология геологической разведки*.

Письменная контрольная работа является обязательной формой *промежуточной аттестации*. Она отражает степень освоения студентом учебного материала по дисциплине Б1.Б.1.03 Иностранный язык. А именно, в результате освоения дисциплины студент должен:

Знать:

- особенности фонетического строя иностранного языка;
- лексические единицы социально-бытовой и академической тематики, основы терминосистемы соответствующего направления подготовки;
- основные правила грамматической системы иностранного языка;
- особенности построения устных высказываний и письменных текстов разных стилей речи;
- правила речевого этикета в соответствии с ситуациями межличностного и межкультурного общения в социально-бытовой, академической и деловой сферах;
- основную страноведческую информацию о странах изучаемого языка;
- лексико-грамматические явления иностранного языка профессиональной сферы для решения задач профессиональной деятельности;

Уметь:

- вести диалог/полилог и строить монологическое высказывание в пределах изученных тем;
- понимать на слух иноязычные тексты монологического и диалогического характера с различной степенью понимания в зависимости от коммуникативной задачи;
- читать аутентичные тексты прагматического, публицистического, художественного и научного характера с целью получения значимой информации;
- передавать основное содержание прослушанного/прочитанного текста;
- записывать тезисы устного сообщения, писать эссе по изученной тематике, составлять аннотации текстов, вести личную и деловую переписку;
- использовать компенсаторные умения в процессе общения на иностранном языке;

- пользоваться иностранным языком в устной и письменной формах, как средством профессионального общения;

Владеть:

- основными приёмами организации самостоятельной работы с языковым материалом с использованием учебной и справочной литературы, электронных ресурсов;

- навыками выполнения проектных заданий на иностранном языке в соответствии с уровнем языковой подготовки;

- умением применять полученные знания иностранного языка в своей будущей профессиональной деятельности.

Требования к оформлению контрольной работы

Контрольные задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, номер контрольной работы и фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Контрольные задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в контрольной работе.

Выполненную контрольную работу необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если контрольная работа выполнена без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «Иностранный язык (английский)» представлено три варианта контрольной работы.

Номер варианта контрольной работы определяется для студентов в соответствии с начальными буквами их фамилий в алфавитном порядке. Например, студенты, у которых фамилии начинаются с букв А, выполняют контрольную работу № 1 и т.д. (см. таблицу №1).

Таблица №1

<i>начальная буква фамилии студента</i>	<i>№ варианта контрольной работы</i>
А, Г, Ж, К, Н, Р, У, Ц, Щ	№1
Б, Д, З, Л, О, С, Ф, Ч, Э, Я	№2
В, Е, И, М, П, Т, Х, Ш, Ю	№3

Содержание контрольной работы

Контрольная работа проводится по теме 1. *Бытовая сфера общения (Я и моя семья)* и теме 2. *Учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование)* и направлена на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Контрольная работа также направлена на проверку сформированности грамматического навыка в рамках тем: порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях, порядок слов в вопросительном предложении, безличные предложения, местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные), имя существительное, артикли (определенный, неопределенный, нулевой), функции и спряжение глаголов *to be* и *to have*, оборот *there+be*, имя прилагательное и наречие, степени сравнения, сравнительные конструкции, имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат), образование видовременных форм глагола в активном залоге.

Распределение выше указанных тем в учебнике:

- Агабекян И. П. Английский язык для бакалавров: учебное пособие для студентов вузов / И. П. Агабекян. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2017. - 384 с.: ил. - (Высшее образование) (200 экз. в библиотеке УГГУ) и учебнике:

- Журавлева Р.И. Английский язык: учебник: для студентов горно-геологических специальностей вузов / Р. И. Журавлева. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2013. - 508 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 502 (192 экз. в библиотеке УГГУ) представлено в таблице №2:

Таблица №2

Название темы	Страницы учебников	
	<i>Агабекян И. П.</i>	<i>Журавлева Р.И.</i>
Порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях	148	9
Порядок слов в вопросительном предложении	163-170	10, 24
Безличные предложения	149	440
Местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные)	41-55	101, 439
Имя существительное	66-78	435
Артикли (определенный, неопределенный, нулевой)	78-84	433
Функции и спряжение глаголов <i>to be</i> и <i>to have</i>	102-104	6-8
Оборот <i>there+be</i>	105-107	100
Имя прилагательное и наречие	115	83
Степени сравнения, сравнительные конструкции	115-121	143
Имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат)	261-271	-
Образование видовременных форм глагола в активном залоге	193-209	10, 36, 69

АНГЛИЙСКИЙ ЯЗЫК

Вариант №1

Задание 1. Заполните пропуски в предложениях, выбрав один ответ.

Пример: Michael _____ everyone he meets because he is very sociable and easygoing. He has five brothers and two sisters, so that probably helped him learn how to deal with people.

A. gets divorced; **B. gets along well with;** C. gets married;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Задание 2. Заполните пропуски местоимениями *some, any, no* или их производными.

Пример: A: Is **anything** the matter with Dawn? She looks upset.

B: She had an argument with her friend today.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «неопределённые местоимения».

Задание 3. Заполните пропуски личными местоимениями (*I, we, you, he, she, it, they, me, us, him, her, them*).

Пример: My teacher is very nice. I like – I like **him**.

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «личные и притяжательные местоимения».

Задание 4. Поставьте в правильную форму глагол, представленный в скобках, обращая при этом внимание на использованные в предложениях маркеры.

Пример: Every morning George **eats** (to eat) cereals, and his wife only **drinks** (to drink) a cup of coffee.

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «образование видовременных форм глагола в активном залоге».

Задание 5. Составьте вопросительные предложения и дайте краткие ответы на них.

Пример: Paul was tired when he got home. – **Was Paul tired when he got home? Yes, he was.**

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

Контрольная работа

Вариант №2

Задание 1. Заполните пропуск, выбрав один вариант ответа.

Пример: A British university year is divided into three ____.

1) conferences; 2) sessions; **3) terms;** 4) periods;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Задание 2. Выберите правильную форму глагола.

Пример: A: I have a Physics exam tomorrow.

B: Oh dear. Physics **is**/are a very difficult subject.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «имя существительное, функции и спряжение глаголов to be и to have».

Задание 3. Раскройте скобки, употребив глагол в форме Present Continuous, Past Continuous или Future Continuous.

Пример: I **shall be studying** (study) Japanese online from 5 till 6 tomorrow evening.

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «образование видовременных форм глагола в активном залоге».

Задание 4. Составьте вопросы к словам, выделенным жирным шрифтом.

Пример: **The Petersons** have bought a dog. – Who has bought a dog?

The Petersons have bought **a dog**. – What have the Petersons bought?

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

Задание 5. Подчеркните правильный вариант ответа.

Пример: A: You haven't seen my bag anywhere, haven't you/**have you**?

B: No. You didn't leave it in the car, **did you**/didn't you?

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

Контрольная работа

Вариант № 3

Задание 1. Заполните пропуски, выбрав один вариант ответа.

Пример: The University accepts around 2000 new ____ every year.

1) students; 2) teachers; 3) pupils; 4) groups;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Задание 2. Поставьте в предложения подходящие по смыслу фразы:

as red as a beet (свекла), as slow as a turtle, as sweet as honey, as busy as a bee, as clumsy as a bear (неуклюжий), as black as coal, as cold as ice, as slippery as an eel (изворотливый как угорь), as free as a bird, as smooth as silk (гладкий)

Пример: Your friend is so unemotional, he is **as cold as ice**.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «имя прилагательное и наречие».

Задание 3. Переведите следующие предложения на английский язык.

Пример: Это самая ценная картина в Русском музее. **This is the most valuable picture in Russian Museum.**

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «степени сравнения имени прилагательного и наречий».

Задание 4. Раскройте скобки, употребив глагол в форме Present Perfect, Past Perfect или Future Perfect.

Пример: Sam **has lost** (lose) his keys. So he can't open the door.

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «образование видовременных форм глагола в активном залоге».

Задание 5. Задайте вопросы к предложениям.

Пример: There are two books. The one on the table is Sue's.

a) 'Which book is Sue's?' 'The one on the table.'

b) 'Whose book is on the table?' 'Sue's.'

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

НЕМЕЦКИЙ ЯЗЫК

Задание 1. Заполните пропуски в предложениях, выбрав один ответ.

Пример: Mein Bruder ... Arzt geworden

A. hat; B. ist; C. wird;

Задание 1 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Пассивный залог».

Задание 2. Вставьте подходящее вопросительное слово.

Пример: Was machen Sie am Wochenende?

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Вопросительные местоимения».

Задание 3. Заполните пропуски возвратными местоимениями в нужной форме.

Пример: Wo wohnen deine Eltern?

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Притяжательные местоимения».

Задание 4. Поставьте в правильную форму глагол, представленный в скобках.

Пример: Kannst du mir bitte die Marmelade geben? (können)

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Модальные глаголы».

Задание 5. Составьте вопросительные предложения и дайте краткие ответы на них.

Пример: Sie wohnen in Berlin.

Ответ: Wo wohnen Sie? Wer wohnt in Berlin?

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по

теме «Вопросительные предложения».

ФРАНЦУЗСКИЙ ЯЗЫК

Задание 1. Заполните пропуски в предложениях следующими предлогами: de, à, chez, dans, pour, depuis, vers, avec, devant. en.

Пример: Monsieur Dupont est en mission.

Задание 1 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Предлоги».

Задание 2. Заполните пропуски, выберите правильно указательное прилагательное:

Пример: Peux-tu me passer ces dictionnaires?

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Указательные прилагательные».

Задание 3. Поставьте нужный артикль или предлог там, где это необходимо:

Пример: C'est la salle des études.

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Употребление слитного артикля».

Задание 4. Выберите правильную форму глагола:

Пример: Tous les matins, il s'est levé à 7 heures depuis un an.

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Спряжение глаголов 1,2,3 группы в Présent».

Задание 5. Ответьте на следующие вопросы:

Пример: Où passez-vous vos vacances d'été? - Je les passe en Crimée.

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Личные местоимения le, la, les».

Проблемные и сложные вопросы, возникающие в процессе изучения курса и выполнения контрольной работы, необходимо решать с преподавателем на консультациях.

Выполнению контрольной работы должно предшествовать самостоятельное изучение студентом рекомендованной литературы.

Студент получает проверенную контрольную работу с исправлениями в тексте и замечаниями. В конце работы выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно». Работа с оценкой «неудовлетворительно» должна быть доработана и представлена на повторную проверку.

Выполнение работы над ошибками

При получении проверенной контрольной работы необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данной контрольной работы. Контрольные работы являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

Критерии оценивания контрольной работы

Оценка за контрольную работу определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 1 балл. Максимум 44 балла.

Результат контрольной работы

Контрольная работа оценивается на «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»:

40-44 балла (90-100%) - оценка «отлично»;

31-39 балла (70-89%) - оценка «хорошо»;

22-30 баллов (50-69%) - оценка «удовлетворительно»;

0-21 балла (0-49%) - оценка «неудовлетворительно».



**Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»**

Кафедра иностранных языков и деловой коммуникации

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

**по дисциплине
ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК**

Специальность:

21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация № 3

Технология и техника разведки месторождений полезных ископаемых

формы обучения: очная, заочная

Выполнил: Иванов Иван Иванович
Группа ТТР-18

Преподаватель: Петров Петр Петрович,
к.т.н, доцент

**Екатеринбург
2018**

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «БЕЗОПАСНОСТЬ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ»**

Специальность
21.05.03 Технология геологической разведки

Авторы: Гребенкин С.М., Кузнецов А.М., Тетерев Н.А.

Екатеринбург
2020

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1. РАСЧЕТ ПОТРЕБНОГО ВОЗДУХООБМЕНА

Цель практического занятия — закрепление теоретических знаний, полученных при изучении темы «Человек и среда обитания: воздействия негативных факторов окружающей среды на человека», и формирование практических навыков расчета воздухообмена в производственных помещениях необходимого для очистки воздуха от вредных веществ: для удаления вредных веществ (выделяющихся вредных газов, паров и пыли); для удаления излишних водяных паров; для удаления избыточного тепла.

Общие сведения. Среда обитания — это окружающая человека среда, осуществляющая через совокупность факторов (физических, биологических, химических и социальных) прямое или косвенное воздействие на жизнедеятельность человека, его здоровье, трудоспособность и потомство. В жизненном цикле человек и окружающая среда обитания непрерывно взаимодействуют и образуют постоянно действующую систему «человек — среда обитания», в которой человек реализует свои физиологические и социальные потребности. В составе окружающей среды выделяют природную, техногенную, производственную и бытовую среду. Каждая среда может представлять опасность для человека. В данной работе рассматривается расчет потребного воздухообмена (L м³/ч), для очистки воздуха от вредных газов и паров и для удаления избыточного тепла с помощью механической общеобменной вентиляции.

Задание. В помещении объемом V работают n человек со средней производительностью a каждый. Они производят покраску и шпаклевку изделий нитро- (на основе ацетона) красками, эмалями и шпаклевками, для чего используется ручное и механизированное оборудование. В этом же помещении производится пайка N контактов припоем ПОС-60. Источники тепловыделения

– оборудование мощностью $P_{ном}$ и осветительная сеть мощностью $P_{осв}$ из люминесцентных ламп. Расчеты вести для холодного периода года. Помещение имеет K окон направленных на север размерами 2,5х1,75 м с двойным остеклением и деревянными рамами. Категория работ – III (тяжелая).

Рассчитать потребный воздухообмен и определить кратность воздухообмена для: 1) испарений растворителей и лаков; 2) при пайке припоем ПОС-60; 3) удаления выделяемой людьми углекислоты; 4) удаления избыточного тепла.

Методика и порядок расчета воздухообмена для очистки воздуха.

Потребный воздухообмен определяется по формуле

$$L = \frac{G \times 1000}{x_H - x_B}, \text{ м}^3/\text{ч}, \quad (1.1)$$

где L , $\text{м}^3/\text{ч}$ – потребный воздухообмен; G , $\text{г}/\text{ч}$ – количество вредных веществ, выделяющихся в воздух помещения; x_B , $\text{мг}/\text{м}^3$ – предельно допустимая концентрация вредности в воздухе рабочей зоны помещения, согласно ГОСТ 12.1.005-88 [1]; x_H , $\text{мг}/\text{м}^3$ – максимально возможная концентрация той же вредности в воздухе населенных мест (ГН 2.1.6.1338- 03) **□4□**.

Применяется также понятие кратности воздухообмена (n), которая показывает сколько раз в течение одного часа воздух полностью сменяется в помещении. Значение n **□ □** может быть достигнуто естественным воздухообменом без устройства механической вентиляции.

Кратность воздухообмена определяется по формуле

$$n = \frac{L}{V_n}, \text{ ч}^{-1}, \quad (1.2)$$

где n , $\text{раз}/\text{ч}$ – кратность воздухообмена; L , $\text{м}^3/\text{ч}$ – потребный воздухообмен; V_n – внутренний объем помещения, м^3 .

Согласно СП 2.2.1.1312-03, кратность воздухообмена $n > 10$ недопустима.

Так как x_H определяется по табл. 1.1 прил.1, а x_B по табл. 1.2 прил.1, то для расчета потребного воздухообмена необходимо в каждом случае определять

количество вредных веществ, выделяющихся в воздух помещения.

Таблица 1.0

Исходные данные для расчёта потребного воздухообмена

№ вар.	a , м ² /ч	Материал	n чел.	V м ³	N шт/час	Местность	$P_{\text{ном.}}$ кВт	$P_{\text{осв.}}$ кВт	m окон
1	2	Бесцветный	1	100	40	Сельские населенные пункты	10	0,5	2
2	1,5	аэролак, окраска кистью	2	200	35		20	0,5	3
3	1		3	300	400		30	1	4
4	2		4	400	45	Малые города	40	1	5
5	3	Цветной аэролак, окраска механизир.	1	500	305		200	1	6
6	4		1	600	48	Большие города	150	1,5	6
7	3,5		1	700	450		200	1	6
8	5		1	800	480		100	2	8
9	0,2	Шпаклевка кистью	3	80	325	Сельские населенные пункты	10	0,5	2
10	0,3		4	200	420		20	1	4
11	1,5	Шпаклевка механизир,	1	200	250		30	1	3
12	1		2	300	450		40	1,5	4
13	0,8	Бесцветный аэролак, окраска кистью	1	150	300	Малые города	50	0,6	2
14	1		2	150	48		60	0,8	3
15	1,2		1	120	335		70	1	2
16	0,7		2	200	400	Большие города	80	1,2	4
17	2	Цветной аэролак, окраска механизир.	1	200	280		90	0,6	4
18	2,5		2	400	480		100	0,8	6
19	2,2		1	400	290	Сельские населенные пункты	150	1,2	8
20	1,8	Шпаклевка кистью	2	600	300		200	1,5	8
21	0,3		1	80	200		250	0,5	I
22	0,4	Шпаклевка механизир.	2	100	250	Малые города	300	0,6	2
23	1		1	150	242		60	1	2
24	1	Шпаклевка кистью	2	400	440	Большие города	80	1	3
25	1,5		1	100	270		100	1,2	4
26	2		3	200	180		150	0,5	6

Рассмотрим отдельные характерные случаи выделения вредных веществ в воздух помещения и определения потребного воздухообмена.

1.1. Определение воздухообмена при испарении растворителей и лаков

Испарение растворителей и лаков обычно происходит при покраске различных изделий. Количество летучих растворителей, выделяющихся в воздухе помещений можно определить по следующей формуле

$$G = \frac{a \times A \times m \times n}{100}, \text{ г/ч}, \quad (1.3)$$

где a , м²/ч – средняя производительность по покраске одного рабочего (при ручной покраске кистью – 12 м²/ч, пульверизатором – 50 м²/ч); A , г/м² – расход лакокрасочных материалов; m , % – процент летучих растворителей, содержащихся в лакокрасочных материалах; n – число рабочих, одновременно занятых на покраске.

Численные значения величин A и m определяются по табл. 1.3 прил. 1.

Пример. Определить количество выделяющихся в воздух помещения летучих растворителей.

Решение:

По табл. 3 прил. 1 для цветного аэролака при окраске распылением находим, что $A = 180$ г/м², $m = 75$ %, тогда $G = 50 \cdot 180 \cdot 75 \cdot 2 / 100 = 13500$ г/ч. Далее определяем потребный воздухообмен в помещении по формуле (1.3). Находим для ацетона из табл. 1.1 и 1.2 прил. 1, что $x_v = 200$ мг/м³, $x_n = 0,35$ мг/м³, тогда $L = 13500 \cdot 1000 / (200 - 0,35) = 67500$ м³/ч.

Ответ: $L = 67500$ м³/ч.

1.2. Определение потребного воздухообмена при пайке электронных схем

Пайка осуществляется свинцово-оловянным припоем ПОС-60, который

содержит $C = 0,4$ доли объема свинца и 60 % олова. Наиболее ядовиты аэрозоли (пары) свинца.

В процессе пайки из припоя испаряется до $B = 0,1$ % свинца, а на 1 пайку расходуется 10 мг припоя. При числе паек – N , количество выделяемых паров свинца определяется по формуле

$$G = C \times B \times N, \text{ мг/ч}, \quad (1.4)$$

где G , г/ч – количество выделяемых паров свинца; C – содержание свинца; B – % свинца; N – число паек.

Пример. В помещении объемом $V_{\text{п}} = 1050 \text{ м}^3$ три человека осуществляют пайку припоем ПОС-40 с производительностью по 100 контактов в час. Найти требуемую кратность воздухообмена.

Решение:

По формуле (1.4) определяем количество аэрозолей свинца, выделяемых в воздух: $G = 0,6 \cdot 0,001 \cdot 10 \cdot 100 \cdot 3 = 1,8 \text{ мг/ч}$. Далее определяем потребный воздухообмен по формуле (1.1). Находим из табл. 1.1 и 1.2 прил. 1 для свинца и его соединений $x_{\text{в}} = 0,01 \text{ мг/м}^3$; $x_{\text{н}} = 0,001 \text{ мг/м}^3$. Тогда $L = 1,8 / (0,01 - 0,001) = 200,0 \text{ м}^3/\text{ч}$.

Ответ: $L = 185,5 \text{ м}^3/\text{ч}$.

1.3. Определение воздухообмена в жилых и общественных помещениях

В жилых и общественных помещениях постоянным вредным выделением является выдыхаемая людьми углекислота (CO_2). Определение потребного воздухообмена производится по количеству углекислоты, выделяемой человеком и по допустимой концентрации её.

Количество углекислоты в зависимости от возраста человека и выполняемой работы, а также допустимые концентрации углекислоты для различных помещений приведены в табл. 1.4 и 1.5 прил. 1.

Содержание углекислоты в атмосферном воздухе можно определить по химическому составу воздуха. Однако, учитывая повышенное содержание углекислоты в атмосфере населенных пунктов, следует принимать при расчете содержания CO_2 следующие значения: для сельских населенных пунктов – $0,33 \text{ л/м}^3$, для малых городов (до 300 тыс. жителей) – $0,4 \text{ л/м}^3$, для больших городов (свыше 300 тыс. жителей) – $0,5 \text{ л/м}^3$.

Пример. Определить требуемую кратность воздухообмена в помещении, где работают 3 человека.

Решение:

По табл. 1.4 прил.1 определяем количество CO_2 , выделяемой одним человеком $g = 23 \text{ л/ч}$. По табл. 1.5 прил. 1 определяем допустимую концентрацию CO_2 . Тогда $x_{\text{в}} = 1 \text{ л/м}^3$ и содержание CO_2 в наружном воздухе для больших городов $x_{\text{н}} = 0,5 \text{ л/м}^3$. Определяем требуемый воздухообмен по формуле (1.1) $L = 23 \cdot 3 / (1 - 0,5) = 138 \text{ м}^3/\text{ч}$. Ответ: $L = 138 \text{ м}^3/\text{ч}$.

1.4. Определение требуемого воздухообмена при выделении газов (паров) через неплотности аппаратуры, находящейся под давлением

Производственная аппаратура, работающая под давлением, как правило, не является вполне герметичной. Степень герметичности аппаратуры уменьшается по мере ее износа. Считая, что просачивание газов через неплотности подчиняется тем же законам, что и истечение через небольшие отверстия, и, предполагая, что истечение происходит адиабатически, количество газов, просочившихся через неплотности, можно определить по формуле

$$G = k \times c \times \sqrt{\frac{M}{T}}, \text{ кг/ч,} \quad (1.5)$$

где k – коэффициент, учитывающий повышение утечки от износа оборудования

($k = 1-2$); c – коэффициент, учитывающий влияние давление газа в аппарате; v – внутренний объем аппаратуры и трубопроводов, находящихся под давлением, м^3 ; M – молекулярный вес газов, находящихся в аппаратуре; T – абсолютная температура газов в аппаратуре, К.

Таблица 1.2

Коэффициент, учитывающий влияние давление газа в аппарате

Давление p , атм	до 2	2	7	17	41	161
c	0,121	0,166	0,182	0,189	0,25	0,29

Пример. Система, состоящая из аппаратов и трубопроводов, заполнена сероводородом. Рабочее давление в аппаратуре $p_a = 3$ атм, а в проводящих трубопроводах $p_{\text{тр}} = 4$ атм. Внутренний объем аппаратуры $v_a = 5 \text{ м}^3$, объем трубопроводов, $v_{\text{тр}} = 1,2 \text{ м}^3$. Температура газа в аппаратуре – $t_a = 120 \text{ }^\circ\text{C}$, в трубопроводе – $t_{\text{тр}} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$. Определить потребный воздухообмен в помещении.

Решение:

Определяем величины утечек сероводорода (H_2S) из аппаратуры и трубопроводов. Принимаем $k = 1,5$; $c = 0,169$ (по табл. 1.2); $M = 34$, для H_2S ; Утечка газа из аппаратуры составляет:

$$G_a = 1,5 \times 0,169 \times \sqrt{\frac{34}{393}} = 0,372$$

Утечка газа из трубопроводов составляет:

$$G_{\text{тр}} = 1,5 \times 0,172 \times 1,2 = 0,104$$

$$G = G_a + G_{\text{тр}} = 0,372 + 0,104 = 0,476, \text{кг/ч}$$

Используя данные табл. 1.1 прил. 1, находим, что для сероводорода $x_v = 10 \text{ мг/м}^3$; $x_n = 0,008 \text{ мг/м}^3$. Потребный воздухообмен равен

$$L = \frac{4761000}{(10 - 0,008)} = 47638,1 \text{ м}^3/\text{ч}$$

Ответ: $L = 47638,1 \text{ м}^3/\text{ч}$

Вывод: В воздухе помещения одновременно могут выделяться несколько вредных веществ. По действию на организм человека они могут быть однонаправленными и разнонаправленными. Для однонаправленных веществ расчетные значения требуемого воздухообмена суммируются, а для разнонаправленных веществ выбирается наибольшее значение требуемого воздухообмена.

Пример. Для первой вредности в воздухе рабочей зоны – вредных (токсичны) веществ в рассмотренных примерах все относятся к веществам разнонаправленного действия, поэтому принимаем к дальнейшему расчету максимальное из полученных значений, т. е. $L = 67500 \text{ м}^3/\text{ч}$ (требуемый воздухообмен для паров растворителей при окраске).

Для проверки соответствия требованиям устройства вентиляции определим кратность воздухообмена $n = 67500/4800 = 14,1 \text{ ч}^{-1}$. Данное значение превышает установленную величину – 10 ч^{-1} , поэтому необходимо принять дополнительное решение по устройству вентиляции в помещении. Например, таким решением может быть исключение распространения от двух мест окраски растворителей по всему помещению за счет применения местной вытяжной вентиляции.

Расчет объема воздуха удаляемого местной вентиляцией определяется по формуле

$$L_{\text{МВ}} = F \times v \times 3600, \text{ м}^3/\text{ч}, \quad (1.6)$$

где F – площадь сечения всасывающих отверстий, м^2 ; v – скорость воздуха в сечении вытяжной вентиляции, $\text{м}/\text{с}$. Рекомендуется принимать значение скорости в интервале $0,8-1,5 \text{ м}/\text{с}$.

Таким образом, требуемый воздухообмен для оставшихся вредных веществ принимаем для выделений сероводорода: $L = 47638,1 \text{ м}^3/\text{ч}$.

Проверка:

$$n = 47638, 1/4800 = 9,9 \text{ ч}^{-1}.$$

1.5. Расчёт потребного воздухообмена для удаления избыточного тепла

Расчет потребного воздухообмена для удаления избыточного тепла производится по формуле

$$L = \frac{Q_{\text{изб}}}{\gamma_B \times c \Delta t}, \text{ м}^3/\text{ч}, \quad (1.7)$$

где L , $\text{м}^3/\text{ч}$ – потребный воздухообмен; $Q_{\text{изб}}$, $\text{ккал}/\text{ч}$ – избыточное тепло; $\gamma_B = 1,206 \text{ кг}/\text{м}^3$ – удельная масса приточного воздуха; $c_B = 0,24 \text{ ккал}/\text{кг} \cdot \text{град}$ – теплоемкость воздуха;

$$\Delta t = t_{\text{вых}} - t_{\text{пр}}, \text{ } ^\circ\text{C} \quad (1.8)$$

где $t_{\text{вых}}$, $^\circ\text{C}$ – температура удаляемого воздуха; $t_{\text{пр}}$, $^\circ\text{C}$ – температура приточного воздуха.

Величина Δt при расчетах выбирается в зависимости от теплонапряженности воздуха – Q_n : при $Q_n \leq 20 \text{ ккал}/\text{м}^3 \cdot \text{ч}$ $\Delta t = 6 \text{ } ^\circ\text{C}$; при $Q_n > 20 \text{ ккал}/\text{м}^3 \cdot \text{ч}$ $\Delta t = 8 \text{ } ^\circ\text{C}$;

$$Q_n = \frac{Q_{\text{изб}}}{V_n}, \text{ ккал}/\text{м}^3 \cdot \text{ч}, \quad (1.9)$$

где V_n , м^3 – внутренний объем помещения.

Таким образом, для определения потребного воздухообмена необходимо определить количество избыточного тепла по формуле

$$Q_{\text{изб}} = Q_{\text{об}} + Q_{\text{осв}} + Q_{\text{л}} + Q_{\text{р}} - Q_{\text{отд}}, \text{ ккал}/\text{ч}, \quad (1.10)$$

где $Q_{\text{об}}$, $\text{ккал}/\text{ч}$ – тепло, выделяемое оборудованием; $Q_{\text{осв}}$, $\text{ккал}/\text{ч}$ – тепло, выделяемое системой освещения; $Q_{\text{л}}$, $\text{ккал}/\text{ч}$ – тепло, выделяемое людьми в помещении; $Q_{\text{р}}$, $\text{ккал}/\text{ч}$ – тепло, вносимое за счет солнечной радиации; $Q_{\text{отд}}$, $\text{ккал}/\text{ч}$ – теплоотдача естественным путем.

Определяем количество тепла, выделяемого оборудованием

$$Q_{об} = 860 \times P_{об} \times y_1, \text{ ккал/ч} \quad (1.11)$$

где Y_1 – коэффициент перехода тепла в помещение, зависящий от вида оборудования; $P_{об}$, кВт – мощность, потребляемая оборудованием;

$$P_{об} = P_{ном} \times y_2 \times y_3 \times y_4, \text{ кВт}, \quad (1.12)$$

где $P_{ном}$, кВт – номинальная (установленная) мощность электрооборудования помещения; Y_2 – коэффициент использования установленной мощности, учитывающий превышение номинальной мощности над фактически необходимой; Y_3 – коэффициент загрузки, т.е. отношение величины среднего потребления мощности (во времени) к максимально необходимой; Y_4 – коэффициент одновременности работы оборудования.

При ориентировочных расчетах произведение всех четырех коэффициентов можно принимать равным:

$$y_1 \times y_2 \times y_3 \times y_4 = 0,25 \quad (1.13)$$

Определяем количество тепла, выделяемого системой освещения

$$Q_{осв} = 860 \times P_{осв} \times \alpha \beta \times \cos(\varphi), \quad (1.14)$$

где α – коэф. перевода электрической энергии в тепловую для лампы накаливания $\alpha = 0,92 - 0,97$, люминесцентной лампы $\alpha = 0,46 - 0,48$; β – коэффициент одновременности работы (при работе всех светильников $\beta = 1$); $\cos(\varphi) = 0,7 - 0,8$ – коэффициент мощности; $P_{осв}$, кВт – мощность осветительной установки.

Определяем количество тепла, выделяемого находящимися в помещении людьми

$$Q_{л} = N \times q_{л}, \quad (1.15)$$

где N – количество людей в помещении; $q_{л}$, ккал/ч – тепловыделения одного человека табл. 1.6 прил. 1.

Определяем количество тепла, вносимого за счет солнечной радиации

$$Q_p = K \times S \times q_{ост}, \quad (1.16)$$

где K – количество окон; S , м² – площадь одного окна; $q_{ост}$, ккал/ч – солнечная

радиация через остекленную поверхность табл. 1.7 прил. 1.

Определяем теплоотдачу, происходящую естественным путем. Если нет дополнительных условий, то можно считать ориентировочно, что $Q_{отд} = Q_p$ для холодного и переходного периодов года (среднесуточная температура наружного воздуха ниже +10 °С). Для теплого периода года (среднесуточная температура воздуха выше +10 °С) принимаем $Q_{отд} = 0$.

Общий вывод: Среди полученных расчетных значений требуемого воздухообмена для вредных веществ и удаления избыточного тепла выбирается наибольшее значение требуемого воздухообмена.

**Предельно-допустимые концентрации вредных веществ в атмосферном
воздухе населенных мест (ГН 2.1.6.1338-03)**

Наименование вредных веществ	ПДКм.р., мг/м ³	ПДКс.с., мг/м ³	Агрегатн состояние
Азота диоксид	0,085	0,04	п
Азота оксид	0,6	0,06	п
Акролеин	0,03	0,03	п
Амилацетат	0,10	0,10	п
Аммиак	0,2	0,04	п
Ацетон	0,35	0,35	п
Бензин (углеводороды)	5,0	1,5	п
Бензол	1,5	0,1	п
Бутан	200	-	п
Бутилацетат	0,1	0,1	п
Винилацетат	0,15	0,15	п
Дихлорэтан	3,0	1,0	п
Ксилол	0,2	0,2	п
Марганец и его соединения	0,01	0,001	а
Метилацетат	0,07	0,07	п
Мышьяк и его неорг. соединения	-	0,003	а
Озон	0,16	0,03	п
Пыль (кремнесодержащая – более 70 %)	0,15	0,05	а
Пыль нетоксичная (фиброгенного действия)	0,5	0,15	а
Ртут хлорид (сулема)	-	0,0003	а
Сажа	0,15	0,05	а
Свинец и его соединения	0,001	0,0003	а
Сернистый ангидрид	0,5	0,15	п
Серная кислота	0,3	0,1	а

Продолжение табл. 1.1

Наименование вредных веществ	ПДКм.р., мг/м ³	ПДКс.с., мг/м ³	Агрегатн состояние
Сероводород	0,008	-	п
Сероуглерод	0,03	0,005	п
Спирт бутиловый	0,16	-	п
Спирт изобутиловый	0,1	0,1	п
Спирт метиловый	1,0	0,5	п
Спирт этиловый	5	5	п
Стирол	0,04	0,002	п
Толуол	0,6	0,6	п
Углерода оксид	5,0	3,0	п
Фенол	0,01	0,003	п
Фтористые соединения (газообразные)	0,02	0,005	п
Хлор	0,1	0,03	п
Хлористый водород	0,2	0,2	п
Этилацетат	0,1	0,1	п

Примечание: п – пары и/или газы; а – аэрозоль

**Предельно-допустимые концентрации вредных веществ в воздухе рабочей
зоны (ГОСТ 12.1.005-88)**

Наименование вредных веществ	ПДК., мг/м ³	Класс опасности	Агрегатн. состояние
Азота диоксид	2,0	3	п
Азота оксиды	5,0	3	п
Акролеин	0,2	2	п
Амилацетат	100	4	п
Аммиак	20	4	п
Ацетон	200	4	п
Бензин (углеводороды)	100	4	п
Бензол	15/5	2	п
Бутан	300	4	п
Бутилацетат	200	4	п
Винилацетат	10,0	4	п
Дихлорэтан	10,0	2	п
Ксилол	50,0	3	п
Марганец и его соединения (от 2-30 %)	0,1	2	а
Метилацетат	100	4	п
Мышьяк и его неорг. соединения	0,04/0,01	2	а
Озон	0,1	1	п
Пыль (кремнесодержащая – более 70 %)	1,5	4	а
Пыль нетоксичная (фиброгенного действия)	4,0	4	а
Ртут хлорид (сулема)	0,2/0,05	1	а
Сажа	4,0	3	а
Свинец и его соединения	0,01/0,005	1	а
Серная кислота	1,0	2	а
Сернистый ангидрид	10	3	п
Сероводород	10,0	3	п

Продолжение табл. 1.2

Наименование вредных веществ	ПДК, мг/м ³	Класс опасности	Агрегатн. состояние
Сероуглерод	1,0	3	п
Спирт бутиловый	10,0	3	п
Спирт изобутиловый	10,0	3	п
Спирт метиловый	5,0	3	п
Спирт этиловый	1000	4	п
Стирол	30/10	3	п
Толуол	50	3	п
Углерода оксид	20	4	п
Фенол	0,3	2	п
Фтористые соединения (газообразные)	0,5/0,1	2	п
Хлор	1,0	2	п
Хлористый водород	5,0	1	п
Этилацетат	200	4	п

Примечание: значение в числителе – максимально разовые; в знаменателе – среднесменные

Таблица 1.3

Расходы лакокрасочных материалов на один слой покрытия изделий и содержание в них летучих растворителей

Наименование лакокрасочных материалов/способ нанесения краски	Расход лакокрасочных материалов, A , г/м ²	Содержание летучей части, m , %
Нитролаки и краски		
Бесцветный аэролак /кистью	200	92
Цветные аэролаки/распыление пульверизатором	180	75
Нитрошпаклевка /кистью	100-180	10-35
Нитроклей /кистью	160	80-85
Масляные лаки и эмали		
Окраска распылением	60-90	35

Таблица 1.4

Количество углекислоты, выделяемой человеком при разной работе

Возраст человека и характер работы	Количество CO ₂	
	в л/ч	в г/ч
Взрослые:		
при физической работе	45	68
при легкой работе (в учреждениях)	23	35
в состоянии покоя	23	35
Дети до 12 лет	12	18

Таблица 1.5

Предельно-допустимые концентрации углекислоты

Наименование помещений	Количество CO ₂	
	в л/ч	в г/кг
Для постоянного пребывания людей (жилые ком.)	1	1,5
Для пребывания детей и больных	0,7	1
Для учреждений	1,25	1,75
Для кратковременного пребывания людей	2	3

Таблица 1.6

Количество тепловыделений одним человеком при различной работе

Категория тяжести работы		Количество тепловыделений $q_{\text{л}}$, ккал/ч в зависимости от окружающей температуры воздуха			
		15 °C	20 °C	25 °C	30 °C
Легкая	I	100	70	50	30
Средней тяжести	II-а	100	70	60	30
Средней тяжести	II-б	110	80	70	35
Тяжелая	III	110	80	80	35

Таблица 1.7

Солнечная радиация через остекленную поверхность

	Солнечная радиация, $q_{\text{ост}}$, ккал/ч от стороны света и широты, град.														
	ЮГ			ЮГО-ВОСТОК ЮГО-ЗАПАД				ВОСТОК ЗАПАД				СЕВЕР, СЕВЕР. ВОСТОК СЕВЕРО- ЗАПАД			
	45	55	65	35	45	55	65	35	45	55	65	35	45	55	65
Окна с двойным остеклени- ем и дере- вянными рамами	125	125	145	85	110	125	145	125	125	145	145	65	65	65	60
Окна с двойным остеклени- ем и метал- лическими рамами	160	160	180	110	140	160	180	160	160	180	180	80	80	80	70
Фо- нарь с двойным остекление м и метал- лическими переплет.	130	160	170	110	140	170	170	160	160	180	180	85	85	85	70

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Долин П.А. Справочник по технике безопасности. – М.: Энергоиздат, 1982. – 342 с.
2. Каменев П.Н. Отопление и вентиляция. Часть II. Вентиляция. – М.: Издательство литературы по строительству, 1966. – 289 с.
3. ГОСТ 12.1.005-88 ССБТ. Санитарно-гигиенические требования к воздуху рабочей зоны.
4. ГН2.1.6.1338-03. Предельно допустимые концентрации (ПДК) загрязняющих веществ в атмосферном воздухе населенных мест.

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №2. ОЦЕНКА РИСКА

Цель практического занятия - закрепление теоретических знаний, полученных при изучении темы «Основы теории безопасности: системный анализ безопасности», и формирование практических навыков расчета индивидуального и группового (социального) риска в конкретных ситуациях.

Общие сведения. Опасность – одно из центральных понятий безопасности жизнедеятельности (БЖД).

Опасность хранят все системы, имеющие энергию, химически или биологически активные компоненты, а также характеристики (параметры), несоответствующие условиям жизнедеятельности человека. Можно сказать, что опасность – это риск неблагоприятного воздействия.

Практика свидетельствует, что абсолютная безопасность недостижима. Стремление к абсолютной безопасности часто вступает в антагонистические противоречия с законами техносферы.

В сентябре 1990 г. в г. Кельне состоялся первый Всемирный конгресс по безопасности жизнедеятельности человека как научной дисциплине. Девиз конгресса: «Жизнь в безопасности». Участники конгресса постоянно оперировали понятием «риск».

Возможны следующие определения риска:

1. Это количественная оценка опасности, вероятность реализации опасности;
2. При наличии статистических данных, это частота реализации опасностей.

Различают опасности реальные и потенциальные. В качестве аксиомы принимаются, что любая деятельность человека потенциально опасна. Реализация потенциальной опасности происходит через ПРИЧИНЫ и приводит к НЕЖЕЛАТЕЛЬНЫМ ПОСЛЕДСТВИЯМ.

Сейчас перед специалистами ставится задача – не исключение до нуля безопасности (что в принципе невозможно). А достижение заранее заданной величины риска реализации опасности. При этом сопоставлять затраты и получаемую от снижения риска выгоду. Во многих западных странах для более объективной оценки риска и получаемых при этом затрат и выгод, вводят финансовую меру человеческой жизни. Заметим, что такой подход имеет противников, их довод – человеческая жизнь свята, бесценна и какие-то финансовые оценки недопустимы. Тем не менее, по зарубежным исследованиям, человеческая жизнь оценивается, что позволяет более объективно рассчитывать ставки страховых тарифов при страховании и обосновывать суммы выплат.

Поскольку абсолютная безопасность (нулевой риск) невозможна, современный мир пришел к концепции приемлемого (допустимого) риска.

Суть концепции заключается в стремлении к такой безопасности, которую принимает общество в данное время. При этом учитывается уровень технического развития, экономические, социальные, политические и др. возможности. Приемлемый риск – это компромисс между уровнем безопасности и возможностями ее достижения. Это можно рассмотреть в следующей ситуации. После крупной аварии на Чернобыльской АЭС, правительство СССР решило повысить надежность всех ядерных реакторов. Средства были взяты из госбюджета и, следовательно, уменьшилось финансирование социальных программ здравоохранения, образования и культуры, что в свою очередь привело к увеличению социально-экономического риска. Поэтому следует всесторонне оценивать ситуацию и находить компромисс – между затратами и величиной риска.

Переход к «риску» дает дополнительные возможности повышения безопасности техносферы. К техническим, организационным, административным добавляются и экономические методы управления риском (страхование, денежные компенсации ущерба, платежи за риск и

др.). Есть здравый смысл в том, чтобы законодательно ввести квоты за риск. При этом возникает проблема расчета риска: статистический, вероятностный, моделирование, экспертных оценок, социологических опросов и др. Все эти методы дают приблизительную оценку, поэтому целесообразно создавать базы и банки данных по рискам в условиях предприятий, регионов и т.д.

Порядок выполнения работы:

1. Ознакомиться с общими сведениями. Записать определения.
2. Выполнить практические задачи.

Практические задачи

Задача 1. В таблице 2.0 приведен ряд профессий по степени индивидуального риска фатального исхода в год. Используя данные табл.1 методом экспертных оценок охарактеризуйте вашу настоящую деятельность и условия вашей будущей работы.

Таблица 2.0

Классификация профессиональной безопасности

Категория	Условия профессиональной деятельности	Риск смерти (на человека в год)	Профессия
1	Безопасные	$1 \cdot 10^{-4}$	Текстильщики, обувщики, работники лесной промышленности, бумажного производства и др.
2	Относительно безопасные	$1 \cdot 10^{-4}$ до $1 \cdot 10^{-3}$	Шахтеры, металлурги, судостроители и др.
3	Опасные	$1 \cdot 10^{-3}$ до $1 \cdot 10^{-2}$	Рыбопромысловики, верхолазы, трактористы и др.
4	Особо опасные	больше $1 \cdot 10^{-2}$	Летчики-испытатели, летчики реактивных самолетов.

После обсуждения письменно сформулируйте свою оценку.

Для решения следующих задач используйте формулу определения индивидуального риска

$$P = \frac{h}{H}, \quad (2.1)$$

где P – индивидуальный риск (травмы, гибели, болезни и пр.); h – количество реализации опасности с нежелательными последствиями за определенный период времени (день, год и т.д.); H – общее число участников (людей, приборов и пр.), на которых распространяется опасность.

Пример решения задачи по формуле (2.1).

Пример. Задача 1. Ежегодно неестественной смертью гибнет 250 тыс. человек. Определить индивидуальный риск гибели жителя страны при населении в 150 млн. человек.

Решение.

$$P_{ж} = 2,5 \cdot 10^5 / 1,5 \cdot 10^8 = 1,7 \cdot 10^{-3}$$

Или будет 0,0017. Иначе можно сказать, что ежегодно примерно 17 человек 10000 погибает неестественной смертью. Если пофантазировать и предположить, что срок биологической жизни человека равен 1000 лет, то по нашим данным оказывается, что уже через 588 лет (1:0,0017) вероятность гибели человека неестественной смертью близка к 1 (или 100%).

Примечание. Здесь и в задачах №2,3 данные приближены к России.

Задача 2. Опасность гибели человека на производстве реализуется в год 7 тыс. раз. Определить индивидуальный риск погибших на производстве при условии, что всего работающих 60 млн. человек. Сравните полученный результат с вашей экспертной оценкой из задачи 1.

Задача 3. Определить риск погибших в дорожно-транспортном происшествии (ДТП), если известно, что ежегодно гибнет в ДТП 40 тыс. человек при населении 150 млн. человек.

Задача 4. Используя данные индивидуального риска фатального

исхода в год для населения США (данных по России нет), определите свой индивидуальный риск фатального исхода на конкретный год. При этом можно субъективно менять коэффициенты и набор опасностей.

Таблица 2.1

Индивидуальный иск гибели в год

Причина	Риск	Причина	Риск
Автомобильный транспорт	$3 \cdot 10^{-4}$	Воздушный транспорт	$9 \cdot 10^{-6}$
Падения	$9 \cdot 10^{-5}$	Падающие предметы	$6 \cdot 10^{-6}$
Пожар и ожог	$4 \cdot 10^{-5}$	Электрический ток	$6 \cdot 10^{-6}$
Утопление	$3 \cdot 10^{-5}$	Железная дорога	$4 \cdot 10^{-6}$
Отравление	$2 \cdot 10^{-5}$	Молния	$5 \cdot 10^{-7}$
Огнестрельное оружие	$1 \cdot 10^{-5}$	Все прочие	$4 \cdot 10^{-5}$
Станочное оборудование	$1 \cdot 10^{-5}$	Ядерная энергетика	$2 \cdot 10^{-10}$
Водный транспорт	$9 \cdot 10^{-6}$	(пренебрегаемо мал. риск)	

Риск общий для американца: $P_{\text{общ}} = 6 \cdot 10^{-4}$

Сравнить полученный результат с результатом примера решения.

Задачи на риск гибели неестественной смертью в России и с риском гибели в год для американца ($P_{\text{общ}}$).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Русак О.Н. Труд без опасности. Л. «Лениздат», 1986, 191 с.
2. Береговой Г.Т. и др. Безопасность космических полетов. М., «Машиностроение», 1977, 320 с.

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №3. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ МИКРОКЛИМАТА РАБОЧЕЙ ЗОНЫ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПОМЕЩЕНИЙ

Цель практического занятия :закрепление теоретических знаний, полученных при изучении раздела “Гелиофизические и метеорологические фактора: микроклимат производственных помещений”, и формирование практических навыков расчета метеорологических условий в производственном помещении и гигиенической оценки параметров микроклимата.

Общие сведения:

Одним из основных условий эффективной производственной деятельности человека является обеспечение нормальных метеорологических условий в помещениях. Параметры микроклимата оказывают существенное влияние на терморегуляцию организма человека и могут привести кпереохлаждение или перегреву тела

Микроклимат производственных помещений - это климат внутренней среды этих помещений, определяемый действующими на организм человека факторами: сочетанием температуры воздуха, относительной влажности, скорости движения воздуха, интенсивности теплового облучения, температуры поверхности ограждающих конструкций (стены, пол, потолок, технологическое оборудование и т.д

Под рабочей зоной понимается пространство высотой до 2м над уровнем пола или площадки, на которых находятся места постоянного или временного пребывания рабочих.

Причиной ряда заболеваний является местное и общее охлаждение. Переохлаждение организма ведет к простудным заболеваниям: ангине, катару верхних дыхательных путей, пневмонии. Установлено, что при

переохлаждении ног и туловища возникает спазм сосудов слизистых оболочек дыхательного тракта.

Перегревание возникает при избыточном накоплении тепла в организме, которое возникает при действии повышенных температур. Основными признаками перегревания являются повышение температуры тела до 38°C и более, обильное потоотделение, слабость, головная боль, учащение дыхания и пульса, изменение артериального давления и состав крови, шум в ушах, искажение цветового восприятия

Тепловой удар – это быстрое повышение температуры тела 40°C и выше. В этом случае падает артериальное давление, потоотделение прекращается, человек теряет сознание.

Организм человека обладает свойством терморегуляции – поддержание температуры тела в определенных границах (36,1...37,2°C) Терморегуляция обеспечивает равновесие между количеством тепла, непрерывно образующегося в организме человека в процессе обмена веществ, теплопродукцией и излишком тепла, непрерывно выделяемого в окружающую среду, - теплоотдачей, т.е сохраняет тепловой баланс организма человека. Количество выделившейся теплоты меняется от 8Вт до 50 Вт.

Теплопродукция. Тепло вырабатывается всем организмом, но в наибольшей степени в мышцах и печени. В процессе работы в организме происходят различные биохимические процессы, связанные с деятельностью мышечного аппарата и нервной системы. Энергозатраты человека, выполняющего различную работу, могут быть классифицированы на категории.

Разграничение работ по категориям осуществляется на основе интенсивности общих энергозатрат организма: легкие физические работы, средние физические работы, тяжелые физические работы.

К категории 1а относятся работы с интенсивностью энергозатрат до 139 Вт, выполняемые сидя и сопровождающиеся незначительным физическим напряжением.

К категории 1б относятся работы с интенсивностью энергозатрат 140...174 Вт, производимые сидя, стоя или связанные с ходьбой и сопровождающиеся некоторым физическим напряжением (в полиграфической промышленности, на часовом, швейном производствах, в сфере управления)

К категории 2а относятся работы с интенсивностью энергозатрат 233...232 Вт, производимые сидя, стоя или связанные с ходьбой, перемещением мелких изделий или предметов в положении стоя или сидя и требующие определенного физического напряжения.

К категории 2б относятся работы с интенсивностью энергозатрат 233...290 Вт, связанные с ходьбой, перемещением и переноской тяжестей до 10 кг и сопровождающиеся умеренным физическим напряжением.

К категории 3 относятся работы с интенсивностью энергозатрат более 290 Вт, связанные с постоянными передвижениями, перемещением и переноской значительных (свыше 10 кг) тяжестей и требующие больших физических усилий.

Теплоотдача. Количество тепла, отдаваемого организмом человека, зависит от температуры, относительной влажности и скорости движения воздуха. Теплоотдача осуществляется путем радиации, конвекции, испарения пота и дыхания. Для человека, находящегося в состоянии покоя и одетого в обычную комнатную одежду, соотношение составляющих теплоотдачи имеет следующие распределения, % радиацией – 45, конвекцией – 30, испарением и дыханием – 25.

Основное значение имеет регулирование теплоотдачи, так как она является наиболее изменчивой и управляемой. Комфортные тепло ощущения у человека возникают при наличии теплового баланса организма, а также при условии его некоторого нарушения. Это обеспечивается тем, что в организме человека имеется некоторый резерв тепла, который используется им в случае охлаждения. Этот потенциальный запас тепла составляет в среднем 8360 кДж и находится главным образом во внешних слоях тканей организма на глубине 2-3

см от кожи. При известном уменьшении запаса тепла у человека появляются субъективно ощущения «прохлады», которые, если охлаждение продолжается, сменяются ощущениями «холодно», «очень холодно»

Действующими нормативными документами, регламентирующими метеорологические условия производственной среды, являются ГОСТ 12.1.005-88 «ССБТ. Общие санитарно-гигиенические требования к воздуху рабочей зоны» и СанПиН 2.2.4.548-96 «Гигиенические требования к микроклимату производственных помещений» Этими документами установлены влажности и скорости движения воздуха в рабочей зоне производственных помещений с учетом избытков явного тепла, тяжести выполняемой работы и сезонов года.

В соответствии с вышеуказанным стандартом теплым периодом года считается сезон, характеризуемый среднесуточной температурой наружного воздуха $+10\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Допустимыми считаются такие параметры микроклимата, которые при длительном воздействии могут вызывать напряжения реакции терморегуляции человека, но к нарушению состояния здоровья не приводят.

Оптимальными являются такие микроклиматические параметры, которые не вызывают напряжения реакций терморегуляции и обеспечивают высокую работоспособность человека.

Расчет показателей микроклимата базируются на опытных данных о давлении, температуре и скорости движения воздуха на рабочем месте полученных при замерах на нем с помощью соответствующих приборов

Показатели микроклимата вычисляются в следующей последовательности:

1. Атмосферное давление B , Па, на рабочем месте, измеренное с помощью барометра-анероида БАММ-1

$$B = B_{\text{п}} + B_{\text{ш}} + B_{\text{т}} + B_{\text{д}}, \quad (3.1)$$

где В— исправленное значение замеренного давления, Па; Вп – отсчет по прибору, Па; Вш – шкаловая поправка; Вт – температурная поправка, равная произведению температуры прибора на удельную температуру поправки прибора; Вд – добавочная поправка, Па.



Рис. 3.1 Барометр-анероид «БААМ-1»

Барометр-анероид «БААМ-1» измеряет атмосферное давление в наземных условиях в диапазоне температур от 0 до +40 С° и при относительной влажности воздуха более 80%

2. Температура воздушной среды измеряется с помощью ртутных или спиртовых термометров, а также с помощью термографов, обеспечивающих непрерывную запись температуры на ленте за определенный период времени. Температуру воздушной среды можно измерить также с помощью психрометров и термометров

3. Влажность воздуха – абсолютная и относительная определяется с помощью психрометров. Психрометр состоит из сухого и влажного термометров. Резервуар влажного термометра покрыт тканью, которая опущена в мензурку с водой. Испаряясь, вода охлаждает влажный термометр, поэтому его показания всегда ниже показания сухого.

Психрометры бывают типа Августа (Рис 3.2) и переносными, типа Ассмана (Рис 3.3). Психрометр Ассмана является более совершенным и точным прибором по сравнению с психрометром Августа. Принцип его устройства тот же, но термометры заключены в металлическую оправу, шарики термометра находятся в двойных металлических гильзах, а в головке прибора помещается вентилятор с постоянно скоростью 4 м/с.

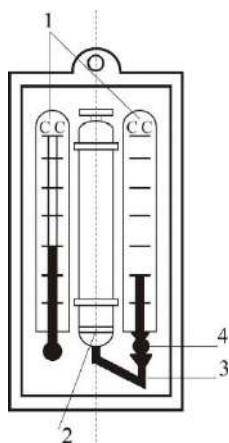


Рис. 3.2 Психрометры Августа

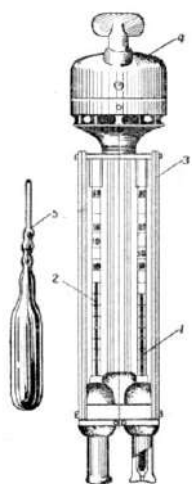


Рис. 3.3 Психрометр Ассмана

Влажность воздуха может быть рассчитана: 1) по давлению водяного пара, находящегося в воздухе или 2) по плотности водяного пара

При первом способе сначала определяется давление водяного пара, находящегося в воздухе при данной температуре

$$P_{\text{в.н}} = P_{\text{н.в}} - c(T_{\text{с}} - T_{\text{в}})B \quad (3.2)$$

где $P_{\text{н.в}}$ — давление насыщенного водяного пара при температуре $t_{\text{в}}$, зафиксированной влажным термометром, $P_{\text{в.н}}$ — коэффициент психрометра, зависящий от скорости движения воздуха около шарика мокрого термометра (при скорости движения воздуха до 4 м/с принимают $c = 0.00074$, свыше 4 м/с — 0,00066) $t_{\text{с}}$ и $t_{\text{в}}$ — температура сухого и влажного термометра, B —

барометрическое давление воздуха в момент измерения температур психрометром, Па

Определив парциальное давление водяного пара, находят относительную влажность воздуха

$$\varphi = \frac{p}{p_0} \cdot 100\%, \quad (3.3)$$

где $p_{н.с}$ – давление насыщенного водяного пара при температуре t_c , зафиксированной влажным термометром,

При расчете влажности воздуха по плотности водяного пара определяются:

а) абсолютная влажность воздуха (масса водяного пара, содержащегося в воздухе при данной температуре)

$$F = \frac{(1000 \cdot p_{н.с})}{(461,5(273 + t_c))}, \quad (3.4)$$

где 461,5 – удельная газовая постоянная водяного пара Дж/(кг *К);

б) максимальная абсолютная влажность воздуха

$$A_{\max} = \frac{1000 \cdot p_{н.с}}{461,5 \cdot (273 + t_c)}, \quad (3.5)$$

в) относительная влажность воздуха φ

$$\varphi = \frac{A}{A_{\max}} \cdot 100, \quad (3.6)$$

Таблица 3.0

Давление насыщенного водяного пара Р, Па при температуре воздуха

t, С	Р, Па	t, С	Р, Па	t, С	Р, Па	t, С	Р, Па
0	611	10	1228	20	2328	30	4242
1	657	11	1312	21	2486	31	4493
2	705	12	1403	22	2644	32	4754
3	759	13	1497	23	2809	33	5030
4	813	14	1599	24	2894	34	5320
5	872	15	1705	25	3168	35	5624
6	935	16	1817	26	3361	36	5941

7	1001	17	1937	27	3565	37	6275
8	1073	18	2064	28	3780	38	6625
9	1148	19	2197	29	4005	39	6991

Значение относительной влажности φ , найденного описанными способами, может быть проверено по данным психометрической таблицы

4. Скорость движения воздуха измеряется с помощью крыльчатых или чашечных анемометров (Рис 3.4). Крыльчатый анемометр принимается для измерения скорости воздуха до 10 м/с, а чашечный – до 30м/с. Принцип действия анемометров обоих типов основан на том, что частоты вращения крыльчатки тем больше, чем больше скорость движения воздуха. Вращение крыльчатки передается на счетный механизм. Разница в показаниях до и после измерения, деленная на время наблюдения, показывает число делений в 1 с. Специальный тарифовочный паспорт, предлагаемый к каждому прибору позволяет по вычисленной величине делений определить скорость движения воздуха.



Рис 3.4 Чашечный анемометр

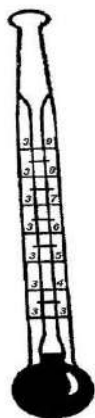


Рис. 3.5 Кататермометр

Скорость движения воздуха в интервале величин от 0.1 до 0.5 м/с можно определить с помощью кататермометра (Рис.3.5). Шаровой кататермометр представляет собой стартовый термометр с двумя резервуарами: шаровым внизу и цилиндрическим вверху. Шкала кататермометра имеет давление от 31 до 41 градуса. Для работы с этим прибором его предварительно нагревают на водяной бане, затем вытирают насухо и помещают в исследуемое место. По величине падения столба спирта в единицу времени на кататермометре при его охлаждении судят о скорости движения воздуха. Для измерения малых скоростей (от 0.03 до 5 м/с) при температуре в производственных помещениях не ниже 10С применяется термоанемометр. Это электрический прибор на полупроводниках, принцип его действия основан на измерении величины сопротивления датчика при изменении температуры и скорости движения воздуха.

Таблица 3.1

Значения относительной влажности

$t_c, ^\circ\text{C}$	Разность показаний сухого и влажного термометров $t_c - t_b, ^\circ\text{C}$									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Относительная влажность $\varphi, \%$									
0	100	81	63	45	28	11				

1	100	83	65	48	32	16				
2	100	84	68	51	35	20				
3	100	84	69	54	39	24	10			
4	100	85	70	56	42	28	14			
5	100	86	72	58	45	32	19	6		
6	100	86	73	60	47	35	23	10		
7	100	87	74	61	49	37	26	14		
8	100	87	75	63	51	40	29	18	7	
9	100	88	76	64	53	42	31	21	11	
10	100	88	76	65	54	44	34	24	14	5

Продолжение табл. 3.1

11	100	88	77	66	56	46	36	26	17	8
12	100	89	78	68	57	48	38	29	20	11
13	100	89	79	69	59	49	40	31	23	14
14	100	89	79	70	60	51	42	34	25	17
15	100	90	80	71	61	52	44	36	27	20
16	100	90	81	71	62	54	46	37	30	22
17	100	90	81	72	64	55	47	39	32	24
18	100	91	82	73	65	56	49	41	34	27
19	100	91	82	74	65	58	50	43	35	29
20	100	91	83	74	66	59	51	44	37	30
21	100	91	83	75	67	60	52	46	39	32
22	100	92	83	76	68	61	54	47	40	34
23	100	92	84	76	69	61	55	48	42	36
24	100	92	84	77	69	62	56	49	43	37
25	100	92	84	77	70	63	57	50	44	38
26	100	92	85	78	71	64	58	51	46	40
27	100	92	85	78	71	65	59	52	47	41

28	100	93	85	78	71	65	59	52	48	42
29	100	93	86	79	72	66	60	54	49	43
30	100	93	86	79	73	67	61	55	50	44

Скорость движения воздуха V , м/с , при замере ее анемометром АСО-3 подсчитывается по формуле

$$V = an + b, \quad (3.7)$$

где n число делений в 1 с; $n = \frac{n_k - n_n}{t_{\text{зам}}}$; n_n и n_k – начальный и конечный отсчеты по анемометру; $t_{\text{зам}}$ – продолжительность замера по прибору.

При выполнении настоящего практического занятия рекомендуется использовать формулу:

$$V = 0,45n + 0,01$$

5. Гигиеническая оценка результатов расчета параметров микроклимата: производится по санитарным нормам, приведенным в ГОСТ 12.1.005-88.

Таблица 3.2

Оптимальные нормы температуры, относительно влажности и скорости движения воздуха по рабочей зоне производственных помещений

Период Года	Категория Работ	Температура, °C	Относительная влажность, %	Скорость движения воздуха м/с не более
Холодный (температура наружного воздуха ниже +10°C)	Легкая – 1	22-24	40-60	0,1
	Легкая – 1б	21-23	40-60	0,1
	Средней	18-20	40-60	0,2
	тяжести – Па	17-19	40-60	0,2
	Средней	16-18	40-60	0,3
	тяжести – Пб Тяжелая – III			

Теплый (температура наружного воздуха +10°C и выше)	Легкая – 1а	23-25	40-60	0,1
	Легкая – 1б	22-24	40-60	0,2
	Средней	21-23	40-60	0,3
	тяжести – Па	20-22	40-60	0,3
	Средней	18-20	40-60	0,4
	тяжести – Пб			
	Тяжелая - III			

Пример расчета:

Исходные данные: $B_n = 87937$ Па, $B_{ш} = -50$ Па, $t_c = 22$ °C, $t_b = 16$ °C,

$\Delta t = -\frac{10\text{Па}}{^\circ\text{C}}$, $B_d = +100$ Па, $n_n = 6000$, $t_{\text{зам}} = 200$ с, период года – теплый.

Решение:

1. Атмосферное давление на рабочем месте (при температурной поправке)

$$B_t = t_c * \Delta t = 22(-10) = -220 \text{ Па}$$

$$B = B_n + B_{ш} + B_t + B_d = 87837 - 50 - 220 + 110 = 87667 \text{ Па.}$$

2. Скорость движения воздуха по исходным данным, полученным при помощи анемометра АСО-3. При числе давлений в 1с

$$n = \frac{n_k - n_n}{t_{\text{зам}}} = 6040 - \frac{6000}{200} = 0,2 \text{ дел/с}$$

Скорость движения воздуха составляет;

$$V = 0,45n + 0,01 = 0,45 * 0,2 + 0,01 = 0,10 \text{ м/с}$$

3. Относительная влажность воздуха по давлению водяного пара. При давлении насыщенного водяного пара при температуре сухого термометра $P_{н.с} = 2644$ Па и температуре влажного термометра $P_{н.в} = 1817$ Па и парциальном давлении водяного пара в воздухе:

$$P_{в.п} = P_{н.в} - C(t_c - t_b) * B = 1817 - 0,00074 * (22 - 16) * 87837 = 1427 \text{ Па}$$

относительная влажность воздуха:

$$\varphi = \frac{P_{в.п}}{P_{н.с}} 100 = \frac{1427}{2644} 100 = 54\%$$

3б. Относительная влажность воздуха по плотности (массе) водяного пара. При абсолютной влажности воздуха:

$$A = \frac{1000 * P_{в.п}}{461,5(273 + t_c)} = \frac{1000 * 1527}{461,5(273 + 22)} = 10,48 \text{ г/м}^3$$

И максимальной влажности воздуха:

$$A_{max} = \frac{1000 * P_{н.с}}{461,5(273 + t_c)} = \frac{1000 * 2644}{461,5(273 + 22)} = 19,42 \text{ г/м}^3 \text{ относительная влажность}$$

воздуха равна:

$$\varphi = \frac{A}{A_{max}} 100 = \frac{10,48}{19,42} 100 = 54\%$$

3в. Правильность произведенных подсчетов φ подтверждают данные таблицы. При разности показаний сухого и влажного термометров $T_c - T_v = 22 - 16 = 6 \text{ } ^\circ\text{C}$ относительная влажность воздуха φ равна 54%

Варианты заданий

Для выполнения задания даются следующие показатели: отсчет по барометру Вп Температура воздуха по сухому (T_c) и влажному (T_v) термометрам психрометра, начальный (N_n) и конечный (N_k) отсчеты по анемометру, продолжительность замера скорости движения воздуха $T_{зам}$, период года (холодный, теплый) Для отсчета скорости движения воздуха использовать формулу

$$V = 0,45n + 0,01$$

Интенсивность теплового излучения на рабочем месте полагать равной 50 Вт/м^2 . Числовые значения исходных данных приведены в таблице 3.3.

Таблица 3.3

Числовые значения поправок к барометру

вариант	Вв, Па	Вш, Па	$\Delta t, \text{Па}/^\circ\text{C}$	Вб, Па	Тс, $^\circ\text{C}$	Тв, $^\circ\text{C}$	Nн	Nк	Т зам, $^\circ\text{C}$	Период года
1	110146	-100	-10	+100	23	18	6000	6246	140	Холодный
2	105752	-100	-10	+100	22	16	6107	6138	155	То же
3	97989	+75	-10	+100	18	13	6357	6407	160	То же
4	90498	+25	-10	+100	17	11	6841	6909	170	То же
5	94232	+150	-10	+100	16	11	6944	7051	200	То же
6	103379	-50	-10	+100	24	17	6107	6387	150	Теплый
7	107509	-100	-10	+100	23	17	6305	6696	187	То же
8	89371	0	-10	+100	22	15	6421	6501	190	То же
9	94263	+150	-10	+100	20	15	6725	6830	175	То же
10	96946	+100	-10	+100	19	12	6100	6176	11	То же

Порядок выполнения работы

1. Расчет и оформление практической работы провести в соответствии с примером расчета. Варианты заданий определяются пр-ем.
2. Результаты расчетов микроклимата на рабочем месте в производственном помещении занести в таблицу.

Таблица 3.4

Пример заполнения таблицы

Температура воздуха		Относительная влажность		Скорость движения воздуха	
		%			
Фактически данная	Оптимальна по нормам	Фактически рассчитанна	Оптимальна по нормам	Фактически рассчитанна	Оптимальна по нормам

3. На основании полученных результатов определить категорию работ, в соответствии с периодом года.
4. Ответить на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Что понимают под микроклиматом производственных помещений?
2. Опишите характер действия климатических факторов на организм человека.
3. В чем состоит нормирование воздействий климатических факторов на человека?
4. Как определяют давление, температуру, относительную влажность и скорость движения воздуха?
5. Назовите способы и средства нормализации микроклимата на рабочих местах.

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №4. РАСЧЕТ ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЙ И БОРЬБА С ИЗБЫТОЧНЫМ ТЕПЛОМ В ШАХТАХ

Цель практического занятия - закрепление теоретических знаний, полученных при изучении темы «Комфортные условия жизнедеятельности», и овладение методикой расчета тепловыделений в выработки глубоких шахт и выбора технических решений по борьбе с избыточным теплом.

Общие сведения. Климатические условия в подземных выработках, особенно в глубоких шахтах, как правило, отличаются от климатических условий на земной поверхности. Микроклимат горных выработок (т. е. действующее в них на организм человека сочетание температуры, влажности, скорости движения воздуха, его давления и температуры окружающих поверхностей) в значительной степени зависит от теплообменных процессов, происходящих на пути движения воздуха. Под воздействием этих процессов температура шахтного воздуха в выработках существенно повышается с увеличением глубины ведения горных работ.

Нагревание воздуха, движущегося по горным выработкам, происходит в результате:

- теплообмена между потоком шахтного воздуха и окружающим выработки массивом горных пород, т. е. охлаждения пород;
- естественного адиабатического сжатия воздуха при движении его вниз по вертикальным и наклонным выработкам;
- изменения содержания влаги в воздухе;
- теплообмена между воздухом и подземной водой, текущей по выработкам;
- окисления угля, угольной пыли, сульфидных руд, крепежного леса и некоторых других веществ;
- охлаждения отбитых и транспортируемых масс угля и породы;
- работы горных машин и механизмов;
- выделения тепла осветительными установками, электрическими кабелями, трубопроводами сжатого воздуха, телом человека, а также действия других второстепенных факторов.
- Вызванное перечисленными факторами приращение температуры шахтного воздуха ($^{\circ}\text{C} = \text{K}$), может быть определено из выражения

$$\Delta t = \frac{\sum Q_i}{c_p \rho V}, \quad (4.1)$$

где $\sum Q_i$ - суммарное количество теплоты, идущее на нагревание воздуха, кДж/ч; C_p - удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении, кДж/(кг·К); ρ - плотность воздуха, кг/м³; V - объемный расход воздуха, м³/ч.

Шахтный воздух уже при температуре свыше 25 °С оказывает отрицательное тепловое воздействие на физиологию и гигиену труда подземных рабочих. При задержке отдачи телом человека накопившегося в нем тепла возникает перегрев организма, осложняющий протекание жизненных процессов. Чрезмерный перегрев организма вызывает ухудшение самочувствия человека, приводит к серьезным заболеваниям (в наиболее тяжелых случаях - к

тепловому удару, или стрессу, или даже к смерти), увеличивает вероятность травматизма, снижает производительность труда.

Изменение температуры воздуха (и других параметров микроклимата) в подземных выработках оказывает влияние также на физико-механические свойства горных пород и на безопасное состояние сооружений и выработок.

Расчет выделения теплоты в выработки глубоких шахт ведется по следующим зависимостям.

1. Тепловыделение при охлаждении горных пород. Количество теплоты $Q_{\text{охл}}$, кДж/ч, выделяющееся вследствие охлаждения окружающих выработку горных пород, описывается уравнением Ньютона для конвективного теплообмена

$$Q_{\text{охл}} = K_{\tau} P l (t_{\text{п}} - t_{\text{в}}), \quad (4.2)$$

где K_{τ} - коэффициент нестационарного теплообмена между массивом горных пород и воздухом, кДж/(м²·ч·К) (рассчитывается по формуле, приводимой ниже); P и l - периметр и длина выработки, м; $t_{\text{п}}$ - естественная температура неохлажденных пород на данной глубине, (°С = К, расчет приводится ниже); $t_{\text{в}} = t_{\text{пб}}$ - допустимая температура воздуха в выработке, °С (принимается согласно Правилам безопасности).

Коэффициент K_{τ} , кДж/(м²·ч·К) определяется по формуле

$$K_{\tau} = \frac{\lambda}{1 + \frac{\lambda}{2\alpha_0 R_3}} \cdot \left[\frac{1}{2R_3} + \frac{1}{\sqrt{\pi a \tau \left(1 + \frac{\lambda}{2\alpha_0 R_3}\right)}} \right], \quad (4.5)$$

где λ - коэффициент теплопроводности породы, кДж/(м·ч·К) (принимается по табл. 3.1); α_0 - суммарный коэффициент теплоотдачи от стен шахтной выработки к воздуху, кДж/(м²·ч·К) (расчет ниже); R_3 - эквивалентный радиус выработки, м: $R_3 = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = 0.564\sqrt{S}$, a - коэффициент температуропроводности

породы, м²/ч: $\alpha = \frac{\lambda}{c_{\text{п}} \cdot \rho_{\text{п}}}$ (принимается по табл. 3.1); $c_{\text{п}}$ - удельная теплоемкость породы, кДж/(кг·К) (принимается по табл. 3.1); $\rho_{\text{п}}$ - плотность породы, кг/м³ (принимается по табл. 3.1); τ - расчетное время процесса теплообмена, ч (например, при длительности процесса теплообмена 4 года значение $\tau = 4 \cdot 365 \cdot 24 = 35040$ ч).

Таблица 4.0

Тепловая характеристика пород

Порода	ρ , кг/м ³	$c_{\text{п}}$, кДж/(кг·К)	λ , кДж/(м·ч·К)	a , м ² /ч
Песчаник (Центральный Донбасс)	2475	0,854	9,211	0,00436
Глинистые и песчанистые сланцы (там же)	2450	0,904	6,363	0,00287
Уголь (там же)	1225	1,184	1,051	0,00073
Бурый уголь (Челябинский бассейн)	1210	1,130	0,913	0,00067
Каменный уголь (Карагандинский бассейн)	1275	1,055	0,963	0,00072
Углистый сланец	1765	1,021	3,006	0,00167
Глинистый сланец	2433	0,992	3,354	0,00139
Змеевик	2690	0,950	5,694	0,00223
Гранит	2722	0,917	7,972	0,00319
Серный колчедан (Дегтярское месторождение)	4620	0,908	15,010	0,00358
Медный колчедан (там же)	4716	0,862	15,165	0,00373

Суммарный коэффициент теплоотдачи с поверхности горной выработки α_0 , кДж/(м²·ч·К), находится из выражения

$$\alpha_0 = \alpha_{\text{к}} + \alpha_{\text{н}},$$

где $\alpha_{\text{к}}$ - конвективный коэффициент теплоотдачи от стен выработки к воздуху, кДж/(м²·ч·К)

$$\alpha_k = 2,9 \cdot 4,1868 \frac{V^{0,8}}{D_3^{0,2}} = 12,14 \frac{V^{0,8}}{D_3^{0,2}}$$

где v - скорость движения воздуха в выработке, м/с; D_3 - эквивалентный диаметр выработки, м: $D_3 = \frac{4S}{\pi}$; α_k - коэффициент, учитывающий испарения влаги с мокрых стен выработки, кДж/(м²·ч·К)

$$\alpha_k = 1,3\beta \cdot r,$$

где β - коэффициент массоотдачи (коэффициент испарения), кг/(м²·ч·К), принимается равным 0,01 - для стволов, 0,15 - для капитальных выработок, 0,03 - для лав; r - теплота парообразования воды, принимается $r = 2256$ кДж/кг.

Температура горных пород в массиве t_n , °С, на заданной глубине H , м, от земной поверхности определяется по формулам:

$$t_n = h \cdot t_n + \frac{H-H_0}{\Gamma_{ст}} \quad \text{или} \quad t_n = h \cdot t_n + (H - H_0)\delta, \quad (4.6)$$

где t_n - температура пород нейтрального слоя (зоны с постоянной температурой пород) в данной местности; принимается примерно равной среднегодовой температуре воздуха на земной поверхности в данном районе, °С; $t_n = 8,5; 2,5; 2,5; 3,0$ °С для условий соответственно Донбасса, Кузбасса, Караганды и Мосбасса; H_0 - глубина (толщина) нейтрального слоя, м: $H_0 = 20-40$ м; $\Gamma_{ст}$ - геотермическая ступень данного района, м/°С: в среднем $\Gamma_{ст}$ составляет для угольных месторождений 30–40 м/°С, рудных 50-140 м/°С, нефтяных 15-20 м/°С; δ - геотермический градиент, °С/м.

2. Тепловыделение при сжатии воздуха. Количество теплоты $Q_{сж}$, кДж/ч, выделяющееся при движении воздуха вниз по вертикальным и наклонным выработкам, определяется выражением

$$Q_{сж} = 9,81 \cdot \rho \frac{V_v \cdot H}{1000} = 0,00981 \cdot \rho \cdot V_v \cdot H, \quad (4.7)$$

где ρ - плотность воздуха, кг/м³; V_v - количество воздуха, проходящего по выработке (объемный часовой расход воздуха), м³/ч: $V_v = 3600 \cdot v \cdot S$;

v - скорость движения воздуха в выработке, м/с; S - площадь поперечного сечения выработки, м²; H - глубина расположения выработки, м; для наклонной выработки

$$H = l_n \cdot \sin \psi, \quad (4.8)$$

где l_n - длина наклонной выработки; ψ - угол наклона выработки, град.

3. Тепловыделение при окислительных процессах. Количество теплоты $Q_{ок}$, кДж/ч, образующееся при окислении угля, угленосных сланцев, сульфидных руд и древесины, подсчитывается по формуле А. Ф. Воропаева

$$Q_{ок} = q_{ок} \cdot V^{0.8} \cdot P \cdot l, \quad (4.9)$$

где $q_{ок}$ - тепловыделение в результате окислительных процессов, приведенное к скорости движения воздуха в выработке, $V = 1$ м/с, кДж/(м²·ч); $q_{ок}$ можно принимать равным 12-21 кДж/(м²·ч).

4. Тепловыделение от местных источников. К местным источникам теплоты относят электродвигатели, трансформаторы, светильники, электрические кабели, трубопроводы сжатого воздуха, пневматические двигатели, другие тепловыделяющие машины, механизмы и устройства, а также работы, производимые с применением бетона на участке выработки или в призабойной зоне, когда тепло выделяется при его отвердении.

Расчетные формулы для определения количества теплоты от местных источников имеют следующий вид:

4.1. Тепловыделение при работе *электродвигателей* горных машин и освещения $Q_{эд}$, кДж/ч

$$Q_{эд} = \frac{3600 \cdot N_{потр} \cdot k_3}{\eta_э}, \quad (4.10)$$

где $N_{потр}$ - потребляемая мощность электродвигателей и осветительных установок, кВт; k_3 - коэффициент загрузки оборудования во времени: $k_3 = 0,8$; $\eta_э$ - к. п. д. электродвигателя: $\eta_э = 0,95$.

4.2. Тепловыделение в выработку (ствол, уклон, бремсберг и др.) при эксплуатации *лебедок* $Q_{л}$, кДж/ч:

- при подъеме груза лебедкой $Q_{лп} = 3600 \cdot N_{л} \cdot k_3(1 - \eta_m)$;

- при спуске груза лебедкой $Q_{лс} = 3600 \cdot N_{л} \cdot k_3$.

где $N_{л}$ - установленная мощность электродвигателя лебедки, кВт; η_m - механический к. п. д.: $\eta_m = 0,8$.

4.3. Тепловыделение при работе *трансформатора* $Q_{тр}$, кДж/ч

$$Q_{тр} = 3600 \cdot N_{тр} \cdot p_{тр}, \quad (4.11)$$

где $N_{тр}$ - мощность трансформатора, кВт; $p_{тр}$ - тепловые потери трансформатора: $p_{тр} = 0,04 \div 0,05$.

4.4. Тепловыделение при затвердевании монолитной *бетонной крепи* $Q_б$, кДж/ч

$$Q_б = q_б \cdot P \cdot l_{ц}, \quad (4.12)$$

где $q_б$ - удельное выделение теплоты при отвердевании бетона, кДж/(м²·ч); принимается $q_б = 200 \div 400$ кДж/(м²·ч); P - периметр выработки, м; $l_{ц}$ - длина участка бетонирования, контактирующего с вентиляционной струей за один цикл проходки, м.

4.5. Тепловыделение при *взрыве ВВ*. В выработке большого сечения при использовании более 100 кг ВВ тепловыделение при взрыве $Q_{взр}$, кДж/ч, рассчитывается по формуле

$$Q_{взр} = 0,8 \cdot q_{взр} \cdot m_з, \quad (4.13)$$

где $q_{взр}$ - удельное тепловыделение при взрыве 1 кг ВВ, кДж/кг; $m_з$ - масса заряда, кг.

Таблица 4.1

Рекомендуемые значения $q_{взр}$ для применяемых ВВ

Аммонит ПЖВ-20	3360		Аммонит АП-5ЖВ	3780

Угленит Э-6	2570		Аммонит скальный №1	5400
Победит ВП-4	3810		Аммонит № 6 ЖВ	4290
Аммонит АП-4ЖВ	3560		Игданит	3790

4.6. Тепловыделение при работе шахтных **вентиляторов** происходит в результате работы электродвигателя, внутренних потерь энергии в вентиляторе и аэродинамического сжатия воздуха. Количество теплоты $Q_{\text{вент}}$, кДж/ч, поступающее в выработку при работе вентилятора, выражается формулой

$$Q_{\text{вент}} = 3600 \cdot V_{\text{вс}} \frac{h_{\text{в}}}{1000 \eta_{\text{вв}}} = 3,6 \cdot V_{\text{вс}} \frac{h_{\text{в}}}{\eta_{\text{вв}}}, \quad (4.14)$$

где $V_{\text{вс}}$ - количество воздуха, проходящего по выработке (секундный расход), м³/с; $h_{\text{в}}$ - депрессия выработки, Па;

$$h_{\text{в}} = \alpha_{\text{в}} \cdot P \cdot l \frac{v^2}{S}, \quad (4.15)$$

где $\alpha_{\text{в}}$ - коэффициент аэродинамического сопротивления трения выработки, Н·с²/м⁴ = Па· с²/м²; P, l, S - периметр, длина и площадь поперечного сечения выработки, м, м, м²; v - средняя скорость движения воздуха по выработке, м/с;

$$\eta_{\text{вв}} = \eta_{\text{в}} \cdot \eta_{\text{дв}} \cdot \eta_{\text{п}}, \quad (4.16)$$

$\eta_{\text{в}} = 0,6 \div 0,8$; $\eta_{\text{дв}} = 0,85 \div 0,95$ и $\eta_{\text{п}}$ - к. п. д. соответственно вентиляторной установки, вентилятора, двигателя и редукторной ($\eta_{\text{п}} = 1$) или ременной ($\eta_{\text{п}} = 0,9 \div 0,95$) передач.

Подставляя (4.15) в (4.16) и учитывая, что

$$V_{\text{вс}} = v \cdot S \text{ м}^3/\text{с}, \quad (4.17)$$

получим (кДж/ч)

$$Q_{\text{вент}} = 3,6 \cdot \alpha_{\text{в}} \cdot P \cdot l \frac{v^3}{\eta_{\text{вв}}}. \quad (4.18)$$

4.7. Тепловыделение при работе **людей** $Q_{\text{л}}$, кДж/ч

$$Q_{\text{л}} = q_{\text{л}} \cdot n_{\text{л}}, \quad (4.19)$$

где $q_{\text{л}}$ - количество теплоты, выделяемое работающим человеком, кДж/ч·чел
 $q_{\text{л}} = 1050 \div 2500$ кДж/ч·чел.; $n_{\text{л}}$ - число одновременно работающих людей в выработке.

5. Общее тепловыделение в выработку $Q_{\text{общ}}$, кДж/ч, находится суммированием всех частных выделений теплоты

$$Q_{\text{общ}} = \sum_{i=1}^n Q_i \quad (4.20)$$

Способы искусственного охлаждения шахтного воздуха

Целью искусственного охлаждения шахтного воздуха является отвод определенного («излишнего») количества теплоты от него при помощи охлаждающего вещества. Тепло от воздуха можно отвести путем соприкосновения последнего с какой-либо холодной поверхностью или путем смешения его с газообразной струей, имеющей температуру ниже температуры воздуха.

Борьба с избыточным выделением теплоты в горные выработки ведется по нескольким направлениям:

- предохранение воздуха от нагревания при его движении к местам потребления;
- охлаждение воздуха без применения специальных холодильных машин;
- охлаждение воздуха с применением холодильных машин (кондиционирование).

Способы предупреждения нагревания шахтного воздуха включают в себя следующее:

- увеличение количества подаваемого в выработки воздуха путем повышения мощности вентиляторных установок, увеличения скорости движения воздуха, расширения сечений воздухоподающих выработок;

- замена машин с электроприводам машинами с пневматическим приводом;
- тепло- и гидроизоляция стен выработок;
- теплоизоляция и тщательное уплотнение воздухоподающих трубопроводов;
- предупреждение возникновения интенсивных окислительных процессов;
- сокращение пути движения воздуха к местам потребления путем выбора соответствующей схемы проветривания, проведения дополнительных выработок и скважин;
- подача воздуха к местам потребления по специально пройденным выработкам, где скорость движения воздуха может быть существенно увеличена;
- замена восходящего проветривания очистных выработок нисходящим проветриванием (при соблюдении соответствующих требований ПБ).

Для предотвращения нагревания воздуха без применения холодильных машин используются следующие способы:

- осушение воздуха сорбентами, т. е. веществами, способными поглощать влагу из воздуха (например, хлористым кальцием);
- охлаждение воздуха льдом;
- охлаждение воздуха жидким воздухом, при испарении которого поглощается значительное количество теплоты;
- охлаждение воздуха сжатым воздухом (например, от пневмокондиционеров);
- охлаждение воздуха водой: путем непосредственного соприкосновения охлаждающей воды с воздухом либо через поверхность труб, где воздух охлаждается в специальных теплообменниках;

- пропускание воздуха через тепловыравнивающие каналы путем подвода воздуха к стволу по горизонтальным выработкам, пройденным на глубине среднегодовой температуры.

Наиболее эффективным является искусственное охлаждение воздуха в системах кондиционирования: в компрессорных и абсорбционных холодильных установках. Холодильные установки бывают передвижные и стационарные. Передвижные установки предназначены для охлаждения воздуха в тупиковых выработках или в отдаленных очистных забоях. Стационарные установки располагаются как на земной поверхности, так и в подземных условиях.

Хладопроизводительность (холодильная мощность) отечественных шахтных холодильных агрегатов и кондиционеров составляет:

- передвижных кондиционеров ВК-230 - 230 кВт, КПШ-3 – 105 кВт, КПШ-40 - 47 кВт, КПШ-40П с пневмоприводом - 52 кВт;
- турбокомпрессионных холодильных машин ШХТМ-1300 - 1500 кВт, ХТМФ-235М-2000 - 2325 кВт, ХТМФ-248-4000 - 4650 кВт;
- поршневой холодильной машины МФ-220-1РШ - 255 кВт;
- абсорбционной холодильной машины АБХА-2500-2В – 2800 кВт.

Для стационарной работы на поверхности используются машины ХТМФ-235-2000, ХТМФ-248-4000, АБХА-2500-2В, а машины ШХТМ-1300 и МФ-220-1РШ устанавливаются на глубоких горизонтах.

Охлаждение шахтного воздуха с применением холодильных машин становится необходимым, когда общее тепловыделение в выработку $Q_{\text{общ}}$ превышает тепловыделение в нее, допускаемое Правилами безопасности, $Q_{\text{пб}}$, т. е. при условии

$$Q_{\text{общ}} > Q_{\text{пб}}.$$

Поскольку эти количества теплоты описываются формулами:

$$Q_{\text{общ}} = c_p \cdot \rho \cdot V_{\text{теп}} \cdot (t_{\text{пб}} - t_{\text{н}}) \text{ и } Q_{\text{пб}} = c_p \cdot \rho \cdot V_{\text{в}} \cdot (t_{\text{пб}} - t_{\text{н}}),$$

то критерий необходимости кондиционирования воздуха в выработке может быть записан в виде соотношения

$$V_{\text{теп}} > V_{\text{в}},$$

где $V_{\text{теп}}$ - количество воздуха, которое необходимо подать в выработку по тепловому фактору без охлаждения воздуха, м³/ч;

$$V_{\text{теп}} = \frac{Q_{\text{общ}}}{c_p \cdot \rho \cdot \Delta t}, \quad (4.21)$$

где c_p - удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении, кДж/(кг·К)
 $c_p = 0,241 \text{ ккал}/(\text{кг} \cdot \text{К}) \cdot 4,1868 \text{ кДж/ккал} = 1,009 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; ρ - плотность воздуха, кг/м³; Δt - перепад температур между выходящим (отработанным) и входящим (свежим) воздухом, проходящим по выработке, К (°С):

для стволов $\Delta t = t_{\text{в}} - t_{\text{н}}$, для подземных выработок $\Delta t = t_{\text{п}} - t_{\text{в}}$.

При необходимости кондиционирования воздуха следует выбрать тип кондиционера, рассчитать потребное количество кондиционеров и проверить правильность их установки.

Требуемая холодопроизводительность кондиционера $N_{\text{к}}$, кВт, находится по формуле

$$N_{\text{к}}' = \frac{c_h \cdot \rho \cdot V_d (t_{\text{н}} - t_{\text{пб}})}{3600} \quad (4.22)$$

К установке принимают кондиционер холодопроизводительностью

$$N_{\text{к}} \geq N_{\text{к}}'$$

При установке кондиционера в выработку (обычно одного) температура смеси за кондиционером $t_{\text{см}}$, °С (=К), определяется соотношением

$$t_{\text{см}} = t_{\text{п}} - 3600 \frac{N_{\text{к}}}{c_p \cdot \rho \cdot V_{\text{в}}} \quad (4.23)$$

Достаточность установки кондиционера проверяется по условию

$$t_{\text{см}} < t_{\text{в}}$$

Если $t_{\text{см}} > t_{\text{в}}$, то необходимо установить более мощный кондиционер.

Пример расчета. Исходные данные:

выработка - ствол шахты,

$$\lambda = 9,21 \text{ кДж}/(\text{м} \cdot \text{ч} \cdot \text{К}),$$

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 38,5 \text{ м}^2,$$

$$a = \frac{\lambda}{c_{\pi} \cdot \rho_{\pi}} = 0,00477 \text{ м}^2/\text{ч},$$

$$r_3 = 3,5 \text{ м},$$

$$v = 2 \text{ м}/\text{с},$$

$$d = d_3 = 7 \text{ м},$$

$$\tau = 7 \text{ лет} = 7 \cdot 365 \cdot 24 = 61320 \text{ ч},$$

$$P = \pi \cdot d = 22 \text{ м},$$

$$t_{\text{н}} = 8,5 \text{ }^{\circ}\text{C},$$

$$l = H = 1200 \text{ м},$$

$$t_{\text{в}} = t_{\text{пб}} = 24 \text{ }^{\circ}\text{C},$$

$$\alpha = 0^{\circ},$$

$$N_{\text{потр}} = 100 \text{ кВт},$$

$$H_0 = 20 \text{ м},$$

$$N_{\pi} = 90 \text{ кВт},$$

$$\delta = \frac{1}{\Gamma_{\text{ст}}} = 0,035 \text{ м}/^{\circ}\text{C},$$

$$\alpha_6 = 0,0040 \text{ кгс} \cdot \text{с}^2/\text{м}^4 =$$

$$= 0,0392 \text{ Па} \cdot \text{с}^2/\text{м}^2,$$

порода - песчаник,

$$N_{\text{тр}} = 100 \text{ кВт},$$

$$\rho_{\pi} = 2400 \text{ кг}/\text{м}^3,$$

$$n = 7 \text{ человек}.$$

$$c_{\pi} = 0,858 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}),$$

Для обеспечения возможности выполнения расчета тепловыделений по приведенным выше формулам принимаем дополнительно следующие данные (параметры):

$$\beta = 0,01 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{ч} \cdot \text{К}),$$

$$P_{\text{тр}} = 0,05,$$

$$r = 2256 \text{ кДж}/\text{кг},$$

$$q_6 = 200 \text{ кДж}/(\text{м}^2 \cdot \text{ч}),$$

$$\rho = 1,25 \text{ кг}/\text{м}^3,$$

$$l_{\pi} = 5 \text{ м},$$

$$q_{\text{ок}} = 16 \text{ кДж}/(\text{м}^2 \cdot \text{ч}),$$

$$q_{\pi} = 2000 \text{ кДж}/(\text{ч} \cdot \text{чел}),$$

$$\kappa_3 = 0,8,$$

$$\eta_{\text{ву}} = \eta_{\text{у}} \cdot \eta_{\text{дв}} \cdot \eta_{\pi} = 0,7 \cdot 0,85 \cdot 0,95 = 0,56,$$

$$\eta_{\text{дв}} = 0,95,$$

$$c_p = 1,009 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Подсчитываем количества теплоты, выделяющиеся в выработку.

1. Тепловыделение при охлаждении горных пород

$$\alpha_k = 12.4 \cdot \frac{V^{0.8}}{d_s^{0.2}} = 12.4 \cdot \frac{2^{0.8}}{7^{0.2}} = 14.32, \text{ кДж}/(\text{м}^2 \cdot \text{ч} \cdot \text{К});$$

$$\alpha_n = 1.3 \cdot \beta \cdot r = 1.3 \cdot 0.001 \cdot 2256 = 29.33, \text{ кДж}/(\text{м}^2 \cdot \text{ч} \cdot \text{К});$$

$$\alpha_0 = \alpha_k + \alpha_n = 14.32 + 29.33 = 43.65, \text{ кДж}/(\text{м}^2 \cdot \text{ч} \cdot \text{К});$$

$$K_\tau = \frac{\lambda}{1 + \frac{\lambda}{2\alpha_0 \cdot R_3}} \cdot \left[\frac{1}{2R_3} + \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot a \cdot \tau} \left(1 + \frac{\lambda}{2\alpha_0 \cdot R_3} \right)} \right] =$$
$$\frac{9.211}{1 + \frac{9.211}{2 \cdot 43.65 \cdot 3.5}} \cdot \left[\frac{1}{2 \cdot 3.5} + \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot 0.00447 \cdot 61320} \left(1 + \frac{9.211}{2 \cdot 43.65 \cdot 3.5} \right)} \right] = 1.57,$$
$$\text{ кДж}/(\text{м}^2 \cdot \text{ч} \cdot \text{К});$$

$$t_n = t_H + (H - H_0)\delta = 8.5 + (1200 - 20)0.035 = 50^\circ \text{C};$$

$$Q_{\text{охл}} = K_\tau \cdot P \cdot l(t_n - t_b) = 1.57 \cdot 22 \cdot 1200(50 - 24) = 107764 \text{ кДж}/\text{ч}.$$

2. Тепловыделение при сжатии шахтного воздуха

$$V_{\text{и}} = 3600 \cdot v \cdot S = 3600 \cdot 2 \cdot 38.5 = 277200 \text{ м}^3/\text{ч};$$

$$Q_{\text{сж}} = 0.00981 \cdot \rho \cdot V_{\text{в}} \cdot H = 0.00981 \cdot 1.25 \cdot 277200 \cdot 1200 = 4078998$$
$$\text{ кДж}/\text{ч}.$$

3. Тепловыделение при окислительных процессах

$$Q_{\text{ок}} = q_{\text{ок}} \cdot V^{0.8} \cdot P \cdot l = 16 \cdot 2^{0.8} \cdot 22 \cdot 1200 = 735441 \text{ кДж}/\text{ч}.$$

4. Тепловыделение от местных источников:

- при работе электродвигателей горных машин и освещения

$$Q_{\text{эд}} = \frac{3600 \cdot N_{\text{потр}} \cdot K_3}{\eta_{\text{дв}}} = \frac{3600 \cdot 100 \cdot 0.8}{0.95} = 303158 \text{ кДж}/\text{ч};$$

- при спуске груза лебедкой

$$Q_{\text{лс}} = 3600 \cdot N_{\text{н}} \cdot K_3 = 3600 \cdot 90 \cdot 0.8 = 259200 \text{ кДж}/\text{ч};$$

- при работе трансформатора

$$Q_{\text{тр}} = 3600 \cdot N_{\text{тр}} \cdot P_{\text{тр}} = 3600 \cdot 100 \cdot 0.5 = 18000 \text{ кДж}/\text{ч};$$

- при работе шахтных вентиляторов

$$Q_{\text{ВЕН}} = 3,6 \cdot \alpha_{\text{В}} \cdot P \cdot l \frac{V^3}{\eta_{\text{ВУ}}} = 3,6 \cdot 0,0392 \cdot 22 \cdot 1200 \frac{2^3}{0,565} = 52751 \text{ кДж/ч};$$

- при затвердевании монолитной бетонной крепи

$$Q_{\text{б}} = q_{\text{б}} \cdot P \cdot l_{\text{ц}} = 200 \cdot 22 \cdot 5 = 22000 \text{ кДж/ч};$$

- при работе людей

$$Q_{\text{Л}} = q_{\text{Л}} \cdot n_{\text{Л}} = 2000 \cdot 7 = 14000 \text{ кДж/ч}.$$

5. Общее тепловыделение в ствол

$$Q_{\text{общ}} = \sum_{i=1}^n Q_i = Q_{\text{охл}} + Q_{\text{сж}} + Q_{\text{ок}} + Q_{\text{зд}} + Q_{\text{лс}} + Q_{\text{тр}} + Q_{\text{ВЕН}} + Q_{\text{б}} + Q_{\text{Л}} = \\ 1077648 + 4078998 + 735441 + 303158 + 259200 + 18000 + 52751 + \\ 22000 + 14000 = 6561196 \text{ кДж/ч}.$$

Находим количество воздуха, необходимое для проветривания выработки по тепловому фактору без охлаждения воздуха

$$V_{\text{теп}} = \frac{Q_{\text{общ}}}{C_p \cdot \rho \cdot (t_{\text{нб}} - t_{\text{Н}})} = \frac{6561196}{1,009 \cdot 1,25 \cdot (24 - 8,5)} = 335611 \text{ м}^3/\text{ч}.$$

Проверяем условие достаточности расхода воздуха по тепловому фактору $V_{\text{теп}} < V_{\text{В}}$.

В рассматриваемом случае это условие не выполняется, так как

$$V_{\text{теп}} = 335611 < V_{\text{В}} = 277200$$

Следовательно, требуется искусственное охлаждение воздуха при помощи холодильных машин.

Определяем требуемую холодопроизводительность холодильной машины

$$N_{\text{к}} = \frac{C_p \cdot \rho \cdot V_{\text{В}} (t_{\text{п}} - t_{\text{нб}})}{3600} = \frac{1,009 \cdot 1,25 \cdot 277200 (50 - 24)}{3600} = 2525 \text{ кВт}.$$

Принимаем $N_{\text{к}} = 2550 \text{ кВт}$. Температура смеси теплого и охлажденного воздуха за кондиционером составит

$$t_{\text{см}} = t_{\text{п}} - \frac{3600 \cdot N_{\text{к}}}{c_p \cdot \rho \cdot V_{\text{В}}} = 50 - \frac{3600 \cdot 2550}{1,009 \cdot 1,25 \cdot 277200} = 23,7 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

что удовлетворяет требованиям ПБ.

Варианты заданий

Перечень вариантов заданий к расчету тепловыделений в горные выработки приведен в табл. 4.2.

Таблица 4.2

Исходные данные для расчетов тепловыделений

	Величины	Номер варианта									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Выработка	Штрек		Уклон		Квершлаг		Бремберг		Ствол	
2	$S, \text{ м}^2$	8	10	7	6	12	14	10	12	44,2	33,2
3	$P, \text{ м}$	11,8	13,2	11,0	10,2	14,4	15,6	13,2	14,4	23,6	20,4
4	$L, \text{ м}$	900	1000	300	500	700	600	1000	900	1100	1200
5	$\alpha, ^\circ$	6	8	40	50	10	8	15	20	90	90
6	$H, \text{ м}$	800	900	600	700	1000	800	1200	1500	1100	1200

Продолжение табл. 4.2

7	$H_0, \text{ м}$	20	21	22	23	24	25	30	35	28	30
8	$\Gamma_{\text{ст}}, \text{ м/}^\circ\text{С}$	30	25	26	27	31	29	32	28	34	27
9	Порода	Бурый уголь	Каменный уголь	Каменный уголь	Каменный уголь	Песчаник	Песчаник	Каменный уголь	Каменный уголь	Глинистый и песчаный сланец	Песчаник
10	$V, \text{ м/с}$	0,5	0,75	1,0	1,5	1,0	2,0	1,5	2,0	1,0	0,5
11	$\tau, \text{ м/с}$	3	2	6	8	5	9	10	7	6	4
12	$t_{\text{н}}, ^\circ\text{С}$	8,5	2,5	3,0	2,5	7,5	8,3	7,9	4,2	8,0	7,5
13	$t_{\text{в}} = t_{\text{пб}}, ^\circ\text{С}$	24	23	20	25	23	25	24	26	24	23
14	$N_{\text{потр}}, \text{ кВт}$	70	60	50	40	100	90	50	50	100	100
15	$N_{\text{л}}, \text{ кВт}$	-	-	50	50	-	-	-	-	-	100

16	$N_{\text{тр}}$, кВт	5	10	-	-	5	5	5	5	10	10
17	$\alpha_{\text{в}}$, Па·с ² /м ²	0,017	0,019	0,018	0,016	0,015	0,014	0,013	0,020	0,049	0,049
18	$n_{\text{л}}$, чел.	7	6	3	3	6	5	6	6	5	8

Контрольные вопросы

1. Охарактеризуйте климатические условия в горных выработках глубоких шахт.
2. Как осуществляется теплоотдача тела человека в окружающую среду?
3. Какой микроклимат в выработках глубоких шахт считается допустимым?
4. Перечислите виды (формы) нагревания воздуха, движущегося по горным выработкам.
5. Как выполняется тепловое кондиционирование воздуха в горных выработках?

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №4. ЦВЕТА СИГНАЛЬНЫЕ И ЗНАКИ БЕЗОПАСНОСТИ

Цель работы – привить практические навыки в применении сигнальных цветов и знаков безопасности; изучить назначение, характеристики и порядок применения сигнальных цветов и знаков безопасности.

Теоретические положения.

Для предупреждения многих несчастных случаев на производстве и в быту эффективным средством является цветовое оформление машин, приборов, помещений и рациональное применение сигнальных цветов и знаков безопасности, которые устанавливает ГОСТ Р 12.4.026–01 [1].

Различают прямое психологическое воздействие цвета на человека, вызывающее, например, чувство радости или печали, создающее впечатление легкости или тяжести какого-либо предмета, удаленности или близости его, и вторичное воздействие, связанное с ассоциациями. Например, красный, оранжевый и желтый цвета ассоциируются с огнем, солнцем, т. е. теплом. Такие цвета создают впечатление тепла и называются теплыми цветами. Белый, голубой, зеленый и некоторые другие цвета ассоциируются с холодом и называются холодными цветами.

Сигнальные цвета применяются для окраски поверхностей конструкций, приспособлений и элементов производственного оборудования, которые могут служить источником опасности для работающих.

ГОСТом установлены красный, желтый, зеленый и синий сигнальные цвета. Для усиления контраста сигнальных цветов они применяются на фоне контрастных цветов. Контрастные цвета применяются также для выполнения символов и поясняющих надписей.

Красный сигнальный цвет применяется: для запрещающих знаков; надписей и символов на знаках пожарной безопасности, обозначений от-

ключающих устройств механизмов и машин, в том числе аварийных; внутренних поверхностей открывающихся кожухов и корпусов, ограждающих движущиеся элементы механизмов и машин и их крышек; рукояток кранов аварийного сброса давления; корпусов масляных выключателей, находящихся в рабочем состоянии под напряжением, и обозначения пожарной техники.

Желтый сигнальный цвет используется: для предупреждающих знаков элементов строительных конструкций, которые могут явиться причиной получения травм (низкие балки, выступы и перепады в полости пола, малозаметные ступени, пандусы), мест, в которых существует опасность падения, сужений проездов, колонн, стоянок и опор производственного оборудования (открытые движущиеся части оборудования); кромок штампов, прессов, ограждающих конструкций площадок для работ, проводимых на высоте, и т. п. элементов внутрицехового и междцехового транспорта, подъемно-транспортного оборудования и строительно-дорожных машин, кабин и ограждений кранов, боковых поверхностей электрокаров, погрузчиков, тележек и постоянных и временных ограждений или элементов ограждений, устанавливаемых на границах опасных зон, у проемов, ям, котлованов, выносных площадок, постоянных и временных ограждений лестниц, перекрытий строящихся зданий; балконов и других мест, где возможно падение с высоты, емкостей, содержащих вещества с опасными и вредными свойствами, на которые предупреждающую окраску наносят в виде полосы шириной 50–100 мм в зависимости от размещения емкости; границ подходов к эвакуационным или запасным выходам.

Зеленый сигнальный цвет применяется для предписывающих знаков дверей и светового табло эвакуационных или запасных выходов, сигнальных ламп.

Синий сигнальный цвет используется для указательных знаков. Символ на знаках безопасности – это простое, всем понятное изображение характера опасности, мер предосторожности, инструктивных указаний или информации

по безопасности. Знаки должны быть установлены в местах, пребывание в которых связано с возможной опасностью для работающих, а также на производственном оборудовании, являющемся источником такой опасности. Знаки безопасности, устанавливаемые на воротах и входных дверях помещений, обозначают, что зона их действия – все помещение. При необходимости ограничения зоны действия знака приводятся соответствующие указания с вышеуказанным ГОСТом. Они контрастно выделяются на окружающем их фоне и находятся в поле зрения людей, для которых предназначены. На местах и участках, являющихся временно опасными, устанавливаются переносные знаки и временные ограждения, окрашенные в сигнальный цвет. Всего предусмотрено четыре группы знаков безопасности:

- 1 запрещающий (в виде круга);
- 2 предупреждающий (в виде треугольника);
- 3 предписывающий (в виде квадрата);
- 4 указательный (в виде вертикального прямоугольника).

Для более полного усвоения формы символов на знаках и мест их установки следует дополнительно изучить раздел 3 ГОСТ Р 12.4.026-01 [1]. Для этого ниже дается необходимая выдержка из данного ГОСТа.

Стандарт не распространяется:

- на цвета, применяемые для световой сигнализации всех видов транспорта, транспортных средств и дорожного движения;
- цвета, знаки и маркировочные щитки баллонов, трубопроводов, емкостей для хранения и транспортирования газов и жидкостей;
- дорожные знаки и разметку, путевые и сигнальные знаки железных дорог, знаки для обеспечения безопасности движения всех видов транспорта (кроме знаков безопасности для подъемно-транспортных механизмов, внутризаводского, пассажирского и общественного транспорта);
- знаки и маркировку опасных грузов, грузовых единиц, требующих специальных условий транспортирования и хранения;

- знаки для электротехники.

Назначение сигнальных цветов, знаков безопасности и сигнальной разметки состоит в обеспечении однозначного понимания определенных требований, касающихся безопасности, сохранения жизни и здоровья людей, снижения материального ущерба без применения слов или с их минимальным количеством.

Сигнальные цвета, знаки безопасности и сигнальную разметку следует применять для привлечения внимания людей, находящихся на производственных, общественных объектах и в иных местах, к опасности, опасной ситуации, предостережения в целях избегания опасности, сообщения о возможном исходе в случае пренебрежения опасностью, предписания или требования определенных действий, а также для сообщения необходимой информации.

Применение сигнальных цветов, знаков безопасности и сигнальной разметки на производственных, общественных объектах и в иных местах не заменяет необходимости проведения организационных и технических мероприятий по обеспечению условий безопасности, использования средств индивидуальной и коллективной защиты, обучения и инструктажа по технике безопасности.

Размещение (установку) знаков безопасности на оборудовании, машинах, механизмах должна проводить организация-изготовитель. При необходимости дополнительное размещение (установку) знаков безопасности на оборудовании, машинах, механизмах, находящихся в эксплуатации, проводит эксплуатирующая их организация.

Графические символы и поясняющие надписи на знаках безопасности отраслевого назначения, не предусмотренные настоящим стандартом, необходимо устанавливать в отраслевых стандартах, нормах, правилах с соблюдением требований настоящего стандарта.

Назначение и правила применения сигнальных цветов.

Стандарт устанавливает следующие сигнальные цвета: красный, желтый, зеленый, синий. Для усиления зрительного восприятия цветографических изображений знаков безопасности и сигнальной разметки сигнальные цвета следует применять в сочетании с контрастными цветами – белым или черным. Контрастные цвета необходимо использовать для выполнения графических символов и поясняющих надписей.

Сигнальные цвета необходимо применять:

- для обозначения поверхностей, конструкций (или элементов конструкций), приспособлений, узлов и элементов оборудования, машин, механизмов и т. п., которые могут служить источниками опасности для людей, поверхности ограждений и других защитных устройств, систем блокировок и т. п.;
- обозначения пожарной техники, средств противопожарной защиты, их элементов;
- знаков безопасности, сигнальной разметки, планов эвакуации и других визуальных средств обеспечения безопасности;
- светящихся (световых) средств безопасности (сигнальные лампы, табло и др.);
- обозначения пути эвакуации.

Смысловое значение, область применения сигнальных цветов и соответствующие им контрастные цвета установлены в табл. 5.0.

Красный сигнальный цвет следует применять:

- для обозначения отключающих устройств механизмов и машин, в том числе аварийных;
- внутренних поверхностей крышек (дверец) шкафов с открытыми токоведущими элементами оборудования, машин, механизмов и т. п. (если оборудование, машины, механизмы имеют красный цвет, то внутренние поверхности крышек (дверец) должны быть окрашены лакокрасочными

материалами желтого сигнального цвета);

- рукояток кранов аварийного сброса давления;
- корпусов масляных выключателей, находящихся в рабочем состоянии под напряжением;

- обозначения различных видов пожарной техники, средств противопожарной защиты, их элементов, требующих оперативного опознавания (пожарные машины, наземные части гидрант-колонок, огнетушители, баллоны, устройства ручного пуска систем (установок) пожарной автоматики, средств оповещения, телефоны прямой связи с пожарной охраной, насосы, пожарные стенды, бочки для воды, ящики для песка, а также ведра, лопаты, топоры и т. п.);

- окантовки пожарных щитов белого цвета для крепления пожарного инструмента и огнетушителей. Ширина окантовки – 30–100 мм (допускается выполнять окантовку пожарных щитов в виде чередующихся наклонных под углом 45–60° полос красного сигнального и белого контрастного цветов);

- орнаментовки элементов строительных конструкций (стены, колонны) в виде отрезка горизонтально расположенной полосы для обозначения мест нахождения огнетушителя, установки пожаротушения с ручным пуском, кнопки пожарной сигнализации и т. п. Ширина полос – 150–300 мм. Полосы должны располагаться в верхней части стен и колонн на высоте, удобной для зрительного восприятия с рабочих мест, проходов и т. п. В состав орнаментовки, как правило, следует включать знак пожарной безопасности с соответствующим графическим символом средства противопожарной защиты;

- сигнальных ламп и табло с информацией, извещающей о нарушении технологического процесса или нарушении условий безопасности:

 - «Тревога», «Неисправность» и др.;

- обозначения захватных устройств промышленных установок и промышленных роботов;

Таблица 5.0

**Смысловое значение, область применения сигнальных цветов и
соответствующие им контрастные цвета**

Сигнальный цвет	Смысловое значение	Область применения	Контрастный цвет
Красный	Непосредственная опасность Аварийная или опасная ситуация Пожарная техника, средства противопо- ж. защиты, их элементы	Запрещение опасного поведения или действия. Обозначение непо- средственной опасности Сообщение об аварийном отключении или аварийном состоянии оборудования (технологического процесса) Обозначение и определение мест нахождения пожарной техники, средств противопожарной защиты, их элементов	Белый
Желтый	Возможная опас- ность	Обозначение возможной опасно- сти, опасной ситуации. Преду- преждение о возможной опасно- сти	Черный
Зеленый	Безопасность, безопасные усло- вия	Сообщение о нормальной работе оборудования, нормальном со- стоянии технологического про- цесса	Белый
	Помощь, спасение	Обозначение пути эвакуации, аптек, кабинетов, средств по оказанию первой медицинской помощи	
Синий	Предписание во избежание опасно- сти	Требование обязательных дейст- вий в целях обеспечения безо- пасности	Белый
	Указание	Разрешение определенных дей- ствий	

- обозначения временных ограждений или элементов временных ограждений, устанавливаемых на границах опасных зон, участков, территорий, ям, котлованов, временных ограждений мест химического, бактериологического и радиационного загрязнения, а также ограждений других мест, зон, участков, вход на которые временно запрещен.

Поверхность временных ограждений должна быть целиком окрашена красным сигнальным цветом или иметь чередующиеся наклонные под углом 45–60° полосы красного сигнального и белого контрастного цветов. Ширина полос – 20–300 мм при соотношении ширины полос красного и белого цветов от 1:1 до 1,5:1,0;

- запрещающих знаков безопасности и знаков пожарной безопасности.

Не допускается использовать красный сигнальный цвет:

- для обозначения стационарно устанавливаемых средств противопожарной защиты (их элементов), не требующих оперативного опознавания (пожарные извещатели, пожарные трубопроводы, оросители установок пожаротушения и т. п.);

- на пути эвакуации во избежание путаницы и замешательства (кроме запрещающих знаков безопасности и знаков пожарной безопасности).

Желтый сигнальный цвет следует применять:

- а) для обозначения элементов строительных и иных конструкций, которые могут явиться причиной получения травм работающими: низких балок, выступов и перепадов в плоскости пола, малозаметных ступеней, пандусов, мест, в которых существует опасность падения (кромки погрузочных платформ, грузовых поддонов, неогражденных площадок, люков, проемов и т. д.), сужений проездов, малозаметных распорок, узлов, колонн, стоек и опор в местах интенсивного движения внутризаводского транспорта и т. д.;

- б) обозначения узлов и элементов оборудования, машин и механизмов, неосторожное обращение с которыми представляет опасность для людей:

открытых движущихся узлов, кромок оградительных устройств, не полностью закрывающих движущиеся элементы (шлифовальные круги, фрезы, зубчатые колеса, приводные ремни, цепи и т. п.), ограждающих конструкций площадок для работ, проводимых на высоте, а также постоянно подвешенных к потолку или стенам технологической арматуры и механизмов, выступающих в рабочее пространство;

в) обозначения опасных при эксплуатации элементов транспортных средств, подъемно-транспортного оборудования и строительно-дорожных машин, площадок грузоподъемников, бамперов и боковых поверхностей электрокаров, погрузчиков, тележек, поворотных платформ и боковых поверхностей стрел экскаваторов, захватов и площадок автопогрузчиков, рабочих органов сельскохозяйственных машин, элементов грузоподъемных кранов, обойм грузовых крюков и др.;

г) подвижных монтажных устройств, их элементов и элементов грузозахватных приспособлений, подвижных частей кантователей, траверс, подъемников, подвижных частей монтажных вышек и лестниц;

д) внутренних поверхностей крышек, дверей, кожухов и других ограждений, закрывающих места расположения движущихся узлов и элементов оборудования, машин, механизмов, требующих периодического доступа для контроля, ремонта, регулировки и т. п.

Если указанные узлы и элементы закрыты съемными ограждениями, то окрашиванию лакокрасочными материалами желтого сигнального цвета подлежат сами движущиеся узлы, элементы и (или) поверхности смежных с ними неподвижных деталей, закрываемые ограждениями;

е) постоянных ограждений или элементов ограждений, устанавливаемых на границах опасных зон, участков, территорий: у проемов, ям, котлованов, выносных площадок, постоянных ограждений лестниц, балконов, перекрытий и других мест, в которых возможно падение с высоты.

Поверхность ограждения должна быть целиком окрашена

лакокрасочными материалами желтого сигнального цвета или иметь чередующиеся наклонные под углом $45-60^\circ$ полосы желтого сигнального и черного контрастного цветов.

Ширина полос – 20–300 мм при соотношении ширины полос желтого и черного цвета от 1:1 до 1,5:1,0;

ж) обозначения емкостей и технологического оборудования, содержащих опасные или вредные вещества.

Поверхность емкости должна быть целиком окрашена лакокрасочными материалами желтого сигнального цвета или иметь чередующиеся наклонные под углом $45-60^\circ$ полосы желтого сигнального и черного контрастного цветов.

Ширина полос – 50–300 мм в зависимости от размера емкости при соотношении ширины полос желтого и черного цвета от 1:1 до 1,5:1,0;

з) обозначения площадей, которые должны быть всегда свободными на случай эвакуации (площадки у эвакуационных выходов и подходы к ним, возле мест подачи пожарной тревоги, возле мест подхода к средствам противопожарной защиты, средствам оповещения, пунктам оказания первой медицинской помощи, пожарным лестницам и др.).

Границы этих площадей должны быть обозначены сплошными линиями желтого сигнального цвета, а сами площади – чередующимися наклонными под углом $45-60^\circ$ полосами желтого сигнального и черного контрастного цветов. Ширина линий и полос – 50 – 100 мм;

и) предупреждающих знаков безопасности.

На поверхность объектов и элементов, перечисленных в а) и в), допускается наносить чередующиеся наклонные под углом $45-60^\circ$ полосы желтого сигнального и черного контрастного цветов. Ширина полос – 50– 300 мм в зависимости от размера объекта и расстояния, с которого должно быть видно предупреждение.

Если оборудование, машины и механизмы окрашены лакокрасочными материалами желтого сигнального цвета, то перечисления б) и д), их узлы и

элементы должны быть обозначены чередующимися наклонными под углом 45–60° полосами желтого сигнального и черного контрастного цветов. Ширина полос – 20–300 мм в зависимости от размера узла (элемента) оборудования при соотношении ширины полос желтого и черного цветов от 1:1 до 1,5:1,0.

Для строительно-дорожных машин и подъемно-транспортного оборудования, которые могут находиться на проезжей части, допускается применять предупреждающую окраску в виде чередующихся красных и белых полос.

Синий сигнальный цвет следует применять:

- для окрашивания светящихся (световых) сигнальных индикаторов и других сигнальных устройств указательного или разрешающего назначения;
- предписывающих и указательных знаков безопасности.

Зеленый сигнальный цвет следует применять:

- для обозначения безопасности (безопасных мест, зон безопасного состояния);
- сигнальных ламп, извещающих о нормальном режиме работы оборудования, нормальном состоянии технологических процессов и т. п.;
- обозначения пути эвакуации;
- эвакуационных знаков безопасности и знаков безопасности медицинского и санитарного назначения.

Характеристики сигнальных и контрастных цветов.

Знаки безопасности следует размещать (устанавливать) в поле зрения людей, для которых они предназначены.

Знаки безопасности должны быть расположены таким образом, чтобы они были хорошо видны, не отвлекали внимания и не создавали неудобств при выполнении людьми своей профессиональной или иной деятельности, не загораживали проход, проезд, не препятствовали перемещению грузов.

Знаки безопасности, размещенные на воротах и на (над) входных(ми) дверях(ми) помещений, означают, что зона действия этих знаков

распространяется на всю территорию и площадь за воротами и дверями.

Размещение знаков безопасности на воротах и дверях следует выполнять таким образом, чтобы зрительное восприятие знака не зависело от положения ворот или дверей (открыто, закрыто). Эвакуационные знаки безопасности Е 22 «Выход» и Е 23 «Запасный выход» должны размещаться только над дверями, ведущими к выходу.

Знаки безопасности, установленные у въезда (входа) на объект (участок), означают, что их действие распространяется на объект (участок) в целом.

При необходимости ограничить зону действия знака безопасности соответствующее указание следует приводить в поясняющей надписи на дополнительном знаке.

Знаки безопасности, изготовленные на основе несветящихся материалов, следует применять в условиях хорошего и достаточного освещения.

Знаки безопасности с внешним или внутренним освещением следует применять в условиях отсутствия или недостаточного освещения.

Световозвращающие знаки безопасности следует размещать (устанавливать) в местах, где отсутствует освещение или имеется низкий уровень фоновое освещение (менее 20 лк по СНиП 23-05-95): при проведении работ с использованием индивидуальных источников света, фонарей (например, в туннелях, шахтах и т. п.), а также для обеспечения безопасности при проведении работ на дорогах, автомобильных трассах, в аэропортах и т. п.

Фотолюминесцентные знаки безопасности следует применять там, где возможно аварийное отключение источников света, а также в качестве элементов фотолюминесцентных эвакуационных систем для обеспечения самостоятельного выхода людей из опасных зон в случае возникновения аварий, пожара или других чрезвычайных ситуаций.

Для возбуждения фотолюминесцентного свечения знаков безопасности необходимо наличие в помещении, где они установлены, искусственного или естественного освещения.

Освещенность поверхности фотолюминесцентных знаков безопасности источниками света должна быть не менее 25 лк.

Основные и дополнительные знаки безопасности.

Основные знаки безопасности необходимо разделять на следующие группы: запрещающие знаки; предупреждающие знаки; знаки пожарной безопасности; предписывающие знаки; эвакуационные знаки и знаки медицинского и санитарного назначения; указательные знаки.

Геометрическая форма, сигнальный цвет, смысловое значение основных знаков безопасности должны соответствовать приведенным в табл. 5.1

Таблица 5.1

Геометрическая форма, сигнальный цвет, смысловое значение основных знаков безопасности

Группа	Геометрическая форма <*>	Сигнальный цвет	Смысловое значение
Запрещающие знаки	Круг с поперечной полосой	Красный	Запрещение опасного поведения или действия
Предупреждающие знаки	Треугольник	Желтый	Предупреждение о возможной опасности. Осторожность. Внимание
Предписывающие знаки	Круг	Синий	Предписание обязательных действий во избежание опасности
Знаки пожарной безопасности <*>	Квадрат или прямоугольник	Красный	Обозначение и указание мест нахождения средств противопожарной защиты, их элементов
Эвакуационные знаки и знаки медицинского и санитарного назначения	Квадрат или прямоугольник	Зеленый	Обозначение направления движения при эвакуации. Спасение, первая помощь при авариях или пожарах. Надпись, информация для обеспечения безопасности
Указательные знаки	Квадрат или прямоугольник	Синий	Разрешение. Указание. Надпись или информация

Примечание: <*> Рисунки не приводятся. <*> К знакам пожарной безопасности относят также:

- запрещающие знаки: Р 01 «Запрещается курить», Р 02 «Запрещается пользоваться открытым огнем», Р 04 «Запрещается тушить водой», Р 12 «Запрещается загромождать проходы (или) складировать» (табл. 5.2);

- предупреждающие знаки: W 01 «Пожароопасно. Легковоспламеняющиеся вещества», W 02 «Взрывоопасно», W 11

Запрещающие знаки

Код знака	Цветовое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Р 01		Запрещается курить	Использовать, когда курение может стать причиной пожара. На дверях и стенах помещений, участках, где имеются горючие и легковоспламеняющиеся вещества, или в помещениях, где курить запрещается
Р 02		Запрещается пользоваться открытым огнем и курить	Использовать, когда открытый огонь и курение могут стать причиной пожара. На входных дверях, стенах помещений, участках, рабочих местах, емкостях, производственной таре
Р 03		Проход запрещен	У входа в опасные зоны, помещения, участки и др.
Р 04		Запрещается тушить водой	В местах расположения электрооборудования, складах и других местах, где нельзя применять воду при тушении горения или пожара
Р 05		Запрещается использовать в качестве питьевой воды	На техническом водопроводе и емкостях с технической водой, непригодной для питья и бытовых нужд
Р 06		Доступ постоянным запрещен	На дверях помещений, у входа на объекты, участки и т. п. для обозначения запрета на вход (проход) в опасные зоны или для обозначения служебного входа (прохода)

Продолжение таблицы 5.2

Код знака	Цветовое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Р 07		Запрещается движение средств напольного транспорта	В местах, где запрещается применять средства напольного транспорта (например, погрузчики или напольные транспортеры)
Р 08		Запрещается прикасаться. Опасно	На оборудовании (узлах оборудования), дверцах, щитах или других поверхностях, прикосновение к которым опасно
Р 09		Запрещается прикасаться. Корпус под напряжением	На поверхности корпусов, щитов и т. п., где есть возможность поражения электрическим током
Р 10		Не включать!	На пультах управления и включения оборудования или механизмов при ремонтных и пусконаладочных работах
Р 11		Запрещается работа (присутствие) людей со стимуляторами сердечной деятельности	В местах и на оборудовании, где запрещено работать или находиться людям с вживленными стимуляторами сердечной деятельности
Р 12		Запрещается загромождать проходы и (или) складировать	На пути эвакуации, у выходов, в местах размещения средств противопожарной защиты, аптек первой медицинской помощи и других местах
Р 13		Запрещается подъем (спуск) людей по шахтному стволу (запрещается транспортировка пассажиров)	На дверях грузовых лифтов и других подъемных механизмов

Продолжение табл. 5.2

Код знака	Цветовое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Р 14		Запрещается вход (проход) с животными	На воротах и дверях зданий, сооружений, помещений, объектов, территорий и т. п., где не должны находиться животные, где запрещен вход (проход) вместе с животными
Р 16		Запрещается работа (присутствие) людей, имеющих металлические имплантаты	На местах, участках и оборудовании, где запрещено работать или находиться людям с вживленными металлическими имплантатами
Р 17		Запрещается разбрызгивать воду	На местах и участках, где запрещено разбрызгивать воду
Р 18		Запрещается пользоваться мобильным (сотовым) телефоном или переносной радиацией	На дверях помещений, у входа на объекты, где запрещено пользоваться средствами связи, имеющими собственные радиочастотные электромагнитные поля
Р 21		Запрещение (прочие опасности или опасные действия)	Применять для обозначения опасности, не предусмотренной настоящим стандартом. Знак необходимо использовать вместе с поясняющей надписью или с дополнительным знаком безопасности с поясняющей надписью
Р 27		Запрещается иметь при (на) себе металлические предметы (часы и т. п.)	При входе на объекты, на рабочих местах, оборудовании, приборах и т. п. Область применения знака может быть расширена
Р 30		Запрещается принимать пищу	На местах и участках работ с вредными для здоровья веществами, а также в местах, где прием пищи запрещен. Область применения знака может быть расширена

Код знака	Цветовое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Р 32		Запрещается подходить к элементам оборудования с маховыми движениями большой амплитуды	На оборудовании и рабочих местах по обслуживанию оборудования с элементами, выполняющими маховые движения большой амплитуды
Р 33		Запрещается брать руками. Сыпучая масса (непрочная упаковка)	На производственной таре, в складах и иных местах, где используют сыпучие материалы
Р 34		Запрещается пользоваться лифтом для подъема (спуска) людей	На дверях грузовых лифтов и других подъемных механизмах. Знак входит в состав группового знака безопасности «При пожаре лифтом не пользоваться, выходить по лестнице»

Таблица 5.3

Предупреждающие знаки

Код знака	Цветовое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
W 01		Пожароопасно. Легковоспламеняющиеся вещества	Использовать для привлечения внимания к помещениям с легковоспламеняющимися веществами. На входных дверях, дверцах шкафов, емкостях и т. д.

Продолжение табл.5.3

Код знака	Цветовое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
W 02		Взрывоопасно	Использовать для привлечения внимания к взрыво- опасным веществам, а так- же к помещениям и участ- кам. На входных дверях, стенах помещений, дверцах шкафов и т. д.
W 03		Опасно. Ядовитые вещества	В местах хранения, выделения, производства и применения ядовитых веществ
W 04		Опасно. Едкие и корро- зионные вещества	В местах хранения, выде- ления, производства и применения едких и корро- зионных веществ
W 05		Опасно. Радиоактивные вещества или ионизи- рующее излучение	На дверях помещений, дверцах шкафов и в других местах, где находятся и применяются радиоактивные вещества или имеется ионизирующее излучение. Допускается применять знак радиационной опасно- сти по ГОСТ 17925
W 06		Опасно. Возможно падение груза	Вблизи опасных зон, где используется подъемно-транспортное оборудование
W 07		Внимание. Автопогруз- чик	В помещениях и на участках, где проводятся погрузочно-разгрузочные работы

Код знака	Цветовое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
W 08		Опасность поражения электрическим током	На опорах линий электропередачи, электрооборудовании и приборах, дверцах силовых щитков, на электротехнических панелях и шкафах, а также на ограждениях токоведущих частей оборудования, механизмов, приборов
W 09		Внимание. Опасность (прочие опасности)	Применять для привлечения внимания к прочим видам опасности, не обозначенной настоящим стандартом. Знак необходимо использовать вместе с дополнительным знаком безопасности с поясняющей надписью
W 10		Опасно. Лазерное излучение	На дверях помещений, оборудовании, приборах и в других местах, где имеется лазерное излучение
W 11		Пожароопасно. Окислитель	На дверях помещений, дверцах шкафов для привлечения внимания на наличие окислителя

Продолжение табл. 5.3

Код знака	Цветовое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
W 12		Внимание. Электромагнитное поле	На дверях помещений, оборудовании, приборах и в других местах, где действуют электромагнитные поля
W 13		Внимание. Магнитное поле	На дверях помещений, оборудовании, приборах и в других местах, где действуют магнитные поля
W 14		Осторожно. Мало- заметное препятствие	В местах, где имеются мало- заметные препятствия, о которые можно споткнуться
W 15		Осторожно. Возможность падения с высоты	Перед входом на опасные участки и в местах, где возможно падение с высоты
W 16		Осторожно. Биологическая опасность (инфекционные вещества)	В местах хранения, производства или применения вредных для здоровья биологических веществ
W 17		Осторожно. Холод	На дверцах холодильников и морозильных камер, компрессорных агрегатах и других холодильных аппаратах
W 18		Осторожно. Вредные для здоровья аллергические (раздражающие) вещества	В местах хранения, произ- водства или применения вредных для здоровья аллергических (раздражающих) веществ

Продолжение табл. 5.3

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
W 19		Газовый баллон	На газовых баллонах, складах и участках хранения и применения сжатых или сжиженных газов. Цвет баллона черный или белый, выбирается по ГОСТ 19433
W 20		Осторожно. Аккумуляторные батареи	В помещениях и на участках изготовления, хранения и применения аккумуляторных батарей
W 22		Осторожно. Режущие валы	На участках работ и оборудовании, имеющем незащищенные режущие валы
W 23		Внимание. Опасность зажима	На дверцах турникетов и шлагбаумах
W 24		Осторожно. Возможно опрокидывание	На дорогах, рампах, складах, участках, где возможно опрокидывание внутризаводского транспорта
W 25		Внимание. Автоматическое включение (запуск) оборудования	На рабочих местах, оборудовании или отдельных узлах оборудования с автоматическим включением
W 26		Осторожно. Горячая поверхность	На рабочих местах и оборудовании, имеющем нагретые поверхности

Код знака	Цветовое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
W 27		Осторожно. Возможно травмирование рук	На оборудовании, узлах оборудования, крышках и дверцах, где возможно получить травму рук
W 28		Осторожно. Скользко	На территории и участках, где имеются скользкие места
29		Осторожно. Возможно затягивание между вращающимися элементами	На рабочих местах и оборудовании, имеющем вращающиеся элементы, например на валковых мельницах
W 30		Осторожно. Сужение проезда (прохода)	На территориях, участках, в цехах и складах, где имеются сужения прохода (проезда) или присутствуют выступающие конструкции, затрудняющие проход (проезд)

Таблица 5.4

Предписывающие знаки

Код знака	Цветовое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
М 01		Работать в защитных очках	На рабочих местах и участках, где требуется защита органов зрения

Продолжение табл. 5.4

Код знака	Цветовое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
М 02		Работать в защитной каске (шлеме)	На рабочих местах и участках, где требуется защита головы
М 03		Работать в защитных наушниках	На рабочих местах и участках с повышенным уровнем шума
М 04		Работать в средствах индивидуальной защиты органов дыхания	На рабочих местах и участках, где требуется защита органов дыхания
М 05		Работать в защитной обуви	На рабочих местах и участках, где необходимо применять средства индивидуальной защиты
М 06		Работать в защитных перчатках	На рабочих местах и участках работ, где требуется защита рук от воздействия вредных или агрессивных сред, защита от возможного поражения электрическим током
М07		Работать в защитной одежде	На рабочих местах и участках, где необходимо применять средства индивидуальной защиты
М 08		Работать в защитном щитке	На рабочих местах и участках, где необходима защита лица и органов зрения

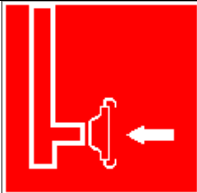
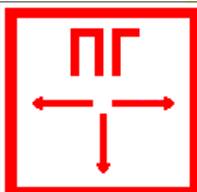
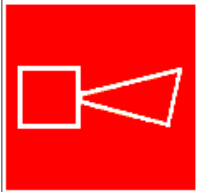
Продолжение табл. 5.4

Код знака	Цветовое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
М 09		Работать в предохранительном (страховочном) поясе	На рабочих местах и участках, где для безопасной работы требуется применение предохранительных (страховочных) поясов
М 10		Проход здесь	На территориях и участках, где разрешается проход
М 11		Общий предписывающий знак (прочие предписания)	Для предписаний, не обозначенных настоящим стандартом. Знак необходимо применять вместе с поясняющей надписью на дополнительном знаке безопасности
М 12		Переходить по надземному переходу	На участках и территориях, где установлены надземные переходы
М 13		Отключить штепсельную вилку	На рабочих местах и оборудовании, где требуется отключение от электросети при наладке или остановке электрооборудования и в других случаях
М 14		Отключить перед работой	На рабочих местах и оборудовании при проведении ремонтных или пусконаладочных работ
М 15		Курить здесь	Используется для обозначения места курения на производственных объектах

Знаки пожарной безопасности

Код знака	Цветовое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
F 01-01		Направляющая стрелка	Использовать только вместе с другими знаками пожарной безопасности для указания направления движения к месту нахождения (размещения) средства противопожарной защиты
F 01-02		Направляющая стрелка под углом 45°	Использовать только вместе с другими знаками пожарной безопасности для указания направления движения к месту нахождения (размещения) средства противопожарной защиты
F 02		Пожарный кран	В местах нахождения комплекта пожарного крана с пожарным рукавом и стволом
F 03		Пожарная лестница	В местах нахождения пожарной лестницы
F 04		Огнетушитель	В местах размещения огнетушителя
F 05		Телефон для использования при пожаре	В местах размещения телефона, по которому можно вызвать пожарную охрану

Продолжение табл. 5.5

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
F 06		Место размещения нескольких средств противопожарной защиты	В местах одновременного нахождения (размещения) нескольких средств противопожарной защиты
F 07		Пожарный водосточник	В местах нахождения пожарного водоема или пирса для пожарных машин
F 08		Пожарный сухотрубный стояк	В местах нахождения пожарного сухотрубного стояка
F 09		Пожарный гидрант	У мест нахождения подземных пожарных гидрантов. На знаке должны быть цифры, обозначающие расстояние от знака до гидранта в метрах
F 10		Кнопка включения установок (систем) пожарной автоматики	В местах ручного пуска установок пожарной сигнализации, пожаротушения и (или) систем противодымной защиты. В местах (пунктах) подачи сигнала пожарной тревоги
F 11		Звуковой оповещатель пожарной тревоги	В местах нахождения звукового оповещателя или совместно со знаком F 10 «Кнопка включения установок (систем) пожарной автоматики»

К знакам пожарной безопасности относят также:

- запрещающие знаки: Р 01 «Запрещается курить», Р 02 «Запрещается пользоваться открытым огнем», Р 04 «Запрещается тушить водой», Р 12 «Запрещается загромождать проходы и (или) складировать»;
- предупреждающие знаки: W 01 «Пожароопасно. Легковоспламеняющиеся вещества», W 02 «Взрывоопасно», W 11 «Пожароопасно. Окислитель»;
- эвакуационные знаки;

Таблица 5.6

Эвакуационные знаки

Код знака	Цветовое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Е 01-01		Выход здесь (левосторонний)	Над дверями (или на дверях) эвакуационных выходов, открывающихся с левой стороны. На стенах помещений вместе с направляющей стрелкой для указания направления движения к эвакуационному выходу
Е 01-02		Выход здесь (правосторонний)	Над дверями (или на дверях) эвакуационных выходов, открывающихся с правой стороны. На стенах помещений вместе с направляющей стрелкой для указания направления движения к эвакуационному выходу
Е 02-01		Направляющая стрелка	Использовать только вместе с другими эвакуационными знаками для указания направления движения

Продолжение табл.5.6

Код знака	Цветовое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Е 02-02		Направляющая стрелка под углом 45°	Использовать только вместе с другими эвакуационными знаками для указания направления движения
Е 03		Направление к эвакуационному выходу на- право	На стенах помещений для указания направления движения к эвакуационному выходу
Е 04		Направление к эвакуационному выходу налево	На стенах помещений для указания направления движения к эвакуационному выходу
Е 05		Направление к эвакуационному выходу направо вверх	На стенах помещений для указания направления движения к эвакуационному выходу по наклонной плоскости
Е 06		Направление к эвакуационному выходу нале- во вверх	На стенах помещений для указания направления движения к эвакуационному выходу по наклонной плоскости
Е 07		Направление к эвакуационному выходу на- право вниз	На стенах помещений для указания направления движения к эвакуационному выходу по наклонной плоскости
Е 08		Направление к эвакуационному выходу налево вниз	На стенах помещений для указания направления движения к эвакуационному выходу по наклонной плоскости
Е 09		Указатель двери эвакуационного выхода	Над дверями эвакуационных выходов

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Е 10		Указатель двери эвакуационного выхода (левосторонний)	Над дверями эвакуационных выходов
Е 11		Направление к эвакуационному выходу прямо	Над проходами, проемами, в помещениях большой площади. Размещается на верхнем уровне или подвешивается к потолку
Е 12		Направление к эвакуационному выходу прямо	Над проходами, проемами, в помещениях большой площади. Размещается на верхнем уровне или подвешивается к потолку
Е 13		Направление к эвакуационному выходу по лестнице вниз	На лестничных площадках и стенах, прилегающих к лестничному маршу
Е 14		Направление к эвакуационному выходу по лестнице вниз	На лестничных площадках и стенах, прилегающих к лестничному маршу
Е 15		Направление к эвакуационному выходу по лестнице вверх	На лестничных площадках и стенах, прилегающих к лестничному маршу
Е 16		Направление к эвакуационному выходу по лестнице вверх	На лестничных площадках и стенах, прилегающих к лестничному маршу
Е 17		Для доступа вскрыть здесь	На дверях, стенах помещений и в других местах, где для доступа в помещение или выхода необходимо вскрыть определенную конструкцию, например разбить стеклянную панель

Продолжение табл. 5.6.

Код знака	Цветовое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
Е 18		Открывать движением от себя	На дверях помещений для указания направления от- крывания дверей
Е 19		Открывать движением на себя	На дверях помещений для указания направления от- крывания дверей
Е 20		Для открывания сдви- нуть	На дверях помещений для обозначения действий по открыванию сдвижных две- рей
Е 21		Пункт (место) сбора	На дверях, стенах помеще- ний и в других местах для обозначения заранее преду- смотренных пунктов (мест) сбора людей в случае воз- никновения пожара, аварии или другой чрезвычайной ситуации
Е 22		Указатель выхода	Над дверями эвакуацион- ного выхода или в составе комбинированных знаков безопасности для указания направления движения к эвакуационному выходу
Е 23		Указатель запасного выхода	Над дверями запасного выхода

Эвакуационные знаки следует устанавливать в положениях, соответствующих направлению движения к эвакуационному выходу.

Изображение графического символа фигуры человека в дверном проеме на эвакуационных знаках Е 01-01 и Е 01-02 смыслового значения

«Выход здесь» должно совпадать с направлением движения к эвакуационному выходу».

Таблица 5.7

Знаки медицинского и санитарного назначения

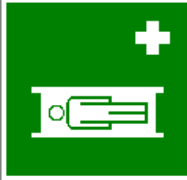
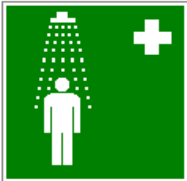
Код знака	Цветовое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
ЕС 01		Аптечка первой медицинской помощи	На стенах, дверях помещений для обозначения мест размещения аптечек первой медицинской помощи
ЕС 02		Средства выноса (эвакуации) пораженных	На дверях и стенах помещений в местах размещения средств выноса (эвакуации) пораженных
ЕС 03		Пункт приема гигиенических процедур (душевые)	На дверях и стенах помещений в местах расположения душевых и т. п.
ЕС 04		Пункт обработки глаз	На дверях и стенах помещений в местах расположения пункта обработки глаз
ЕС 05		Медицинский кабинет	На дверях медицинских кабинетов
ЕС 06		Телефон связи с медицинским пунктом (скорой медицинской помощью)	В местах установки телефонов

Таблица 5.8.

Указательные знаки

Код знака	Цветографическое изображение	Смысловое значение	Место размещения (установки) и рекомендации по применению
D 01		Пункт(место) приема пищи	На дверях комнат приема пищи, буфетах, столовых, бытовых помещениях и в других местах, где разрешается прием пищи
D 02		Питьевая вода	На дверях бытовых помещений и в местах расположения кранов с водой, пригодной для питья и бытовых нужд (туалеты, душевые, пункты приема пищи и т. д.)
D 03		Место курения	Используется для обозначения места курения на общественных объектах

Порядок выполнения работы

1. Изучить выдержку из ГОСТ Р 12.4.026–01.

2. Проверить усвоение материала, ответив на контрольные вопросы:

В какой цвет окрашено поле предупреждающего знака?

Какой размер имеет сторона треугольника предупреждающего знака № 4, наносимого на тару и оборудование?

Какой цвет имеет символическое изображение на запрещающем знаке?

Какую форму имеет предписывающий знак?

Какую форму имеет запрещающий знак?

Расстояние от наблюдателя до знака составляет 45 м. Какой размер должен иметь внешний диаметр круга запрещающего знака, мм?

Какой цвет имеют символические изображения или поясняющие надписи, наносимые на указательные знаки?

Расстояние от наблюдателя до знака составляет 60 м. Какие размеры

(стороны прямоугольника) должен иметь указательный знак, мм?

Какой цвет имеет квадрат, помещенный внутри указательного знака?

Какой размер имеет внешний диаметр круга запрещающего знака № 5, наносимого на производственное оборудование и тару?

3. Составить отчет. Отчет должен включать:

- цель практической работы;
- ответы на вопросы задания;
- зарисовку формы знаков (запрещающего, предупреждающего,

предписывающего, указательного) с указанием цвета поля, символов, надписей.

4. Показать отчет преподавателю.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ Р 12.4.026–01. Цвета сигнальные, знаки безопасности и разметка сигнальная. Назначение, правила применения. Общие технические требования и рекомендации. Методы испытания [Электронный ресурс]. – Доступ из справ.-поисковой системы «Техэксперт».

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №6.

РАССЛЕДОВАНИЕ И УЧЕТ НЕСЧАСТНЫХ СЛУЧАЕВ НА ПРОИЗВОДСТВЕ

Цель задания - ознакомиться с понятием и причинами возникновения несчастных случаев, порядком их расследования и учет на производстве, также с методами анализа травматизма.

Порядок выполнения задания:

- а) изучить и законспектировать общие сведения по пункту 1;
- б) изучить методы анализа и рассчитать по вариантам показатели травматизма по пункту 2 (см контр. вопросы к пунктам 1 и 2);
- в)изучить «Положением об особенностях расследования несчастных случаев на производстве в отдельных отраслях и организациях» и законспектировать ответы на контрольные вопросы к пункту 3.

Общие сведения о несчастных случаях.

Несчастливым случаем на производстве называют случай воздействия на работающего опасного производственного фактора при выполнении работающим трудовых обязанностей или заданий руководителя работы [1].

Повреждение здоровья в результате несчастного случая называют **травмой**. Травма, полученная работающим на производстве, называется **производственной**.

Опасным называют производственный фактор, воздействие которого при определенных условиях на работающего приводит к травме или другому внезапному ухудшению здоровья.

Вредным называют производственный фактор, воздействие которого на работающего приводит к заболеваниям или снижению его трудоспособности. В зависимости от уровня и продолжительности воздействия вредный производственный фактор может стать опасным.

Опасные и вредные производственные факторы (ОВПФ) по природе

действия подразделяют на 4 группы: физические, химические, биологические и психофизиологические.

Производственные травмы в зависимости от характера воздействующих факторов подразделяются на:

- а) механические повреждения (ушибы, ранения, вывихи, переломы, сотрясения мозга);
- б) поражение электрическим током (электроудар, электротравма);
- в) термические повреждения (ожоги пламенем, нагретыми частями оборудования, горячей водой и пр.);
- г) химические повреждения (ожоги, острые отравления);
- д) комбинированные повреждения (сочетание нескольких опасных факторов).

Производственные травмы по тяжести подразделяются на 6 категорий:

- микротравма (после оказания помощи можно продолжать работу).
- легкая травма (потеря трудоспособности на 1 или несколько дней).
- травма средней тяжести (многодневная потеря трудоспособности);
- тяжелая травма (когда требуется длительное лечение);
- травма, приводящая к инвалидности (частичная или полная утрата трудоспособности);
- смертельная травма.

Причины возникновения производственных травм:

- организационные (нарушение технологического процесса и требований техники безопасности (ТБ), неправильная организация рабочего места и режима труда);
- технические (техническое несовершенство оборудования, неисправность механизмов, отсутствие или не использование защитных средств);
- санитарно-гигиенические (несоответствие условий труда требованиям КЗоТ, системе стандартов по безопасности труда (ССБТ), санитарным нормам(СН), строительным нормам и правилам (СНиП) и др.

- психофизиологические (неудовлетворительное состояние здоровья, переутомление, стресс, опьянение и др.).

Методы анализа показателей травматизма

Разработке мероприятий по улучшению условий труда предшествует необходимый этап - исследование и анализ причин травматизма. Для анализа состояния производственного травматизма применяют методы: статистический, экономический, монографический и топографический.

Статистический метод позволяет количественно оценить повторяемость несчастных случаев по ряду относительных коэффициентов. В результате сравнения полученных коэффициентов за отчетный период с предшествующим периодом можно оценить эффективность профилактических мер. Обычно при этом методе анализа несчастные случаи группируются по однородным признакам: профессиям, видам работ, возрасту, стажу работ, причинам, вызвавшим травму. Простота и наглядность являются несомненным достоинством этого метода. Однако у него есть и недостаток - он не выявляет опасные производственные факторы. Среди основных показателей травматизма, используемых при статистическом методе анализа, являются:

а) коэффициент частоты травматизма - число пострадавших при несчастных случаях за отчетный период на 1000 работающих, определяется по формуле:

$$K_{\text{ч}} = T_x \cdot \frac{1000}{P_c},$$

где $K_{\text{ч}}$ - коэффициент частоты травматизма; T - число учтенных травм с потерей трудоспособности; P_c - среднесписочное число работающих за отчетный период.

б) коэффициент тяжести травматизма - число человеко-дней нетрудоспособности, которое приходится на один несчастный случай и определяется по формуле:

$$K_{\text{т}} = \frac{Д}{T},$$

где $K_{\text{т}}$ - коэффициент тяжести травматизма; $Д$ - общее количество дней

нетрудоспособности за отчетный период; Т - количество учтенных травм.

в) коэффициент календарной повторяемости несчастных случаев

- показывает через сколько рабочих дней в среднем повторяются несчастные случаи и определяется по формуле:

$$B = 22,5 \cdot \frac{12}{T},$$

где В - календарная повторяемость несчастных случаев; Т - число несчастных случаев за отчетный период.

г) коэффициент средней повторяемости - показывает на сколько человекоднев приходится один несчастный случай, определяется по формуле:

$$B_{\text{ср}} = 22,5 \cdot 12 \cdot \frac{P_{\text{с}}}{T},$$

где В_{ср} - коэффициент средней повторяемости несчастных случаев; Р_с - среднесписочное число работающих за отчетный период; Т - число несчастных случаев за отчетный период.

д) коэффициент опасности работ - характеризуется тяжестью и частотой несчастных случаев, определяется по формуле:

$$O_p = K_T \cdot T_x \cdot \frac{100}{P_{\text{с}} \cdot M \cdot 22,5},$$

где О_р - коэффициент опасности работ; К_т - коэффициент тяжести травматизма ; Т - количество учтенных несчастных случаев; Р_с - среднесписочное число работающих; М - число месяцев в отчетном периоде.

Таблица 5.0

Исходные данные для расчета показателей травматизма

Показатели	Варианты									
										0
Отчетный период, мес. (М)				2				2		

Число несчастных случаев (Т)				0				1		
Число дней нетрудоспособности (Д)	80	00	80	20	00	50	70	20	60	00
Среднесписочное число работающих (Рс)	00	00	00	00	00	00	00	00	00	00

Экономический метод анализа производственного травматизма позволяет оценить эффективность финансовых затрат на профилактику травматизма с расходами на организационные и технические мероприятия. Для более полной и глубокой характеристики травматизма экономический метод часто используют в сочетании с монографическим методом.

Монографический метод анализа травматизма состоит в углубленном и всестороннем изучении отдельного производства, цеха или участка. Он включает описание технологического процесса, оборудования и особенностей технологического регламента, описание опасных зон на рабочих местах, также санитарно-гигиенические условия труда. При этом обращается внимание на наличие защитных приспособлений, ограждений и травмоопасных ситуаций

Монографический метод анализа травматизма характеризуется полнотой, но трудоемок. Этот метод позволяет выявить потенциальную опасность не только в действующих производствах, но и на этапе проектирования, тем самым исключить причины травматизма.

Топографический метод анализа травматизма проводится по месту происшествия. При этом все несчастные случаи условными знаками наносятся на план производственного участка или схему механизма в тех местах, где они произошли. В результате этого выявляются опасные зоны, требующие соответствующих защитных мер и особого внимания.

Контрольные вопросы к пунктам 1 и 2

1. Что такое несчастный случай?

2. Что такое опасный производственный фактор?
3. Что такое вредный производственный фактор?
4. На какие группы подразделяются опасные и вредные производственные факторы?
5. Какие различают разновидности производственных травм?
6. Какие выделяют категории производственных травм?
7. Каковы основные причины возникновения производственных травм?
8. Какие существуют методы анализа производственного травматизма ?
9. В чем заключается статистический метод анализа производственного травматизма?
10. Как определяется коэффициент частоты травматизма?
11. Как определяется коэффициент тяжести травматизма?
12. Как определяется коэффициент календарной повторяемости несчастных случаев?
13. Как определяется коэффициент средней повторяемости несчастных случаев?
14. Как определяется коэффициент опасности работ?
15. В чем заключается экономический метод анализа производственного травматизма?
16. В чем заключается монографический метод анализа производственного травматизма?
17. В чем заключается топографический метод анализа производственного травматизма?

Положение об особенностях расследования несчастных случаев на производстве в отдельных отраслях и организациях

Расследование и учет несчастных случаев на производстве проводят в соответствии с “Положением об особенностях расследования несчастных случаев на производстве в отдельных отраслях и организациях”, утвержденного

Постановлением Министерства труда и социального развития Российской Федерации от 24 октября 2002г. №73, а также статьями 227-231 Трудового кодекса РФ (ТК РФ).

Несчастный случай на производстве - это случай, происшедший с работающим вследствие воздействия опасного производственного фактора (для застрахованного – это страховой случай).

Несчастные случаи в зависимости от причин, места и времени происшествия делятся на две группы: несчастные случаи, связанные с работой и несчастные случаи, не связанные с работой (бытовые травмы).

Несчастные случаи, не связанные с производством, но происшедшие на производстве - это несчастные случаи, происшедшие при изготовлении предметов в личных целях, самовольном использовании транспорта предприятия, участии в спортивных мероприятиях на территории предприятия, при хищении имущества предприятия.

Бытовые несчастные случаи - это несчастные случаи, происшедшие в быту (дома) или при нахождении на предприятии вне рабочего времени.

Расследование несчастных случаев на производстве выполняется в соответствии с Трудовым кодексом РФ и «Положением об особенностях расследования несчастных случаев на производстве в отдельных отраслях и организациях», утверждённым постановлением Минтруда России № 73 от 24 октября 2002 года. Этим же постановлением утверждены формы документов, необходимых для расследования и учёта несчастных случаев на производстве.

Расследование несчастного случая может быть достаточно сложным процессом, поскольку интересы пострадавшего и работодателя часто не совпадают.

Действие нормативных актов по расследованию и учёту несчастных случаев на производстве распространяется на:

- работодателей - физических лиц, вступивших в трудовые отношения с работниками;
- уполномоченных работодателем лиц (представители работодателя);

- физических лиц, осуществляющих руководство организацией (руководители организации);
- физических лиц, состоящих в трудовых отношениях с работодателем;
- других лиц, участвующих с ведома работодателя в его производственной деятельности своим личным трудом, правоотношения которых не предполагают заключения трудовых договоров.

Расследованию подлежат травмы, в том числе причиненные другими лицами, включая:

- тепловой удар, ожог, обморожение;
- утопление; поражение электрическим током или молнией;
- укусы, нанесенные животными и насекомыми;
- повреждения, полученные в результате взрывов, аварий и т.п.

Расследованию и учёту подлежат несчастные случаи происшедшие:

- при исполнении трудовых обязанностей, в том числе во время командировки, при ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций;
- на территории организации, в течение рабочего времени, в том числе во время следования на работу и с работы, а также в течение времени, необходимого для приведения в порядок рабочего места;
- при следовании на работу или с работы на транспортном средстве работодателя, а также на личном транспортном средстве при использовании его в производственных целях;
- во время служебных поездок на общественном транспорте, а также при следовании по заданию работодателя к месту выполнения работ и обратно, в том числе пешком;
- при следовании к месту служебной командировки и обратно;
- при следовании на транспортном средстве в качестве сменщика во время междусменного отдыха;
- во время междусменного отдыха при работе вахтовым методом;
- при привлечении к участию в ликвидации последствий

чрезвычайных ситуаций.

Работники организации обязаны незамедлительно извещать руководство о каждом происшедшем несчастном случае, об ухудшении состояния своего здоровья в связи с проявлениями признаков острого заболевания.

О каждом страховом случае работодатель в течение суток обязан сообщить страховщику (фонд социального страхования).

О групповом несчастном случае (пострадало два и более человек), тяжёлом несчастном случае или несчастном случае со смертельным исходом, работодатель в течение суток обязан направить извещение соответственно:

1) о несчастном случае, происшедшем в организации:

- в соответствующую государственную инспекцию труда;
- в прокуратуру по месту происшествия несчастного случая;
- в федеральный орган исполнительной власти по ведомственной принадлежности;
- в орган исполнительной власти субъекта Российской Федерации;
- в организацию, направившую работника, с которым произошел несчастный случай;
- в территориальные объединения организаций профсоюзов;
- в территориальный орган государственного надзора, если несчастный случай произошел в организации (объекте), подконтрольной этому органу;
- страховщику.

2) о несчастном случае, происшедшем у работодателя - физического лица:

- в соответствующую государственную инспекцию труда;
- в прокуратуру по месту нахождения работодателя - физического лица;
- в орган исполнительной власти субъекта Российской Федерации;
- в территориальный орган государственного надзора, если

несчастный случай произошел на объекте, подконтрольном этому органу;

- страховщику.

О групповых несчастных случаях, тяжелых несчастных случаях и несчастных случаях со смертельным исходом также информируется Федеральная инспекция труда Минтруда России.

Если указанные несчастные случаи, произошли в организациях, эксплуатирующих опасные производственные объекты, то соответствующим образом информируются специально уполномоченные органы государственного надзора.

Для расследования несчастного случая на производстве в организации работодатель незамедлительно создает комиссию в составе не менее трех человек. Во всех случаях состав комиссии должен состоять из нечетного числа членов.

В состав комиссии включаются специалист по охране труда организации, представители работодателя, представители профсоюзного органа (коллектива), уполномоченный (доверенный) по охране труда. Комиссию возглавляет работодатель или уполномоченный им представитель. Состав комиссии утверждается приказом работодателя. Руководитель, непосредственно отвечающий за безопасность труда на участке, где произошел несчастный случай, в состав комиссии не включается.

В расследовании несчастного случая на производстве у работодателя - физического лица принимают участие указанный работодатель или уполномоченный его представитель, доверенное лицо пострадавшего, специалист по охране труда, который может привлекаться к расследованию несчастного случая и на договорной основе.

Несчастный случай на производстве, происшедший с лицом, направленным для выполнения работ к другому работодателю, расследуется комиссией, образованной работодателем, у которого произошел несчастный случай. В состав данной комиссии входит уполномоченный представитель работодателя, направившего это лицо.

Несчастные случаи, происшедшие на территории организации с работниками сторонних организаций при исполнении ими задания направившего их работодателя, расследуются комиссией, формируемой этим работодателем.

Несчастные случаи, происшедшие с работниками при выполнении работы по совместительству, расследуются комиссией, формируемой работодателем, у которого фактически производилась работа по совместительству.

Расследование несчастных случаев со студентами, проходящими производственную практику (выполняющими работу под руководством работодателя), проводится комиссиями, формируемыми и возглавляемыми этим работодателем. В состав комиссии включаются представители образовательного учреждения.

Для расследования группового несчастного случая, тяжёлого несчастного случая и несчастного случая со смертельным исходом в комиссию дополнительно включаются:

- государственный инспектор труда, представители органа исполнительной власти субъекта РФ или органа местного самоуправления (по согласованию), представитель территориального объединения профсоюзов. Возглавляет комиссию государственный инспектор труда;
- по требованию пострадавшего (или его родственников) в расследовании несчастного случая может принимать участие его доверенное лицо;
- в случае острого отравления или радиационного воздействия, превысившего установленные нормы, в состав комиссии включается также представитель территориального центра государственного санитарно-эпидемиологического надзора;
- при несчастном случае, происшедшем в организациях на объектах, подконтрольных территориальным органам Федерального горного и промышленного надзора России, состав комиссии утверждается руководителем

соответствующего территориального органа и возглавляет комиссию представитель этого органа;

- при групповом несчастном случае с числом погибших 5 и более человек в состав комиссии включаются также представители Федеральной инспекции труда, федерального органа исполнительной власти по ведомственной принадлежности и общероссийского объединения профсоюзов. Председателем комиссии является главный государственный инспектор труда по субъекту Российской Федерации, а на объектах, подконтрольных территориальному органу Федерального горного и промышленного надзора России, - руководитель этого территориального органа.

При крупных авариях с человеческими жертвами 15 и более человек расследование проводится комиссией, назначаемой Правительством России.

Расследование несчастных случаев (в том числе групповых), в результате которых пострадавшие получили повреждения, отнесенные в соответствии с установленными квалифицирующими признаками к категории легких, проводится в течение трех дней.

Расследование иных несчастных случаев проводится в течение 15 дней. В некоторых случаях председатель комиссии может продлить срок расследования, но не более чем на 15 дней. Несчастные случаи, о которых не было своевременно сообщено работодателю или в результате которых нетрудоспособность наступила не сразу, расследуются по заявлению пострадавшего в течение месяца.

Тяжелые несчастные случаи и несчастные случаи со смертельным исходом, происшедшие с лицами, выполнявшими работу на основе договора гражданско-правового характера, расследуются в установленном порядке государственными инспекторами труда на основании заявления пострадавшего (доверенного лица, членов его семьи).

В ходе расследования несчастного случая комиссия производит осмотр места происшествия, выявляет и опрашивает очевидцев несчастного случая и должностных лиц, знакомится с действующими в организации нормативными и

распорядительными документами, по возможности получает объяснения от пострадавшего.

Расследуются в установленном порядке и по решению комиссии могут квалифицироваться как не связанные с производством:

- смерть вследствие общего заболевания или самоубийства;
- смерть или иное повреждение здоровья, единственной причиной которых явилось алкогольное, наркотическое или иное токсическое опьянение (отравление) работника;
- несчастный случай, происшедший при совершении пострадавшим действий, квалифицированных правоохрнительными органами как уголовное правонарушение.

При поступлении жалобы пострадавшего, выявлении сокрытого несчастного случая, установления нарушений порядка расследования и в некоторых иных случаях, государственный инспектор труда, независимо от срока давности несчастного случая, проводит дополнительное расследование.

Несчастные случаи, квалифицированные, как несчастные случаи на производстве, подлежат оформлению актом о несчастном случае на производстве по форме Н-1*.

Акт формы Н-1 составляется комиссией в двух экземплярах. При несчастном случае на производстве с застрахованным работником составляется дополнительный экземпляр акта формы Н-1.

При групповом несчастном случае на производстве акты формы Н-1 составляются на каждого пострадавшего отдельно.

В случае установления факта грубой неосторожности застрахованного работника, содействовавшей возникновению или увеличению размера вреда, причиненного его здоровью, в акте расследования указывается степень его вины в процентах, с учетом заключения профсоюзного или иного уполномоченного застрахованным представительного органа данной организации (не более 25%).

По результатам расследования каждого группового несчастного случая,

тяжелого несчастного случая или несчастного случая со смертельным исходом составляется соответствующий акт в двух экземплярах.

Работодатель в трехдневный срок после завершения расследования несчастного случая на производстве обязан выдать пострадавшему один экземпляр утвержденного им и заверенного печатью акта формы Н-1. Вторые экземпляры акта с копиями материалов расследования хранятся в течение 45 лет работодателем.

При страховых случаях третий экземпляр утвержденного и заверенного печатью акта формы Н-1 работодатель направляет страховщику.

Каждый оформленный в установленном порядке несчастный случай на производстве регистрируются работодателем в журнале регистрации несчастных случаев на производстве и включаются в годовую форму федерального государственного статистического наблюдения за травматизмом на производстве.

В случае ликвидации организации или прекращения работодателем - физическим лицом предпринимательской деятельности оригиналы актов о расследовании несчастных случаев на производстве подлежат передаче на хранение правопреемнику, а при его отсутствии - соответствующему государственному органу.

Государственный надзор и контроль за соблюдением установленного порядка расследования, оформления и учета несчастных случаев на производстве осуществляется органами Федеральной инспекции труда.

Контрольные вопросы к пункту 3

1. Какие несчастные случаи считаются связанными с производством и подлежат расследованию и учету?
2. На кого распространяется действие Положения о порядке расследования и учета несчастных случаев?
3. Как должен действовать работодатель при возникновении несчастного случая на предприятии?
4. Что необходимо сделать сразу же после свершения несчастного

случая на производстве?

5. Куда должен сообщить работодатель и в какие сроки о групповом несчастном случае или несчастном случае со смертельным исходом?

6. Кто несет ответственность за организацию и своевременное расследование и учета несчастных случаев?

7. Кто входит в комиссию по расследованию несчастных случаев, каковы ее обязанности?

8. В какие сроки должно быть проведено расследование несчастного случая?

9. Какие несчастные случаи квалифицируются как не связанные с производством?

10. Что делают при установлении грубой неосторожности пострадавшего?

11. В какие сроки и комиссией какого состава расследуются групповые несчастные случаи или со смертельным исходом?

12. Какие условия должен обеспечить работодатель для работы комиссии, проводящей расследование несчастного случая?

13. Каким документом оформляются несчастные случаи на производстве?

14. Какой организацией учитывается акт о несчастном случае?

15. В какие сроки и куда должны быть отправлены материалы расследования групповых несчастных случаев?

16. Какие организации и должностные лица разбирают разногласия при оформлении актов по форме Н - 1 ?

17. Каковы полномочия государственного инспектора по охране труда в случае нарушения порядка расследования несчастного случая?

форма Н-1

Один экземпляр направляется
пострадавшему или его
доверенному лицу

УТВЕРЖДАЮ

(подпись, фамилия, инициалы
работодателя
(его представителя))
"___" _____ 200__ г.

Печать

АКТ N _____
О НЕСЧАСТНОМ СЛУЧАЕ НА ПРОИЗВОДСТВЕ

1. Дата и время несчастного случая _____

(число, месяц, год и время происшествия
несчастного случая,

количество полных часов от начала работы)
2. Организация (работодатель), работником которой является
(являлся) пострадавший _____
(наименование, место нахождения,
юридический адрес, ведомственная
и отраслевая

принадлежность (ОКОНХ основного вида деятельности);
фамилия, инициалы работодателя -

физического лица)
Наименование структурного подразделения _____
3. Организация, направившая работника _____
(наименование, место нахождения, юридический адрес,
отраслевая принадлежность)
4. Лица, проводившие расследование несчастного случая:

(фамилия, инициалы, должности и место работы)
5. Сведения о пострадавшем:
фамилия, имя, отчество _____
пол (мужской, женский) _____
дата рождения _____
профессиональный статус _____
профессия (должность) _____
стаж работы, при выполнении которой произошел несчастный случай
_____,
(число полных лет и месяцев)
в том числе в данной организации _____
(число полных лет и месяцев)
6. Сведения о проведении инструктажей и обучения по охране труда
Вводный инструктаж _____
(число, месяц, год)
Инструктаж на рабочем месте (первичный, повторный, внеплановый,

(нужное подчеркнуть)

целевой)

по профессии или виду работы, при выполнении которой произошел несчастный случай _____

(число, месяц, год)

Стажировка: с "___" _____ 200_ г. по "___" _____ 200_ г.

(если не проводилась - указать)

Обучение по охране труда по профессии или виду работы, при выполнении которой произошел несчастный случай: с "___" _____ 200_ г. по "___" _____ 200_ г.

(если не проводилось - указать)

Проверка знаний по охране труда по профессии или виду работы, при выполнении которой произошел несчастный случай _____

(число, месяц, год, N протокола)

7. Краткая характеристика места (объекта), где произошел несчастный случай

(краткое описание места происшествия с указанием опасных и (или) вредных производственных факторов со ссылкой на сведения, содержащиеся в протоколе осмотра места несчастного случая)

Оборудование, использование которого привело к несчастному случаю

(наименование, тип, марка, год выпуска, организация - изготовитель)

8. Обстоятельства несчастного случая

(краткое изложение обстоятельств, предшествовавших несчастному случаю, описание событий и действий пострадавшего и других лиц, связанных с несчастным случаем, и другие сведения, установленные в ходе расследования)

8.1. Вид происшествия _____

8.2. Характер полученных повреждений и орган, подвергшийся повреждению, медицинское заключение о тяжести повреждения здоровья _____

8.3. Нахождение пострадавшего в состоянии алкогольного или наркотического опьянения _____

(нет, да - указать состояние и степень опьянения в соответствии с заключением по результатам освидетельствования, проведенного в установленном порядке)

8.4. Очевидцы несчастного случая _____

(фамилия, инициалы, постоянное место жительства,

домашний телефон)	
9. Причины несчастного случая _____ (указать основную и сопутствующие причины	
несчастного случая со ссылками на нарушенные требования законодательных и иных	
нормативных правовых актов, локальных нормативных актов)	
10. Лица, допустившие нарушение требований охраны труда:	
(фамилия, инициалы, должность (профессия) с указанием требований законодательных,	
иных нормативных правовых и локальных нормативных актов, предусматривающих их	
ответственность за нарушения, явившиеся причинами несчастного случая, указанными в п. 9	
настоящего акта; при установлении факта грубой неосторожности пострадавшего указать	
степень его вины в процентах)	
Организация (работодатель), работниками которой являются данные лица	
(наименование, адрес)	
11. Мероприятия по устранению причин несчастного случая, сроки	
Подписи лиц, проводивших расследование несчастного случая _____ (фамилии, инициалы, дата)	

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ 12.0.002 - 80. Термины и определения.
2. Положение об особенностях расследования несчастных случаев на производстве в отдельных отраслях и организациях
3. И.М.Чижевский, Г.Б.Куликов, Ю.А.Сидорин. Охран труда в полиграфии. М., 1988.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №7. СРЕДСТВА ИНДИВИДУАЛЬНОЙ ЗАЩИТЫ ОРГАНОВ ДЫХАНИЯ

Цель работы – ознакомиться со средствами защиты органов дыхания и получить практические навыки их использования.

Теоретические положения

Средства индивидуальной защиты (СИЗ) предназначены для защиты человека от попадания внутрь организма, на кожные покровы и повседневную одежду радиоактивных веществ (РВ), отравляющих веществ (ОВ) и бактериальных средств (БС).

По принципу применения средства индивидуальной защиты делятся:

- на средства защиты повседневного применения (промышленные СИЗ);
- средства защиты эпизодического применения (СИЗ для аварийных работ и пострадавших в очагах ЧС).

По объектам защиты средства индивидуальной защиты делятся:

- на средства защиты органов дыхания;
- средства защиты кожи.

По принципу действия средства индивидуальной защиты делятся:

- на фильтрующие (принцип фильтрации состоит в том, что воздух, необходимый для поддержания жизнедеятельности организма человека, очищается от вредных примесей при прохождении через средство защиты);
- изолирующие (средства защиты изолирующего типа полностью изолируют организм человека от окружающей среды с помощью материалов, непроницаемых для воздуха и вредных примесей).

По способу подачи воздуха различают средства индивидуальной

защиты делятся:

- с принудительной подачей воздуха;
- самовсасывающие.

По кратности использования средства индивидуальной защиты

- на СИЗ многократного использования;
- СИЗ однократного использования.

По способу изготовления средства индивидуальной защиты делятся:

- на средства, изготовленные промышленностью;
- простейшие средства, изготовленные из подручных материалов.

Кроме средств индивидуальной защиты существуют медицинские средства защиты [1].

Средства защиты органов дыхания.

Фильтрующий противогаз.

Фильтрующий противогаз предназначен для защиты органов дыхания, глаз, кожи лица от воздействия ОВ, РВ, БС, (АХОВ), а также различных вредных примесей, присутствующих в воздухе.

В настоящее время имеются фильтрующие гражданские противогазы различной модификации и промышленные противогазы.

Для защиты населения наибольшее распространение получили фильтрующие противогазы: для взрослого населения – ГП-5 (ГП-5М), ГП-7 (ГП-7В); для детей – ПДФ-Ш, ПДФ-Д, ПДФ-2Ш, ПДФ-2Д, КЗД.

Гражданский противогаз (ГП-5). В состав комплекта входят два основных элемента: фильтрующе-поглощающая коробка ГП-5 и лицевая часть ШМ-62у. Шлем-маска имеет 5 ростов (0, 1, 2, 3, 4). Кроме того, противогаз комплектуется сумкой, наружными утеплительными манжетами (НМУ-1) и коробкой с незапотевающими пленками (рис. 9.1) [2]. У него нет соединительной трубки.

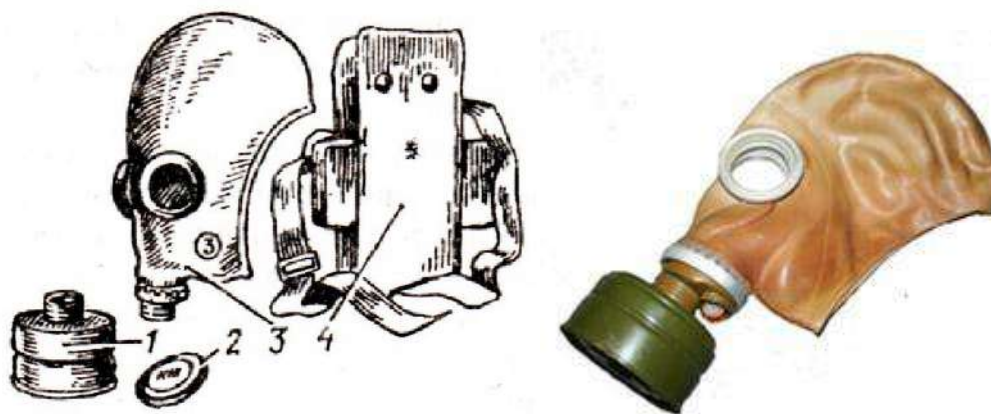


Рис. 7.1 Гражданский фильтрующий противогаз (ГП-5):

1 – фильтрующе-поглощающая коробка ГП-5; 2 - коробка с незапотевающими пленками; 3 – лицевая часть ШМ-62у; 4 – сумка

Внутри фильтрующе-поглощающей коробки ГП-5 расположены противоаэрозольный фильтр и шихта. Лицевая часть ШМ-62у представляет собой шлем-маску, изготовленную на основе резины из натурального или синтетического каучука. В шлем-маску вмонтированы очковый узел и клапанная коробка. Клапанная коробка имеет один вдыхательный и два выдыхательных клапана и служит для распределения потоков воздуха. Незапотевающие пленки изготавливаются из целлюлозы и бывают односторонние (НП) и двусторонние (НПН). Они устанавливаются с внутренней стороны стекол противогаза желатиновым покрытием к глазам и фиксируются прижимными кольцами. Желатин равномерно впитывает конденсированную влагу, тем самым сохраняя прозрачность пленки.

Комплект из 6 пленок упакован в металлическую коробку. Утеплительные манжеты используются только зимой при температуре ниже – 10 °С. Манжета надевается на обойму очков с внешней стороны. Пространство между стеклами манжет и очков предохраняет очки шлем- маски от замерзания.

Гражданский противогаз (ГП-5М). В комплект противогаза входит шлем-маска (ШМ-66Му) с мембранной коробкой для переговорного устройства. В лицевой части сделаны сквозные вырезы для ушных раковин, что обеспечивает нормальную слышимость.

Подгонка противогаза начинается с определения требуемого роста лицевой части. Рост лицевой части типа ШМ-62у, ШМ-66Му определяется по величине вертикального обхвата головы путем ее измерения по замкнутой линии, проходящей через макушку, щеки и подбородок. Измерения округляют до 0,5 см. До 63 см берут нулевой рост, от 63,5 до 65,5 см – первый, от 66 до 68 см – второй, от 68,5 до 70,5 см – третий, от 71 см и более – четвертый.

Перед применением противогаз следует проверить на исправность и герметичность. Осматривая лицевую часть, следует определить ее целостность, обратив внимание на стекла очкового узла. После этого нужно проверить клапанную коробку, состояние клапанов. Они не должны быть покороблены, засорены или порваны. На фильтрующе-поглощающей коробке не должно быть вмятин, проколов, в горловине – повреждений. Обращается внимание на то, чтобы в коробке не пересыпались зерна поглотителя.

Наиболее совершенными в настоящее время являются противогазы ГП-7 и ГП-7В. Их основными отличиями являются: более совершенная конструкция и форма шлем-маски, обеспечивающая возможность безопасного приема воды, жидких лекарств, других жидкостей в зараженной зоне без снятия маски. Наличие в комплекте фильтрующе-поглощающих коробок обеспечивает защиту от конкретных видов твердых химических веществ (ТХВ), а также увеличенные сроки работоспособности. Ростовка лицевой части предусматривает три размера. Как и другие типы противогазов, они состоят из фильтрующе-поглощающей коробки и лицевой части.

Гражданский противогаз (ГП-7). В комплект противогаза входят фильтрующе-поглощающая коробка ГП-7к, лицевая часть в виде маски МГП, сумка, защитный трикотажный чехол, коробка с незапотевающими пленками, утеплительные манжеты. Его масса в комплекте без сумки – около 900 г (фильтрующе-поглощающая коробка – 250 г, лицевая часть – 600 г).

Фильтрующе-поглощающая коробка ГП-7к по конструкции аналогична коробке ГП-5, но с улучшенными характеристиками, уменьшено ее сопротивление, что облегчает дыхание. Лицевая часть МГП представляет собой маску объемного типа с «независимым» обтюратором, с наголовником (предназначен для закрепления лицевой части) в виде резиновой пластины с пятью лямками (лобная, две височные, две щечные), с очковым узлом, переговорным устройством (мембраной), узлами клапана вдоха и выдоха, прижимными кольцами для закрепления незапотевающих пленок (рис. 9.2) [2]. «Независимый» обтюратор представляет собой полосу тонкой резины и служит для создания надежной герметизации лицевой части на голове. При этом механическое воздействие лицевой части на голову очень незначительно. На каждой лямке с интервалом в 1 см нанесены упоры ступенчатого типа, которые предназначены для надежного закрепления их в пряжках. У каждого упора имеется цифра, указывающая его порядковый номер. Это позволяет точно фиксировать нужное положение лямок при подгонке маски. Нумерация цифр идет от свободного конца лямки к затылочной пластине. Гидрофобный трикотажный чехол надевается на фильтрующе-поглощающую коробку и предохраняет ее от заражения, снега, пыли и влаги.

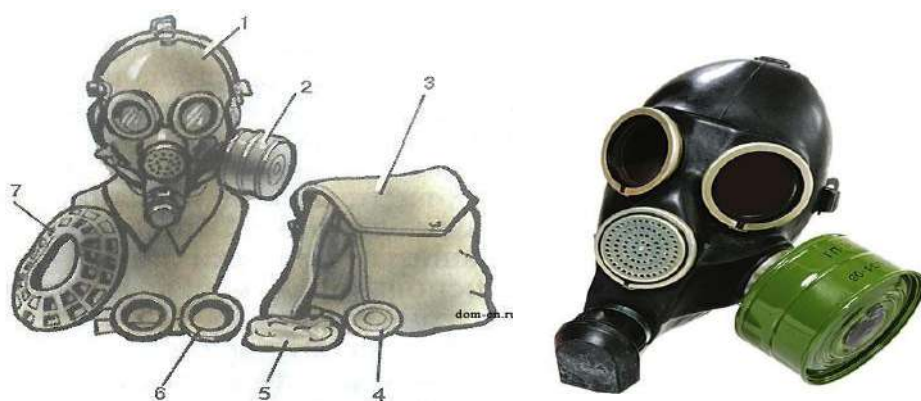


Рис. 7.2. Противогаз ГП-7:

1 – лицевая часть; 2 – фильтрующе-поглощающая коробка; 3 – сумка; 4 – коробка с незапотевающими пленками; 5 – трикотажный чехол; 6 – утеплительные манжеты

Гражданский фильтрующий противогаз (ГП-7, ГП-7В, ГП-7ВМ) – это одна из самых последних и совершенных моделей противогазов для населения. В реальных условиях они обеспечивают высокую защиту от паров отравляющих веществ нервнопаралитического действия (типа зарин, зоман и др.), общедовитого действия (хлорциан, синильная кислота и др.), радиоактивных веществ (радионуклидов йода и его органических соединений (типа йодистый метил и др.)); от капель отравляющих веществ кожно-нарывного действия (иприт и др.), бактериальных, аварийных химически опасных веществ (АХОВ). ГП-7 имеет малое сопротивление дыханию, обеспечивает надежную герметизацию и небольшое давление лицевой части на голову. Благодаря этому им могут пользоваться люди старше 60 лет и больные с легочными и сердечно-сосудистыми заболеваниями. Подбор лицевой части необходимого типоразмера ГП-7 осуществляется на основании результатов измерения мягкой сантиметровой лентой горизонтального и вертикального обхвата головы.

Правила определения размера противогаза.

Для определения размера противогаза нужно знать горизонтальный и вертикальный обхват головы. Горизонтальный обхват измеряется по замкнутой линии, которая проходит спереди по надбровным дугам, сбоку чуть выше (на 2–3 см) ушной раковины и сзади по наиболее выступающей части головы. А вертикальный обхват можно определить посредством измерения длины вертикальной линии, проходящей через подбородок, щеки и макушку. Полученные измерения следует округлить так, чтобы последняя цифра была 0 или 5. Затем нужно сложить оба результата и посмотреть, какой размер противогаза вам нужен [3]:

- менее 1190 мм – первый размер;
- от 1195 до 1210 мм – второй размер;
- от 1215 до 1235 мм – третий размер;
- от 1240 до 1260 мм – четвертый размер;
- от 1265 до 1285 мм – пятый размер;

- от 1290 до 1310 мм – шестой размер.

Надевается противогаз после сигнала «Химическая тревога» по команде «Газы», либо по своей инициативе. Вынув противогаз из специальной сумки, следует взять шлем-маску за его нижнюю часть так, чтобы большие пальцы рук находились снаружи, а остальные были внутри. Далее нужно приложить нижнюю часть шлема-маски под подбородок и натянуть его на голову резким движением рук вверх.

Учитывая то, что операции, которые описаны выше, придется проводить вслепую, нужно достаточно долго тренироваться. Хотя все зависит от человека и степени его обучаемости. Хорошо попрактиковавшись, можно приблизиться к армейским нормативам на надевание противогаза – около 7–10 с. Наличие у противогаза переговорного устройства (мембрана) обеспечивает четкое понимание передаваемой речи, значительно облегчает пользование средствами связи (телефон, радио).

Гражданские противогазы ГП-7В, ГП-7ВМ, УЗС-ВК, КЗД-6, фильтр ДОТ, фильтр ВК, ДПГ-3 (рис. 7.3). ГП-7В отличается от ГП-7 тем, что в нем лицевая часть МПП-В имеет устройство для приема воды, представляющее собой резиновую трубку с мундштуком и ниппелем.

ГП-7ВМ отличается от ГП-7В тем, что маска М-80 имеет очковый узел в виде трапециевидных изогнутых стекол, обеспечивающих возможность работы с оптическими приборами.

Гражданский фильтрующий противогаз ГП-7 обеспечивает защиту органов дыхания, глаз и кожи лица человека от вредных веществ и примесей, находящихся в воздухе. Это проверенная временем и надежная модель противогаза для гражданского населения.





Рис. 7.3. Гражданские противогазы:

a – ГП-7(В, ВМ); *б* – УЗС-ВК; *в* – ПДФ-2; *г* – КЗД-6; *д* – фильтр ДОТ; *е* – фильтр ВК; *ж* – ДПГ-3;

Подбор лицевой части необходимого типоразмера ГП-7 осуществляется на основании результатов измерения мягкой сантиметровой лентой горизонтального и вертикального обхвата головы. Горизонтальный обхват определяется измерением головы по замкнутой линии, проходящей спереди по надбровным дугам, сбоку на 2–3 см выше края ушной раковины и сзади через наиболее выступающую точку головы. Вертикальный обхват определяется измерением головы по замкнутой линии, проходящей через макушку, щеки и подбородок. Измерения округляются с точностью до 5 мм. По сумме двух измерений устанавливают нужный типоразмер (табл. 7.0). [4].

Правильно подобранная шлем-маска (маска) должна плотно прилегать к лицу и исключать возможность проникновения наружного воздуха в органы дыхания, минуя фильтрующе-поглощающую коробку.

Таблица 7.0

Типоразмеры противогазов

Рост лицевой части		1		2		3		
Положение упоров лямок	ГП-7, ГП-7В	4-8-8	3-7-8	3-7-8	3-6-7	3-6-7	3-5-6	3-4-5
	ГП-7ВМ	4-8-6	3-7-6	3-7-6	3-6-5	3-6-5	3-5-4	3-4-3
Сумма горизонтального и вертикального обхвата головы		До 1185	1190–1210	121–1235	1240–1260	1265–1285	1290–1310	1310 и более

Примечание. Положение лямок наголовника устанавливают при подгонке противогаза.

Противогаз УЗС-ВК – аварийно-спасательное средство многоразового действия, применяется для защиты органов дыхания человека от вредных веществ, может использоваться во всех климатических зонах.

Противогаз ПДФ-2 предназначен для защиты органов дыхания, зрения и лица детей (старше 1,5 года) от отравляющих веществ (ОВ), опасных биологических веществ (ОБВ), радиоактивной пыли (РП).

Камера защитная детская (КЗД-6) предназначена для защиты детей в возрасте до 1,5 года от отравляющих веществ, радиоактивной пыли и бактериальных средств. Детская защитная камера похожа на обычную сумку, поэтому переносить ребенка в ней очень удобно.

Дополнительный патрон (ДПГ-3) предназначен для использования в комплекте с ГП-7, ГП-7В и детскими противогазами, для защиты органов дыхания, кожи лица и глаз человека от сильнодействующих ядовитых веществ: аммиака, диметиламина, нитробензола.

Фильтр ДОТ соответствует новым ГОСТам, гармонизированным с европейскими стандартами EN141, EN143. Он значительно эффективнее по сравнению с противогазовыми коробками, выпускаемыми по старым ГОСТа, за счет уникальных поглотителей от отравляющих веществ, опасных биологических веществ, радиоактивной пыли, сильнодействующих ядовитых веществ.

Фильтр ВК предназначен для очистки вдыхаемого воздуха от органических газов и паров с температурой кипения выше 65 °С (циклогексан, бензол, ксилол, толуол, бензин, керосин, галоидоорганические соединения (хлорпикрин, хлорацетофенон и т. п.), нитросоединения бензола).

Промышленные противогазы. Существует несколько марок промышленных фильтрующих противогазов, которые являются индивидуальным средством защиты органов дыхания и зрения рабочих различных отраслей промышленности, сельского хозяйства от воздействия

вредных веществ (газы, пары, пыль, дым и туман), присутствующих в воздухе.

Запрещается применять промышленные противогазы при недостатке кислорода в воздухе (менее 18 %), например при работах в емкостях, цистернах, колодцах и других изолированных помещениях.

Не допускается применение промышленных противогазов для защиты от низкокипящих жидкостей, плохо сорбирующихся органических веществ, например метана, этилена, ацетилена. Не рекомендуется работать в таких противогазах, если состав газов и паров вредных веществ неизвестен (Рис. 7.4).



ППФМ-92

ПФМГ-96

ПФСГ-98

ППФ-95

Рис. 7.4. Промышленные противогазы

Противогазы ППФМ-92, ПФМГ-96, ПФСГ-98 предназначены для защиты органов дыхания, глаз и лица человека от вредных газо- и паров- разных веществ и аэрозолей, присутствующих в воздухе рабочей зоны. ППФ-95 предназначены для защиты органов дыхания, зрения и лица рабо- чих различных отраслей промышленности и сельского хозяйства от воз- действия вредных газов, паров, пыли, дыма и тумана, присутствующих в воздухе. Фильтрующие противогазы надежны в атмосфере, содержащей не менее 18 % кислорода.

Промышленный противогаз состоит из снаряженной коробки, лицевой части (шлем-маски) с соединительной трубкой и сумки. Фильтрующая коробка служит для очистки воздуха, вдыхаемого человеком, от ядовитых веществ и вредных примесей. В зависимости от состава этих примесей она может содержать один или несколько специальных поглотителей или сочетание поглотителя с аэрозольным фильтром. При этом коробки строго специализированы по составу поглотителей, а поэтому отличаются друг от

друга окраской и маркировкой. Шлем-маски промышленных противогазов изготавливаются пяти ростов – 0, 1, 2, 3, 4. Чтобы подобрать шлем-маску, надо мягкой сантиметровой линейкой произвести два измерения головы. Вначале определить длину круговой линии, проходящей по подбородку, щекам и через высшую точку головы (макушку). Затем измерить длину полуокружности, проходящей от отверстия одного уха к отверстию другого по лбу через надбровные дуги. Результаты двух обмеров суммируют и находят требуемый рост шлем-маски.

При сумме до 93 см размер нулевой, от 93 до 95 см – первый, от 95 до 99 см – второй, от 99 до 103 см – третий, от 103 и выше – четвертый [4].

Противогазы комплектуют коробками двух размеров (большая и малая) и трех типов: без аэрозольного фильтра, с аэрозольным фильтром (на коробке белая вертикальная полоса), без аэрозольного фильтра с уменьшенным сопротивлением дыханию (имеет индекс 8 в маркировке). В зависимости от вида вредного вещества выпускают коробки следующих марок: А, В, Г, Е, КД, СО, М (табл. 9.2) [5].

Коробки марок А, В, Г, Е, КД изготавливаются как с аэрозольными фильтрами, так и без них; коробка БКФ – только с аэрозольными фильтрами; коробки СО и М – без аэрозольных фильтров. Белая вертикальная полоса на коробке означает, что она оснащена аэрозольным фильтром.

Таблица 7.1

Характеристика промышленных противогазов

Марка противогаза	Маркировка и окраска	Соединения, от которых защищают ПП
А	Коричневая	Пары органических соединений (бензин, керосин, ацетон, бензол, толуол, ксилол, сероуглерод, спирты, эфиры, галоидоорганические соединения, нитросоединения бензола и его гомологи, тетроэтилсвинец, фосфор- и хлорорганические ядохимикаты)

Продолжение табл. 7.1

Марка противогаза	Маркировка и окраска	Соединения, от которых защищают ПП
В	Желтая	Кислые газы и пары (диоксида серы, гидрид серы, хлор, циан гидрида, окислы азота, хлориды водорода, фосген), фосфор- и хлорорганические ядохимикаты
Г	Черн о- желта я	Пары ртути и ртутьорганические ядохимикаты на основе этилмеркурхлорида
Е	Черная	Гидрид мышьяка и гидрид фосфора
К	Зеленая	Аммиак, а также пыль, дым, туман
КД	Серая, с бе- лой поло- сой	Аммиак и сероводород
БКФ	Защитная, с белой полосой	Кислые газы и пары, пары органических веществ, гидрид мышьяка, гидрид фосфора, пыль, дым, туман
СО	Белая	Оксид углерода
М	Красная	Оксид углерода в присутствии паров органических ве- ществ, кислые газы, аммиак, гидрид мышьяка, гидрид фосфора, пары органических соединений (бензин, киро- син, ацетон, бензол, ксилол, сероуглерод, толуол, спирты, эфиры, анилин, соединения бензола и его гомологи)
П-2У	Красная с белой поло- сой	Пары карбониллов никеля и железа, оксид углерода и со- путствующие аэрозоли
Б	Синяя	Бороводороды: диборан, пентаборан, этилентаборан, ди- этилдекаборан и их аэрозоли
УМ	Защитная	Пары и аэрозоли гептила, амил, самин, нитромеланж, амидол
ГФ	Голубая	Газообразный гексафторид урана, фтор, фтористый водо- род, радиоактивные аэрозоли

Пользование противогазом. Подобрать шлем-маску, ее обязательно примеряют. Новую лицевую часть предварительно необходимо протереть снаружи и внутри чистой тряпочкой или тампоном ваты, смоченным в воде, а клапаны выдоха продуть. Шлем-маску, бывшую в употреблении, следует отсоединить от коробки, протереть двухпроцентным раствором формалина или промыть водой с мылом и просушить.

При сборке противогаза шлем-маску берут в левую руку за клапанную коробку, а правой рукой ввинчивают до отказа фильтрующе-поглощающую коробку навинтованной горловиной в патрубок клапанной коробки шлем-маски.

При переводе противогаза в «боевое» положение необходимо:

- снять головной убор и зажать его между коленями или положить рядом;
- убрать волосы со лба и висков, женщинам следует гладко
- зачесать волосы назад, заколки и украшения снять (их попадание под обтюратор приведет к нарушению герметичности);
- вынуть шлем-маску из сумки, взять ее обеими руками за утолщенные края у нижней части так, чтобы большие пальцы рук были с наружной стороны, а остальные – внутри. Подвести шлем-маску к подбородку и резким движением рук вверх и назад натянуть ее на голову так, чтобы не было складок, а очки приšliсь против глаз (ГП-5, ГП-5М);
- для правильного надевания ГП-7 надо взять лицевую часть обеими руками за щечные лямки так, чтобы большие пальцы захватывали их изнутри. Задержать дыхание, закрыть глаза. Затем зафиксировать подбородок в нижнем углублении обтюратора и движением рук вверх и назад натянуть наголовник на голову и подтянуть до упора щечные лямки;
- сделать полный выдох (для удаления зараженного воздуха из-под шлем-маски, если он туда попал в момент надевания), открыть глаза и возобновить дыхание;
- надеть головной убор, застегнуть сумку и закрепить ее на туловище.

Дополнительные патроны

В результате развития химической и нефтехимической промышленности в производстве увеличено применение химических веществ. Многие из них по своим свойствам вредны для здоровья людей. Их называют сильнодействующими ядовитыми веществами (СДЯВ).

С целью расширения возможностей гражданских противогазов по защите от СДЯВ для них введены дополнительные патроны (ДПГ-1 и ДПГ-3).

ДПГ-1 в комплекте с противогазом защищает от двуокиси азота, метила хлористого, окиси углерода и окиси этилена. ДПГ-3 в комплекте с противогазом защищает от аммиака, хлора, диметиламина, нитробензола, сероводорода, сероуглерода, синильной кислоты, тетраэтилсвинца, фенола, фурфурола, хлористого водорода.

Внутри патрона ДПГ-1 два слоя шихты – специальный поглотитель и гопкалит. В ДПГ-3 только один слой поглотителя. Чтобы защитить шихту от увлажнения при хранении, горловины должны быть постоянно закрытыми: наружная – с навинченным колпачком с прокладкой, внутренняя – с ввернутой заглушкой [6].

Изолирующие противогазы. Изолирующие противогазы (ИП) являются специальными средствами защиты органов дыхания, глаз и кожи лица от любых вредных примесей, находящихся в воздухе независимо от их свойств и концентраций. Они используются также в тех случаях, когда невозможно применение фильтрующих противогазов, например при наличии в воздухе очень высоких концентраций отравляющих веществ или любой вредной примеси, кислорода менее 16 %, а также при работе под водой на небольшой глубине. Виды противогазов представлены на Рис. 7.5.



Рис. 9.5. Изолирующие противогазы

Изолирующие противогазы используют в случае, когда фильтрующие противогазы не обеспечивают должной степени защиты, или когда в воздухе недостаточно кислорода. Источником кислорода в таком противогазе служит патрон, снаряженный специальным веществом. Для нужд населения выпускают ИП-4М, ИП-4МК, ИП-5, ИП-6, ИП-7, ПДА- 3М.

Действие изолирующих противогазов основано на использовании химически связанного кислорода. Они имеют замкнутую маятниковую схему дыхания: выдыхаемый воздух попадает в регенеративный патрон, вещество которое содержится в нем поглощает углекислый газ и влагу, а взамен выделяет необходимый для дыхания кислород. Затем дыхательная смесь попадает в дыхательный мешок. При вдохе газовая смесь из дыхательного мешка снова проходит через регенеративный патрон, дополнительно очищается и поступает для дыхания. Материалы, из которых изготовлены противогазы, не оказывают отрицательного воздействия на организм. Применение незапотевающих пленок, а при отрицательных температурах и утеплительных манжет сохраняет прозрачность стекол в течение всего времени работы в противогазе при любой физической нагрузке. Гарантируется высокая эксплуатационная безопасность.

ИП-4М, ИП-4МК используют при авариях, стихийных бедствиях. ИП-5, ИП-6 предназначены для защиты органов дыхания, кожи лица и глаз человека в непригодной для дыхания атмосфере независимо от состава и концентрации вредных веществ в воздухе, а также при недостатке или отсутствии кислорода. Портативный дыхательный аппарат (ПДА-3М) предназначен для экстренной защиты органов дыхания, зрения и кожи лица человека в непригодной для дыхания атмосфере при эвакуации из опасной зоны, выполнении аварийных работ, а также в ожидании помощи [5].

По принципу действия изолирующие противогазы делятся на две группы: ИП-5); КИП-8).

- противогазы на основе химически связанного кислорода (ИП-4,

- противогазы на основе сжатого кислорода или воздуха (КИП-7, Исходя из принципа защитного действия, основанного на полной изоляции органов дыхания от окружающей среды, время пребывания в изолирующем противогазе зависит не от физико-химических свойств ОВ,РВ, БС и их концентраций, а от запаса кислорода и характера выполняемой работы.

Противогазы шланговые изолирующие предназначены для защиты органов дыхания, глаз и кожи человека от любых вредных примесей в воздухе независимо от их концентрации, а также для работы в условиях недостатка кислорода в воздухе рабочей зоны. Комплекуются возду-хоподводящим шлангом длиной 10 или 20 м на барабане или в сумке.

Респираторы.

Респираторы представляют собой облегченное средство защиты органов дыхания от вредных газов, паров, аэрозолей и пыли (рис. 7.6).

Респираторы делятся на два типа. Первый – это респираторы, у которых полумаска и фильтрующий элемент одновременно служат и лицевой частью. Второй – это респираторы, которые очищают вдыхаемый воздух в фильтрующих патронах, присоединяемых к полумаске.



Рис. 7.6. Респираторы:

а – «Кама»; б – «Снежок»; в – У-2к; г – РП-КМ; д – Ф-62Ш; е – «Ас-тра 2»; ж – РПГ-67; з – РУ-6 Ом

Респираторы по назначению делят на следующие виды [5]:

противоаэрозольные – для защиты органов дыхания от пыли, дыма, тумана, содержащих токсичные, бактериальные и другие опасные элементы, за счет пропускания вдыхаемого воздуха через фильтр из специального материала (респираторы «Лепесток», «Кама», «Снежок-П», У-2к, «Астра-2», Ф-62ш, РПА-1 и др.). Для фильтров в таких респираторах используют материалы типа ФП (фильтр Петрянова), обладающие высокой эластичностью, механической прочностью, большой пылеемкостью, стойкостью к химическим агрессивным веществам и прекрасными фильтрующими свойствами;

противогазовые – для защиты от паров и газов за счет фильтрования вдыхаемого воздуха через фильтрыпатроны различных марок, различающихся составом адсорбирующего материала. При этом фильтр-патрон каждой марки защищает от газов только определенного вида (РПГ-67);

универсальные – одновременно защищают от аэрозолей и отдельных видов газов и паров. Респираторы имеют противоаэрозольный фильтр и сменные противогазовые патроны разных марок (РУ-60м) или противогазовые фильтры из ионообменного волокнистого материала («Снежок-ГП», «Лепесток-Г»).

По конструктивному оформлению различают респираторы двух типов:

фильтрующие маски – их фильтрующий элемент одновременно служит лицевой частью;

патронные – самостоятельно выполненные лицевая часть и фильтрующий элемент.

По характеру вентилирования подмасочного пространства респираторы делят на бесклапанные (вдыхаемый и выдыхаемый воздух проходит через фильтрующий элемент) и клапанные (вдыхаемый и выдыхаемый воздух движется по различным каналам благодаря системе клапанов вдоха и выдоха).

В зависимости от срока службы различают респираторы одноразового (типа «Лепесток», «Кама», У-2к и т. п.) и многоразового пользования, в которых предусмотрена возможность замены фильтров или их многократная регенерация (Ф-62ш, «Астра-2», РУ-60м и др.).

Респираторы ШБ-1, «Лепесток-5», «Лепесток-40» и «Лепесток-200» одинаковы и представляют собой сплошную легкую полумаску-фильтр из материала ФПП (фильтрующее полотно Петрянова). В нерабочем состоянии респиратор имеет вид круга. Каркасность его в рабочем состоянии обеспечивают пластмассовая распорка и алюминиевая пластина. Плотное прилегание респиратора к лицу достигается при помощи резинового шнура, вшитого в периметр круга, а также благодаря электростатическому заряду материала ФПП, который образует полосу обтюрации. На голове респиратор крепят четырьмя шнурами.

Противоаэрозольные респираторы. В качестве фильтров в респираторах используют тонковолокнистые фильтровальные материалы. Наибольшее распространение получили полимерные фильтровальные материалы типа ФП (фильтр Петрянова) благодаря их хорошей эластичности, большой пылеемкости, а главное, высоким фильтрующим свойствам. Важной отличительной особенностью материалов ФП, изготовленных из перхлорвинила и других полимеров, обладающих изоляционными свойствами, является то, что они несут электростатические заряды, которые резко повышают эффективность улавливания аэрозолей и пыли.

Респиратор противопылевой У-2К (в гражданской обороне Р-2) обеспечивает защиту органов дыхания от силикатной, металлургической, горнорудной, угольной, радиоактивной и другой пыли, от некоторых бактериальных средств, дустов и порошкообразных удобрений, не выделяющих токсичные газы и пары. Использовать респиратор целесообразно при кратковременных работах небольшой интенсивности и запыленности воздуха. Не рекомендуется применять, когда в атмосфере сильная влага.

Респиратор представляет собой фильтрующую полумаску, наружный фильтр которой изготовлен из полиуретанового поропласта зеленого цвета, а внутренняя его часть – из тонкой воздухонепроницаемой полиэтиленовой пленки, в которую вмонтированы два клапана вдоха (рис. 9.7). Клапан выдоха размещен в передней части полумаски и защищен экраном. Между поропластом и полиэтиленовой пленкой расположен второй фильтрующий слой из материала ФП. Для плотного прилегания респиратора к лицу в области переносицы имеется носовой зажим – фигурная алюминиевая пластина. Респиратор крепится при помощи регулируемого оголовья.



Рис. 7.7. Респираторы У-2К (Р-2)

Респираторы У-2К изготавливаются трех ростов, которые обозначаются на внутренней подбородочной части полумаски. Определение роста производится путем измерения высоты лица человека, т. е. расстояния между точкой наибольшего углубления переносицы и самой нижней точкой подбородка. При величине измерения от 99 до 109 мм берут первый рост, от 109 до 119 мм – второй, от 119 и выше – третий.

Принцип действия респиратора основан на том, что при вдохе воздух последовательно проходит через фильтрующий полиуретановый слой маски, где очищается от грубодисперсной пыли, а затем через фильтрующий полимерный материал (ФП), в котором происходит очистка воздуха от тонкодисперсной пыли. После очистки вдыхаемый воздух через клапаны вдоха попадает в подмасочное пространство и в органы дыхания.

При выдохе воздух из подмасочного пространства выходит через клапан выдоха наружу.

Чтобы подогнать респиратор У-2К (Р-2), нужно:

- вынуть его из полиэтиленового мешочка и проверить его исправность, надеть полумаску на лицо так, чтобы подбородок и нос разместились внутри нее, одна нерастягивающаяся тесьма оголовья располагалась бы на теменной части головы, а другая – на затылочной;
- с помощью пряжек, имеющих на тесемках, отрегулировать их длину (для чего следует снять полумаску) таким образом, чтобы надетая полумаска плотно прилегала к лицу;
- на подогнанной надетой полумаске прижать концы носового зажима к носу.

Для проверки плотности прилегания респиратора к лицу необходимо плотно закрыть отверстия предохранительного экрана клапана выдоха ладонью и сделать легкий выдох. Если при этом по линии прилегания полумаски к лицу воздух не выходит, а лишь несколько раздувает респиратор, значит, он надет герметично. Если воздух проходит в области носа, то надо плотнее прижать концы носового зажима.

После снятия респиратора необходимо удалить пыль с наружной части полумаски с помощью щетки или вытряхиванием. Внутреннюю поверхность необходимо протереть и просушить, после чего респиратор необходимо вложить в полиэтиленовый пакет, который закрывается кольцом. Противоаэрозольный респиратор Ф-62Ш (однопатронный) – это средство индивидуальной защиты органов дыхания человека от различных видов промышленных пылей, он не защищает от газов, паров вредных веществ, аэрозолей органических соединений. Предназначен для защиты от силикатной, металлургической, горнорудной, угольной, табачной пыли, пыли порошкообразных удобрений и интоксикантов, а также других видов пыли, не выделяющих токсичных газов. Широко применяется шахтерами. Респиратор противоаэрозольный ФА-2002

предназначен для защиты лица, глаз, органов дыхания от аэрозолей различной природы (пыль, дым, туман) при их суммарной концентрации не более 15 ПДК и при концентрации кислорода не менее 17 % (Рис. 7.8).



Рис. 7.8. Респираторы противоаэрозольные Ф-62Ш и ФА-2002

Универсальные респираторы

Газопылезащитные респираторы занимают как бы промежуточное положение между респираторами противопылевыми и противогазами. Они легче, проще и удобнее в использовании, чем противогаз. Однако защищают только органы дыхания при концентрации вредных веществ не более 10–15 ПДК. Глаза, лицо остаются открытыми. Вместе с тем такие респираторы во многих случаях довольно надежно предохраняют человека в газовой и пылегазовой среде.

Респиратор газопылезащитный РУ-60М (рис. 7.9) защищает органы дыхания от воздействия вредных веществ, присутствующих в воздухе одновременно в виде паров, газов и аэрозолей (пыли, дыма, тумана).



Рис. 7.9. Респиратор газопылезащитный (РУ-60М)

Запрещается применять эти респираторы для защиты от высокотоксичных веществ типа синильной кислоты, мышьяковистого, фосфористого, цианистого

водорода, тетраэтилсвинца, низкомолекулярных углеводородов (метан, этан), а также от веществ, которые в парогазообразном состоянии могут проникнуть в организм через неповрежденную

кожу. Респиратор РУ-60М состоит из резиновой полумаски, обтюратора, поглощающих патронов (марки А, В, КД, Г), пластмассовых манжет с клапанами вдоха, клапана выдоха с предохранительным экраном и оголовья. С этими респираторами разрешается работать в средах, где концентрация пыли не более 100 мг/м³.

Противогазовые респираторы. Респиратор противогазовый (РПГ-67) – это средство индивидуальной защиты, применяется на предприятиях химической, металлургической и в других отраслях производства при концентрациях вредных веществ, не превышающих 10–15 ПДК.

Газодымозащитный комплект. Статистика показывает, что пожары с большим количеством человеческих жертв чаще всего встречаются в гостиницах, театрах, универсамах, ресторанах, вечерних клубах, учебных заведениях, на предприятиях, использующих легковоспламеняющиеся материалы.

Помещения быстро заполняются окисью углерода и другими токсическими газами. Люди гибнут от отравлений. Чтобы защитить органы дыхания и глаза от ядовитых газов, а голову человека от огня при выходе из горящего помещения, создан специальный газодымозащитный комплект (Рис. 9.10).



Рис. 9.10 Газодымозащитный комплект

Газодымозащитный комплект (ГДЗК) состоит из огнестойкого капюшона с прозрачной смотровой пленкой. В нижней части расположена эластичная манжета.

Внутри капюшона находится резиновая полумаска, в которой закреплен фильтрующе-сорбирующий патрон с клапаном вдоха. ГДЗК имеет регулируемое оголовье. При надевании следует широко растянуть эластичную манжету и накинуть капюшон на голову так, чтобы

манжета плотно облегла шею, при этом длинные волосы заправляются под капюшон. Очки можно не снимать. ГДЗК обеспечивает защиту от окиси углерода и цианистого водорода не менее 15 мин. Сопротивление при вдохе при 30 л/мин – не более 149 Па (15 мм вод. ст). Масса 800 г. Комплект хранится в картонной коробке в пакете из трехслойной полиэтиленовой пленки.

Капюшон «Феникс» предназначен для самостоятельной эвакуации из мест возможного отравления химически опасными и вредными веществами. Защищает от продуктов горения, аэрозолей, паров и газов, опасных химических веществ, образующихся при аварийных ситуациях (Рис. 9.11).

Самоспасатели СИП-1, СПИ-20, СПФ, «Экстремал ПРО» (Рис. 9.11) предназначены для индивидуальной защиты органов дыхания и зрения человека от вредного воздействия непригодной для дыхания, токсичной и задымленной газовой среды. Применяются при экстренной эвакуации людей в случае террористических актов, а также с мест пожара в общественных зданиях, на транспорте, из жилых домов и т. п.



а – СИП-1; б – СПИ-20; в – СПФ; г – капюшон «Феникс»; д – «Экстремал ПРО».

Самоспасатель противопожарный СИП-1 предназначен для защиты органов дыхания, зрения и головы при самостоятельной эвакуации из помещений (гостиниц, высотных зданий, вагонов) во время пожара или при других аварийных ситуациях, от любых вредных веществ независимо от их концентрации и при недостатке кислорода в воздухе.

Порядок выполнения работы

1. Записать название и цель работы.
2. Законспектировать виды и назначение противогазов в виде табл. 7.3.

Таблица 7.3

Виды и назначение противогазов

Наименование и марка	Назначение, вид веществ, от которых защищает	Комплектация	Примечание*
Фильтрующие противогазы			
Гражданские			
ГП-5			
...			
... Т. Д.			

*В примечании указать, для каких возрастных групп предназначен, особенности марки и т. п.

3. Указать правила пользования противогазами.
4. Измерить при помощи гибкого сантиметра лицевую часть головы и подобрать для себя размер противогаза ГП-5 (ГП-7) по росту.

5. Измерить при помощи гибкого сантиметра высоту своего лица и подобрать размер респиратора У-2К.
6. Показать отчет преподавателю.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Безопасность жизнедеятельности : учеб. для вузов / С. В. Белов [и др.] ; под общ. ред. С. В. Белова. – М.: Высш. шк., 2009. – 616 с.
2. Безопасность жизнедеятельности. Безопасность в чрезвычайных ситуациях природного и техногенного характера : учеб. пособие для вузов / В. А. Акимов [и др.]. – М. : Высш. шк., 2008. – 592 с.
3. Безопасность жизнедеятельности. Защита населения и территорий в чрезвычайных ситуациях : учеб. пособие для вузов / Я. Д. Вишняков [и др.]. – М. : Академия, 2008. – 304 с.
4. Емельянов В. М., Коханов В. Н., Некрасов П. А. Защита населения и территорий в чрезвычайных ситуациях : учеб. пособие для вузов. – М. : Академический проект : Трикста, 2005. – 480 с.
5. Вознесенский В. В. Средства защиты органов дыхания и кожи. Противогазы, респираторы и защитная одежда, основы их эксплуатации : учеб. пособие. – М. : Воен. знания, 2010. – 80 с.
6. Семенов С. Н., Лысенко В. П. Проведение занятий по гражданской обороне : метод. пособие. – М. : Высш. шк., 1990. – 96 с.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 8. ИНЖЕНЕРНАЯ И ИНДИВИДУАЛЬНАЯ ЗАЩИТА. ВИДЫ ЗАЩИТНЫХ СООРУЖЕНИЙ И ПРАВИЛА ПОВЕДЕНИЯ В НИХ

Наименование работы: Действия населения при ЧС военного характера.

Цель: изучить действия населения при ЧС военного характера при угрозе применения радиационного, химического или биологического оружия, определить применяемые средства индивидуальной защиты, обосновать выбор защитных сооружений.

Время: 4 часа

Материально-техническое обеспечение: инструкционная карта, ручка, противогаз, респиратор, ватно-марлевая повязка

Методика выполнения

Задание:

1. Изучить индивидуальные средства защиты населения.
2. Изучить виды укрытий и правила поведения в убежищах и укрытиях.
3. Изучить применение СИЗ при угрозе применения химического и биологического оружия.
4. Отчет о работе оформить в виде плана-конспекта.
5. Заполнить таблицу.

№	ЧС	Опасность	Поражающие факторы	Основные средства защиты

Ядерное оружие – самое страшное оружие современности. Поражение людей при его применении зависит от того, где они находились в момент ядерного взрыва. Наиболее эффективным средством защиты от всех поражающих факторов ядерного оружия являются убежища (укрытия). Находясь в убежищах (укрытиях), необходимо постоянно держать в готовности к немедленному использованию средства индивидуальной защиты. Средства индивидуальной защиты подразделяют на средства индивидуальной защиты

органов дыхания (СИЗОД), средства индивидуальной защиты глаз (СИЗГ), средства индивидуальной защиты кожи (СИЗК). К средствам защиты органов дыхания человека относятся противогазы (фильтрующие (рис.8.1.) и изолирующие (рис.2.)) и респираторы (рис.3.), а также простейшие средства защиты – противопыльные тканевые маски (ПТМ-1) (рис.4.) и ватно-марлевые повязки (рис.5.), изготавливаемые обычно силами самого населения.

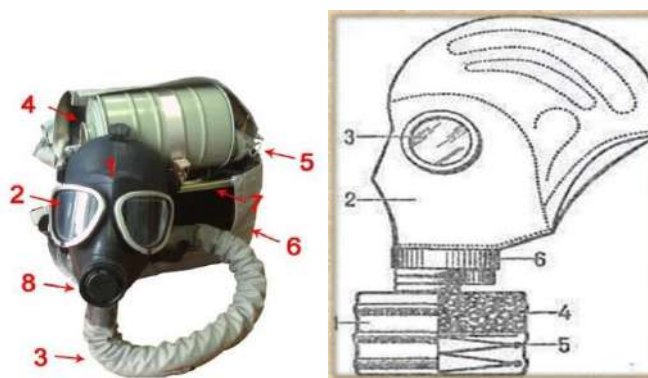


Рис. 8.1 Фильтрующий противогаз

1-фильтрующе-поглощающая коробка; 2-лицевая часть противогаза; 3-очковой узел; 4-шихга (обеспечивает поглощение паров и газов, и токсичных в-в); 5-ПАФ (противоаэрозольный фильтр); 6-клапанная коробка.



Рис.8.2. Изолирующий противогаз

1-лицевая часть, 2-очковый узел, 3-соединительная трубка, 4-регенераторный патрон, 5-пусковое устройство патрона, 6-дыхательный мешок, 7-каркас, 8-устройство для переговоров.

Порядок надевания противогаза:

1. По команде «Газы!» задержите дыхание, не вдыхая воздух.
2. Закрыть глаза.
3. Достать противогаз из противогазной сумки, левой рукой доставая противогаз, а правой держа сумку снизу.
4. Вынуть пробку-заглушку из противогазной коробки.

5. Перед надеванием противогаза расположить большие пальцы рук снаружи, а остальные внутри.

6. Приложить нижнюю часть шлем-маски на подбородок.

7. Резко натянуть противогаз на голову снизу-вверх.

8. Выдохнуть.

9. Необходимо, чтобы после не образовалось складок, очковый узел должен быть расположен на уровне глаз.

10. Перевести сумку на бок.

Снятие:

1. По команде «Отбой!» брать за фильтровальную коробку и, потянув сверху-вниз, снять его.

2. Убрать противогаз в противогазную сумку.

3. Застегнуть пуговицы.

Таблица 8.0

Подбор размера противогаза

Обхват головы	Размер противогаза
До 63	0
63,5-65,5	1
66-68	2
68,5-70,5	3
71 и более	4

В качестве защиты органов дыхания от радиоактивной пыли и различных вредных аэрозолей могут быть использованы респираторы. Они просты в применении, малогабаритны и рассчитаны на массовое применение. Широко используются при выполнении работ, связанных с пылеобразованием.

Респиратор представляет собой фильтрующую полумаску, снабженную двумя клапанами вдоха, клапаном выхода (с предохранительным экраном), оголовьем, состоящим из эластичных растягивающихся (и не растягивающихся) тесемок, и носовым зажимом. Работать в нем можно до 12 ч

Респираторы Р-2 изготавливаются трех ростов -1,2 и 3-го, которые обозначаются внутренней подбородочной части полумаски.

Простейшими средствами защиты органов дыхания человека от радиоактивной пыли и биологических средств (при действиях во вторичном облаке) являются противопыльная тканевая маска ПТМ-1 (рис.8.3).

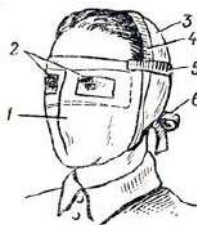


Рис.8.3. Противопыльная тканевая маска

1-корпус маски, 2-смотровые отверстия, 3-крепления, 4-резиновая тесьма, 5-поперечная резинка, 6-завязки.

И ватно-марлевая повязка (рис.8.4.) От ОВ (отравляющих веществ) они не защищают. Их изготавливает преимущественно само население. Маска состоит из корпуса и крепления. Корпус шьется из двух одинаковых по форме тканевых фильтрующих половинок, собранных на 4-5 слоев. На нем имеются смотровые отверстия со вставленными стеклами. Крепится маска на голове при помощи вставленной резинки и двух завязок.

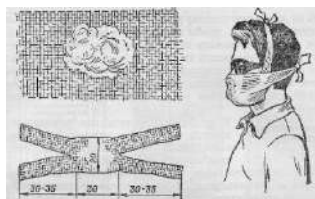


Рис.8.4. Ватно-марлевая повязка

Ватно-марлевая повязка изготавливается из куска марли размером 100 x50 см и ваты. На марлю накладывают слой ваты толщиной 2-3 см, длиной 30 см, шириной 20 см. Марлю с обеих сторон загибают и накладывают на вату. Концы марли разрезают на 30-35 см с каждой стороны, чтобы образовались две пары завязок. Марлевые повязки делают из 10-12 слоев марли. Они шьются также в виде маски, закрывающей лицо или только подбородок, нос и рот. Для защиты глаз используются противопыльные очки.



Рис.8.5.Защитные очки

К средствам индивидуальной защиты глаз (СИЗГ), в первую очередь, относятся защитные очки, предохраняющие от пыли, твердых частиц, химически неагрессивных жидкостей и газов, от слепящего яркого света, ультрафиолетового, инфракрасного излучения и от сочетания излучений указанных видов с воздействия летящих твердых частиц, а так же очки защищающие от лазерного излучения и других опасных факторов.

К средствам индивидуальной защиты кожи (СИЗК) относят защитную одежду фильтрующего и изолирующего типа. К изолирующим средствам защиты кожи относятся общевойсковой комплексный защитный костюм (ОКЗК), общевойсковой защитный комплекс (ОЗК) (рис.8.6.), легкий защитный костюм (Л-1) , защитный комбинезон или костюм.



Рис. 8.6 Защитный костюм

Общевойсковой комплексный защитный костюм (ОЗК) предназначен для комплексной защиты от светового излучения и радиоактивной пыли, паров и аэрозолей ОВ и биологических аэрозолей. Он состоит из пропитанных специальным составом куртки, брюк, защитного белья, головного убора, подшлемника.

Простейшие средства защиты кожи применяются при отсутствии табельных средств. Может быть использована прежде всего производственная одежда (спецовка) – куртка и брюки, комбинезоны, халаты с капюшоном, сшитые из брезента, огнезащитной или прорезиненной ткани, грубого сукна. Они способны не только защищать от попадания на кожу людей радиоактивных веществ и биологических средств, но и не пропускать в течение некоторого времени капельножидких отравляющих веществ.

Обычная одежда, обработанная специальной пропиткой, может защищать и от паров отравляющих веществ. В качестве пропитки используют моющие средства или мыльно-масляную эмульсию. Основные представители неионогенных моющих средств – ОП-7 и ОП-10 (ОП-7иОП-10 - вспомогательные вещества, представляющие собой продукты обработки смеси моно- и диалкилфенолов окисью этилена. Вспомогательные вещества ОП-7 и ОП-10 относятся к неионогенным поверхностно-активным веществам. Применяются в качестве смачивающих, эмульгирующих, стабилизирующих поверхностно-активных веществ. Хорошо растворимы в воде). Синтетические моющие средства в чистом виде используются редко и служат исходным материалом для приготовления моющих средств, которые состоят из моющего вещества, активных добавок (соли фосфорной кислоты, сульфат натрия, метасиликат натрия и др.) и веществ, предохраняющих кожу (карбоксиметилцеллюлоза, дермоланы – высокомолекулярные циклические соединения, содержащие группы SO_2, NH_4 , далгоны – конденсированные фосфаты).

Придать повседневной одежде защитные от отравляющих веществ свойства можно, пропитав ее раствором, который может быть приготовлен в домашних условиях. 2,5-3 л раствора, необходимого для пропитки одного комплекта одежды, можно получить если растворить 250-300 г измельченного хозяйственного мыла в 2-3 л горячей воды (60-70 ° C), добавить в раствор 0,5 л минерального (машинного) и другого масла и, подогревая, перемешивать раствор до получения однородной мыльно-масляной эмульсии. Одежду помещают в большую емкость (бак, ведро) и заливают раствором. Пропитанная одежда отжимается и просушивается (утюжке не подлежит).

В летнюю жаркую погоду необходимо соблюдать установленные сроки работы в защитной одежде. Зимой для предупреждения обмороживания следует надевать ее на ватник, использовать подшлемник, теплые портянки, в резиновые сапоги подкладывать теплые стельки, защитные перчатки одевать поверх обычных шерстяных или фланелевых. Обычно длительность пребывания людей в убежищах зависит от степени радиоактивного заражения местности. Если убежище находится в зоне заражения с уровнями радиации от 8 до 80 Р/ч через один час после ядерного взрыва, то время пребывания в нем укрываемых людей составит от нескольких часов до одних суток (рис.8.7) .



Рис.8. 7. Ватно-марлевая повязка

В зоне заражения с уровнями радиации от 80 до 240 Р/ч нахождение людей в защитном сооружении увеличивается до 3 сут. В зоне заражения с уровнем радиации 240 Р/ч и выше это время составит 3 сут. и более. По истечении указанных сроков из убежищ (укрытий) можно перейти в жилые помещения. В течение последующих 1-4 сут. (в зависимости от уровней радиации в зонах

заражения) из таких помещений можно периодически выходить наружу, но не более чем на 3-4 ч в сутки.

В условиях сухой и ветреной погоды, когда возможно пылеобразование, при выходе из помещений следует использовать СИЗОД. Чтобы благополучно пережить указанные сроки пребывания в убежищах, необходимо иметь запасы продуктов питания (не менее чем на 4 сут. (крупы, сахар и соль, галеты, сухари, консервы, макаронные изделия, мука, сухофрукты, шоколад, подсолнечное масло, мед, варенье, уксус, вода)), питьевой воды (из расчета 3 л на человека в сутки), а также предметы первой необходимости и медикаменты.

Если в результате ядерного взрыва убежище (укрытие) окажется поврежденным, принимают меры к быстрому выходу из него, надев СИЗОД. Если основным и ли запасным выходом воспользоваться невозможно, приступают к расчистке одного из заваленных выходов или к проделыванию выхода. После выхода из очага ядерного поражения (зоны радиоактивного заражения) необходимо провести частичную дезактивацию и санитарную обработку, т.е. удалить радиоактивную пыль. При частичной дезактивации следует осторожно снять одежду, ни в коем случае не снимая СИЗОД. Встав спиной к ветру, вытряхнуть ее, развесить одежду на перекладине или веревке и обмести с нее пыль сверху вниз с помощью щетки или веника. Одежду можно выколачивать и палкой.

После этого следует продезактивировать обувь: протереть тряпками и ветошью, смоченными водой, очистить веником или щеткой. Резиновую обувь можно мыть. Противогаз дезактивируют в особой последовательности. Фильтрующе-поглощающую коробку вынимают из сумки, сумку тщательно вытряхивают. Затем тампоном, смоченным мыльной воде, моющим раствором или жидкостью из противохимического пакета обрабатывают фильтрующе-поглощающую коробку, соединительную трубку и наружную поверхность шлема-маски (маски). Лишь после этого противогаз снимают.

Противопыльные тканевые маски при дезактивации тщательно вытряхивают, чистят щетками, при возможности полощут или стирают в воде. Зараженные ватно-марлевые повязки сжигают. При частичной санитарной обработке открытые участки тела: руки, лицо, шею, глаза обмывают незараженной водой. Нос, рот и горло полощут. Важно, чтобы при обмывке лица зараженная вода не попала в глаза, рот и нос. При недостатке воды обработку проводят путем многократного протирания участков тела тампонами из марли (ваты, пакли, ветоши), смоченными незараженной водой. Протирание следует проводить сверху вниз. каждый раз переворачивая тампон чистой стороной. Зимой может использоваться незараженный снег.

Летом санитарную обработку можно организовать в реке или другом проточном водоеме. Частичная дезактивация и санитарная обработка, проводимые в одноразовом порядке, не всегда гарантируют полное удаление радиоактивной пыли. Потому после их проведения обязательно проводится дозиметрический контроль. Если заражение одежды и тела окажется выше допустимой нормы, частичные дезактивацию и санитарную обработку повторяют. В необходимых случаях проводится полная санитарная обработка. Своевременно проведенные частичные дезактивация и санитарная обработка могут полностью предотвратить или сильно снизить степень поражения людей радиоактивными веществами.

Если люди во время ядерного взрыва находятся вне убежища укрытия, следует использовать естественные ближайшие укрытия (рис.10). Если таких укрытий нет, надо повернуться к взрыву спиной, лечь на землю лицом вниз, руки спрятать под себя. Через 15-20 с. после взрыва, когда пройдет ударная волна, следует встать и немедленно надеть противогаз, респиратор или какое-либо другое СИЗОД. В случае отсутствия специальных средств следует закрыть рот и нос платком, шарфом или плотным материалом.

Задача состоит в том, чтобы исключить попадание внутрь организма радиоактивных веществ. Их поражающее действие бывает значительным в

течение длительного времени, поскольку выведение их из организма происходит медленно. Далее необходимо стряхнуть осевшую на одежду и обувь пыль, надеть имеющиеся средства защиты кожи.

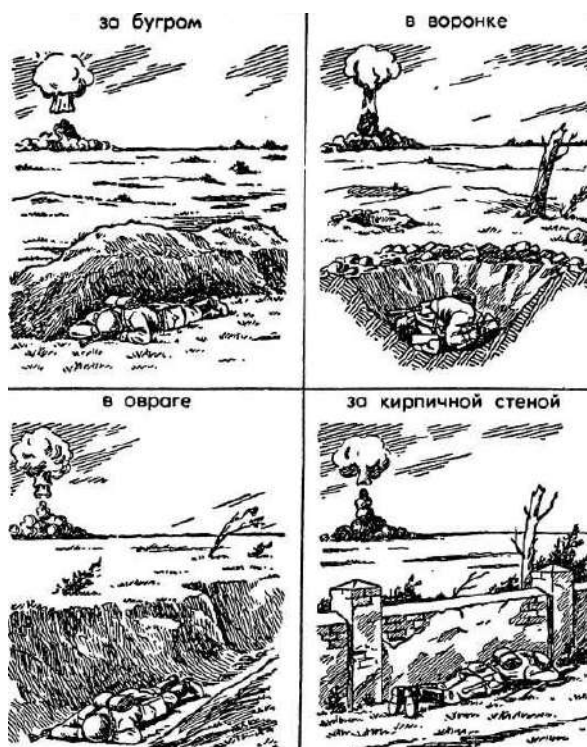


Рис 8.8 Естественные укрытия при внезапном ядерном взрыве

Для этого можно использовать имеющиеся одежду и обувь. Затем следует побыстрее покинуть очаг поражения или укрыться в ближайшем защитном сооружении.

Оставаться на зараженной радиоактивными веществами местности вне убежищ (укрытий), несмотря на использование средств индивидуальной защиты, опасно. Это сопряжено с возможностью облучения и, как следствие, развития лучевой болезни. В целях уменьшения возможности поражения радиоактивными веществами в зонах заражения запрещается принимать пищу, пить и курить. Приготовление пищи должно вестись на незараженной местности или, в крайнем случае, на местности, где уровень радиации не превышает 1 Р/ч. При выходе из очага поражения необходимо учитывать, что в результате ядерных взрывов разрушаются здания, сети коммунального хозяйства. При этом отдельные элементы зданий могут обрушиться через

некоторое время после взрыва. Продвигаться надо посередине улицы, стараясь возможно быстрее попасть в безопасное место. Нельзя трогать электропровода. Направление движения из очага поражения следует выбирать, ориентируясь на знаки ограждения, расставленные разведкой гражданской обороны. Они ведут в сторону снижения уровней радиации. Двигаясь по зараженной территории, надо стараться не поднимать пыли, обходить лужи, не создавать брызг.

В результате применения химического оружия возникают очаги химического поражения-территории, в пределах которой в результате воздействия химического оружия произошли массовые поражения людей и сельскохозяйственных животных. Размеры очага зависят от масштаба и способа применения БТХВ (боевые токсичные химические вещества - это химические соединения, которые способны поражать людей и животных на больших площадях, проникать в различные сооружения, заражать местность и водоемы), его типа метеорологических условий, рельефа местности. Особенно опасны стойкие БТХВ нервнопаралитического действия. Их пары распространяются по ветру на довольно большое расстояние (15-25 км и более). Поэтому люди и животные могут быть поражены ими не только в районе применения химических боеприпасов, но и далеко за его пределами. Длительность поражающего действия БТХВ тем меньше, чем сильнее ветер и восходящие потоки воздуха. В лесах, парках, оврагах, на узких улицах они сохраняются дольше, чем на открытой местности. Современные отравляющие вещества обладают чрезвычайно высокой токсичностью.

При обнаружении признаков применения противником отравляющих веществ, далее ОВ (по сигналу «Химическая тревога») надо срочно надеть противогаз, а в случае необходимости - средства защиты кожи. Если поблизости имеется убежище, нужно укрыться в нем. Перед тем как войти в убежище, следует снять использованные средства защиты кожи и верхнюю одежду и оставить их в тамбуре убежища. Эта мера предосторожности исключает занос ОВ в убежище. Противогаз снимают после входа в убежище.

При пользовании укрытием, например, подвалом, не следует забывать, что оно может служить защитой лишь от попадания на кожные покровы и одежду капельножидких ОВ. Однако оно не защищает от паров или аэрозолей отравляющих веществ, находящихся в воздухе. Находясь в таких укрытиях, при наружном заражении обязательно надо воспользоваться противогазом. Находиться в убежище (укрытии) следует до получения распоряжения на выход из него. Когда такое распоряжение поступит, необходимо надеть требуемые средства индивидуальной защиты - противогазы и средства защиты кожи и выйти за пределы очага поражения по направлениям, обозначенным специальными указателями. Если нет ни указателей, ни постов, то двигаться следует перпендикулярно направлению ветра.

На зараженной ОВ территории надо двигаться быстро, но не пыль (брызги). Нельзя прислоняться к зданиям и прикасаться к окружающим предметам. Не следует наступать на видимые капли и мазки ОВ. На зараженной территории запрещается снимать противогазы и другие средства защиты. Особо осторожно нужно двигаться через парки, сады, огороды и поля. На листьях и ветках растений могут находиться осевшие капли ОВ, при прикосновении к ним можно заразить одежду и обувь, что может привести к поражению.

По возможности следует избегать движения оврагами и лощинами, через луга и болота, в этих местах возможен длительный застой паров ОВ. В городах пары ОВ могут застаиваться в замкнутых кварталах, парках, а также в подъездах и на чердаках домов. Зараженное облако в городе распространяется на наибольшие расстояния по улицам, тоннелям, трубопроводам.

ОВ на кожных покровах, одежде, обуви или средствах индивидуальной защиты необходимо немедленно снять их тампонами из марли или ваты; если таких тампонов нет, капли ОВ можно снять тампонами из бумаги или ветоши. Пораженные места следует обработать раствором из противохимического пакета или тщательно промыть теплой водой с мылом. После выхода из очага

химического поражения немедленно проводится полная санитарная обработка. Если это невозможно, проводятся частичные дегазация и санитарная обработка.

Очагом биологического поражения считаются территории, подвергшиеся непосредственному воздействию бактериальных (биологических) средств, создающих источник распространения инфекционных заболеваний. Заражение людей и животных происходит в результате вдыхания зараженного воздуха, попадания микробов или токсинов на слизистую оболочку и поврежденную кожу, употребления в пищу зараженных продуктов питания и воды.

Причиной заражения могут быть укусы зараженных насекомых и клещей, соприкосновения с зараженными предметами, ранения осколками боеприпасов, снаряженных БС (биологические средства поражения - общее название болезнетворных микроорганизмов и продуктов их жизнедеятельности, предназначенных для использования в системах биологического оружия с целью поражения людей, животных и растений). Заражение возможно также в результате непосредственного общения с больными людьми (животными). Ряд заболеваний быстро передается от больных людей к здоровым и вызывает эпидемии (чума, холера, тиф, грипп и др.). К основным средствам защиты населения от биологического оружия относятся вакциносыывороточные препараты, антибиотики, сульфамидные и другие лекарственные вещества, используемые для специальной и экстренной профилактики инфекционных болезней.

Употребимы такие средства индивидуальной и коллективной защиты. Своевременное и правильное применение средств индивидуальной защиты и защитных сооружений предохранит от попадания БС в органы дыхания, на кожные покровы и одежду. Необходимо строгое соблюдение правил личной гигиены и санитарно-гигиенических требований к питанию и водоснабжению населения. Приготовление и прием пищи должны исключать возможность ее заражения бактериальными средствами. Посуду необходимо мыть дезинфицирующими растворами или обрабатывать кипячением. В случае

применения противником биологического оружия возможно возникновение значительного количества инфекционных заболеваний.

Основными формами борьбы с эпидемиями являются обсервация и карантин. Делается это в тех случаях, когда примененные возбудители болезней относятся к особо опасным (чума, холера и др.). Карантинный режим предусматривает полную изоляцию очага поражения от окружающего населения. Это наиболее эффективный способ противодействия распространению инфекционных заболеваний. На внешних границах зоны карантина устанавливается вооруженная охрана, выход людей, вывод животных и вывоз имущества запрещаются. Транзитный проезд транспорта через очаги поражения запрещается. Объекты экономики переходят на особый режим работы со строгим выполнением противоэпидемических требований. Рабочие смены разбиваются на отдельные группы как можно более малочисленные по составу. Контакт между ними сокращается до минимума. Питание и отдых рабочих и служащих организуются по группам в специально отведенных для этого помещениях. Работа учебных заведений, зрелищных учреждений, рынков и т.д. прекращается. Людям не разрешается без крайней необходимости выходить из своих квартир. Продукты питания, вода и предметы первой необходимости доставляются им специальными командами.

При выполнении срочных работ вне зданий люди должны быть обязательно в средствах индивидуальной защиты. Если установленный вид возбудителя не относится к группе особо опасных, вместо карантина применяется обсервация. Она предусматривает медицинское наблюдение за очагом поражения и проведение необходимых лечебно-профилактических мероприятий. Изоляционно-ограничительные меры при обсервации менее строгие: организуются дезинфекция, дезинсекция и дератизация.

Дезинфекция имеет целью обеззараживание объектов внешней среды, которые необходимы для нормальной деятельности и безопасного нахождения людей. Для дезинфекции применяются растворы хлорной извести и хлорамина,

лизол, формалин, могут использоваться горячая вода (с мылом или содой) и пар.

Дезинсекция и дератизация-это мероприятия, связанные соответственно с уничтожением насекомых и истреблением грызунов, которые являются переносчиками инфекционных заболеваний. Для уничтожения насекомых применяют физические (кипячение, проглаживание накаливаем утюгом и др.), химические (применение дезинсектирующих средств) и комбинированные способы.

Истребление грызунов в большинстве случаев проводят с помощью механических приспособлений (ловушек различных типов) и химических препаратов. После проведения дезинфекции, дезинсекции и дератизации проводится полная санитарная обработка лиц, принимавших участие в осуществлении названных мероприятий. При необходимости организуется санитарная обработка и остального населения.

Контрольные вопросы

1. Перечислите СИЗОД.
2. Перечислите СИЗ кожи.
3. Назовите порядок изготовления ВМП.
4. При каких опасностях используются индивидуальные средства защиты?
5. Что является основным средством защиты при угрозе применения ядерного оружия?
6. Что относится к основным средствам защиты населения от биологического оружия?
7. Какие индивидуальные средства защиты применяются при химической угрозе?
8. Какие действия предполагает санитарная обработка?
9. В чем отличие дезинфекции от дезинсекции?

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Косолапова Н.В. Основы безопасности жизнедеятельности: учебник / Н.В. Косолапова, Н.А. Прокопенко. – 3-е изд., стереот., - М.: Академия, 2013. – 320 с.: ил.
2. Безопасности жизнедеятельности: учебник / Е.А. Арустамов. – 9-е изд., стереот., - М.: Академия, 2013 с.: ис.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ
КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ**

по дисциплине
ФИЗИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА И СПОРТ

Автор: Шулиманов Д.Ф.

Екатеринбург
2020

Содержание

Цели и задачи дисциплины	3
Место дисциплины в структуре основной образовательной программы	3
Требования к оформлению контрольной работы	3
Содержание контрольной работы.....	3
Выполнение работы над ошибками.....	9
Критерии оценивания контрольной работы	9
Образец титульного листа	10

1. Цели и задачи дисциплины

Цель: формирование физической культуры личности и способности направленного использования разнообразных средств физической культуры, спорта и туризма для сохранения и укрепления здоровья, психофизической подготовки и самоподготовки к будущей жизни и профессиональной деятельности.

Задачи:

- формирование осознания социальной значимости физической культуры и её роли в развитии личности и подготовке к профессиональной деятельности;
- изучение научно-биологических, педагогических и практических основ физической культуры и здорового образа жизни;
- формирование мотивационно-ценностного отношения к физической культуре, установки на здоровый стиль жизни, физическое совершенствование и самовоспитание привычки к регулярным занятиям физическими упражнениями и спортом;

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы

Дисциплина «Физическая культура и спорт» относится к разделу «Блок 1. Базовая часть».

3. Требования к оформлению контрольной работы

Контрольные задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, номер контрольной работы и фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Контрольные задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в контрольной работе.

Выполненную контрольную работу необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если контрольная работа выполнена без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «физическая культура и спорт» представлен 1 вариант контрольной работы.

Содержание контрольной работы

№ п/п	Вопросы	Варианты ответов
1	Физическая культура представляет собой:	А) учебный предмет в школе Б) выполнение физических упражнений В) процесс совершенствования возможностей человека Г) часть общей культуры общества
2	Физическая подготовленность, приобретаемая в процессе физической подготовки к трудовой или иной деятельности, характеризуется:	А) высокой устойчивостью к стрессовым ситуациям, воздействию неблагоприятных условий внешней среды и различным заболеваниям Б) уровнем работоспособности и запасом двигательных умений и навыков В) хорошим развитием систем дыхания, кровообращения, достаточным запасом надежности, эффективности и экономичности Г) высокими результатами в учебной, трудовой и спортивной деятельности
3	Под физическим развитием понимается:	А) процесс изменения морфофункциональных свойств организма на протяжении жизни Б) размеры мускулатуры, формы тела, функциональные возможности дыхания и кровообращения, физическая работоспособность

		В) процесс совершенствования физических качеств при выполнении физических упражнений Г) уровень, обусловленный наследственностью и регулярностью занятий физической культурой и спортом
4	Физическая культура ориентирована на совершенствование	А) физических и психических качеств людей Б) техники двигательных действий В) работоспособности человека Г) природных физических свойств человека
5	Отличительным признаком физической культуры является:	А) развитие физических качеств и обучение двигательным действиям Б) физическое совершенство В) выполнение физических упражнений Г) занятия в форме уроков
6	В иерархии принципов в системе физического воспитания принцип всестороннего развития личности следует отнести к:	А) общим социальным принципам воспитательной стратегии общества Б) общим принципам образования и воспитания В) принципам, регламентирующим процесс физического воспитания Г) принципам обучения
7	Физическими упражнениями называются:	А) двигательные действия, с помощью которых развивают физические качества и укрепляют здоровье Б) двигательные действия, дозируемые по величине нагрузки и продолжительности выполнения В) движения, выполняемые на уроках физической культуры и во время утренней гимнастики Г) формы двигательных действий, способствующие решению задач физического воспитания
8	Нагрузка физических упражнений характеризуется:	А) подготовленностью занимающихся в соответствии с их возрастом, состоянием здоровья, самочувствием во время занятия Б) величиной их воздействия на организм В) временем и количеством повторений двигательных действий Г) напряжением отдельных мышечных групп
9	Величина нагрузки физических упражнений обусловлена:	А) сочетанием объема и интенсивности двигательных действий Б) степенью преодолеваемых при их выполнении трудностей В) утомлением, возникающим при их выполнении Г) частотой сердечных сокращений
10	Если ЧСС после выполнения упражнения восстанавливается за 60 сек до уровня, который был в начале урока, то это свидетельствует о том, что нагрузка	А) мала и ее следует увеличить Б) переносится организмом относительно легко В) достаточно большая и ее можно повторить Г) чрезмерная и ее нужно уменьшить
11	Интенсивность выполнения упражнений можно определить по ЧСС. Укажите, какую частоту пульса вызывает большая интенсивность упражнений	А) 120-130 уд/мин Б) 130-140 уд/мин В) 140-150 уд/мин Г) свыше 150 уд/мин
12	Регулярные занятия физическими упражнениями способствуют повышению работоспособности, потому что:	А) во время занятий выполняются двигательные действия, содействующие развитию силы и выносливости Б) достигаемое при этом утомление активизирует процессы восстановления и адаптации В) в результате повышается эффективность и экономичность дыхания и кровообращения.

		Г) человек, занимающийся физическими упражнениями, способен выполнить большой объем физической работы за отведенный отрезок времени.
13	Что понимают под закаливанием:	А) купание в холодной воде и хождение босиком Б) приспособление организма к воздействию внешней среды В) сочетание воздушных и солнечных ванн с гимнастикой и подвижными играми Г) укрепление здоровья
14	Во время индивидуальных занятий закаливающими процедурами следует соблюдать ряд правил. Укажите, какой из перечисленных ниже рекомендаций придерживаться не стоит:	А) чем ниже температура воздуха, тем интенсивней надо выполнять упражнение, т.к. нельзя допускать переохлаждения Б) чем выше температура воздуха, тем короче должны быть занятия, т.к. нельзя допускать перегревания организма В) не рекомендуется тренироваться при активном солнечном излучении Г) после занятия надо принять холодный душ
15	Правильное дыхание характеризуется:	А) более продолжительным выдохом Б) более продолжительным вдохом В) вдохом через нос и выдохом через рот Г) равной продолжительностью вдоха и выдоха
16	При выполнении упражнений вдох не следует делать во время:	А) вращений и поворотов тела Б) наклонах туловища назад В) возвращение в исходное положение после наклона Г) дыхание во время упражнений должно быть свободным, рекомендации относительно времени вдоха и выдоха не нужны
17	Что называется осанкой?	А) качество позвоночника, обеспечивающее хорошее самочувствие и настроение Б) пружинные характеристики позвоночника и стоп В) привычная поза человека в вертикальном положении Г) силуэт человека
18	Правильной осанкой можно считать, если вы, стоя у стены, касаетесь ее:	А) затылком, ягодицами, пятками Б) лопатками, ягодицами, пятками В) затылком, спиной, пятками Г) затылком, лопатками, ягодицами, пятками
19	Соблюдение режима дня способствует укреплению здоровья, потому, что:	А) он обеспечивает ритмичность работы организма Б) он позволяет правильно планировать дела в течение дня В) распределение основных дел осуществляется более или менее стандартно в течение каждого дня Г) он позволяет избегать неоправданных физических напряжений
20	Замена одних видов деятельности другими, регулируема режимом дня, позволяет поддерживать работоспособность в течение дня, потому что:	А) это положительно сказывается на физическом и психическом состоянии человека Б) снимает утомление нервных клеток организма В) ритмическое чередование работы с отдыхом предупреждает возникновение перенапряжения Г) притупляется чувство общей усталости и повышает тонус организма
21	Систематические и грамотно	А) хорошая циркуляция крови во время упражнений

	организованные занятия физическими упражнениями укрепляют здоровье, так как	обеспечивает поступление питательных веществ к органам и системам организма Б) повышается возможность дыхательной системы, благодаря чему в организм поступает большее количество кислорода, необходимого для образования энергии В) занятия способствуют повышению резервных возможностей организма Г) при достаточном энергообеспечении организм легче противостоит простудным и инфекционным заболеваниям
22	Почему на уроках физической культуры выделяют подготовительную, основную и заключительную части?	А) так учителю удобнее распределять различные по характеру упражнения Б) это обусловлено необходимостью управлять динамикой работоспособности занимающихся. В) выделение частей в уроке требует Министерство образования России Г) потому, что перед уроком, как правило, ставятся задачи, и каждая часть урока предназначена для решения одной из них
23	Укажите, в какой последовательности должны выполняться в комплексе утренней гимнастикой перечисленные упражнения: 1. Дыхательные. 2. На укрепление мышц и повышение гибкости. 3. Потягивания. 4 бег с переходом на ходьбу. 5. Ходьба с постепенным повышением частоты шагов. 6. Прыжки. 7. Поочередное напряжение и расслабление мышц. 8. Бег в спокойном темпе.	А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 Б) 7, 5, 8, 6, 2, 3, 2, 1, 4 В) 3, 7, 5, 8, 1, 2, 6, 4 Г) 3, 1, 2, 4, 7, 6, 8, 4
24	Под силой как физическим качеством понимается:	А) способность поднимать тяжелые предметы Б) свойство человека противодействовать внешним силам за счет мышечных напряжений В) свойство человека воздействовать на внешние силы за счет внешних сопротивлений Г) комплекс свойств организма, позволяющих преодолевать внешнее сопротивление либо противодействовать ему.
25	Выберите правильное распределение перечисленных ниже упражнений в занятии по общей физической подготовке. 1. Ходьба или спокойный бег в чередовании с дыхательными упражнениями. 2. Упражнения, постепенно включающие в работу все большее количество мышечных групп. 3. Упражнения на развитие выносливости. 4. Упражнения на развитие быстроты и гибкости. 5. упражнения на развитие силы. 6. Дыхательные упражнения.	А) 1, 2, 5, 4, 3, 6 Б) 6, 2, 3, 1, 4, 5 В) 2, 6, 4, 5, 3, 1 Г) 2, 1, 3, 4, 5, 6
26	Основная часть урока по общей физической подготовке отводится развитию физических качеств. Укажите, какая последовательность воздействий на физические качества наиболее эффективна. 1. Выносливость. 2. Гибкость. 3. быстрота. 4. Сила.	А) 1, 2, 3, 4 Б) 2, 3, 1, 4 В) 3, 2, 4, 1 Г) 4, 2, 3, 1

27	Какие упражнения неэффективны при формировании телосложения	А) упражнения, способствующие увеличению мышечной массы Б) упражнения, способствующие снижению массы тела В) упражнения, объединенные в форме круговой тренировки Г) упражнения, способствующие повышению быстроты движений
28	И для увеличения мышечной массы, и для снижения веса тела можно применять упражнения с отягощением. Но при составлении комплексов упражнений для увеличения мышечной массы рекомендуется:	А) полностью проработать одну группу мышц и только затем переходить к упражнениям, нагружающим другую группу мышц Б) чередовать серии упражнений, включающие в работу разные мышечные группы В) использовать упражнения с относительно небольшим отягощением и большим количеством повторений Г) планировать большое количество подходов и ограничивать количество повторений в одном подходе
29	Под быстротой как физическим качеством понимается:	А) комплекс свойств, позволяющих передвигаться с большой скоростью Б) комплекс свойств, позволяющий выполнять работу в минимальный отрезок времени В) способность быстро набирать скорость Г) комплекс свойств, позволяющий быстро реагировать на сигналы и выполнять движения с большой частотой
30	Для развития быстроты используют:	А) подвижные и спортивные игры Б) упражнения в беге с максимальной скоростью на короткие дистанции В) упражнения на быстроту реакции и частоту движений Г) двигательные действия, выполняемые с максимальной скоростью
31	Лучшие условия для развития быстроты реакции создаются во время:	А) подвижных и спортивных игр Б) челночного бега В) прыжков в высоту Г) метаний
32	Под гибкостью как физическим качеством понимается:	А) комплекс морфофункциональных свойств опорно-двигательного аппарата, определяющий глубину наклона Б) способность выполнять упражнения с большой амплитудой за счет мышечных сокращений. В) комплекс свойств двигательного аппарата, определяющих подвижность его звеньев Г) эластичность мышц и связок
33	Как дозируются упражнения на развитие гибкости, т.е. сколько движений следует делать в одной серии:	А) Упражнение выполняется до тех пор, пока не начнет уменьшаться амплитуда движений Б) выполняются 12-16 циклов движения В) упражнения выполняются до появления пота Г) упражнения выполняются до появления болевых ощущений
34	Для повышения скорости бега в самостоятельном занятии после разминки рекомендуется выполнять перечисленные ниже упражнения. Укажите их целесообразную	А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 Б) 7, 5, 4, 3, 2, 6, 1 В) 2, 1, 3, 7, 4, 5, 6 Г) 3, 6, 2, 7, 5, 4, 1

	последовательность: 1. Дыхательные упражнения. 2. Легкий продолжительный бег. 3. Прыжковые упражнения с отягощением и без них. 4. дыхательные упражнения в интервалах отдыха. 5. Повторный бег на короткие дистанции. 6. Ходьба. 7. Упражнения на частоту движений.	
35	При развитии гибкости следует стремиться	А) гармоничному увеличению подвижности в основных суставах Б) достижению максимальной амплитуды движений в основных суставах В) оптимальной амплитуде движений в плечевом, тазобедренном, коленном суставах Г) восстановлению нормальной амплитуды движений суставов
36	Под выносливостью как физическим качеством понимается:	А) комплекс свойств, обуславливающий возможность выполнять разнообразные физические нагрузки Б) комплекс свойств, определяющих способность противостоять утомлению В) способность длительно совершать физическую работу, практически не утомляясь Г) способность сохранять заданные параметры работы
37	Выносливость человека не зависит от:	А) функциональных возможностей систем энергообеспечения Б) быстроты двигательной реакции В) настойчивости, выдержки, мужественности, умения терпеть Г) силы мышц
38	При развитии выносливости не применяются упражнения, характерными признаками которых являются:	А) максимальная активность систем энергообеспечения Б) умеренная интенсивность В) максимальная интенсивность Г) активная работа большинства звеньев опорно-двигательного аппарата
39	Техникой физических упражнений принято называть	А) способ целесообразного решения двигательной задачи Б) способ организации движений при выполнении упражнений В) состав и последовательность движений при выполнении упражнений Г) рациональную организацию двигательных действий
40	При анализе техники принято выделять основу, ведущее звено и детали техники. Что понимают под основой (ведущим звеном и деталями техники).	А) набор элементов, характеризующий индивидуальные особенности выполнения целостного двигательного действия Б) состав и последовательность элементов, входящих в двигательное действие В) совокупность элементов, необходимых для решения двигательной задачи Г) наиболее важная часть определенного способа решения двигательной задачи
41	В процессе обучения двигательным действиям используют методы целостного или расчлененного упражнения. Выбор метода зависит от	А) возможности расчленения двигательного действия на относительно самостоятельные элементы Б) сложности основы техники В) количества элементов, составляющих двигательное

		действие Г) предпочтения учителя
42	Процесс обучения двигательному действию рекомендуется начинать с освоения	А) основы техники Б) ведущего звена техники В) подводящих упражнений Г) исходного положения
43	Физкультминутку, как одну из форм занятий физическими упражнениями следует отнести к:	А) урочным формам занятий физическими упражнениями Б) «малым» неурочным формам В) «крупным» неурочным формам Г) соревновательным формам
44	Какой раздел комплексной программы по физическому воспитанию для общеобразовательных школ не является типовым?	А) уроки физической культуры Б) внеклассная работа В) физкультурно-массовые и спортивные мероприятия Г) содержание и организация педагогической практики
45	Измерение ЧСС сразу после пробегания отрезка дистанции следует отнести к одному из видов контроля:	А) оперативному Б) текущему В) предварительному Г) итоговому

Проблемные и сложные вопросы, возникающие в процессе изучения курса и выполнения контрольной работы, необходимо решать с преподавателем на консультациях.

Выполнению контрольной работы должно предшествовать самостоятельное изучение студентом рекомендованной литературы.

Студент получает проверенную контрольную работу с исправлениями в тексте и замечаниями. В конце работы выставляется оценка «зачтено», «не зачтено». Работа с оценкой «не зачтено» должна быть доработана и представлена на повторную проверку.

Выполнение работы над ошибками

При получении проверенной контрольной работы необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данной контрольной работы. Контрольные работы являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

Критерии оценивания контрольной работы

Оценка за контрольную работу определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 2 балл. Максимум 90 баллов.

Результат контрольной работы

Контрольная работа оценивается на «зачтено», «не зачтено»:

46-90 балла (50-100%) - оценка «зачтено»;

0-44 балла (0-49%) - оценка «не зачтено»;

Образец оформления титульного листа



**Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»**

Кафедра физической культуры

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

**по дисциплине
ФИЗИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА И СПОРТ**

Выполнил: Иванов Иван Иванович
Группа _____

Преподаватель: Петров Петр Петрович

**Екатеринбург
2018**

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

ФИЗИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА И СПОРТ

Автор: Шулиманов Д.Ф.

Екатеринбург
2020

Содержание

Цели и задачи дисциплины	3
Место дисциплины в структуре основной образовательной программы	3
Требования к оформлению теста	3
Содержание теста.....	3
Содержание опроса.....	9
Выполнение работы над ошибками.....	11

Цели и задачи дисциплины

Цель: формирование физической культуры личности и способности направленного использования разнообразных средств физической культуры, спорта и туризма для сохранения и укрепления здоровья, психофизической подготовки и самоподготовки к будущей жизни и профессиональной деятельности.

Задачи:

- формирование осознания социальной значимости физической культуры и её роли в развитии личности и подготовке к профессиональной деятельности;
- изучение научно-биологических, педагогических и практических основ физической культуры и здорового образа жизни;
- формирование мотивационно-ценностного отношения к физической культуре, установки на здоровый стиль жизни, физическое совершенствование и самовоспитание привычки к регулярным занятиям физическими упражнениями и спортом;

Место дисциплины в структуре основной образовательной программы

Дисциплина «Физическая культура и спорт» относится к разделу «Блок 1. Базовая часть».

Требования к оформлению теста

Задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в тесте.

Выполненный тест необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если тест выполнен без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «физическая культура и спорт» представлен, тест, вопросы для проведения опроса.

Содержание теста

№ п/п	Вопросы	Варианты ответов
1	Физическая культура представляет собой:	А) учебный предмет в школе Б) выполнение физических упражнений В) процесс совершенствования возможностей человека Г) часть общей культуры общества
2	Физическая подготовленность, приобретаемая в процессе физической подготовки к трудовой или иной деятельности, характеризуется:	А) высокой устойчивостью к стрессовым ситуациям, воздействию неблагоприятных условий внешней среды и различным заболеваниям Б) уровнем работоспособности и запасом двигательных умений и навыков В) хорошим развитием систем дыхания, кровообращения, достаточным запасом надежности, эффективности и экономичности Г) высокими результатами в учебной, трудовой и спортивной деятельности
3	Под физическим развитием понимается:	А) процесс изменения морфофункциональных свойств организма на протяжении жизни Б) размеры мускулатуры, формы тела, функциональные возможности дыхания и кровообращения, физическая работоспособность В) процесс совершенствования физических качеств при выполнении физических упражнений

		Г) уровень, обусловленный наследственностью и регулярностью занятий физической культурой и спортом
4	Физическая культура ориентирована на совершенствование	А) физических и психических качеств людей Б) техники двигательных действий В) работоспособности человека Г) природных физических свойств человека
5	Отличительным признаком физической культуры является:	А) развитие физических качеств и обучение двигательным действиям Б) физическое совершенство В) выполнение физических упражнений Г) занятия в форме уроков
6	В иерархии принципов в системе физического воспитания принцип всестороннего развития личности следует отнести к:	А) общим социальным принципам воспитательной стратегии общества Б) общим принципам образования и воспитания В) принципам, регламентирующим процесс физического воспитания Г) принципам обучения
7	Физическими упражнениями называются:	А) двигательные действия, с помощью которых развивают физические качества и укрепляют здоровье Б) двигательные действия, дозируемые по величине нагрузки и продолжительности выполнения В) движения, выполняемые на уроках физической культуры и во время утренней гимнастики Г) формы двигательных действий, способствующие решению задач физического воспитания
8	Нагрузка физических упражнений характеризуется:	А) подготовленностью занимающихся в соответствии с их возрастом, состоянием здоровья, самочувствием во время занятия Б) величиной их воздействия на организм В) временем и количеством повторений двигательных действий Г) напряжением отдельных мышечных групп
9	Величина нагрузки физических упражнений обусловлена:	А) сочетанием объема и интенсивности двигательных действий Б) степенью преодолеваемых при их выполнении трудностей В) утомлением, возникающим при их выполнении Г) частотой сердечных сокращений
10	Если ЧСС после выполнения упражнения восстанавливается за 60 сек до уровня, который был в начале урока, то это свидетельствует о том, что нагрузка	А) мала и ее следует увеличить Б) переносится организмом относительно легко В) достаточно большая и ее можно повторить Г) чрезмерная и ее нужно уменьшить
11	Интенсивность выполнения упражнений можно определить по ЧСС. Укажите, какую частоту пульса вызывает большая интенсивность упражнений	А) 120-130 уд/мин Б) 130-140 уд/мин В) 140-150 уд/мин Г) свыше 150 уд/мин
12	Регулярные занятия физическими упражнениями способствуют повышению работоспособности, потому что:	А) во время занятий выполняются двигательные действия, содействующие развитию силы и выносливости Б) достигаемое при этом утомление активизирует процессы восстановления и адаптации В) в результате повышается эффективность и экономичность дыхания и кровообращения. Г) человек, занимающийся физическими упражнениями, способен выполнить большой объем

		физической работы за отведенный отрезок времени.
13	Что понимают под закаливанием:	А) купание в холодной воде и хождение босиком Б) приспособление организма к воздействию внешней среды В) сочетание воздушных и солнечных ванн с гимнастикой и подвижными играми Г) укрепление здоровья
14	Во время индивидуальных занятий закаливающими процедурами следует соблюдать ряд правил. Укажите, какой из перечисленных ниже рекомендаций придерживаться не стоит:	А) чем ниже температура воздуха, тем интенсивней надо выполнять упражнение, т.к. нельзя допускать переохлаждения Б) чем выше температура воздуха, тем короче должны быть занятия, т.к. нельзя допускать перегревания организма В) не рекомендуется тренироваться при активном солнечном излучении Г) после занятия надо принять холодный душ
15	Правильное дыхание характеризуется:	А) более продолжительным выдохом Б) более продолжительным вдохом В) вдохом через нос и выдохом через рот Г) равной продолжительностью вдоха и выдоха
16	При выполнении упражнений вдох не следует делать во время:	А) вращений и поворотов тела Б) наклонах туловища назад В) возвращение в исходное положение после наклона Г) дыхание во время упражнений должно быть свободным, рекомендации относительно времени вдоха и выдоха не нужны
17	Что называется осанкой?	А) качество позвоночника, обеспечивающее хорошее самочувствие и настроение Б) пружинные характеристики позвоночника и стоп В) привычная поза человека в вертикальном положении Г) силуэт человека
18	Правильной осанкой можно считать, если вы, стоя у стены, касаетесь ее:	А) затылком, ягодицами, пятками Б) лопатками, ягодицами, пятками В) затылком, спиной, пятками Г) затылком, лопатками, ягодицами, пятками
19	Соблюдение режима дня способствует укреплению здоровья, потому, что:	А) он обеспечивает ритмичность работы организма Б) он позволяет правильно планировать дела в течение дня В) распределение основных дел осуществляется более или менее стандартно в течение каждого дня Г) он позволяет избегать неоправданных физических напряжений
20	Замена одних видов деятельности другими, регулируема режимом дня, позволяет поддерживать работоспособность в течение дня, потому что:	А) это положительно сказывается на физическом и психическом состоянии человека Б) снимает утомление нервных клеток организма В) ритмическое чередование работы с отдыхом предупреждает возникновение перенапряжения Г) притупляется чувство общей усталости и повышает тонус организма
21	Систематические и грамотно организованные занятия физическими упражнениями укрепляют здоровье, так	А) хорошая циркуляция крови во время упражнений обеспечивает поступление питательных веществ к органам и системам организма

	как	Б) повышается возможность дыхательной системы, благодаря чему в организм поступает большее количество кислорода, необходимого для образования энергии В) занятия способствуют повышению резервных возможностей организма Г) при достаточном энергообеспечении организм легче противостоит простудным и инфекционным заболеваниям
22	Почему на уроках физической культуры выделяют подготовительную, основную и заключительную части?	А) так учителю удобнее распределять различные по характеру упражнения Б) это обусловлено необходимостью управлять динамикой работоспособности занимающихся. В) выделение частей в уроке требует Министерство образования России Г) потому, что перед уроком, как правило, ставятся задачи, и каждая часть урока предназначена для решения одной из них
23	Укажите, в какой последовательности должны выполняться в комплексе утренней гимнастикой перечисленные упражнения: 1. Дыхательные. 2. На укрепление мышц и повышение гибкости. 3. Потягивания. 4 бег с переходом на ходьбу. 5. Ходьба с постепенным повышением частоты шагов. 6. Прыжки. 7. Поочередное напряжение и расслабление мышц. 8. Бег в спокойном темпе.	А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 Б) 7, 5, 8, 6, 2, 3, 2, 1, 4 В) 3, 7, 5, 8, 1, 2, 6, 4 Г) 3, 1, 2, 4, 7, 6, 8, 4
24	Под силой как физическим качеством понимается:	А) способность поднимать тяжелые предметы Б) свойство человека противодействовать внешним силам за счет мышечных напряжений В) свойство человека воздействовать на внешние силы за счет внешних сопротивлений Г) комплекс свойств организма, позволяющих преодолевать внешнее сопротивление либо противодействовать ему.
25	Выберите правильное распределение перечисленных ниже упражнений в занятии по общей физической подготовке. 1. Ходьба или спокойный бег в чередовании с дыхательными упражнениями. 2. Упражнения, постепенно включающие в работу все большее количество мышечных групп. 3. Упражнения на развитие выносливости. 4. Упражнения на развитие быстроты и гибкости. 5. упражнения на развитие силы. 6. Дыхательные упражнения.	А) 1, 2, 5, 4, 3, 6 Б) 6, 2, 3, 1, 4, 5 В) 2, 6, 4, 5, 3, 1 Г) 2, 1, 3, 4, 5, 6
26	Основная часть урока по общей физической подготовке отводится развитию физических качеств. Укажите, какая последовательность воздействий на физические качества наиболее эффективна. 1. Выносливость. 2. Гибкость. 3. быстрота. 4. Сила.	А) 1, 2, 3, 4 Б) 2, 3, 1, 4 В) 3, 2, 4, 1 Г) 4, 2, 3, 1
27	Какие упражнения неэффективны при формировании телосложения	А) упражнения, способствующие увеличению мышечной массы

		Б) упражнения, способствующие снижению массы тела В) упражнения, объединенные в форме круговой тренировки Г) упражнения, способствующие повышению быстроты движений
28	И для увеличения мышечной массы, и для снижения веса тела можно применять упражнения с отягощением. Но при составлении комплексов упражнений для увеличения мышечной массы рекомендуется:	А) полностью проработать одну группу мышц и только затем переходит к упражнениям, нагружающим другую группу мышц Б) чередовать серии упражнений, включающие в работу разные мышечные группы В) использовать упражнения с относительно небольшим отягощением и большим количеством повторений Г) планировать большое количество подходов и ограничивать количество повторений в одном подходе
29	Под быстротой как физическим качеством понимается:	А) комплекс свойств, позволяющих передвигаться с большой скоростью Б) комплекс свойств, позволяющий выполнять работу в минимальный отрезок времени В) способность быстро набирать скорость Г) комплекс свойств, позволяющий быстро реагировать на сигналы и выполнять движения с большой частотой
30	Для развития быстроты используют:	А) подвижные и спортивные игры Б) упражнения в беге с максимальной скоростью на короткие дистанции В) упражнения на быстроту реакции и частоту движений Г) двигательные действия, выполняемые с максимальной скоростью
31	Лучшие условия для развития быстроты реакции создаются во время:	А) подвижных и спортивных игр Б) челночного бега В) прыжков в высоту Г) метаний
32	Под гибкостью как физическим качеством понимается:	А) комплекс морфофункциональных свойств опорно-двигательного аппарата, определяющий глубину наклона Б) способность выполнять упражнения с большой амплитудой за счет мышечных сокращений. В) комплекс свойств двигательного аппарата, определяющих подвижность его звеньев Г) эластичность мышц и связок
33	Как дозируются упражнения на развитие гибкости, т.е. сколько движений следует делать в одной серии:	А) Упражнение выполняется до тех пор, пока не начнет уменьшаться амплитуда движений Б) выполняются 12-16 циклов движения В) упражнения выполняются до появления пота Г) упражнения выполняются до появления болевых ощущений
34	Для повышения скорости бега в самостоятельном занятии после разминки рекомендуется выполнять перечисленные ниже упражнения. Укажите их целесообразную последовательность: 1. Дыхательные упражнения. 2. Легкий	А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 Б) 7, 5, 4, 3, 2, 6, 1 В) 2, 1, 3, 7, 4, 5, 6 Г) 3, 6, 2, 7, 5, 4, 1

	продолжительный бег. 3. Прыжковые упражнения с отягощением и без них. 4. дыхательные упражнения в интервалах отдыха. 5. Повторный бег на короткие дистанции. 6. Ходьба. 7. Упражнения на частоту движений.	
35	При развитии гибкости следует стремиться	А) гармоничному увеличению подвижности в основных суставах Б) достижению максимальной амплитуды движений в основных суставах В) оптимальной амплитуде движений в плечевом, тазобедренном, коленном суставах Г) восстановлению нормальной амплитуды движений суставов
36	Под выносливостью как физическим качеством понимается:	А) комплекс свойств, обуславливающий возможность выполнять разнообразные физические нагрузки Б) комплекс свойств, определяющих способность противостоять утомлению В) способность длительно совершать физическую работу, практически не утомляясь Г) способность сохранять заданные параметры работы
37	Выносливость человека не зависит от:	А) функциональных возможностей систем энергообеспечения Б) быстроты двигательной реакции В) настойчивости, выдержки, мужественности, умения терпеть Г) силы мышц
38	При развитии выносливости не применяются упражнения, характерными признаками которых являются:	А) максимальная активность систем энергообеспечения Б) умеренная интенсивность В) максимальная интенсивность Г) активная работа большинства звеньев опорно-двигательного аппарата
39	Техникой физических упражнений принято называть	А) способ целесообразного решения двигательной задачи Б) способ организации движений при выполнении упражнений В) состав и последовательность движений при выполнении упражнений Г) рациональную организацию двигательных действий
40	При анализе техники принято выделять основу, ведущее звено и детали техники. Что понимают под основой (ведущим звеном и деталями техники).	А) набор элементов, характеризующий индивидуальные особенности выполнения целостного двигательного действия Б) состав и последовательность элементов, входящих в двигательное действие В) совокупность элементов, необходимых для решения двигательной задачи Г) наиболее важная часть определенного способа решения двигательной задачи
41	В процессе обучения двигательным действиям используют методы целостного или расчлененного упражнения. Выбор метода зависит от	А) возможности расчленения двигательного действия на относительно самостоятельные элементы Б) сложности основы техники В) количества элементов, составляющих двигательное действие Г) предпочтения учителя

42	Процесс обучения двигательному действию рекомендуется начинать с освоения	А) основы техники Б) ведущего звена техники В) подводящих упражнений Г) исходного положения
43	Физкультминутку, как одну из форм занятий физическими упражнениями следует отнести к:	А) урочным формам занятий физическими упражнениями Б) «малым» неурочным формам В) «крупным» неурочным формам Г) соревновательным формам
44	Какой раздел комплексной программы по физическому воспитанию для общеобразовательных школ не является типовым?	А) уроки физической культуры Б) внеклассная работа В) физкультурно-массовые и спортивные мероприятия Г) содержание и организация педагогической практики
45	Измерение ЧСС сразу после пробегания отрезка дистанции следует отнести к одному из видов контроля:	А) оперативному Б) текущему В) предварительному Г) итоговому

Критерии оценивания теста

Оценка за тест определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 2 балл. Максимум 90 баллов.

Результат теста

Тест оценивается на «зачтено», «не зачтено»:

46-90 балла (50-100%) - оценка «зачтено»;

0-44 балла (0-49%) - оценка «не зачтено»;

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ОПРОСА

1. Определение понятий в области физической культуры
2. Понятие «здоровье» и основные его компоненты
3. Факторы, определяющие здоровье человека.
4. Образ жизни и его составляющие.
5. Разумное чередование труда и отдыха, как компонент ЗОЖ.
6. Рациональное питание и ЗОЖ.
7. Отказ от вредных привычек и соблюдение правил личной и общественной гигиены.
8. Двигательная активность — как компонент ЗОЖ.
9. Выполнение мероприятий по закаливанию организма.
10. Физическое самовоспитание и самосовершенствование как необходимое условие реализации мероприятий ЗОЖ.
11. Врачебный контроль как обязательная процедура для занимающихся физической культурой.
12. Самоконтроль — необходимая форма контроля человека за физическим состоянием.
13. Методика самоконтроля физического развития.
14. Самостоятельное измерение артериального давления и частоты сердечных сокращений.
15. Проведение функциональных проб для оценки деятельности сердечно-сосудистой системы.
16. Проведение функциональных проб для оценки деятельности дыхательной системы.
17. Самоконтроль уровня развития физических качеств: быстроты, гибкости, ловкости, силы и выносливости
18. Ведение дневника самоконтроля.
19. Цель и задачи физического воспитания в вузе.
20. Специфические функции физической культуры.
21. Социальная роль и значение спорта.
22. Этапы становления физической культуры личности студента.
23. Понятия физическая культура, физическое воспитание, физическое развитие, физическое совершенство.
24. Реабилитационная физическая культура, виды, краткая характеристика.

25. Разделы учебной программы дисциплины «Физическая культура».
26. Комплектование учебных отделений студентов для организации и проведения занятий по физическому воспитанию.
27. Преимущества спортивно-ориентированной программы дисциплины «Физическая культура» для студентов.
28. Особенности комплектования студентов с различным характером заболеваний в специальном учебном отделении.
29. Зачетные требования по учебной дисциплине «Физическая культура».
30. Формирование двигательного навыка.
31. Устойчивость организма к воздействию неблагоприятных факторов.
32. Мотивация и направленность самостоятельных занятий.
33. Утренняя гигиеническая гимнастика.
34. Мотивация выбора видов спорта или систем физических упражнений.
35. Самостоятельные занятия оздоровительным бегом.
36. Самостоятельные занятия атлетической гимнастикой.
37. Особенности самостоятельных занятий женщин.
38. Мотивация и направленность самостоятельных занятий. Утренняя гигиеническая гимнастика.
39. Физические упражнения в течение учебного дня: физкультминутки, физкультпаузы.
40. Самостоятельные тренировочные занятия: структура, требования к организации и проведению.
41. Мотивация выбора видов спорта или систем физических упражнений.
42. Самостоятельные занятия оздоровительным бегом.
43. Самостоятельные занятия атлетической гимнастикой.
44. Особенности самостоятельных занятий женщин.
45. Роль физической культуры в профессиональной деятельности бакалавра и специалиста.
46. Производственная физическая культура, ее цели и задачи.
47. Методические основы производственной физической культуры.
48. Производственная физическая культура в рабочее время.
49. Физическая культура и спорт в свободное время.
50. Профилактика профессиональных заболеваний и травматизма средствами физической культуры.
51. Понятие ППФП, её цель, задачи. Прикладные знания, умения и навыки.
52. Прикладные психические качества.
53. Прикладные специальные качества.
54. Факторы, определяющие содержание ППФП: формы труда, условия труда.
55. Факторы, определяющие содержание ППФП: характер труда, режим труда и отдыха.
56. Дополнительные факторы, определяющие содержание ППФП.
57. Средства ППФП.
58. Организация и формы ППФП в вузе.
59. Понятия общей и специальной физической подготовки.
60. Отличия понятий спортивная подготовка и спортивная тренировка.
61. Стороны подготовки спортсмена.
62. Средства спортивной подготовки.
63. Структура отдельного тренировочного занятия.
64. Роль подготовительной части занятия в тренировочном процессе.
65. Понятие «физическая нагрузка», эффект ее воздействия на организм.
66. Внешние признаки утомления.
67. Виды и параметры физических нагрузок.
68. Интенсивность физических нагрузок.
69. Психофизиологическая характеристика умственной деятельности.
70. Работоспособность: понятие, факторы, периоды.
71. Физические упражнения в течение учебного дня для поддержания работоспособности.
72. Бег как самое эффективное средство восстановления и повышения работоспособности.
73. Плавание и работоспособность.
74. Методические принципы физического воспитания, сущность и значение.
75. Принципы сознательности и активности, наглядности в процессе физического воспитания.
76. Принципы доступности и индивидуализации, систематичности и динамичности.
77. Средства физической культуры.
78. Общепедагогические методы физического воспитания.
79. Методы обучения технике двигательного действия.
80. Этапы обучения двигательного действия.
81. Методы развития физических качеств: равномерный, повторный, интервальный.
82. Метод круговой тренировки, игровой и соревновательный методы.
83. Сила как физическое качество, общая характеристика силовых упражнений.
84. Методы развития силы.
85. Выносливость — виды выносливости, особенности развития выносливости.
86. Развитие физических качеств: быстроты, гибкости, ловкости.

- 87. Понятие «спорт». Его принципиальное отличие от других видов занятий физическими упражнениями.
- 88. Массовый спорт: понятие, цель, задачи.
- 89. Спорт высших достижений: понятие, цель, задачи.
- 90. Студенческий спорт, его организационные особенности.
- 91. Студенческие спортивные соревнования.
- 92. Студенческие спортивные организации.
- 93. Всероссийский физкультурно-спортивный комплекс «ГТО» (Готов к труду и обороне).

Выполнение работы над ошибками

При получении проверенного теста необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данного теста. Тесты, тесты являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ
КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ**

по дисциплине

**ЭЛЕКТИВНЫЕ КУРСЫ ПО ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЕ И
СПОРТУ**

Автор: Шулиманов Д.Ф.

Екатеринбург
2020

Содержание

Цели и задачи дисциплины	3
Место дисциплины в структуре основной образовательной программы	3
Требования к оформлению контрольной работы	3
Содержание контрольной работы.....	3
Выполнение работы над ошибками.....	10
Критерии оценивания контрольной работы	10
Образец титульного листа	11

1. Цели и задачи дисциплины

Цель: формирование физической культуры личности и способности направленного использования разнообразных средств физической культуры, спорта и туризма для сохранения и укрепления здоровья, психофизической подготовки и самоподготовки к будущей жизни и профессиональной деятельности.

Задачи:

- формирование осознания социальной значимости физической культуры и её роли в развитии личности и подготовке к профессиональной деятельности;
- изучение научно-биологических, педагогических и практических основ физической культуры и здорового образа жизни;
- формирование мотивационно-ценностного отношения к физической культуре, установки на здоровый стиль жизни, физическое совершенствование и самовоспитание привычки к регулярным занятиям физическими упражнениями и спортом;

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы

Дисциплина «Элективные курсы по физической культуре и спорту» относится к разделу «Блок 1. Базовая часть».

3. Требования к оформлению контрольной работы

Контрольные задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, номер контрольной работы и фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Контрольные задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в контрольной работе.

Выполненную контрольную работу необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если контрольная работа выполнена без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «элективные курсы по физической культуре и спорту» представлено 2 варианта контрольной работы.

Содержание контрольной работы

Вопросы для групповой дискуссии

1. Что можно отнести к средствам физического воспитания?
2. Влияние климатогеографического фактора на здоровье и работоспособность человека
3. Чем отличается спорт от физической культуры?
4. Что мы относим к материальным ценностям физической культуры, а что – к духовным?
5. В чем состоит взаимосвязь физической и умственной деятельности человека?
6. Причины возникновения таких явлений как гипокинезия и гиподинамия
7. Для чего нужна адаптивная физическая культура?
8. При выборе вида спорта на какие аспекты и характеристики необходимо обратить основное внимание.

Контрольная работа №1

Вариант 1

ДЕ-1: Физическая культура в общекультурной и профессиональной подготовке обучающихся.

1. Часть общечеловеческой культуры, специфический процесс и результат человеческой деятельности, средство и способ физического совершенствования личности – это:
а) физическая культура; б) спорт; в) туризм; г) физическое развитие.
2. Физическое воспитание – это:
а) педагогический процесс, направленный на формирование физической культуры личности в результате педагогического воздействия и самовоспитания;
б) приобщение человека к физической культуре;
в) биологический процесс становления, изменения естественных морфологических и функциональных свойств организма в течение жизни человека;

г) процесс формирования определенных физических и психических качеств.

3. Чем спорт отличается от физической культуры:

а) наличием специального оборудования; б) присутствием зрителей; в) наличием соревновательного момента; г) большой физической нагрузкой.

4. Какой из ниже перечисленных принципов не относится к основным принципам физического воспитания:

а) сознательности и активности; б) наглядности; в) последовательности; г) систематичности;

5. Под физическим развитием понимается:

а) процесс изменения морфофункциональных свойств организма на протяжении жизни;
б) размеры мускулатуры, форма тела, функциональные возможности дыхания и кровообращения, физическая работоспособность;
в) процесс совершенствования физических качеств, при выполнении физических упражнений;
г) уровень, обусловленный наследственностью и регулярностью занятий физической культурой и спортом.

ДЕ-2: Основы здорового образа жизни обучающегося.

1. Определение понятия «Здоровье» Всемирной организации здравоохранения. Здоровье это:

а) естественное состояние организма без болезней и недугов;
б) состояние полного физического, умственного и социального благополучия;
в) состояние отсутствия каких-либо заболеваний;
г) все перечисленное.

2. Состояние здоровья обусловлено:

а) резервными возможностями организма; б) образом жизни;
в) уровнем здравоохранения; г) отсутствием болезней.

3. Что не относится к внешним факторам, влияющим на человека:

а) природные факторы; б) факторы социальной среды; в) генетические факторы;
г) биологические факторы.

4. Сколько времени необходимо нормальному человеку для ночного сна:

а) 5 – 6 часов; б) 6 – 7 часов; в) 7 – 8 часов; г) 8 – 9 часов.

5. К активному отдыху относится:

а) сон; б) отдых сидя; в) занятия двигательной деятельностью; г) умственная деятельность.

ДЕ-3: Средства и методы физической культуры.

1. Физическими упражнениями называются:

а) двигательные действия, используемые для формирования техники движений;
б) двигательные действия, используемые для развития физических качеств и укрепления здоровья;
в) двигательные действия, выполняемые на занятиях по физической культуре и самостоятельно;
г) двигательные действия, направленные на реализацию задач физического воспитания.

2. Занятия физическими упражнениями отличаются от трудовых действий:

а) интенсивностью; б) задачами; в) местом проведения; г) все ответы верны.

3. Физические упражнения являются:

а) принципом физического воспитания; б) методом физического воспитания;
в) средством физического воспитания; г) функцией физического воспитания.

4. Что не относится к методам физического воспитания:

а) игровой; б) регламентированного упражнения; в) словесный и сенсорный;
г) самостоятельный.

5. Метод в физической культуре – это

а) основное положение, определяющее содержание учебного процесса по физической культуре;
б) руководящее положение, раскрывающее принципы физической культуры;
в) конкретная причина, заставляющая человека выполнять физические упражнения;
г) способ применения физических упражнений.

ДЕ-4: Общая физическая и специальная подготовка в системе физического воспитания.

1. Физическая подготовка – это:

а) педагогический процесс, направленный на формирование физической культуры личности в результате педагогического воздействия и самовоспитания;
б) приобщение человека к физической культуре, в процессе которой он овладевает системой знаний, ценностей, позволяющих ему осознанно и творчески развивать физические способности;
в) биологический процесс становления, изменения естественных морфологических и функциональных свойств организма в течение жизни человека;
г) процесс формирования определенных физических и психических качеств, умений и навыков человека посредством направленных занятий с применением средств физической культуры.

2. К основным физическим качествам относятся:

- а) рост, вес, объем бицепсов, становая сила; б) бег, прыжки, метания, лазания;
- в) сила, выносливость, быстрота, ловкость, гибкость; г) взрывная сила, прыгучесть, меткость.

3. Различают гибкость:

- а) абсолютную и относительную; б) общую и специальную; в) активную и пассивную;
- г) простую и сложную.

4. Какие виды спорта развивают преимущественно выносливость:

- а) спортивные единоборства; б) циклические; в) спортивные игры; г) ациклические.

5. Скоростно-силовые качества преимущественно развиваются:

- а) в тяжелой атлетике; б) в акробатике; в) в конькобежном спорте; г) в лыжном спорте.

Вариант 2

ДЕ-1: Физическая культура в общекультурной и профессиональной подготовке обучающихся.

1. На что преимущественно влияют занятия по физической культуре:

- а) на интеллектуальные способности;
- б) на удовлетворение социальных потребностей;
- в) на воспитание лидерских качеств;
- г) на полноценное физическое развитие.

2. Физическая культура – это:

- а) часть общечеловеческой культуры, специфический процесс и результат человеческой деятельности, средство и способ физического совершенствования личности;
- б) часть науки о природе двигательной деятельности человека
- в) вид воспитательного процесса, специфика которого заключена в обучении двигательным актам и управлением развитием и совершенствованием физических качеств человека;
- г) процесс физического образования и воспитания, выражающий высокую степень развития индивидуальных физических способностей.

3. Что не относится к компонентам физической культуры:

- а) физическое развитие; б) спорт высших достижений; в) оздоровительно-реабилитационная физическая культура;
- г) гигиеническая физическая культура.

4. Выбрать правильное определение термина «Физическое развитие»:

- а) физическое развитие – это педагогический процесс, направленный на формирование физической культуры личности в результате педагогического воздействия и самовоспитания;
- б) физическое развитие – это приобщение человека к физической культуре, в процессе которой он овладевает системой знаний, ценностей, позволяющих ему осознанно и творчески развивать физические способности;
- в) физическое развитие – это биологический процесс становления, изменения естественных морфологических и функциональных свойств организма в течение жизни человека;
- г) физическое развитие – это процесс формирования определенных физических и психических качеств, умений и навыков человека посредством направленных занятий с применением средств физической культуры.

5. Теоретический материал учебного предмета «Физическая культура и спорт» в высших учебных заведениях включает в себя:

- а) фундаментальные знания общетеоретического характера;
- б) инструктивно-методические знания;
- в) знания о правилах выполнения двигательных действий;
- г) все вышеперечисленное.

ДЕ-2: Основы здорового образа жизни обучающегося.

1. Что понимается под закаливанием:

- а) купание в холодной воде и хождение босиком;
- б) приспособление организма к воздействиям внешней среды;
- в) сочетание воздушных и солнечных ванн с гимнастикой и подвижными играми;
- г) укрепление здоровья.

2. Определение понятия «Здоровье» Всемирной организации здравоохранения. Здоровье это:

- а) естественное состояние организма без болезней и недугов;
- б) состояние полного физического, умственного и социального благополучия;
- в) состояние отсутствия каких-либо заболеваний;
- г) все перечисленное.

3. Какое понятие не относится к двигательной активности человека:

- а) гипоксия; б) гиподинамия; в) гипокинезия; г) гипердинамия.

4. Какая из перечисленных функций не относится к функции кожи:

- а) защита внутренней среды организма; б) терморегуляция; в) выделение из организма продуктов обмена веществ;
- г) звукоизоляция.

5. Соблюдение режима дня способствует укреплению здоровья, потому что:

- а) обеспечивает ритмичность работы организма;

- б) позволяет правильно планировать дела в течение дня;
- в) распределение основных дел осуществляется более или менее стандартно в течение каждого дня;
- г) позволяет избегать неоправданных физических напряжений.

ДЕ-3: Средства и методы физической культуры.

1. Физическое упражнение - это:

- а) двигательные действия, используемые для формирования техники движений;
- б) двигательные действия, используемые для развития физических качеств и укрепления здоровья;
- в) двигательные действия, выполняемые на занятиях по физической культуре и самостоятельно;
- г) двигательные действия, направленные на реализацию задач физического воспитания.

2. Положительное влияние физических упражнений на развитие функциональных возможностей организма будет зависеть:

- а) от технической и физической подготовленности занимающихся;
- б) от особенностей реакций систем организма в ответ на выполняемые упражнения;
- г) от состояния здоровья и самочувствия занимающихся во время выполнения упражнений;
- г) от величины физической нагрузки и степени напряжения в работе определенных мышечных групп.

3. Что не относится к средствам физического воспитания:

- а) физические упражнения;
- б) подвижные игры;
- в) соревнования;
- в) спортивные игры.

4. Что относится к методическим принципам физического воспитания:

- а) сознательность и активность;
- б) наглядность и доступность;
- в) систематичность и динамичность;
- г) все вышеперечисленное.

5. Регулярные занятия физическими упражнениями способствует повышению работоспособности, потому что:

- а) во время занятий выполняются двигательные действия, содействующие развитию силы и выносливости;
- б) достигаемое при этом утомление активизирует процессы восстановления и адаптации;
- в) в результате повышается эффективность и экономичность дыхания и кровообращения;
- г) человек, занимающийся физическими упражнениями, способен выполнять больший объем физической работы за отведенный отрезок времени.

ДЕ-4: Общая физическая и специальная подготовка в системе физического воспитания.

1. Степень владения техникой действий, при которой повышена концентрация внимания на составные операции (части), наблюдается нестабильное решение двигательной задачи – это

- а) двигательное умение; в) массовый спорт; в) двигательный навык;
- г) спорт высших достижений.

2. Для воспитания быстроты используются:

- а) упражнения в беге с максимальной скоростью на короткие дистанции;
- б) подвижные и спортивные игры;
- в) упражнения на быстроту реакции и частоту движений;
- г) двигательные упражнения, выполняемые с максимальной скоростью.

3. Различают два вида выносливости:

- а) абсолютная и относительная; б) общая и специальная; в) активная и пассивная;
- г) динамическую и статическую.

4. Процесс воспитания физических качеств, обеспечивающих преимущественное развитие тех двигательных способностей, которые необходимы для конкретной спортивной дисциплины - это

- а) общая физическая подготовка; б) двигательное умение; в) специальная физическая подготовка; г) двигательный навык.

5. Различают силу:

- а) абсолютную и относительную; б) общую и специальную; в) активную и пассивную;
- г) статическую и динамическую.

Контрольная работа №2

Вариант 1

ДЕ-1: Основы методики самостоятельных занятий физическими упражнениями.

1. В комплекс утренней гимнастики следует включать:

- а) упражнения с отягощением; б) упражнения статического характера;
 - в) упражнения на гибкость и дыхательные упражнения; г) упражнения на выносливость.
2. К объективным показателям самоконтроля относится:
- а) частота сердечных сокращений; б) самочувствие; в) аппетит; г) сон.
3. При нагрузке интенсивности выше средней частота пульса достигает:
- а) 100 – 130 уд/мин; б) 130 – 150 уд/мин; в) 150 – 170 уд/мин; г) более 170 уд/мин.
4. Самостоятельные тренировочные занятия рекомендуется выполнять:
- а) после приема пищи; б) после сна натошак; в) во второй половине дня, через 2-3 часа после обеда; г) перед сном.

ДЕ-2: Спорт. Индивидуальный выбор видов спорта или систем физических упражнений.

1. Регулярные занятия доступным видом спорта, участия в соревнованиях с целью укрепления здоровья, коррекции физического развития и телосложения, активного отдыха, достижение физического совершенствования – это:
- а) спорт высших достижений;
 - б) лечебная физическая культура;
 - в) профессионально-прикладная физическая культура;
 - г) массовый спорт.
2. Какой вид спорта наиболее эффективно развивает гибкость и ловкость:
- а) фехтование;
 - б) баскетбол;
 - в) фигурное катание;
 - г) художественная гимнастика.
3. Количество игровых одной команды в волейболе на площадке:
- а) 7; б) 6; в) 5; г) 8.
4. Как осуществляется контроль за влиянием физических нагрузок на организм во время занятий физическими упражнениями:
- а) по частоте дыхания;
 - б) по частоте сердечно-сосудистых сокращений;
 - в) по объему выполненной работы.

ДЕ-3: Особенности занятий избранным видом спорта или системой физических упражнений.

1. Степень владения техникой действия, при которой управление движением происходит автоматически, и действия отличаются надежностью – это:
- а) двигательное умение;
 - б) массовый спорт;
 - в) двигательный навык;
 - г) спорт высших достижений.
2. Как дозируются упражнения на гибкость:
- а) до появления пота;
 - б) до снижения амплитуды движений;
 - в) по 12-16 циклов движений;
 - г) до появления болевых ощущений.
3. При воспитании силы применяются специальные упражнения с отягощениями. Их отличительная особенность заключается в том, что:
- а) в качестве отягощения используется собственный вес человека;
 - б) они выполняются до утомления;
 - в) они вызывают значительное напряжение мышц;
 - г) они выполняются медленно.
4. В каком из перечисленных видов спорта преимущественно развивается выносливость:
- а) в фигурном катании;
 - б) в пауэрлифтинге;
 - в) в художественной гимнастике;
 - г) в лыжном спорте.

ДЕ-4: Самоконтроль занимающихся физическими упражнениями и спортом.

1. Регулярные занятия физическими упражнениями способствуют повышению работоспособности, потому что:
- а) обеспечивают усиленную работу мышц;
 - б) обеспечивают выполнение большого объема мышечной работы с разной интенсивностью;
 - в) обеспечивают усиленную работу систем дыхания и кровообращения;
 - г) обеспечивают усиленную работу системы энергообеспечения.
2. Меры профилактики переутомления:

- а) посидеть 3-4 минуты;
- б) сменить вид деятельности;
- в) прекратить выполнение действий, пройти обследование у врачей, выполнить их рекомендации;
- г) достаточно 2 дней полноценного отдыха для восстановления.

3. При нагрузке средней интенсивности частота пульса достигает:

- а) 100 – 130 уд/мин;
- б) 130 – 150 уд/мин;
- в) 150 – 170 уд/мин;
- г) более 170 уд/мин

4. Что называется «разминкой», проводимой в подготовительной части занятия:

- а) чередование легких и трудных общеразвивающих упражнений;
- б) чередование беговых и общеразвивающих упражнений;
- в) подготовка организма к предстоящей работе;
- г) чередование беговых упражнений и ходьбы.

ДЕ-5: Профессионально-прикладная физическая подготовка (ППФП) обучающихся.

Специально направленное и избирательное использование средств физической культуры и спорта для подготовки человека к определенной профессиональной деятельности – это:

- а) спорт высших достижений;
- б) лечебная физическая культура;
- в) производственная физическая культура;
- г) массовый спорт.

1. ППФП строится на основе и в единстве с:

- а) физической подготовкой; б) технической подготовкой; в) тактической подготовкой;
- г) психологической подготовкой.

3. Какая из нижеперечисленных задач не является задачей ППФП:

- а) развитие физических способностей, специфических для данной профессии;
- б) формирование профессионально-прикладных сенсорных умений и навыков;
- в) сообщение специальных знаний для успешного освоения практических навыков трудовой деятельности;
- г) повышение функциональной устойчивости организма к неблагоприятному воздействию факторов окружающей среды.

4. Что не является формой занятий по ППФП:

- а) спортивно-прикладные соревнования; б) учебные занятия; в) занятия в период учебной практики; г) рекреационные занятия.

Вариант 2

ДЕ-1: Основы методики самостоятельных занятий физическими упражнениями.

1. Определение повседневных изменений в подготовке занимающихся – это:

- а) педагогический поэтапный контроль;
- б) педагогический текущий контроль;
- в) педагогический оперативный контроль;
- г) педагогический двигательный контроль.

1. В комплекс утренней гимнастики не рекомендуется включать:

- а) упражнения на гибкость;
- б) дыхательные упражнения;
- в) упражнения с отягощением;
- г) упражнения для всех групп мышц.

2. Самостоятельные тренировочные занятия не рекомендуется выполнять:

- а) за час до приема пищи;
- б) после сна натошак;
- в) во второй половине дня, через 2-3 часа после обеда;
- г) за 3 часа до отхода ко сну.

4. Дневник самоконтроля нужен для:

- а) коррекции содержания и методики занятий физическими упражнениями;
- б) контроля родителей;
- в) лично спортсмену;
- г) лично тренеру.

ДЕ-2: Спорт. Индивидуальный выбор видов спорта или систем физических упражнений.

1. К циклическим видам спорта не относится:

- а) волейбол;
- б) стайерский бег;
- в) плавание;

г) спортивная ходьба.

2. Какой из перечисленных видов спорта преимущественно развивает координацию движений:

а) спортивная гимнастика;

б) лыжный спорт;

в) триатлон;

г) атлетическая гимнастика.

3. Систематическая плановая многолетняя подготовка и участие в соревнованиях в избранном виде спорта с целью достижения максимальных спортивных результатов – это:

а) спорт высших достижений;

б) лечебная физическая культура;

в) профессионально-прикладная физическая культура;

г) массовый спорт.

4. Какие упражнения включаются в разминку почти во всех видах спорта:

а) упражнения на развитие выносливости;

б) упражнения на развитие гибкости и координации движений;

в) бег и общеразвивающие упражнения.

ДЕ-3: Особенности занятий избранным видом спорта или системой физических упражнений.

1. Какая из представленных способностей не относится к группе координационных:

а) способность сохранять равновесие;

б) способность точно дозировать величину мышечных усилий;

в) способность быстро реагировать на стартовый сигнал;

г) способность точно воспроизводить движения в пространстве.

2. Почему на занятиях по «физической культуре» выделяют подготовительную, основную и заключительную части:

а) так удобнее распределять различные по характеру упражнения;

б) выделение частей занятий связано с необходимостью управлять динамикой работоспособности занимающихся;

в) выделение частей в занятии требует Министерства науки и образования;

г) перед занятием, как правило, ставятся 3 задачи, и каждая часть предназначена для них.

3. Величина нагрузки физических упражнений обусловлена:

а) сочетанием объема и интенсивности двигательных действий;

б) степенью преодолеваемых при их выполнении трудностей;

в) утомлением, возникающим в результате их выполнения;

г) частотой сердечных сокращений.

4. Назовите количество игроков на волейбольной площадке:

а) 4; б) 5; в) 6; г) 7.

ДЕ-4: Самоконтроль занимающихся физическими упражнениями и спортом.

1. К объективным показателям самоконтроля относится:

а) частота сердечных сокращений; б) самочувствие; в) аппетит; г) сон.

2. При нагрузке интенсивности выше средней частота пульса достигает:

а) 100 – 130 уд/мин; б) 130 – 150 уд/мин; в) 150 – 170 уд/мин; г) более 170 уд/мин.

3. Самостоятельные тренировочные занятия рекомендуется выполнять:

а) после приема пищи; б) после сна натошак; в) во второй половине дня, через 2-3 часа после обеда; г) перед сном.

4. Меры профилактики переутомления:

а) посидеть 3-4 минуты;

б) сменить вид деятельности;

в) прекратить выполнение действий, пройти обследование у врачей, выполнить их рекомендации;

г) достаточно 2 дней полноценного отдыха для восстановления.

ДЕ-5: Профессионально-прикладная физическая подготовка (ППФП) обучающихся.

1. Система методически обоснованных физических упражнений, физкультурно-оздоровительных и спортивных мероприятий, направленных на повышение и сохранение устойчивой и профессиональной дееспособности – это:

а) физкультурная пауза;

б) производственная физическая культура;

в) спорт высших достижений;

г) массовый спорт.

2. Профессионально-прикладная физическая подготовка – это

а) специализированный вид физического воспитания, осуществляемый в соответствии с особенностями и требованиями данной профессии;

б) система профессиональных мероприятий, осуществляемая в соответствии с особенностями данной профессии;

- в) процесс формирования специализированных знаний, умений и навыков;
г) целенаправленное воздействие на развитие физических качеств человека посредством нормированных нагрузок.
3. Какой вид спорта наиболее эффективно развивает координационные способности монтажников-высотников:
а) фехтование; б) баскетбол; в) мото-спорт; г) гимнастика.
4. Что не является формой занятий по ППФП:
а) спортивно-прикладные соревнования; б) учебные занятия; в) занятия в период учебной практики; г) рекреационные занятия.

Проблемные и сложные вопросы, возникающие в процессе изучения курса и выполнения контрольной работы, необходимо решать с преподавателем на консультациях.

Выполнению контрольной работы должно предшествовать самостоятельное изучение студентом рекомендованной литературы.

Студент получает проверенную контрольную работу с исправлениями в тексте и замечаниями. В конце работы выставляется оценка «зачтено», «не зачтено». Работа с оценкой «не зачтено» должна быть доработана и представлена на повторную проверку.

Выполнение работы над ошибками

При получении проверенной контрольной работы необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данной контрольной работы. Контрольные работы являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

Критерии оценивания контрольной работы

Оценка за контрольную работу определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 2 балл. Максимум 40 баллов.

Результат контрольной работы

Контрольная работа оценивается на «зачтено», «не зачтено»:

20-40 балла (50-100%) - оценка «зачтено»;

0-19 балла (0-49%) - оценка «не зачтено»;

Образец оформления титульного листа



**Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»**

Кафедра физической культуры

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

по дисциплине

ЭЛЕКТИВНЫЕ КУРСЫ ПО ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЕ И СПОРТУ

Выполнил: Иванов Иван Иванович
Группа _____

Преподаватель: Петров Петр Петрович

**Екатеринбург
2018**

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ
К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ
РУССКИЙ ЯЗЫК И ДЕЛОВЫЕ КОММУНИКАЦИИ**

Специальность
21.05.03. Технология геологической разведки

Специализация N 3
Технология и техника разведки месторождений полезных ископаемых

формы обучения: очная, заочная

Автор: Меленкова Е. С., канд. филол. наук, доц.

Екатеринбург
2020

Методические рекомендации к практическим занятиям

Значительную роль в изучении предмета выполняют практические занятия, которые призваны, прежде всего, закреплять теоретические знания, полученные в ходе лекций, ознакомления с учебной литературой, а также выполнения самостоятельных заданий. Тем самым практические занятия способствуют более качественному усвоению знаний, помогают приобрести навыки самостоятельной работы.

Приступая к подготовке к практическому занятию необходимо изучить соответствующие конспекты лекций по заданной теме, главы учебников или учебных пособий, разобрать примеры, ознакомиться с дополнительной литературой (например, словарями). Конспектирование дополнительных источников также способствует более плодотворному усвоению учебного материала. Следует обращать внимание на основные понятия и классификации, актуальные для темы практического занятия.

Записи имеют первостепенное значение для самостоятельной работы студента. Они помогают понять построение изучаемого материала, выделить основные положения и проследить их логику. Ведение записей способствует превращению чтения в активный процесс, мобилизует, наряду со зрительной, и моторную память. Следует помнить: у студента, систематически ведущего записи, создается свой индивидуальный фонд подсобных материалов для быстрого повторения прочитанного, для мобилизации накопленных знаний. Все это находит свое отражение в процессе выполнения итогового зачетного теста.

Очевидны три структурные части практического занятия: предваряющая (подготовка к занятию), непосредственно само практического занятия (обсуждение вопросов темы в группе, выполнение упражнений по теме) и завершающая часть (последующая работа студентов по устранению обнаружившихся пробелов). Не только само практическое занятие, но и предваряющая, и заключающая части его являются необходимыми звеньями целостной системы усвоения вынесенной на обсуждение темы.

Перед очередным практическим занятием целесообразно выполнить все задания, предназначенные для самостоятельного рассмотрения, изучить лекцию, соответствующую теме практического занятия. В процессе подготовки к практическому занятию закрепляются и уточняются уже известные и осваиваются новые знания. Столкнувшись в ходе подготовки с недостаточно понятными моментами темы, необходимо найти ответы самостоятельно или зафиксировать свои вопросы для постановки и уяснения их на самом практическом занятии.

В начале занятия следует задать преподавателю вопросы по материалу, вызвавшему затруднения в его понимании и освоении, поскольку всегда сначала студенты под руководством преподавателя более глубоко осмысливают теоретические положения по теме занятия.

В ходе практического занятия каждый должен опираться на свои конспекты, сделанные на лекции или по учебникам и учебным пособиям, на самостоятельно выполненные упражнения по данной теме.

В процессе подготовки к занятиям рекомендуется взаимное обсуждение материала, во время которого закрепляются знания, а также приобретается практика в изложении и разъяснении полученных знаний, развивается речь/

Значительную роль в изучении предмета выполняют практические занятия, которые призваны, прежде всего, закреплять теоретические знания, полученные в ходе прослушивания и запоминания лекционного материала, ознакомления с учебной и научной литературой, а также выполнения самостоятельных заданий. Тем самым практические занятия способствуют получению наиболее качественных знаний, помогают приобрести навыки самостоятельной работы. Планы практических занятий состоят из отдельных тем, расположенных в соответствии с рабочей программой изучаемой дисциплины. Каждая тема включает следующие элементы:

- цель проведения занятия;
- теоретические вопросы, необходимые для усвоения темы;
- задания;
- список литературы по теме для подготовки к практическому занятию.

Работа на практических занятиях направлена на:

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам изучаемой дисциплины;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- развитие интеллектуальных умений (например, аналитических).

В ходе занятий у студентов формируются практические умения и навыки, отраженный в РУП.

Методические материалы к практическим занятиям

ТЕМА 1. СЛОВАРИ И СПРАВОЧНИКИ ПО КУЛЬТУРЕ РЕЧИ. СИСТЕМА СЛОВАРНЫХ ПОМЕТ

Цель – вспомнить классификацию словарей и проверить у студентов умение работать с ними (лексикографическая грамотность).

Основные понятия темы:

Лексикография – раздел науки о языке, занимающийся теорией и практикой составления словарей.
Энциклопедический словарь – книга, содержащая описание научных понятий и терминов, исторических событий, характеристику персоналий из разных областей или определенной области знания.
Лингвистический словарь – книга, содержащая собрание слов (морфем, фразеологизмов и т. д.), расположенных по определённому принципу (как правило, по алфавиту), и дающая сведения об их значениях, употреблении, происхождении, переводе на другой язык и т. п.
Словарная статья – отдельный текст, посвященный языковой единице (слову, морфеме и т. п.) или их группе (лексической группе, гнезду слов и т. п.).
Помета – применяемое в словарях сокращенное указание на какие-либо характерные признаки слова или его употребления.

Задание 1. Прочитайте и сравните словарные статьи, взятые из разных словарей. Найдите общую и различающую их дополнительную информацию. Объясните, чем вызвано различие.

ФАЗА – 1. В геохимии: совокупность однородных частей системы, одинаковых по термодинамическим свойствам (тем, которые не зависят от количества вещества) и отграниченных от других частей поверхностью раздела. В природных процессах минералообразования могут принимать участие газовая Ф., жидкие Ф. и твердые Ф. – металлы. Системы, состоящие из одной Ф., называются однофазными, или гомогенными (напр., раствор различных солей в воде; кристалл кварца без включений; мономинеральная горная порода); состоящие из нескольких Ф. – многофазными, или гетерогенными (напр., раствор вместе с твердым осадком; кристалл кварца с газовой-жидким включением; полиминеральная порода). 2. В исторической геологии: термин, иногда употребляющийся для обозначения времени, соответствующего длительности накопления отложений, составляющих зону как часть яруса. Термин был условно принят в этом значении VIII сессией МГК в Париже в 1900 г., но не стал общепринятым. При изучении четвертичного периода иногда фазой называют время каждого отдельного оледенения и промежутков между ними (*Геологический толковый словарь*¹).

ФАЗА, -ы, ж. [нем. Phase < греч. phasis появление (о небесных светилах)]. 1. Момент, отдельная стадия в ходе развития и изменения чего-н., а также само положение, форма чего-н. в данный момент; то же, что фазис. *Новая ф. в развитии общества. Луна в первой фазе.* 2. физ. Величина, характеризующая состояние какого-н. процесса в каждый момент времени. Ф.

¹ Геологический толковый словарь [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.edudic.ru/geo/>

колебания маятника. Газообразная ф. вещества. **Фа́зовый** – относящийся к фазе (в 1-м и 2-м знач.), фазам. **3. эл.** Отдельная группа обмоток генератора. **Фа́зный** – относящийся к фазе, фазам. (Крысин Л. П. Толковый словарь иноязычных слов. М., 2001. С. 810).

Фа́за, -ы, *ж.* **1.** Момент, отдельная стадия в ходе развития и изменения чего-н. (напр. положения планеты, формы или состояния вещества, периодического явления, общественного процесса), а также само положение, форма в этот момент (книжн.). *Первая ф. Луны. Жидкая ф. Газообразная ф. Ф. колебания маятника. Вступить в новую ф. развития.* **2.** Отдельная группа обмоток генератора (спец.). || *прил. фа́зовый*, -ая, -ое (к 1 знач.) и *фа́зный*, -ая, -ое (к 2 знач.). ♦ **Фазовые глаголы** – в лингвистике: глаголы со значением начала, продолжения или окончания действия. (Ожегов С. И. и Шведова Н. Ю. Толковый словарь русского языка. М., 2005. С. 847).

Задание 2. *Познакомьтесь с типами помет, используемых в толковых словарях. Объясните значение всех помет, приведенных в качестве примера.*

ТИПЫ ПОМЕТ ТОЛКОВОГО СЛОВАРЯ

Типы помет	Примеры помет	Значение отсутствия помет
1. Помета, указывающая на принадлежность к функциональному стилю	<i>науч., газет., публиц., оф.-дел., разг., книжн. и др.</i>	Слово межстилевое
2. Помета, указывающая на сферу употребления слова	<i>обл., прост., жарг., спец. и др.</i>	Слово общеупотребительное
3. Помета, указывающая на принадлежность к активному / пассивному запасу	<i>устар., ист., арх., нов. и др.</i>	Слово принадлежит к активному запасу
4. Помета, указывающая на эмоционально-экспрессивную окраску слова	<i>ласк., ирон., шутл., унич., бран., пренебр., высок., неодобр. и др.</i>	Слово нейтральное

Задание 3. *Прочитайте словарные статьи, извлеченные из толкового словаря современного русского языка. Укажите пометы и объясните, что они означают.*

Аборигén, -а, *м.* (книжн.) – коренной житель страны, местности. || *ж. аборигénка* (разг.)

Грамотéй, -я, *м.* (устар. и ирон.) – грамотный человек.

Деяние, -я, *ср.* (высок. и спец.) – действие, поступок, свершение.

Женáтик, -а, *м.* (прост. шутл.) – женатый человек (обычно о молодожене).

Иждивénчество, -а, *ср.* (неодобр.) – стремление во всем рассчитывать не на свои силы, а на помощь других, вообще жить за чужой счет.

Карапúз, -а, *м.* (разг. шутл.) – толстый, пухлый малыш.

Кляча, -и, *ж.* (разг. пренебр.) – плохая (обычно старая) лошадь.

Лénчик, -а, *м.* (спец.) – деревянная основа седла.

Матérщина, -ы, *ж.*, *собирает*. (прост. груб.) – неприличная брань.

Мíшка, -и, *м.* (разг. ласк.) – то же, что медведь.

Небезызвéстный, -ая, -ое; -тен, -тна (обычно ирон.) – достаточно, хорошо известный.

Неулыба, -ы, *м.* и *ж.* (обл. и прост.) – человек, который редко улыбается, неулыбчив.

Новодéл, -а, *м.* (разг.) – здание, сооружение, построенное на месте уничтоженного, исчезнувшего и воспроизводящее его прежний внешний вид.

Нуворѣш, -а, *м.* (книжн. презр.) – богач, наживший свое состояние на социальных переменах или бедствиях, на разорении других.

Общепѣт, -а, *м.* (офиц.) – сокращение: общественное питание – отрасль народного хозяйства, занимающаяся производством и продажей готовой пищи и полуфабрикатов. || *прил. общепѣтовский*, -ая, -ое (разг.).

Остолѣп, -а, *м.* (прост. бран.) – глупец, болван.

Отчѣзна, -ы, *ж.* (высок.) – отечество, родина.

Побѣры, -ов. **1.** Чрезмерные, непосильные налоги или сборы (устар.). **2. перен.** Неофициальные сборы средств на что-нибудь (разг. неодобр.).

Предувѣдомить, -млю, -мишь; -мленный; *сов., кого-что* (устар. и офиц.) – заранее уведомить.

Ристѣлице, -а, *ср.* (стар.) – площадь для гимнастических, конных и других состязаний, а также само такое состязание.

Свѣра, -ы, *ж.* (прост.) – шумная перебранка, ссора.

Торгѣш, -а, *м.* **1.** То же, что торговец (устар. неодобр.). **2. перен.** Человек, который выше всего ставит свою выгоду, корысть, личный интерес (презр.).

Умка, -и, *м.* (обл.) – белый медведь.

Уповѣние, -а, *ср.* (книжн., часто ирон.) – то же, что надежда.

Хѣм, -а, *м.* (презр. и бран.) – грубый, наглый человек.

Задание 4. *Познакомьтесь с пометами, используемыми в орфоэпических словарях, словарях грамматических трудностей и т. п. Какие пометы указывают на императивную норму, а какие на диспозитивную? Запишите их в предложенную ниже таблицу.*

НОРМАТИВНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА СЛОВ²

Словарь является не просто нормативным, а ставит своей задачей показать литературную норму во всем многообразии ее проявлений. В отличие от большинства нормативных словарей, словарь отражает и такие факты речи, которые считаются неверными с точки зрения литературной нормы. Все запретительные пометы, которые характеризуют неверные варианты, снабжаются значком «восклицательный знак» (!). В Словаре используются ясные и общедоступные способы нормативной оценки вариантов.

1. Равноправные варианты соединяются союзом *и*:

бѣрхатка *и* бѣрхѣтка;

ведѣрцев *и* ведѣрец.

При этом на первом месте помещается обычно традиционный вариант, более частотный в употреблении.

2. Помета «допустимо» (*и доп.*) свидетельствует о том, что оба варианта соответствуют нормам литературного языка. Естественно, что предпочтителен вариант, помещенный на первом месте. Такая помета используется, как правило, применительно к новым, входящим в норму вариантам ударения, произношения и грамматическим формам. Например:

бредѣвый *и доп.* бредѣвой;

² Орфоэпический словарь русского языка для школьников / Сост. О. А. Михайлова. Екатеринбург: У-Фактория, 2002. С. 6-8.

белёсый и *доп.* белёсый;
мáшет и *доп.* махаёт.

3. Помета «допустимо устаревшее» (*доп. устар.*) означает, что второй вариант, хотя и находится в пределах литературной нормы, всё реже встречается в речевой практике, постепенно утрачивается, переходя в пассивный языковой фонд. Например:

ворва́лся и *доп. устар.* ворвалсѧ
вспѣ́ненный, -ая, -ое, *кратк. ф.* вспѣ́нен, вспѣ́нена и *доп. устар.* вспенѣ́нный, вспенѣ́н, вспенѣ́на
бúдо[чн]ик и *доп. устар.* бúдо[шн]ик.

4. Помета «не рекомендуется» (*не рек.*) применяется в тех случаях, когда отмеченный ею вариант в данное время не признаётся нормативным. Однако его широкое употребление в современной речи и соответствие общим тенденциям языкового развития не исключают возможности признания этого варианта литературной нормой в будущем. Например:

балóванный ! *не рек.* бáлованный;
вручѣ́т ! *не рек.* врúчит;
грѣ́фели, -ей ! *не рек.* грифеля́, -ѣ́й.

5. Помета «не рекомендуется устаревшее» (*не рек. устар.*) означает, что снабжённый ею вариант, ныне находящийся за пределами нормы, представляет собой бывшую норму. Например:

горшóчек, горшóчка ! *не рек. устар.* горшѣ́чек;
да́рит ! *не рек. устар.* дарѣ́т.

6. Помета «неправильно» (*неправ.*) служит для предупреждения распространённых речевых ошибок. Например:

вы́боры, вы́боров ! *неправ.* выбора́, выборóв;
компроме́товать, -рую, -рует ! *неправ.* компроме[н]тúровать

Рекомендательные пометы	Запретительные пометы

ТЕМА 2. ОРФОГРАФИЧЕСКИЕ И ПУНКТУАЦИОННЫЕ НОРМЫ

Цель – повторить основные правила орфографии и пунктуации русского языка.

Основные понятия темы:

Орфографические нормы – это правила написания слов.

Пунктуационные нормы – это правила расстановки знаков препинания.

Задание 1. Повторите правописание гласных (безударных и чередующихся) и согласных в корне слова. Перепишите текст, вставив пропущенные буквы. Расставьте знаки препинания. Объясните свой выбор.

Я р...шил в...рнуться д...мой. Быстрыми шагами я прошел зар...сли кустов. У моих ног т...нулась р...внина а дальше ст...ной возвышался мрачный лес. Я осм...трел

окрес...ность и спустился с х...лма. Высокая тр...ва на дне д...лины б...лела р...вной скат...ртью. Я вышел на опушку и пошел полем. Трудно было проб...раться по у...кой тр...пинке. Кругом р...сла высокая ро...ь. Н...чная птица промчалась и к...снулась меня св...им крылом. В т...шине глухо разд...вались мои шаги. Но вот на в...чернем небе стали заж...гаться звезды. Забл...стел серп м...л...дого мес...ца. Теперь я узнал д...рогу и предпол...гал что через час буду дома.

Задание 2. *Повторите правописание приставок. Перепишите предложения, вставив пропущенные буквы. Расставьте недостающие знаки препинания при однородных членах предложения.*

Перед самым селом п...р...езжаем речку вброд. На спуске перед церковью ра...ливается море сарафанов мужицких голосов. Народ все пр...бывает мужики в пиджаках ребятишки со свистульками, на ра...пряженных телегах сидят пр...старелые пр...езжие. Над колокольнями белеют верхи палаток, а над ними – облака, и падают вьются стрелами свищут в воздухе стрижи.

Медленно пр...бираясь в ра(с, сс)тупившейся толпе, по...ъезжаем к ограде пр...вязываем лошадей. На дощатом пр...лавке ра...ложены картинки и книги, и мещанин-пр...давец по...совывает календари и книги с з...манчивыми названиями. Всё смех и ржанье лошадей крик бабы, ругающей мужика, (с, з)ливается в один ярмарочный гул. За время работы ярмарки хочется успеть (с, з)делать многое пр...смотреть липового меда п...дешевле п...торговаться в свое удовольствие пр...купить гостинцев родным.

В обед негаданно с...бирается туча, и дождь, по...нимая пыль, барабанит по усыпанной по...солнечной шелухой дороге. Но летний дождь быстро пр...ходит, и яркая радуга, упершись в реку, широким полотенцем ра...кидывается над ярмаркой. С ярмарки народ ра...ъезжается только после обеда. (По И. Соколову-Микитову)

Задание 3. *Повторите правописание Ъ и Б (учтите разные функции Б). Перепишите, вставив, где необходимо, пропущенные буквы.*

Пред...юбилейное мероприятие, обжеч...ся огнем, решил удалит...ся проч..., кофе был горяч..., достан...те багаж..., чувствовать гореч... неудач..., быть по-волч...и, любител...ская кинос...емка, должность камен...щика, выйти замуж... осен...ю, береч... здоров...е, сроч...ный заказ, лечить кон...юнктивит, уловить фал...ш... в голосе, трех...этажный павил...он, заменить мед...ю, назнач...те время трех встреч..., с...еш... во время лан...ча, следить за своей реч...ю, купает...ся в реке, оформиш... пен...сию, остав...те антиквару старинную брош..., четырех...ядерный процессор, волосы до плеч..., сер...езный компан...он, умнож...те полученный резул...тат, он хорош... собой, выявить из...ян, декабр...ские морозы, с...агитировать на выборы, коротко стрич...ся, сверх...естественный об...ект, боиш...ся ос...минога, неб...ющаяся вещ..., об...емный текст п...есы, не забуд...те плащ..., невтерпеж... ждать, раз...яренный бык, разрабатывать кар...ер.

Задание 4. *Повторите правописание Н и НН в причастиях, прилагательных и образованных от них формах. Перепишите текст, вставив пропущенные буквы и расставив недостающие знаки препинания при причастных оборотах. Причастные обороты подчеркните.*

Было нестерпимо холодн...о, и даже не верилось, что днем придется жариться в раскален...ом пекле. Среди потрескавшихся от зноя пород обнаруживаются словно бы

отполирован...ые плиты гранита. В этом заброшен...ом неповторимом уголке необозримой пустыни существование человека – никогда не прекращающееся сражение с природой. Палатки кочевников соседствуют с домами сложен...ыми из обожжен...ого кирпича.

Снаружи жилище покрывает сетка сплетен...ая из жесткой травы. Узор наносится и на пленку, которой палатка скрепляется изнутри.

Все палатки украшен...ы под цвет камен...ых глыб. Комнаты соединен...ы переходами из плетен...ых циновок. Все разложен...о аккуратно...о, повсюду чистота. Сбоку вышел мужчина в незаменимом традицион...ом облачении. На нем накидка казавшаяся накрахмален...ой. Бросался в глаза и меч повеш...н...ый к поясу.

Геолог подходит к карте разукрашен...ой цветными пометками. Все, что нанесен...о на нее, – плод трудн...ых поисков в горах прокален...ых солнцем. Новые месторождения открывают разведчики недр. (По Б. Фетисову)

Задание 5. Повторите правописание НЕ и НИ с разными частями речи. Перепишите текст, вставив пропущенные буквы и раскрыв скобки.

Нет (н...)чего лучше Невского проспекта, по крайней мере в Петербурге. Чем (н...)блестит эта улица – красавица нашей столицы! Я знаю, что (н...)один из бедных чиновных ее жителей (н...)променяет на все блага Невского проспекта. Да и кому же он (н...)приятен? Здесь единствен...ое место, где показываются люди (н...)по(н...)обходимости, куда загнала их надобность и меркантильный интерес, об...емлющий весь Петербург. Здесь житель Петербургской или Выборгской части, (н...)сколько лет (н...)бывавший у своего приятеля в Песках или у Московской заставы, может быть уверен, что встретится с ним (н...)пр...мен...о.

Можно сказать решительно, что в это время, то есть до двенадцати часов, Невский проспект (н...)составляет (н...)(для)кого цели, он служит только средством: он постепен...о заполняется лицами, имеющими свои занятия, свои заботы, свои досады, но вовсе (н...)думающими о нем. В это время, что бы вы на себя (н...)надели, хотя бы даже вместо шляпы был картуз у вас на голове, хотя воротнички слишком высунулись из вашего галстука, – (н...)кто этого (н...)заметит. (по Н. В. Гоголю)

Задание 6. Повторите правописание наречий и частиц. Перепишите текст, вставив пропущенные буквы и раскрыв скобки. Вставьте недостающие знаки при деепричастных оборотах. Деепричастия подпишите.

Лето выдалось знойное и сокрушило все. Земля иссохла, прокалилась до того, что ящерицы (не)боясь (ни)кого прибегали на порог с отчаянно колотящимися глотками, лиш...(бы) куда(нибудь) спрятаться. А коршуны забирались (в)высь и (на)долго умолкали в горящем мареве.

И ребят непоседливых сморила (не)померная жара. Они прятались от нее под стенами домов выглядывая (из)редк... (от)туда на проходящие мимо них пассажирские и товарные поезда. Когда у разъезда составы сбавляли ход, детям казалось, что уж... этот(то) поезд притормозит и остановится. Они бежали за ним (в)догонку заслоняясь ручонками от солнца и (по)детски наивно надеясь укатить из пекла.

Тяжко было смотреть, с какой завистью и печалью малыши глядели (в)след уходящим в неизвестность, (на)стеж... раскрытым вагонам. Пассажиры выглядывали из открытых окон, то(же) сходили с ума от духоты и мечтали о том, что(бы) (на)утро очутиться там, где

прохладные реки и зеленые леса. Вряд(ли) они задумывались о том, что жара может задержаться... (По Ч. Айтматову)

Задание 7. *Повторите правила постановки знаков препинания в сложных предложениях. Перепишите предложения, расставив знаки препинания. Обратите особое внимание на пунктуацию при однородных и обособленных членах предложения. Подчеркните грамматические основы.*

1. Сначала соседи смеялись между собою над высокомерием Троекурова и каждый день ожидали чтоб незваные гости посетили Покровское где было им чем поживиться но наконец принуждены были с ним согласиться и сознаться что и разбойники оказывали ему непонятное уважение. (А. С. Пушкин)

2. Раза три в год Финский залив и покрывающее его серое небо наряжаются в голубой цвет и млеют любуясь друг другом и северный человек едучи из Петербурга в Петергоф не насмотрится на редкое чудо млеет в непривычном зное и все заликует дерево цветок и животное. (И. А. Гончаров)

3. Я писал вам как мы гонимые бурным ветром дрожа от холода пробежали мимо берегов Европы как в первый раз пал на нас у подошвы гор Мадейры ласковый луч солнца и заплескали голубые волны засияли синие небеса как мы жадно бросились к берегу погреться горячим дыханием земли. (И. А. Гончаров)

4. Иногда бывает что облака в беспорядке толпятся на горизонте а солнце прячась за них красит их и небо во всевозможные цвета в багряный оранжевый золотой лиловый грязно-розовый. (А. П. Чехов)

5. Направо темнели холмы налево все небо было запито багровым заревом и трудно было понять был ли то пожар или же собиралась всходить луна. (А. П. Чехов)

6. Живя здесь я реже попадался на глаза отцу и его гостям и мне казалось что если я живу не в настоящей комнате и не каждый день хожу в дом то слова отца что я сижу у него на шее звучат уже как будто не так обидно. (А. П. Чехов)

7. Он пел и от каждого звука его голоса веяло чем-то родным и необозримо широким словно знакомая степь раскрывалась перед нами уходя в бесконечную даль. (И. С. Тургенев)

8. Большая низкая лампа с непрозрачным абажуром стоящая на письменном столе горела ясно но освещала только поверхность стола да часть потолка образуя на нем дрожащее круглое пятно света в остальной комнате все было в полумраке в нем можно было разглядеть только шкаф с книгами большой диван еще кое-какую мебель. (В. Гаршин)

9. Куда ни обращаешь взор всюду как будто встречаешь быстро удаляющийся образ лета которое время от времени оборачивается назад и бросает прощальную меланхолически-задумчивую улыбку. (Д. Григорович)

10. А на него посмотришь и кажется что вся эта земная деятельность для него только лишь забава и ею занят он пока а настоящие его заботы где-то впереди куда порою устремлялись его бойкие но как бы неживые оловянного блеска глаза. (Ф. Сологуб)

11. На седом фоне тумана ближайшие сосны однотонно плоско и неясно вырисовываются своими прямыми и голыми стволами и в их неподвижности среди этой голубой тишины и среди этого холодного тумана чувствуется что-то суровое печальное и покорное. (А. И. Куприн)

ТЕМА 3. АКЦЕНТОЛОГИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – повторить характеристику русского языка, составить собственный акцентологический словарь при выполнении упражнений³.

Основные понятия темы:

Акцентологические нормы – это правила постановки ударения в слове.

Омонимы – слова, у которых от постановки ударения зависит значение.

Задание 1. *Расставьте ударения в следующих словах. Укажите варианты постановки ударения (например, ста́ртер и сартёр):*

1) Асимметрия, блага, кулинария, столяр, добыча, плато, диоптрия, творог, средства, шофер, туфля, эксперт, кремьнь, страховщик, нефтепровод, маркетинг, шасси, христианин, рассредоточение, досуг, жалюзи, танцовщица, шарфы, торты, искра, бармен, вероисповедание, квартал, симметрия, диспансер, обеспечение, склады, таможня, щебень, баржа, алкоголь, индустрия, приговор, генезис, договор, свекла, бижутерия, каталог, ходатайство, километр, пережитое, хвоя, полиграфия, ортопедия, пиццерия, стюард, овен, упрочение (*имена существительные*).

2) Асбестовый, совестливый, мизерный, оптовый, мастерски, украинский, втридорога, важно, тотчас, просмотрный, завидно, правы, давнишний, стары, одновременный, красивее, красивейший, равны, семестровый, счастливо, досыта, иначе, поутру, начерно, зубчатый (*имена прилагательные и наречия*).

3) Аранжировать, заржаветь, нормировать, убыстрить, заплесневеть, новорожденный, опошлить, баловать, балованный, расклешенный, дарит, включишь, включенный, копировать, повторишь, понял, звонит, закупорить, начался, начатый, положить, положил, вручит, врученный, доложишь, облегчить, осведомиться, премировать, черпать, ободрить, пломбировать, вогнутый, вскружит, буксировать, скрещенный, разрыхлить, плодоносить, наклоненный, окислить (*глагольные формы*).

Задание 2. *Поясните, как зависит значение от постановки ударения в следующих словах (омонимах):*

Глазки, замок, рожки, выкупать, ирис, характерный, полки, хлопок, мука, вычитать, орган, видение, острота, трусить, свойство, гвоздики, бронировать, кредит, угольный, правило, провидение, полнить, лавровый, электрик.

Например: пла́чу (1 лицо ед. число от глагола «плакать») – плачу́ (1 лицо ед. число от глагола «платить»).

Задание 3. *Прочитайте предложения, обращая внимание на постановку ударения в подчёркнутых словах. Составьте по аналогии свои предложения, используя любые слова из задания 1 и / или 2.*

1. В последнем квартале этого года эксперты одной из фирм заключили выгодный договор на прокладку газопровода, за что были премированы. 2. Для обеспечения здорового образа жизни исключите из своего рациона арахис, торты и алкоголь, а включите в него творог, свеклу и щавель. 3. В мебельном отделе нашего торгового центра вы можете приобрести красивейшие кухонные гарнитуры по оптовым ценам.

³ При выполнении заданий пользуйтесь орфоэпическим словарем или словарем трудностей при постановке ударения.

ТЕМА 4. ОРФОЭПИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – повторить правила транскрибирования слов, выявить основные трудности в плане произношения, составить собственный орфоэпический словарь при выполнении упражнений⁴.

Основные понятия темы:

Орфоэпические нормы – это правила произношения слов.

Транскрипция – графическая запись того, как произносится слово (всегда в квадратных скобках).

Задание 1. Отметьте правильное произношение сочетания ЧН в следующих словах. Распределите слова на три группы:

[шн]	[шн] и [чн]	[чн]

1) Шуточный, копеечный, отличник, девичник, будничный, булочная, очечник, полуночник, нарочно, прачечная, скучно, скворечник, горчичник, Фоминична, яичница, достаточно, порядочный, горничная, Никитична, двоечник, пустячный, Ильинична, конечно, спичечный, подсвечник, Кузьминична.

2) Шапочный мастер – шапочное знакомство, сердечные капли – друг сердечный, подаренная перечница – чертова перечница.

Задание 2. Отметьте правильное произношение согласного перед Е в следующих словах. Распределите слова на три группы:

Твёрдое произношение	Варианты	Мягкое произношение

Автосервис, дефис, агрессия, дендрарий, бухгалтер, депрессия, гарем, термин, шинель, термос, патент, сессия, тенденция, рейд, газель, дезодорант, фанера, Одесса, академия, бизнесмен, деградация, менеджер, музей, деканат, темперамент, тезис, аксессуар, протекция, бандероль, гипотеза, детектив, кредо, бассейн, экспресс, дедукция, декада, темп, терапевт, дефицит, интервал, дебаты, рельсы, ниппель, компетентный, дезинформация, пресса, цистерна, стратегия, тренинг, сенсорный, сейф, портмоне.

Задание 3. Прочитайте слова, обращая внимание на произношение ударного звука, обозначенного буквой Е:

1) Острие, поблекший, афера, хребет, оседлый, одноименный, маневренный, опека, жернов, желчь, блеклый, желоб, безнадёжный, бытие, повлекший, жердочка, никчемный, гладкошерстный, гашеный, недоуменный.

2) Именительный падеж – падеж скота;

Истекший срок – истекший кровью;

Кричит как оглашенный – оглашенный приговор;

⁴ При выполнении заданий пользуйтесь орфоэпическим словарем или словарем трудностей произношения.

Совершенные пропорции – совершенные поступки;
Крестный ход – крестный отец.

Задание 4. Прочитайте слова, обращая внимание на произношение выделенных согласных:

- 1) Масса, суррогат, группа, гриппа, терраса, аттестат, коллега, металл, сумма, аннотация, кристалл, одиннадцать, иллюзия, ванна, апелляция, касса, галлюцинация, нетто.
- 2) Дрожжи, бухгалтер, позже, вожжи, изжарить, выжженный, песчаный, изжить, разжать, жестче, низший, дожди, резче, визжать, изжога, масшаб, можжевельник, безжизненный, расчет, съезжу, приезжай.

Задание 5*. Прочитайте следующий текст, обращая внимание на правильное произношение и постановку ударения в подчёркнутых словах:

Примером успешного ведения бизнеса в различных отраслях экономики является деятельность фирмы «Mihail-tur». За 11 лет ее существования удалось сформировать коллектив профессионалов из высококвалифицированных менеджеров, компетентных экспертов, торговых агентов. Компании принадлежат две трети долей уставного фонда АО «Лейбл-мастер», владельца одного из крупнейших торговых центров города. Занимаясь оптовым поставкам подростковой одежды, фирма поддерживает связи с модельными агентствами, что позволяет обновлять коллекции на 15 процентов каждый квартал. С ассортиментом одежды можно познакомиться по объемному каталогу, размещенному на корпоративном интернет-сайте. Руководство фирмы заявило о намерении углубить это направление, для чего налаживаются связи с другими поставщиками, проводятся маркетинговые исследования с целью изучения конъюнктуры рынка в трех крупнейших областях региона. В планы компании входит также сосредоточение средств в области дорожного строительства. Начата подготовка к тендерным торгам, намеченным на первую декаду ноября, к участию в которых приглашаются компании, заинтересованные в строительстве современного путепровода.

ТЕМА 5. СЛОВООБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ НОРМЫ

Цель – вспомнить состав слова, научиться находить в предложениях ошибки, связанные с неверным образованием слова.

Основные понятия темы:

Словообразовательные нормы – это правила образования новых слов.

Задание 1. Найдите в предложениях слова, в которых нарушена словообразовательная норма, запишите их. Выделите неправильно выбранную часть слова (приставку, суффикс). Исправьте допущенные ошибки.

1. Завесьте, пожалуйста, килограмм помидоров с витрины.
2. Студенты в очередной раз немного запоздали на лекцию.
3. Уважаемые пассажиры, проходите по-быстрому в середину вагона или садитесь взади.
4. Он был коренным курчанином и после учебы в Москве вернулся в родной Курск.
5. Чтобы сдать зачет, важно завсегда посещать занятия.
6. Одна из самых актуальных проблем современной России – это взятничество в государственных учреждениях.
7. После концерта микрофоны со сцены надо будет перенести взад.
8. Многие кавказские

народы отличает их гостеприимчивость. **9.** Моя жизнь в этом году была наполнена заботами о заканчивании школы и поступлении в университет. **10.** Сегодня у первого курса была лекция по химии вместо высшей математики.

ТЕМА 6. ЛЕКСИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – вспомнить основные типы речевых ошибок, связанных со значением слова.

Основные понятия темы:

Лексические нормы – это правила употребления слова в точном значении, которое закрепилось в литературном языке и зафиксировано в толковых словарях.

Паронимы – это слова однокоренные, близкие по форме, но абсолютно разные по значению.

Речевая избыточность – это употребление лишних слов (тавтология, плеоназм).

Лексическая сочетаемость – это способность слова соединяться с другими словами по значению.

Жаргонизм – слово, свойственные для речи той или иной социальной, профессиональной группы людей.

Фразеологизм – устойчивое словосочетание, смысл которого не определяется значением отдельно взятых слов

Задание 1. *Объясните разницу в значении приведенных ниже паронимов. Составьте с каждым из них словосочетание, подобрав подходящее по смыслу слово.*

Осудить – обсудить, удачливый – удачный, соседний – соседский, жилой – жилищный, поступок – проступок, опечатки – отпечатки, командированный – командировочный, усвоить – освоить, эффектность – эффективность, невежа – невежда, представить – предоставить, цельный – целый, искусный – искусственный, практический – практичный; гуманный – гуманистический – гуманитарный; плодovitый – плодовый – плодотворный, экономический – экономичный – экономный.

Задание 2. *Найдите в следующих предложениях избыточные словосочетания, выпишите их. Объясните причину избыточности, указав на лишнее слово (или лишние слова).*

1. При входе в «Копирус» висит прейскурант цен на предлагаемые услуги. **2.** Уезжая из Москвы, мы купили памятные сувениры в киоске у вокзала. **3.** Для преподавателя важно то, какие взаимоотношения друг с другом сложились между студентами в группе. **4.** Неприятно резал слух голос, доносившийся из конференц-зала. **5.** Депутату приходится встречаться со всеми социальными слоями общества.

Задание 3. *Найдите в следующих предложениях иноязычные по происхождению слова, которые употреблены в неточном значении. Запишите свой вариант исправления.*

1. Рабочий станка допустил целый ряд дефектов при изготовлении деталей. **2.** Пейзаж Екатеринбурга за последние десять лет обогатился современными постройками, хотя многие памятники архитектуры и были реконструированы до основания. **3.** В целях профилактики основное внимание уделяется ранним проявлениям, т. е. дебюту гриппа. **4.** Для окон актового зала мы долго искали гардины длиной 4 метра, а уже потом подбирали шторы в тон стен. **5.** В

январе состоялся бенефис талантливого исполнителя: он впервые выступал на профессиональной сцене.

Задание 4. *Найдите в следующих предложениях нарушения правил лексической сочетаемости слов. Запишите свой вариант исправления.*

1. Грамотный руководитель должен показывать образец своим подчиненным. 2. Нововведения сыграли важное значение в развитии горного комбината. 3. Красочное оформление детских книг издательства «Эгмонт» должно вызвать внимание и заинтересовать покупателей. 4. Новогодний спектакль в Театре кукол оказал на детей большое впечатление. 5. Первую лекцию по геологии в этом году провел молодой преподаватель.

Задание 5. *Найдите в предложениях жаргонные, просторечные, разговорные слова, замените их литературным вариантом и запишите исправленный вариант.*

1. Несколько студентов до сих пор не отнесло хвостовки в деканат. 2. В центре Екатеринбурга забабахали очередную свечку. 3. Я считаю, что необходимо избавляться от любой нецензурщины в нашей речи. 4. После окончания вуза мы решили замутить свой бизнес, решив, что в этом деле нам по-любому повезет. 5. Работяги привыкли вкалывать на заводе от зари до зари.

Задание 6. *Исправьте в следующих предложениях речевые ошибки, вызванные неправильным употреблением фразеологизма.*

1. Михаил на публике говорит очень убедительно, язык у него хорошо подвязан. 2. Туристам кинулась в глаза красота уральской природы. 3. Его обещания рубля ломаного не стоят. 4. Об умельцах у нас говорят: «Они в своем деле коня подковали». 5. К сожалению, студенты редко сейчас грызут камень науки по-настоящему.

Задание 7*. *Найдите и исправьте в следующих предложениях речевые ошибки. Запишите правильный вариант.*

1. Норвежские спортсмены по-прежнему остаются нашими самыми серьезными оппонентами в биатлоне. 2. В своей работе руководители горных предприятий руководствуются новейшей научной и методической литературой. 3. Многодетным семьям, чтобы жить достойно, приходится искать несколько истоков доходов. 4. Обычно мы общаемся, не придавая важности невербальным средствам коммуникации. 5. Екатеринбургская Епархия активно распространяет душевную литературу. 6. Продукты Черкашинского мясокомбината пользуются авторитетом у покупателей. 7. Исправьте ошибки в контрольной работе так, чтобы было правильно. 8. Все места на парковке были заняты, и поэтому много машин толпилось на обочине. 9. К маю ветераны ВОВ получили очередную добавку к пенсии. 10. После собеседования она сказала, что на должность промоутера брали только смазливых молодых людей. 11. В прошлом году выдался неурожайный год в плане картошки. 12. Ребенок с рождения имитирует поведение родителей. 13. На Неделе первокурсника нам сразу выдали студики и зачётки. 14. Команда нашего факультета заняла первенство в смотре художественной самодеятельности. 15. После первых же дней изнурительной работы на Севере очень хотелось вернуться назад домой.

ТЕМА 7. МОРФОЛОГИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – вспомнить правила определения рода у существительных и аббревиатур, особенности несклоняемых существительных, образования некоторых грамматических форм разных частей речи и научиться исправлять ошибки, связанные с их неверным образованием (все это с опорой на учебную литературу и словари⁵).

Основные понятия темы:

Морфологические нормы – это правила образования грамматических форм слова.

Задание 1. *Определите род у следующих существительных и аббревиатур. Подберите к ним подходящие по смыслу прилагательные (или причастия), учитывая правила синтаксического согласования.*

1) Атташе, авеню, адвокат, ампула, ассорти, аэрозоль, белоручка, бра, безе, боа, боди, бродяга, видео, визави, врач, выскочка, гну, гуру, денди, доцент, евро, жалюзи, жюри, зануда, иваси, какаду, кантри, каре, кашне, кенгуру, киви, кимоно, колибри, коллега, колли, кольраби, кофе, крупье, кутюрье, лама, левша, манго, мартини, маэстро, меню, миледи, монпансье, недоросль, непоседа, ниндзя, пани, пари, педагог, пенальти, пенсне, пони, преподаватель, протеже, профессор, растяпа, резюме, рефери, сабо, салями, сирокко, спагетти, табу, такси, тамада, танго, толь, торнадо, турне, тюль, фламинго, фрау, хачапури, хиппи, цеце, цунами, шасси (склоняемые и несклоняемые существительные).

2) Айдахо, Бали, Борнео, Гоби, Дели, Калахари, Капри, Килиманджаро, Колорадо, Лимпопо, Мехико, Миссисипи, Онтарио, Сорренто, Тбилиси, Толедо, Чили (имена собственные).

3) АО, АТС, БАМ, бомж, ВТО, вуз, ГАЗ, ГОК, ГУМ, ДК, дот, ДСП, ДТП, жэк, колхоз, КПП, ЛДПР, МВД, МИД, НИИ, НХЛ, НЭП, общепит, ООН, ПК, полпред, СЕ, СМУ, СНГ, СССР, ТАУ, ТВ, ТРЦ, УЗТМ, ФГБОУ, ФМС, ФСБ, ЦУМ (аббревиатуры).

Задание 2. *Определите род у следующих сложносоставных существительных. Составьте с ними словосочетания **прил. + сущ.***

Диван-кровать, музей-квартира, генерал-губернатор, плащ-палатка, идея-фикс, конференц-зал, жар-птица, кафе-столовая, чудо-человек, матч-реванш, салон-парикмахерская, программа-максимум, женщина-космонавт, альфа-излучение, ракета-носитель, премьер-министр, кофе-пауза.

Задание 3. *Определите, какие фамилии при заполнении бланка письма или заявления будут склоняться, а какие нет. Обращайте внимание на пол человека. Запишите эти имена и фамилии в нужном падеже.*

Кому:

Сергей Левченко, Александр Живаго, Елена Сверчук, Анна Шевченко, Константин Ярош, Татьяна Чубинец, Вероника Лежава, Андрей Горенко, Борис Станкевич, Виталий Воробей, Ирина Шевчук, Иван Миклухо-Маклай, Виктор Доброво, Владислав Карамыш, Анна Диоп, Андрей Кожемяк, Мария Мицкевич, Петр Галаган, Маргарита Венда, Вадим Черных.

От кого:

⁵ При выполнении заданий пользуйтесь орфоэпическим словарем или словарем грамматических трудностей.

Николай Черныш, Наталья Седых, Светлана Карась, Семен Фоменко, Лев Щерба, Сергей Соловьев-Седой, Александр Максимаджи, Екатерина Франюк, Леонид Березняк, Юлия Родных, Максим Жук, Алёна Ремесло, Николай Стрижак, Наталия Черных, Марат Ардзинба, Вера Ноздреватых, Виктория Приходько, Евгений Столпнер, Кирилл Шапиро, Станислав Горбачевич.

Задание 33. Заполните таблицу следующими существительными, в зависимости от того, как у них образуется форма именительного падежа множественного числа.

Окончание –а/ –я	Окончание –ы/ –и	Варианты –а/ –я и –ы/ –и

Отдельно укажите существительные, у которых от выбора окончания в этой форме зависит значение (например, ордера – «документы» и ордеры – «элементы в архитектуре»).

1) Брелок, бухгалтер, ветер, вексель, возраст, герб, год, директор, договор, жемчуг, инженер, инспектор, клин, колос, купол, лектор, медвежонок, небо, окорок, офицер, отпуск, пандус, паспорт, плинтус, почерк, прииск, прожектор, профессор, ребенок, редактор, сектор, семя, слесарь, столяр, сторож, табель, токарь, тополь, трактор, хозяин, цех, чудо, шило, шофёр, штемпель.

2) Корпус, лагерь, образ, повод, полоз, полутон, провод, пропуск, прут, тормоз, хлеб.

Задание 4. Образуйте форму родительного падежа множественного числа от следующих существительных. Отметьте наличие вариантов (например, ласты – ластов и ласт).

Армяне, апельсины, басни, блюда, болгары, ботинки, брызги, буряты, валенки, гардемарины, гектары, граммы, грузины, дела, деньги, джинсы, заморозки, казахи, калории, кастрюли, килограммы, клавиши, комментарии, макароны, мандарины, мечты, микроны, мокасины, носки, осетины, партизаны, перила, перипетии, петли, плечи, полотенца, поместья, помидоры, просьбы, развилки, рельсы, русла, сани, сапоги, сбои, свадьбы, сваи, свечи, серьги, солдаты, тапочки, тиски, турки, туфли, цыгане, чукчи, чулки, южане, юнги, яблоки, ясли.

Задание 5. Раскройте скобки, заменяя цифровые обозначения словами, правильно определяя падеж числительных и существительных.

1. Выборы в Государственную Думу состоялись в (358 округов). 2. Появилась серия вспомогательных пособий с (5 735 чертежей). 3. Теплоход с (657 отдыхающих) плыл вниз по Волге. 4. За время последней экспедиции мы прошли свыше (2 580 километров). 5. Нарушения техники безопасности были выявлены на (4 893 предприятия).

Задание 6. Исправьте неверное употребление числительных в следующих предложениях:

1. Лекция по философии будет прочитана для обоих студенческих групп. 2. Мать-героиня воспитала семерых сыновей и четверых дочерей. 3. Забор тянулся по обоим сторонам улицы и ограничивал движение. 4. Двоих подруг она уже встретила по приезду в родной город. 5. Главные достопримечательности Санкт-Петербурга расположены по обеим берегам Невы.

Задание 7. Выпишите из предложений неправильно образованные грамматические формы. Запишите исправленный вариант.

1. Всем стало понятно, что еѣное предложение по реконструкции здания не будет одобрено. 2. После второго матча наша команда оказалась в более лучшем положении. 3. Староста пожаловалась преподавателю, что наша группа не влазит в аудиторию 3519. 4. Съезды в другой город, она поняла, как хорошо на родине. 5. Ремонтники уже второй месяц не могли сменить треснутое стекло в окне. 6. Он схватился за канат двумя руками. 7. Хозяйка встретила гостей в бигудях и халате. 8. Наши альпинисты покорили самые высочайшие вершины мира. 9. Я надеялся, что к началу сессии выздоровлю. 10. В этот раз студенты справились с заданием еще более хуже.

Задание 8. *Найдите нарушения морфологических норм. Запишите исправленный вариант предложений.*

1. Новый преподаватель кажется более образованнее. 2. Студенческое общежитие находится в полтора километрах от здания университета. 3. ФНС был создан как федеральный орган исполнительной власти. 4. В магазине «Лео-строй» разнообразные варианты цветных жалюзей. 5. Куратор совсем не интересовался ихними проблемами в учебе. 6. МВФ выделило очередной транш в 1,5 миллиарда долларов. 7. В столовой нельзя пользоваться лопнутыми стаканами. 8. Эту сумму мы добавим к тысяче двести сорокам рублям. 9. На конференцию молодых ученых пригласили самых умнейших студентов старших курсов. 10. Вскоре Сергей Исаев стал популярной тамадой на свадьбах и других торжествах. 11. На вновь открытое предприятие требуются бухгалтера, сторожи и инженера АСУП. 12. Южнее Сочи находится солнечное Сухуми. 13. На дипломную практику горный комбинат принял троих девушек с нашего курса. 14. Мама традиционно купила пять килограмм мандарин и апельсин для праздничного новогоднего стола. 15. Увидя раздраженное состояние преподавателя, студентка решила с ним не спорить.

ТЕМА 8. СИНТАКСИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – повторить основные правила построения словосочетаний и предложений

Основные понятия темы:

Синтаксические нормы – это правила, регулирующие порядок и связь слов в словосочетании и предложении.

Задание 1. *Раскройте скобки, правильно определив падеж зависимого слова. При необходимости используйте предлоги. Запишите получившиеся словосочетания.*

Согласно (устав университета), точка зрения (события), благодаря (поддержка друга), анонс (предстоящие гастроли), вопреки (мнение большинства), наперекор (судьба), вклад (развитие науки), жажда (слава), заведующий (кафедра), по (возвращение) из отпуска, отзыв (курсовая работа), рецензия (новый фильм), оплачивать (проезд), свидетельствовать (необходимость перемен), доказывать (новая теория), поделиться (результаты исследования), апеллировать (здравый смысл), по (прибытие) поезда; предостеречь (опасность) – предупредить (опасность), обращать внимание (недостатки) – уделять внимание (подготовка к экзаменам), уверенность (свои силы) – вера (победа).

Задание 2. *Найдите предложения, в которых неверно употреблен деепричастный оборот. Предложите свой вариант исправления.*

Образец: Подводя итог проделанной работы, мною был вдвинут ряд предложений по модернизации (действие, названное деепричастием, не относится к подлежащему).

Варианты исправления: 1) Подводя итог проделанной работы, я выдвинул ряд предложений по модернизации. 2) Когда я подвел итог проделанной работы, мною был вдвинут ряд предложений по модернизации. 3) После подведения ряда итогов проделанной работы мною был вдвинут ряд предложений по модернизации.

1. Будучи ребенком, Дмитрия всегда интересовали вопросы, связанные с техникой. 2. Читая произведения русской классики, меня охватывает чувство гордости за отечественную литературу. 3. Не чувствуя ни усталости, ни голода, наш путь к вершине продолжался. 4. Узнав эту прекрасную новость, радости студентов не было предела. 5. Первым, слегка хромая, из автобуса вышел седой старик. 6. Записываясь на практику, у студентов были очень ограничены возможности выбора места ее прохождения. 7. Вспоминая родные места, мне видится наш маленький кирпичный домик в тени тополей. 8. Глядя на ярко освещенные стены Зимнего дворца, у меня возникло желание приехать сюда еще раз. 9. Позвонив в третий раз, он с грустью понял, что никого нет дома. 10. Произведя ряд расчетов, задача была решена студентами в течение 15 минут.

Задание 3. Найдите предложения, в которых неправильно согласовано подлежащее со сказуемым. Запишите исправленный вариант.

1. Много знаменитых людей закончили наш университет. 2. Немало средств были потрачены на восстановление полуразрушенного памятника архитектуры. 3. Несколько важных дат будут отмечены в календаре помимо официальных государственных праздников. 4. На собрание по поводу летней практики явились лишь 31 студент. 5. Часть студентов не справились с итоговой контрольной работой. 6. Множество горожан приняли участие в шествии «Бессмертного полка». 7. Ряд важных вопросов не были решены во время последнего заседания Ученого совета. 8. Половина участников соревнований были размещены в студенческом общежитии. 9. Тысяча периодических изданий имеются в открытом доступе в электронной библиотеке. 10. Газета «Екатеринбургские новости» опубликовали интересную статью о творчестве молодых поэтов и писателей Урала.

Задание 4. Найдите нарушения синтаксических норм. Запишите исправленный вариант предложений.

1. Согласно распоряжения ректора всем студентам и сотрудникам необходимо пройти флюорографический осмотр. 2. Открыв дверь в аудиторию, перед моими глазами предстала странная картина. 3. Важно изучать условия жизни человека и как они связаны с процессами, происходящими сегодня в нашем обществе. 4. Молодежь всегда принимали участие в студенческой самодеятельности и спортивных мероприятиях. 5. В своей новой статье автор исследует и размышляет о возможностях искусственного интеллекта. 6. Приказ был подписан ректором университета, устанавливающий обязательное посещение занятий, и доведен до сведения сотрудников вуза, преподавателей и студентов. 7. Несколько членов Ученого совета не присутствовали на очередном заседании. 8. В район приехал инструктор для подготовки специалистов по борьбе с сельскохозяйственными вредителями из местных жителей. 9. Ученики горного лицея поступают в престижные учебные заведения, родители которых гордятся их успехами в учебе. 10. Можно было согласиться лишь с теми положениями доклада, где приводились статистические данные для подтверждения гипотезы. 11. Сдав нормативы ГТО, большинству из нас был вручен золотой значок. 12. Учебное пособие не

только предназначено для преподавателей, а также и для студентов и аспирантов. **13.** Скоро будет заселен многоквартирный дом, выросший на глазах за несколько месяцев и который уже приняла комиссия. **14.** Нам предложили поселиться в номере-люкс новой гостиницы для туристов с видом на море. **15.** Преподаватель попросил студентов, чтобы они ему напомнили на следующем занятии, чтобы он им распечатал раздаточный материал к семинарскому занятию.

ТЕМА 9. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ СТИЛЕЙ

Цель – повторить систему функциональных стилей русского языка, научиться определять стиль текста и доказывать свою точку зрения в этом вопросе.

КОНСПЕКТ следующего материала к занятию (основные понятия выделены в тексте):

Функциональный стиль – это исторически сложившаяся и социально осознанная разновидность языка, функционирующая в определенной сфере человеческой деятельности и общения, создаваемая особенностями употребления в этой сфере языковых средств и их специфической организацией.

В основе классификации стилей лежат экстралингвистические факторы: сфера применения языка, обусловленная ею тематика и цели общения. Сферы применения языка соотносятся с видами деятельности человека, соответствующими формам общественного сознания: наука, идеология, право, искусство, религия. Выделяются стили официальной речи (книжные): **научный, официально-деловой, публицистический, литературно-художественный, церковно-религиозный.** Им противопоставлен стиль неофициальной речи – **разговорный**, экстралингвистической основой которого является сфера бытовых отношений и общения (быт как область отношений людей вне их непосредственной производственной и общественно-политической деятельности).

Сферы применения языка в значительной мере влияют на тематику и содержание высказывания. Каждая из них имеет свои актуальные темы. Например, в научной сфере обсуждаются проблемы научного познания мира, в сфере бытовых отношений – бытовые вопросы. Однако в разных сферах может обсуждаться одна и та же тема, но цели преследуются неодинаковые, вследствие чего высказывания различаются и по содержанию, и по форме (см. **Задание 1**).

Каждый стиль обладает определёнными языковыми особенностями (прежде всего лексическими и грамматическими). Можно говорить лишь об относительной замкнутости функциональных стилей: большинство языковых средств в каждом стиле нейтральные, межстилевые. Однако ядро каждого стиля образуют присущие именно ему языковые средства с соответствующей стилистической окраской и едиными нормами употребления.

Следует отбирать слова и конструкции в соответствии с выбранным стилем, особенно в письменной речи. Употребление разностилевых языковых средств в рамках одного текста ведет к появлению стилистических ошибок. Часто встречаются ошибки, связанные с неуместным употреблением канцеляризма, а также злоупотреблением специальными терминами в ненаучном тексте и использованием разговорной и просторечной лексики в книжных текстах (см. **Задание 2**).

Можно сделать вывод, что **стилистические нормы** – это 1) правила употребления языковых средств в соответствии с выбранным стилем и 2) правила выбора стиля, соответствующего условиям общения.

Таким образом, специфические черты каждого функционального стиля можно описать, ориентируясь на целый ряд признаков, которые обозначаются как **стилеобразующие факторы**, а также на его стилевые и языковые особенности. Кроме того, каждый стиль включает в себя тексты разных жанров (см. **Задание 3**).

Функциональный стиль	Стилеобразующий фактор						Жанры
	Доминирующая языковая функция	Форма общественно-го сознания	Основная форма речи	Типичный вид речи	Тон речи	Тип адресата	
Научный	Сообщение	Научное сознание	Письменная	Монолог	Нейтральный	Массовый (подготовленный к восприятию научной информации)	Учебник, монография лекция, научная статья, аннотация, реферат, конспект, тезисы, курсовая работа, выпускная работа, диссертация, доклад
Официально-деловой	Сообщение / воздействие	Правовое сознание	Письменная	Монолог	Нейтральный / императивный	Массовый	Конституция, закон, приказ, указ, распоряжение, положение, регламент, заявление, автобиография, резюме, характеристика
Публицистический	Сообщение + воздействие	Идеологическое сознание	Письменная и устная	Монолог и диалог	Обусловленный содержательно	Массовый	Репортаж, интервью, очерк, дискуссионное выступление, статья, информационная заметка
Литературно-художественный	Воздействие	Эстетическое сознание	Письменная	Обусловленный родом и жанром литературы	Обусловленный эстетической задачей	Массовый (подготовленный к восприятию классических произведений)	Роман, повесть, рассказ, новелла, стихотворение, поэма, баллада
Церковно-религиозный	Воздействие	Религиозное сознание	Письменная и устная	Монолог	Обусловленный ситуативно	Массовый	Исповедь, проповедь, житие, молитва
Разговорный	Общение	Обыденное сознание	Устная	Диалог и полилог	Обусловленный ситуативно	Личный (конкретный собеседник)	Дружеская беседа, семейная беседа, бытовой спор, байка

Задание 1. Прочитайте тексты, посвященные одной теме. Определите функционально-стилевую принадлежность текстов, опираясь на стилеобразующие факторы и языковые особенности каждого из них.

Текст 1

Гроза – атмосферное явление, заключающееся в электрических разрядах между так называемыми кучево-дождевыми (грозовыми) облаками или между облаками и земной поверхностью, а также находящимися над ней предметами. Эти разряды – молнии – сопровождаются осадками в виде ливня, иногда с градом и сильным ветром (иногда до шквала). Гроза наблюдается в жаркую погоду при бурной конденсации водяного пара над перегретой сушей, а также в холодных воздушных массах, движущихся на более теплую подстилающую поверхность.

Текст 2

Как передает наш корреспондент, вчера над центральными районами Пензенской области прошла небывалой силы гроза. В ряде мест были повалены телеграфные столбы, порваны провода, с корнем вырваны столетние деревья. В двух деревнях возникли пожары в результате удара молнии. К этому прибавилось еще одно стихийное бедствие: ливневый дождь вызвал сильное наводнение. Нанесен значительный ущерб сельскому хозяйству. Временно было прервано железнодорожное и автомобильное сообщение между соседними районами.

Текст 3

Доводим до Вашего сведения, что вчера после полуночи над районным центром – городом Нижний Ломов и прилегающей к нему сельской местностью – пронеслась сильная гроза, продолжавшаяся около получаса. Скорость ветра достигала 30-35 метров в секунду. Причинен значительный материальный ущерб жителям деревень Ивановка, Щепилово и Вязники, исчисляемый, по предварительным данным, сотнями тысяч рублей. Имели место пожары, возникшие вследствие удара молнии. Сильно пострадало здание школы в деревне Курково, для его восстановления понадобится капитальный ремонт. Вышедшая из берегов в результате проливного дождя река Вад затопила значительную площадь. Человеческих жертв нет. Образована специальная комиссия для выяснения размеров причиненного стихийным бедствием ущерба и оказания помощи пострадавшему местному населению. О принятых мерах будет незамедлительно доложено.

Текст 4

Ты не поверишь, какая гроза прошла вчера над нами! Я человек не робкого десятка, и то испугался насмерть.

Сначала все было тихо, нормально, я уже собирался было лечь, да вдруг как сверкнет молния, бабахнет гром! И с такой силищей, что весь наш домишко задрожал. Я уже подумал, не разломалось ли небо над нами на куски, которые вот-вот обрушатся на мою несчастную голову. А потом разверзлись хляби небесные... В придачу ко всему наша безобидная речушка вздулась, распухла и ну заливать своей мутной водицей все вокруг. А совсем рядом, что называется – рукой подать, загорелась школа. И стар и млад – все повысыпали из изб, толкутся, орут, скотина ревет – вот страсти какие! Здорово я перепугался в тот час, да, слава Богу, все скоро кончилось.

Текст 5

При Крещении священник крестообразно помазывает лоб христианина святым миром, говоря: «Печать дара Духа Святаго». Впоследствии всякий раз, когда христианин осеняет себя крестным знамением, он поклоняется спасительной Страсти Господней и призывает крестную

силу, иже есть сила крестной смерти нашего Христа. Говоря: «Кресте Христов, спаси нас силою твоею», мы призываем силу крестной жертвы Господа. Поэтому крест обладает великой силой. Например, началась гроза. Сверкают молнии, и в большой железный крест на колокольне тоже может ударить молния. Однако, если стоящий под этим железным крестом христианин имеет на себе вот такой маленький крестик и говорит: «Кресте Христов, спаси мя силою твоею», то молния ему не повредит. В первом случае действуют природные законы: молния попадает в крест и сбивает его на землю. Во втором случае такой вот малюсенький крестик хранит верующего человека, призвавшего на помощь силу Креста.

Текст 6

Между далью и правым горизонтом мигнула молния, и так ярко, что осветила часть степи и место, где ясное небо граничило с чернотой. Страшная туча надвигалась не спеша, сплошной массой; на ее краю висели большие, черные лохмотья; точно такие же лохмотья, давя друг друга, громоздились на правом и на левом горизонте. Этот оборванный, разлохмаченный вид тучи придавал ей какое-то пьяное, озорническое выражение. Явственно и не глухо проворчал гром. Егорушка перекрестился и стал быстро надевать пальто.

Вдруг рванул ветер и со свистом понесся по степи, беспорядочно закружился и поднял с травой такой шум, что из-за него не было слышно ни грома, ни скрипа колес. Он дул с черной тучи, неся с собой облака пыли и запах дождя и мокрой земли. Лунный свет затуманился, стал как будто грязнее, звезды еще больше нахмурились, и видно было, как по краю дороги спешили куда-то назад облака пыли и их тени.

Чернота на небе раскрыла рот и дыхла белым огнем; тотчас же опять загредел гром.

Дождь почему-то долго не начинался... Было страшно темно. А молнии в потемках казались белее и ослепительнее, так что глазам было больно.

Вдруг над самой головой его [Егорушки] со страшным, оглушительным треском разломалось небо; он нагнулся и притаил дыхание, ожидая, когда на его затылок и спину посыпятся обломки... Раздался новый удар, такой же сильный и ужасный. Небо уже не гремело, не грохотало, а издавало сухие, трескучие, похожие на треск сухого дерева звуки.
(А. П. Чехов. *Степь*)

Задание 2. Найдите в следующих предложениях стилистические ошибки и запишите исправленный вариант.

1. Некоторым министрам необходимо включить мозги, чтобы до них дошло, что на прожиточный минимум люди в России могут только существовать. 2. В статье сообщается, что левые лекарства отслежат по аптекам и конфискуют. 3. Мэр города рассказал, что в настоящее время ведется возведение двух бюджетных высоток в Пионерском поселке. 4. Новый сотрудник редакции сумел нарыть некий компромат на верхушку министерства, но опубликовать материалы ему не дали. 5. Директор гимназии был в ауте, когда ему сообщили, что гимназия получила-таки грант в размере 1 млн. рублей. 6. Бытие в хрущевках и интенсивные трудовые затраты скрашивала душевная атмосфера, царившая в те годы в коллективе. 7. Благополучие родных деревень отстаивает наш председатель, который по восемнадцать часов в сутки мотается по полям, фермам, частит по делам в Екатеринбург. 8. Трудно понять, почему ученый допустил такую промашку в расчетах. 9. Семь школ, которые дислоцируются в нашем районе, переполнены, поэтому некоторым детям приходится ездить за тридевять земель. 10. Избранников народа одолевает такое количество проблем, что у некоторых уже крыша поехала.

Задание 3. *Определите, к какому стилю принадлежит каждый из предложенных текстов⁶. Попробуйте обосновать свою точку зрения.*

Текст 1

В психологии и этике делового общения речь пойдет не столько об абстрактных общепсихологических категориях и принципах, сколько о профессиональных психологических и в то же время практически ориентированных знаниях, которые могут обеспечить успех той или иной деятельности. Под **деловым** понимается общение, обеспечивающее успех какого-то общего дела, создающее условия для сотрудничества людей, чтобы осуществить значимые для них цели. Деловое общение содействует установлению и развитию отношений сотрудничества и партнерства между коллегами по работе, руководителями и подчиненными, партнерами, соперниками и конкурентами. Оно предполагает такие способы достижения общих целей, которые не только не исключают, но, наоборот, предполагают также и достижение лично значимых целей, удовлетворение личных интересов.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 2

Веруем в Единого Бога Отца Всмогущего, Творца неба и земли.

Веруем также в Иисуса Христа, Его Единородного Сына и Господа нашего, Который был зачат Духом Святым, рожден девою Марией, Который страдал во времена Понтия Пилата, был распят, умер и был погребен, сошел в царство смерти, на третий день воскрес из мертвых, вознеся на Небо и воссел одесную Всмогущего Бога Отца, откуда вернется судить живых и мертвых.

Веруем также во Святого Духа, Святую Соборную Церковь, собрание святых, в прощение грехов, воскресение мертвых и жизнь вечную.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 3

В Горном университете прошел День открытых дверей. На площадке перед Большим актовым залом – Залом УГМК развернулся настоящий наукоград: кроме презентации различных направлений подготовки, школьников ждали специализированные мастер-классы.

Об основах робототехники будущим абитуриентам рассказывали сотрудники кафедры горных машин и комплексов и робот Герман. О далеких экспедициях и романтике походов – студенты-геологоразведчики. У стенда **Уральского геологического музея** ребята рассматривали минералы под микроскопом, а вместе с инструкторами **студенческого патриотического центра «Святогор»** учились основам безопасного обращения с оружием.

⁶ Задание может быть выполнено как тестовое.

Всего на **День открытых дверей** в **Горный университет** пришли около тысячи школьников. Многие из них уже серьезно задумались о том, чтобы стать частью дружной семьи горняков.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 4

В соответствии с Федеральным законом от 18.06.2001 N 77-ФЗ «О предупреждении распространения туберкулеза в Российской Федерации», Постановлением Правительства РФ от 25.12.2001 N 892 «О реализации Федерального закона «О предупреждении распространения туберкулеза в Российской Федерации», санитарно-эпидемиологическими правилами СП 3.1.2.3114-13 «Профилактика туберкулеза» и в целях раннего выявления заболеваний органов грудной клетки среди студентов и сотрудников университета

ПРИКАЗЫВАЮ:

Организовать с 10 апреля по 12 мая 2017 года флюорографический профилактический осмотр студентов и сотрудников университета в передвижном цифровом флюорографическом кабинете, установленном во дворе I учебного здания, с предъявлением каждым студентом и сотрудником копии полиса обязательного медицинского страхования.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 5

Страны, которые являются участниками процесса торговли минеральным сырьем, решают разные задачи, что отражается на структуре их экономики, влияет на характер воспроизводственных процессов, порождает специфические для каждой страны проблемы. Взаимодействие экспортеров и импортеров сырья накладывает отпечаток на международные отношения, являясь причиной возникновения конфликтов, создания экономических и военно-политических союзов. Стремление к поддержанию и расширению экспорта вызывает дополнительные потребности в производстве сырья внутри страны, в развитии минерально-сырьевой базы. Импорт сырья следует рассматривать как источник удовлетворения потребностей и стимулирование развития несырьевых отраслей.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 6

Отец наш шибко тада заболел // У него было очень большое сердце // А что такое большое сердце в те годы / это же неизлечимая болячка! Он работал у нас мастером в заводе / в формовочном цехе / где делались изделия для сталелитейного завода / для нижнетагильского // Ковшовые кирпичи / розетки / воронки всякие / сифоны / вообще / всякая всячина // Всё было для фронта / всё для победы // Щас этого никто не понимает / особенно нынешняя молодёжь // Какие же тяжёлые дни пережило наше поколение! И не дай вам Бог узнать / что

такое война! Да даже твои родители ещё воспитывались в этом послевоенном духе // Ну да ладно / всё равно меня трудно понять...

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 7

Реклама работает на подсознательном уровне, обращается к иррациональному в природе человека. Ее влияние и глубже и сильнее, чем мы думаем, потешаясь над каким-нибудь слабоумным персонажем вроде пропагандиста бытовой техники. Кого и в чем может убедить этот шут гороховый? Оказалось – нас. Но не в том, что его товары дешевле и лучше, а совсем в другом – в преимуществе нового образа жизни.

От рекламы не требуется реализма. Задавая высокие нравственные стандарты, она порождает особое позитивное мышление. Задача рекламы состоит в том, чтобы потребитель подсознательно стремился отождествить себя с героем «коммершелз». Тогда он купит сковородку не для того, чтобы жарить яичницу, а для того, чтобы стать участником идеальной экранной жизни.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 8

Наутро поднявшееся яркое солнце быстро съело тонкий ледок, подернувший воды, и весь теплый воздух задрожал от наполнивших его испарений отжившей земли. Зазеленела старая и вылезающая иглами молодая трава, надулись почки калины, смородины и липкой спиртовой березы, и на обсыпанной золотым светом лозине загудела выставленная облетававшая пчела. Залились невидимые жаворонки над бархатом зеленей и обледеневшим жнивьем, заплакали чибисы над налившимися бурою неубравшеюся водой низами и болотами, и высоко пролетели с весенним гоготаньем журавли и гуси. Заревела на выгонах облезшая, только местами еще не перелинявшая скотина, заиграли кривоногие ягнята вокруг теряющих волну блеющих матерей, побежали быстроногие ребята по просыхающим, с отпечатками босых ног тропинкам, затрещали на пруду веселые голоса баб с холстами, и застучали по дворам топоры мужиков, налаживающих сохи и бороны. Пришла настоящая весна.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 9

К нашему большому сожалению, мы должны сообщить Вам, что партия лакокрасочных материалов, отгруженных Вами на судне «Ленинград» по контракту 27-005/40289, не соответствует по качеству нашим спецификациям, на основании которых был заключен контракт.

Согласно параграфу № 03 в договоре, мы имеем право отказаться от приемки этой партии товара. Однако, принимая во внимание наши длительные деловые отношения и то

обстоятельство, что предыдущие поставки лакокрасочных материалов в счет данного контракта были произведены в соответствии с условиями договора и надлежащего качества, мы согласны принять эту партию товара, если Вы предоставите нам скидку в 10 %.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 10

Человек должен быть широк. Из универсализма вытекает креативность, а ЕГЭ не обеспечивает ни того, ни другого. Даже те ребята, которые прекрасно сдали тесты по выбранным предметам, далеко не всегда в состоянии объяснить, откуда взялись все эти ответы, вывести их самостоятельно. А предложение «докрутить» чуть дальше и глубже вообще ставит в тупик: «Почему вы у нас спрашиваете то, что вы нам не рассказали?» Но креативность как раз и состоит в умении давать такие ответы. Учащийся – это же не шляпа, в которую положили кролика, чтобы его же и достать. Это неинтересно.

Убрать ЕГЭ нельзя. Но если оставить все как есть, мы обречены на дальнейшее отставание в науке, в любых творческих профессиях. Поэтому необходимо уточнить функционал ЕГЭ. А для этого надо все же назвать кошку кошкой и понять, что такое образование.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 11

На религию после революции 1917 года было наложено так называемое табу. Христианское вероисповедание и все реалии, связанные с ним, воспринимались только как культурное наследие и пережиток царского режима. Соборы и церкви были лишь памятниками архитектуры, жития святых – памятниками литературы, иконы и фрески – памятниками художественного творчества. Очень многие храмы были разрушены или применялись не по своему прямому назначению; они становились складами, конторами, монастыри превращались в тюрьмы и колонии. Люди, особенно священнослужители, преследовались за свою веру. Как следствие, лексика религиозного характера со временем стала постепенно переходить в пассивный состав языка, используясь в основном в составе фразеологизмов и афоризмов (как Бог на душу положит; как у Христа за пазухой; человек предполагает, а Бог располагает). Некоторые слова изменили свою семантику (воскресение, братия), многие приобрели в современном русском языке отрицательную окраску (вертеп).

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

ТЕМА 10. НАУЧНЫЙ СТИЛЬ

Цель – познакомиться со спецификой научного стиля, научиться определять основные стилевые и языковые особенности научных текстов.

КОНСПЕКТ следующего материала к занятию (основные понятия выделены в тексте):

Научный стиль – один из важнейших функциональных стилей литературного языка, относящийся к письменно-книжному типу речи и обслуживающий сферу науки и производства. Цель текста научного стиля может заключаться в передаче объективной информации о природе, человеке и обществе, доказательстве ее новизны, истинности или ценности.

Основные стилевые черты научного стиля:

– **объективность**, которая проявляется в изложении разных точек зрения на рассматриваемую проблемы, в отсутствии субъективных оценок при передаче содержания, в безличности языкового выражения, в сосредоточенности на предмете высказывания;

– **логичность**, которая проявляется в последовательности и непротиворечивости изложения научной теории и создается с помощью особых синтаксических конструкций (сложные предложения с придаточными причины, условия, следствия; предложения с вводными словами *во-первых, во-вторых, наконец, итак, следовательно* и др.);

– **доказательность**, которая проявляется в цепочке рассуждений, аргументации определенных положений и гипотез;

– **точность**, которая достигается благодаря использованию терминов (т. е. слов и словосочетаний, обозначающих понятия особой области знания или деятельности), однозначных слов; четким оформлением синтаксических связей;

– **обобщенность и отвлеченность**, которые проявляются в отборе слов (преобладание имен существительных над глаголом, общенаучные слова, имена существительные с абстрактным значением, конкретные существительные в обобщенном значении), в употреблении грамматических форм (глаголы настоящего времени во «вневременном» значении, возвратные и безличные глаголы, преобладание форм 3-го лица, форм несовершенного вида), в использовании синтаксических конструкций (неопределенно-личные предложения, страдательные обороты), в существовании авторского «мы», характерного только для научного стиля;

– **насыщенность фактической информацией**;

– **отсутствие выражения эмоций** (отсутствуют разговорные элементы, эмоционально-экспрессивная лексика, неполные конструкции и т. п.).

Основные языковые особенности научного стиля:

Языковые особенности				Примеры			
Лексические							
1) термины				обогащение полезных ископаемых, месторождение, осадочные породы, смешанослойный минерал, рудное тело и др.			
2) общенаучная лексика				закон, теория, аспект, носитель, конструкция и др.			
3) книжная лексика абстрактного значения				применение, явление, замедление, обязательство, подготовка и др.			
Морфологические							
1) частотность существительных				(Примерно 40 % существительных на единицу текста)			

2) частотность форм родительного падежа существительных

попадание в водоемы масло-смазывающих продуктов (род. п.) отдельных узлов (род. п.) механического оборудования (род. п.) гидротехнических сооружений (род. п.) и т. п.

3) широкое использование существительных среднего рода

отношение, употребление, дело, доказательство, заполнение и др.

4) преобладание глаголов несовершенного вида настоящего времени

равняется, оказывается, возрастает, наблюдается, составляет и др.

5) полужнаменательные глаголы-связки

есть, быть, являться

6) употребление причастий и деепричастий

подчеркнутый, обрабатываемый, соответствующий; замечая, решая, сменив и др.

Синтаксические

1) вводные слова и конструкции

вероятно, возможно, таким образом; по словам ученых, по мнению большинства исследователей и др.

2) бессубъектные конструкции

карьер был разработан; оборудование было закуплено; проект был одобрен и др.

3) безличные предложения

необходимо отметить; следует подчеркнуть; можно сделать ряд выводов и др.

4) обобщенно-личные предложения

подчеркнем следующие положения; выделим важные особенности; отметим ряд недостатков и др.

5) цепочки однородных членов

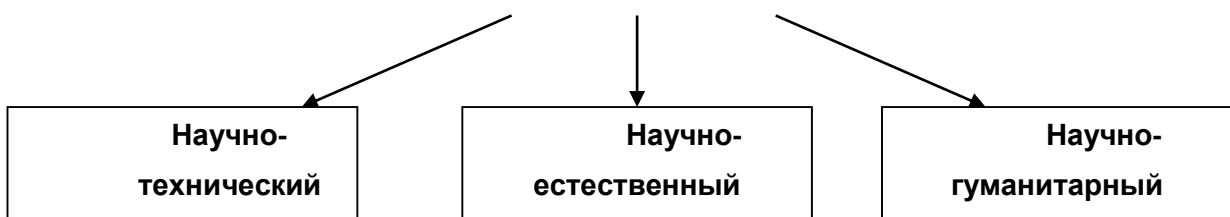
Хорошие каталоги Интернета обеспечивают разнообразный дополнительный сервис: поиск по ключевым словам в базе данных, списки последних поступлений, списки наиболее интересных из них, выдачу случайной ссылки, автоматическое оповещение по электронной почте о свежих поступлениях.

6) многокомпонентные сложные предложения с союзной связью

Если эксперимент оправдывает надежды, то гипотеза детализируется и конкретизируется, а затем ставится новый эксперимент.

Подстили научной речи:

Тематические



(с соответствующим жанром)



Задание 1. Проанализируйте текст по следующей схеме:

1. Охарактеризуйте текст по стилеобразующим факторам научного стиля.
2. Докажите принадлежность текста к научному стилю с опорой на основные стилевые черты.
3. Определите отнесенность текста к тематическому и функциональному подстилю научного стиля.
4. Составьте план текста и сформулируйте главную мысль.
5. Выделите в тексте языковые особенности научного стиля.

Вариант 1: ПРИКЛАДНАЯ ГЕОЛОГИЯ⁷

В геологии существует более ста различных специальностей и специализаций. Одни из них тесно связаны с химией (геохимическое направление), другие – с физикой (геофизическое направление), третьи – с биологией (палеонтологическое и палеобиологическое направления), четвертые – с математикой и кибернетикой (компьютерное моделирование геологических процессов), пятые – с астрономией и астрофизикой (космическая геология) и т. д.

В недрах Земли находятся залежи полезных ископаемых, вопросами поиска и разведки которых занимается геология. На земной поверхности протекают разнообразные геологические процессы, люди возводят здания и различные инженерные сооружения, строят транспортные магистрали. Задачей геологов является обеспечение их устойчивости и безопасного функционирования. Правильное решение этих двух основных практических задач невозможно без глубокого знания общих закономерностей строения и развития отдельных геосфер. Раскрытие данных закономерностей и познание лежащих в их основе причин невозможны без изучения всей Земли, так как наша планета представляет собой единую природную среду и развивается так же, как и все планеты Солнечной системы.

Знание происхождения и эволюции Земли, условий образования и развития земной коры, ее строения и состава во взаимодействии с внешними оболочками – водной (гидросферой) и воздушной (атмосферой), а также с внутренними оболочками – земным ядром и мантией – составляет необходимое звено мировоззрения. Оно позволяет понять, как осуществляется постепенный переход от неживого неорганического мира к органическому, как эволюционируют живые существа и вместе с ними изменяются геологические процессы.

Велико и познавательное значение геологии как науки о Земле, ее строении, происхождении и развитии. Она затрагивает проблемы происхождения и эволюции жизни и

⁷ Геология: учебник для студ. высш. учеб. заведений / Н. В. Короновский, Н. А. Ясаманов. – 7-е изд., перераб. – М.: Издательский центр «Академия», 2011. С. 6-7.

природных условий. Геология всегда стояла в центре ожесточенной борьбы научных воззрений и научных школ против религиозных предрассудков.

Практическое значение геологии огромно и разнообразно. Весь арсенал современной науки и техники основан на использовании продуктов земных недр – нефти, угля, различных металлов, строительных материалов, подземных вод и др. Воды минеральных источников используют в лечебных и бальнеологических целях. Для поисков, разведки и извлечения разнообразного минерального сырья из земных недр требуется прежде всего разработка методов обнаружения залежей полезных ископаемых, которые необходимы для промышленности, сельского хозяйства и строительства.

Среди полезных ископаемых различают рудные, или металлические, из которых добывают различные металлы, и нерудные, или неметаллические. Из последних добывают удобрения, каменную соль, серу, строительные материалы, драгоценные (алмаз, рубин, сапфир, изумруд), полудрагоценные (аметист, циркон, топаз, цитрин, нефрит, малахит и др.) и поделочные камни (яшма, кварциты и др.), а также горючие полезные ископаемые (нефть, каменный и бурый уголь, горючие сланцы, газ). Подземные воды (пресные и минеральные) также являются полезными ископаемыми. Поисками залежей подземных вод и практическим их использованием занимается специальная отрасль геологии – гидрогеология. В особые научные дисциплины выделились геология рудных и геология нерудных месторождений, геология горючих полезных ископаемых. Без знания геологического строения территории не обходится ни одно строительство промышленных и гражданских зданий, транспортных магистралей, трубопроводов и средств связи. Эта особая отрасль геологии именуется инженерной геологией. Работами, проводимыми в районах развития многолетней мерзлоты, занимается такая наука, как мерзлотоведение.

Все перечисленные специальные научные дисциплины образуют самостоятельный раздел геологии, который называется *практической*, или *прикладной*, геологией.

ВАРИАНТ 2: ГЕОЛОГИЯ И РАЗВЕДКА МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ⁸

Современная мировая экономика характеризуется неуклонным ростом потребления минерального сырья, расширением круга используемых в промышленности элементов, вовлечением в производство новых типов месторождений полезных ископаемых. Укрепление и совершенствование минерально-сырьевой базы России – основная задача геологической службы.

Обеспечение ресурсами и запасами не только действующих отраслей горнодобывающей промышленности, но и ее перспективных направлений требует оперативного решения проблемы освоения новых видов полезных ископаемых. Успешное осуществление геолого-разведочных работ возможно лишь при условии постоянного совершенствования теории и методов поисков и разведок месторождений полезных ископаемых. Результативность геолого-разведочной отрасли определяется уровнем научных и методических разработок, степенью использования современных поисково-разведочных средств.

⁸ Геология и разведка месторождений полезных ископаемых: учебник для студ. учреждений высш. проф. образования / [В. В. Авдонин, В. В. Мосейкин, Г. В. Ручкин и др.]; под ред. В. В. Авдонова. – М.: Издательский центр «Академия», 2011. С. 5-6.

Научные основы поисков и разведок месторождений полезных ископаемых созданы трудами нескольких поколений отечественных геологов, среди которых в первую очередь необходимо назвать Г. Д. Ажгирея, Я. Н. Белевцева, А. Г. Бетехтина, Ю. А. Билибина, П. П. Бурова, А. Б. Каждана, В. М. Крейтера, В. А. Обручева, А. П. Прокофьева, В. И. Смирнова, С. С. Смирнова, А. А. Якжина и др.

Многими ведущими учеными были написаны замечательные учебники и методические руководства по поискам и разведкам месторождений, не утратившие своего значения до настоящего времени. Тем не менее в последние годы произошли существенные изменения в самой структуре минерально-сырьевой базы, оценке перспектив использования природных ресурсов и методов их вовлечения в промышленное использование.

В геолого-разведочной отрасли можно отметить несколько областей, в которых наблюдаются наиболее значимые изменения.

Во-первых, это касается совершенствования теории и методики поисковых работ. Во-вторых, широкое внедрение компьютерных технологий во все направления геолого-разведочного процесса качественно изменило методику подсчета запасов и оценки месторождений на всех стадиях их освоения.

Существенные изменения происходят и в методике добычных работ, в особенности в связи с требованиями экологической безопасности.

Наконец, необходимо учитывать еще одно важное обстоятельство. Наряду с неуклонно возрастающей потребностью в различных видах минерального сырья отчетливо проявляется тенденция истощения минерально-сырьевой базы, снижения открываемости новых месторождений, вовлечения в промышленное производство неблагоприятных по геологической позиции месторождений и руд более низкого качества. Эти причины стимулируют повышенный интерес к минерально-сырьевому потенциалу Мирового океана. Вследствие интенсификации научно-исследовательских и поисково-разведочных работ в океане в последние годы сложилась качественно новая ситуация – возникла необходимость решения проблем освоения минерально-сырьевых ресурсов океана в практической плоскости, что ознаменовалось интенсивными усилиями по разработке теоретических основ, методики и технических средств морских геолого-разведочных работ.

Авторский коллектив настоящего учебника постарался отразить в нем все важнейшие достижения, касающиеся поисков, разведки и эксплуатации месторождений и характеризующие современное состояние геолого-разведочной отрасли.

Вариант 3: ОСНОВЫ ГОРНОГО ДЕЛА⁹

Полезные ископаемые, располагающиеся в земной коре в пределах территории страны, образуют ее минерально-сырьевую базу. Эти природные ресурсы называют богатством недр государства.

Добычу полезных ископаемых обеспечивают горно-добывающие отрасли промышленности, перспективы развития которых зависят прежде всего от состояния природных ресурсов. Их освоение играет важнейшую роль в развитии экономики России.

В нашей стране выявлены в промышленных концентрациях все виды минерального сырья, используемого в мировой практике.

⁹ Городниченко В. И., Дмитриев А. П. Основы горного дела: учебник для вузов. М.: Издательство «Горная Книга», Издательство московского государственного горного университета, 2008. С. 7-8.

Оценка прогнозных ресурсов, которую сегодня осуществляют в основном до глубины освоенных промышленностью недр, составляющей для твердых полезных ископаемых около 1 км, свидетельствует о том, что в России в обозримом будущем исчерпания минеральных ресурсов не предвидится, тем более что результаты исследований сверхглубоких скважин подтверждают наличие промышленных концентраций полезных компонентов на глубинах до 10 км.

По данным Министерства природных ресурсов России, в нашей стране 60–70 % запасов важнейших видов полезных ископаемых сосредоточено в ограниченном числе крупных месторождений. В настоящее время сохраняют свое значение освоенные крупные месторождения полезных ископаемых и имеют большие перспективы развития месторождения в регионах Сибири, Дальнего Востока и Севера.

В Сибири находится около 84 % разведанных запасов угля России (категории А, В, С₁), из них бурых и каменных углей примерно поровну. В этих запасах сосредоточено до 90 % коксующихся углей России и около 85 % особо ценных для коксования углей марок ГЖ, Ж, КЖ, К, ОС.

В настоящее время в Сибири, включая республику Саха, добывается около 70 % углей России. Как считают эксперты, этот показатель будет возрастать в связи с сокращением добычи угля в европейской части страны, а также на Урале и Дальнем Востоке. Можно предположить, что основная роль в обеспечении потребностей страны в углях в будущем будет принадлежать Кузбассу.

Повышение эффективности производства имеет особое значение для горнодобывающих отраслей промышленности, которые обеспечивают топливом, минеральным сырьем и материалами многие отрасли экономики страны: черную и цветную металлургию, энергетику, химическую, строительных материалов, сельское хозяйство и др.

Результаты работы горных предприятий в значительной степени определяют уровень эффективности производства во всех других отраслях, потребляющих их продукцию.

Так, в общих затратах на производство цветных металлов затраты на добычу руды составляют более 50 %. В затратах на производство электроэнергии 60–70 % составляют затраты на топливо.

Повышение эффективности горного производства должно осуществляться путем его технического перевооружения, обеспечивающего снижение затрат на производство продукции, повышение качества продукции, экономное и рациональное использование трудовых и материальных ресурсов, комплексное освоение богатства земных недр.

Задание 2. *Отредактируйте предложения таким образом, чтобы они соответствовали научному стилю, запишите исправленный вариант. Определите, с чем связаны допущенные ошибки.*

1. В своей курсовой работе я хотел бы ответить на очень актуальные в наше нелегкое время вопросы. 2. Авторы этих статей абсолютно неправильно думают, что только их точка зрения имеет право на существование. 3. Выводы оказались неожиданными, на первый взгляд просто сумасшедшими. 4. Однако вначале необходимо разобраться, есть ли угроза энергетического голода. 5. Мне кажется, что первый способ решения проблемы более целесообразный. 6. Стоит представить, а какой будет польза от этого изобретения. 7. Компьютерный вирус – это сильный паразит! 8. Современное состояние экономики, энергетики и экологии выдвигает необходимость проведения междисциплинарных исследований. 9. Это приводит к необходимости изыскания и выделения огромных усилий

общества, чтобы противостоять результатам экологически опасных действий. **10.** В настоящее время сетевые технологии претерпевают бурное развитие. **11.** Свобода в современной России – это не столько свобода сотрудничества и доброжелательного диалога, как своевольное навязывание своего понимания свободы ради сокрушения чужой. **12.** Математическая модель включала в себя систему уравнений, описывающая течение газа около криволинейной поверхности. **13.** Земля должна рассматриваться как некая квазизамкнутая система, ресурс жизнеобеспечения которой большой, но ограничен. **14.** Изучение новых материалов дает свои плоды. **15.** Используя метод аналогий, на кафедре систем управления разработан комплекс программных средств для изучения систем путем их моделирования.

ТЕМА 11. ОФИЦИАЛЬНО-ДЕЛОВОЙ СТИЛЬ

Цель – познакомиться со спецификой официально-делового стиля, научиться определять основные стилевые и языковые особенности документов, их жанр, видеть реквизиты.

КОНСПЕКТ следующего материала к занятию (основные понятия выделены в тексте):

Официально-деловой стиль – это стиль, который обслуживает правовую и административно-общественную сферы деятельности. Он используется при написании документов, деловых бумаг и писем в государственных учреждениях, суде, а также в разных видах делового устного общения.

Среди книжных стилей официально-деловой стиль выделяется относительной устойчивостью и замкнутостью. С течением времени он, естественно, подвергается некоторым изменениям, но многие его черты: исторически сложившиеся жанры, специфическая лексика, морфология, синтаксические обороты – придают ему в целом консервативный характер.

Основные стилевые черты официально-делового стиля:

- **объективный, абстрагированный (неличный) характер изложения**, который проявляется в отсутствии субъективных оценок при передаче содержания, в безличности языкового выражения (отсутствуют местоименные и глагольные формы 2-го лица, ограничены – 1-го лица);
- **точность и детальность изложения**, которые не допускают каких-либо разночтений; быстрота понимания не является важной, так как заинтересованный человек в случае необходимости прочитает документ несколько раз, стремясь к полному пониманию;
- **стандартизированность, стереотипность изложения**, которая проявляется в том, что разнородные явления жизни в официально-деловом стиле укладываются в ограниченное количество стандартных форм (*анкета, справка, инструкция, заявление, деловое письмо* и т. д.);
- **долженствующе-предписующий характер изложения**, т. е. **волеизъявительность** (выражение воли), которая в текстах выражается семантически (подбором слов) и грамматически (формы первого лица глагола – *предлагаю, приказываю, поздравляю*; формами должествования – *надлежит, необходимо, следует, предлагается*);
- **отсутствие выражения эмоций и оценок** (не употребляются эмоционально-экспрессивные средства).

Эти черты находят свое выражение 1) в отборе языковых средств (лексических, морфологических и синтаксических); 2) в оформлении деловых документов.

Основные языковые особенности официально-делового стиля:

Языковые особенности	Примеры
Лексические	
1) языковые штампы (канцеляризм, клише)	<i>ставить вопрос, на основании решения, по собственному желанию, по семейным обстоятельствам, входящие-исходящие документы, контроль за исполнением возложить, по истечении срока и др.</i>
2) профессиональная терминология	<i>недоимка, алиби, черный нал, теневой бизнес, жилищный найм, прокурорский надзор, единовременное пособие и др.</i>
3) архаизмы	<i>оным удостоверяю, сей документ, в надлежащем виде, во избежание и др.</i>
4) тяготение к использованию родовых понятий с широкой и бедной семантикой	<i>прибыть (вместо приехать, прилететь, прийти и т. д.), транспортное средство (вместо автобус, самолет, «Волга» и т. д.), населенный пункт (вместо деревня, город, село и т. д.), помещение (вместо: квартира, цех, ангар, вестибюль, кров, обитель, апартаменты и т. д.)</i>
Морфологические	
1) существительные-названия людей по признаку, обусловленному действием	<i>налогоплательщик, ответчик, арендатор, свидетель и др.</i>
2) существительные, обозначающие должности и звания в форме мужского рода	<i>сержант полиции Ушакова, инспектор Неверова, ответчик Прошина и др.</i>
3) отглагольные существительные с частицей <i>не-</i>	<i>нелишение, неявка, несоблюдение, непризнание и др.</i>
4) производные предлоги	<i>в связи, в течение, за счет, в силу, по мере, в отношении, на основании и др.</i>
5) инфинитивные конструкции	<i>провести осмотр, оказать помощь, доказать невиновность и др.</i>
6) глаголы настоящего времени в значении обычно производимого действия	<i>обвиняемому обеспечивается право на защиту, за неуплату взимается штраф и др.</i>
7) сложные слова, образованные от двух и более основ	<i>бракосочетание, правонарушение, налогообложение, землепользование, пассажироперевозки, дачевладелец, нетрудоспособность, работодатель, квартиросъемщик, материально-</i>

	<i>технический, осенне-зимний, ремонтно-эксплуатационный, вышеуказанный, нижепоименованный и др.</i>
8) нанизывание существительных с суффиксом <i>-ние</i>	<i><u>Приготовлением</u> к <u>преступлению</u> признается <u>приискание</u> и <u>приспособление</u> средств или орудий или умышленное <u>создание</u> условий для <u>совершения преступлений</u>....</i>
9) гигантский пласт официальных наименований номенклатуре учреждений, профессий, должностей и т. п.	<i>Российское акционерное общество «Единая энергетическая система России», Открытое акционерное общество «Нефтяная компания «Лукойл», Всероссийский научно-исследовательский институт документоведения и архивного дела, главный научный сотрудник, заместитель командира полка по инженерной службе, главный специалист сектора делопроизводства компании, председатель Военной коллегии Верховного Суда Российской Федерации, депутат Государственной Думы РФ и др.</i>
10) широкое использование аббревиатур	<i>РФ, МИД, МЧС, ФСБ, РЖД, Сбербанк, МОК, СМИ, РПЦ, УГГУ, ЕГЭ, ОСАГО, ТРЦ, ТК, УФМС, МОУ, ФГБОУ, ГТО, ГОСТ, ФГОС, КамАЗ, Роспечатать и др.</i>
11) употребление цепочки имен существительных в родительном падеже	<i>Для <u>применения</u> (род. п.) <u>мер</u> (род. п.) <u>общественного воздействия</u> (род. п.); в целях широкой <u>гласности</u> (род. п.) <u>работы</u> (род. п.) <u>Министерства</u> (род. п.) высшего <u>образования</u> (род. п.); результаты <u>деятельности</u> (род. п.) <u>органов</u> (род. п.) налоговой <u>полиции</u> (род. п.) и др.</i>
Синтаксические	
1) употребление простых предложений с однородными членами, причем ряды этих однородных членов могут быть весьма распространенными (до 8–10)	<i>Объектами общей собственности крестьянского хозяйства является <u>имущество</u>: земельный <u>участок</u>, <u>насаждения</u>, хозяйственные или иные <u>постройки</u>, мелиоративные и другие <u>сооружения</u>, продуктивный и рабочий <u>скот</u>, <u>птица</u>, сельскохозяйственная и иная <u>техника</u>, <u>оборудование</u>, транспортные <u>средства</u>, <u>инвентарь</u> и другое <u>имущество</u> и др.</i>
2) наличие пассивных конструкций	<i>платежи вносятся в указанное время, сроки выплат установлены на год и др.</i>

3) преобладание сложных предложений, в особенности сложноподчиненных, с придаточными условиями	<i>При наличии спора о размерах причитающихся уволенному работнику сумм администрация обязана уплатить указанное в настоящей статье возмещение в том случае, если <u>спор решен</u> в пользу работника.</i>

Документ – зафиксированная на материальном носителе информация с реквизитами, позволяющими её идентифицировать.

Форма документа (схема, отражающая семантико-информативную структуру текста) предоставляет в распоряжение его составителя определенный набор **реквизитов** (необходимые элементы оформления документа) и определенную их **композицию** (последовательность и порядок их размещения в тексте). Состав реквизитов, требования к реквизитам и бланкам документов устанавливаются ГОСТом. В настоящее время это ГОСТ Р 6.30-2003 «Унифицированные системы документации. Унифицированная система организационно-распорядительной документации. Требования к оформлению документов».

	Состав реквизитов документа
1.	Государственный герб Российской Федерации
2.	Герб субъекта Российской Федерации
3.	Эмблема организации или товарный знак
4.	Код организации
5.	Основной государственный регистрационный номер юридического лица (ОГРН)
6.	Идентификационный номер налогоплательщика / код причины постановки на учет (ИНН / КПП)
7.	Код формы документа
8.	Наименование организации
9.	Справочные данные об организации
10.	Наименование вида документа (жанр документа)
11.	Дата составления документа
12.	Регистрационный номер документа
13.	Ссылка на регистрационный номер или дату документа
14.	Место составления или издания документа
15.	Адресат
16.	Гриф утверждения документа
17.	Резолюция
18.	Заголовок к тексту
19.	Отметка о контроле
20.	Текст документа
21.	Отметка о наличии приложения
22.	Подпись
23.	Гриф согласования документа
24.	Визы согласования документа
25.	Оттиск печати
26.	Отметка о заверении копии
27.	Отметка об исполнителе

28.	Отметка об исполнении документа и направлении его в дело
29.	Отметка о поступлении документа в организацию
30.	Идентификатор электронной копии документа

Состав реквизитов конкретного документа определяется его видом и назначением. К наиболее частотным реквизитам можно отнести: **адресата, адресанта, название жанра документа, основной текст документа, список приложений, дату и подпись**. Логическому делению текста способствует его рубрикация, деление на части с помощью внутренних заголовков, подзаголовков, нумерация или графически единообразное выделение всех однотипных частей.

Способы классификации документов:

1. **По месту составления:** *внутренние и внешние* документы. **Внутренний** документ создаётся в рамках одной организации, где работают и составитель, и адресат текста (*приказы администрации предприятия, служебные записки, должностные инструкции и др.*). **Внешние** документы предназначаются адресатам, работающим на других предприятиях (*все виды деловых писем, приказы и распоряжения вышестоящих организаций и др.*).

2. **По содержанию:** *простые и сложные*. **Простые** документы посвящены решению одного вопроса (*заявление, объяснительная записка и другие виды личной документации*), **сложные** – двух и более (*приказы, письма, инструкции*).

3. **По форме:** *индивидуальные и типовые*. **Индивидуальные** документы предполагают некоторую самостоятельность текста и элементы творческого подхода, что не исключает их стандартизованности (*отдельные виды писем, служебных и докладных записок*). **Типовые** документы строятся на базе заранее заданного текста путём видоизменения его отдельных элементов; чаще всего эти документы одинаковы для групп однородных предприятий (*штатное расписание, положение о персонале и др.*). Если в типовом документе постоянные элементы отпечатаны типографским способом, а для переменных предусмотрены пробелы, которые заполняются при его составлении, то такой документ называют **трафаретным** (*анкеты, некоторые виды справок, трудовые договоры*).

4. **По срокам исполнения:** *срочные и бессрочные*. В **срочных** документах содержится указание на выполнение некоторых действий в ограниченный временной период (*распоряжения, указания и др.*). Действие **бессрочных** документов не ограничено временными рамками (*указы, законы, некоторые виды инструкций*).

5. **По происхождению:** *служебные и личные*. **Служебные** документы направлены на реализацию интересов организации (*приказы, деловые письма, контракты*). **Личные** документы, как правило, отражают взаимодействие отдельного физического лица с официальными органами или другими лицами (*заявление, доверенность, расписка, объяснительная записка и др.*).

6. **По виду оформления:** *подлинник* (подписанный и надлежащим образом оформленный экземпляр документа, составленный в первый раз), *копия* (абсолютно точно воспроизводит подлинник, но имеет ограниченную юридическую силу, за исключением нотариально заверенных.), *дубликат* (копия, имеющая одинаковую силу с подлинником, выдающаяся в случае его утери) и *выписки* (воспроизведение только одной из частей подлинника).

7. **По функции:** **организационные** документы, направленные на регламентацию деятельности организации или предприятия (*устав, положение, штатное расписание,*

положение о персонале, должностную инструкцию), **распорядительные** документы, содержащие конкретные распоряжения (приказы, распоряжения, указания, решения)., **информационно-справочные** документы, документы **по персоналу предприятия** (трудовой договор, личные карточки, учётные карточки, анкеты), **письма, договоры.**

Задание 1. Проанализируйте текст официально-делового стиля:

1. Укажите характеристику данного текста с точки зрения классификации документов.
2. Обозначьте реквизиты и композиционные элементы государственного документа.
3. Опишите стилевые и языковые особенности текста¹⁰.

**Федеральный закон от 1 июня 2005 г. N 53-ФЗ
«О государственном языке Российской Федерации»**

С изменениями и дополнениями от: 2 июля 2013 г., 5 мая 2014 г.

Принят Государственной Думой 20 мая 2005 года

Одобен Советом Федерации 25 мая 2005 года

Настоящий Федеральный закон направлен на обеспечение использования государственного языка Российской Федерации на всей территории Российской Федерации, обеспечение права граждан Российской Федерации на пользование государственным языком Российской Федерации, защиту и развитие языковой культуры.

Статья 1. Русский язык как государственный язык Российской Федерации

1. В соответствии с Конституцией Российской Федерации государственным языком Российской Федерации на всей ее территории является русский язык.

2. Статус русского языка как государственного языка Российской Федерации предусматривает обязательность использования русского языка в сферах, определенных настоящим Федеральным законом, другими федеральными законами, Законом Российской Федерации от 25 октября 1991 года N 1807-1 «О языках народов Российской Федерации» и иными нормативными правовыми актами Российской Федерации, его защиту и поддержку, а также обеспечение права граждан Российской Федерации на пользование государственным языком Российской Федерации.

3. Порядок утверждения норм современного русского литературного языка при его использовании в качестве государственного языка Российской Федерации, правил русской орфографии и пунктуации определяется Правительством Российской Федерации.

4. Государственный язык Российской Федерации является языком, способствующим взаимопониманию, укреплению межнациональных связей народов Российской Федерации в едином многонациональном государстве.

5. Защита и поддержка русского языка как государственного языка Российской Федерации способствуют приумножению и взаимообогащению духовной культуры народов Российской Федерации.

6. При использовании русского языка как государственного языка Российской Федерации не допускается использование слов и выражений, не соответствующих нормам современного русского литературного языка (в том числе нецензурной брани), за

¹⁰ Возможна работа по вариантам: 1 вариант – анализ Статьи 1; 2 вариант – анализ Статьи 3; 3 вариант – анализ статьи 4.

исключением иностранных слов, не имеющих общеупотребительных аналогов в русском языке.

7. Обязательность использования государственного языка Российской Федерации не должна толковаться как отрицание или умаление права на пользование государственными языками республик, находящихся в составе Российской Федерации, и языками народов Российской Федерации.

<...>

Статья 3. Сферы использования государственного языка Российской Федерации

1. Государственный язык Российской Федерации подлежит обязательному использованию:

1) в деятельности федеральных органов государственной власти, органов государственной власти субъектов Российской Федерации, иных государственных органов, органов местного самоуправления, организаций всех форм собственности, в том числе в деятельности по ведению делопроизводства;

2) в наименованиях федеральных органов государственной власти, органов государственной власти субъектов Российской Федерации, иных государственных органов, органов местного самоуправления, организаций всех форм собственности;

3) при подготовке и проведении выборов и референдумов;

4) в конституционном, гражданском, уголовном, административном судопроизводстве, судопроизводстве в арбитражных судах, делопроизводстве в федеральных судах, судопроизводстве и делопроизводстве у мировых судей и в других судах субъектов Российской Федерации;

5) при официальном опубликовании международных договоров Российской Федерации, а также законов и иных нормативных правовых актов;

6) во взаимоотношениях федеральных органов государственной власти, органов государственной власти субъектов Российской Федерации, иных государственных органов, органов местного самоуправления, организаций всех форм собственности и граждан Российской Федерации, иностранных граждан, лиц без гражданства, общественных объединений;

7) при написании наименований географических объектов, нанесении надписей на дорожные знаки;

8) при оформлении документов, удостоверяющих личность гражданина Российской Федерации, за исключением случаев, предусмотренных законодательством Российской Федерации, изготовлении бланков свидетельств о государственной регистрации актов гражданского состояния, оформлении документов об образовании и (или) о квалификации установленного в соответствии с Федеральным законом от 29 декабря 2012 года N 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» образца, а также других документов, оформление которых в соответствии с законодательством Российской Федерации осуществляется на государственном языке Российской Федерации, при оформлении адресов отправителей и получателей телеграмм и почтовых отправлений, пересылаемых в пределах Российской Федерации, почтовых переводов денежных средств;

9) в продукции средств массовой информации;

9.1) при показах фильмов в кинозалах;

9.2) при публичных исполнениях произведений литературы, искусства, народного творчества посредством проведения театрально-зрелищных, культурно-просветительных, зрелищно-развлекательных мероприятий;

10) в рекламе;

11) в иных определенных федеральными законами сферах.

1.1. В сферах, указанных в пунктах 9, 9.1, 9.2 и 10 части 1 настоящей статьи, и в иных предусмотренных федеральными законами случаях наряду с государственным языком Российской Федерации могут использоваться государственные языки республик, находящихся в составе Российской Федерации, другие языки народов Российской Федерации, а в случаях, предусмотренных законодательством Российской Федерации, также иностранные языки.

<...>

Статья 4. Защита и поддержка государственного языка Российской Федерации

В целях защиты и поддержки государственного языка Российской Федерации федеральные органы государственной власти в пределах своей компетенции:

1) обеспечивают функционирование государственного языка Российской Федерации на всей территории Российской Федерации;

2) разрабатывают и принимают федеральные законы и иные нормативные правовые акты Российской Федерации, разрабатывают и реализуют направленные на защиту и поддержку государственного языка Российской Федерации соответствующие федеральные целевые программы;

3) принимают меры, направленные на обеспечение права граждан Российской Федерации на пользование государственным языком Российской Федерации;

4) принимают меры по совершенствованию системы образования и системы подготовки специалистов в области русского языка и преподавателей русского языка как иностранного языка, а также осуществляют подготовку научно-педагогических кадров для образовательных организаций с обучением на русском языке за пределами Российской Федерации;

5) содействуют изучению русского языка за пределами Российской Федерации;

6) осуществляют государственную поддержку издания словарей и грамматик русского языка;

7) осуществляют контроль за соблюдением законодательства Российской Федерации о государственном языке Российской Федерации, в том числе за использованием слов и выражений, не соответствующих нормам современного русского литературного языка, путем организации проведения независимой экспертизы;

8) принимают иные меры по защите и поддержке государственного языка Российской Федерации.

<...>

Президент Российской Федерации

В. Путин

Задание 2. Проанализируйте следующий текст¹¹:

1. Обозначьте реквизиты и структурно-содержательные элементы документа.

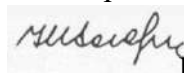
2. Опишите стилевые и языковые особенности.

3. Имеются ли в тексте документа средства, не соответствующие требованиям официально-делового стиля? Докажите свою точку зрения.

¹¹ Текст Регламента приводится без изменений и исправлений.

УТВЕРЖДАЮ:

Ректор УГГУ, профессор



Н.П. Косарев

РЕГЛАМЕНТ

ношения форменной одежды преподавателями, сотрудниками и студентами УГГУ

1. Общие положения

Форменная одежда УГГУ – важнейший наряду с флагом и гербом символ корпоративной чести и достоинства, принадлежности преподавателей, сотрудников и студентов к высшему учебному заведению – Уральскому государственному горному университету.

Ношение форменной одежды в установленных случаях является почетным правом и обязанностью (моральным долгом) всех преподавателей, сотрудников и студентов УГГУ, облегченных этим доверием. По решению ректора почетное право ношения форменной одежды предоставляется заслуженным выпускникам.

Отказ от форменной одежды рассматривается как пренебрежение горняцким единством и неуважение к корпоративной символике Уральского государственного горного университета.

2. Руководящий состав университета: члены Ученого совета, включая ректорат, деканов, заведующих кафедрами, представителей студенческого, ветеранского и профсоюзного актива, а также руководителя управления отделов и служб, не входящие в Ученый совет, обязаны носить форму в следующих случаях:

- на всех рабочих совещаниях, проводимых ректором, первым проректором и проректором по научной работе;
- на заседаниях Ученого совета и Президиума Ученого совета университета, ученых советах факультетов;
- на торжественных собраниях сотрудников и студентов, митингах, конференциях, проводимых по планам ректората и деканатов;
- при участии в совещаниях, конференциях, торжественных собраниях и других официальных мероприятиях, проводимых органами власти, а также политическими, общественными и научными организациями.

3. Преподаватели университета, имеющие форму, обязаны быть в форменной одежде в следующих случаях:

- во время лекционных занятий;
- при участии в собраниях студентов, преподавателей, конференциях и митингах;
- при посещениях ректората и деканатов.

4. Сотрудники из числа административно-управленческого персонала (помощники ректора, проректоров, референты, секретари) обязаны быть в форменной одежде в следующих случаях:

- при нахождении на рабочем месте в дни проведения крупных общеуниверситетских мероприятий, при приеме делегаций, гостей и в иных случаях по распоряжению ректора;
- при участии, в том числе при орг. техническом обеспечении заседании Ученого совета и ректорских совещаний;

- при сопровождении ректора, проректоров во время официальных мероприятий вне университета.

5. Студенты – представители студенческого актива, имеющие форму, обязаны быть в форменной одежде:

- при посещении ректората, деканатов;
- на всех официальных мероприятиях, проводимых в университете;
- при участии в официальных мероприятиях, проводимых вне стен университета органами власти, политическими, общественными, научными и образовательными учреждениями.

6. По собственной инициативе студенты, сотрудники и преподаватели университета могут находиться в форменной одежде во всех случаях, если это не наносит ущерба почетному статусу формы и ее функциональному назначению.



Ученый секретарь совета, профессор
28.09.2005 г.

О. В. Ошкордин

Задание 3. Проанализируйте текст¹² с точки зрения использованных языковых средств, характерных для официально-делового стиля. Опишите средства, с помощью которых в тексте реализуется такая стилевая черта, как волюнтаривность.

Есть ли в Правилах отступления от требований официально-делового стиля? Подтвердите свою точку зрения, опираясь на текст документа.



Правила внутреннего распорядка обучающихся в ФГБОУ ВПО «Уральский государственный горный университет»

Дата введения 01 сентября 2014 года

<...>

5. Основные права и обязанности обучающихся

5.1 Права обучающихся

Обучающиеся в университете имеют право:

- получать образование в соответствии с ГОС и ФГОС (в т. ч. актуализированными ФГОС) обучаться в пределах этих стандартов по индивидуальным учебным планам, ускоренным курсам обучения;
- бесплатно пользоваться библиотечно-информационными ресурсами, получать дополнительные (в том числе платные) образовательные услуги;
- участвовать в управлении университетом;

¹² Текст Правил внутреннего распорядка приводится без изменений и исправлений.

- свободно выражать собственные мнения и убеждения;
- выбирать факультативные (необязательные для данного направления подготовки (специальности) и элективные (избираемые в обязательном порядке) курсы, предлагаемые факультетом и кафедрой;
- участвовать в формировании содержания своего образования при условии соблюдения требований ГОС и ФГОС (в т. ч. актуализированными ФГОС) среднего профессионального и высшего образования; указанное право может быть ограничено условиями договора, заключенного между студентом и физическим или юридическим лицом, оказывающим ему содействие в получении образования и последующем трудоустройстве;
- осваивать помимо учебных дисциплин по избранным направлениям подготовки (специальностям) любые другие учебные дисциплины, преподаваемые в университете, в порядке, предусмотренном Уставом, а также преподаваемые в других высших учебных заведениях (по согласованию между их руководителями);
- определять по согласованию с деканатом и кафедрами набор дисциплин по специальности в пределах, установленных учебным планом, а также посещать дополнительно любые виды учебных занятий, проводимых в университете;
- ставить перед деканом и ректором, руководителем территориально обособленного учебного подразделения вопрос о замене преподавателей, не обеспечивающих должное качество учебного материала, нарушающих расписание занятий, иные правила организации учебно-воспитательного процесса;
- участвовать в обсуждении и решении важнейших вопросов деятельности университета и его обособленных структурных подразделений, в том числе через общественные организации и органы управления;
- бесплатно пользоваться услугами учебных, научных, лечебных и других подразделений университета в порядке, установленном Уставом;
- принимать участие во всех видах научно-исследовательских работ, конференциях, симпозиумах;
- совмещать учебу с профессиональной деятельностью и иной работой;
- представлять свои работы для публикации, в том числе в изданиях университета;
- обжаловать приказы и распоряжения администрации высшего учебного заведения в установленном законодательством РФ порядке;
- переходить с платного договорного обучения на бесплатное обучение в порядке, предусмотренном Уставом университета;
- получать от университета информацию о положении дел в сфере занятости населения и возможностях трудоустройства по специальности в соответствии с заключенными договорами и законодательством о занятости выпускников образовательных учреждений.

Обучающиеся в университете по заочной форме, выполняющие учебный план, имеют право на дополнительный оплачиваемый и не оплачиваемый отпуск по месту работы, на сокращенную рабочую неделю и на другие льготы, которые предоставляются в порядке, устанавливаемом законодательством РФ (ст. 173-176 ТК РФ).

Обучающиеся в университете имеют право на свободное посещение мероприятий, не предусмотренных учебным планом.

Обучающиеся в университете имеют право на перевод в другое образовательное учреждение, реализующее образовательную программу соответствующего уровня, при согласии этого образовательного учреждения и успешном прохождении ими аттестации.

Обучающиеся в университете по очной форме обучения имеют право на получение отсрочки от призыва на военную службу в соответствии с Федеральным законом «О воинской обязанности и военной службе».

5.2 Обязанности обучающихся

Обучающиеся в университете обязаны:

- добросовестно посещать учебные занятия, глубоко овладевать теоретическими знаниями, практическими навыками и современными методами для работы по избранной специальности;
- выполнять в установленные сроки все виды заданий, предусмотренных соответствующими учебными планами и программами обучения;
- постоянно повышать общую культуру, нравственность и физическое совершенство;
- нетерпимо относиться к недостаткам в учебно-воспитательном процессе и быту;
- бережно и аккуратно относиться к учебным и иным помещениям, оборудованию, учебным пособиям, литературе, приборам, другому имуществу университета; без соответствующего разрешения студентам запрещается выносить предметы и оборудование из лабораторий, кабинетов, аудиторий, учебных, бытовых корпусов и других помещений;
- нести материальную ответственность за ущерб, причиненный имуществу университета в соответствии с нормами действующего законодательства;
- незамедлительно сообщать в администрацию университета о возникновении ситуации, представляющей угрозу жизни и здоровью людей, сохранности имущества университета;
- соблюдать требования Устава университета, настоящие Правила и Правила проживания в общежитиях;
- поддерживать деловую репутацию, честь и престиж университета.

Обучающиеся в территориально обособленном учебном подразделении университета (филиале) помимо указанных выше полномочий пользуются правами и исполняют обязанности, предусмотренные Положением о соответствующем структурном подразделении или договорами о профессиональной подготовке, включая договоры на индивидуальную подготовку специалиста.

При неявке на занятия по уважительным причинам обучающийся ставит об этом в известность декана факультета, руководителя (уполномоченного работника) иного учебного структурного подразделения и в первый день явки на учебу представляет данные о причине неявки и документы установленного образца (справки, письма, телеграммы и т. п.), содержащие сведения оправдательного характера.

5.3 Требования к ношению формы

Обучающиеся в университете должны быть дисциплинированными и опрятными, вести себя достойно в университете, на улице, в общественном месте и в быту. В соответствии с решением Ученого совета университета от 25.06.2004 года, обучающиеся обязаны носить форменную одежду в ниже перечисленных случаях:

- на всех совещаниях, проводимых ректором, проректорами и деканами факультетов;
- на торжественных собраниях коллектива, митингах и конференциях;
- при участии в совещаниях, конференциях, торжественных собраниях и иных официальных мероприятиях, проводимых органами власти, а также общественными и

научными организациями, на которых обучающиеся университета являются его представителями;

– при участии, в т. ч. организационно-техническом обеспечении заседаний Ученого совета университета и ректорских совещаний; при сопровождении ректора, проректоров во время официальных мероприятий вне университета.

– в иных случаях по распоряжению ректора.

По собственной инициативе обучающиеся университета могут находиться в форменной одежде в иных случаях, если это не наносит ущерба почетному статусу формы и её функциональному назначению.

Запрещается ношение предметов формы одежды измененных или неустановленных образцов, а также знаков различия, не предусмотренных Положением о форменной одежде.

<...>

ТЕМА 12. ОФОРМЛЕНИЕ ДЕЛОВЫХ БУМАГ

Цель – научиться оформлять основные жанры деловых бумаг.

КОНСПЕКТ следующего материала к занятию (требуется записать определение, основные реквизиты и образец):

Заявление – это документ, содержащий просьбу, предложение или жалобу какого-либо лица.

Заявление, как и большинство деловых бумаг, составляется в произвольной форме от руки или печатается на листе бумаги формата А4.

Основные реквизиты заявления:

1. Сведения об адресате (должность, фамилия, инициалы).
2. Сведения об адресате (должность, ФИО полностью, в некоторых случаях адрес или другая контактная информация).
3. Наименование жанра документа.
4. Основной текст заявления с точным изложением просьбы, предложения или жалобы.
5. Опись приложений к документу, если они имеются.
6. Дата.
7. Подпись.

Образец оформления заявления

Декану ФГиГ
проф. Талалаю А. Г.
от студента группы МПГ-16
Волкова Михаила Владимировича

Заявление

Прошу отпустить меня с занятий на 3 дня с 25 по 27 октября 2018 года в связи с участием в областных соревнованиях по футболу.

Копию справки-вызова прилагаю.

01.10.2018 г.



Доверенность – это документ, выдаваемый одним лицом (доверителем) другому лицу (доверенному) для представительства перед третьими лицами и дающий право доверенному лицу действовать от имени доверителя.

Доверенность предоставляет полномочия доверенному лицу предпринимать за доверителя какое-либо действие. В зависимости от вида полномочий различают три вида доверенности: 1) **разовая** (дает право на совершение одного конкретного действия), 2) **специальная** (дает право на совершение однородных действий), 3) **генеральная** (дает право на общее управление имуществом доверителя).

Основные реквизиты разовой доверенности:

1. Наименование жанра документа.
2. Наименование доверителя (ФИО полностью, должность, паспортные данные, адрес регистрации или проживания).
3. Наименование доверенного лица (ФИО полностью, должность, паспортные данные, адрес регистрации или проживания).
4. Формулировка доверяемой функции.
5. Дата.
6. Подпись.

Образец оформления разовой доверенности

Доверенность

Я, Зорянова Евгения Михайловна, студентка группы ВД-16 (паспорт: серия 3209 № 345177, выдан Отделом УФМС России по Свердловской области в Чкаловском районе гор. Екатеринбурга 09.06.2009 г., проживающая по адресу: г. Екатеринбург, ул. 8 марта, д. 104, кв. 190), доверяю Соловчуку Сергею Станиславовичу, студенту группы ГМО-17 (паспорт: серия 5404 № 654321, выдан Железнодорожным РУВД г. Ульяновска 13.09. 2008 г., проживающему по адресу: г. Екатеринбург, ул. Сулимова, д. 63, кв. 77), получить в кассе УГТУ мою стипендию за март 2017 года.

25.02.2017 г.



Расписка – это документ, подтверждающий произведенное кем-либо определенное действие (получение ценных предметов).

Расписка всегда составляется от руки. Если она имеет особо важное значение, ее необходимо заверить.

Основные реквизиты расписки:

1. Наименование жанра документа.
2. Наименование лица, получившего ценности (ФИО полностью, должность, паспортные данные, адрес регистрации или проживания).
3. Наименование лица, выдавшего ценности (ФИО полностью, должность, паспортные данные, адрес регистрации или проживания).
4. Точное наименование полученных ценностей с указанием количества (цифрами и прописью).
5. Дата, до которой необходимо вернуть полученные ценности.
6. Дата.
7. Подпись.

Образец оформления расписки

Расписка

Я, Воробьева Наталия Александровна, студентка группы УП-17 (паспорт: серия 5009 № 2435672, выдан отделом УФМС Ленинского района г. Новосибирска 25.09.2005 г., проживающая по адресу: Свердловская область, г. Первоуральск, ул. Горького, д. 7, кв. 5), получила от Штиппеля Артемия Павловича, инженера кафедры ГД (паспорт: серия 6507 № 575849, выдан Отделом УФМС России по Свердловской области в Кировском районе г. Екатеринбурга 05.10.2004 г., проживающего по адресу: г. Екатеринбург, пер. Красный, д. 34, кв. 33), 10 000 (десять тысяч) рублей.

Обязуюсь вернуть указанную сумму до 31 декабря 2017 г.

07 ноября 2017 г.



Докладная записка – это документ, информирующий адресата о сложившейся ситуации, а также содержащий выводы и предложения составителя.

Основной текст докладной записки делится на две части:

- в первой излагаются причины, послужившие поводом для ее написания;
- во второй анализируется сложившаяся ситуация, содержатся выводы и предложения о действиях, которые необходимо предпринять.

Основные реквизиты докладной записки:

1. Сведения об адресате (должность, фамилия, инициалы).

2. Наименование жанра документа.
3. Основной текст, состоящий из двух смысловых частей.
4. Описание приложений к документу, если они имеются.
5. Подпись автора документа, состоящая из трех частей (должность, собственно личная подпись и расшифровка подписи).
6. Дата.

Образец оформления докладной записки

*Ректору УГГУ
проф. Душину А. В.*

Докладная записка

24 декабря 2018 г. примерно в 12.30 я сдал свой пуховик в гардероб 4 учебного корпуса. Через два часа (после окончания праздничных мероприятий) я попытался получить пуховик по бирке, но его не оказалось на вешалке. Студенты, дежурившие в гардеробе в тот день, отказались объяснять, что произошло и куда пропала моя одежда.

Прошу разобраться в сложившейся ситуации и помочь с поисками пуховика.

Описание прилагается.

*Студент группы ТБ-17
25 декабря 2018 г.*



/Вутенко Б. Н./

Объяснительная записка – это документ, объясняющий причины какого-либо события, факта, поступка (нарушения трудовой или учебной дисциплины, невыполнение задания, поручения и т. д.).

Основной текст объяснительной записки делится на две части:

- в первой излагаются, констатируются факты нарушения;
- во второй объясняются причины нарушения.

Основные реквизиты объяснительной записки:

1. Сведения об адресате (должность, фамилия, инициалы).
2. Наименование жанра документа.
3. Основной текст, состоящий из двух смысловых частей.
4. Описание приложений к документу, если они имеются.
5. Подпись автора документа, состоящая из трех частей (должность, собственно личная подпись и расшифровка подписи).
6. Дата.

Образец оформления объяснительной записки

*Зав. кафедрой ИЯДК
доц. Юсуповой Л. Г.*

Объяснительная записка

05.03.2018 г. я опоздала на практическое занятие по иностранному языку по причине транспортной аварии на перекрестке улиц Малышева и Гагарина.

Выданную транспортным предприятием справку прилагаю.

*Студентка группы МЭ-15
07.03.2018 г.*



/Вайслер Ю. М./

Задание 1. *Напишите от своего имени следующие жанры деловых бумаг:*

- а) заявление с просьбой продлить Вам сессию на неделю;
- б) заявление с просьбой принять Вас на работу;
- в) доверенность на получение Вашей стипендии в этом месяце;
- г) расписку в получении Вами образцов минералов для выполнения лабораторной работы;
- д) докладную записку о пропаже Ваших личных вещей из аудитории;
- е) объяснительную записку о пропуске Вами занятий в течение недели;
- ж) объяснительную записку о неявке на экзамен.

Задание 2. *Исправьте допущенные ошибки в оформлении и содержании следующих документов. Обратите внимание на нарушение разного типа языковых норм (орфографических, пунктуационных, лексических и грамматических). Запишите исправленный вариант.*

Текст 1

*Декану УГТУ
От студента III курса очной формы
обучения факультета гражданской
защиты Волк Василия Васильевича*

заявление

В связи с отъездом на лидерские сборы очень прошу разрешить не посещать мне занятия на следующей неделе.

09.09.18 г.



Текст 2

Ректору УГТУ

Н. П. Косареву

доверенность.

Я, Задорин Виктор, студент УГТУ, даю право на получение получаемой мной стипендии студенту Гудину Александру Геннадьевичу (паспорт 6509 номер 124338, ул. Мира, 90-1).

1.5.18 г.



/Задорин В. З./

Текст 3

Кафедре ИЯДК

расписка

Я – Пустник Валентин Шимурович, прошу выдать мне учебные пособия для практических занятий. Автор – Мясникова Юлия Марковна в размере одной штуки. Паспортные данные – серия 6102, номер 879521, УФМС России, дата рождения – 19.02.2000 года, проживаю в городе Лангепас на улице Парковая, 7.

Обязуюсь вернуть в срок.

25 сентября



Текст 4

Декану ТМФ
Козину Владимиру
Зиновьевичу

Докладная

Уважаемый Владимир Зиновьевич!

Сегодня я, Курпатова Вера, студентка ТМФ, оставила без присмотра свои вещи в учебной аудитории 2240. При возвращении моих вещей в аудитории не было. Я очень расстроилась.

Пропали: куртка черная кожанная, красная сумка в цветочек, белый платок.



1 октября 2018 года

Текст 5

*Зав. кафедры ТПФ Волкову М. Н.
От студента Хлебникова Семена.*

Объяснительная о прогуле

Я, Семен Хлебников, отсутствовал на занятиях два месяца всвязи болезни. Справку из 6 городской больницы прилогаю.

01.11.18

Хлебников С.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

1. Голуб И. Б. Русский язык и культура речи [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. Б. Голуб. – Электрон. текстовые данные. – М.: Логос, 2014. – 432 с. – 978-5-98704-534-3. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/39711.html>
2. Культура устной и письменной речи делового человека: Справочник. Практикум. М.: Флинта: Наука, 2012 (и другие издания).
3. Меленкова Е. С. Культура речи и деловое общение: тестовые задания для студентов всех специальностей. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. 78 с.
4. Федосюк М. Ю., Ладыженская Т. А., Михайлова О. А., Николина Н. А. Русский язык для студентов-нефилологов: учебное пособие. М.: Флинта: Наука, 2014 (и другие стереотипные издания).

Дополнительная литература

1. Введенская Л. А., Павлова Л. Г., Кашаева Е. Ю. Русский язык и культура речи: учебное пособие для вузов. Ростов-на-Дону: Феникс, 2004. – 544 с. (и другие стереотипные издания)
2. Введенская Л. А., Павлова Л. Г., Кашаева Е. Ю. Русский язык и культура речи для инженеров: учебное пособие. Ростов-на-Дону: Феникс, 2003. 384 с.
3. Веселкова Т. В. Культура устной и письменной коммуникации [Электронный ресурс]: учебное пособие / Т. В. Веселкова, И. С. Выходцева, Н. В. Любезнова. – Электрон. текстовые данные. – Саратов: Вузовское образование, 2016. – 268 с. – 2227-8397. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/54473.html>
4. Гавриленко Р. И., Меленкова Е. С., Шалина И. В. Русский язык и культура речи: учебное пособие. 4-е изд., стереотип. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. 84 с.
5. Голуб И. Б. Русский язык и культура речи: учебное пособие. М.: Логос, 2005. 432 с. (и другие стереотипные издания)
6. Данцев А. А., Нефёдова Н. В. Русский язык и культура речи для технических вузов. Ростов-на-Дону: Феникс, 2001. 320 с. (и другие стереотипные издания)
7. Дускаева Л. Р., Протопопова. О. В. Стилистика официально-деловой речи: учебное пособие. М.: Академия, 2012. 272 с.
8. Карякина М. В. Русский язык и культура речи. Подготовка к контрольному тестированию. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 71 с.
9. Коренькова Е. В., Пушкарева Н. В. Русский язык и культура речи: учебник. М.: Проспект, 2013. 376 с.
10. Котюрова М. П. Стилистика научной речи: учебное пособие для студентов учреждений высшего профессионального образования. М.: Академия, 2012. 240 с.
11. Лапынина Н. Н. Русский язык и культура речи [Электронный ресурс]: курс лекций / Н. Н. Лапынина. — Электрон. текстовые данные. – Воронеж: Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2012. – 161 с. – 978-5-89040-431-2. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/22667.html>
12. Лыткина О. И. Теоретический курс культуры речи [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. И. Лыткина. – Электрон. текстовые данные. – М.: Московская государственная академия водного транспорта, 2009. – 105 с. – 2227-8397. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/46332.html>

13. Меленкова Е. С. Русский язык делового общения: учебное пособие для студентов всех специальностей и направлений подготовки. Екатеринбург: УГГУ, 2018. 80 с.
14. Меленкова Е. С. Русский язык и культура речи: учебное пособие с упражнениями и контрольными работами для студентов всех специальностей очной и заочной форм обучения. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 80 с.
15. Меленкова Е. С. Стилистика русского языка: учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 86 с.
16. Миняева В. И. Репетитор по русскому языку. Орфография. Пунктуация. Культура речи: учебное пособие. 5-е изд., испр. и доп. Екатеринбург: УГГУ, 2007. 239 с.
17. Петрова Ю. А. Культура и стиль делового общения [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю. А. Петрова. – Электрон. текстовые данные. – М.: ГроссМедиа, 2007. – 190 с. – 5-476-003-476. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/1129.html>
18. Сковцов Л. И. Большой толковый словарь правильной русской речи [Электронный ресурс]/ Сковцов Л. И. – Электрон. текстовые данные. – М.: Мир и Образование, Оникс, 2009. – 1104 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/14555.html>
19. Словарь-справочник по культуре речи: для школьников и студентов / Отв. ред. А. А. Евтюгина. - Екатеринбург: У-Фактория, 2004. 334 с.
20. Усанова О. Г. Культура профессионального речевого общения [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / О. Г. Усанова. – Электрон. текстовые данные. – Челябинск: Челябинский государственный институт культуры, 2008. – 93 с. – 5-94839-062-4. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/56426.html>

ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. ГОСТ 6.30-2003. «Унифицированные системы документации. Унифицированная система организационно-распорядительной документации. Требования к оформлению документов» (электронная публикация <http://docs.cntd.ru/document/1200031361>).
2. Грамота (сайт). [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.gramota.ru>.
3. Колтунова М. В. Язык и деловое общение. Нормы. Риторика. Этикет. М.: Экономика, 2000. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://bibliotekar.ru/delovoe-obschenie/index.htm>
4. Культура письменной речи (сайт) [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.gramma.ru>.
5. Русский язык и культура речи/ под ред. Максимова В. И. М., 2001 [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.bibliotekar.ru/russkiy-yazyk/>
6. Русский язык: энциклопедия русского языка (сайт). [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://russkiyyazik.ru>.
7. Стилистический энциклопедический словарь русского языка (сайт). [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://stylistics.academic.ru>.

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет геологии и геофизики

Кафедра Математики



В. Б. Сурнев

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

РЕШЕБНИК ЗАДАЧ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Екатеринбург 2020

Министерство высшего образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Уральский государственный горный университет
Факультет геологии и геофизики
Кафедра Математики

В. Б. Сурнев

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА
РЕШЕБНИК ЗАДАЧ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

УДК 512.64

ББЛ 22.143

С 90

С 90 В. Б. Сурнев

Высшая математика. Учебник задач по высшей математике: -

Учебно-методическое пособие. Екатеринбург. ФГБОУ ВО УГГУ. 2020. – 338 с.

ISBN

Пособие охватывает все разделы дисциплины «Математика», предусмотренные государственными стандартами подготовки специалистов специальности «Горное дело». В каждой главе пособия приводятся краткие теоретические сведения и примеры решения типовых задач, предлагаются задания для самостоятельной работы.

Предназначено для студентов специальности 21.05.04 – «Горное дело»: специализация № 6 «Обогащение полезных ископаемых», специализация № 10 «Электрификация и автоматизация горного производства», специализация N 8 "Горнопромышленная экология", специализация № 9 "Горные машины и оборудование". Учебное пособие может быть использовано и для других специальностей и направлений подготовки горно-геологического профиля высших учебных заведений.

Рецензенты:

Кафедра информатики ФГБОУ ВО УГГУ, зав. кафедрой канд. техн. наук, доцент А. В. Дружинин

Д-р физ.-мат. наук, в. н. с., ИГФ УрО РАН им. Ю. П. Булашевича А. Ф. Шестаков.

Сурнев Виктор Борисович

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА. РЕШЕБНИК ЗАДАЧ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

ISBN

© Сурнев В. Б., 2020

© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Уральский государственный горный университет (УГГУ)

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	9
Часть 1. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА С ЭЛЕМЕНТАМИ ОБЩЕЙ АЛГЕБРЫ	11
1. ЭЛЕМЕНТЫ ОБЩЕЙ АЛГЕБРЫ	
Практическое занятие 1. Теория множеств. Множества, операции, отношения	11
Предварительные сведения	11
Примеры с решением	13
Практическое занятие 2. Числовые поля. Комплексные числа	20
Предварительные сведения	20
Примеры с решением	22
Задания для самостоятельной работы	24
2. ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ	30
Практическое занятие 1. Векторная алгебра	30
Предварительные сведения	30
Примеры с решением	33
Практическое занятие 2. Векторное и смешанное произведения. Прямая линия и плоскость	45
Предварительные сведения	45
Примеры с решением	46

Практическое занятие 3. Абстрактные векторные пространства	52
Предварительные сведения	52
Примеры с решением	53
Практическое занятие 4. Линейные операторы, матрицы, определители и СЛАУ	75
Предварительные сведения	75
Примеры с решением	76
Практическое занятие 5. Общие свойства линейных операторов	91
Предварительные сведения	91
Примеры с решением	92
Задания для самостоятельной работы	101
Часть 2. ОПЕРАТОРЫ В ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ. ГЕОМЕТРИЯ ПРОСТРАНСТВА E^n	113
Практическое занятие 1. Подпространства. Специальные типы линейных операторов в евклидовом пространстве	113
Предварительные сведения	113
Примеры с решением	116
Практическое занятие 2. Некоторые задачи в геометрии евклидова пространства	137

Предварительные сведения	137
Примеры с решением	138
Практическое занятие 3. Поверхности второго порядка	145
Предварительные сведения	145
Примеры с решением	147
Задания для самостоятельной работы	157
ЧАСТЬ 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ И ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОГО ПЕРЕМЕННОГО	162
Практическое занятие 1. Понятие предела числовой последовательности	162
Предварительные сведения	162
Примеры с решением	164
Практическое занятие 2. Непрерывность и предел функции	172
Предварительные сведения	172
Примеры с решением	173
Практическое занятие 3. Дифференцируемость функции одного переменного	179
Предварительные сведения	179
Примеры с решением	180
Практическое занятие 4. Основные теоремы дифференциального исчисления	191

Предварительные сведения	191
Примеры с решением	192
Практическое занятие 5. Исследование функций одного переменного	201
Предварительные сведения	201
Примеры с решением	203
Практическое занятие 6. Интегрируемость функций одного переменного	210
Предварительные сведения	210
Примеры с решением	211
Задания для самостоятельной работы	217
ЧАСТЬ 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ. РЯДЫ	224
Практическое занятие 1. Дифференцируемость функций нескольких переменных	224
Предварительные сведения	224
Примеры с решением	226
Практическое занятие 2. Исследование функции нескольких переменных	239
Предварительные сведения	239
Примеры с решением	240

Практическое занятие 3. Числовые ряды	244
Предварительные сведения	244
Примеры с решениями	245
Практическое занятие 4. Функциональные и степенные ряды	251
Предварительные сведения	251
Примеры с решением	253
Задания для самостоятельной работы	260
ЧАСТЬ 5. ТЕОРИЯ ПОЛЯ. ВЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕ- НИЯ	266
Практическое занятие 1. Базисные векторные поля	266
Предварительные сведения	266
Примеры с решением	269
Практическое занятие 2. Криволинейные интегралы	279
Предварительные сведения	279
Примеры с решением	281
Практическое занятие 3. Кратные интегралы	284
Предварительные сведения	284
Примеры с решением	287
Практическое занятие 4. Некоторые приложения криволи- нейных и кратных интегралов	296
Предварительные сведения	296

Примеры с решением	297
Практическое занятие 5. Поверхностные интегралы	302
Предварительные сведения	302
Примеры с решением	303
Практическое занятие 6. Векторный анализ	307
Предварительные сведения	307
Примеры с решением	310
Практическое занятие 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения	319
Предварительные сведения	319
Примеры с решением	322
Практическое занятие 8. Системы ОДУ	337
Предварительные сведения	337
Примеры с решением	342
Задания для самостоятельной работы	348

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие «ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА. РЕШЕБНИК ЗАДАЧ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ» предназначено для студентов технических направлений подготовки и технических специальностей университетов. Цель данного пособия – оказание помощи студентам в самостоятельной работе по освоению общего курса высшей математики технического вуза. Перечислим некоторые причины, побудившие автора к созданию данного пособия.

Хорошо известно, что без самостоятельной работы сколько-нибудь твёрдое освоение курса высшей математики совершенно невозможно. За то малое количество часов аудиторных занятий, которое отводится современными учебными планами, особенно для направлений подготовки бакалавров, никакой преподаватель не сможет обучить студентов даже основам математики, не говоря уже об овладении методами последней на уровне, нужном для плодотворного изучения специальных дисциплин учебных планов таких, как, например, теоретическая механика, теоретическая электротехника и так далее.

Желательно, чтобы студент научился самостоятельно выбирать метод решения задачи, поставленной в предметной области, и мог использовать для его реализации знания по высшей математике, полученные в университете. Последнее может быть достигнуто только упорным и творческим самостоятельным трудом, чему и призвано помочь данное пособие.

В настоящее время достаточно велико число желающих получить высшее образование с использованием дистанционных методов обучения. Несмотря на наличие у подавляющего большинства обучающихся в свободном доступе вычислительной техники разного уровня, «книжный вариант» самостоятельного изучения дисциплины математика не потерял своей актуальности. Для многих студентов наличие печатного пособия по практическому освоению курса высшей математики предпочтительнее её электронного варианта.

Предлагаемое учебное пособие появилось как результат многолетнего преподавания автором высшей математики в техническом вузе – ФГБОУ ВО Уральский государственный горный университет. Пособие содержит материал по основным разделам общего курса высшей математики. Некоторые разделы, включаемые обычно в общий курс высшей математики, в пособии не представлены.

В качестве примера назовём теорию функций комплексной переменной (ТФКП). По мнению автора ТФКП является по существу самостоятельной дисциплиной и требует отдельного издания. К тому же в русскоязычной литературе имеются в большом числе практические пособия по данной дисциплине.

Аналогично, теория вероятностей и математическая статистика в совокупности являются отдельной дисциплиной со своими теориями и методами. Поэтому включение теории вероятностей и

математической статистики в качестве раздела в пособие по общему курсу высшей математики нецелесообразно.

Также отсутствует в пособии теория уравнений с частными производными, которая является по мнению автора отдельной дисциплиной, имеющей своё историческое название – «Математическая физика».

Кроме перечисленных разделов высшей математики в пособии не представлена теория операторов, которая известна также под названием «Функциональный анализ». Данная математическая дисциплина вынужденно исключена из современных учебных планов и программ в связи с сокращением времени на изучение высшей математики.

Список разделов, включённых в данное пособие, легко увидеть из оглавления, поэтому перечислять их нет необходимости. Сделаем лишь несколько замечаний относительно структуры пособия.

Перед каждым разделом помещены краткие теоретические сводки, цель которых напомнить студенту, изучившему предварительно теоретический материал по лекционному курсу, необходимые для разбора предлагаемых примеров и решения заданий формулы.

Дальше приводятся с подробным решением примеры типовых задач, перемежающиеся иногда с дополнительными сведениями и с практико-ориентированными примерами из предметных областей.

После примеров с решениями приводятся в достаточном количестве задания для самостоятельной работы. В заданиях для самостоятельной работы ответы не приводятся. Сделано это намеренно, с целью побудить студентов в процессе самостоятельных занятий к общению между собой и с преподавателем.

В заключение отметим, что особое внимание в пособии уделяется трудным для освоения студентами разделов высшей математики, имеющих на первый взгляд абстрактный характер, например, линейной алгебре и теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Прикладной характер данных разделов не может быть обоснован на начальных стадиях обучения в вузе и выяснится лишь при изучении специальных дисциплин.

ЧАСТЬ 1. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА С ЭЛЕМЕНТАМИ БЩЕЙ АЛГЕБРЫ

1. ЭЛЕМЕНТЫ ОБЩЕЙ АЛГЕБРЫ

Практическое занятие 1. Теория множеств

Множества, операции, отношения

Предварительные сведения

Множество – неопределяемое понятие. Множество можно задать. Конечное множество задаётся списком, например,

$$M = \{a, b, \dots, k\},$$

где $a, b, \dots, k$ – элементы множества.

Бесконечное множество задаётся при помощи признака, позволяющего установить принадлежность элементов данному множеству:

$$M = \{x : x \in K\}.$$

Читается: M есть множество элементов X , обладающих свойством (свойствами) K , и только эти элементы являются элементами данного множества.

Над множествами можно производить операции.

Множества M_1 и M_2 считаются **равными**, если

$$M_1 = M_2 \Leftrightarrow x \in M_1 \Rightarrow x \in M_2 \wedge y \in M_2 \Rightarrow y \in M_1.$$

Пересечение множеств: $M_1 \cap M_2 \stackrel{def}{=} \{x : x \in M_1 \text{ и } x \in M_2\}.$

Объединение множеств: $M_1 \cup M_2 \stackrel{def}{=} \{x : x \in M_1 \text{ или } x \in M_2\}.$

Разность множеств: $M_1 - M_2 \equiv M_1 \setminus M_2 = \{x : x \in M_1 \text{ и } x \notin M_2\}.$

Произведение множеств: $M_1 \times M_2 = \{\{x, y\} : x \in M_1, y \in M_2\}.$

Здесь $\{x, y\}$ – упорядоченная пара элементов $x \in M_1, y \in M_2$.

Закон тождества гласит:

$$M_1 = M_2 \Leftrightarrow M_1 \subset M_2 \wedge M_2 \subset M_1.$$

Пусть $x \in M \wedge y \in M$. Бинарной алгебраической операцией называется отображение

$$\varphi : \{x, y\} \rightarrow z \in M.$$

Алгебраическая операция называется **ассоциативной**, если

$$(\forall x, y, z \in M) \quad x * (y * z) = (x * y) * z.$$

Алгебраическая операция называется **коммутативной**, если

$$(\forall x, y \in M) \quad x * y = y * x.$$

Алгебраическая операция $(\circ)$ называется **дистрибутивной** относительно алгебраической операции $(*)$, если $(\forall x, y, z \in M)$

- 1) $(x * y) \circ z = (x \circ z) * (y \circ z),$
- 2) $z \circ (x * y) = (z \circ x) * (z \circ y).$

Множество $G \neq \emptyset$ с заданной на нём бинарной алгебраической (внутренней) операцией $(*)$, называется **группой**, если выполнены следующие аксиомы:

- 1) $(\forall x, y, z \in G) \quad x * (y * z) = (x * y) * z;$
- 2) $(\exists e \in G): (\forall x \in G) \quad x * e = e * x = x;$
- 3) $(\forall x \in G) (\exists x^{-1} \in G): x * x^{-1} = x^{-1} * x = e.$

Группа называется **абелевой**, или **коммутативной**, если алгебраическая (групповая) операция коммутативна.

Непустое множество K с двумя алгебраическими операциями **сложением** и **умножением** называется **кольцом**, если выполнены аксиомы:

- 1) K есть абелева группа по операции сложения (**аддитивная группа кольца**);
- 2) операции сложения и умножения связаны дистрибутивными законами, то есть $(\forall x, y, z \in K) \quad x(y + z) = xy + xz$ и $(y + z)x = yx + zx.$

Непустое множество P вместе с двумя алгебраическими операциями – **сложением** и **умножением**, называется **полем**, если выполняются следующие аксиомы:

- 1) P есть аддитивная абелева группа по сложению;
- 2) $P - \{0\}$ есть мультипликативная абелева группа по умножению;
- 3) операции сложения и умножения связаны дистрибутивными законами, то есть $(\forall x, y, z \in P) \quad x(y + z) = xy + xz, (y + z)x = yx + zx.$

Примеры с решением

Пример 1.1.1. Найти все подмножества множества $M = \{2, 7, 9\}$.

Решение. Подмножествами данного множества являются: пустое множество $\emptyset$; само множество M ; одноэлементные множества $\{2\}, \{7\}, \{9\}$; двухэлементные множества $\{2, 7\}, \{2, 9\}, \{7, 9\}$. $\otimes$

Пример 1.1.2. Найти пересечение, объединение и разность множеств $A = \{a, b, c, d, e, f\}, B = \{b, e, f, k\}$.

Решение. Пересечение множеств $A \cap B$ содержит три элемента

$$A \cap B = \{b, e, f\},$$

объединение множеств содержит семь элементов

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, k\},$$

разность

$$A - B = \{a, c, d\}. \otimes$$

Пример 1.1.3. Найти пересечение множеств решений неравенств

$$2x - 3 > x + 1, 3x - 8 < 2x + 1,$$

полагая, что $x \in R^1$.

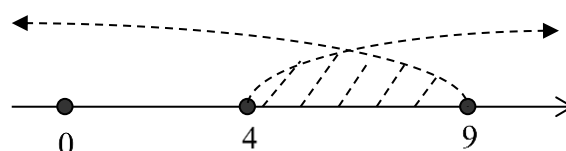


рис. 1.

Решение. Решением первого неравенства является множество действительных чисел $x > 4$, решением второго неравенства является множество действительных чисел $x < 9$. Их пересечением (рисунок 1.1.1) является множество $M = \{x \in R^1: 4 < x < 9\}$. $\otimes$

Пример 1.1.4. Найти произведение $A \times B$ множеств

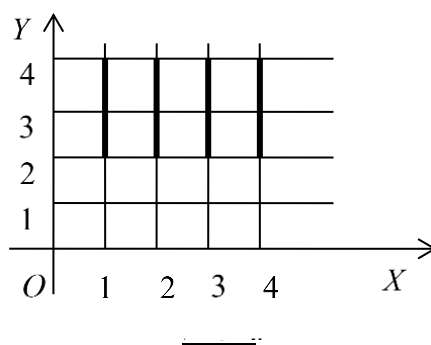
$$A = \{m, p\}, B = \{e, f, k\}.$$

Решение. Составляем, согласно определению, всевозможные упорядоченные пары, первой компонентой которых является элемент множества A , а второй – элемент множества B :

$$A \times B = \{\{m, e\}, \{m, f\}, \{m, k\}, \{p, e\}, \{p, f\}, \{p, k\}\}. \otimes$$

Пример 1.1.5. Изобразить на координатной плоскости произведение $A \times B$ множеств $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{R}^1 : 2 \leq y \leq 4\}$.

Решение. Множество A конечно, а множество B – бесконечно, поэтому произведение множеств состоит из бесконечного множества упорядоченных пар, первым компонентом которых являются числа 1, 2, 3 или 4, а вторым – любое действительное число из замкнутого промежутка $[2, 4]$. Множество пар координатной плоскости изобразится



в виде четырёх отрезков, параллельных оси ординат (рисунок 2). $\otimes$

Пример 1.1.6. Доказать транзитивность отношения равенства для произвольных множеств.

Решение. Пусть X , Y и Z – произвольные множества. Покажем, что из $X = Y$ и $Y = Z \Rightarrow X = Z$.

Пусть $x \in X$. Тогда, так как $X = Y$, имеем $x \in Y$. Но так как $Y = Z$, получаем $x \in Z$.

Обратно, из $x \in Z$ следует, что $x \in Y$. По закону тождества получаем $X = Z$. $\otimes$

Пример 1.1.7. Доказать, что для произвольных множеств A , B и C справедливо равенство: $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$.

Решение. Покажем, что

$$A \setminus (B \cap C) \subset (A \setminus B) \cup (A \setminus C).$$

Пусть $x \in A \setminus (B \cap C)$. Откуда следует, что $x \in A$ и $x \notin B \cap C$. То есть, $x \in A$ и $x \notin B$, или $x \in A$ и $x \notin C$. Поэтому

$$x \in A \setminus B, \text{ или } x \in A \setminus C,$$

то есть

$$x \in (A \setminus B) \cup (A \setminus C).$$

Следовательно, в соответствие с определением части множества включение

$$A \setminus (B \cap C) \subset (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$$

доказано.

Включение $(A \setminus B) \cup (A \setminus C) \subset A \setminus (B \cap C)$ доказывается аналогично.

Из доказанных включений с учётом закона тождества получаем требуемое равенство $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$. $\otimes$

Пример 1.1.8. Проверить непосредственно, что для множеств

$$X = \{3, 5, 7\}, Y = \{7, 9\}, Z = \{0, 1\}$$

выполняется следующее равенство: $(X \cup Y) \times Z = (X \times Z) \cup (Y \times Z)$.

Решение. Для левой части равенства непосредственно получаем $X \cup Y = \{3, 5, 7, 9\}$ и далее имеем:

$$\begin{aligned} (X \cup Y) \times Z &= \{3, 5, 7, 9\} \times \{0, 1\} = \\ &= \{\{3, 0\}, \{5, 0\}, \{7, 0\}, \{9, 0\}, \{3, 1\}, \{5, 1\}, \{7, 1\}, \{9, 1\}\}. \end{aligned}$$

Для правой части получаем аналогично:

$$\begin{aligned} (X \times Z) \cup (Y \times Z) &= \{\{3, 5, 7\} \times \{0, 1\}\} \cup \{\{7, 9\} \times \{0, 1\}\} = \\ &= \{\{3, 0\}, \{5, 0\}, \{7, 0\}, \{3, 1\}, \{5, 1\}, \{7, 1\}\} \cup \{\{7, 0\}, \{7, 1\}, \{9, 0\}, \{9, 1\}\} = \\ &= \{\{3, 0\}, \{5, 0\}, \{3, 1\}, \{5, 1\}, \{7, 0\}, \{7, 1\}, \{9, 0\}, \{9, 1\}\}. \end{aligned}$$

Сравнивая полученные равенства, видим, что оба множества состоят из одних и тех же элементов, то есть, равны друг другу. $\otimes$

Пример 1.1.9. Выяснить, является ли на подмножестве

$$R^+ = \{x \in R^1 : x > 0\}$$

множества действительных чисел R^1 алгебраической операция $x * y = x^2$ и указать, обладает ли эта операция свойствами коммутативности и ассоциативности.

Решение. Пусть x, y, z – любые элементы из R^+ . Тогда, очевидно, $(\forall x \in R^+) x^2 \in R^+$, то есть операция $(*)$ является бинарной алгебраической операцией. Так как по определению операции имеем

$$(\forall x \neq y) x * y = x^2 \neq y^2 = y * x,$$

то операция $(*)$ не является коммутативной. Далее, так как

$$(\forall x \neq y \neq z \in R^+) x * (y * z) = x^2 \neq (x * y) * z = (x * y)^2 = x^4,$$

то операция $(*)$ не является ассоциативной. $\otimes$

Пример 1.1.10. Ассоциативна ли на множестве действительных чисел R^1 операция $x * y = \sin x \cdot \sin y$.

Решение. Для определённой операции имеем:

$$(\forall x, y, z \in R) (x * y) * z = \sin(\sin x \cdot \sin y) \cdot \sin z,$$

$$x * (y * z) = \sin x \cdot \sin(\sin y \cdot \sin z).$$

Очевидно, что $(x * y) * z = x * (y * z)$ выполняется не для всех x, y, z , следовательно, операция $(*)$ свойством ассоциативности не обладает. $\otimes$

Пример 1.1.11. На множестве $M = \{2, 4, 6, 8\}$ задано отношение «меньше». Изобразить это отношение: 1) выписав все упорядоченные пары; 2) построив граф отношения.

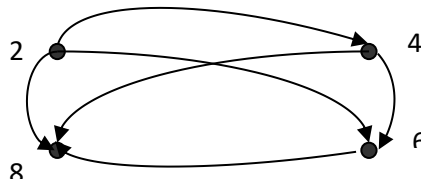


Рис. 1.8.3.

Решение. Отношение имеет вид:

$$2 < 4, 2 < 6, 2 < 8, 4 < 6, 4 < 8, 6 < 8.$$

Запишем отношение в виде подмножества $\mathfrak{R} \subset M \times M$ произведения множества M на себя, то есть в виде множества упорядоченных пар:

$$\{2, 4\}, \{2, 6\}, \{2, 8\}, \{4, 6\}, \{4, 8\}, \{6, 8\}.$$

Граф отношения приведён на рисунке 3. $\otimes$

Пример 1.1.12. Пусть $M = \{f, p, q\}$ и задано подмножество $\mathfrak{R}$ множества $M \times M$

$$\{\{f, p\}, \{f, q\}, \{f, f\}, \{p, f\}, \{q, f\}, \{p, q\}, \{p, p\}, \{q, p\}, \{q, q\}\}.$$

Обладает ли определяемое этим подмножеством отношение свойствами рефлексивности, симметричности и транзитивности?

Решение. Очевидно, что для элементов множества $\mathfrak{R}$ истинны следующие высказывания:

$$1) \{f, f\}, \{p, p\}, \{q, q\} \in \mathfrak{R};$$

- 2) $\{f, p\} \wedge \{p, f\} \in \mathfrak{R}, \{f, q\} \wedge \{q, f\} \in \mathfrak{R},$
 $\{p, q\} \wedge \{q, p\} \in \mathfrak{R};$
- 3) $\{f, p\} \in \mathfrak{R} \wedge \{p, q\} \in \mathfrak{R} \Rightarrow \{f, q\} \in \mathfrak{R},$
 $\{f, q\} \in \mathfrak{R} \wedge \{q, p\} \in \mathfrak{R} \Rightarrow \{f, p\} \in \mathfrak{R},$
 $\{p, f\} \in \mathfrak{R} \wedge \{f, q\} \in \mathfrak{R} \Rightarrow \{p, q\} \in \mathfrak{R}.$

Поэтому отношение $\mathfrak{R}$ на множестве M , заданное множеством упорядоченных пар элементов M , рефлексивно, симметрично и транзитивно. $\otimes$

Пример 1.1.13. Показать, что отношение включения $\subset$ является отношением порядка.

Решение. 1) Пусть X – произвольное множество. Так как всегда $X \subset X$, то отношение $\subset$ рефлексивно. 2) Пусть X, Y, Z – произвольные множества, для которых выполняются включения $X \subset Y$ и $Y \subset Z$. Если $x \in X$, то в силу $X \subset Y$ имеем $x \in Y$, а так как $Y \subset Z$, то и $x \in Z$. Поэтому $(X \subset Y \wedge Y \subset Z) \Rightarrow X \subset Z$, то есть отношение $\subset$ транзитивно. 3) Так как по закону тождества имеем

$$(X \subset Y \wedge Y \subset X) \Leftrightarrow X = Y,$$

то отношение $\subset$ антисимметрично.

Отношение $\subset$ рефлексивно, транзитивно и антисимметрично и, следовательно, является отношением порядка. $\otimes$

Пример 1.1.14. Пусть функция $f: M_1 \rightarrow M_2$, где $M_1 \subset R^1$ и $M_2 \subset R^1$, задана формулой $y = \pm\sqrt{1-x^2}$. Требуется: найти множество определения M_1 и множество значений M_2 этой функции; выяснить, является ли данная функция отображением или преобразованием; выяснить, является ли f инъективной, сюръективной или биективной.

Решение. Множеством определения функции f является множество $M_1 = \{x \in R^1 : -1 \leq x \leq 1\}$, а множеством значений – множество $M_2 = M_1$, следовательно f осуществляет отображение M_1 на M_1 , то есть является преобразованием. Так как $(\exists x \in M_1): f(x) = f(-x)$, то преобразование f не является инъективным, но очевидно, что f – сюръективно. Следовательно, отображение f не является биективным. $\otimes$

Пример 1.1.15. Доказать, что множество натуральных чисел N с операцией $(*)$: $x * y = \min\{x, y\}$ является полугруппой.

Решение. Исходя из определения полугруппы, нужно проверить, что операция $(*)$ является алгебраической и ассоциативной. Так как

$$(\forall x, y \in N) x * y = \min\{x, y\} \in N,$$

то операция $(*)$ является алгебраической. Проверим её на ассоциативность, имеем:

$$(\forall x, y, z \in N) (x * y) * z = \min\{\min\{x, y\}, z\} = \min\{x, \min\{y, z\}\}.$$

Операция $(*)$ ассоциативна. Поэтому $(N, *)$ – полугруппа. $\otimes$

Пример 1.1.16. Доказать, что множество положительных действительных чисел $R^+ = \{x \in R^1 : x > 0\}$, в котором операции «сложения» и «умножения на число» введены по правилам

$$(\forall x, y \in R^+ \wedge \forall \alpha \in R) x + y \stackrel{def}{=} x \cdot y \wedge \alpha \cdot x \stackrel{def}{=} x^\alpha,$$

является векторным пространством.

Решение. Согласно определению векторного пространства, в множестве R^+ должны выполняться две группы аксиом.

Аксиомы сложения:

$$1) (\forall x, y \in A) x + y = y + x \text{ (коммутативность);}$$

$$2) (\forall x, y, z \in M) x * (y * z) = (x * y) * z. \text{ (ассоциативность);}$$

$$3) (\exists 0 \in A): (\forall x \in A) x + 0 = x \text{ (существование нулевого элемента);}$$

$$4) (\forall x \in A) (\exists (-x) \in A): x + (-x) = 0 \text{ (существование противоположного элемента).}$$

Аксиомы умножения на число:

$$5) (\forall x \in A \wedge \forall \alpha, \beta \in R) (\alpha + \beta) \cdot x = \alpha \cdot x + \beta \cdot x;$$

$$6) (\forall x, y \in A \wedge \forall \alpha \in R) \alpha \cdot (x + y) = \alpha \cdot x + \alpha \cdot y;$$

$$7) (\forall x \in A) 1 \cdot x = x;$$

$$8) (\forall x \in A \wedge \forall \alpha, \beta \in R) (\alpha \cdot \beta) \cdot x = \alpha \cdot (\beta \cdot x).$$

Во множестве R^+ операция «сложения» является бинарной алгебраической операцией, а операция «умножения на число» является внешней бинарной операцией, так как

$$(\forall x, y \in R^+ \wedge \forall \alpha \in R^1) x \cdot y \in R^+ \wedge x^\alpha \in R^+.$$

Проверим выполнение аксиом.

1) Коммутативность операции «сложения» выполняется, так как

$$(\forall x, y \in R^+) x \cdot y = y \cdot x.$$

2) Ассоциативность операции «сложения» выполняется, так как

$$(\forall x, y, z \in R^+) (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z).$$

3) В качестве нулевого элемента выбираем единицу, так как

$$(\forall x \in R^+) 1 \cdot x = x \cdot 1 = x.$$

4) Противоположный элемент

$$-x = \frac{1}{x},$$

так как $(\forall x \in R^+) x \cdot \frac{1}{x} = 1.$

5) Так как $x^{\alpha+\beta} = x^\alpha \cdot x^\beta$, то

$$(\alpha + \beta) \cdot x = \alpha \cdot x + \beta \cdot x.$$

6) Так как $(x \cdot y)^\alpha = x^\alpha \cdot y^\alpha$, то

$$\alpha \cdot (x + y) = \alpha \cdot x + \alpha \cdot y.$$

7) Так как $X^1 = X$, то

$$1 \cdot x = x.$$

8) Так как $X^{\alpha \cdot \beta} = (X^\beta)^\alpha$, то

$$(\alpha \cdot \beta) \cdot x = \alpha \cdot (\beta \cdot x).$$

Все аксиомы векторного пространства выполняются, следовательно, множество R^+ с введёнными операциями является векторным пространством над полем действительных чисел R^1 .

⊗

Практическое занятие 2. Числовые поля. Комплексные числа

Предварительные сведения

Комплексными числами называются упорядоченные пары действительных чисел вида (a, b) , для которых операции сложения и умножения вводятся посредством определения результата их выполнения в соответствии со следующими аксиомами.

1. Два комплексных числа (a, b) и (c, d) считаются **равными** в том и только в том случае, если $a = c$ и $b = d$, что при помощи логической символики записывается так:

$$(a, b) = (c, d) \Leftrightarrow a = c \wedge b = d. \quad (3.1)$$

2. **Сумма** двух комплексных чисел (a, b) и (c, d) является комплексным числом, которое находится по правилу:

$$(a, b) + (c, d) \stackrel{def}{=} (a + c, b + d). \quad (3.2)$$

3. **Произведение** двух комплексных чисел (a, b) и (c, d) является комплексным числом, которое находится по правилу:

$$(a, b)(c, d) \stackrel{def}{=} (ac - bd, ad + bc). \quad (3.3)$$

4. Комплексное число $(a, 0)$ отождествляется с действительным (вещественным) числом a : $(a, 0) \equiv a$. В частности, $(0, 0) \equiv 0$.

Числа вида $(0, b)$ называются **мнимыми числами**. Число $i \stackrel{\text{def}}{=} (0, 1)$ называется мнимой единицей, причём $i^2 = (-1, 0) \equiv -1$.

Нетрудно показать, что множество всех комплексных чисел является полем.

Алгебраическая форма комплексного числа

$$z = a + bi \equiv a + ib.$$

Тригонометрическая форма комплексного числа

$$z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi),$$

где $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ – **модуль** комплексного числа, $\varphi = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}$ – **аргумент** комплексного числа.

Операции над комплексными числами производятся путём обычного раскрытия скобок с учётом того, что $i^2 = (-1, 0) = -1$.

В тригонометрической форме операции над комплексными числами выполняются по следующим правилам.

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 (\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2)),$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} (\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2)),$$

$$z^n = r^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi).$$

Корни n -й степени из комплексного числа α существуют и все они даются формулой

$$\beta_k = r^{\frac{1}{n}} \left(\cos \frac{\varphi + 2k\pi}{n} + i \sin \frac{\varphi + 2k\pi}{n} \right)$$

при любом целом числе k .

Примеры с решением

Пример 1.2.1. Построить точку, изображающую комплексное число

$$z = -3 - 4i.$$

Решение. В данной задаче $z = a + bi = -3 - 4i$. Так как на комплексной плоскости $a = x$ и $b = y$, то точка, изображающая на комплексной плоскости число z , имеет координаты $x = -3$ и $y = -4$. $\otimes$

Пример 1.2.2. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = -4 - 4\sqrt{3}i$.

Решение. Модуль числа $|z| = \sqrt{(-4)^2 + (-4\sqrt{3})^2} = 8$. Точка z лежит в третьей четверти, поэтому $\arg z = \arctg \sqrt{3} = -\frac{2\pi}{3}$. $\otimes$

Пример 1.2.3. Выполнить указанные действия:

$$\frac{(3-4i)(2-i)}{2+i} - \frac{(3+4i)(2+i)}{2-i}.$$

Решение. Выполняем действия, раскрывая скобки и учитывая свойство мнимой единицы $i^2 = -1$. $\otimes$

Пример 1.2.4. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых выполнено условие: $-2 < \operatorname{Im} z \leq 3$.

Решение. Так как на комплексной плоскости $\operatorname{Im} z = y$, то искомое множество точек является полосой, заключённой между прямыми линиями с уравнениями $y = -2$ и $y = 3$, причём точки первой прямой этому множеству не принадлежат, а точки второй прямой принадлежат. $\otimes$

Пример 1.2.5. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых выполнено условие: $|z-1| < 3$.

Решение. Положим $z = x + iy$. Тогда имеем $z-1 = (x-1) + iy$, откуда получаем

$$|z-1| = \sqrt{(x-1)^2 + y^2} < 3,$$

или

$$(x-1)^2 + y^2 < 9.$$

Искомое множество точек комплексной плоскости является внутренностью круга радиуса 3 с центром в точке $(1; 0)$. $\otimes$

Пример 1.2.6. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых выполнено условие: $\log_3 |z - 3i| < 1$.

Решение. Положим $z = x + iy$. Тогда для числа $z - 3i$ имеем

$$z - 3i = x + i(y - 3),$$

откуда получаем

$$|z - 3i| = \sqrt{x^2 + (y - 3)^2}.$$

Решая неравенство

$$\log_3 \sqrt{x^2 + (y - 3)^2} < 1,$$

получаем $x^2 + (y - 3)^2 < 9$. Искомое множество точек является внутренностью круга радиуса 3 с центром в точке с координатами $(0; 3)$. $\otimes$

Пример 1.2.7. Представить комплексное число

$$z = -\cos \vartheta + i \sin \vartheta$$

в тригонометрической форме.

Решение. Стандартная запись комплексного числа в тригонометрической форме имеет вид $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$. По формулам приведения имеем $-\cos \vartheta = \cos(\pi - \vartheta)$. Поэтому, полагая $r = 1$ и $\varphi = \pi - \vartheta$, получаем стандартную запись комплексного числа в тригонометрической форме

$$z = \cos(\pi - \vartheta) + i \sin(\pi - \vartheta). \otimes$$

Пример 1.2.8. Представить комплексное число $z = 4 - 4\sqrt{3} \cdot i$ в тригонометрической форме.

Решение. 1) Находим модуль: $|z| = \sqrt{4^2 + (-4\sqrt{3})^2} = 8$.

2) Находим аргумент. Так как $\cos \varphi = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$, $\sin \varphi = \frac{-4\sqrt{3}}{8} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, то $\varphi = -\frac{\pi}{3}$. Сле-

довательно, $z = 8 \left[\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \right]. \otimes$

Пример 1.2.9. Выполнить умножение комплексных чисел:

$$8 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) \cdot \frac{1}{16} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right).$$

Решение. Используя формулу умножения, получаем:

$$8 \cdot \frac{1}{16} \left(\cos \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \right) \right) = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right) = \frac{1}{2} i. \otimes$$

Пример 1.2.10. Выполнить деление комплексных чисел:

$$2 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right) : 4 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right).$$

Решение. Используем формулу деления комплексных чисел, получаем:

$$\frac{2}{4} \left(\cos \left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2} \right) \right) = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4} i. \otimes$$

Пример 1.2.11. Возвести комплексное $2 \left(\cos \left(-\frac{3\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{3\pi}{4} \right) \right)$ число в седь-

мую степень.

Решение. По формуле возведения комплексного числа в степень имеем:

$$\left[2 \left(\cos \left(-\frac{3\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{3\pi}{4} \right) \right) \right]^7 = 2^7 \left(\cos \left(-\frac{21\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{21\pi}{4} \right) \right) =$$

$$= -64\sqrt{2} + 64\sqrt{2}i. \otimes$$

Задания для самостоятельной работы

1. Пусть $M = \{4, 8, 11, 22\}$. Образовать всевозможные подмножества этого множества и указать их число.

2. Пусть

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, Y = \{2, 4, 6, 8, 10\}.$$

Найти $X \cap Y$, $X \cup Y$, $X - Y$, $Y - X$.

3. Пусть $X = [1, 3) \cup (5, 7]$ и $Y = [2, 6]$. Найти $X \cap Y$, $X \cup Y$, $X - Y$, $Y - X$.

4. Найти пересечение и объединение множеств решений неравенств:

$$3x + 4 \geq 7x - 16, |x - 3| < 1.$$

5. Изобразить на декартовой плоскости произведение множеств:

а) $X = \{x : 2 \leq x \leq 6\}, Y = \{y : 3 < y \leq 5\};$

б) $X = R, Y = \{y : -2 < y \leq 3\};$

в) $[0, 1] \times [0, 1];$

$$\text{г) } [1, 2] \times (-\infty, +\infty);$$

$$\text{д) } (0, +\infty) \times [-2, -3].$$

6. Доказать, что для произвольных множеств X, Y, Z справедливы равенства:

$$\text{а) } X \cup (X \cap Y) = X;$$

$$\text{б) } X \cap (X \cup Y) = X$$

$$\text{в) } (X \cup Y) \setminus (X \cap Y) = (X \setminus Y) \cup (Y \setminus X);$$

$$\text{г) } (X \setminus Y) \setminus Z = (X \setminus Z) \setminus Y;$$

$$\text{д) } Y \cup (X \setminus Y) = X \cup Y;$$

$$\text{е) } (X \cup Y) \times Z = (X \times Z) \cup (Y \times Z);$$

$$\text{ж) } (X \cap Y) \times Z = (X \times Z) \cap (Y \times Z);$$

$$\text{з) } (X - Y) \times Z = (X \times Z) - (Y \times Z);$$

$$\text{и) } X \cup Y \subset Z \Rightarrow X \times Y = (X \times Z) \cap (Z \times Y).$$

7. Слушатели потока в 100 человек изучают английский, немецкий и французский языки. Причём, 28 слушателей изучают английский язык, 30 - немецкий, 42 - французский, 8 - английский и немецкий, 10 - английский и французский, 5 - немецкий и французский. Сколько слушателей изучают только один язык? (проиллюстрировать решение задачи геометрически, используя диаграммы Эйлера).

8. Истинны или ложны для любых X, Y, Z следующие высказывания:

$$\text{а) } (X \subset Y \wedge Y \subset Z) \Rightarrow X \subset Z;$$

$$\text{б) } (X \neq Y \wedge Y \neq Z) \Rightarrow X \neq Z.$$

9. Найти множество истинности предиката: $\left\langle \frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 1} < 0 \right\rangle.$

10. Найти множество истинности предиката:

$$\left\langle \begin{array}{l} \text{Корни системы} \\ \text{уравнений} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x - y = t - 1 \\ 2x - y = 3 - t \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{одновременно} \\ \text{положительны.} \end{array} \right\rangle$$

11. Найти множество истинности предиката: $\langle x \cdot (x - 2) \cdot (x + 3) > 0 \rangle.$

12. Записать высказывания, используя логические символы:

1) «существует такое число X , что для любого числа y справедливо равенство $X + y = 0$ »;

2) «если число больше 6, то его квадрат больше 36».

13. Выяснить, являются ли алгебраическими операции сложения, вычитания, умножения и деления на указанных подмножествах множества R действительных чисел и указать, какие из алгебраических операций обладают свойствами коммутативности и ассоциативности:

а) N ; б) $N_{2k} = \{2k : k \in N\}$; в) $N_{2k-1} = \{2k-1 : k \in N\}$;

г) Z ; д) $Z_{2k} = \{2k : k \in Z\}$; е) R ; ж) $R - \{0\}$;

з) $R^+ = \{x \in R : x > 0\}$; и) $R - Q$; к) $\{0, 1\}$.

14. Выяснить, являются ли алгебраическими указанные операции на подмножестве $R^+ = \{x \in R : x > 0\}$ множества действительных чисел R , и указать, какие из алгебраических операций обладают свойствами коммутативности и ассоциативности:

1) $x * y = \frac{x+y}{2}$; 2) $x * y = x + y - 1$; 3) $x * y = x^2 y$;

4) $x * y = \sqrt{xy}$; 5) $x * y = |x - y|$; 6) $x * y = x^y$;

7) $x * y = x^2 + y^2$; 8) $x * y = x \cdot y^{\frac{x}{|x|}}$.

15. На множестве $X = \{2, 4, 6, 8\}$ рассматриваются отношения « X равно y », « X кратно y » и « X больше y на 2». Какое из приведённых ниже подмножеств множества $X \times X$ задаёт соответствующее отношение?

а) $\{\{4, 2\}, \{6, 2\}, \{8, 2\}, \{6, 4\}, \{8, 4\}, \{8, 6\}, \{2, 2\}, \{4, 4\}, \{6, 6\}, \{8, 8\}\}$;

б) $\{\{4, 2\}, \{6, 4\}, \{8, 6\}\}$;

в) $\{\{2, 2\}, \{4, 4\}, \{6, 6\}, \{8, 8\}\}$.

16. Доказать, что:

а) множество натуральных чисел N с операциями $(*) : x * y = x$ и $(\circ) : x \circ y = 1$ является полугруппой;

б) множества всех целых чисел Z , всех рациональных чисел Q и всех действительных чисел R являются аддитивными группами, если в качестве групповой операции выбрано сложение чисел.

17. Найти действительные числа X и Y , если:

$$\text{а) } \frac{5x + 2xi - 3y - 3yi}{3 + 4i} = 2; \text{ б) } \frac{2u + 4i}{2x + y} - \frac{y}{x - i} = 0.$$

18. Найти $\operatorname{Re} z$ и $\operatorname{Im} z$, если:

$$\begin{aligned} \text{а) } z &= \frac{(1 - 2i)^3}{i} + 4i^{16}; \text{ б) } z = \frac{3 - 2i}{1 - 4i} + i^9; \\ \text{в) } z &= \frac{5i - 2}{3i + 1} + i + \frac{8i - 3}{2 - i}; \text{ г) } z = \frac{1}{4} \left(\frac{17 + 31i}{7 + i} + \frac{12}{(1 + i)^4} \right) + i. \end{aligned}$$

19. Выполнить указанные действия:

- 1) $(1 + 2i)^6$;
- 2) $(2 + 3i) \cdot (4 - 5i) + (2 - 3i) \cdot (4 + 5i)$;
- 3) $(x - 1 - i) \cdot (x - 1 + i) \cdot (x + 1 + i) \cdot (x + 1 - i)$;
- 4) $(1 + 2i)^5 - (1 - 2i)^5$;
- 5) $\left(-\frac{1}{2} + \frac{i \cdot \sqrt{3}}{2} \right)^2$;
- 6) $\frac{(1 - i)^5 - 1}{(1 + i)^5 + 1}$;
- 7) $\frac{(1 + 2i)^2 - (2 - i)^3}{(1 - i)^3 + (2 + i)^2}$;
- 8) $\frac{(1 + 2i)^3 + (1 - 2i)^3}{(2 - i)^2 - (2 + i)^2}$;
- 9) $\frac{(3 - 4i)(2 - i)}{2 + i} - \frac{(3 + 4i)(2 + i)}{2 - i}$;

$$10) \frac{5+12i}{8-6i} + \frac{(1+2i)^2}{2+i};$$

$$11) \left[\frac{1}{3} \left((1-i)^4 + \frac{7-24i}{4-3i} \right) + i \right] \frac{8}{(1+i)^2}.$$

20. Найти такие вещественные числа X и Y , что следующие пары комплексных чисел будут комплексно-сопряжёнными:

$$а) z_1 = y^2 - 2y + xy - x + y + (x+y)i, z_2 = -y^2 + 2y + 11 - 4i;$$

$$б) z_1 = x + y^2 + 1 + 4i, z_2 = ixy^2 + iy^2 - 3.$$

21. Решить уравнения:

$$1) |z| + z = 1 + 2i;$$

$$2) 2|z| - 4az + 1 + ai = 0 \quad (a \in R);$$

$$3) |z| + z = 2 - i;$$

$$4) 3z^2 - (14 - 8i)z + 8(4 - 3i) = 0;$$

$$5) 2(2 - i)z^2 + (7 - i)z + 5(1 + i) = 0;$$

$$6) (2 + 4i)z^2 + 2z + 6 - 6i = 0;$$

$$7) z^4 - 12z^2 + 64 = 0.$$

22. Решить систему уравнений:

$$1) \begin{cases} (1-i)x - (3+i)y = 4, \\ 5x - (4+2i)y = 4i; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} (1-i)x + 3iy = 5, \\ 2x - (3-3i)y = 6. \end{cases}$$

23. Построить точки, изображающие комплексные числа:

$$1) z_1 = -3 + 3i; 2) z_2 = 5 - i; 3) z_3 = 2i; 4) z_4 = -\sqrt{2}i.$$

24. Найти модуль и аргумент комплексных чисел:

$$1) z_1 = -3 + 3i; 2) z_2 = -2i; 3) z_3 = 5 - \sqrt{2}.$$

25. Найти множество точек комплексной плоскости, для которых:

$$1) -\frac{\pi}{6} < \arg z < \frac{\pi}{4}; 2) 1 \leq |z+1| < 3; 3) |z+i| = 1;$$

$$4) \frac{\pi}{4} \leq \arg(z - 2 + i) \leq \pi; 5) \begin{cases} \frac{\pi}{4} < \arg z < \pi, \\ |1 - 2i - z| = 2; \end{cases}$$

$$6) |z - 1 - i| \geq |z - 2 + i|; 7) |z - 1 + 2i| \geq 3; 8) |z - 2i| + |z - i| = 1.$$

26. Представить комплексные числа в тригонометрической форме:

$$1) z = 16 - 16\sqrt{3}i; 2) z = -6\sqrt{3} - 6i; 3) z = (\sqrt{5} - 2)i.$$

27. Представить комплексные числа в алгебраической форме:

$$1) z = 5\sqrt{2} \left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right);$$

$$2) z = 4 \left(\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + i \sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) \right).$$

28. Представив комплексные числа в тригонометрической форме, выполнить указанные действия:

$$\left(\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{12}\right) \right) (-3 + \sqrt{3}i);$$

$$4\sqrt{3} \left(\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3} \right) : (\sqrt{3} - i);$$

$$\left(-\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}i \right) (1 + i); (-\sqrt{5} + \sqrt{5}i)^3 (1 + i)^2; \frac{2\sqrt{3} - 2i}{(-1 + i)(\sqrt{2} + \sqrt{6}i)}.$$

29. Извлечь корни из комплексных чисел, предварительно представив их в тригонометрической форме:

$$1) \sqrt{-6 + 6\sqrt{3}i};$$

$$2) \sqrt[3]{-13,5\sqrt{2} - 13,5\sqrt{2}i};$$

$$3) \sqrt[4]{-8 - 8\sqrt{3}i}.$$

30. Представив комплексные числа

$$z_1 = -1 - i, z_2 = \sqrt{2} - \sqrt{2}i, z_3 = 1 + \sqrt{3}i$$

в тригонометрической форме, вычислить выражение $\frac{Z_1 Z_3}{Z_2}$.

2. ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ

Практическое занятие 1. Векторная алгебра

Предварительные сведения

Множество X абстрактных элементов (**векторов**) $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, \dots$ называется **векторным пространством** над полем P , если для его элементов выполнены перечисленные ниже аксиомы.

1⁰. Для любых векторов $\vec{x}, \vec{y} \in X$ однозначно определена **операция сложения**, результатом которой является вектор, обозначаемый $\vec{x} + \vec{y} \in X$ и называемый **суммой** векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$, причём операция сложения обладает следующими свойствами:

$$1) \left(\forall \vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \in X \right) \left((\vec{x} + \vec{y}) + \vec{z} = \vec{x} + (\vec{y} + \vec{z}) \right) - \text{ассоциативность};$$

$$2) \left(\forall \vec{x}, \vec{y} \in X \right) \vec{x} + \vec{y} = \vec{y} + \vec{x} - \text{коммутативность}.$$

2⁰. Существует однозначно определённый элемент $\vec{0} \in X$, такой, что $\left(\forall \vec{x} \in X \right)$

$$\vec{x} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{x} = \vec{x},$$

который называется **нуль-вектор**.

3⁰. Существует однозначно определённый вектор $-\vec{x} \in X$, такой, что $\left(\forall \vec{x} \in X \right)$

$$\vec{x} + (-\vec{x}) = (-\vec{x}) + \vec{x} = \vec{0},$$

который называется **обратным к вектору** $\vec{x} \in X$.

4⁰. Для любого числа $\alpha \in P$ и для любого вектора $\vec{x} \in X$ определена операция **умножения вектора на число**, результатом которой является вектор $\vec{\alpha \cdot x} \in X$, называемый **произведением вектора $\vec{x}$ на число α** , причём операция умножения векторов на числа обладает следующими свойствами: $(\forall \alpha, \beta \in P)$ и $(\forall \vec{x}, \vec{y} \in X)$

$$1) 1 \cdot \vec{x} = \vec{x};$$

$$2) \alpha \cdot (\vec{x} + \vec{y}) = \alpha \cdot \vec{x} + \alpha \cdot \vec{y};$$

$$3) (\alpha + \beta) \cdot \vec{x} = \alpha \cdot \vec{x} + \beta \cdot \vec{x};$$

$$4) (\alpha \cdot \beta) \cdot \vec{x} = \alpha \cdot (\beta \cdot \vec{x}).$$

Система векторов $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_n\} \subset X$ называется **линейно независимой**, если

$$\left(\alpha_1 \vec{e}_1 + \alpha_2 \vec{e}_2 + \dots + \alpha_n \vec{e}_n = \vec{0} \right) \Leftrightarrow (\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n = 0),$$

и **линейно зависимой** в противном случае.

Максимальная по числу векторов линейно независимая система векторов

$$\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_n\} \subset X^n,$$

(содержащая n векторов), называется **базисом векторного пространства**, само векторное про-

странство в этом случае называется **n-мерным векторным пространством** и обозначается X^n .

Таким образом, в n-мерном векторном пространстве существует линейно независимая система,

содержащая только n векторов, а любая система, содержащая $n+1$ вектор будет уже линейно зависимой.

В реальном трёхмерном пространстве (в его математической модели) векторы – это направленные отрезки. Базис трёхмерного пространства R^3 состоит из трёх взаимно перпендикулярных векторов единичной длины:

$$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\} \subset R^3,$$

которые образуют базис декартовой системы координат.

Любой вектор $\vec{X} \in X^n$ можно представить в виде разложения

$$\vec{X} = \sum_{i=1}^n x^i \vec{e}_i = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + \dots + x^n \vec{e}_n$$

по векторам как-либо выбранной линейно независимой системе n векторов

$$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_n \right\} \subset X^n,$$

образующей базис пространства.

Алгебраическая операция сложения векторов и внешняя операция умножения вектора на число определяются так:

$$\vec{X} + \vec{Y} = \sum_{i=1}^n (x^i + y^i) \vec{e}_i = (x^1 + y^1) \vec{e}_1 + (x^2 + y^2) \vec{e}_2 + \dots + (x^n + y^n) \vec{e}_n;$$

$$\alpha \vec{X} = \alpha \sum_{i=1}^n x^i \vec{e}_i = \alpha x^1 \vec{e}_1 + \alpha x^2 \vec{e}_2 + \dots + \alpha x^n \vec{e}_n.$$

Линейная комбинация векторов находится по формуле:

$$\alpha \vec{X} + \beta \vec{Y} = \sum_{i=1}^n (\alpha x^i + \beta y^i) \vec{e}_i.$$

В трёхмерном пространстве скалярное произведение векторов является функцией, значение которой находится по формуле

$$\left(\vec{X}, \vec{Y} \right) = x^1 y^1 + x^2 y^2 + x^3 y^3,$$

или по эквивалентной формуле

$$\left(\begin{matrix} \vec{x} & \vec{y} \end{matrix} \right) = \left\| \vec{x} \right\| \cdot \left\| \vec{y} \right\| \cdot \cos \varphi,$$

где **норма вектора**

$$\left\| \vec{x} \right\| = \sqrt{(x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2},$$

а φ – угол, образованный приведёнными к общему началу векторами $\vec{x}$ и $\vec{y}$.

Примеры с решением

Пример 2.1.1. В декартовой системе координат задана точка $A(1; 5; 3)$. Найти координаты точки B , расположенной симметрично точке $A(1; 5; 3)$ относительно координатной плоскости X^1OX^2 .

Решение. Координаты точки B по осям OX^1 и OX^2 такие же, как и у точки A , а координата по оси OX^3 имеет противоположный знак. Следовательно, $B(1; 5; -3)$. $\otimes$

Пример 2.1.2. В декартовой системе координат своими разложениями по каноническому базису заданы векторы

$$\vec{x} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3, \quad \vec{y} = 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3, \quad \vec{z} = 3\vec{e}_1 + 13\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3.$$

Найти значение линейной комбинации

$$\vec{u} = 3\vec{x} + 2\vec{y} - \vec{z}$$

этих векторов и сделать вывод о линейной зависимости, или линейной независимости системы

$\left\{ \vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \right\}$ и взаимном расположении векторов.

Решение. Находим линейную комбинацию:

$$\begin{aligned} 3\vec{x} + 2\vec{y} - \vec{z} &= \\ &= 3\left(\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3\right) + 2\left(2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3\right) - \left(3\vec{e}_1 + 13\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3\right) = \\ &= 0\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2 + 0\vec{e}_3 = \vec{0}. \end{aligned}$$

Значением линейной комбинации трёх векторов с ненулевыми коэффициентами является нуль-вектор. Поэтому система векторов линейно зависима. Так как векторы заданы в пространстве R^3 , заключаем, что они компланарны, то есть лежат в одной плоскости. $\otimes$

Пример 2.1.3. В декартовой системе координат заданы векторы

$$\vec{x} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3, \quad \vec{y} = 4\vec{e}_1 + 6\vec{e}_3.$$

Найти норму вектора $\vec{z} = 2\vec{x} - 5\vec{y}$.

Решение. Находим вектор

$$\begin{aligned} \vec{z} &= 2\vec{x} - 5\vec{y} = 2\left(\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3\right) - 5\left(4\vec{e}_1 + 6\vec{e}_3\right) = \\ &= -18\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 24\vec{e}_3. \end{aligned}$$

Находим норму вектора $\vec{z}$: $\|\vec{z}\| = \sqrt{(-18)^2 + 4^2 + (-24)^2} = \sqrt{916}$. $\otimes$

Пример 2.1.4. На плоскости R^2 задан параллелограмм, три вершины которого имеют, соответственно, координаты $O(0; 0)$, $B(1; 2)$, $D(5; 0)$ (рисунок 1.1). Найти:

- 1) координаты вершины C ;
- 2) косинус угла между сторонами OB и OD ;
- 3) длины диагоналей и косинус угла между ними.

Решение. 1) По определению координаты вершины C равны координатам вектора $\vec{OC}$ (рисунок 1.1), который равен сумме векторов

$$\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}.$$

Так как $\vec{OB} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$, а $\vec{OD} = 5\vec{e}_1$, то $\vec{OC} = 6\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$.

- 2) Вычисляем скалярное произведение векторов $\vec{OB}$ и $\vec{OD}$:

$$\left(\vec{OB}, \vec{OD}\right) = 5.$$

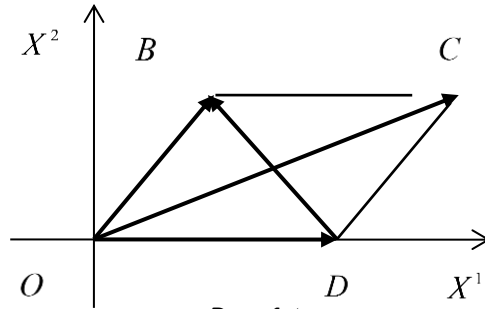


Рис. 1.1.

3) Вычисляем длины векторов: $\vec{OB}$ и $\vec{OD}$:

$$\|\vec{OB}\| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \approx 2,236;$$

$$\|\vec{OD}\| = \sqrt{5^2 + 0^2} = \sqrt{25} = 5.$$

4) Находим $\cos\{\vec{OB}, \vec{OD}\}$: $\cos\{\vec{OB}, \vec{OD}\} = \frac{5}{5 \cdot 2,236} \approx 0,447.$

5) Находим диагональ $\vec{DB}$:

$$\vec{DB} = \vec{OB} - \vec{OD} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 5\vec{e}_1 = -4\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2.$$

6) Далее, $\|\vec{OC}\| = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}$; $\|\vec{DB}\| = \sqrt{(-4)^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}.$

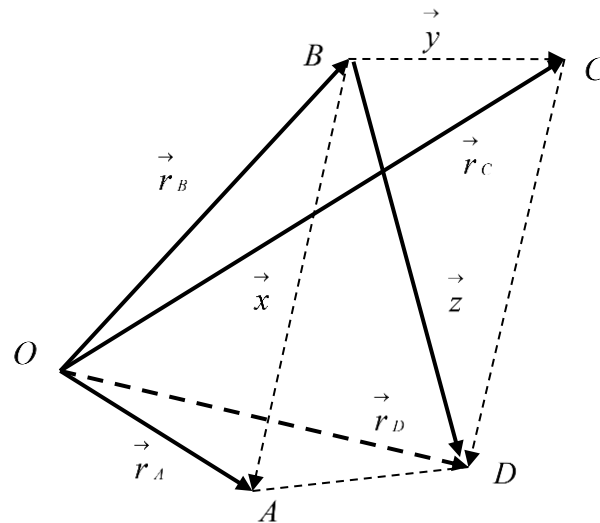
7) Находим косинус угла между диагоналями:

$$\cos\{\vec{OC}, \vec{DB}\} = \frac{(\vec{OC}, \vec{DB})}{\|\vec{OC}\| \cdot \|\vec{DB}\|} = \frac{(-4) \cdot 6 + 2 \cdot 2}{2\sqrt{10} \cdot 2\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}. \otimes$$

Пример 2.1.5. Даны радиус-векторы трёх последовательных вершин параллелограмма $ABCD$. Найти радиус-вектор четвёртой вершины и косинусы углов между диагоналями параллелограмма, если известно, что:

$$\vec{r}_A = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{r}_B = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3, \vec{r}_C = -7\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 10\vec{e}_3;$$

Р е ш е н и е. Изобразим ситуацию на рисунке, не заботясь о точности изображения. Главное, чтобы рисунок отображал ситуацию качественно.



Из рисунка видно, что:

$$\vec{r}_A - \vec{r}_B = \vec{x}, \quad \vec{r}_C - \vec{r}_B = \vec{y}, \quad \vec{x} + \vec{y} = \vec{z},$$

$$\vec{r}_D = \vec{r}_B + \vec{z} = \vec{r}_B + \vec{r}_A - \vec{r}_B + \vec{r}_C - \vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_C - \vec{r}_B.$$

Подставляя разложения векторов в полученную формулу, вычисляем все требуемые в задаче величины. $\otimes$

Пример 2.1.6. В пространстве R^2 своими координатами заданы векторы

$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 + \sqrt{7}\vec{e}_2, \quad \vec{y} = \vec{e}_1 + \sqrt{24}\vec{e}_2.$$

Найти какой-либо вектор $\vec{z}$, направленный по биссектрисе угла $\left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\}$.

Р е ш е н и е. 1) Находим длины векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$:

$$\|\vec{x}\| = \sqrt{3^2 + (\sqrt{7})^2} = 4;$$

$$\|\vec{y}\| = \sqrt{1^2 + (\sqrt{24})^2} = 5.$$

2) Находим орты векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$:

$$\vec{e}_x = \frac{1}{\|\vec{x}\|} \cdot \vec{x} = \frac{3}{4} \vec{e}_1 + \frac{\sqrt{7}}{4} \vec{e}_2; \quad \vec{e}_y = \frac{1}{\|\vec{y}\|} \cdot \vec{y} = \frac{1}{5} \vec{e}_1 + \frac{\sqrt{24}}{5} \vec{e}_2.$$

3) Находим диагональ ромба, построенного на ортах $\vec{e}_x$ и $\vec{e}_y$:

$$\vec{z} = \vec{e}_x + \vec{e}_y = \frac{19}{20} \vec{e}_1 + \frac{5\sqrt{7} + 8\sqrt{6}}{20} \vec{e}_2.$$

Диагональ ромба направлена по биссектрисе угла, образованного его сторонами, поэтому

найденный вектор $\vec{z}$ является искомым вектором. $\otimes$

Пример 2.1.7. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами задан вектор

$$\vec{x} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3.$$

Найти направляющие косинусы данного вектора.

Решение. 1) Находим длину вектора:

$$\|\vec{x}\| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 4^2} = \sqrt{21}.$$

$$2) \text{ Находим орт вектора: } \vec{e}_x = \frac{1}{\sqrt{21}} \vec{e}_1 + \frac{-2}{\sqrt{21}} \vec{e}_2 + \frac{4}{\sqrt{21}} \vec{e}_3.$$

3) Направляющие косинусы вектора равны координатам его орта, поэтому имеем:

$$\cos\left\{\vec{x}, \vec{e}_1\right\} = \frac{1}{\sqrt{21}}, \quad \cos\left\{\vec{x}, \vec{e}_2\right\} = -\frac{2}{\sqrt{21}}, \quad \cos\left\{\vec{x}, \vec{e}_3\right\} = \frac{4}{\sqrt{21}}. \quad \otimes$$

Пример 2.1.8. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами заданы векторы

$$\vec{x} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3, \quad \vec{y} = \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Найти скалярное произведение $\left(\vec{x} - 2\vec{y}, 3\vec{x} + \vec{y}\right)$ двумя способами.

Решение. 1. Находим линейные комбинации $\vec{x} - 2\vec{y}$ и $3\vec{x} + \vec{y}$:

$$\vec{x} - 2\vec{y} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3 - 2\left(\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3\right) = -\vec{e}_1 - 10\vec{e}_2 + 8\vec{e}_3,$$

$$3\vec{x} + \vec{y} = 3\left(\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3\right) + \left(\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3\right) = 4\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 10\vec{e}_3.$$

Находим скалярное произведение $\left(\vec{x} - 2\vec{y}, 3\vec{x} + \vec{y}\right)$:

$$\begin{aligned} \left(-\vec{e}_1 - 10\vec{e}_2 + 8\vec{e}_3, 4\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 10\vec{e}_3\right) &= \\ &= -4 + 20 + 80 = 96. \end{aligned}$$

2. Используем свойства скалярного произведения:

$$\begin{aligned} \left(\vec{x} - 2\vec{y}, 3\vec{x} + \vec{y}\right) &= \left(\vec{x}, 3\vec{x}\right) + \left(\vec{x}, \vec{y}\right) + \left(-2\vec{y}, 3\vec{x}\right) + \left(-2\vec{y}, \vec{y}\right) = \\ &= 3\left(\vec{x}, \vec{x}\right) + \left(\vec{x}, \vec{y}\right) - 6\left(\vec{y}, \vec{x}\right) - 2\left(\vec{y}, \vec{y}\right) = \\ &= 3\|\vec{x}\|^2 - 5\|\vec{x}\|\|\vec{y}\|\cos\left\{\vec{x}, \vec{y}\right\} - 2\|\vec{y}\|^2. \end{aligned}$$

Теперь можно произвести вычисления, используя данные задачи. $\otimes$

Пример 2.1.9. Дано: $\|\vec{x}\| = 3$, $\|\vec{y}\| = 2\sqrt{5}$, $\left\{\vec{x}, \vec{y}\right\} = \frac{\pi}{4}$. Найти

$$\left(\vec{x} + 3\vec{y}, 3\vec{x} - \vec{y}\right).$$

Решение. Используя свойства скалярного произведения, получаем:

$$\begin{aligned}
 \left(\vec{x} + 3\vec{y}, 3\vec{x} - \vec{y} \right) &= 3\|\vec{x}\|^2 - \left(\vec{x}, \vec{y} \right) + 9\left(\vec{y}, \vec{x} \right) - 3\|\vec{y}\|^2 = \\
 &= 3\|\vec{x}\|^2 + 8\|\vec{x}\| \cdot \|\vec{y}\| \cos\left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\} - 3\|\vec{y}\|^2 = -33 + 24\sqrt{10}. \otimes
 \end{aligned}$$

Пример 2.1.10. В пространстве R^3 своими координатами относительно канонического базиса заданы три вектора:

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_3, \quad \vec{a}_2 = 5\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \quad \vec{a}_3 = -2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

1) Показать, что векторы $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$ образуют новый базис в пространстве R^3 .

2) Найти координаты вектора $\vec{x} = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 6\vec{e}_3$ относительно базиса $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$.

Решение. 1) Исходя из определения линейной независимости, составляем систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \alpha_1 + 5\alpha_2 - 2\alpha_3 = 0, \\ 2\alpha_1 - 3\alpha_2 + 4\alpha_3 = 0, \\ -3\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0. \end{cases}$$

Решая эту СЛАУ методом Гаусса, получаем $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$. Следовательно, система векторов линейно независима и, так как число векторов совпадает с размерностью пространства, является одним из базисов в пространства R^3 .

2) Для нахождения координат вектора $\vec{x}$ относительно нового базиса записываем разложение вектора $\vec{x}$ по векторам этого базиса и СЛАУ, следующую из этого разложения и инвариантности вектора как геометрического объекта:

$$\vec{x} = x^1 \vec{a}_1 + x^2 \vec{a}_2 + x^3 \vec{a}_3 \Rightarrow \begin{cases} x^1 + 5x^2 - 2x^3 = 3, \\ 2x^1 - 3x^2 + 4x^3 = 1, \\ -3x^1 + x^2 + x^3 = 6. \end{cases}$$

Решаем СЛАУ методом Гаусса.

1) Из первого уравнения $x^1 = 3 - 5x^2 + 2x^3$. Подставляя во второе и третье уравнения, получаем:

$$\begin{cases} x^1 + 5x^2 - 2x^3 = 3, \\ -13x^2 + 8x^3 = -5, \\ 16x^2 - 5x^3 = 15. \end{cases}$$

2) Из второго уравнения $x^2 = \frac{8}{13}x^3 + \frac{15}{13}$. Подставляя в третье уравнение, получаем:

$$\begin{cases} x^1 + 5x^2 - 2x^3 = 3, \\ -13x^2 + 8x^3 = -5, \\ 63x^3 = 115. \end{cases}$$

Обратный ход: из третьего уравнения

$$x^3 = \frac{115}{63}.$$

Подставляя во второе уравнение, находим

$$x^2 = \frac{95}{63}.$$

Подставляя найденные значения в первое уравнение, получаем

$$x^1 = -\frac{56}{63}. \otimes$$

Пример 2.1.11. В пространстве R^3 своими координатами относительно канонического базиса заданы радиус-векторы

$$\vec{x} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3, \vec{y} = 10\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3, \vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

Найти расстояние между конечными точками векторов

$$\vec{u} = \left(\vec{x}, 2\vec{z} \right) \vec{x} + \vec{y},$$

$$\vec{v} = \vec{x} + \left(2\vec{x}, \vec{z} \right) \vec{y}.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим скалярное произведение $\left(\vec{x}, 2\vec{z} \right)$:

$$\left(\vec{x}, 2\vec{z} \right) = \left(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3, 2\left(\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 \right) \right) = 2 \cdot 2 + 1 \cdot 4 + (-3) \cdot 2 = 2.$$

2) находим вектор $\vec{u} = \left(\vec{x}, 2\vec{z} \right) \vec{x} + \vec{y}$:

$$\begin{aligned} \vec{u} &= \left(\vec{x}, 2\vec{z} \right) \vec{x} + \vec{y} = 2 \left(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 \right) + \left(10\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3 \right) = \\ &= 14\vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 10\vec{e}_3. \end{aligned}$$

3) Находим скалярное произведение $\left(2 \cdot \vec{x}, \vec{z} \right)$:

$$\begin{aligned} \left(2 \cdot \vec{x}, \vec{z} \right) &= \left(2 \left(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 \right), \left(\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 \right) \right) = \\ &= \left(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3, \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 \right) = 4 + 4 - 6 = 2. \end{aligned}$$

4) Находим вектор $\vec{v} = \vec{x} + \left(2\vec{x}, \vec{z} \right) \vec{y}$:

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \vec{x} + \left(2\vec{x}, \vec{z} \right) \vec{y} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 + 2 \left(10\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3 \right) = \\ &= 22\vec{e}_1 - 5\vec{e}_2 - 11\vec{e}_3. \end{aligned}$$

5) Находим расстояние между векторами $\vec{u}$ и $\vec{v}$:

$$\rho\left(\begin{smallmatrix} \vec{u} & \vec{v} \end{smallmatrix}\right) = \left\| \begin{smallmatrix} \vec{u} & \vec{v} \end{smallmatrix} \right\| = \sqrt{(-8)^2 + 4^2 + 1^2} = \sqrt{81} = 9. \otimes$$

Пример 2.1.12. В пространстве R^3 своими координатами относительно канонического базиса заданы три точки $A(2; 4; 6)$, $B(1; 3; 5)$, $C(0; 2; 3)$. Найти длины сторон треугольника

ABC , косинусы углов при вершинах треугольника и проекцию вектора $\vec{AB} + \vec{AC}$ на

направление вектора $\vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 5\vec{e}_3$.

Решение. 1) Находим векторы, определяющие стороны треугольника:

$$\vec{AB} = -\vec{e}_1 - \vec{e}_2 - \vec{e}_3;$$

$$\vec{AC} = -2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_3;$$

$$\vec{BC} = -\vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

2) Находим длины сторон треугольника ΔABC :

$$\left\| \vec{AB} \right\| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{3};$$

$$\left\| \vec{AC} \right\| = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{17};$$

$$\left\| \vec{BC} \right\| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{6}.$$

3) Находим косинусы углов при вершинах треугольника по формуле

$$\cos \vartheta = \frac{\left(\begin{smallmatrix} \vec{x} & \vec{y} \end{smallmatrix} \right)}{\left\| \vec{x} \right\| \cdot \left\| \vec{y} \right\|} = \frac{x^1 y^1 + x^2 y^2 + x^3 y^3}{\sqrt{(x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2} \sqrt{(y^1)^2 + (y^2)^2 + (y^3)^2}}.$$

$$\cos\left\{\vec{AB}, \vec{AC}\right\} = \frac{\left(\vec{AB}, \vec{AC}\right)}{\|\vec{AB}\| \cdot \|\vec{AC}\|} = \frac{7}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{17}} = \frac{7}{\sqrt{51}};$$

$$\cos\left\{\vec{BA}, \vec{BC}\right\} = \frac{\left(\vec{BA}, \vec{BC}\right)}{\|\vec{AB}\| \cdot \|\vec{BC}\|} = \frac{-4}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}} = -\frac{4}{\sqrt{18}};$$

$$\cos\left\{\vec{CA}, \vec{CB}\right\} = \frac{\left(\vec{CA}, \vec{CB}\right)}{\|\vec{CA}\| \cdot \|\vec{CB}\|} = \frac{10}{\sqrt{17} \cdot \sqrt{6}} = \frac{10}{\sqrt{102}}.$$

4) Находим проекцию вектора $\vec{AB} + \vec{AC}$ на направление вектора $\vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 5\vec{e}_3$:

$$\text{Pr}_{\vec{z}}\left\{\vec{AB} + \vec{AC}\right\} = \frac{(-3) \cdot 1 + (-3) \cdot 2 + (-4) \cdot (-5)}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-5)^2}} = \frac{11}{\sqrt{30}}. \otimes$$

Пример 2.1.13. Пусть на плоскости $X^1 O X^2$ даны две точки $A_1(x_1^1; x_1^2)$ и $A_2(x_2^1; x_2^2)$

. Найти координаты точки $A(x^1; x^2)$, делящей отрезок $A_1 A_2$ в отношении $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \lambda$.

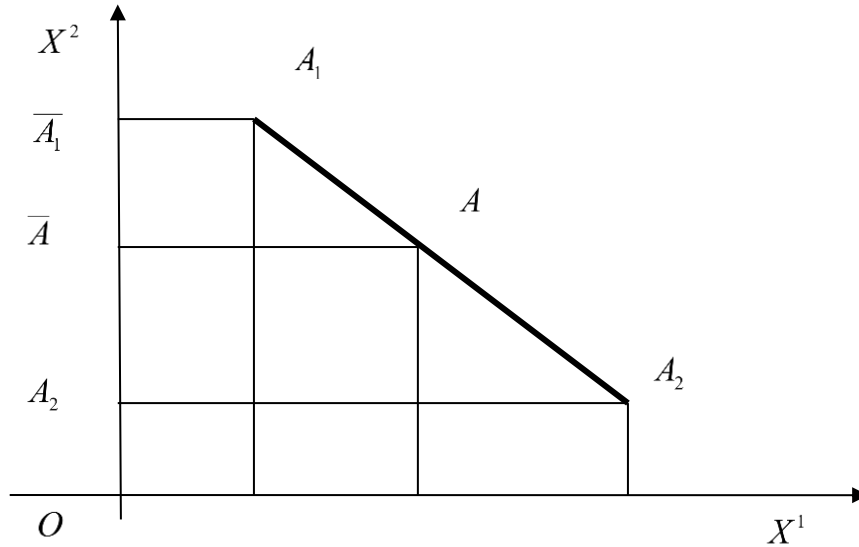
Решение. Предположим, что отрезок $A_1 A_2$ не параллелен оси $O X^1$. Точки A_1, A, A_2 спроектируем на оси $O X^1$, и $O X^2$ (рисунок).

Имеем по условию задачи

$$\frac{A_1 A}{A A_2} = \frac{\overline{A_1 A}}{\overline{A A_2}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \lambda.$$

Далее получаем, что

$$\overline{A_1 A} = |x_1^2 - x^2|, \overline{A A_2} = |x^2 - x_2^2| \Rightarrow \lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{|x_1^2 - x^2|}{|x^2 - x_2^2|}.$$



Точка $\overline{A}$ лежит между точками A_1 и A_2 , поэтому

$$\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{|x_1^2 - x^2|}{|x^2 - x_2^2|} = \frac{x_1^2 - x^2}{x^2 - x_2^2}.$$

Из последнего равенства находим

$$x^2 = \frac{\lambda_2 x_1^2 + \lambda_1 x_2^2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\lambda_2 \left(x_1^2 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} x_2^2 \right)}{\lambda_2 \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} + 1 \right)} = \frac{x_1^2 + \lambda x_2^2}{\lambda + 1}.$$

Аналогично находим первую координату точки A :

$$x^1 = \frac{\lambda_2 x_1^1 + \lambda_1 x_2^1}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\lambda_2 \left(x_1^1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} x_2^1 \right)}{\lambda_2 \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} + 1 \right)} = \frac{x_1^1 + \lambda x_2^1}{\lambda + 1}. \otimes$$

Практическое занятие 2. Векторное и смешанное произведения.

Прямая линия и плоскость

Предварительные сведения

Векторное произведение векторов как результат алгебраической операции умножения векторов

$$\vec{x} = \sum_{i=1}^3 x^i \vec{e}_i = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3,$$

$$\vec{y} = \sum_{i=1}^3 y^i \vec{e}_i = y^1 \vec{e}_1 + y^2 \vec{e}_2 + y^3 \vec{e}_3$$

находится по формуле

$$\left[\vec{x}, \vec{y} \right] = (x^2 y^3 - x^3 y^2) \vec{e}_1 + (x^3 y^1 - x^1 y^3) \vec{e}_2 + (x^1 y^2 - x^2 y^1) \vec{e}_3.$$

Смешанное произведение векторов – это функция, значение которой находится по формуле

$$\left(\left[\vec{x}, \vec{y} \right], \vec{z} \right) = x^1 y^2 z^3 + x^2 y^3 z^1 + x^3 y^1 z^2 - x^1 y^3 z^2 - x^2 y^1 z^3 - x^3 y^2 z^1.$$

Параметрические уравнения прямой линии в трёхмерном пространстве имеют вид

$$x^i = x_0^i + t \cdot a^i,$$

где $i = 1, 2, 3$, x_0^i – координаты опорной точки, a^i – координаты направляющего вектора,

$t \in (-\infty, +\infty)$ – параметр.

Параметрические уравнения плоскости в трёхмерном пространстве имеют вид

$$\begin{cases} x^1 = x_0^1 + a_1^1 \cdot t_1 + a_2^1 \cdot t_2, \\ x^2 = x_0^2 + a_1^2 \cdot t_1 + a_2^2 \cdot t_2, \\ x^3 = x_0^3 + a_1^3 \cdot t_1 + a_2^3 \cdot t_2. \end{cases}$$

Неявное уравнение плоскости в трёхмерном пространстве записывается в виде

$$A \cdot x^1 + B \cdot x^2 + C \cdot x^3 + D = 0,$$

где коэффициенты при неизвестных суть координаты **нормального** вектора плоскости

$$\vec{N} = Ax^1 + Bx^2 + Cx^3,$$

удовлетворяющего условию

$$\left(\vec{N}, \vec{x} \right) = 0,$$

где $\vec{X}$ – произвольный вектор на плоскости.

Примеры с решением

Пример 2.2.1. Вычислить площадь треугольника, построенного на приведённых к общему началу векторах

$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3, \quad \vec{y} = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 6\vec{e}_3.$$

Решение. Если в некоторой декартовой системе координат векторы $\vec{X}$ и $\vec{Y}$ заданы своими разложениями

$$\vec{x} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3, \quad \vec{y} = y^1 \vec{e}_1 + y^2 \vec{e}_2 + y^3 \vec{e}_3,$$

то справедлива формула

$$\left[\vec{x}, \vec{y} \right] = (x^2 y^3 - x^3 y^2) \vec{e}_1 + (x^3 y^1 - x^1 y^3) \vec{e}_2 + (x^1 y^2 - x^2 y^1) \vec{e}_3.$$

Применим эту формулу для решения задачи.

1) Вычисляем векторное произведение:

$$\begin{aligned} \left[\vec{x}, \vec{y} \right] &= ((-2) \cdot (-6) - (-1) \cdot 1) \vec{e}_1 + ((-1) \cdot (-2) - 3 \cdot (-6)) \vec{e}_2 + \\ &+ (3 \cdot 1 - (-2) \cdot (-2)) \vec{e}_3 = 13\vec{e}_1 + 20\vec{e}_2 - \vec{e}_3. \end{aligned}$$

2) Площадь треугольника

$$S = \frac{1}{2} \left\| \left[\vec{x}, \vec{y} \right] \right\|.$$

Вычисляем площадь треугольника:

$$S = \frac{1}{2} \left\| \left[\vec{x}, \vec{y} \right] \right\| = \frac{1}{2} \sqrt{13^2 + 20^2 + (-1)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{169 + 400 + 1} = \frac{1}{2} \sqrt{570}. \quad \otimes$$

Пример 2.2.2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах

$$\vec{x} = \vec{a} + 3\vec{b}, \vec{y} = 3\vec{a} + \vec{b},$$

если

$$\|\vec{a}\| = \|\vec{b}\| = 1 \text{ и } \left\{ \vec{a}, \vec{b} \right\} = \frac{\pi}{6}.$$

Решение. Вычисляем векторное произведение, используя его свойства:

$$\begin{aligned} \left[\vec{x}, \vec{y} \right] &= \left[\vec{a} + 3\vec{b}, 3\vec{a} + \vec{b} \right] = 3 \left[\vec{a}, \vec{a} \right] + \left[\vec{a}, \vec{b} \right] + \\ &+ 9 \left[\vec{b}, \vec{a} \right] + 3 \left[\vec{b}, \vec{b} \right] = -8 \left[\vec{a}, \vec{b} \right]. \end{aligned}$$

По определению площадь параллелограмма равна:

$$S = \left\| \left[\vec{x}, \vec{y} \right] \right\| = 8 \left\| \left[\vec{a}, \vec{b} \right] \right\| = 8 \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cdot \sin \left\{ \vec{a}, \vec{b} \right\} = 8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 4. \otimes$$

Пример 2.2.3. Найти орт вектора, перпендикулярного векторам

$$\vec{x} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 3\vec{e}_3, \vec{y} = 4\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

Решение. Предлагается решить задачу самостоятельно. $\otimes$

Пример 2.2.4. Получить уравнение плоскости $H^2 \subset R^3$, проходящей через начало координат O и через две точки $M_1(4; -2; 1)$, $M_2(2; 4; -3)$.

Решение. Радиус-векторы точек M_1 и M_2

$$\vec{x} \equiv \vec{OM}_1 = 4\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{y} \equiv \vec{OM}_2 = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 3\vec{e}_3.$$

Нормальный вектор плоскости находим как векторное произведение, используя формулу

$$\begin{aligned} \vec{N} &= \left[\vec{OM}_1, \vec{OM}_2 \right] \equiv \left[\vec{x}, \vec{y} \right] = \\ &= (x^2y^3 - x^3y^2)\vec{e}_1 + (x^3y^1 - x^1y^3)\vec{e}_2 + (x^1y^2 - x^2y^1)\vec{e}_3 =: \\ &= [(-2) \cdot (-3) - 1 \cdot 4]\vec{e}_1 + [1 \cdot 2 - 4 \cdot (-3)]\vec{e}_2 + [4 \cdot 4 - (-2) \cdot 2]\vec{e}_3 = \end{aligned}$$

$$= 2\vec{e}_1 + 14\vec{e}_2 + 20\vec{e}_3.$$

Из условия ортогональности радиус-вектора

$$\vec{OM} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3$$

текущей точки M плоскости её нормальному вектору

$$\left(\vec{N}, \vec{OM} \right) = 0,$$

получаем уравнение плоскости в неявном виде:

$$x^1 + 7x^2 + 10x^3 = 0. \otimes$$

Пример 2.2.5. Найти угол между плоскостями, определяемыми уравнениями:

$$3x^1 - x^2 + 3 = 0, \quad x^1 - 2x^2 + 5x^3 - 10 = 0.$$

Решение. Угол между плоскостями равен углу между их нормальными векторами

$$\vec{N}_1 = 3\vec{e}_1 - \vec{e}_2, \quad \vec{N}_2 = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3.$$

Поэтому имеем:

$$\begin{aligned} \cos \left\{ \vec{N}_1, \vec{N}_2 \right\} &= \frac{\left(\vec{N}_1, \vec{N}_2 \right)}{\left\| \vec{N}_1 \right\| \cdot \left\| \vec{N}_2 \right\|} = \frac{3 \cdot 1 + (-1) \cdot (-2) + 0 \cdot 5}{\sqrt{3^2 + (-1)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 5^2}} = \\ &= \frac{5}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{30}} = \frac{\sqrt{3}}{6}. \end{aligned}$$

Следовательно, $\varphi = \arccos \frac{\sqrt{3}}{6}. \otimes$

Пример 2.2.6. Написать канонические уравнения прямой линии, заданной пересечением двух плоскостей с уравнениями

$$x^1 + x^2 + x^3 - 2 = 0, \quad x^1 - x^2 - 3x^3 + 6 = 0.$$

Решение. Проверяем, что плоскости не параллельны (то есть их нормальные векторы не коллинеарны), для чего проверяем пропорциональны или нет координаты нормальных векторов:

$$\frac{1}{1} \neq \frac{1}{-1} \neq \frac{1}{-3}.$$

Координаты не пропорциональны, следовательно, нормальные векторы неколлинеарны, то есть плоскости не параллельны.

Так как прямая принадлежит обеим плоскостям, её направляющий вектор ортогонален нормальным векторам плоскостей, поэтому находим его как векторное произведение нормальных векторов плоскостей:

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \left[\vec{N}_1, \vec{N}_2 \right] = (x^2 y^3 - x^3 y^2) \vec{e}_1 + (x^3 y^1 - x^1 y^3) \vec{e}_2 + (x^1 y^2 - x^2 y^1) \vec{e}_3 = \\ &= [1 \cdot (-3) - 1 \cdot (-1)] \vec{e}_1 + [1 \cdot 1 - 1 \cdot (-3)] \vec{e}_2 + [1 \cdot (-1) - 1 \cdot 1] \vec{e}_3 = \\ &= -2 \vec{e}_1 + 4 \vec{e}_2 - 2 \vec{e}_3. \end{aligned}$$

Направляющий вектор прямой не параллелен ни одной из координатных плоскостей, поэтому прямая линия пересекает все три координатные плоскости. Найдём, например, точку пересечения прямой и плоскости $X^1 O X^3$, для чего решаем систему трёх уравнений

$$\begin{cases} x^1 + x^3 = 2, \\ x^1 - 3x^3 = -6 \\ x^2 = 0. \end{cases}$$

Получаем решение $x_0^1 = 0$, $x_0^2 = 0$, $x_0^3 = 2$.

Подставляя найденные координаты направляющего вектора и точки в канонические уравнения прямой линии, получаем канонические уравнения

$$\frac{x^1}{-2} = \frac{x^2}{4} = \frac{x^3 - 2}{-2}. \otimes$$

Пример 2.2.7. Найти точку пересечения прямой линии с уравнениями

$$\frac{x^1 - 2}{1} = \frac{x^2 - 3}{1} = \frac{x^3 + 1}{-4},$$

и плоскости с уравнением $x^1 + x^2 + 2x^3 - 9 = 0$.

Р е ш е н и е. Проверяем, пересекается ли прямая линия с плоскостью, для чего находим скалярное произведение нормального вектора плоскости и направляющего вектора прямой линии:

$$\left(\vec{N}, \vec{l} \right) = \left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 2\vec{e}_3, \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 4\vec{e}_3 \right) = -6 \neq 0.$$

Векторы не ортогональны, а следовательно, прямая линия и плоскость не параллельны.

Параметрические уравнения прямой линии имеют вид:

$$\begin{cases} x^1 = 2 + t, \\ x^2 = 3 + t, \\ x^3 = -1 - 4t. \end{cases}$$

Найдём значение параметра t_0 , соответствующее точке пересечения прямой линии и плоскости, для чего подставим x^1, x^2, x^3 из параметрических уравнений прямой линии в уравнение плоскости. Решая получившееся уравнение, найдём $t_0 = -1$. Подставляя найденное значение параметра в параметрические уравнения прямой линии, находим координаты точки пересечения:

$$x_0^1 = 1, x_0^2 = 2, x_0^3 = 3. \otimes$$

Пример 2.2.8. Найти расстояние от точки $M(1; 0; 1)$ до плоскости H^2 с уравнением $4x^1 + 6x^2 + 4x^3 - 25 = 0$.

Р е ш е н и е. Расстояние от точки M до плоскости – это длина вектора $\vec{M_0M}$ с начальной точкой M и конечной точкой M_0 – проекцией точки M на плоскость H^2 .

Проекция точки на плоскость – это основание перпендикуляра, опущенного из данной точки на плоскость. Поэтому следует составить уравнение прямой линии, проходящей через точку $M(1; 0; 1)$ перпендикулярно плоскости с уравнением

$$4x^1 + 6x^2 + 4x^3 - 25 = 0,$$

и найти точку её пересечения с плоскостью.

Если в качестве направляющего вектора прямой линии выбрать нормальный вектор

плоскости $\vec{l} = \vec{N} = 4\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$, то канонические уравнения прямой линии примут вид

$$\frac{x^1 - 1}{4} = \frac{x^2}{6} = \frac{x^3 - 1}{4},$$

откуда получаем параметрические уравнения

$$\begin{cases} x^1 = 1 + 4t, \\ x^2 = 6t, \\ x^3 = 1 + 4t. \end{cases}$$

Подставляя общее выражение для координат текущей точки прямой линии из параметрических уравнений в уравнение плоскости, получаем уравнение для параметра, решение которого даёт для параметра значение

$$t_0 = \frac{1}{4},$$

соответствующее искомой точке пересечения прямой линии и плоскости.

Подставляя это значение параметра в параметрические уравнения прямой линии, получаем находим искомые координаты проекции M_0 точки $M(1; 0; 1)$ на плоскость H^2 :

$$x^1 = 2, x^2 = \frac{3}{2}, x^3 = 2.$$

Вектор

$$\vec{M_0M} = (2-1)\vec{e}_1 + \left(\frac{3}{2}-0\right)\vec{e}_2 + (2-1)\vec{e}_3 = \vec{e}_1 + \frac{3}{2}\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

Расстояние

$$\rho(M, H^2) = \sqrt{1 + \frac{9}{4} + 1} = \frac{\sqrt{17}}{2}. \otimes$$

Практическое занятие 3. Абстрактные векторные пространства

Предварительные сведения

Аддитивная абелева группа E называется **абстрактным векторным пространством** (над полем P), если на ней определена внешняя бинарная операция – **умножение элементов группы E на элементы поля P** , то есть $(\forall x \in E)$ и $(\forall \alpha \in P)$ $(\exists \alpha \cdot x \in E)$, причём выполняются следующие аксиомы:

$$1) (\alpha + \beta) \cdot x = \alpha \cdot x + \beta \cdot x;$$

$$2) \alpha \cdot (x + y) = \alpha \cdot x + \alpha \cdot y;$$

$$3) 1 \cdot x = x;$$

$$4) (\alpha \cdot \beta) \cdot x = \alpha \cdot (\beta \cdot x).$$

Простейшим примером векторного пространства является множество обычных трёхмерных векторов, которое изучалось выше. Здесь отметим лишь, что из определения векторного пространства следует, что

$$(\forall x \in E) -x = (-1)x,$$

где 1 – единица поля P , и

$$0x = 0.$$

В последнем равенстве 0 в левой части – это нуль поля P , 0 в правой части равенства – это нулевой элемент из группы E . Элементы векторного пространства называются **абстрактными векторами**.

Система векторов $\{x_1, x_2, \dots, x_n\} \subset E$ называется **линейно независимой**, если

$$(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_n x_n) \Leftrightarrow (\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n = 0),$$

и **линейно зависимой** – в противном случае. Если векторное пространство содержит линейно независимую систему из n векторов, а любая система, содержащая $n + 1$ векторов, уже линейно зависима, то говорят, что пространство E является **n мерным векторным пространством**. Любая линейно независимая система $\{e_1, e_2, \dots, e_n\} \subset E$ из n векторов образует **базис** пространства. Любой вектор $x \in E$ можно представить в виде разложения

$$x = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \dots + \alpha_n e_n,$$

где коэффициенты разложения называются **координатами** вектора относительно заданного базиса. Подмножество $L \in E$ называется **линейным многообразием** в E , если

$$(\forall \alpha, \beta \in P)(x, y \in L) \Rightarrow (\alpha \cdot x + \beta \cdot y \in L).$$

Остальные определения теории векторных пространств, в том числе евклидовых, приведены выше на страницах 25-28.

Примеры с решением

Пример 2.3.1. Пусть P – числовое поле. На множестве объектов

$$P^n = \left\{ |a\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix}, a_k \in P \right\},$$

которые назовём вектор-столбцами, определим операции сложения вектор-столбцов и умножения вектора-столбца на числа из поля P :

$$1) (\forall |a\rangle, |b\rangle \in P^n) |a\rangle + |b\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{pmatrix} \$$$

$$2) (\forall |a\rangle \in P^n) \text{ и } (\forall \alpha \in P) \alpha \cdot |a\rangle = \alpha \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \cdot a_1 \\ \alpha \cdot a_2 \\ \dots \\ \alpha \cdot a_n \end{pmatrix}.$$

Показать, что множество P^n является n -мерным векторным пространством.

Р е ш е н и е. Для доказательства требуется проверить выполнение всех аксиом векторного пространства и построить хотя бы один базис из вектор-столбцов.

Аксиомы сложения.

1) Аксиома ассоциативности выполняется в силу ассоциативности операции сложения в поле P , действительно

$$\begin{aligned} [|a\rangle + |b\rangle] + |c\rangle &= \left[\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} \right] + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (a_1 + b_1) + c_1 \\ (a_2 + b_2) + c_2 \\ \dots \\ (a_n + b_n) + c_n \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} a_1 + (b_1 + c_1) \\ a_2 + (b_2 + c_2) \\ \dots \\ a_n + (b_n + c_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 + c_1 \\ b_2 + c_2 \\ \dots \\ b_n + c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \left[\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix} \right] = |a\rangle + [|b\rangle + |c\rangle]. \end{aligned}$$

2) Аксиома коммутативности выполняется в силу коммутативности операции сложения в поле P , действительно

$$|a\rangle + |b\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 + a_1 \\ b_2 + a_2 \\ \dots \\ b_n + a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = |b\rangle + |a\rangle$$

3) Вектор-нуль определим так

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что аксиома о нейтральном элементе выполняется, действительно имеем:

$$(\forall |a\rangle \in P^n) |a\rangle + |0\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + 0 \\ a_2 + 0 \\ \dots \\ a_n + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix}.$$

4) Противоположный вектор-столбец определим так

$$(\forall |a\rangle \in P^n) -|a\rangle = \begin{pmatrix} -a_1 \\ -a_2 \\ \dots \\ -a_n \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что аксиома об обратном (противоположном элементе) выполняется, действительно имеем:

$$|a\rangle + (-|a\rangle) = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -a_1 \\ -a_2 \\ \dots \\ -a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 - a_1 \\ a_2 - a_2 \\ \dots \\ a_n - a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Аксиомы умножения вектор-столбца на числа. Аналогично показывается, что выполняются аксиомы умножения вектор-столбца на числа:

$$1) (\forall |a\rangle \in P^n) \text{ и } (\forall \alpha \in P)$$

$$\alpha(|a\rangle + |b\rangle) = \alpha \left[\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} \alpha(a_1 + b_1) \\ \alpha(a_2 + b_2) \\ \dots \\ \alpha(a_n + b_n) \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix};$$

2) $(\forall \alpha, \beta \in P)$

$$(\alpha + \beta)|a\rangle = (\alpha + \beta) \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\alpha + \beta)a_1 \\ (\alpha + \beta)a_2 \\ \dots \\ (\alpha + \beta)a_n \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \alpha|a\rangle + \beta|a\rangle;$$

$$3) 1 \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix};$$

$$4) (\alpha\beta)|a\rangle = (\alpha\beta) \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\alpha\beta)a_1 \\ (\alpha\beta)a_2 \\ \dots \\ (\alpha\beta)a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha(\beta a_1) \\ \alpha(\beta a_2) \\ \dots \\ \alpha(\beta a_n) \end{pmatrix} = \dots = \alpha[\beta|a\rangle],$$

Таким образом, все аксиомы векторного пространства выполняются и, следовательно, множество P^n является векторным пространством.

Рассмотрим следующее тождественное преобразование:

$$|a\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ a_2 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} = a_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + a_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \dots + a_n \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Из этого разложения видно, что в силу произвольности вектор-столбца $|a\rangle$, он представлен разложением по вектор-столбцам специального вида

$$|e_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, |e_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, \dots, |e_n\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Система этих вектор-столбцов образует простейший, или *канонический* базис в векторном пространстве P^n .

Теперь очевидно, что множество P^n является n -мерным векторным пространством. $\otimes$

Пример 2.3.2. Показать, что если система векторов $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_n \right\}$ линейно независима, то

и любая её подсистема также линейно независима.

Решение. Пусть $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\}$ – подсистема данной системы, то есть $m < n$.

Предположим, что условие задачи неверно, то есть подсистема $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\}$ линейно за-

висима. Тогда можно подобрать такие числа $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$, не все равные нулю одновременно, что справедливо тождество

$$\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 + \dots + \alpha_m \vec{x}_m = \vec{0}.$$

Учитывая свойство нуля вектора

$$\left(\forall \vec{x} \in X \right) \vec{x} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{x} = \vec{x},$$

добавим его в обе части последнего тождества, представив его в виде линейной комбинации оставшихся векторов исходной системы с нулевыми коэффициентами

$$\vec{0} = 0 \vec{x}_{m+1} + \dots + 0 \vec{x}_n.$$

Получаем

$$\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 + \dots + \alpha_m \vec{x}_m + 0 \vec{x}_{m+1} + \dots + 0 \vec{x}_n = \vec{0},$$

то есть линейная комбинация векторов исходной системы с коэффициентами, не все из которых равны нулю одновременно, даёт нулевой вектор. По определению это означает линейную зависи-

мость векторов системы $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_n \right\}$, что противоречит условию задачи.

Следовательно, предположение о линейной зависимости *произвольной* подсистемы

$$\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\} \text{ линейно независимой системы } \left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_n \right\} \text{ не верно. } \otimes$$

Пример 2.3.3. Показать, что система из двух векторов линейно зависима в том и только в том случае, если векторы коллинеарны.

Решение. Необходимость. Если из двух векторов $\left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\}$ хотя бы один равен нулю

вектору, то векторы коллинеарны. Поэтому предположим, что векторы $\vec{x} \neq \vec{0}, \vec{y} \neq \vec{0}$. Пусть

система $\left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\}$ линейно зависима. Покажем, что векторы коллинеарны. По определению

найдутся такие числа $\alpha, \beta \in R$, что

$$\alpha \vec{x} + \beta \vec{y} = \vec{0},$$

причём эти числа не равны нулю одновременно.

Пусть $\beta \neq 0$. Тогда получаем:

$$\vec{y} = \left(-\frac{\alpha}{\beta} \right) \vec{x}.$$

Обозначая $\lambda = -\frac{\alpha}{\beta}$, получим

$$\vec{y} = \lambda \vec{x},$$

то есть по определению векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$ коллинеарны.

Достаточность. Пусть теперь векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$ коллинеарны, покажем, что система

$\left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\}$ линейно зависима. По определению коллинеарности имеем, например:

$$\vec{y} = \lambda \vec{x}.$$

Пусть $\vec{v} \neq \vec{0}$, тогда можем записать

$$\vec{y} = \frac{\lambda}{\nu} \vec{v} \vec{x},$$

откуда получаем

$$\vec{v} \vec{y} = \lambda \vec{v} \vec{x},$$

или

$$\mu \vec{x} + \vec{v} \vec{y} = \vec{0},$$

где $\mu = -\lambda \nu$. Так как $\lambda \neq 0$ и $\nu \neq 0$, то система векторов $\left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\}$ линейно зависима. $\otimes$

Пример 2.3.4. Показать, что система трёх векторов пространства R^3 линейно зависима в том и только в том случае, если векторы компланарны.

Решение. Предположим, что никакие два вектора из тройки векторов $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ не коллинеарны (в противном случае система векторов заведомо будет линейно зависимой).

Необходимость. Пусть система $\left\{ \vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \right\}$ линейно зависима, покажем, что векторы системы компланарны. В силу линейной зависимости системы, можно подобрать три неравных одновременно нулю числа $\alpha, \beta, \gamma \in R$ так, чтобы выполнялось равенство

$$\alpha \vec{x} + \beta \vec{y} + \gamma \vec{z} = \vec{0}.$$

Пусть, например, $\gamma \neq 0$. Тогда имеем:

$$\vec{z} = \left(-\frac{\alpha}{\gamma} \right) \vec{x} + \left(-\frac{\beta}{\gamma} \right) \vec{y}.$$

Приложив векторы $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ к общей точке O , легко видеть, что вектор $\vec{z}$ равен диагонали параллелограмма, построенного на векторах

$$\vec{a} = \left(-\frac{\alpha}{\gamma} \right) \vec{x}, \vec{b} = \left(-\frac{\beta}{\gamma} \right) \vec{y},$$

а это и означает, что они лежат в одной плоскости, то есть компланарны.

Достаточность. Пусть векторы $\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}$ компланарны, покажем, что система $\left\{ \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z} \right\}$ линейно зависима. Доказательство почти очевидно. Действительно, компланарность векторов означает, что справедливо, например, равенство

$$\vec{X} = \mu \vec{Y} + \lambda \vec{Z}.$$

Следовательно, один из векторов системы линейно выражается через два других. Тогда из свойств линейно зависимых систем векторов следует линейная зависимость системы векторов $\left\{ \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z} \right\}$.

⊗

Пример 2.3.5. Выяснить вопрос о линейной зависимости или линейной независимости следующей системы вектор-столбцов:

$$|a_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, |a_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, |a_3\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, |a_4\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решение. Составим линейную комбинацию векторов системы с произвольными коэффициентами и потребуем, чтобы её значением был нуль вектор-столбец:

$$\alpha_1 |a_1\rangle + \alpha_2 |a_2\rangle + \alpha_3 |a_3\rangle + \alpha_4 |a_4\rangle = |0\rangle \Rightarrow$$

$$\alpha_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Используя правила выполнения операций с вектор-столбцами, получаем

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_1 + \alpha_2 \\ \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \\ \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ \alpha_1 + \alpha_2 = 0, \\ \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0, \\ \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 0. \end{cases}$$

Совершая последовательные подстановки из первого уравнения во второе, из второго в третье и так далее, получаем, что

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0,$$

что и доказывает линейную независимость данной системы вектор-столбцов. $\otimes$

Пример 2.3.6. Пусть

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_m, \vec{a}_{m+1}, \dots, \vec{a}_{n-1}, \vec{a}_n \right\}$$

– некоторая система векторов векторного пространства и пусть

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_m \right\},$$

– её максимальная по числу векторов линейно независимая подсистема.

Показать, что любой из векторов $\vec{a}_{m+1}, \dots, \vec{a}_{n-1}, \vec{a}_n$ можно выразить в виде разложения

по векторам подсистемы $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_m \right\}$.

Решение. Так как подсистема $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_m \right\}$ – максимальная по числу векторов

линейно независимая система, то добавляя к ней любой из оставшихся векторов, например, вектор

$\vec{a}_{m+1}$, получим уже линейно зависимую систему

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_m, \vec{a}_{m+1} \right\}.$$

Следовательно, можно подобрать такие не равные одновременно нулю числа

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m, \alpha_{m+1}$, что выполняется равенство

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \dots + \alpha_m \vec{a}_m + \alpha_{m+1} \vec{a}_{m+1} = \vec{0}.$$

В этом равенстве $\alpha_{m+1} \neq 0$ так как в противном случае имели бы равенство

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \dots + \alpha_m \vec{a}_m = \vec{0},$$

в котором не все коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ одновременно равны нулю. Но тогда система

векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_m \right\}$ будет линейно зависимой, что противоречит условию задачи.

Из равенства

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \dots + \alpha_m \vec{a}_m + \alpha_{m+1} \vec{a}_{m+1} = \vec{0}$$

следует, что

$$\vec{a}_{m+1} = -\frac{\alpha_1}{\alpha_{m+1}} \vec{a}_1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_{m+1}} \vec{a}_2 - \dots - \frac{\alpha_m}{\alpha_{m+1}} \vec{a}_m.$$

Вводя обозначения

$$\beta_1 = -\frac{\alpha_1}{\alpha_{m+1}}, \beta_2 = -\frac{\alpha_2}{\alpha_{m+1}}, \dots, \beta_m = -\frac{\alpha_m}{\alpha_{m+1}},$$

получаем

$$\vec{a}_{m+1} = \beta_1 \vec{a}_1 + \beta_2 \vec{a}_2 + \dots + \beta_m \vec{a}_m,$$

что и доказывает сформулированное утверждение. $\otimes$

Пример 2.3.7. Дана система функций

$$\{e^t, e^{2t}, e^{3t}\}.$$

Показать, что эта система функций является линейно независимой в пространстве функций, непрерывных на промежутке $(-\infty, +\infty)$.

Р е ш е н и е. По определению линейной независимости условие

$$\alpha_1 e^t + \alpha_2 e^{2t} + \alpha_3 e^{3t} = 0 \quad (\forall t \in (-\infty, +\infty))$$

влечёт за собой выполнение условия $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$.

Составим СЛАУ для коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. Для этого положим в тождестве $t = 0$, получим

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0.$$

Дифференцируя тождество по t и полагая $t = 0$, получим

$$\alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3 = 0.$$

Дифференцируя тождество ещё раз и, снова полагая $t = 0$, получим

$$\alpha_1 + 4\alpha_2 + 9\alpha_3 = 0.$$

Объединяя полученные равенства в систему уравнений для неизвестных коэффициентов, получим

$$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0, \\ \alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3 = 0, \\ \alpha_1 + 4\alpha_2 + 9\alpha_3 = 0. \end{cases}$$

Это однородная СЛАУ, применяя метод Гаусса, получаем единственное решение

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.$$

Таким образом, система функций $\{e^t, e^{2t}, e^{3t}\}$ является базисом подмножества функций, непрерывных на промежутке $(-\infty, +\infty)$. Поэтому множество функций вида

$$f(t) = \alpha e^t + \beta e^{2t} + \lambda e^{3t}$$

образует подпространство в пространстве таких функций. $\otimes$

Пример 2.3.8. Используя процедуру ортогонализации Шмидта, ортонормировать систему

векторов $\left\{ \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3 \right\} \subset E^4$, заданных в некотором ортонормированном базисе

$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\} \subset E^4$ своими разложениями:

$$\vec{g}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$

$$\vec{g}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 - 3\vec{e}_4,$$

$$\vec{g}_3 = 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 0\vec{e}_3 - \vec{e}_4.$$

Р е ш е н и е. Для ортогонализации системы векторов

$$\left\{ \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3 \right\} \subset E^4$$

воспользуемся формулами процедуры ортогонализации Шмидта.

Для этого положим

$$\vec{a}_1 = \vec{g}_1,$$

то есть

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4.$$

Далее имеем:

$$\begin{aligned} \vec{a}_2 &= \vec{g}_2 - \frac{\left(\vec{a}_1, \vec{g}_2 \right)}{\left\| \vec{a}_1 \right\|^2} \vec{a}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 - 3\vec{e}_4 - \\ &- \frac{1}{4}(-4) \left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4 \right) = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4; \\ \vec{a}_3 &= \vec{g}_3 - \frac{\left(\vec{a}_1, \vec{g}_3 \right)}{\left\| \vec{a}_1 \right\|^2} \vec{a}_1 - \frac{\left(\vec{a}_2, \vec{g}_3 \right)}{\left\| \vec{a}_2 \right\|^2} \vec{a}_2 = \\ &= 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_4 - \frac{3}{2} \left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4 \right) - \\ &- \left(2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4 \right) = \frac{1}{2}\vec{e}_1 - \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \frac{1}{2}\vec{e}_3 - \frac{1}{2}\vec{e}_4. \end{aligned}$$

Для получения ортонормированной системы, векторы системы нормируем:

$$\vec{e}_{a1} = \frac{1}{2} \left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4 \right);$$

$$\vec{e}_{a2} = \frac{1}{4} \left(2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4 \right);$$

$$\vec{e}_{a3} = \frac{1}{2}\vec{e}_1 - \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \frac{1}{2}\vec{e}_3 - \frac{1}{2}\vec{e}_4.$$

Прямой проверкой убеждаемся, что система векторов $\left\{ \vec{e}_{a1}, \vec{e}_{a2}, \vec{e}_{a3} \right\}$ ортонормиро-

ванная. $\otimes$

Пример 2.3.9. Показать, что линейная оболочка $L\left\{ \vec{g}_1, \vec{g}_2 \right\}$, где элементы L вычисля-

ются по формулам

$$\vec{g}_1 = \alpha_1 \cdot \sin x + \beta_1 \cdot \cos x, \quad \vec{g}_2 = \alpha_2 \cdot \sin x + \beta_2 \cdot \cos x,$$

а скалярное произведение определено формулой

$$\left(\vec{g}_1, \vec{g}_2 \right) = \alpha_1 \cdot \alpha_2 + \beta_1 \cdot \beta_2 + \frac{1}{2} \cdot (\alpha_1 \cdot \beta_2 + \alpha_2 \cdot \beta_1),$$

является двумерным линейным многообразием с ортонормированным базисом

$$\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sin x + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \cos x, \quad \vec{e}_2 = \sin x - \cos x.$$

Решение. Находим скалярное произведение и скалярные квадраты векторов предполагаемого базиса:

$$\left(\vec{e}_1, \vec{e}_1 \right) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1;$$

$$\left(\vec{e}_1, \vec{e}_2 \right) = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = 0;$$

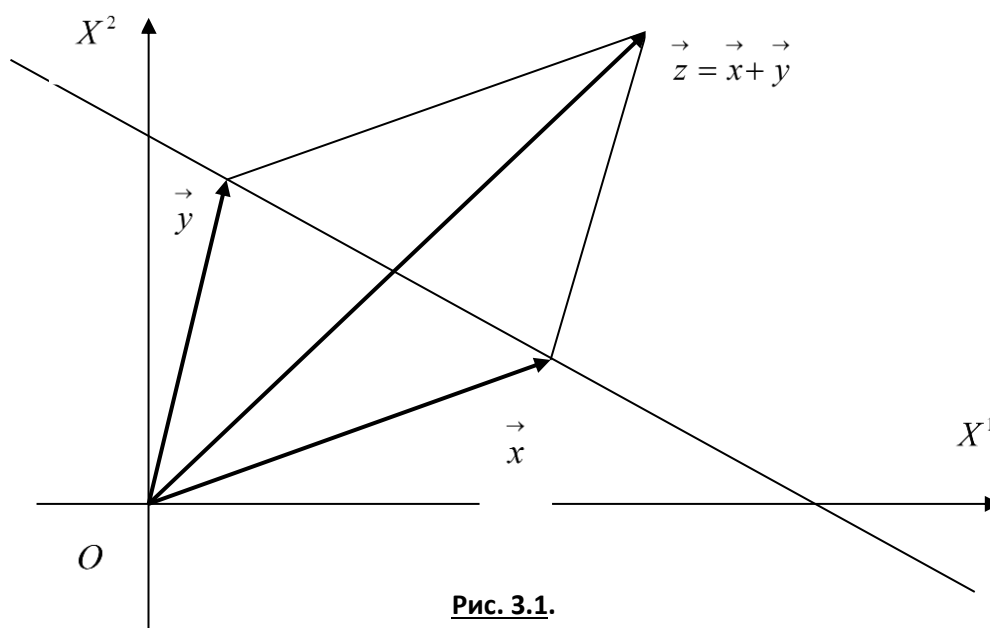
$$\left(\vec{e}_2, \vec{e}_2 \right) = 1 + 1 + \frac{1}{2} \cdot (-1 - 1) = 2 - 1 = 1.$$

Видим, что система векторов $\left\{ \begin{matrix} \vec{e}_1, & \vec{e}_2 \end{matrix} \right\}$ является ортонормированной и, следовательно, её можно

принять за один из базисов линейного многообразия L . $\otimes$

Пример 2.3.10. Пусть X – множество ведущих радиус-векторов точек прямой линии. Операции в этом множестве введены обычным образом. Выяснить, является ли это множество векторным подпространством евклидова пространства R^2 .

Решение. 1) Пусть прямая не проходит через начало системы координат (рисунок 3.1).



Очевидно, что сумма двух произвольных ведущих векторов точек прямой линии не принадлежит множеству X , так как конечная точка радиус-вектора их суммы не лежит на данной прямой линии. Следовательно, операция сложения векторов в данном случае не является алгебраической. Множество X не является векторным подпространством пространства R^2 .

2) Если прямая линия проходит через начало системы координат, то очевидно, что сумма двух произвольных ведущих векторов точек прямой линии принадлежит множеству X и, следовательно, операция сложения векторов в данном случае является алгебраической. Множество X является векторным подпространством пространства R^2 . $\otimes$

Пример 2.3.11. Дана система функций

$$\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}.$$

Показать, что множество функций вида

$$f(t) = \alpha \cos t + \beta \sin t + \lambda \sin 2t,$$

где $\alpha, \beta, \lambda \in \mathbb{R}^1$, является подпространством векторного пространства функций, непрерывных на промежутке $(-\pi, \pi)$.

Решение. Покажем сначала, что система функций

$$\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}$$

является линейно независимой на промежутке $(-\pi, \pi)$.

В соответствие с определением линейной независимости потребуем выполнения условия

$$\alpha_1 \cos t + \alpha_2 \sin t + \alpha_3 \sin 2t = 0.$$

При различных значениях $t \in (-\pi, \pi)$ получаем бесконечное множество систем линейных алгебраических уравнений. Положим, например,

$$t = 0, t = \frac{\pi}{6}, t = \frac{\pi}{4}.$$

Тогда имеем систему уравнений

$$\begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \alpha_1 + \frac{1}{2} \alpha_2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \alpha_3 = 0, \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \alpha_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \alpha_2 + \alpha_3 = 0. \end{cases}$$

Это однородная система уравнений. Решая СЛАУ методом Гаусса, получаем

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.$$

Поэтому система функций $\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}$ линейно независима на промежутке $(-\pi, \pi)$.

Легко видеть, что любая функция вида

$$f(t) = \alpha \cos t + \beta \sin t + \lambda \sin 2t$$

является линейной комбинацией функций системы $\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}$, что и доказывает требуемой. $\otimes$

Пример 2.3.12. Показать, что система векторов

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\} \subset E^4,$$

заданных в некотором ортонормированном базисе евклидова пространства E^4

$$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\} \subset E^4$$

разложениями

$$\begin{aligned} \vec{a}_1 &= a_1^1 \vec{e}_1 + a_1^2 \vec{e}_2 + a_1^3 \vec{e}_3 + a_1^4 \vec{e}_4 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 &= a_2^1 \vec{e}_1 + a_2^2 \vec{e}_2 + a_2^3 \vec{e}_3 + a_2^4 \vec{e}_4 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \end{aligned} \quad (1)$$

линейно независима. Дополнить систему до ортонормированного базиса всего пространства E^4 .

Решение. Находим значение скалярного произведения:

$$\left(\vec{a}_1, \vec{a}_2 \right) = \left(\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4 \right) = 0.$$

Следовательно, система векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$ ортогональна.

Для того чтобы дополнить эту систему до ортогонального базиса пространства евклидова E^4 , найдём векторы

$$\vec{x} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3 + x^4 \vec{e}_4$$

такие, чтобы выполнялись условия

$$\begin{cases} \left(\vec{x}, \vec{a}_1 \right) = 0, \\ \left(\vec{x}, \vec{a}_2 \right) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Из условий (2) получаем СЛАУ:

$$\begin{cases} x^1 - x^2 + x^3 - x^4 = 0, \\ x^1 + x^2 + x^3 + x^4 = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Решаем СЛАУ (3) методом Гаусса, принимая X^3 и X^4 за свободные неизвестные, то есть, например, полагая $X^3 = a$ и $X^4 = b$. Полученное решение СЛАУ (3) записывается в виде

$$|X\rangle = \begin{pmatrix} X^1 \\ X^2 \\ X^3 \\ X^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a \\ -b \\ a \\ b \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

или

$$\vec{X} = a \vec{a}_3 + b \vec{a}_4,$$

где векторы фундаментальной системы решений

$$\vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 0\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_4 = 0\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 0\vec{e}_3 + \vec{e}_4.$$

Легко проверяется, что фундаментальная система $\left\{ \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\}$ ортогональна и в совокупно-

сти с векторами $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$ также образует ортогональную систему $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\}$. Для

получения ортонормированного базиса пространства E^4 нормируем векторы этой системы:

$$\vec{h}_1 = \frac{\vec{a}_1}{\|\vec{a}_1\|} = \frac{1}{2} \left(\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4 \right);$$

$$\vec{h}_2 = \frac{\vec{a}_2}{\|\vec{a}_2\|} = \frac{1}{2} \left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4 \right);$$

$$\vec{h}_3 = \frac{\vec{a}_3}{\|\vec{a}_3\|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-\vec{e}_1 + \vec{e}_3 \right);$$

$$\vec{h}_4 = \frac{\vec{a}_4}{\|\vec{a}_4\|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-\vec{e}_2 + \vec{e}_4 \right).$$

Прямой проверкой убеждаемся, что система векторов $\left\{ \vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3, \vec{h}_4 \right\}$ ортонормиро-

вана. $\otimes$

Пример 2.3.13. В евклидовом пространстве E^4 в некотором ортонормированном базисе

$$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\} \subset E^4$$

задана система векторов:

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 + \vec{e}_4, \quad \vec{a}_2 = -3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 - 5\vec{e}_4.$$

1) Выяснить, можно ли на векторах этой системы как на направляющих векторах построить подпространство H^2 пространства E^4 . Если это возможно, то написать параметрические уравнения подпространства H^2 .

2) Найти базис $\left\{ \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\}$ и построить ортогональное дополнение $H^{2\perp}$ к подпростран-

ству H^2 , записать параметрические уравнения ортогонального дополнения $H^{2\perp}$.

Р е ш е н и е. 1) Координаты векторов системы $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$ непропорциональны – векторы

неколлинеарны. Следовательно, система векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$ линейно независимая. Векторы си-

стемы могут служить одним из базисов (быть направляющими векторами) линейного двумерного

многообразия. Векторное параметрическое уравнение такого многообразия в общем случае имеет вид

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + t_1 \vec{a}_1 + t_2 \vec{a}_2,$$

где $\vec{x}_0$ – вектор сдвига многообразия. Если $\vec{x}_0 = \vec{0}$, то многообразие превращается в подпространство. В последнем случае ведущий вектор точек этого многообразия превращается в текущий вектор подпространства и представляется в виде:

$$\vec{x} = t_1 \vec{a}_1 + t_2 \vec{a}_2.$$

Откуда имеем параметрические уравнения подпространства:

$$\begin{cases} x^1 = t_1 - 3t_2, \\ x^2 = 2t_1 + 4t_2, \\ x^3 = -3t_1 + 3t_2, \\ x^4 = t_1 - 5t_2. \end{cases}$$

Таким образом, подпространство является, очевидно, двумерной плоскостью, проходящей через начало системы координат.

2) Пусть

$$\vec{x} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3 + x^4 \vec{e}_4$$

– произвольный вектор из ортогонального дополнения $H^\perp$. Так как система $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$ – базис

подпространства H , то должны выполняться условия

$$\begin{cases} \left(\vec{a}_1, \vec{x} \right) = 0, \\ \left(\vec{a}_2, \vec{x} \right) = 0. \end{cases}$$

Эти условия приводят к СЛАУ

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 3x^3 + x^4 = 0, \\ -3x^1 + 4x^2 + 3x^3 - 5x^4 = 0. \end{cases}$$

Применение метода Гаусса приводит к следующему результату: СЛАУ совместна и неопределённая, а множество её решений выражается следующей формулой

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{9}{5}a - \frac{7}{5}b \\ \frac{3}{5}a + \frac{1}{5}b \\ a \\ b \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} \frac{9}{5} \\ \frac{3}{5} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} -\frac{7}{5} \\ \frac{1}{5} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

где a и b – свободные неизвестные. Следовательно, имеем векторное подпространство с направляющими векторами

$$\vec{a}_3 = \frac{9}{5}\vec{e}_1 + \frac{3}{5}\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \quad \vec{a}_4 = -\frac{7}{5}\vec{e}_1 + \frac{1}{5}\vec{e}_2 + \vec{e}_4.$$

Нетрудно проверить, что полученные векторы $\left\{ \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\}$ образуют линейно независимую

систему, а любая их линейная комбинация ортогональна любой линейной комбинации векторов

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}.$$

Следовательно, на этих векторах можно построить ортогональное дополнение $H^{2\perp}$, параметрические уравнения которого имеют вид, аналогичный параметрическим уравнениям подпространства H^2 :

$$\begin{cases} x^1 = \frac{9}{5}\tau_1 - \frac{7}{5}\tau_2, \\ x^2 = \frac{3}{5}\tau_1 + \frac{1}{5}\tau_2, \\ x^3 = \tau_1, \\ x^4 = \tau_2. \end{cases} \otimes$$

Пример 2.3.14. В аффинном пространстве A^4 координатами относительно репера

$$\left\{ O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\} \text{ заданы четыре точки:}$$

$$A_1(1; 4; 2; 0), A_2(3; 7; 3; 2), A_3(2; 6; 3; -1), A_4(1; 4; 5; 2).$$

Получить уравнения гиперплоскости, проходящей через заданные точки.

Р е ш е н и е. Обозначим точку A_1 через $O^* \equiv A_1$ и примем её за начало репера на гиперплоскости $H^3 \subset A^4$.

Рассмотрим векторы:

$$\begin{aligned}\vec{a}_1 &= O^* A_2 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 &= O^* A_3 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \\ \vec{a}_3 &= O^* A_4 = 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4.\end{aligned}\tag{1}$$

Требуя, чтобы для линейной комбинации этих векторов выполнялось условие

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \alpha_3 \vec{a}_3 = \vec{0},$$

решая вытекающую из этого условия СЛАУ для неопределённых коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ методом Гаусса, выясняем, что данное условие выполняется только при $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$. Из

этого результата заключаем, что система векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$ линейно независима и её

можно выбрать в качестве базиса репера

$$\left\{ O^*, \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$$

на гиперплоскости $H^3 \subset A^4$.

Пусть $M(x^1; x^2; x^3; x^4)$ – текущая точка гиперплоскости, координаты которой определены относительно репера $\left\{ O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\}$ вмещающего пространства A^4 . Тогда её

радиус-векторы $\vec{OM}$ относительно репера $\left\{ O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\}$ пространства A^4 и

$\vec{O^*M}$ относительно репера $\left\{ \vec{O^*}, \vec{a_1}, \vec{a_2}, \vec{a_3} \right\}$ гиперплоскости $H^3 \subset A^4$ могут быть, со-

ответственно, представлены в виде разложений:

$$\begin{aligned} \vec{x} \equiv \vec{OM} &= x^1 \vec{e_1} + x^2 \vec{e_2} + x^3 \vec{e_3} + x^4 \vec{e_4}, \\ \vec{O^*M} &= t_1 \vec{a_1} + t_1 \vec{a_2} + t_1 \vec{a_3}. \end{aligned} \quad (2)$$

Векторное уравнение гиперплоскости имеет вид:

$$\vec{x} = \vec{x_0} + \vec{O^*M}, \quad (3)$$

где

$$\vec{x_0} \equiv \vec{OO^*} = \vec{e_1} + 4\vec{e_2} + 2\vec{e_3}. \quad (4)$$

Подставляя (1), (2) и (4) в (3), получаем *параметрические уравнения*

$$\begin{cases} x^1 = 1 + 2t_1 + t_2, \\ x^2 = 4 + 3t_1 + 2t_2, \\ x^3 = 2 + t_1 + t_2 + 3t_3, \\ x^4 = 2t_1 - t_2 + 2t_3, \end{cases} \quad (5)$$

гиперплоскости $H^3 \subset A^4$. Для получения неявного уравнения гиперплоскости выразим три параметра t_1, t_2, t_3 из первых трёх уравнений (5), решая СЛАУ

$$\begin{cases} 2t_1 + t_2 = x^1 - 1, \\ 3t_1 + 2t_2 = x^2 - 4, \\ t_1 + t_2 + 3t_3 = x^3 - 2 \end{cases} \quad (6)$$

методом Гаусса, и подставим их в четвёртое уравнение. В процессе решения устанавливаем, что СЛАУ совместна и имеет единственное решение:

$$\begin{aligned} t_1 &= 2x^1 - x^2 + 2; \\ t_2 &= -3x^1 + 2x^2 - 5; \end{aligned}$$

$$t_3 = \frac{1}{3}x^1 - \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}.$$

Подстановка в четвёртое из уравнений (5) приводит к неявному уравнению гиперплоскости

$H^3 \subset A^4$, проходящей через заданные четыре точки:

$$23x^1 - 14x^2 + 2x^3 - 3x^4 + 29 = 0. \otimes$$

Практическое занятие 4. Линейные операторы, матрицы,

определители и СЛАУ

Предварительные сведения

Оператор – это отображение $\hat{A}: X^m \rightarrow Y^n$. Оператор называется линейным, если $(\forall \alpha, \beta \in R^1) \wedge \left(\forall \vec{x}, \vec{y} \in X^m \right): \hat{A}(\alpha \vec{x} + \beta \vec{y}) = \alpha \hat{A}\vec{x} + \beta \hat{A}\vec{y}$.

При фиксированных базисах в

$$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_m \right\} \subset X^m \text{ и } \left\{ \vec{g}_1, \vec{g}_2, \dots, \vec{g}_n \right\} \subset Y^n$$

линейный оператор имеет своим представителем **матрицу**:

$$\begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 & \dots & a_m^1 \\ a_1^2 & a_2^2 & \dots & a_m^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1^n & a_2^n & \dots & a_m^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ \dots \\ x^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \\ \dots \\ y^n \end{pmatrix}.$$

Элементы матрицы по столбцам находятся как коэффициенты разложения образов $\vec{y} \in Y^n$ векторов $\vec{x} \in X^m$ по базису пространства Y^n .

Действия с линейными операторами определяются следующим образом. Если

$$\hat{A}: X^m \rightarrow Y^n, \hat{B}: X^m \rightarrow Y^n,$$

то

$$\hat{C} \stackrel{\text{def}}{=} \hat{A} + \hat{B} \Leftrightarrow \left(\forall \vec{x} \in X^m \right) \hat{C}\vec{x} = \hat{A}\vec{x} + \hat{B}\vec{x}.$$

Матричные элементы матрицы суммы операторов вычисляются по формуле $c_j^i = a_j^i + b_j^i$.

Произведение оператора на число

$$\hat{T} = \alpha \hat{A} \Leftrightarrow \left(\forall \vec{x} \in X^m \right) \hat{C} \vec{x} = \alpha \left(\hat{A} \vec{x} \right).$$

Матричные элементы матрицы произведения на число вычисляются по формуле $c_j^i = \alpha a_j^i$.

Если $\hat{A}: X^m \rightarrow Y^n$ и $\hat{B}: X^m \rightarrow Y^n$, то композиция операторов $\hat{C} = \hat{B} \circ \hat{A}$:

$$\hat{C} \vec{x} \stackrel{\text{def}}{=} \left(\hat{B} \hat{A} \right) \vec{x} = \hat{B} \left(\hat{A} \vec{x} \right).$$

Элементы матрицы композиции линейных операторов находятся по формуле

$$c_k^i = \sum_{j=1}^n b_j^i a_k^j.$$

Формула разложения определителя матрицы оператора $\hat{A}: X^n \rightarrow X^n$ по элементам любой строки или любого столбца определителя, например для столбца с номером k , имеет вид:

$$\begin{aligned} \det A &= \sum_{i=1}^n (-1)^{i+k} a_k^i M_k^i = \\ &= (-1)^{1+k} a_k^1 M_k^1 + (-1)^{2+k} a_k^2 M_k^2 + \dots + (-1)^{n+k} a_k^n M_k^n. \end{aligned}$$

Примеры с решением

Пример 2.4.1. В пространстве R^3 оператор $\hat{P}$ действует по правилу

$$\left(\forall \vec{x} \in R^3 \right) \hat{P} \vec{x} = x^1 \vec{e}_1,$$

то есть ставит в соответствие произвольному вектору $\vec{x}$ его координатную проекцию на ось OX^1 . Показать, что оператор линейный и найти его матрицу.

Решение. покажем, что оператор линейный. По определению для линейного оператора справедливо равенство:

$$\hat{P} \left(\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 \right) = \alpha_1 \hat{P} \vec{x}_1 + \alpha_2 \hat{P} \vec{x}_2.$$

Проверим его выполнение для заданного оператора:

$$\begin{aligned}
& \hat{P} \left(\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 \right) = \\
& = \hat{P} \left[\alpha_1 \left(x_1^1 \vec{e}_1 + x_1^2 \vec{e}_2 + x_1^3 \vec{e}_3 \right) + \alpha_2 \left(x_2^1 \vec{e}_1 + x_2^2 \vec{e}_2 + x_2^3 \vec{e}_3 \right) \right] = \\
& = \hat{P} \left[\left(\alpha_1 x_1^1 + \alpha_2 x_2^1 \right) \vec{e}_1 + \left(\alpha_1 x_1^2 + \alpha_2 x_2^2 \right) \vec{e}_2 + \left(\alpha_1 x_1^3 + \alpha_2 x_2^3 \right) \vec{e}_3 \right] = \\
& = \left(\alpha_1 x_1^1 + \alpha_2 x_2^1 \right) \vec{e}_1 = \alpha_1 x_1^1 \vec{e}_1 + \alpha_2 x_2^1 \vec{e}_1 = \alpha_1 \hat{P} \vec{x}_1 + \alpha_2 \hat{P} \vec{x}_2.
\end{aligned}$$

Определение выполняется и оператор $\hat{P}$ линейный.

Действуя оператором $\hat{P}$ последовательно на базисные векторы, получаем:

$$\begin{aligned}
\hat{P} \vec{e}_1 &= 1 \cdot \vec{e}_1 = \vec{e}_1 + 0 \cdot \vec{e}_2 + 0 \cdot \vec{e}_3, \\
\hat{P} \vec{e}_2 &= 0 \cdot \vec{e}_1 = 0 \cdot \vec{e}_1 + 0 \cdot \vec{e}_2 + 0 \cdot \vec{e}_3, \\
\hat{P} \vec{e}_3 &= 0 \cdot \vec{e}_1 = 0 \cdot \vec{e}_1 + 0 \cdot \vec{e}_2 + 0 \cdot \vec{e}_3.
\end{aligned}$$

Теперь матрица оператора принимает следующий вид:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Оператор $\hat{P}$ называется *оператором ортогонального проектирования на ось OX^1* . $\otimes$

Пример 2.4.2. Показать, что оператор $\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3$, действующий по правилу

$$\left(\forall \vec{x} \in R^3 \right) \hat{A} \vec{x} = \left[\vec{a}, \left[\vec{x}, \vec{b} \right] \right],$$

где фиксированные векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ заданы своими разложениями

$$\vec{a} = 2 \vec{e}_1 + 4 \vec{e}_2 - \vec{e}_3, \quad \vec{b} = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$$

по каноническому базису, является линейным, и найти его матрицу.

Р е ш е н и е. Из свойств векторного произведения следует, что:

$$\begin{aligned}\hat{A}(\alpha \vec{x} + \beta \vec{y}) &= \left[\vec{a}, [\alpha \vec{x} + \beta \vec{y}, \vec{b}] \right] = \left[\vec{a}, \alpha [\vec{x}, \vec{b}] + \beta [\vec{y}, \vec{b}] \right] = \\ &= \alpha \left[\vec{a}, [\vec{x}, \vec{b}] \right] + \beta \left[\vec{a}, [\vec{y}, \vec{b}] \right] = \alpha \hat{A} \vec{x} + \beta \hat{A} \vec{y}.\end{aligned}$$

Матрицу оператора определяем, находя образы базисных векторов. При этом возможны три варианта решения:

- 1) использовать свойства векторного произведения;
- 2) использовать формулу для вычисления векторного произведения;
- 3) использовать для двойного векторного произведения формулу

$$\left[\vec{A}, [\vec{B}, \vec{C}] \right] = \vec{B}(\vec{A}, \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A}, \vec{B}).$$

Используем второй вариант решения, находя векторное произведение

$$\hat{A} \vec{e}_k = \left[\vec{a}, [\vec{e}_k, \vec{b}] \right]$$

по формуле

$$[\vec{x}, \vec{y}] = (x^2 y^3 - x^3 y^2) \vec{e}_1 + (x^3 y^1 - x^1 y^3) \vec{e}_2 + (x^1 y^2 - x^2 y^1) \vec{e}_3.$$

Пусть $k = 1$, тогда получаем:

$$[\vec{e}_1, \vec{b}] = (0 \cdot 1 - 0 \cdot (-1)) \vec{e}_1 + (0 \cdot 1 - 1 \cdot 1) \vec{e}_2 + (1 \cdot (-1) - 0 \cdot 1) \vec{e}_3 = -\vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

Далее имеем:

$$\hat{A} \vec{e}_1 = \left[\vec{a}, [\vec{e}_1, \vec{b}] \right] = -5 \vec{e}_1 + 2 \vec{e}_2 - 2 \vec{e}_3.$$

Аналогично находим:

$$\hat{A} \vec{e}_2 = \left[\vec{a}, [\vec{e}_2, \vec{b}] \right] = -4 \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 4 \vec{e}_3,$$

$$\hat{A} \vec{e}_3 = \left[\vec{a}, \left[\vec{e}_3, \vec{b} \right] \right] = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Матрица оператора имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -4 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -2 & -4 & -2 \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 2.4.3. Показать, что если $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\} \subset X^n$ – линейно зависящая система векторов, то и система образов $\left\{ \hat{A} \vec{x}_1, \hat{A} \vec{x}_2, \dots, \hat{A} \vec{x}_m \right\} \subset X^n$ при действии линей-

ного оператора $\hat{A}: X^n \rightarrow X^n$ также линейно зависящая.

Решение. Составим справедливое в силу линейной зависимости системы векторов равенство

$$\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 + \dots + \alpha_m \vec{x}_m = \vec{0},$$

где не все коэффициенты $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m\}$ равны нулю одновременно. Действуя на обе части

последнего равенства оператором $\hat{A}$, в силу его линейности получаем:

$$\alpha_1 \hat{A} \vec{x}_1 + \alpha_2 \hat{A} \vec{x}_2 + \dots + \alpha_m \hat{A} \vec{x}_m = \vec{0},$$

Так как среди коэффициентов $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m\}$ есть ненулевые, то система образов

$$\left\{ \hat{A} \vec{x}_1, \hat{A} \vec{x}_2, \dots, \hat{A} \vec{x}_m \right\}$$

линейно зависима. $\otimes$

Пример 2.4.4. Показать, что если система

$$\left\{ \hat{A} \vec{x}_1, \hat{A} \vec{x}_2, \dots, \hat{A} \vec{x}_m \right\} \subset X^n$$

образов векторов системы

$$\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\} \subset X^n$$

при действии оператора $\hat{A}: X^n \rightarrow X^n$ линейно независимая, то и сама система $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\} \subset X^n$ также линейно независима.

Решение. Для системы векторов $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\}$ потребуем выполнения равенства

нуль вектору линейной комбинации, предполагая, что не все коэффициенты её равны нулю одновременно

$$\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 + \dots + \alpha_m \vec{x}_m = \vec{0},$$

то есть предположим, что система $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\}$ линейно зависима.

Действуя на обе части равенства оператором $\hat{A}$, получим

$$\alpha_1 \hat{A} \vec{x}_1 + \alpha_2 \hat{A} \vec{x}_2 + \dots + \alpha_m \hat{A} \vec{x}_m = \vec{0},$$

где в силу линейной независимости системы образов векторов

$$\left\{ \hat{A} \vec{x}_1, \hat{A} \vec{x}_2, \dots, \hat{A} \vec{x}_m \right\}$$

выполняется условие

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m = 0.$$

Следовательно, предположение о линейной зависимости системы векторов

$$\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\}$$

неверное. Система линейно независима. $\otimes$

Пример 2.4.5. Пусть $\vec{x} \in R^3$ – произвольный вектор. Вычислить коммутатор

$$\left[\hat{A}, \hat{B} \right] \vec{x} \equiv \left(\hat{A} \hat{B} - \hat{B} \hat{A} \right) \vec{x}$$

операторов $\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3$ и $\hat{B}: R^3 \rightarrow R^3$, представленных в каноническом базисе пространства R^3 своими матрицами

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 5 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Коммутатор операторов – коммутатор их матриц, равен:

$$\begin{aligned} AB - BA &= \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 5 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 5 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 32 & 22 & 16 \\ 8 & 16 & 26 \\ 12 & 8 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 14 & 4 & 14 \\ 15 & 12 & 23 \\ 14 & 20 & 26 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 18 & 2 \\ -7 & 4 & 3 \\ -2 & -12 & -22 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Находим коммутатор операторов – результат воздействия оператора $\hat{A} \hat{B} - \hat{B} \hat{A}$ на произвольный вектор $\vec{x} \in R^3$, для чего находим координаты образа вектора:

$$(AB - BA) \vec{x} = \begin{pmatrix} 18 & 18 & 2 \\ -7 & 4 & 3 \\ -2 & -12 & -22 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18x^1 + 18x^2 + 2x^3 \\ -7x^1 + 4x^2 + 3x^3 \\ -2x^1 - 12x^2 - 22x^3 \end{pmatrix}.$$

Теперь образ вектора равен:

$$\begin{aligned} \left[\hat{A}, \hat{B} \right] \vec{x} &= \left(\hat{A} \hat{B} - \hat{B} \hat{A} \right) \vec{x} = (18x^1 + 18x^2 + 2x^3) \vec{e}_1 + \\ &+ (-7x^1 + 4x^2 + 3x^3) \vec{e}_2 + (-2x^1 - 12x^2 - 22x^3) \vec{e}_3. \otimes \end{aligned}$$

Пример 2.4.6. В каноническом базисе трёхмерного пространства R^3 действия операторов

$\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3$ и $\hat{B}: R^3 \rightarrow R^3$ на произвольный вектор $\vec{X} \in R^3$ заданы соотношениями:

$$A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 \\ x_2 + 3x_3 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}; B \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 - x_3 \\ x_2 + x_3 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Найти координаты вектора $\left(2\hat{A} + \hat{A}\hat{B}\right)\vec{X}$.

Решение. Находим матрицы операторов, исходя из координатной формы записи действия оператора в фиксированном базисе:

$$A|x\rangle = \begin{pmatrix} a_1^1 & a_1^2 & a_1^3 \\ a_2^1 & a_2^2 & a_2^3 \\ a_3^1 & a_3^2 & a_3^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1^1 x^1 + a_1^2 x^2 + a_1^3 x^3 \\ a_2^1 x^1 + a_2^2 x^2 + a_2^3 x^3 \\ a_3^1 x^1 + a_3^2 x^2 + a_3^3 x^3 \end{pmatrix}.$$

Сравнивая данные условия задачи с координатной формулой действия оператора, находим их матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Производим указанные в условии задачи действия с матрицами:

$$\begin{aligned} 2A + AB &= 2 \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 4 & -10 & -6 \\ 0 & 2 & 6 \\ 4 & -10 & -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -3 & -10 \\ 0 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -13 & -16 \\ 0 & 3 & 10 \\ 6 & -13 & -16 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

$\rightarrow$

Находим координаты образа вектора $\vec{X}$, используя координатную форму записи:

$$(2A + AB) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -13 & -16 \\ 0 & 3 & 10 \\ 6 & -13 & -16 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6x_1 - 13x_2 - 16x_3 \\ 3x_2 + 10x_3 \\ 6x_1 - 13x_2 - 16x_3 \end{pmatrix}.$$

Окончательно получаем:

$$\vec{x} = (6x_1 - 13x_2 - 16x_3)\vec{e}_1 + (3x_2 + 10x_3)\vec{e}_2 + (6x_1 - 13x_2 - 16x_3)\vec{e}_3. \otimes$$

Пример 2.4.7. Найти $\left(\hat{A} \vec{x} + \vec{y}, \vec{x} + \hat{B} \vec{y} \right)$, если

$$\vec{x} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3; \quad \vec{y} = -3\vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 5\vec{e}_3;$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение. 1) Находим вектор $\hat{A} \vec{x} + \vec{y}$ в координатном представлении:

$$A|\vec{x}\rangle + |\vec{y}\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ 17 \\ 18 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 \\ 16 \\ 13 \end{pmatrix};$$

$$\hat{A} \vec{x} + \vec{y} = 22\vec{e}_1 + 16\vec{e}_2 + 13\vec{e}_3.$$

2) Находим вектор $\vec{x} + \hat{B} \vec{y}$ в координатном представлении:

$$|\vec{x}\rangle + B|\vec{y}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -20 \\ -20 \\ -14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -19 \\ -17 \\ -8 \end{pmatrix};$$

$$\vec{x} + \hat{B} \vec{y} = -19\vec{e}_1 - 17\vec{e}_2 - 8\vec{e}_3.$$

3) Находим указанное в условии скалярное произведение:

$$\left(\hat{A} \vec{x} + \vec{y}, \vec{x} + \hat{B} \vec{y} \right) = 22 \cdot (-19) + 16 \cdot (-17) + 13 \cdot (-8) = -794. \otimes$$

Пример 2.4.8. Решить методом Гаусса СЛАУ

$$\begin{cases} 2x^1 - x^2 + x^3 - x^4 = 5, \\ x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ 3x^1 + x^2 - x^3 + 2x^4 = -1. \end{cases} \quad (1)$$

Р е ш е н и е. 1) Удобно поменять местами первое и второе уравнения системы (1), так как у второго уравнения коэффициент при первом неизвестном равен 1:

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ 2x^1 - x^2 + x^3 - x^4 = 5, \\ 3x^1 + x^2 - x^3 + 2x^4 = -1. \end{cases} \quad (2)$$

Выражаем из первого уравнения СЛАУ (2) неизвестное x^1 и подставляем результат в оставшиеся уравнения:

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17. \end{cases} \quad (3)$$

Два последних уравнения в (3) одинаковы, поэтому одно уравнение можно отбросить:

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17. \end{cases} \quad (4)$$

Принимаем в (4) неизвестные x^3, x^4 за свободные неизвестные и, полагая $x^3 = a$ и $x^4 = b$, выражаем через них x^2, x^1 , имеем общее решение СЛАУ:

$$x^2 = -\frac{17}{5} + a - \frac{7}{5}x^4, \quad x^1 = \frac{4}{5} - \frac{1}{5}b, \quad x^3 = a, \quad x^4 = b.$$

2) Приведём матричную реализацию метода Гаусса. Перепишем систему уравнений в виде расширенной матрицы и поменяем местами первую и вторую строки матрицы:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Умножая мысленно первую строку матрицы первый раз на 2, а второй раз на 3 и вычитая в реальности последовательно из второй и третьей строки (как вектор-строку), получаем:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \end{pmatrix}.$$

Вторая и третья строки матрицы идентичны, то есть второе и третье уравнения системы одинаковы. Отбрасывая третью строку, получаем:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \end{pmatrix}.$$

Эквивалентная система уравнений имеет вид (4):

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17. \end{cases}$$

Дальше решение повторяет выполненные в первом пункте операции.

Дадим интерпретацию полученного общего решения СЛАУ, для чего запишем вектор-столбец решения так

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} - \frac{1}{5}b \\ -\frac{17}{5} + a - \frac{7}{5}b \\ a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} \\ -\frac{17}{5} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} \\ -\frac{7}{5} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Если теперь переписать полученный результат в символическом виде

$$|x\rangle = |x_0\rangle + a|a\rangle + b|b\rangle,$$

где

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix}, |x_0\rangle = \begin{pmatrix} 4/5 \\ -17/5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |a\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |b\rangle = \begin{pmatrix} -1/5 \\ -7/5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

То становится очевидным, что общее решение системы уравнений с геометрической точки зрения представляет собой двумерное линейное многообразие проходящее через “точку” $|x_0\rangle$ и имеющее направляющие векторы $|a\rangle$ и $|b\rangle$. $\otimes$

Пример 2.4.9. Вычислить определитель

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -5 \end{vmatrix}.$$

Решение. 1) Вычтем элементы первого столбца из соответствующих элементов второго и третьего столбцов, получим:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -5 & -1 \\ 4 & -5 & -9 \end{vmatrix}.$$

2) В полученном определителе в первой строке отличен от нуля только один первый элемент.

Применяя формулу разложения определителя по элементам первой строки, получаем:

$$\begin{aligned} D &= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -5 & -1 \\ 4 & -5 & -9 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -5 & -1 \\ -5 & -9 \end{vmatrix} + 0 \cdot (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -9 \end{vmatrix} + \\ &+ 0 \cdot (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -5 & -1 \\ -5 & -9 \end{vmatrix} = 45 - 5 = 40. \otimes \end{aligned}$$

Пример 2.4.10. Найти матрицу, обратную матрице

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Определитель матрицы $\det A = 5 \neq 0$. Матрица A невырожденная, следовательно, обратная матрица A^{-1} существует.

Находим алгебраические дополнения элементов матрицы A :

$$A_1^1 = 1; A_2^1 = -3; A_3^1 = 1$$

$$A_1^2 = 3; A_2^2 = 1; A_3^2 = -2;$$

$$A_1^3 = -2; A_2^3 = 1; A_3^3 = 3.$$

Находим присоединённую матрицу:

$$\text{adj}A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Находим обратную матрицу:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \text{adj}A = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Проверка по формулам $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$ подтверждает правильность расчёта. $\otimes$

Пример 2.4.11. Матричным методом решить СЛАУ

$$\begin{cases} x^1 + 3x^2 = 0, \\ 2x^1 + 4x^2 = 6. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. 1) Проверяем условие невырожденности основной матрицы системы уравнений, для чего вычисляем определитель основной матрицы системы:

$$\det A = -2 \neq 0.$$

Обратная матрица существует.

2) Перепишем СЛАУ в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

3) Находим алгебраические дополнения элементов основной матрицы системы:

$$A_1^1 = 4, A_2^1 = -2, A_1^2 = -3, A_2^2 = 1.$$

4) Составляем матрицу алгебраических дополнений и, транспонируя её, находим присоединённую матрицу:

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{adj}A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

5) Находим обратную матрицу:

$$A^{-1} = \frac{\text{adj}A}{\det A} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & \frac{3}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

6) Находим значения неизвестных:

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & \frac{3}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow x^1 = 9, x^2 = -3. \otimes$$

Пример 2.4.12. Найти неизвестную матрицу X из уравнения

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение. Имеем матричное уравнение вида $AX = B$, где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Чтобы его решить, нужно найти матрицу A^{-1} и умножить уравнение на неё слева. Тогда решение запишется в виде $X = A^{-1}B$.

1) Проверяем условие невырожденности. Определитель матрицы A равен:

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 6 - 5 = 1 \neq 0.$$

Матрица невырождена, следовательно, обратная матрица существует.

2) Вычисляем алгебраические дополнения элементов матрицы A :

$$A_1^1 = 3, A_2^1 = -1, A_1^2 = -5, A_2^2 = 2.$$

Составляем союзную матрицу и находим обратную матрицу:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} A_1^1 & A_2^1 \\ A_1^2 & A_2^2 \end{pmatrix}^T = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} A_1^1 & A_1^2 \\ A_2^1 & A_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

3) Умножаем данное матричное уравнение на матрицу A^{-1} слева:

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 2 & -23 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

Проверка правильности вычислений осуществляется путём подстановки в исходное уравнение. $\otimes$

Пример 2.4.13. Решить СЛАУ, используя формулы Крамера:

$$\begin{cases} 3x^1 + 2x^2 + x^3 = 5, \\ 2x^1 + 3x^2 + x^3 = 1, \\ 2x^1 + x^2 + 3x^3 = 11. \end{cases}$$

Решение. 1) Вычисляем определитель матрицы СЛАУ:

$$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 12.$$

Так как $\det A \neq 0$, то система уравнений совместна и определённа.

2) Для нахождения её решения используем формулы Крамера:

$$\begin{aligned} x^1 &= \frac{1}{12} \begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 11 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \frac{5}{12} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - \frac{1}{12} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + \frac{11}{12} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = \\ &= \frac{40}{12} - \frac{5}{12} - \frac{11}{12} = \frac{24}{12} = 2. \end{aligned}$$

Аналогично находим x^2 и x^3 :

$$x^2 = \frac{1}{12} \begin{vmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 11 & 3 \end{vmatrix} = -2; \quad x^3 = \frac{1}{12} \begin{vmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 11 \end{vmatrix} = 3. \otimes$$

Пример 2.4.14. Пусть $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\} \subset X^4$ – некоторый (старый) базис

пространства X^4 и

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

– матрица линейного оператора $\hat{T} : X^4 \rightarrow X^4$ в этом базисе. Найти матрицу линейного опера-

тора $\hat{T}$ в новом базисе

$$\left\{ \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3, \vec{g}_4 \right\} \subset X^4,$$

если известно, что векторы нового базиса выражаются через векторы старого базиса разложениями:

$$\vec{g}_1 = \vec{a}_1, \vec{g}_2 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2, \vec{g}_3 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3, \vec{g}_4 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4.$$

Решение. Матрица перехода от старого базиса к новому имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Матрица невырождена, так как $\det A = 1$. Следовательно, существует обратная матрица. Для нахождения обратной матрицы найдём сначала алгебраические дополнения элементов матрицы A :

$$\begin{aligned}
A_1^1 &= 1; & A_2^1 &= -1; & A_3^1 &= 0; & A_4^1 &= 0; \\
A_1^2 &= 0; & A_2^2 &= 1; & A_3^2 &= -1; & A_4^2 &= 0; \\
A_1^3 &= 0; & A_2^3 &= 0; & A_3^3 &= 1; & A_4^3 &= -1; \\
A_1^4 &= 0; & A_2^4 &= 0; & A_3^4 &= 0; & A_4^4 &= 1.
\end{aligned}$$

Теперь обратная матрица находится по формуле $\hat{A} = \frac{1}{\det A} \text{adj} A$ и имеет вид:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

При переходе от старого базиса к новому базису матрица оператора T преобразуется по формуле

$T' = (A^{-1})^T T A^T$. Проводя вычисления, получаем матрицу T' :

$$\begin{aligned}
T' &= \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & -8 & -7 \\ 1 & 4 & 6 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 7 \end{pmatrix} \cdot \otimes
\end{aligned}$$

Практическое занятие 5. Общие свойства линейных операторов

Предварительные сведения

Ядро оператора $\hat{A}: X^m \rightarrow Y^n$ – это множество векторов в X^m , удовлетворяющих условию

$$\hat{A} \vec{x} = \vec{0}.$$

Размерность ядра – **дефект** оператора. Множество значений оператора – это множество образов $\vec{y} \in Y^n$ векторов $\vec{x} \in X^m$. Размерность множества значений оператора – **ранг** оператора.

Примеры с решением

Пример 2.5.1. Найти ядро $K(\hat{A})$ линейного оператора $\hat{A}: X^4 \rightarrow X^3$, заданного в

некоторых базисах

$$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\} \subset X^4, \left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\} \subset X^3$$

этих пространств матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. По определению ядро

$$K(\hat{A}) = \left\{ \vec{x} \in X^4 : \hat{A}\vec{x} = \vec{0} \right\},$$

поэтому

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

откуда имеем СЛАУ вида

$$\begin{cases} x^1 + 2 \cdot x^3 + 4 \cdot x^4 = 0, \\ 3 \cdot x^2 + x^3 + 2 \cdot x^4 = 0, \\ -x^2 - 2 \cdot x^3 = 0. \end{cases}$$

Решая эту СЛАУ, например, метом Гаусса, получаем:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 0 & 0 \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 2 & 0 \end{array}\right).$$

Принимая неизвестное x^4 за свободное неизвестное и, полагая $x^4 = t$, где t может принимать произвольные значения из R , получаем:

$$x^3 = \frac{2}{5}t, x^2 = -\frac{4}{5}t, x^1 = -\frac{24}{5}t.$$

Откуда для ядра оператора имеем

$$K\left(\hat{A}\right) = \left\{ \vec{x} \in X^4 : \vec{x} = t\vec{a}; t \in R \right\},$$

где

$$\vec{a} = -\frac{24}{5}\vec{e}_1 - \frac{4}{5}\vec{e}_2 + \frac{2}{5}\vec{e}_3 + \vec{e}_4.$$

Таким образом, ядро оператора является одномерным линейным многообразием $L\left\{\vec{a}\right\}$ с

направляющим вектором $\vec{a}$. $\otimes$

Пример 2.5.2. Пусть Y – множество симметричных матриц 2-го порядка с обычными матричными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число. Показать, что это множество является векторным подпространством векторного пространства всех квадратных матриц второго порядка.

Решение. Сначала покажем, что множество X квадратных матриц 2-го порядка вида

$$A = \begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_1^2 & a_2^2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_1^1 & b_2^1 \\ b_1^2 & b_2^2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} c_1^1 & c_2^1 \\ c_1^2 & c_2^2 \end{pmatrix}$$

является векторным пространством. Для этого надо показать, что операция сложения, являясь алгебраической, удовлетворяет четырём аксиомам для операции сложения векторного пространства.

То, что операция сложения во множестве X алгебраическая, очевидно. Легко видеть, что операция сложения ассоциативна и коммутативна, то есть

$$A + B = B + A; (A + B) + C = A + (B + C).$$

Во множестве X имеется нейтральный элемент

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

и противоположный элемент

$$-A = \begin{pmatrix} -a_1^1 & -a_2^1 \\ -a_1^2 & -a_2^2 \end{pmatrix}.$$

Нетрудно проверить и выполнение аксиом для операции умножения на число.

Легко видеть, что во множестве X каноническим базисом является система матриц вида

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Действительно, произвольная матрица может быть записана в виде разложения по матрицам этой системы:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Множество симметричных матриц Y вида

$$A = \begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_2^1 & a_2^2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_1^1 & b_2^1 \\ b_2^1 & b_2^2 \end{pmatrix}$$

является подпространством векторного пространства X . Действительно, симметрические матрицы образуют подмножество пространства X . Операции сложения и умножения на число не нарушают свойства симметричности матрицы. Действительно, результат выполнения этих операций является, очевидно, снова симметричной матрицей:

$$A + B = \begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_2^1 & a_2^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1^1 & b_2^1 \\ b_2^1 & b_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1^1 + b_1^1 & a_2^1 + b_2^1 \\ a_2^1 + b_2^1 & a_2^2 + b_2^2 \end{pmatrix},$$

$$\alpha A = \alpha \cdot \begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_2^1 & a_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \cdot a_1^1 & \alpha \cdot a_2^1 \\ \alpha \cdot a_2^1 & \alpha \cdot a_2^2 \end{pmatrix} \otimes$$

Пример 2.5.3. Найти ранг матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

Решение. 1. *Первый метод* (элементарные преобразования матрицы). Ранг матрицы подчинён неравенству $r(A) \leq \min(m, n) = 3$ (n — число строк, m — число столбцов). Для нахождения ранга применим элементарные преобразования матрицы.

Вычтем первую строку матрицы из второй строки и, умножив её мысленно на 3, из третьей:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 7 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & -2 & -2 \\ 0 & 5 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Вычёркивая из матрицы третью строку, совпадающую со второй строкой, получаем

$$A \cong \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Здесь символ $\cong$ использован для обозначения эквивалентности матриц по рангу в процессе преобразований.

Видим, что наивысший порядок отличного от нуля минора равен 2 (левый угловой минор является треугольным). Таким образом, ранг матрицы $r = 2$.

2. *Второй метод* (окаймляющих миноров). Минор

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = 5 \neq 0. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

Минор, окаймляющий первый минор

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 2 = 0.$$

Следующий окаймляющий минор

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & -2 \\ 0 & 5 & -2 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} = 2 - 2 = 0.$$

Все окаймляющие миноры равны нулю, следовательно, ранг матрицы

$$r(A) = 2. \otimes$$

Пример 2.5.4. Найти ранг $r(\hat{A})$, множество значений $\hat{A}(X^5)$ и дефект $d(\hat{A})$ линей-

ного оператора $\hat{A}: X^5 \rightarrow X^3$, если этот оператор в некоторых базисах пространств X^5 и X^3 имеет матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Пусть отмечены базисы

$$\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_5\} \subset X^5, \{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3\} \subset X^3,$$

в которых матрица оператора имеет указанный вид.

1) Находим ранг матрицы оператора:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 10 & -13 & -19 \\ 0 & 1 & 1 & -5 & -7 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 10 & -13 & -19 \\ 0 & 0 & -9 & 8 & 12 \end{pmatrix}.$$

Угловой минор третьего порядка преобразованной матрицы

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & -9 \end{vmatrix} = -9 \neq 0,$$

следовательно, ранг матрицы $r(A) = 3$.

2) Вектор-столбцы преобразованной матрицы, образующие её базисный минор, составлены из координат базисных векторов множества значений оператора, то есть базис множества значений имеет вид

$$|a\rangle_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |a\rangle_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |a\rangle_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 10 \\ -9 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\vec{a}_1 = \vec{g}_1,$$

$$\vec{a}_2 = \vec{g}_2,$$

$$\vec{a}_3 = -2\vec{g}_1 + 10\vec{g}_2 - 9\vec{g}_3.$$

Множеством значений оператора является линейная оболочка системы векторов $\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\}$:

$$\hat{A}(X^5) = \left\{ \vec{y} \in X^3 : (\forall \alpha, \beta, \eta \in R^1) \vec{y} = \alpha \cdot \vec{a}_1 + \beta \cdot \vec{a}_2 + \eta \cdot \vec{a}_3 \right\},$$

3) По теореме о связи ранга и дефекта линейного оператора имеем

$$r(\hat{A}) + d(\hat{A}) = 5,$$

откуда получаем $d(\hat{A}) = 2$. Итак, $r(\hat{A}) = 3$, $d(\hat{A}) = 2$. $\otimes$

Пример 2.5.5. Найти базисы суммы и пересечения подпространств

$$L_1 \left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\} = \left\{ \alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \alpha_3 \vec{a}_3 \right\},$$

$$L_2 \left\{ \vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3 \right\} = \left\{ \beta_1 \vec{b}_1 + \beta_2 \vec{b}_2 + \beta_3 \vec{b}_3 \right\},$$

если $\alpha_k, \beta_k \in R^1$ и

$$\begin{aligned}\vec{a}_1 &= \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3, \vec{a}_3 = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3; \\ \vec{b}_1 &= 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3, \vec{b}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3, \vec{b}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3.\end{aligned}$$

Р е ш е н и е. Находим базисы подпространств:

$$\dim L_1 = r \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} = 2, \text{ базисный минор } \Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix};$$

$$\dim L_2 = r \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix} = 2, \text{ базисный минор } \Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}.$$

Базисом L_1 является подсистема

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3,$$

$$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3,$$

а базисом L_2 подсистема

$$\vec{b}_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3,$$

$$\vec{b}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3.$$

Чтобы найти базис подпространства $L_1 + L_2$, вычислим ранг матрицы, столбцами которой

являются векторы $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{b}_1, \vec{b}_2$:

$$r \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} = 3, \text{ базисный минор } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, имеем

$$\dim(L_1 + L_2) = 3$$

и базис подпространства $L_1 + L_2$ есть система $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{b}_1 \right\}$.

Теперь базис пересечения подпространств

$$\dim(L_1 \cap L_2) = \dim L_1 + \dim L_2 - \dim(L_1 + L_2) = 4 - 3 = 1.$$

Таким образом, базис $L_1 \cap L_2$ состоит из одного вектора.

Вектор $\vec{b}_2$ разложим по базису $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{b}_1 \right\}$ подпространства $L_1 + L_2$:

$$\vec{b}_2 = \alpha_2^1 \vec{a}_1 + \alpha_2^2 \vec{a}_2 + \beta_2^1 \vec{b}_1.$$

Составляем систему уравнений, используя разложения векторов

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \quad \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3,$$

$$\vec{b}_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3, \quad \vec{b}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3.$$

Решение этой СЛАУ даёт:

$$\alpha_2^1 = 2, \quad \alpha_2^2 = 1, \quad \beta_2^1 = -1,$$

Таким образом,

$$\vec{b}_2 = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 - \vec{b}_1,$$

Следовательно, вектор

$$\vec{c} = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 = \vec{b}_1 + \vec{b}_2 = 3\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + \vec{e}_3$$

является базисом подпространства $L_1 \cap L_2$. $\otimes$

Пример 2.5.6. Выяснить вопрос о совместности СЛАУ

$$\begin{cases} x^1 - 2x^2 + x^3 = 3, \\ x^1 + 3x^2 - x^3 = 1, \\ 3x^1 - x^2 + x^3 = 7. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. Выписываем основную и расширенную матрицы СЛАУ:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}; B = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 7 \end{array} \right).$$

Минор второго порядка в левом верхнем углу (см. предыдущий пример) равен $5 \neq 0$. Все миноры третьего порядка, как у матрицы A , так и у матрицы B , равны нулю: ранги основной и расширенной матриц $r(A) = r(B) = 2$. Следовательно, СЛАУ совместна. $\otimes$

Пример 2.5.7. Выяснить, при каких значениях параметра a СЛАУ с основной матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

и столбцом правых частей $|b\rangle = (2 \ 1 \ a)^T$ является совместной.

Решение. Нетрудно видеть, что ранг матрицы A СЛАУ $r(A) = 2$. Расширенная матрица имеет вид

$$B = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & -1 & 1 & a \end{array} \right).$$

Вычеркнем в расширенной матрице третий и четвёртый столбцы. Так как ранг матрицы не изменится, то имеем

$$\det B = \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -3 & a \end{pmatrix} = 3a + 6.$$

Если $a \neq -2$, то $\det B \neq 0$ и $r(B) = 3 \neq r(A)$ – СЛАУ несовместна. Если $a = -2$, то $\det B = 0$. Так как у матрицы B имеются отличные от нуля миноры, то $r(B) = 2 = r(A)$. Поэтому при $a = -2$ СЛАУ совместна. $\otimes$

Задания для самостоятельной работы

1. Даны векторы $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$. Найти линейную комбинацию (вектор)

$$\vec{u} = \alpha \vec{x} + \beta \vec{y} + \gamma \vec{z}$$

и норму (длину) вектора $\vec{u}$:

$$1) \vec{x} = -2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{y} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2, \vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3,$$

$$\alpha = 4, \beta = -3, \gamma = 1;$$

$$2) \vec{x} = -3\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 4\vec{e}_3, \vec{y} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{z} = -\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3,$$

$$\alpha = -4, \beta = 3, \gamma = -2;$$

$$3) \vec{x} = \vec{e}_1 - 6\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3, \vec{y} = -3\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3, \vec{z} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3,$$

$$\alpha = 7, \beta = -5, \gamma = -1.$$

2. Найти косинус угла между векторами $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$, если:

$$1) A(2; -2; 3), B(1; -1; 2), C(4; -4; 5);$$

$$2) A(0; -2; 6), B(-12; -2; -3), C(-9; -2; -6);$$

$$3) A(2; 3; -1), B(4; 5; -2), C(3; 1; 1).$$

3. На плоскости R^2 заданы своими координатами три вершины A, B и C параллелограмма. Найти:

1) координаты четвёртой вершины D ;

2) косинус угла между сторонами AB и AC ;

3) длины диагоналей и косинус угла между ними.

$$1) A(-1; 2; -2), B(3; 4; -5), C(1; 1; 0);$$

$$2) A(-2; -2; 0), B(-1; -2; 4), C(5; -2; 1);$$

$$3) A(3; 3; -1), B(3; 2; 0), C(4; 4; -1).$$

4. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами

заданы векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$. Найти $\left(\alpha \vec{x} + \beta \vec{y}, \gamma \vec{x} + \lambda \vec{y} \right)$, если дано:

$$1) \vec{x} = \vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{y} = \vec{e}_1 + 7\vec{e}_2 + \vec{e}_3,$$

$$\alpha = 4, \beta = -3, \gamma = 1, \lambda = 2;$$

$$2) \vec{x} = 2\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 8\vec{e}_3, \vec{y} = \vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 7\vec{e}_3,$$

$$\alpha = -2, \beta = -5, \gamma = -1, \lambda = -2;$$

$$3) \vec{x} = -2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 8\vec{e}_3, \vec{y} = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 7\vec{e}_3,$$

$$\alpha = 11, \beta = 6, \gamma = 2, \lambda = -7.$$

5. Найти $\left(\vec{x} - 4\vec{y}, 6\vec{x} + \vec{y} \right)$, если дано:

$$1) \|\vec{x}\| = 4, \|\vec{y}\| = 5, \left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\} = \frac{\pi}{4};$$

$$2) \|\vec{x}\| = 6, \|\vec{y}\| = 1, \left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\} = \frac{\pi}{3};$$

$$3) \|\vec{x}\| = 2,5, \|\vec{y}\| = 1,5, \left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\} = \frac{\pi}{6}.$$

6. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами

задан вектор $\vec{x}$. Найти направляющие косинусы и орт данного вектора, если дано:

$$1) \vec{x} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3;$$

$$2) \vec{x} = -\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3;$$

$$3) \vec{x} = 5\vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 6\vec{e}_3.$$

7. Вычислить объём параллелепипеда, построенного на векторах:

$$1) \vec{x} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2, \vec{y} = -\vec{e}_1 - \vec{e}_3, \vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3;$$

$$2) \vec{x} = 3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{y} = 5\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3, \vec{z} = -\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3;$$

$$3) \vec{x} = 6\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{y} = 2\vec{e}_2, \vec{z} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

8. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{x}$ и $\vec{y}$, если дано:

$$1) \vec{x} = \vec{a} + 3\vec{b}, \vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b}, \|\vec{a}\| = 2, \|\vec{b}\| = 1, \left\{ \vec{a}, \vec{b} \right\} = \frac{\pi}{6};$$

$$2) \vec{x} = 2\vec{a} + \vec{b}, \vec{y} = \vec{a} - 3\vec{b}, \|\vec{a}\| = 2, \|\vec{b}\| = 2, \left\{ \vec{a}, \vec{b} \right\} = \frac{\pi}{4};$$

$$3) \vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b}, \vec{y} = \vec{a} + 3\vec{b}, \|\vec{a}\| = 1, \|\vec{b}\| = 2, \left\{ \vec{a}, \vec{b} \right\} = \frac{\pi}{2}.$$

9. В пространстве R^3 получить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; 2; 3)$, $B(2; 3; 1)$, $C(3, 1, 2)$ и найти косинусы углов, образованных её нормальным вектором с осями координат. Построить эту плоскость.

10. Написать канонические уравнения прямой линии, заданной пересечением двух плоскостей, проходящих через точки $A_1(0; 0; 0)$; $B_1(3; 3; 0)$; $C_1(0; 3; 3)$ и $A_2(4; 5; 0)$; $B_2(1; 6; 3)$; $C_2(2; 0; 7)$ соответственно.

11. В пространстве R^3 получить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1; 7; 3)$ и имеющей нормальный вектор, заданный точками $M_1(-2; -1; -8)$ и $M_2(2; 1; 8)$. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{ON}_1$, $\vec{ON}_2$ и $\vec{ON}_3$, где N_1 , N_2 и N_3 — точки пересечения данной плоскости и осей координат.

12. В пространстве R^3 найти угол между плоскостями, проходящими через точки M_1, M_2, M_3 и N_1, N_2, N_3 :

1) $M_1(0; 7; -4); M_2(4; 8; -1); M_3(-2; 1; 3);$

$N_1(2; 3; 1); N_2(2; 0; 3); N_3(1; 2; 0);$

2) $M_1(1; -2; 2); M_2(-3; 2; 3); M_3(3; 0; 6);$

$N_1(0; 3; 5); N_2(0; -1; 3); N_3(4; 0; 0).$

13. Найти точку пересечения прямой линии и плоскости:

1) $\frac{x^1 - 2}{1} = \frac{x^2 - 3}{1} = \frac{x^3 + 1}{-4}, x^1 + x^2 + 3x^3 - 10 = 0;$

2) $\frac{x^1 + 1}{2} = \frac{x^2 - 3}{-4} = \frac{x^3 + 1}{5}, x^1 + 2x^2 - x^3 + 5 = 0.$

14. Найти координаты проекции точки M_0 на плоскость:

1) $M_0(0; -3; -2); 2x^1 + 10x^2 + 10x^3 - 1 = 0;$

2) $M_0(1; 0; -1); 2x^2 + 4x^3 - 1 = 0.$

15. В пространстве R^3 найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2 и M_3 :

1) $M_1(0; 7; -4), M_2(4; 8; -1), M_3(-2; 1; 3), M_0(-10; 11; 13);$

2) $M_1(5; 8; 3), M_2(10; 5; 6), M_3(8; 7; 4), M_0(7; 17; 14);$

3) $M_1(1; 3; 5), M_2(-5; 5; 2), M_3(7; -1; 8), M_0(0; 0; 0).$

16. Пусть $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_n \right\} \subset X^n$ – некоторый базис в векторном пространстве X^n , и

$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_m \right\}$ – некоторая система векторов в этом пространстве. Используя метод Гаусса,

найти базу и размерность этой системы векторов.

1) $\dim X^n = 4:$

$$\vec{a}_1 = 3\vec{e}_1 + 11\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 + 4\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_2 = 4\vec{e}_1 + 12\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 + 10\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_3 = \vec{e}_1 + 13\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3 + 4\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_4 = 3\vec{e}_1 + 11\vec{e}_2 + 9\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4.$$

2) $\dim X^n = 5$:

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_2 + 6\vec{e}_3 + 3\vec{e}_4 + 2\vec{e}_5,$$

$$\vec{a}_2 = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_3 = 4\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4 + \vec{e}_5,$$

$$\vec{a}_4 = 6\vec{e}_1 - 5\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3 - 3\vec{e}_4 - \vec{e}_5,$$

$$\vec{a}_5 = -5\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 3\vec{e}_4 - \vec{e}_5.$$

17. Пусть $L\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$ и $L\left\{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3\right\}$ – некоторые подпространства векторного пространства X^4 , и пусть $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\} \subset X^4$ – некоторый его базис. Найти базис суммы и пересечения этих подпространств.

$$1) \left\{ \begin{array}{l} \vec{a}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2, \\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_4, \\ \vec{a}_3 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \vec{b}_1 = 3\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \\ \vec{b}_2 = 5\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \\ \vec{b}_3 = 3\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4; \end{array} \right.$$

$$2) \left\{ \begin{array}{l} \vec{a}_1 = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_4, \\ \vec{a}_3 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \vec{b}_1 = \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \\ \vec{b}_2 = \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3 + 8\vec{e}_4, \\ \vec{b}_3 = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4. \end{array} \right.$$

18. Пусть $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\} \subset E^4$ – некоторый базис в евклидовом пространстве E^4 , и

$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$ – некоторая система векторов в этом пространстве. Показать, что эта система ортого-

нальна и представить пространство в виде ортогональной суммы

$$E^4 = L_1^2 \oplus L_2^2,$$

где $L_1^2 = L\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$, а $L_2^2 = L_1^{2\perp}$.

$$1) \left\{ \begin{array}{l} \vec{a}_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4; \end{array} \right. 2) \left\{ \begin{array}{l} \vec{a}_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 - \vec{e}_3 + 3\vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 - \vec{e}_4; \end{array} \right.$$

$$3) \left\{ \begin{array}{l} \vec{a}_1 = 4\vec{e}_1 + 10\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + 4\vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3 - 2\vec{e}_4, \\ \vec{a}_3 = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + \vec{e}_3; \end{array} \right. 4) \left\{ \begin{array}{l} \vec{a}_1 = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 2\vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 = 9\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3 - 4\vec{e}_4, \\ \vec{a}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - 6\vec{e}_4. \end{array} \right.$$

19. Пусть $\vec{a} \neq \vec{0}$ – некоторый фиксированный вектор из R^3 , а операторы $\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3$ и

$\hat{B}: R^3 \rightarrow R^3$, действуют по правилам $\left(\forall \vec{x} \in R^3 \right)$

$$1) \hat{A}\vec{x} = \begin{pmatrix} \vec{a}, \vec{x} \end{pmatrix} \vec{a}, 2) \hat{A}\vec{x} = \begin{bmatrix} \vec{a}, \vec{x} \end{bmatrix}.$$

Показать, что эти операторы линейные и найти их матрицы.

20. Показать, что операторы

$$\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3, \hat{B}: R^3 \rightarrow R^3, \hat{C}: R^3 \rightarrow R^3,$$

действие которых задано координатными соотношениями

$$1) \hat{A} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ 2x_1 - 3x_3 \\ 2x_2 - 3x_3 \end{pmatrix},$$

$$2) \hat{B} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 \\ 2x_2 - 3 \end{pmatrix},$$

$$3) \hat{C} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - 2x_2 - x_3 \\ 3x_1 - 2x_2 \\ 3x_2 + x_3 \end{pmatrix},$$

являются линейными и записать их матрицы.

21. В каноническом базисе трёхмерного пространства R^3 действия операторов $\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3$ и

$\hat{B}: R^3 \rightarrow R^3$ на произвольный вектор $\vec{x} \in R^3$ заданы соотношениями:

$$\hat{A} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ 2x_1 - 3x_3 \\ 2x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}; \hat{B} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x_1 - x_2 - x_3 \\ 2x_1 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Найти координаты вектора:

$$1) \left(\hat{A}^2 + 2\hat{B} \right) \vec{x}; 2) \left(2\hat{A}^2 + 3\hat{B}^2 \right) \vec{x}; 3) \left(\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} \right) \vec{x}.$$

22. Найти матрицы, обратные данным матрицам:

$$a) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}; б) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}; в) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

23. Решить СЛАУ матричным методом и по формулам Крамера:

$$1) \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 4; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = -5, \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 11, \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 = -9. \end{cases}$$

24. Найти решение СЛАУ по формулам Крамера:

$$1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -5, \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 10; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8. \end{cases}$$

25. Разложить вектор $\vec{X}$ по системе векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$:

$$1) \vec{a}_1 = -\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3, \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_3, \vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3,$$

$$\vec{X} = -2\vec{e}_1 + 9\vec{e}_3.$$

$$2) \vec{a}_1 = \vec{e}_1 - 3\vec{e}_2, \vec{a}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{a}_3 = -\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3,$$

$$\vec{X} = 5\vec{e}_1 - 12\vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

$$3) \vec{a}_1 = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3, \vec{a}_2 = -3\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{a}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3,$$

$$\vec{X} = 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3.$$

26. В каноническом базисе пространства R^3 дана линейно независимая система векторов

$$\vec{X}_1 = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2,$$

$$\vec{X}_2 = 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3,$$

$$\vec{x}_3 = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_3$$

и матрица

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Будет ли линейно независимой система векторов $\hat{A}\vec{x}_1, 2\hat{A}\vec{x}_2, 3\hat{A}\vec{x}_3$?

27. Проверить, что $(AB)C = A(BC)$, если

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

28. Вычислить многочлен

$$P(X) = X^3 - 3X + 2$$

от матрицы

$$X = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

29. Найти матрицу X , удовлетворяющую условию:

$$\text{а) } 5A + 2X = 0, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 \\ 8 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & -2 \end{pmatrix};$$

$$\text{и) } (-1)A + 3X = 2B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}.$$

30. Вычислить определители:

$$\text{ф) } \begin{vmatrix} a & -a & a \\ a & a & -a \\ a & -a & -a \end{vmatrix};$$

$$\text{б) } \begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ y^2 & y & 1 \\ z^2 & z & 1 \end{vmatrix}.$$

31. Решить уравнения:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & 3 & x \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0; \text{ б) } \begin{vmatrix} 3 & x & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

32. Решить неравенства:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} < 1; \text{ б) } \begin{vmatrix} 2 & x+2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & x \end{vmatrix} > 0.$$

33. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 246 & 427 & 327 \\ 1014 & 543 & 443 \\ -342 & 721 & 621 \end{vmatrix}.$$

34. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } X \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix};$$

$$\text{б) } \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

35. Решить методом Гаусса СЛАУ:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x^1 - x^2 - x^3 = 4, \\ 3x^1 + 4x^2 - 2x^3 = 11, \\ 3x^1 - 2x^2 + 4x^3 = 11; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x^1 + x^2 - 4x^3 = 0, \\ 3x^1 + 5x^2 - 7x^3 = 0, \\ 4x^1 - 5x^2 - 6x^3 = 0; \end{cases} \text{ в) } \begin{cases} x^1 + 2x^2 + 3x^3 - 2x^4 = 6, \\ 2x^1 - x^2 - 2x^3 - 3x^4 = 8, \\ 3x^1 + 2x^2 - x^3 + 2x^4 = 4, \\ 2x^1 - 3x^2 + 2x^3 + x^4 = -8. \end{cases}$$

36. Пространство R^3 подвергается деформации под действием линейного оператора $\hat{A}$, заданного в каноническом базисе матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти объём треугольной пирамиды с вершинами

$$A(0; 0; 0); B(3; 3; 0); C(0; 3; 3); D(3; 0; 3)$$

до и после деформации пространства.

37. Пусть $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\} \subset X^4$ – некоторый базис, а

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

– матрица линейного оператора $\hat{T}: X^4 \rightarrow X^4$. Найти матрицу оператора в базисе

$\left\{ \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3, \vec{g}_4 \right\} \subset X^4$, если:

$$\text{a) } \vec{g}_1 = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4, \vec{g}_2 = 3\vec{a}_1 + 2\vec{a}_2 + 3\vec{a}_3 + \vec{a}_4,$$

$$\vec{g}_3 = 4\vec{a}_1 + 3\vec{a}_2 + 2\vec{a}_3 + \vec{a}_4, \vec{g}_4 = 5\vec{a}_1 + 4\vec{a}_2 + 3\vec{a}_3 + 2\vec{a}_4;$$

$$\text{б) } \vec{g}_1 = 2\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - 2\vec{a}_3 + 3\vec{a}_4, \vec{g}_2 = 3\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - 2\vec{a}_3 + 2\vec{a}_4,$$

$$\vec{g}_3 = 2\vec{a}_1 - 2\vec{a}_3 + 2\vec{a}_4, \vec{g}_4 = 2\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - \vec{a}_3 + 2\vec{a}_4.$$

38. Используя понятие ранга матрицы и теоремы о совместности, выяснить вопрос о совместности следующих СЛАУ:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x^1 + x^2 - 4x^3 = 0, \\ 3x^1 + 5x^2 - 7x^3 = 0, \\ 4x^1 - 5x^2 - 6x^3 = 0; \end{cases} \text{б) } \begin{cases} x^1 + x^2 + x^3 + x^4 = 0, \\ x^1 + 2x^2 + 3x^3 - x^4 = 0, \\ x^1 + 4x^2 + 5x^3 + 2x^4 = 0, \\ x^1 - x^3 + 3x^4 = 0. \end{cases}$$

39. При каких значениях параметра a СЛАУ является совместной:

$$\text{а) } \begin{cases} x^1 - 2x^2 + x^3 + x^4 = a, \\ x^1 - 2x^2 + x^3 - x^4 = -1, \\ x^1 - 2x^2 + x^3 + 5x^4 = 5; \end{cases} \text{б) } \begin{cases} 3x^1 - 5x^2 + 2x^3 + 4x^4 = 2, \\ 7x^1 - 4x^2 + x^3 + 3x^4 = a, \\ 5x^1 + ax^2 - 4x^3 - 6x^4 = 3. \end{cases}$$

40. Найти ядро оператора, заданного в пространстве R^3 своей матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Дать геометрическую интерпретацию и получить параметрические уравнения ядра.

41. Найти ядро, дефект, ранг и множество значений линейного оператора $\hat{A}: R^m \rightarrow R^n$, заданного в некоторых базисах

$$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_m \right\} \subset R^m, \left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n \right\} \subset R^n$$

своей матрицей:

$$\begin{aligned}
 & \text{а) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}; \text{б) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}; \text{в) } \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}; \\
 & \text{г) } \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}; \text{д) } \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & -5 & 11 \end{pmatrix}; \text{е) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Часть 2. ОПЕРАТОРЫ В ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ.

ГЕОМЕТРИЯ ПРОСТРАНСТВА E^n

Практическое занятие 1. Подпространства. Специальные типы линейных операторов в евклидовом пространстве

Предварительные сведения

Пусть $\hat{T}: X^n \rightarrow \hat{T}(X^n)$ – линейный оператор. Тогда, если для вектора $\vec{x} \in X^n \left(\vec{x} \neq \vec{0} \right)$

и некоторого числа μ выполняется соотношение

$$\hat{T} \vec{x} = \mu \vec{x},$$

то вектор $\vec{x}$ называется **собственным вектором** оператора $\hat{T}$, соответствующим **собственному значению** μ . Если в пространстве X^n зафиксирован базис, то последнее равенство сводится к однородной СЛАУ

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & \dots & t_n^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & \dots & t_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ t_1^n & t_2^n & \dots & t_n^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ \dots \\ x^n \end{pmatrix} = \mu \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ \dots \\ x^n \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} (t_1^1 - \mu)x^1 + t_2^1 x^2 + \dots + t_n^1 x^n = 0, \\ t_1^2 x^1 + (t_2^2 - \mu)x^2 + \dots + t_n^2 x^n = 0, \\ \dots, \\ t_1^n x^1 + t_2^n x^2 + \dots + (t_n^n - \mu)x^n = 0. \end{cases}$$

Система $\left\{ \begin{matrix} \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \end{matrix} \right\}$ собственных векторов линейного оператора

$\hat{T}: X^n \rightarrow \hat{T}(X^n)$, соответствующих попарно различным собственным значениям $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m$, линейно независима.

Линейный оператор $\hat{T}$, действующий в n -мерном пространстве X^n и имеющий n попарно различных собственных значений, называется **оператором простой структуры**. Матрица оператора простой структуры имеет диагональный вид.

Из критерия нетривиальной совместности однородной СЛАУ следует, что

$$T(\mu) \stackrel{\text{def}}{=} \det(t_j^i - \mu \delta_j^i) = \begin{vmatrix} t_1^1 - \mu & t_2^1 & \dots & t_n^1 \\ t_1^2 & t_2^2 - \mu & \dots & t_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ t_1^n & t_2^n & \dots & t_n^n - \mu \end{vmatrix} = 0.$$

Это равенство есть **характеристическое уравнение**, а многочлен в левой части – **характеристический многочлен**. Из характеристического уравнения определяются собственные значения линейного оператора, а из однородной СЛАУ его собственные векторы.

Подпространство $X_{inv} \subset X^n$ называется **инвариантным подпространством оператора**

$$\hat{T}: X^n \rightarrow \hat{T}(X^n), \text{ если } \left(\forall \vec{x} \in X_{inv} \right) \vec{y} = \hat{T} \vec{x} \in X_{inv}.$$

Пусть $\hat{T}: E^m \rightarrow E^n$ – некоторый линейный оператор. Оператор $\hat{T}^*: E^n \rightarrow E^m$ называется **сопряжённым по отношению к оператору $\hat{T}$** , если $\left(\forall \vec{x} \in E^m, \forall \vec{y} \in E^n \right)$

выполняется условие

$$\left(\hat{T} \vec{x}, \vec{y} \right) = \left(\vec{x}, \hat{T}^* \vec{y} \right).$$

Матрица оператора, сопряжённого с оператором $\hat{T}^*: E^n \rightarrow E^m$ связана следующим соотношением:

$$t_j^{k*} = \overline{t_k^j}.$$

В случае вещественных пространств комплексное сопряжение отсутствует.

Если $\hat{T}: E^m \rightarrow E^n$, $\hat{R}: E^m \rightarrow E^n$ – некоторые операторы и $\beta \in C$ – произвольное число, то справедливы следующие пять свойств сопряжённого оператора:

$$\begin{aligned} 1) \left(\hat{T}^* \right)^* &= \hat{T}; 2) \left(\hat{T}^* \right)^{-1} = \left(\hat{T}^{-1} \right)^*; 3) \left(\beta \hat{T} \right)^* = \overline{\beta} \hat{T}^*; \\ 4) \left(\hat{T} + \hat{R} \right)^* &= \hat{T}^* + \hat{R}^*; 5) \left(\hat{T} \hat{R} \right)^* = \hat{R}^* \hat{T}^*. \end{aligned}$$

Линейный оператор $\hat{T}: E^n \rightarrow E^n$ называется **самосопряжённым (эрмитовым)**, если $\hat{T}^* = \hat{T}$. Матрица самосопряжённого оператора является симметрической, то есть связана с матрицей самого оператора соотношением

$$t_j^i = t_i^j.$$

Оператор $\hat{T}$, действующий в вещественном евклидовом пространстве E^n , называется **ортогональным**, если он сохраняет скалярное произведение, то есть

$$\left(\forall \vec{x}, \vec{y} \in E^n \right) \left(\hat{T} \vec{x}, \hat{T} \vec{y} \right) = \left(\vec{x}, \vec{y} \right).$$

Ортогональные операторы $\hat{T}: E^n \rightarrow E^n$ в вещественном евклидовом пространстве E^n обладают следующими свойствами:

- 1) единичный оператор является ортогональным;
- 2) композиция ортогональных операторов также является ортогональным оператором;
- 3) оператор, обратный ортогональному оператору, также является ортогональным;

4) если $\hat{T}: E^n \rightarrow E^n$ – ортогональный оператор, то оператор $\alpha \cdot \hat{T}$ является ортогональным в том и только в том случае, если $\alpha = \pm 1$.

Оператор $\hat{T}: E^n \rightarrow E^n$ является ортогональным в том и только в том случае, если он переводит хотя бы один ортонормированный базис снова в ортонормированный базис.

Пусть $\hat{T}: X^n \rightarrow \hat{T}(X^n)$ и

$$F_m(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_m x^m \in C[x]$$

– некоторый многочлен. Тогда оператор

$$F_m(\hat{T}) = a_0 \hat{I} + a_1 \hat{T} + a_2 \hat{T}^2 + \dots + a_m \hat{T}^m$$

называется многочленом от оператора $\hat{T}$ или **операторным многочленом**.

Примеры с решением

Пример 2.1.1. В каноническом базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right\} \subset R^2$ оператор $\hat{T}$ задан матрицей

$$T = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найти собственные значения и собственные подпространства оператора $\hat{T}$.

Решение. 1. Составляем характеристическое уравнение:

$$\det(T - \mu \cdot I) = 0; \mu^2 - 7 \cdot \mu + 10 = 0.$$

Откуда получаем собственные значения оператора $\mu_1 = 2, \mu_2 = 5$.

2. Находим собственный вектор, соответствующий собственному значению $\mu_1 = 2$, для чего решаем СЛАУ

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Получаем решение в виде

$$x_1^1 = -1, x_1^2 = 1 \Rightarrow |x_1\rangle = c|a_1\rangle, c \in R^1 \Rightarrow |a_1\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решением является бесконечное множество векторов

$$\vec{x} = c \vec{a}_1$$

– одномерное линейное многообразие с базисным вектором

$$\vec{a}_1 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

3. Аналогично находим собственный вектор, соответствующий собственному значению $\mu_2 = 5$, решая СЛАУ

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Получаем решение в виде

$$x_2^1 = c/2, x_2^2 = c, c \in R^1 \Rightarrow |x_2\rangle = c|a_2\rangle \Rightarrow |a_2\rangle = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решением является бесконечное множество векторов

$$\vec{x} = c \vec{a}_2$$

– одномерное линейное многообразие с базисным вектором

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{2} \vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

Оператор имеет два одномерных собственных подпространства

$$L\left\{\vec{a}_1\right\} = \left\{\vec{x} : \vec{x} = t\vec{a}_1; t \in R^1\right\}$$

и

$$L\left\{\vec{a}_2\right\} = \left\{\vec{x} : \vec{x} = t\vec{a}_2; t \in R^1\right\},$$

с образующими векторами

$$\vec{a}_1 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2, \vec{a}_2 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2. \otimes$$

Пример 2.1.2. Найти матрицу, собственные значения и собственные подпространства оператора (аффинора) зеркального отражения относительно координатной плоскости X^1OX^2 в пространстве R^3 .

Решение. Оператор зеркального отражения в пространстве R^3 относительно координатной плоскости X^1OX^2 , очевидно, действует по правилу (рисунок 2.2.1)

$$\left(\forall \vec{x} \in R^3\right) \vec{y} = \hat{R} \vec{x} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 - x^3 \vec{e}_3.$$

Поддействуем на базисные векторы оператором отражения:

$$\hat{R} \vec{e}_1 = \vec{e}_1; \hat{R} \vec{e}_2 = \vec{e}_2; \hat{R} \vec{e}_3 = -\vec{e}_3.$$

Следовательно, для матрицы оператора отражения относительно координатной плоскости

$X^1 O X^2$ получаем:

$$R = \begin{pmatrix} r_1^1 & r_2^1 & r_3^1 \\ r_1^2 & r_2^2 & r_3^2 \\ r_1^3 & r_2^3 & r_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Характеристический многочлен оператора $\hat{R}$ имеет вид:

$$R(\mu) = \det \begin{pmatrix} 1-\mu & 0 & 0 \\ 0 & 1-\mu & 0 \\ 0 & 0 & -1-\mu \end{pmatrix} = (1-\mu) \cdot (1-\mu) \cdot (-1-\mu).$$

Откуда видно, что многочлен имеет простой корень $\mu_1 = -1$ и двукратный корень $\mu_2 = 1$.

1) Для собственного значения $\mu_2 = -1$ имеем

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

откуда

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c \end{pmatrix}, c \in R^1$$

– любое действительное число. Собственное подпространство, соответствующее собственному значению $\mu_1 = -1$, есть линейная оболочка вида

$$c \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow L\left\{\vec{e}_3\right\} = \left\{\vec{x} \in R^3 : \vec{x} = c \cdot \vec{e}_3; c \in R^1\right\},$$

то есть ось $O X^3$.

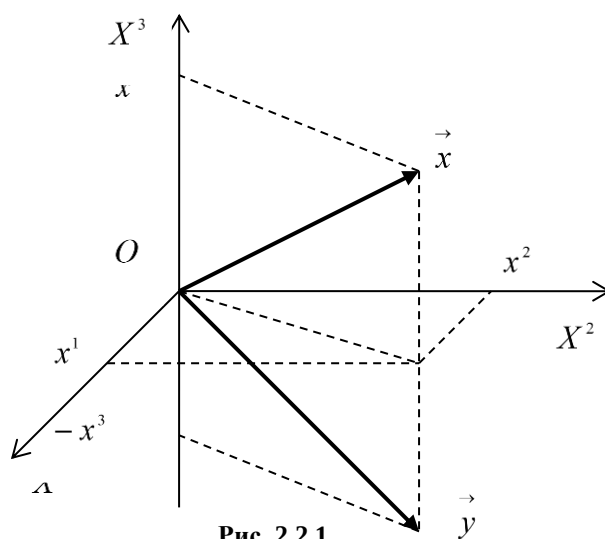


Рис. 2.2.1.

2) Для собственного значения $\mu_2 = 1$ имеем

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

откуда

$$|x\rangle \equiv \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ 0 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

где $a, b \in R^1$ – любые действительные числа. Получаем собственное подпространство, соответствующее собственному значению $\mu_1 = 1$, являющееся линейной оболочкой вида

$$L\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\} = \left\{\vec{x} \in R^3 : \vec{x} = a \cdot \vec{e}_1 + b \cdot \vec{e}_2; a, b \in R^1\right\},$$

то есть координатной плоскостью $X^1 O X^2$. Это подпространство является прямой суммой двух собственных подпространств $O X^1 \oplus O X^2$. $\otimes$

Пример 2.1.3. В евклидовом пространстве E^3 в ортонормированном (каноническом) базисе

$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$ оператор $\hat{T}: E^3 \rightarrow E^3$ задан матрицей

$$T = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти собственные значения и собственные подпространства оператора.

Решение. Составим характеристическое уравнение:

$$T = \begin{pmatrix} 3-\mu & 0 & 0 \\ 1 & 2-\mu & -1 \\ 1 & -1 & 2-\mu \end{pmatrix} \Rightarrow (3-\mu)(\mu^2 - 4\mu + 3) = 0.$$

Собственные значения $\mu_1 = 1, \mu_{2,3} = 3$.

Собственный вектор, соответствующий $\mu_1 = 1$ находится как решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2x^1 + 0x^2 + 0x^3 = 0, \\ x^1 + x^2 - x^3 = 0, \\ x^1 - x^2 + x^3 = 0. \end{cases}$$

Решение имеет вид:

$$|a_1\rangle = \begin{pmatrix} a_1^1 \\ a_1^2 \\ a_1^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Собственный вектор, соответствующий $\mu_{2,3} = 3$ находится как решение системы уравнений

$$\begin{cases} 0x^1 + 0x^2 + 0x^3 = 0, \\ x^1 - x^2 - x^3 = 0, \\ x^1 - x^2 - x^3 = 0. \end{cases}$$

Решение имеет вид:

$$|a_2\rangle = \begin{pmatrix} a_2^1 \\ a_2^2 \\ a_2^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; |x_3\rangle = \begin{pmatrix} a_3^1 \\ a_3^2 \\ a_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Получаем два собственных подпространства:

$$X_1 = \{\vec{x} : \vec{x} = t\vec{a}_1; t \in R^1\}; X_2 = \{\vec{x} : \vec{x} = t\vec{a}_2 + \tau\vec{a}_3; t, \tau \in R^1\}. \otimes$$

Пример 2.1.4. Линейный оператор $\hat{T} : E^3 \rightarrow E^3$ в некотором ортонормированном базисе $\left\{ \begin{matrix} \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \end{matrix} \right\}$ задан матрицей

$$T_e = \begin{pmatrix} 11 & 2 & -8 \\ 2 & 2 & 10 \\ -8 & 10 & 5 \end{pmatrix}.$$

Построить в пространстве E^3 ортонормированный базис собственных векторов оператора $\hat{T}$ и записать матрицу оператора $\hat{T}$ в этом базисе.

Решение. Составим характеристический многочлен оператора $\hat{T}$:

$$T(\mu) = \begin{vmatrix} 11-\mu & 2 & -8 \\ 2 & 2-\mu & 10 \\ -8 & 10 & 5-\mu \end{vmatrix} = -\mu^3 + 18\mu^2 + 81\mu - 1458.$$

Откуда характеристическое уравнение

$$\mu^3 - 18\mu^2 - 81\mu + 1458 = 0 \Rightarrow (\mu - 18)(\mu^2 - 81) = 0,$$

или

$$(\mu - 18)(\mu - 9)(\mu + 9) = 0.$$

Откуда собственные значения оператора

$$\mu_1 = -9, \mu_2 = 9, \mu_3 = 18.$$

Оператор является симметрическим, то есть самосопряжённым. Поэтому все собственные значения оператора различны, а собственные векторы ортогональны. Найдём собственные векторы

оператора $\hat{T}$ в базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$.

1) Для собственного значения $\mu_1 = -9$ имеем однородную СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 20 & 2 & -8 \\ 2 & 11 & 10 \\ -8 & 10 & 14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Определитель

$$\begin{vmatrix} 20 & 2 & -8 \\ 2 & 11 & 10 \\ -8 & 10 & 14 \end{vmatrix} = 0$$

– СЛАУ нетривиально совместна. Базисный минор – угловой. Принимая третью координату за свободное неизвестное, решаем СЛАУ из первых двух уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 10x^1 + x^2 = 4a, \\ 2x^1 + 11x^2 = -10a; \end{cases} \det A = 108 \neq 0; \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}a \\ -a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, первое собственное подпространство оператора есть линейная оболочка вида

$$E^1 = L \left\{ \vec{a}_1 \right\},$$

где базисный вектор

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{2} \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

2) Для собственного значения $\mu_2 = 9$ имеем однородную СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -8 \\ 2 & -7 & 10 \\ -8 & 10 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -8 \\ 2 & -7 & 10 \\ -8 & 10 & -4 \end{vmatrix} = 0$$

– СЛАУ нетривиально совместна. Базисный минор матрицы СЛАУ – угловой минор. Принимая третью координату за свободное неизвестное, решаем СЛАУ из первых двух уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 2x^1 + 2x^2 = 8a, \\ 2x^1 - 7x^2 = -10a; \end{cases} \det A = -18 \neq 0; \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a \\ 2a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, второе собственное подпространство оператора есть линейная оболочка вида

$$E^2 = L\left\{ \vec{a}_2 \right\},$$

где базисный вектор

$$\vec{a}_2 = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

3) Для собственного значения $\mu_3 = 18$ имеем однородную СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} -7 & 2 & -8 \\ 2 & -16 & 10 \\ -8 & 10 & -13 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Для решения этой СЛАУ применим критерий нетривиальной совместности однородной СЛАУ.

Определитель СЛАУ

$$\begin{vmatrix} -7 & 2 & -8 \\ 2 & -16 & 10 \\ -8 & 10 & -13 \end{vmatrix} = 0,$$

следовательно, СЛАУ нетривиально совместна. Базисный минор матрицы СЛАУ – угловой минор

$$\begin{vmatrix} -7 & 2 \\ 2 & -16 \end{vmatrix} = 108.$$

Поэтому первые два уравнения СЛАУ линейно независимы. Принимая третью координату вектора за свободное неизвестное, то есть, полагая $x^3 = a$, где a – произвольное действительное число, решаем СЛАУ из первых двух уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} -7x^1 + 1x^2 = -5a, \\ 2x^1 - 16x^2 = -10a; \end{cases} \det A = -54 \neq 0; \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a \\ \frac{1}{2}a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} -1 \\ 1/2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, третье собственное подпространство оператора есть линейная оболочка вида

$$E^3 = L\left\{ \vec{a}_3 \right\},$$

где базисный вектор

$$\vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

4) Найденные собственные векторы ортогональны. Нормируем их:

$$\vec{h}_1 = \frac{\vec{a}_1}{\|\vec{x}_1\|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{4} + 1}} \vec{a}_1 = -\frac{2}{3}\vec{e}_1 + \frac{1}{3}\vec{e}_2 + \frac{2}{3}\vec{e}_3;$$

$$\vec{h}_2 = \frac{\vec{a}_2}{\|\vec{x}_2\|} = \frac{1}{\sqrt{4 + 4 + 1}} \vec{a}_2 = \frac{2}{3}\vec{e}_1 + \frac{2}{3}\vec{e}_2 + \frac{1}{3}\vec{e}_3;$$

$$\vec{h}_3 = \frac{\vec{a}_3}{\|\vec{x}_3\|} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}+1+1}} \vec{a}_3 = \frac{1}{3} \vec{e}_1 - \frac{2}{3} \vec{e}_2 + \frac{2}{3} \vec{e}_3.$$

5) Матрица перехода от старого базиса к новому базису

$$A: \left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\} \rightarrow \left\{ \vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3 \right\}$$

имеет вид:

$$A = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}; \det A = -1 \neq 0; A^T = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Обратная матрица к матрице перехода от старого базиса к новому базису и транспонированная к ней имеют вид:

$$A^{-1} = -\frac{1}{2} \operatorname{adg} A = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}; (A^{-1})^T = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Находим матрицу оператора в новом базисе $\left\{ \vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3 \right\}$:

$$\begin{aligned} T_a &= (A^{-1})^T T_e A^T = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 11 & 2 & -8 \\ 2 & 2 & 10 \\ -8 & 10 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 18 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & -9 \end{pmatrix} \cdot \otimes \end{aligned}$$

Пример 2.1.5. В евклидовом пространстве E^3 в ортонормированном (каноническом) базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$ оператор $\hat{T}: E^3 \rightarrow E^3$ задан матрицей

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти матрицу оператора $\hat{T}^*$ в базисе

$$\vec{g}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{g}_2 = \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{g}_3 = \vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Находим матрицу сопряжённого оператора в старом (ортонормированном) базисе:

$$T_e^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Записываем матрицу перехода от старого базиса к новому базису и транспонируем её:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}; A^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Находим матрицу, обратную к матрице перехода от старого базиса к новому базису. Определитель матрицы

$$\det A = -2.$$

Алгебраические дополнения

$$A_1^1 = -2, A_2^1 = 0, A_3^1 = 0,$$

$$A_1^2 = 2, A_2^2 = -1, A_3^2 = -1,$$

$$A_1^3 = 0, A_2^3 = -1, A_3^3 = 1;$$

$$\text{adg}A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}; A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Находим матрицу оператора $\hat{T}^*$ в новом базисе:

$$\begin{aligned}
T_g^* &= (A^{-1})^T T_e^* A^T = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \\
&= -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \otimes
\end{aligned}$$

Пример 2.1.6. Ранее показано, что линейная оболочка $L\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2\right\}$, где элементы L вы-

числяются по формулам

$$\vec{g}_1 = \alpha_1 \cdot \sin x + \beta_1 \cdot \cos x, \quad \vec{g}_2 = \alpha_2 \cdot \sin x + \beta_2 \cdot \cos x,$$

а скалярное произведение определено формулой

$$\left(\vec{g}_1, \vec{g}_2\right) = \alpha_1 \cdot \alpha_2 + \beta_1 \cdot \beta_2 + \frac{1}{2} \cdot (\alpha_1 \cdot \beta_2 + \alpha_2 \cdot \beta_1),$$

является двумерным линейным многообразием с ортонормированным базисом

$$\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sin x + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \cos x, \quad \vec{e}_2 = \sin x - \cos x.$$

1) Найти матрицу оператора дифференцирования $\hat{D}$ в базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$ и матрицу сопря-

жённого оператора $\hat{D}^*$.

2) Выяснить, является ли оператор $\hat{D}$ симметрическим.

Р е ш е н и е. Находим матрицу оператора дифференцирования в базисе

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\} \subset R^2.$$

Для чего находим образы базисных векторов $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$:

$$\begin{aligned}\hat{D} \vec{e}_1 &= \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{3} \cdot \sin x + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \cos x \right) = \frac{1}{\sqrt{3}} (\cos x - \sin x) = \\ &= 0 \cdot \vec{e}_1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \vec{e}_2;\end{aligned}$$

$$\hat{D} \vec{e}_2 = \frac{d}{dx} (\sin x - \cos x) = \cos x + \sin x = \sqrt{3} \cdot \vec{e}_1 + 0 \cdot \vec{e}_2.$$

Следовательно, матрица оператора $\hat{D}$ в базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right\}$ имеет вид:

$$D = \begin{pmatrix} d_1^1 & d_2^1 \\ d_1^2 & d_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{3} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \end{pmatrix}.$$

Данное многообразие является вещественным пространством, поэтому матрица сопряжённого оператора $\hat{D}^*$ равна транспонированной матрице оператора $\hat{D}$, то есть

$$D^* = \begin{pmatrix} d_1^1 & d_1^2 \\ d_2^1 & d_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \sqrt{3} & 0 \end{pmatrix}.$$

Так как в базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right\}$ для матрицы оператора $\hat{D}$ имеем $d_2^1 \neq d_1^2$, оператор не является симметрическим. $\otimes$

Пример 2.1.7. В евклидовом пространстве E^3 линейный оператор $\hat{T}$ переводит систему векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$ в систему векторов $\left\{ \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3 \right\}$. Является ли этот оператор самосопряжённым, если:

$$|a_1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; |a_2\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; |a_3\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$|g_1\rangle = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}; |g_2\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}; |g_3\rangle = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Решение. По условию задачи имеем

$$T \overset{\wedge}{\vec{a}}_1 = \vec{g}_1, T \overset{\wedge}{\vec{a}}_2 = \vec{g}_2, T \overset{\wedge}{\vec{a}}_3 = \vec{g}_3,$$

откуда для векторов-столбцов из координат получаем:

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} t_2^1 + t_3^1 &= 2, \\ t_2^2 + t_3^2 &= 3, \\ t_2^3 + t_3^3 &= 1; \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} t_1^1 + t_3^1 &= -1, \\ t_1^2 + t_3^2 &= 0, \\ t_1^3 + t_3^3 &= 3; \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} t_1^1 + t_2^1 &= -5, \\ t_1^2 + t_2^2 &= 1, \\ t_1^3 + t_2^3 &= 4. \end{aligned}$$

Из последних равенств получаем три СЛАУ для элементов матрицы оператора:

для элементов первой строки

$$\begin{cases} t_2^1 + t_3^1 = 2, \\ t_1^1 + t_3^1 = -1, \\ t_1^1 + t_2^1 = -5; \end{cases}$$

для элементов второй строки

$$\begin{cases} t_2^2 + t_3^2 = 3, \\ t_1^2 + t_3^2 = 0, \\ t_1^2 + t_2^2 = 1; \end{cases}$$

для элементов третьей строки

$$\begin{cases} t_2^3 + t_3^3 = 1, \\ t_1^3 + t_3^3 = 3, \\ t_1^3 + t_2^3 = 4. \end{cases}$$

Решая эти СЛАУ по формулам Крамера, получаем матрицу оператора:

$$T = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Видим, что $(\forall i \neq j = 1, 2, 3) t_i^j = t_j^i$. Следовательно, оператор $\hat{T}$ является самосопряжённым. $\otimes$

Пример 2.1.8. Матрица линейного оператора $\hat{T} : E^3 \rightarrow E^3$ в базисе векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\} \subset E^3$ имеет вид:

$$T' = \begin{pmatrix} 2/3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2/3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Выяснить, является ли оператор $\hat{T}$ ортогональным, если в ортонормированном базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$ имеют место разложения

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_3, \vec{a}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

Решение. 1) *Первый способ.* Проверим выполнение определения ортогональности, то есть выполнение условия

$$\left(\forall \vec{x}, \vec{y} \in E^n \right) \left(\hat{T} \vec{x}, \hat{T} \vec{y} \right) = \left(\vec{x}, \vec{y} \right).$$

Найдём скалярное произведение векторов $\vec{x}, \vec{y} \in E^3$ в произвольном базисе

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\} \subset E^3 \text{ по формуле}$$

$$\left(\vec{x}, \vec{y} \right) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 g_{ij} x^i y^j,$$

где

$$\vec{x} = x^1 \vec{a}_1 + x^2 \vec{a}_2 + x^3 \vec{a}_3, \quad \vec{y} = y^1 \vec{a}_1 + y^2 \vec{a}_2 + y^3 \vec{a}_3,$$

а матрица метрических коэффициентов имеет вид

$$G = (g_{ij}) = \begin{pmatrix} \left(\vec{a}_1, \vec{a}_1 \right) & \left(\vec{a}_1, \vec{a}_2 \right) & \left(\vec{a}_1, \vec{a}_3 \right) \\ \left(\vec{a}_2, \vec{a}_1 \right) & \left(\vec{a}_2, \vec{a}_2 \right) & \left(\vec{a}_2, \vec{a}_3 \right) \\ \left(\vec{a}_3, \vec{a}_1 \right) & \left(\vec{a}_3, \vec{a}_2 \right) & \left(\vec{a}_3, \vec{a}_3 \right) \end{pmatrix}.$$

Несложные вычисления показывают, что

$$G = (g_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Теперь получаем для скалярного произведения произвольных векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$ следующий результат:

$$\begin{aligned} \left(\vec{x}, \vec{y} \right) &= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 g_{ij} x^i y^j = 2x^1 y^1 + x^1 y^2 + x^1 y^3 + \\ &+ x^2 y^1 + 2x^2 y^2 + x^2 y^3 + x^3 y^1 + x^3 y^2 + 2x^3 y^3. \end{aligned}$$

Находим координаты образов векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$ при действии оператора $\hat{T}$:

$$\hat{T} \vec{x} = \vec{u} \Rightarrow T|x\rangle = \begin{pmatrix} u^1 \\ u^2 \\ u^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}x^1 + x^2 \\ -x^1 \\ \frac{2}{3}x^1 + x^3 \end{pmatrix};$$

$$\hat{T} \vec{y} = \vec{v} \Rightarrow T|y\rangle = \begin{pmatrix} v^1 \\ v^2 \\ v^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \\ y^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}y^1 + y^2 \\ -y^1 \\ \frac{2}{3}y^1 + y^3 \end{pmatrix}.$$

После подстановки найденных координат образов векторов $\vec{x}, \vec{y}$ и метрических коэффициентов g_{ij} в формулу для скалярного произведения

$$\left(\hat{T} \vec{x}, \hat{T} \vec{y} \right) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 g_{ij} u^i v^j$$

и сравнения с формулой для скалярного произведения преобразов, убеждаемся в справедливости равенства

$$\left(\hat{T} \vec{x}, \hat{T} \vec{y} \right) = \left(\vec{x}, \vec{y} \right).$$

2) *Второй способ.* Матрица перехода от старого (ортонормированного) базиса $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$ к новому базису $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$ и обратная к ней матрица имеют, соответственно, вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}; A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Так как формула преобразования матрицы оператора при переходе от старого базиса к новому базису имеет вид

$$T' = (A^{-1})^T T A^T,$$

то для матрицы оператора в старом базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$ получаем:

$$\begin{aligned} T &= A^T T' (A^{-1})^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2/3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2/3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & -1/2 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & -2/3 \\ 1/3 & 2/3 & 2/3 \\ 2/3 & -2/3 & 1/3 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Убедиться в том, что полученная матрица является ортогональной, можно с помощью свойств ортогональных матриц. Например, умножая матрицу T на транспонированную матрицу T^T , получим

$$T T^T = T^T T = I.$$

Таким образом, выполняется свойство $T^T = T^{-1}$. Следовательно, оператор $\hat{T}$ и, соответственно, его матрица являются ортогональными. $\otimes$

Пример 2.1.9. Пусть $\hat{T} : X \rightarrow X$. Показать, что если $X_{inv}^{(1)}, X_{inv}^{(2)}$ – инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$, то $X_{inv}^{(1)} \cap X_{inv}^{(2)}$ и $X_{inv}^{(1)} + X_{inv}^{(2)}$ также являются инвариантными подпространствами оператора $\hat{T}$.

Решение. Пусть $X_{inv}^{(1)}, X_{inv}^{(2)}$ – инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$. Предположим, что вектор $\vec{x} \in X_{inv}^{(1)} \cap X_{inv}^{(2)}$. Но тогда вектор $\vec{x} \in X_{inv}^{(1)}$ и $\vec{x} \in X_{inv}^{(2)}$, следовательно, и его образ

$$\hat{T} \vec{x} \in X_{inv}^{(1)} \wedge \hat{T} \vec{x} \in X_{inv}^{(2)}.$$

Теперь очевидно, что образ вектора $\vec{X}$ принадлежит пересечению этих подпространств, то есть

$$\hat{T} \vec{X} \in X_{inv}^{(1)} \cap X_{inv}^{(2)}.$$

Пусть теперь $\vec{X} \in X_{inv}^{(1)} + X_{inv}^{(2)}$. Тогда, по определению суммы подпространств

$$\vec{X} = \vec{X}_1 + \vec{X}_2, \quad \vec{X}_1 \in X_{inv}^{(1)}, \quad \vec{X}_2 \in X_{inv}^{(2)},$$

откуда в силу того, что снова $\hat{T} \vec{X} \in X_{inv}^{(1)} \cap X_{inv}^{(2)}$, получаем

$$\hat{T} \vec{X} = \hat{T} \vec{X}_1 + \hat{T} \vec{X}_2 \in X_{inv}^{(1)} + X_{inv}^{(2)}. \quad \otimes$$

Пример 2.1.10. Пусть $\hat{T} : X \rightarrow X$. Показать, что если оператор $\hat{T}$ биективный, то его инвариантное подпространство X_{inv} является инвариантным подпространством и для обратного

оператора $\hat{T}^{-1}$.

Решение. Известно, что линейный оператор $\hat{T} : X \rightarrow X$ взаимно однозначен (биективен) в том и только в том случае, если он невырожденный.

Пусть

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_m \right\} \subset X_{inv}^m$$

– базис в X_{inv}^m , тогда система образов векторов исходной системы

$$\left\{ \hat{T} \vec{a}_1, \hat{T} \vec{a}_2, \dots, \hat{T} \vec{a}_m \right\}$$

принадлежат тому же инвариантному подпространству и образуют в нём другой базис.

Покажем сначала, что система образов линейно независима. Для этого составим линейную комбинацию образов векторов

$$\left\{ \hat{T} \vec{a}_1, \hat{T} \vec{a}_2, \dots, \hat{T} \vec{a}_m \right\}$$

и потребуем, чтобы

$$\alpha_1 \hat{T} \vec{a}_1 + \alpha_2 \hat{T} \vec{a}_2 + \dots + \alpha_m \hat{T} \vec{a}_m = \overset{\rightarrow}{0}.$$

Далее получаем в силу линейности оператора $\hat{T}$

$$\hat{T} \left(\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \dots + \alpha_m \vec{a}_m \right) = \overset{\rightarrow}{0}.$$

Так как оператор невырожденный, то

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \dots + \alpha_m \vec{a}_m = \overset{\rightarrow}{0}.$$

Последнее равенство, в силу линейной независимости системы

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_m \right\},$$

возможно только в случае одновременного обращения в нуль всех коэффициентов линейной комбинации. Что и доказывает линейную независимость системы образов.

Пусть теперь $\left(\forall \vec{X} \in X_{inv}^m \right)$. Разложим вектор $\vec{X}$ по базису из образов векторов исход-

ного базиса подпространства X_{inv}^m , то есть представим вектор $\vec{X}$ в виде

$$\vec{X} = x^1 \hat{T} \vec{a}_1 + x^2 \hat{T} \vec{a}_2 + \dots + x^m \hat{T} \vec{a}_m.$$

Так как для невырожденного линейного оператора обратный оператор снова линейный, то, действуя

на обе части оператором $\hat{T}^{-1}$, получаем

$$\begin{aligned} \hat{T}^{-1} \vec{X} &= x^1 \hat{T}^{-1} \hat{T} \vec{a}_1 + x^2 \hat{T}^{-1} \hat{T} \vec{a}_2 + \dots + x^m \hat{T}^{-1} \hat{T} \vec{a}_m = \\ &= x^1 \vec{a}_1 + x^2 \vec{a}_2 + \dots + x^m \vec{a}_m, \end{aligned}$$

причём

$$x^1 \vec{a}_1 + x^2 \vec{a}_2 + \dots + x^m \vec{a}_m \in X_{inv}^m,$$

так как он разложен по базису X_{inv} .

Итак, получили, что если $\vec{x} \in X_{inv}^m$, то $\hat{T}^{-1} \vec{x} \in X_{inv}^m \otimes$

Пример 2.1.11. Показать, что любое инвариантное подпространство оператора

$\hat{T}: X^n \rightarrow X^n$ является инвариантным и для операторного многочлена

$$F_p(\hat{T}) = a_0 \hat{I} + a_1 \hat{T} + a_2 \hat{T}^2 + \dots + a_p \hat{T}^p.$$

Решение. Пусть операторы $\hat{A}: X^n \rightarrow X^n$ и $\hat{B}: X^n \rightarrow X^n$ имеют одно и тоже инвариантное подпространство $Y^m \subset X^n$. Тогда

$$\left(\forall \vec{x} \in Y^m \right) \vec{y}_1 = \hat{A} \vec{x} \in Y^m \wedge \vec{y}_2 = \hat{B} \vec{x} \in Y^m.$$

Так как любые линейные комбинации векторов подпространства Y^m снова являются векторами этого же подпространства, то имеем

$$\alpha \cdot \vec{y}_1 + \beta \cdot \vec{y}_2 = \alpha \cdot \hat{A} \vec{x} + \beta \cdot \hat{B} \vec{x} = \left(\alpha \cdot \hat{A} + \beta \cdot \hat{B} \right) \vec{x} \in Y^m.$$

То есть подпространство $Y^m \subset X^n$, инвариантное относительно операторов $\hat{A}: X^n \rightarrow X^n$ и $\hat{B}: X^n \rightarrow X^n$, инвариантно и относительно оператора $\alpha \cdot \hat{A} + \beta \cdot \hat{B}$. Далее, из того, что

подпространство $Y^m \subset X^n$ является инвариантным относительно оператора $\hat{A}: X^n \rightarrow X^n$, следует, что оно инвариантно и относительно степеней этого оператора $\hat{A}^k$ ($k = 0, 1, \dots, p$)

.

Теперь очевидно, что любое инвариантное подпространство оператора $\hat{T}$ является инвариантным и относительно операторного многочлена

$$F_p(\hat{T}) = a_0 \hat{I} + a_1 \hat{T} + a_2 \hat{T}^2 + \dots + a_p \hat{T}^p \otimes$$

Практическое занятие 2. Некоторые задачи геометрии

евклидова пространства

Предварительные сведения

Система векторов $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\} \subset E^n$ линейно зависима в том и только в том случае, если определитель Грама системы

$$G\left(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m\right) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{vmatrix} \begin{pmatrix} \vec{x}_1 & \vec{x}_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \vec{x}_1 & \vec{x}_2 \end{pmatrix} & \dots & \begin{pmatrix} \vec{x}_1 & \vec{x}_m \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \vec{x}_2 & \vec{x}_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \vec{x}_2 & \vec{x}_2 \end{pmatrix} & \dots & \begin{pmatrix} \vec{x}_2 & \vec{x}_m \end{pmatrix} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \begin{pmatrix} \vec{x}_m & \vec{x}_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \vec{x}_m & \vec{x}_2 \end{pmatrix} & \dots & \begin{pmatrix} \vec{x}_m & \vec{x}_m \end{pmatrix} \end{vmatrix}$$

равен нулю.

Рассмотрим в n -мерном евклидовом пространстве E^n некоторое подпространство L^m размерности $m < n$. Пусть дан некоторый вектор $\vec{x} \in E^n$, причём $\vec{x} \notin L^m$. Можно показать, что справедливо представление вектора $\vec{x}$ в виде следующего разложения

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^\perp,$$

где вектор $\vec{g}_L$ принадлежит подпространству L^m , а вектор $\vec{h}^\perp$ ортогонален к этому подпространству. Векторы $\vec{x}$ и $\vec{g}_L$ называются, соответственно, **наклонной** к подпространству L^m и **проекцией** наклонной $\vec{x}$ на подпространство L^m . Вектор $\vec{h}^\perp$ называется **перпендикуляром**, опущенным из конца наклонной $\vec{x}$ на подпространство L^m .

Пусть в евклидовом пространстве E^n зафиксирована система векторов

$$\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\} \quad (m < n).$$

Обозначим $\vec{h}_m^\perp$ перпендикуляр, опущенный из конца вектора $\vec{x}_{m+1}$ на подпространство

$$L\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m\right\} \quad (m = 1, 2, \dots, n-1).$$

Формула для вычисления объёма m -мерного параллелепипеда в пространстве E^n имеет вид:

$$V^2 = G\left(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m\right) \equiv \begin{vmatrix} \left(\vec{x}_1, \vec{x}_1\right) & \left(\vec{x}_1, \vec{x}_2\right) & \dots & \left(\vec{x}_1, \vec{x}_m\right) \\ \left(\vec{x}_2, \vec{x}_1\right) & \left(\vec{x}_2, \vec{x}_2\right) & \dots & \left(\vec{x}_2, \vec{x}_m\right) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \left(\vec{x}_m, \vec{x}_1\right) & \left(\vec{x}_m, \vec{x}_2\right) & \dots & \left(\vec{x}_m, \vec{x}_m\right) \end{vmatrix}.$$

Примеры с решением

Пример 2.2.1. Используя критерий Грама линейной зависимости системы векторов в евклидовом пространстве, выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов

$$\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3\right\} \subset R^3, \text{ если имеют место разложения}$$

$$\vec{x}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3, \quad \vec{x}_2 = 2\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 7\vec{e}_3, \quad \vec{x}_3 = 3\vec{e}_1 + 7\vec{e}_2 + 10\vec{e}_3.$$

Решение. Находим попарные скалярные произведения векторов системы:

$$\left(\vec{x}_1, \vec{x}_1\right) = 14, \quad \left(\vec{x}_1, \vec{x}_2\right) = 33, \quad \left(\vec{x}_1, \vec{x}_3\right) = 47.$$

$$\left(\vec{x}_2, \vec{x}_1\right) = 33, \quad \left(\vec{x}_2, \vec{x}_2\right) = 78, \quad \left(\vec{x}_2, \vec{x}_3\right) = 111,$$

$$\left(\vec{x}_3, \vec{x}_1\right) = 47, \quad \left(\vec{x}_3, \vec{x}_2\right) = 111, \quad \left(\vec{x}_3, \vec{x}_3\right) = 158.$$

Составляем определитель Грама и вычисляем его значение:

$$\begin{vmatrix} 14 & 33 & 47 \\ 33 & 78 & 111 \\ 47 & 111 & 158 \end{vmatrix} = 14 \cdot \begin{vmatrix} 78 & 111 \\ 111 & 158 \end{vmatrix} - 33 \cdot \begin{vmatrix} 33 & 111 \\ 47 & 158 \end{vmatrix} + 47 \cdot \begin{vmatrix} 33 & 78 \\ 47 & 111 \end{vmatrix} = 0.$$

В соответствие с критерием Грама система векторов $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3 \right\}$ является линейно зависимой. $\otimes$

Пример 2.2.2. Радиус-вектор $\vec{x}$ в пространстве R^3 имеет разложение по стандартному базису (рисунок 1)

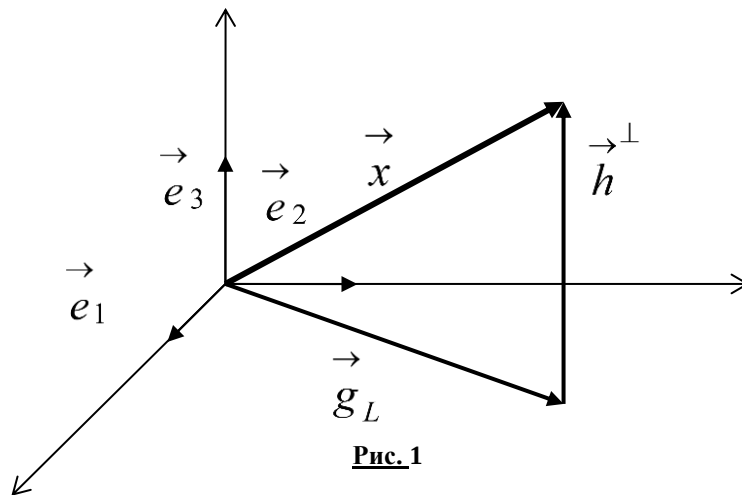
$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3.$$

Обозначим координатную плоскость X^1OX^2 как L^2 .

Представить вектор $\vec{x}$ в виде разложения

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^\perp,$$

где $\vec{g}_L \in L^2, \vec{h}^\perp \in L^{2\perp}$.



Решение. Разложим вектор $\vec{g}_L$ по базису подпространства L^2 :

$$\vec{g}_L = g^1\vec{e}_1 + g^2\vec{e}_2.$$

Вектор

$$\vec{h}^\perp = \vec{x} - \vec{g}_L \in L^{2\perp}.$$

Следовательно, он ортогонален базису подпространства L^2 . Запишем условия ортогональности вектора $\vec{h}^\perp$ подпространству L^2 , состоящие в том, что вектор $\vec{h}^\perp$ должен быть ортогонален всем векторам базиса $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right\}$:

$$\left(\vec{h}^\perp, \vec{e}_1 \right) = 0,$$

$$\left(\vec{h}^\perp, \vec{e}_2 \right) = 0.$$

Получаем СЛАУ

$$\begin{cases} \left(\vec{x} - \vec{g}_L, \vec{e}_1 \right) = 0, \\ \left(\vec{x} - \vec{g}_L, \vec{e}_2 \right) = 0, \end{cases}$$

которую перепишем в виде

$$\begin{cases} \left(g^1 \vec{e}_1 + g^2 \vec{e}_2, \vec{e}_1 \right) = \left(3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3, \vec{e}_1 \right), \\ \left(g^1 \vec{e}_1 + g^2 \vec{e}_2, \vec{e}_2 \right) = \left(3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3, \vec{e}_2 \right). \end{cases}$$

После простых преобразований имеем

$$\begin{cases} g^1 = 3, \\ g^2 = 4. \end{cases}$$

Таким образом, получаем

$$\vec{g}_L = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2.$$

Далее имеем:

$$\vec{h}^\perp = \vec{x} - \vec{g}_L = \left(3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 \right) - \left(3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 \right) = 5\vec{e}_3.$$

Окончательно получаем

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^\perp = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3. \otimes$$

Пример 2.2.3. В пространстве R^4 опустить перпендикуляр из точки $P(-1; 5; 3; 2)$ на гиперплоскость H^3 , проходящую через заданные точки $A_1(1; 4; 2; 0)$, $A_2(3; 7; 3; 2)$, $A_3(2; 6; 3; -1)$, $A_4(1; 4; 5; 2)$.

Решение. В пространстве R^4 все координаты точек заданы в ортонормированном базисе, который обозначим $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\}$. Неявное уравнение гиперплоскости получено выше в примере 3.14 и имеет вид

$$23x^1 - 14x^2 + 2x^3 - 3x^4 + 29 = 0.$$

Там же записаны направляющие векторы гиперплоскости:

$$\vec{a}_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_3 = 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4.$$

Проверим, что точка $P(-1; 5; 3; 2)$ не лежит в плоскости, для чего подставим координаты точки в неявное уравнение плоскости:

$$23 \cdot (-1) - 14 \cdot 5 + 2 \cdot 3 - 3 \cdot 2 + 29 = -64 \neq 0.$$

Точка плоскости не принадлежит.

Поставим в соответствие точке $P(-1; 5; 3; 2)$ её радиус-вектор

$$\vec{x} = -\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4$$

– наклонную к плоскости. Представим наклонную в виде

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^\perp,$$

где вектор $\vec{g}_L \in H^3$, а вектор $\vec{h}^\perp \in H^{3\perp}$.

Вектор

$$\vec{h}^\perp = \vec{x} - \vec{g}_L \in H^{3\perp}.$$

Следовательно, он ортогонален локальному базису подпространства H^3 . Запишем условия орто-

гональности вектора $\vec{h}^\perp$ подпространству H^3 (плоскость проходит через начало системы коор-

динат), состоящие в том, что вектор $\vec{h}^\perp$ должен быть ортогонален всем векторам базиса

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}:$$

$$\left(\vec{h}^{\perp}, \vec{a}_1\right)=0, \left(\vec{h}^{\perp}, \vec{a}_2\right)=0, \left(\vec{h}^{\perp}, \vec{a}_3\right)=0.$$

Получаем СЛАУ

$$\left(\vec{x}-\vec{g}_L, \vec{a}_1\right)=0,$$

$$\left(\vec{x}-\vec{g}_L, \vec{a}_2\right)=0,$$

$$\left(\vec{x}-\vec{g}_L, \vec{a}_3\right)=0.$$

Представляя наклонную $\vec{g}_L$ разложением по направляющим векторам плоскости (по локальному базису), перепишем СЛАУ в виде

$$\left(g^1 \vec{a}_1 + g^2 \vec{a}_2 + g^3 \vec{a}_3, \vec{a}_1\right)=\left(\vec{x}, \vec{a}_1\right),$$

$$\left(g^1 \vec{a}_1 + g^2 \vec{a}_2 + g^3 \vec{a}_3, \vec{a}_2\right)=\left(\vec{x}, \vec{a}_2\right),$$

$$\left(g^1 \vec{a}_1 + g^2 \vec{a}_2 + g^3 \vec{a}_3, \vec{a}_3\right)=\left(\vec{x}, \vec{a}_3\right),$$

или в виде

$$\left(\vec{a}_1, \vec{a}_1\right) g^1 + \left(\vec{a}_2, \vec{a}_1\right) g^2 + \left(\vec{a}_3, \vec{a}_1\right) g^3 = \left(\vec{x}, \vec{a}_1\right),$$

$$\left(\vec{a}_1, \vec{a}_2\right) g^1 + \left(\vec{a}_2, \vec{a}_2\right) g^2 + \left(\vec{a}_3, \vec{a}_2\right) g^3 = \left(\vec{x}, \vec{a}_2\right),$$

$$\left(\vec{a}_1, \vec{a}_3\right) g^1 + \left(\vec{a}_2, \vec{a}_3\right) g^2 + \left(\vec{a}_3, \vec{a}_3\right) g^3 = \left(\vec{x}, \vec{a}_3\right).$$

Далее, находим значения попарных скалярных произведений векторов локального базиса на плоскости

$$G^T = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{a}_1, \vec{a}_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \vec{a}_2, \vec{a}_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \vec{a}_3, \vec{a}_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \vec{a}_1, \vec{a}_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \vec{a}_2, \vec{a}_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \vec{a}_3, \vec{a}_2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \vec{a}_1, \vec{a}_3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \vec{a}_2, \vec{a}_3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \vec{a}_3, \vec{a}_3 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 1 \\ 7 & 1 & 13 \end{pmatrix}$$

и записываем СЛАУ в окончательном виде:

$$\begin{cases} 18g^1 + 7g^2 + 7g^3 = 20, \\ 7g^1 + 7g^2 + g^3 = 10, \\ 7g^1 + g^2 + 13g^3 = 13. \end{cases}$$

Решение СЛАУ ищем по формулам Крамера.

1) Находим определитель основной матрицы:

$$\det \begin{pmatrix} 18 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 1 \\ 7 & 1 & 13 \end{pmatrix} = 738.$$

СЛАУ совместна и определённа.

2) Находим определители, соответствующие каждому неизвестному:

$$\Delta_1 = \det \begin{pmatrix} 20 & 7 & 7 \\ 10 & 7 & 1 \\ 13 & 1 & 13 \end{pmatrix} = -6306,$$

$$\Delta_2 = \det \begin{pmatrix} 18 & 20 & 7 \\ 7 & 10 & 1 \\ 7 & 13 & 13 \end{pmatrix} = 573,$$

$$\Delta_3 = \det \begin{pmatrix} 18 & 7 & 20 \\ 7 & 7 & 10 \\ 7 & 1 & 13 \end{pmatrix} = 471.$$

Записываем решение СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} g^1 \\ g^2 \\ g^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6306/738 \\ 573/738 \\ 471/738 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1051/123 \\ 191/123 \\ 157/123 \end{pmatrix}.$$

Записываем разложение проекции $\vec{g}_L$ на плоскость по локальному базису:

$$\vec{g}_L = -\frac{1051}{123}\vec{a}_1 + \frac{191}{123}\vec{a}_2 + \frac{157}{123}\vec{a}_3.$$

Теперь находим перпендикуляр:

$$\vec{h}^\perp = \vec{x} - \vec{g}_L = -\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4 - \left(-\frac{1051}{123}\vec{a}_1 + \frac{191}{123}\vec{a}_2 + \frac{157}{123}\vec{a}_3 \right).$$

Если теперь подставить в последнее равенство разложения векторов $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ по векторам ортонормированного базиса $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\}$, то получим вектор $\vec{h}$ – перпендикуляр, опущенный

из конца наклонной $\vec{g}_L$ на плоскость H^3 . $\otimes$

Пример 2.2.4. *) Записать матрицу оператора $\hat{P}_{x^1 O x^2}^\perp$ ортогонального проектирования на координатную плоскость $X^1 O X^2$ в пространстве R^3 .

Р е ш е н и е. Этот оператор любому вектору пространства R^3 ставит в соответствие его проекцию на координатную плоскость $X^1 O X^2$ параллельно координатной оси $O X^3$. Согласно

изложенной выше теории, оператор $\hat{P}_{x^1 O x^2}^\perp$ является прямой суммой единичного оператора

$$\hat{I}_{x^1 O x^2} : R_{x^1 O x^2}^2 \rightarrow R_{x^1 O x^2}^2$$

и нулевого оператора

$$\hat{O}_{O x^3} : R_{O x^3}^1 \rightarrow R_{O x^3}^1.$$

На главной диагонали его матрицы расположены 2×2 клетка вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

и 1×1 клетка вида $\begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$. Остальные элементы равны нулю:

$$P_{x^1 O x^2}^\perp = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Легко видеть, что оператор $\hat{P}_{x^1 O x^2}^\perp$ является самосопряжённым.

Найдём, например, проекцию вектора $\vec{X}$ из предыдущей задачи на координатную плоскость $X^1 O X^2$. Запишем для этого образ вектора

$$\vec{X} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$$

при действии оператора $\hat{P}_{x^1 O x^2}^\perp$ в координатной форме

$$P_{x^1 O x^2}^\perp |X\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Результат, очевидно, совпадает с результатом предыдущей задачи. $\otimes$

Практическое занятие 3. Поверхности второго порядка

Предварительные сведения

Квадратичной формой $\varphi(\vec{X}, \vec{X})$ от n переменных называется формальное выражение

$$\varphi(\vec{X}, \vec{X}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \varphi_{ij} X^i X^j,$$

где $\varphi_{ij} = \varphi_{ji}$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$) – симметрические вещественные коэффициенты.

При изменении базиса в пространстве в пространстве R^n матрица квадратичной формы преобразуется по закону

$$\Phi' = A^T \Phi A.$$

Квадратичная форма, определённая на векторах пространства R^n , является положительно определённой в том и только в том случае, если в каком-либо базисе $\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n\} \subset R^n$ все угловые миноры её матрицы $\phi_{ij}(\vec{a}_i, \vec{a}_j)$ положительны, то есть

$$M_1 = \varphi_{11} > 0, M_2 = \begin{vmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} \end{vmatrix} > 0, \dots,$$

$$\dots, M_n = \begin{vmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \dots & \varphi_{1n} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \dots & \varphi_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_{n1} & \varphi_{n2} & \dots & \varphi_{nn} \end{vmatrix} > 0.$$

Поверхностью второго порядка в пространстве R^3 называется множество точек $\vec{x} \in R^3$, координаты которых удовлетворяют уравнению

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \phi_{ij} x^i x^j + 2 \sum_{k=1}^3 b_k x^k + c = 0.$$

В пространстве R^2 существуют две **кривые второго порядка**, называемые **центрными**. Эти кривые описываются каноническими уравнениями вида

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} = 1,$$

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} - \frac{x_2^2}{a_2^2} = 1$$

и называются, соответственно, **эллипсом** и **гиперболой**.

В пространстве R^3 существует три типа **невырожденные**, центральные поверхности второго порядка, определяемых каноническими уравнениями

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} + \frac{x_3^2}{a_3^2} = 1,$$

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} - \frac{x_3^2}{a_3^2} = 1,$$

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} - \frac{x_2^2}{a_2^2} - \frac{x_3^2}{a_3^2} = 1.$$

Поверхности, задаваемые в пространстве R^3 этими уравнениями, называются соответственно, **эллипсоидом**, **однополостным гиперboloидом** и **двуполостным гиперboloидом**.

В трёхмерном пространстве R^3 существует **коническая поверхность** с каноническим уравнением

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} - \frac{x_3^2}{a_3^2} = 0.$$

В пространстве R^3 существуют две невырожденные нецентральные поверхности с каноническими уравнениями:

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} = 2x_3$$

– эллиптический параболоид;

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} - \frac{x_2^2}{a_2^2} = 2x_3$$

– гиперболический параболоид.

В пространстве R^3 общий вид **вырожденной поверхности** получается параллельным переносом вдоль оси OX_3 какой-либо кривой второго порядка на плоскости X_1OX_2 . При этом для эллипса, гиперболы и параболы получаются поверхности, носящие соответственно названия **эллиптический, гиперболический и параболический цилиндры**. Пара параллельных, пересекающихся или слившихся прямых приводит, соответственно, к **паре параллельных, пересекающихся или слившихся плоскостей**

Примеры с решением

Пример 2.3.1. Привести квадратичную форму, имеющую в пространстве R^3 вид

$$\varphi\left(\begin{matrix} \vec{x} \\ \vec{x} \end{matrix}\right) = 3(x^2)^2 + 3(x^3)^2 + 4x^1x^2 + 4x^1x^3 - 2x^2x^3,$$

к каноническому виду ортогональным преобразованием.

Решение. Вид квадратичной формы задан в базисе

$$\left\{ \begin{matrix} \vec{e}_1 \\ \vec{e}_2 \\ \vec{e}_3 \end{matrix} \right\} \subset R^3.$$

Запишем симметричную матрицу квадратичной формы, для чего слагаемые с перекрёстными произведениями представим в виде суммы двух равных слагаемых:

$$\begin{aligned} \varphi\left(\begin{matrix} \vec{x} \\ \vec{x} \end{matrix}\right) &= \\ &= 3(x^2)^2 + 3(x^3)^2 + (2x^1x^2 + 2x^2x^1) + (2x^1x^3 + 2x^3x^1) - (x^2x^3 + x^3x^2) = \\ &= 2x^1x^2 + 2x^1x^3 + 2x^2x^1 + 3(x^2)^2 - x^2x^3 + 2x^3x^1 - x^3x^2 + 3(x^3)^2. \end{aligned}$$

Теперь матрица квадратичной формы принимает вид:

$$\Phi\left(\begin{matrix} \vec{x} \\ \vec{x} \end{matrix}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Запишем характеристическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} -\mu & 2 & 2 \\ 2 & 3-\mu & -1 \\ 2 & -1 & 3-\mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \mu^3 - 6\mu^2 + 32 = 0.$$

Корни характеристического уравнения $\mu_1 = -2$, $\mu_{2,3} = 4$.

Чтобы построить матрицу ортогонального преобразования найдём собственные векторы этого оператора. Для этого решим следующие системы линейных алгебраических уравнений.

1) Случай $\mu_1 = -2$. Система уравнений записывается в виде:

$$\begin{cases} 2x^1 + 2x^2 + 2x^3 = 0, \\ 2x^1 + 5x^2 - x^3 = 0, \\ 2x^1 - x^2 + 5x^3 = 0. \end{cases}$$

Решением этой системы уравнений является вектор-столбец

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} -2a \\ a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, первый собственный вектор

$$\vec{x}_1 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

2) Случай $\mu_{2,3} = 4$. Система уравнений записывается в виде:

$$\begin{cases} -4x^1 + 2x^2 + 2x^3 = 0, \\ 2x^1 - x^2 - x^3 = 0, \\ 2x^1 - x^2 - x^3 = 0. \end{cases}$$

Решением этой системы уравнений является вектор-столбец

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} \frac{a+b}{2} \\ a \\ b \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1/2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, второй и третий собственные векторы

$$\vec{x}_2 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2, \quad \vec{x}_3 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_3.$$

Векторы $\vec{x}_2$ и $\vec{x}_3$ ортогональны вектору $\vec{x}_1$, но не ортогональны между собой. Для ортогонализации системы собственных векторов применим алгоритм ортогонализации Шмидта. Положим

$$\vec{g}_1 = \vec{x}_1, \vec{g}_2 = \vec{x}_2, \vec{g}_3 = \vec{x}_3 + \alpha \vec{x}_2.$$

Так как должно быть $\left(\vec{g}_2, \vec{g}_3 \right) = 0$, то

$$\left(\vec{x}_2, \vec{x}_3 + \alpha \vec{x}_2 \right) = 0, \left(\vec{x}_2, \vec{x}_3 \right) + \alpha \left(\vec{x}_2, \vec{x}_2 \right) = 0.$$

Откуда

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{4} \alpha = 0, \alpha = -\frac{1}{5}.$$

Приходим к ортогональной системе собственных векторов ассоциированного оператора:

$$\vec{g}_1 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{g}_2 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2, \vec{g}_3 = \frac{2}{5}\vec{e}_1 - \frac{1}{5}\vec{e}_2 + \vec{e}_3,$$

$$\|\vec{g}_1\| = \sqrt{6}, \|\vec{g}_2\| = \frac{\sqrt{5}}{2}, \|\vec{g}_3\| = \frac{\sqrt{30}}{5}.$$

Нормируя эту систему, получаем:

$$\vec{h}_1 = -\frac{2}{\sqrt{6}}\vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_2 + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_3,$$

$$\vec{h}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_1 + \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_2,$$

$$\vec{h}_3 = \frac{2}{\sqrt{30}}\vec{e}_1 - \frac{1}{\sqrt{30}}\vec{e}_2 + \frac{5}{\sqrt{30}}\vec{e}_3.$$

Матрица ортогонального преобразования

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix}$$

осуществляет переход между ортонормированными базисами

$$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\} \Rightarrow \left\{ \vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3 \right\}$$

и, следовательно, является ортогональной. Учитывая, что для ортогональной матрицы выполняется условие

$$A^{-1} = A^T,$$

Запишем формулу преобразования матрицы квадратичной формы при переходе от старого базиса к новому базису:

$$\Phi' = \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix}^T.$$

Проводя вычисления, получаем

$$\Phi' = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Обозначая координаты в базисе $\left\{ \vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3 \right\}$ как $\{y^1, y^2, y^3\}$, запишем канонический вид квадратичной формы

$$\phi\left(\begin{matrix} \vec{x} \\ \vec{x} \end{matrix}\right) = -2(y^1)^2 + 4(y^2)^2 + 4(y^3)^2. \otimes$$

Пример 2.3.2. Найти значения параметра λ , при которых является положительно определённой квадратичная форма

$$\varphi\left(\begin{matrix} \vec{x} \\ \vec{x} \end{matrix}\right) = 4(x^1)^2 + 2x^1x^2 + (x^2)^2 + 4x^1x^3 - 6x^2x^3 + \lambda(x^3)^2.$$

Решение. Выпишем матрицу квадратичной формы:

$$\Phi = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \\ 2 & -3 & \lambda \end{pmatrix}.$$

Находя её главные миноры и применяя критерий Сильвестра, имеем:

$$M_1 = \varphi_{11} = 4 > 0;$$

$$M_2 = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 > 0;$$

$$M_3 = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \\ 2 & -3 & \lambda \end{vmatrix} = 3\lambda - 52 > 0.$$

Следовательно, $\lambda > \frac{52}{3}$. $\otimes$

Пример 2.3.3. Выяснить, какую линию на плоскости описывает уравнение

$$x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 - 4x_2 = 0.$$

Решение. Уравнение перепишем в виде

$$(x_1 + 1)^2 + (x_2 - 2)^2 = 5.$$

Вводим новые координаты по формулам

$$x_{1'} = x_1 + 1, \quad x_{2'} = x_2 - 2.$$

Эти формулы описывают параллельный перенос начала системы координат в точку $O'(-1; 2)$, в которой уравнение принимает вида

$$x_{1'}^2 + x_{2'}^2 = 5.$$

Это уравнение, очевидно, описывает окружность с центром в точке $O'(-1; 2)$ радиуса

$$R = \sqrt{5}. \quad \otimes$$

Пример 2.3.4. Какую линию описывает уравнение

$$x_2 = 1 - \sqrt{11 - 4x_1 - x_1^2}.$$

Решение. Уравнение переписываем в виде

$$x_2 - 1 = -\sqrt{11 - 4x_1 - x_1^2}$$

и возводим обе части в квадрат (приобретаем новые корни)

$$(x_2 - 1)^2 = 11 - 4x_1 - x_1^2.$$

Преобразуем уравнение, выделяя полный квадрат:

$$x_1^2 + 4x_1 + 4 + (x_2 - 1)^2 = 15,$$

$$(x_1 + 2)^2 + (x_2 - 1)^2 = 15.$$

Это уравнение описывает часть окружности с центром в точке $O'(-2; 1)$ радиуса $R = \sqrt{15}$, лежащую ниже новой горизонтальной оси с уравнением $x_2 = 1$. $\otimes$

Пример 2.3.5. Какую линию на плоскости описывает уравнение

$$x_1^2 - 4x_1 + x_2^2 - 2x_2 + 5 = 0.$$

Р е ш е н и е. Уравнение запишем в виде

$$(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 = 0.$$

Это уравнение описывает точку $M(2; 1)$. $\otimes$

Пример 2.3.6. Какую линию на плоскости описывает уравнение

$$100x_1^2 + 25x_2^2 + 200x_1 - 100x_2 - 200 = 0.$$

Р е ш е н и е. Уравнение переписываем в виде

$$100(x_1 + 1)^2 + 25(x_2 - 2)^2 = 400$$

и делим обе части на 400:

$$\frac{(x_1 + 1)^2}{4} + \frac{(x_2 - 2)^2}{16} = 1.$$

Это каноническое уравнение эллипса с центром в точке $O'(-1; 2)$ и полуосями $a = 2$ и $b = 4$. $\otimes$

Пример 2.3.7. Какую линию на плоскости описывает уравнение

$$x_1 = -2\sqrt{-5 - 6x_2 - x_2^2}.$$

Р е ш е н и е. Уравнение преобразуем к виду

$$x_1^2 + 4(x_2 + 3)^2 = 16,$$

возводя обе части в квадрат. Делим обе части на 16:

$$\frac{x_1^2}{16} + \frac{(x_2 + 3)^2}{4} = 1.$$

Уравнение описывает часть эллипса с центром в точке $O'(0; -3)$ и полуосями $a = 4$ и $b = 2$, лежащую слева относительно оси OX_2 . $\otimes$

Пример 2.3.8. Линия второго порядка задана в каноническом (ортонормированном) базисе

$$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right\} \subset R^2 \text{ уравнением}$$

$$11(x^1)^2 - 20x^1x^2 - 4(x^2)^2 - 20x^1 - 8x^2 + 1 = 0.$$

Привести уравнение линии к каноническому виду и определить её тип.

Р е ш е н и е. Рассмотрим квадратичную форму

$$\varphi\left(\vec{x}, \vec{x}\right) = 11(x^1)^2 - 20x^1x^2 - 4(x^2)^2 =$$

$$= 11(x^1)^2 - 10x^1x^2 - 10x^2x^1 - 4(x^2)^2$$

Матрица квадратичной формы имеет вид

$$\Phi = \begin{pmatrix} 11 & -10 \\ -10 & -4 \end{pmatrix}.$$

Квадратичной форме $\varphi\left(\begin{smallmatrix} \rightarrow \\ X \end{smallmatrix}, \begin{smallmatrix} \rightarrow \\ X \end{smallmatrix}\right)$ ставим в соответствие симметрический оператор $\hat{T}$ с матрицей $T = \Phi$ и записываем характеристическое уравнение:

$$\det \begin{pmatrix} t_1^1 - \mu & t_2^1 \\ t_1^2 & t_2^2 - \mu \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 11 - \mu & -10 \\ -10 & -4 - \mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \\ \mu^2 - 7 \cdot \mu - 144 = 0.$$

Корни характеристического уравнения $\mu_1 = -9$ и $\mu_2 = 16$. Находим собственные векторы оператора $\hat{T}$, соответствующие собственным значениям $\mu_1 = -9$ и $\mu_2 = 16$, для чего решаем две однородные СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 20 & -10 \\ -10 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 20x^1 - 10x^2 = 0, \\ -10x^1 + 5x^2 = 0, \end{cases} \\ \begin{pmatrix} -5 & -10 \\ -10 & -20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -5x^1 - 10x^2 = 0, \\ -10x^1 - 20x^2 = 0. \end{cases}$$

Фундаментальная система решений первой СЛАУ приводит к первому собственному вектору

$$\vec{x}_1 = \frac{1}{2} \vec{e}_1 + \vec{e}_2,$$

а фундаментальная система решений второй – ко второму собственному вектору

$$\vec{x}_2 = -2 \vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

Эти векторы ортогональны, но не нормированы. Нормируем их:

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{\|\vec{x}_1\|} \vec{x}_1 = \frac{2}{\sqrt{5}} \left(\frac{1}{2} \vec{e}_1 + \vec{e}_2 \right) = \frac{1}{\sqrt{5}} \vec{e}_1 + \frac{2}{\sqrt{5}} \vec{e}_2;$$

$$\vec{a}_2 = \frac{1}{\|\vec{x}_2\|} \vec{x}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(-2 \vec{e}_1 + \vec{e}_2 \right) = -\frac{2}{\sqrt{5}} \vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{5}} \vec{e}_2.$$

Матрица перехода от старого базиса к новому базису имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \\ -\frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \end{pmatrix}.$$

Преобразование от нового базиса к старому осуществляется при помощи обратной матрицы, которая в силу ортогональности матрицы A равна транспонированной к ней, то есть

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \\ \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \end{pmatrix}.$$

Координаты в новом базисе выражаются через координаты в старом базисе при помощи матрицы

$$(A^{-1})^T = (A^T)^T = A,$$

обратный переход от новых координат к старым производится при помощи матрицы A^{-1} . Имеем:

$$\begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \\ -\frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \\ \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix}.$$

В базисе $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$ квадратичная форма приводится к каноническому виду

$$\mu_1(y^1)^2 + \mu_2(y^2)^2 = -9(y^1)^2 + 16(y^2)^2.$$

Линейные слагаемые преобразуются так:

$$-20x^1 = -\frac{20}{\sqrt{5}}y^1 + \frac{40}{\sqrt{5}}y^2;$$

$$-8x^2 = -\frac{16}{\sqrt{5}}y^1 - \frac{8}{\sqrt{5}}y^2.$$

Подстановка в уравнение приводит его к виду:

$$-9(y^1)^2 + 16(y^2)^2 - \frac{36}{\sqrt{5}}y^1 + \frac{32}{\sqrt{5}}y^2 + 1 = 0.$$

Выделяя полный квадрат по y^1 , y^2 и приводя подобные члены, получаем каноническое уравнение линии в виде

$$-9\left(y^1 + \frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 + 16\left(y^2 + \frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 + 5 = 0,$$

Откуда совершая параллельный перенос, то есть полагая

$$z^1 = y^1 + \frac{2}{\sqrt{5}}, \quad z^2 = y^2 + \frac{1}{\sqrt{5}},$$

окончательно имеем:

$$\frac{(z^1)^2}{5/9} - \frac{(z^2)^2}{5/16} = 1.$$

Получили каноническое уравнение линии второго порядка – гиперболы. Отметим, что матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \\ -2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}$$

перехода от старого базиса к новому базису является матрицей оператора (аффинора) поворота системы координат на такой угол φ , что $\cos \varphi = 1/\sqrt{5}$ и $\sin \varphi = 2/\sqrt{5}$. Далее, в соответствии с формулами

$$z^1 = y^1 + \frac{2}{\sqrt{5}}, \quad z^2 = y^2 + \frac{1}{\sqrt{5}},$$

осуществляется параллельный перенос начала системы координат в новое положение – точку с координатами $O' \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{\sqrt{5}} \right)$. $\otimes$

Пример 2.3.9. Поверхность второго порядка задана в каноническом (ортонормированном) базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\} \subset R^3$ уравнением

$$3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3 - 12\sqrt{30}x_1 - 14\sqrt{30}x_2 + 2\sqrt{30}x_3 + 506 = 0.$$

Привести уравнение поверхности к каноническому виду и определить её тип.

Решение. Рассмотрим квадратичную форму

$$\varphi \left(\vec{x}, \vec{x} \right) = 3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3.$$

Матрица квадратичной формы

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Собственные значения ассоциированного оператора $\mu_1 = -2$, $\mu_{2,3} = 4$. Собственные векторы

$$\vec{x}_1 = -\frac{2}{\sqrt{6}}\vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_2 + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_3,$$

$$\vec{x}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_1 + \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_2 + 0\vec{e}_3,$$

$$\vec{x}_3 = \frac{2}{\sqrt{30}}\vec{e}_1 - \frac{1}{\sqrt{30}}\vec{e}_2 + \frac{5}{\sqrt{30}}\vec{e}_3.$$

Это ортонормированная система. Матрица перехода от старого базиса к новому базису получается непосредственно из приведённых разложений:

$$A = \begin{pmatrix} -2/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} & 0 \\ 2/\sqrt{30} & -1/\sqrt{30} & 5/\sqrt{30} \end{pmatrix}$$

и является ортогональной ($A^{-1} = A^T$).

Преобразование координат осуществляется с помощью матрицы A

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} & 0 \\ 2/\sqrt{30} & -1/\sqrt{30} & 5/\sqrt{30} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1'} \\ x_{2'} \\ x_{3'} \end{pmatrix}$$

и приводит квадратичную форму к виду

$$\varphi\left(\begin{matrix} \vec{x} \\ \vec{x} \end{matrix}\right) = 4x_{1'}^2 - 2x_{2'}^2 + 4x_{3'}^2.$$

Линейные члены преобразуются так:

$$-12\sqrt{30}x_1 - 14\sqrt{30}x_2 + 2\sqrt{30}x_3 = -40\sqrt{6}x_{1'} + 12\sqrt{5}x_{2'}.$$

В новой системе координат уравнение поверхности принимает вид:

$$4x_{1'}^2 - 2x_{2'}^2 + 4x_{3'}^2 - 40\sqrt{6}x_{1'} + 12\sqrt{5}x_{2'} + 506 = 0.$$

Выделяя полные квадраты, приводим уравнение к виду

$$4(x_{1'} - 5\sqrt{6})^2 - 2(x_{2'} - 3\sqrt{5})^2 + 4x_{3'}^2 - 4 = 0.$$

Вводя обозначения $y_1 = x_{1'} - 5\sqrt{6}$, $y_2 = x_{2'} - 3\sqrt{5}$, $y_3 = x_{3'}$, получаем следующий вид уравнения:

$$y_1^2 - \frac{y_2^2}{2} + y_3^2 = 1.$$

Получили уравнение однополостного гиперболоида. $\otimes$

Задания для самостоятельной работы

1. Найти собственные значения и собственные подпространства линейного оператора

$$\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3,$$

имеющего в каноническом базисе пространства $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\} \subset R^3$ матрицу:

$$1) A = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}; 2) B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Найти собственные значения и собственные подпространства линейного оператора

$\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3$, действие которого задано приведёнными ниже координатные равенства:

$$\left(\forall \vec{x} \in R^3 \right)$$

$$1) A \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ 2x^2 \\ 3x^3 \end{pmatrix}; 2) A \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^1 + x^2 \\ x^1 + x^2 + x^3 \end{pmatrix};$$

$$3) A \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 - x^2 \\ 0 \\ x^1 + x^2 \end{pmatrix}; 4) A \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$5) A \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}; 6) A \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ 0 \\ x^3 \end{pmatrix}.$$

3. Линейный оператор $\hat{T}: E^3 \rightarrow E^3$ в некотором ортонормированном базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$

задан матрицей:

$$1) T = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}; 2) T = \begin{pmatrix} 17 & -8 & 4 \\ -8 & 17 & -4 \\ 4 & -4 & 11 \end{pmatrix};$$

$$3) T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 2 & -2 & -2 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}; 4) T = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 4 \\ -2 & 8 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Построить в пространстве E^3 ортонормированный базис собственных векторов оператора $\hat{T}$ и записать матрицу оператора $\hat{T}$ в этом базисе.

4. Пусть в пространстве зафиксирован канонический базис

$$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\} \subset R^3$$

и пусть дан некоторый линейный оператор $\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3$. Показать, что линейные оболочки следующего вида

$$L\left\{ \vec{e}_1 \right\}, L\left\{ \vec{e}_2 \right\}, L\left\{ \vec{e}_3 \right\}, L\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right\}, L\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_3 \right\}, L\left\{ \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$$

являются инвариантными подпространствами относительно оператора $\hat{A}$.

5. Пусть подпространства $L_1 \subset X^n$ и $L_2 \subset X^n$ инвариантны относительно оператора

$$\hat{A}: X^n \rightarrow X^n.$$

Показать, что подпространства $L_1 + L_2$ и $L_1 \cap L_2$ также инвариантны относительно оператора $\hat{A}$.

6. Показать, что если $L \subset X^n$ – инвариантное подпространство оператора

$$\hat{A}: X^n \rightarrow X^n,$$

то L является инвариантным подпространством и относительно операторного многочлена

$$\hat{F}(\hat{A}) = a_0 \hat{I} + a_1 \hat{A} + a_2 \hat{A}^2 + \dots + a_m \hat{A}^m.$$

7. Пусть $\hat{A}: X^n \rightarrow X^n$ – некоторый линейный оператор. Доказать, что если оператор $\hat{A}$ биективный, то его инвариантные подпространства являются инвариантными и относительно оператора $\hat{A}^{-1}$.

8. Пусть $\hat{T}: R^2 \rightarrow R^2$ имеет матрицу

$$T = \begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 \\ t_1^2 & t_2^2 \end{pmatrix}.$$

Найти все инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$, если

$$T = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

9. Пусть $\hat{T}: R^3 \rightarrow R^3$ имеет матрицу

$$T = \begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix}.$$

Найти все инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$, если

$$1) T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}; 2) T = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

10. Пусть $\hat{T}: R^4 \rightarrow R^4$ имеет матрицу

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти все собственные значения и собственные подпространства оператора $\hat{T}$.

Показать, что линейная оболочка

$$L\left\{\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2, \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{e}_4\right\}$$

является инвариантным подпространством оператора $\hat{T}$.

11. Получить параметрические и неявные уравнения плоскости $H^m \subset R^n$, проходящей через заданные точки

$$A_1(0; 6; 3; 5; 1), A_2(-3; 2; 4; 1; 0), \\ A_3(5; 1; 4; 3; 2), A_4(-1; 3; -4; 2; -1).$$

12. Используя критерий Грама линейной зависимости системы векторов в евклидовом пространстве, выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3 \right\} \subset R^3$:

$$1) \vec{x}_1 = -3\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 5\vec{e}_3,$$

$$\vec{x}_2 = 6\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$$

$$2) \vec{x}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3,$$

$$\vec{x}_2 = 4\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3,$$

$$\vec{x}_3 = 7\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2 + 9\vec{e}_3.$$

13. Используя критерий Грама линейной зависимости системы векторов в евклидовом пространстве, выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3, \vec{x}_4 \right\} \subset R^4$:

$$\vec{x}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$

$$\vec{x}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 - \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$

$$\vec{x}_3 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4,$$

$$\vec{x}_4 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3 - \vec{e}_4.$$

14. Пусть $L^3 \left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$ – линейное многообразие в E^4 , а $\vec{x}$ – наклонная к многообразию

L^3 . Найти наименьший угол между вектором $\vec{x}$ и многообразием L^3 , если:

$$\vec{x} = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + 4\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_2 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_3 = \vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 3\vec{e}_4.$$

15. В ортонормированном базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\}$ пространства E^4 задана система векторов

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3 + 4\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_3 = 3\vec{e}_1 - 6\vec{e}_3 - 13\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_4 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3 + 9\vec{e}_4.$$

1) Выяснить, является ли эта система векторов линейно независимой.

2) Найти объём параллелепипеда, построенного на тройке векторов

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}.$$

3) Используя процесс ортогонализации Шмидта, построить на их основе

новый ортонормированный базис пространства R^4 .

16. В пространстве R^5 найти ортонормированный базис ортогонального дополнения линейной оболочки системы векторов:

$$1) \vec{a}_1 = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 2\vec{e}_4 + 2\vec{e}_5,$$

$$\vec{a}_2 = 9\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3 - 4\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 6\vec{e}_3 - \vec{e}_5;$$

$$2) \vec{a}_1 = 4\vec{e}_1 + 10\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + 4\vec{e}_4 - 2\vec{e}_5,$$

$$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3 - 2\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_3 = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + \vec{e}_5.$$

17. Систему строк матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

дополнить двумя строками так, чтобы вся система стала ортогональной.

18. В пространстве R^4 даны две плоскости H_1 и H_2 с направляющими векторами

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\} \subset H_1, \left\{ \vec{b}_1, \vec{b}_2 \right\} \subset H_2,$$

соответственно. Найти наименьший угол, образованный векторами первой плоскости с векторами второй плоскости, если:

$$1) \vec{a}_1 = \vec{e}_1, \vec{a}_2 = \vec{e}_2,$$

$$\vec{b}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \vec{b}_2 = 2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4;$$

$$2) \vec{a}_1 = \vec{e}_1, \vec{a}_2 = \vec{e}_2,$$

$$\vec{b}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \vec{b}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4$$

19. Выяснить, какую линию на плоскости описывает уравнение:

$$1) x_2 = -1 - \frac{3}{5} \sqrt{26 - 2x_1 + x_1^2};$$

$$2) x_1 = -4x_2^2 + 8x_2 - 1;$$

$$3) x_1 = 2 - \sqrt{3 - x_2}.$$

20. Привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка:

$$1) 17x_1^2 + 12x_1x_2 + 8x_2^2 - 80 = 0;$$

$$2) 4x_1x_2 + 3x_2^2 + 16 = 0.$$

21. Привести к каноническому виду уравнение поверхности второго порядка:

$$1) 2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3 + \frac{4}{3}x_1 - \frac{16}{3}x_2 + \frac{32}{3}x_3 + 10 = 0;$$

$$2) \alpha x_1 - 3\sqrt{2}x_2 + 2\sqrt{3}x_3 - 7 = 0,$$

где $\alpha = 5$ или $\alpha = 0$.

ЧАСТЬ 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ И ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

ФУНКЦИЙ ОДНОГО ПЕРЕМЕННОГО

Практическое занятие 1. Понятие предела числовой последовательности

Предварительные сведения

Если каждому натуральному числу n по некоторому закону ставится в соответствие вполне определённое действительное число, то говорят, что задана **бесконечная числовая последовательность**

$$(a_n) = a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, \dots$$

Числа a_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) называются **элементами (членами)** последовательности (a_n) .

Числовая последовательность (a_n) называется **монотонно возрастающей (монотонно убывающей)**, если

$$(\forall n \in N): a_n \leq a_{n+1} \quad (a_n \geq a_{n+1}),$$

и **строго монотонно возрастающей (строго монотонно убывающей)**, если

$$(\forall n \in N): a_n < a_{n+1} \quad (a_n > a_{n+1}).$$

Пусть $\varepsilon \in R^1$ ($\varepsilon > 0$) и $x_0 \in R^1$. Тогда множество

$$U_\varepsilon(x_0) \stackrel{\text{def}}{=} \{x \in R^1 : |x - x_0| < \varepsilon\}$$

называется **ε -окрестностью** числа (точки) x_0 .

Последовательность (x_n) действительных чисел **сходится к действительному числу x_0** , если для каждого (сколь угодно малого) положительного числа ε найдётся номер n_0 , такой, что начиная с этого номера, то есть, для всех номеров $n \geq n_0$, выполняется неравенство

$$|x_n - x_0| < \varepsilon.$$

Пусть (x_n) и (y_n) – числовые последовательности, сходящиеся, соответственно, к пределам x_0 и y_0 :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x_0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = y_0.$$

Тогда справедливы следующие утверждения:

1) если $x_n \equiv C$, где C – некоторая постоянная величина (число), то

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = C;$$

2) существует предел $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n + y_n)$, причём

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n + y_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n + \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = x_0 + y_0;$$

3) существует предел $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n \cdot y_n)$, причём

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n \cdot y_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = x_0 y_0;$$

4) если $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \neq 0$, то существует предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{x_n}$, причём

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{x_n} = \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} x_n} = \frac{1}{x_0}.$$

Примеры с решением

Пример 3.1.1. Показать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1$.

Решение. Действительно, для произвольного $\varepsilon > 0$ имеем:

$$\left| \frac{n+1}{n} - 1 \right| < \varepsilon \Rightarrow \left| \frac{n+1}{n} - 1 \right| = \left| \frac{n+1-n}{n} \right| = \frac{1}{n} < \varepsilon \Rightarrow n > \frac{1}{\varepsilon}.$$

Таким образом, для любого наперёд заданного $\varepsilon > 0$ мы нашли номер $n_0 = \left[\frac{1}{\varepsilon} \right] + 1$, такой, что

$(\forall n \geq n_0) \left| \frac{n+1}{n} - 1 \right| < \varepsilon$, следовательно, 1 является пределом данной последовательности.

⊗

Пример 3.3.1.2. Доказать существование предела последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{1}{2+1} + \frac{1}{2^2+1} + \frac{1}{2^3+1} + \dots + \frac{1}{2^n+1}.$$

Решение. Покажем, что данная последовательность монотонна и ограничена. Из формулы общего члена последовательности имеем:

$$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{2^{n+1}+1} \Rightarrow x_{n+1} > x_n,$$

то есть последовательность монотонно возрастает и ограничена снизу, например, первым элементом x_1 . При любом n , очевидно, $\frac{1}{2^n+1} < \frac{1}{2^n}$. Последовательность ограничена сверху:

$$\begin{aligned} x_n &= \frac{1}{2+1} + \frac{1}{2^2+1} + \frac{1}{2^3+1} + \dots + \frac{1}{2^n+1} < \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} = \\ &= \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2^{n+1}}}{1 - \frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2^n} < 1. \end{aligned}$$

Последовательность монотонна и ограничена, следовательно, по критерию сходимости имеет предел. ⊗

Пример 3.3.1.3. Доказать, что последовательность (x_n) есть бесконечно малая последовательность, если

$$1) x_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}; 2) x_n = \frac{2n}{n^3+1}; 3) x_n = \frac{1}{n!}; 4) x_n = (-1)^n \cdot 0,999^n.$$

Составить для каждого случая таблицу следующего вида:

ε	0,1	0,001	0,0001	...
n_0				

Р е ш е н и е. 1) По определению

$$(\forall \varepsilon > 0) (\exists n_0 \in N): (\forall n \geq n_0) \left| \frac{(-1)^{n+1}}{n} - 0 \right| < \varepsilon.$$

Решаем неравенство:

$$\left| \frac{(-1)^{n+1}}{n} \right| < \varepsilon \Rightarrow \frac{1}{n} < \varepsilon \Rightarrow n > \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow n > \left[\frac{1}{\varepsilon} \right] \Rightarrow n_0 = \left[\frac{1}{\varepsilon} \right] + 1.$$

Таким образом, по произвольному положительному числу ε мы нашли номер $n_0 = n_0(\varepsilon)$ такой, что начиная с этого номера, выполнено определение предела последовательности. Следовательно, последовательность имеет предел, который равен

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 0.$$

Таким образом, последовательность является бесконечно малой последовательностью.

Пусть, например, $\varepsilon = 0,1$. Тогда

$$n_0 = \left[\frac{1}{1/10} \right] + 1 = 11.$$

И так далее, для указанных в таблице значений ε . Искомая таблица принимает вид:

ε	0,1	0,001	0,0001	...
n_0	11	1001	10001	...

2) По определению

$$(\forall \varepsilon > 0) (\exists n_0 \in N): (\forall n \geq n_0) \left| \frac{2n}{n^3 + 1} - 0 \right| < \varepsilon.$$

Решаем неравенство:

$$\left| \frac{2n}{n^3 + 1} \right| < \varepsilon \Rightarrow \frac{2n}{n^3} < \varepsilon \Rightarrow \frac{2}{n^2} < \varepsilon \Rightarrow \frac{n^2}{2} > \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow n > \sqrt{\frac{2}{\varepsilon}} \Rightarrow n > \left[\sqrt{\frac{2}{\varepsilon}} \right] \Rightarrow n_0 = \left[\sqrt{\frac{2}{\varepsilon}} \right] + 1.$$

Таким образом, по произвольному положительному числу ε мы нашли номер $n_0 = n_0(\varepsilon)$ такой, что начиная с этого номера, выполнено определение предела последовательности. Следовательно, последовательность имеет предел, который равен

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n^3 + 1} = 0.$$

Таким образом, последовательность является бесконечно малой последовательностью.

Пусть, например, $\varepsilon = 0,1$. Тогда

$$n_0 = \left[\sqrt{\frac{2}{1/10}} \right] + 1 \approx [4,472] + 1 = 5.$$

И так далее, для указанных в таблице значений ε . Искомая таблица принимает вид:

ε	0,1	0,001	0,0001	...
n_0	5	46	142	...

Остальные примеры решаются аналогично и предлагаются для самостоятельного решения.

⊗

Пример 3.3.1.4. Найти предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{2n^2}{n^2 - 1}.$$

Решение. Преобразуем общий член последовательности:

$$x_n = \frac{2n^2}{n^2 - 1} = 2 \cdot \frac{n}{n-1} \cdot \frac{n}{n+1} = 2 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{n}}.$$

Используя правила действий с пределами последовательностей, имеем:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2}{n^2 - 1} = 2 \cdot \frac{1}{1 - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{1 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}} = 2. \otimes$$

Пример 3.3.1.5. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{(2n+1) \cdot (3n+1)}{n^2}.$$

Решение. Преобразуем общий член последовательности:

$$x_n = \frac{(2n+1) \cdot (3n+1)}{n^2} = \frac{2n+1}{n} \cdot \frac{3n+1}{n} = \left(2 + \frac{1}{n}\right) \cdot \left(3 + \frac{1}{n}\right).$$

Используя правила действий с пределами, имеем:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1) \cdot (3n+1)}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{1}{n}\right) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 + \frac{1}{n}\right) = 2 \cdot 3 = 6. \otimes$$

Пример 3.3.1.6. Найти предел последовательности с общим членом

$$x_n = \sqrt{n^2 + n} - n.$$

Решение. Имеем неопределённость вида $[\infty - \infty]$. Преобразуем формулу для общего члена:

$$\sqrt{n^2 + n} - n = \frac{(\sqrt{n^2 + n} - n)(\sqrt{n^2 + n} + n)}{\sqrt{n^2 + n} + n} = \frac{n}{\sqrt{n^2 + n} + n} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{n}} + 1}.$$

Вычисляем предел последовательности:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{n}} + 1} = \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{1 + \frac{1}{n}} + 1} = \frac{1}{2}. \otimes$$

Пример 3.3.1.7. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)}.$$

Решение. Преобразуем формулу для общего члена последовательности:

$$\begin{aligned} x_n &= \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = \\ &= 1 - \frac{1}{n+1}. \end{aligned}$$

Теперь

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = 1. \otimes$$

Пример 3.3.1.8 (неперово число e). Показать, что последовательность с общим членом

$$x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

сходится, то есть, существует предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \equiv \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e.$$

Решение. Приведём значение этого числа, применяемое в обычных расчётах, не требующих слишком большой точности: $e = 2,71828\dots$

Приступим к строгому исследованию данного предела. Докажем сходимость последователь-

ность $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

Покажем, что

$$(\forall b > -1) \wedge (\forall n \in N) (1+b)^n \geq 1+nb.$$

Для этого применим индукцию по n :

1) при $n=1$ имеем $1+b \geq 1+b$, что всегда выполняется;

2) предположим, что $(\forall n=k) (1+b)^k \geq 1+kb$;

3) покажем, что $(\forall b > -1) \wedge (n=k+1) (1+b)^{k+1} \geq 1+(k+1)b$.

Справедливость заключения следует из цепочки выкладок:

$$(1+b)^{k+1} = (1+b)^k (1+b) \geq (1+b)(1+kb) = 1+kb+b+kb^2 \geq 1+(k+1)b,$$

так как $kb^2 > 0$.

Так как неравенство справедливо при $n=1$, оно справедливо и при любом $n \in N$. Итак,
 $(\forall b > -1)$ и $(\forall n \in N)$

$$(1+b)^n \geq 1+nb. \quad (1)$$

Рассмотрим последовательность с общим членом

$$y_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}.$$

Для этой последовательности

$$\begin{aligned} \frac{y_{n-1}}{y_n} &= \frac{\left(1 + \frac{1}{n-1}\right)^n}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}} = \frac{n^{2n+1} \cdot (n-1)}{(n-1)^n \cdot (n+1)^{n+1} \cdot (n-1)} = \\ &= \frac{(n^2)^{n+1} \cdot (n-1)}{(n^2-1)^{n+1} \cdot n} = \frac{(n^2-1+1)^{n+1} \cdot n-1}{(n^2-1)^{n+1} \cdot n} = \\ &= \left(\frac{n^2-1+1}{n^2-1}\right)^{n+1} \cdot \frac{n-1}{n} = \left(1 + \frac{1}{n^2-1}\right)^{n+1} \cdot \frac{n-1}{n} \geq \{используем(1)\} \geq \\ &\geq \left(1 + (n+1) \cdot \frac{1}{n^2-1}\right) \cdot \frac{n-1}{n} = \left(1 + \frac{1}{n-1}\right) \cdot \frac{n-1}{n} = 1. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$(\forall n \in N) \frac{y_{n-1}}{y_n} \geq 1$$

а, следовательно, $y_n \leq y_{n-1}$, то есть, последовательность с общим членом

$$y_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$$

монотонно убывает. Так как

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} > 1,$$

эта последовательность ограничена снизу. Но тогда по критерию сходимости ограниченной последовательности данная последовательность сходится.

Далее имеем:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1},$$

где использовано, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right) = 1.$$

Так как предел в правой части равенства существует

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} = e,$$

то существует и предел левой части. Итак, предел существует и обозначается

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n. \otimes$$

Пример 3.3.1.9. Доказать неравенство Бернулли:

$$(1 + x_1)(1 + x_2) \dots (1 + x_n) \geq 1 + x_1 + x_2 + \dots + x_n.$$

Р е ш е н и е. Неравенство справедливо при $n = 1, 2$, что легко проверяется.

Например, для $n = 2$ имеем:

$$(1 + x_1)(1 + x_2) = 1 + x_1 + x_2 + x_1 x_2 \geq 1 + x_1 + x_2.$$

Предположим, что неравенство справедливо при $n = k$, то есть

$$(1 + x_1)(1 + x_2) \dots (1 + x_k) \geq 1 + x_1 + x_2 + \dots + x_k$$

и покажем, что оно справедливо и при $n = k + 1$. Имеем:

$$\begin{aligned} (1 + x_1)(1 + x_2) \dots (1 + x_k)(1 + x_{k+1}) &\geq (1 + x_1 + x_2 + \dots + x_k)(1 + x_{k+1}) = \\ &= 1 + x_1 + x_2 + \dots + x_k + x_{k+1} + (1 + x_1 + x_2 + \dots + x_k)x_{k+1} \geq \\ &\geq 1 + x_1 + x_2 + \dots + x_k + x_{k+1}. \end{aligned}$$

По заключению индукции неравенство справедливо при любом $k = n$. $\otimes$

Пример 3.3.1.10. Показать, что если $x > -1$, то

$$(1+x)^n \geq 1+nx \quad (n > 1),$$

причём знак равенства имеет место только при $x = 0$.

Решение. Полагая в неравенстве предыдущего примера

$$x_1 = x_2 = \dots = x_n = x,$$

получаем требуемое неравенство. $\otimes$

Пример 3.3.1.11. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = n[\ln(n+3) - \ln n].$$

Решение. Преобразуем формулу для общего члена:

$$x_n = n[\ln(n+3) - \ln n] = \ln \left(\frac{n+3}{n} \right)^n = 3 \cdot \ln \left(1 + \frac{1}{n/3} \right)^{n/3}.$$

Переходя к пределу, имеем:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 3 \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left(1 + \frac{1}{n/3} \right)^{n/3} = 3 \cdot \ln e = 3. \quad \otimes$$

Пример 3.3.1.12. Доказать, что последовательность (a^n) является:

- 1) бесконечно большой последовательностью при $|a| > 1$;
- 2) бесконечно малой последовательностью при $|a| < 1$.

Решение. 1) Пусть $|a| > 1$. Покажем, что последовательность (a^n) удовлетворяет определению бесконечно большой последовательности, то есть $(\forall A > 0) (\exists n_0 \in \mathbb{N}): (\forall n \geq n_0)$

$$|a|^n > A. \quad (1)$$

Зададимся произвольным числом $A > 0$. Для нахождения номера n_0 решим неравенство (1) относительно номера. Получим

$$\log_{|a|} |a|^n > \log_{|a|} A \Rightarrow n > \log_{|a|} A \Rightarrow n > \lfloor \log_{|a|} A \rfloor.$$

Следовательно, выполнение неравенства (1) начинается с номера

$$n_0 = \lfloor \log_{|a|} A \rfloor + 1.$$

Что и требовалось доказать.

2) Пусть $|a| < 1$. Если $a = 0$, то $(\forall n \in \mathbb{N}) a^n = 0$ и, следовательно, последовательность (a^n) бесконечно малая. Пусть $a \neq 0$. Тогда

$$a^n = \left(\left(\frac{1}{a} \right)^n \right)^{-1}. \quad (2)$$

Так в этом случае $\frac{1}{|a|} > 1$, то последовательность $\left(\frac{1}{a^n} \right)$ является бесконечно большой последовательностью, последовательность

$$a^n = \left(\left(\frac{1}{a} \right)^n \right)^{-1}$$

– бесконечно малой последовательностью. Поэтому в силу (2) при $|a| < 1$ последовательность (a^n) – бесконечно малая последовательность. $\otimes$

Пример 3.3.1.13. Показать, что если (x_n) – сходящаяся последовательность, а (y_n) – бесконечно большая последовательность, то последовательность

$$(z_n) = (x_n + y_n)$$

– бесконечно большая последовательность.

Решение. Покажем, что

$$(\forall A > 0) (\exists n_0 \in N): (\forall n \geq n_0) |x_n + y_n| > A.$$

В силу критерия сходимости последовательности сходящаяся последовательность (x_n) ограничена, то есть

$$(\exists M > 0): (\forall n \in N) |x_n| < M. \quad (1)$$

Пусть задано произвольное $A > 0$. Так как последовательность (y_n) бесконечно большая, то для числа $A + M$

$$(\exists n_0 \in N): (\forall n \geq n_0) |y_n| > A + M. \quad (2)$$

Из неравенств (1) и (2) получаем: $|x_n + y_n| \geq |y_n| - |x_n| > A + M - M = A$.

Что и требовалось доказать. $\otimes$

Пример 3.3.1.14. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{\sqrt{n}}{n+1} \cos n. \quad (1)$$

Решение. Так как $(\forall x \in R^1) |\cos x| < 1$, то последовательность $(\cos n)$ ограничена.

Покажем, что последовательность $\left(\frac{\sqrt{n}}{n+1} \right)$ – бесконечно малая последовательность. Действительно,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{1 + \frac{1}{n}} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}}}{\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)} = 0.$$

По свойствам бесконечно малых последовательностей произведение ограниченной последовательности на бесконечно малую последовательность, то есть последовательность с общим членом (1), является бесконечно малой последовательностью и, следовательно,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{n+1} \cos n = 0. \otimes$$

Практическое занятие 2. Непрерывность и предел функции

Предварительные сведения

Функция $f: M \rightarrow f(M)$ называется **непрерывной в точке** $x_0 \in M$, если для каждой последовательности (x_n) точек множества M , сходящейся к точке x_0 , последовательность $(f(x_n))$ соответствующих значений функции f сходится к значению $f(x_0)$ функции в этой точке (определение непрерывности по Гейне).

Функция $f: M \rightarrow f(M)$ называется **непрерывной в точке** $x_0 \in M$, если

$$(\forall \varepsilon > 0) (\exists \delta > 0): |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$$

(определение непрерывности по Коши).

Говорят, что функция f , определённая на множестве M , имеет **предел** C при $x \rightarrow x_0$, и пишут

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = C,$$

если для каждой последовательности точек

$$x_n \in M - \{x_0\}: \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x_0,$$

последовательность $(f(x_n))$ соответствующих значений функции сходится к точке (числу) C , то есть

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = C.$$

Говорят, что функция f , определённая на множестве M , имеет предел C при $x \rightarrow x_0$, и при этом пишут

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = C,$$

если для произвольного числа $\varepsilon > 0$ найдётся такое число $\delta > 0$, что для всех точек x удовлетворяющих условию $|x - x_0| < \delta$, выполняется неравенство

$$|f(x) - C| < \varepsilon.$$

Пусть x_0 – предельная точка множества M . Функция $\alpha: M \rightarrow \mathbb{R}$ называется **бесконечно малой функцией** при условии $x \rightarrow x_0$, если

$$(\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta > 0): |x - x_0| < \delta \Rightarrow |\alpha(x)| < \varepsilon.$$

Пусть f и g – две действительные функции, имеющие одно и то же множество определения

$M \subset \mathbb{R}^1$, $\alpha \in \mathbb{R}^1$ – некоторое действительное число, а x_0 – предельная точка множества M . Тогда

если пределы этих функций в точке x_0 существуют и соответственно равны

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a, \quad \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = b,$$

где $a, b \in \mathbb{R}^1$, то справедливы следующие правила выполнения рациональных операций с пределами функций:

$$1) \lim_{x \rightarrow x_0} (\alpha f)(x) = \alpha \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \alpha a;$$

$$2) \lim_{x \rightarrow x_0} (f \pm g)(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = a \pm b;$$

$$3) \lim_{x \rightarrow x_0} (fg)(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = ab;$$

$$4) \lim_{x \rightarrow x_0} \left(\frac{f}{g} \right)(x) = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)} = \frac{a}{b}, \text{ если } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \neq 0.$$

Примеры с решением

Пример 3.3.1.15. Вычислить предел функции в точке: $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 + x + 5)$.

Решение. Выбираем произвольную последовательность значений аргумента (x_n) , сходящуюся к 1, то есть такую, что $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 1$. Используем определение по Гейне:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 + x + 5) &= \lim_{n \rightarrow \infty} (3x_n^2 + x_n + 5) = \\ &= 3 \lim_{n \rightarrow \infty} x_n^2 + \lim_{n \rightarrow \infty} x_n + \lim_{n \rightarrow \infty} 5 = 3 + 1 + 5 = 9. \otimes\end{aligned}$$

Пример 3.3.1.16. Показать, что $\lim_{x \rightarrow 6} (2x - 5) = 7$.

Решение. Выбираем произвольное $\varepsilon > 0$. Найдём для него такое $\delta > 0$, что из неравенства

$$|x - 6| < \delta \Rightarrow 6 - \delta < x < 6 + \delta. \quad (1)$$

будет следовать неравенство

$$|(2x - 5) - 7| < \varepsilon.$$

Производя тождественные преобразования, получаем:

$$\begin{aligned}|(2x - 5) - 7| < \varepsilon &\Rightarrow |2x - 12| < \varepsilon \Rightarrow 2|x - 6| < \varepsilon \Rightarrow |x - 6| < \frac{\varepsilon}{2} \\ &\Rightarrow 6 - \frac{\varepsilon}{2} < x < 6 + \frac{\varepsilon}{2}. \quad (2)\end{aligned}$$

Сравнивая (1) и (2), получаем, что

$$\delta = \frac{\varepsilon}{2}.$$

Последнее и доказывает, что $\lim_{x \rightarrow 6} (2x - 5) = 7$. $\otimes$

Пример 3.3.1.17. Показать, что

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{15x^2 - 2x - 1}{x - \frac{1}{3}} = 8.$$

Решение. По определению предела нужно чтобы выполнялось условие:

$$(\forall \varepsilon > 0) (\exists \delta > 0): \left| x - \frac{1}{3} \right| < \delta \Rightarrow \left| \frac{15x^2 - 2x - 1}{x - \frac{1}{3}} - 8 \right| < \varepsilon.$$

Решаем неравенство

$$\left| \frac{15x^2 - 2x - 1}{x - \frac{1}{3}} - 8 \right| < \varepsilon \Leftrightarrow \left| \frac{15 \left(x - \frac{1}{3} \right) \left(x + \frac{1}{5} \right)}{x - \frac{1}{3}} - 8 \right| < \varepsilon \Leftrightarrow$$

$$|15x - 5| < \varepsilon \Leftrightarrow \frac{1}{3} - \frac{\varepsilon}{15} < x < \frac{1}{3} + \frac{\varepsilon}{15}.$$

Таким образом, как только

$$x \in \left(\frac{1}{3} - \frac{\varepsilon}{15}, \frac{1}{3} \right) \cup \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3} + \frac{\varepsilon}{15} \right),$$

так сразу

$$\left| \frac{15x^2 - 2x - 1}{x - \frac{1}{3}} - 8 \right| < \varepsilon.$$

Из этого следует, что $\delta = \frac{\varepsilon}{15}$. Итак,

$$(\forall \varepsilon > 0) \left| x - \frac{1}{3} \right| < \frac{\varepsilon}{15} \Rightarrow \left| \frac{15x^2 - 2x - 1}{x - \frac{1}{3}} - 8 \right| < \varepsilon,$$

а значит $\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{15x^2 - 2x - 1}{x - \frac{1}{3}} = 8. \otimes$

Пример 3.3.1.18. Найти предел функции в точке: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{3x^2 + x - 4}.$

Р е ш е н и е. Непосредственно перейти к пределу в числителе и знаменателе нельзя, так как

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{3x^2 + x - 4} = \left[\frac{0}{0} \right], \text{ то есть получаем так называемую } \textit{неопределённость вида } \frac{0}{0}. \text{ Для «рас-}$$

крытия» этой неопределённости разложим числитель и знаменатель на множители, предварительно приравняв их к нулю ($x^2 - 3x + 2 = 0$, $3x^2 + x - 4 = 0$) и решив соответствующие квадратные уравнения. В результате получаем:

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{3x^2 + x - 4} = \frac{(x-2)(x-1)}{3(x-1)\left(x + \frac{4}{3}\right)}.$$

Так как $x \rightarrow 1$, но $x \neq 1$, то на множитель $(x-1)$, дающий в пределе $x \rightarrow 1$ нуль, можно сократить. В результате получаем:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{3x^2 + x - 4} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-2)}{3\left(x + \frac{4}{3}\right)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\lim_{x \rightarrow 1} (x-2)}{\lim_{x \rightarrow 1} \left(x + \frac{4}{3}\right)} = -\frac{1}{7}. \otimes$$

Пример 3.3.1.19. Пользуясь определением непрерывности по Коши, показать, что функция $f(x) = 5x^2 + 5$ непрерывна в точке $x_0 = 8$.

Р е ш е н и е. Значение функции в точке $x_0 = 8$ равно $f(8) = 325$. По определению функция будет в точке $x_0 = 8$ непрерывной, если

$$(\forall \varepsilon > 0) (\exists \delta > 0): |x - 8| < \delta \Rightarrow |5x^2 + 5 - 325| < \varepsilon.$$

Решаем последнее неравенство, чтобы найти промежуток числовой оси M такой, что как только $x \in M$, так сразу $|5x^2 + 5 - 325| < \varepsilon$. Имеем:

$$|5x^2 + 5 - 325| < \varepsilon \Rightarrow |5x^2 - 320| < \varepsilon \Rightarrow 64 - \frac{\varepsilon}{5} < x^2 < 64 + \frac{\varepsilon}{5} \Rightarrow$$

$$\sqrt{64 - \frac{\varepsilon}{5}} < x < \sqrt{64 + \frac{\varepsilon}{5}}.$$

Таким образом,

$$x \in \left(\sqrt{64 - \frac{\varepsilon}{5}}, \sqrt{64 + \frac{\varepsilon}{5}} \right) \Rightarrow |(5x^2 + 5) - 325| < \varepsilon,$$

а это и означает, что функция в точке $x_0 = 8$ непрерывна. $\otimes$

Пример 3.3.1.20. Найти и классифицировать точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x, & x \leq 0; \\ \cos x, & 0 < x < \frac{\pi}{2}; \\ 0, & x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Решение. Функция непрерывна в промежутках

$$(-\infty, 0], \left(0, \frac{\pi}{2}\right), \left[\frac{\pi}{2}, +\infty\right).$$

Исследуем функцию в точках 0 и $\frac{\pi}{2}$.

Так как

$$\lim_{x \rightarrow 0-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0-0} (2 - x) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 0+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0+0} \cos x = 1,$$

то $x = 0$ является точкой разрыва первого рода, в ней функция испытывает скачок

$$\lim_{x \rightarrow 0-0} f(x) - \lim_{x \rightarrow 0+0} f(x) = 2.$$

Далее имеем:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} \cos x = 0, \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}+0} 0 = 0.$$

Так как $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$, то

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}+0} f(x) = f\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

и функция в точке $x = \frac{\pi}{2}$ непрерывна. Таким образом, функция непрерывна на всей числовой оси

$\mathbb{R}$, кроме точки $x = 0$, которая является точкой разрыва первого рода. $\otimes$

Пример 3.3.1.21. Найти точки разрыва функции, определённой формулой

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3x^2 - 9}, & x \neq 3, \\ 1, & x = 3. \end{cases}$$

Если точки разрыва существуют, то дать их классификацию.

Решение. Вычислим односторонние пределы при $x \rightarrow 3$:

$$\lim_{x \rightarrow 3-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3-0} \frac{1}{3x^2 - 9} = \frac{1}{18};$$

$$\lim_{x \rightarrow 3+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3+0} \frac{1}{3x^2 - 9} = \frac{1}{18}.$$

Итак, пределы слева и справа существуют, равны, но не равны значению функции в точке $x = 3$:

$$\lim_{x \rightarrow 3-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3+0} f(x) = \frac{1}{18} \neq 1.$$

Имеем точку разрыва первого рода, а именно, точку устранимого разрыва. $\otimes$

Пример 3.3.1.22. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \sin x}{1 - \cos x}.$$

Решение. Непосредственно вычислить предел нельзя. Поэтому заметим, что

$$\lim_{x \rightarrow 0} (2x \cdot \sin x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) = 0.$$

Таким образом, функции в числителе и знаменателе при $x \rightarrow 0$ являются бесконечно малыми функциями.

Для нахождения предела их отношения заменим эти функции эквивалентными бесконечно малыми при $x \rightarrow 0$ функциями. Вспомним, что

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1,$$

то есть, $\sin x \approx x$ при $x \rightarrow 0$.

Далее, вспоминая, что $1 - \cos x = 2 \sin^2 \frac{x}{2}$ и заменяя $\sin \frac{x}{2} \approx \frac{x}{2}$, получим, что

$$1 - \cos x = 2 \sin^2 \frac{x}{2} \approx 2 \frac{x^2}{4} = \frac{x^2}{2}.$$

Теперь предел легко находится как предел отношения эквивалентных бесконечно малых функций:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \sin x}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot x}{\frac{x^2}{2}} = 4. \quad \otimes$$

Практическое занятие 3. Дифференцируемость функции одного переменного

Предварительные сведения

Пусть $M \subset R^1$ – допустимое множество. Действительная функция $f: M \rightarrow R$ называется **дифференцируемой в точке** $x_0 \in M$, если выполняется условие:

$$(\exists U(x_0) \subset M): (\forall x \in U(x_0))$$

$$f(x) = f(x_0) + D(x_0) \cdot (x - x_0) + o(x - x_0),$$

где $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{o(x - x_0)}{x - x_0} = 0$.

Пусть f – функция, определённая на множестве $M \subset R^1$ и дифференцируемая в точке $x_0 \in M$. Тогда величина $D(x_0)$, определённая предельным соотношением

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = D(x_0),$$

называется **первой производной функции f в точке x_0** и обозначается

$$\frac{df}{dx}(x_0) \equiv f'(x_0) \equiv f^{(1)}(x_0).$$

Линейная по смещению $x - x_0$ часть

$$df(x_0) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{df}{dx}(x_0)(x - x_0) \equiv f'(x_0)(x - x_0)$$

приращения функции

$$\Delta f(x_0) = f(x) - f(x_0)$$

дифференцируемой в точке x_0 функции f , называется **первым дифференциалом** этой функции в точке x_0 .

Пусть функции f, f_1, f_2 определены на одном и том же множестве M и дифференцируемы в точке $x_0 \in M$. Тогда справедливы следующие утверждения:

1) сумма $f_1 + f_2$ дифференцируема в точке x_0 и имеет место формула

$$\frac{d(f_1 + f_2)}{dx}(x_0) = \frac{df_1}{dx}(x_0) + \frac{df_2}{dx}(x_0);$$

2) если $c \in \mathbb{R}^1$, то функция cf дифференцируема в точке x_0 и имеет место формула

$$\frac{d(cf)}{dx}(x_0) = c \frac{df}{dx}(x_0);$$

3) произведение $f_1 f_2$ дифференцируемо в точке x_0 и имеет место формула

$$\frac{d(f_1 f_2)}{dx}(x_0) = \frac{df_1}{dx}(x_0) f_2(x_0) + f_1(x_0) \frac{df_2}{dx}(x_0);$$

4) если $f(x_0) \neq 0$, то функция $1/f$ дифференцируема в точке x_0 и имеет место формула

$$\frac{d\left(\frac{1}{f}\right)}{dx}(x_0) = -\frac{1}{[f(x_0)]^2} \frac{df}{dx}(x_0);$$

5) если $f_2(x_0) \neq 0$, то частное f_1/f_2 дифференцируемо в точке x_0 и имеет место формула

$$\frac{d\left(\frac{f_1}{f_2}\right)}{dx}(x_0) = \frac{1}{[f_2(x_0)]^2} \left[\frac{df_1}{dx}(x_0) f_2(x_0) - f_1(x_0) \frac{df_2}{dx}(x_0) \right].$$

Примеры с решением

Пример 3. 2.1. Найти производную функцию и дифференциал для функции, определённой формулой

$$f(x) = 4x^5 - 25x^{1/5} - 2\sqrt{x^3} + 7\sqrt[4]{x^{17}}.$$

Решение. Для решения задачи используем правило вычисления производной суммы (дифференцируемых) функций, правило вычисления производной функции на число, а также табличную производную $(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(4x^5 - 25x^{1/5} - 2\sqrt{x^3} + 7\sqrt[4]{x^{17}} \right)' = \\ &= \left(4x^5 - 25x^{1/5} - 2x^{3/2} + 7x^4 \right)' = 20x^4 - 5x^{-4/5} - 3x^{1/2} + \frac{119}{4}x^{13/4} = \end{aligned}$$

$$= 20x^4 - \frac{5}{\sqrt[5]{x^4}} - 3\sqrt{x} + \frac{119}{4}\sqrt[4]{x^{13}}.$$

Так как дифференциал функции (в произвольной точке x) $df(x) = f'(x)dx$, то имеем:

$$df(x) = \left(20x^4 + 9x^2 - \frac{5}{\sqrt[5]{x^4}} - 3\sqrt{x} + \frac{119}{4}\sqrt[4]{x^{13}} \right) dx. \otimes$$

Пример 3. 2.2. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{g_1(x)}{g_2(x)} = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x + 5}.$$

Решение. В этом примере следует воспользоваться правилом дифференцирования частного двух (дифференцируемых) функций

$$f'(x) = \left(\frac{g_1}{g_2} \right)'(x) = \frac{g_1'(x) \cdot g_2(x) - g_1(x) \cdot g_2'(x)}{[g_2(x)]^2},$$

для чего вычислим сначала производные числителя и знаменателя:

$$f'(x) = (x^2 - 2x + 3)' = 2x - 2, \quad g'(x) = (x^2 + 2x + 5)' = 2x + 2$$

(здесь мы воспользовались тем, что согласно таблице производных производная постоянной равна нулю, а производная степенной функции вычисляется по формуле $(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$).

Теперь используем правило дифференцирования частного:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left[\frac{g_1(x)}{g_2(x)} \right]' = \frac{g_1'(x) \cdot g_2(x) - g_1(x) \cdot g_2'(x)}{[g_2(x)]^2} = \left[\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x + 5} \right]' = \\ &= \frac{(2x - 2)(x^2 + 2x + 5) - (x^2 - 2x + 3)(2x + 2)}{(x^2 + 2x + 5)^2} = \\ &= \frac{4x^2 + 4x - 16}{(x^2 + 2x + 5)^2} = 4 \frac{x^2 + x - 4}{(x^2 + 2x + 5)^2}. \otimes \end{aligned}$$

Пример 3. 2.3. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = a^2 \cdot (x - a) \cdot (x^2 + ax + a^2) + x^2 - 2bx + b^2,$$

и вычислить $f'(5)$ при $a = 3, b = 10$.

Р е ш е н и е. Имеем:

$$\begin{aligned} f'(x) &= [a^2 \cdot (x-a) \cdot (x^2 + ax + a^2) + x^2 - 2bx + b^2]' = \\ &= a^2(x^3 - a^3)' + (x^2 - 2bx + b^2)' = 3a^2x^2 + 2(x-b). \end{aligned}$$

Далее получаем при $a = 3, b = 10$:

$$f'(5) = 3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 + 2 \cdot (5 - 10) = 675 - 10 = 665. \otimes$$

Пример 3. 2.4. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{x^2 + 2 \cos x}{\sin x}.$$

Р е ш е н и е. Используя правило дифференцирования частного двух функций и табличные производные для синуса и косинуса, имеем:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{d}{dx} \left[\frac{x^2 + 2 \cos x}{\sin x} \right] = \frac{(2x - 2 \sin x) \cdot \sin x - (x^2 + 2 \cos x) \cdot \cos x}{\sin^2 x} = \\ &= \frac{2x \sin x - x^2 \cos x - 2(\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin^2 x} = \frac{2x \sin x - x^2 \cos x - 2}{\sin^2 x} = \\ &= \frac{2x}{\sin x} - x^2 \frac{\operatorname{ctg} x}{\sin x} - \frac{2}{\sin^2 x}. \otimes \end{aligned}$$

Пример 3. 2.5. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}}.$$

Р е ш е н и е. Используя правило дифференцирования частного двух функций и формулу дифференцирования композиции функций

$$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x),$$

имеем:

$$f'(x) = \frac{(2x-1)' \sqrt{x^2+1} - (\sqrt{x^2+1})'(2x-1)}{(\sqrt{x^2+1})^2} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2\sqrt{x^2+1} - \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} (x^2+1)' (2x-1)}{x^2+1} = \\
&= \frac{2\sqrt{x^2+1} - \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} 2x(2x-1)}{x^2+1} = \frac{2x^2+2-2x^2+x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} = \\
&= \frac{x+2}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} = \frac{x+2}{(x^2+1)^{3/2}}. \otimes
\end{aligned}$$

Пример 3. 2.6. Найти производную функцию для функции, действие которой определено формулой

$$f(x) = \ln(x+1+\sqrt{x^2+2x+3}).$$

Р е ш е н и е. Используя правила рациональных операций с производными функций и табличную производную от логарифма, получаем:

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \left[\ln(x+1+\sqrt{x^2+2x+3}) \right]' = \\
&= \frac{1}{x+1+\sqrt{x^2+2x+3}} \cdot (x+1+\sqrt{x^2+2x+3})' = \\
&= \frac{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+3}} \cdot 2 \cdot (x+1)}{x+1+\sqrt{x^2+2x+3}} = \\
&= \frac{x+1+\sqrt{x^2+2x+3}}{(x+1+\sqrt{x^2+2x+3}) \cdot (\sqrt{x^2+2x+3})} = \\
&= \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+3}}. \otimes
\end{aligned}$$

Пример 3. 2.7. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}, \text{ и вычислить производные } f'(e), f'\left(\frac{1}{e}\right), f'(e^2).$$

Р е ш е н и е. Сначала находим производную функцию:

$$f'(x) = \frac{d}{dx} \left(\frac{\ln x}{x} \right)' = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}.$$

Вычисляем производные в указанных точках:

$$f'(e) = \frac{1 - \ln e}{e^2} = 0; \quad f'\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1 - \ln\left(\frac{1}{e}\right)}{\left(\frac{1}{e}\right)^2} = \frac{1 + 1}{\frac{1}{e^2}} = 2e^2;$$

$$f'(e^2) = \frac{1 - 2 \ln e}{(e^2)^2} = \frac{1 - 2}{e^4} = -e^{-4}. \otimes$$

Пример 3. 2.8. Найти производную функцию $f''(x)$ для функции f , если $f(x) = e^{-x^2}$.

Решение. Используя формулу для нахождения производной сложной функции, имеем:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (e^{-x^2})' = e^{-x^2} \cdot (-1) \cdot 2x = -2x \cdot e^{-x^2}, \\ f''(x) &= (-2x \cdot e^{-x^2})' = -2 \cdot e^{-x^2} - 2x \cdot (-2x \cdot e^{-x^2}) = (4x^2 - 2) \cdot e^{-x^2} = \\ &= 2 \cdot (2x^2 - 1) \cdot e^{-x^2}. \otimes \end{aligned}$$

Пример 3. 2.9^{*}. Найти производную функцию $f'''(x)$ для функции f , если $f(x) = x^2 \cdot \sin x$.

Решение. Используя формулу для нахождения производной сложной функции, имеем:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x^2 \cdot \sin x)' = 2x \sin x + x^2 \cos x; \\ f''(x) &= 2 \sin x + 4x \cos x - x^2 \sin x; \\ f'''(x) &= 6 \cos x - 6x \sin x - x^2 \cos x. \otimes \end{aligned}$$

Рассмотрим случай мультипликативных функций, которые могут быть записаны в виде $(\forall x \in M)$

$$f(x) = g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \dots g_m^{\alpha_m}(x),$$

где $M \subset R^1$ – общее множество определения для функций $g_k^{\alpha_k}(x)$, а числа α_k ($k = 1, 2, \dots, m$) – показатели степени. Предположим, что функция f удовлетворяет условию

$$(\forall x \in M) f(x) = g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \dots g_m^{\alpha_m}(x) > 0.$$

Найти производную функции $f(x)$, очевидно, затруднительно даже для малых ($k = 1, 2, \dots$). Поступим следующим образом.

Введём новую функцию:

$$u(x) = \ln f(x) = \ln [g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \dots g_m^{\alpha_m}(x)].$$

Нетрудно видеть, что эта функция имеет вид

$$\begin{aligned} u(x) &= \ln f(x) = \ln [g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \dots g_m^{\alpha_m}(x)] = \\ &= \alpha_1 \ln g_1(x) + \alpha_2 \ln g_2(x) + \dots + \alpha_m \ln g_m(x). \end{aligned}$$

Дифференцируя функцию

$$u(x) = \ln f(x)$$

с учётом последнего равенства, получаем:

$$u'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} \Rightarrow f'(x) = f(x) \cdot u'(x);$$

$$u'(x) = \alpha_1 \frac{g_1'(x)}{g_1(x)} + \alpha_2 \frac{g_2'(x)}{g_2(x)} + \dots + \alpha_m \frac{g_m'(x)}{g_m(x)}.$$

Из последних двух равенств следует, что

$$\begin{aligned} f'(x) &= f(x) \cdot u'(x) = \\ &= g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \dots g_m^{\alpha_m}(x) \left[\alpha_1 \frac{g_1'(x)}{g_1(x)} + \alpha_2 \frac{g_2'(x)}{g_2(x)} + \dots + \alpha_m \frac{g_m'(x)}{g_m(x)} \right]. \end{aligned}$$

Выражение

$$u' = (\ln(f(x)))' = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

называется *логарифмической производной функции* $f(x)$.

Пример 3. 2.10. Найти производную функцию для функции

$$f(x) = \frac{x}{(x+1) \cdot (x+2)}.$$

Решение. Имеем:

$$u = \ln f = \ln x - \ln(x+1) - \ln(x+2).$$

Далее получаем:

$$u' = \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} = \frac{-(x^2-2)}{x \cdot (x+1) \cdot (x+2)}.$$

Используя формулу для логарифмической производной, имеем

$$\begin{aligned} f'(x) &= f(x) \cdot u'(x) = \\ &= \frac{x}{(x+1) \cdot (x+2)} \cdot \frac{-(x^2-2)}{x \cdot (x+1) \cdot (x+2)} = \frac{-(x^2-2)}{(x+1)^2 \cdot (x+2)^2}. \otimes \end{aligned}$$

Пример 3. 2.11 ^{*)}. Найти производную функцию для функции

$$f(x) = x^2 \cdot \sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}.$$

Решение. Логарифмируя, имеем:

$$u(x) = \ln f(x) = 2 \ln x + \frac{1}{2} \ln(2x-1) - \frac{1}{2} \ln(x+1).$$

Откуда получаем

$$\begin{aligned} u'(x) &= \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{2}{x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{2x-1} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x+1} = \frac{8x^2+7x-4}{2 \cdot x \cdot (x+1) \cdot (2x-1)}, \\ f'(x) &= x^2 \sqrt{\frac{2x-1}{x+1}} \cdot \frac{8x^2+7x-4}{2 \cdot x \cdot (x+1) \cdot (2x-1)} = \frac{x \cdot (8x^2+7x-4)}{2 \cdot (x+1) \cdot (2x-1)} \cdot \sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}. \otimes \end{aligned}$$

Если функция, определённая формулой $y = f(x)$, задана неявно, то есть посредством уравнения $F(x, y) = 0$, то для нахождения производной функции нужно продифференцировать это уравнение (то есть, обе его части) по x , помня, что $y = f(x)$, и разрешить уравнение относительно y' .

Пример 3. 2.12. Найти первую производную функцию для функции $y = f(x)$, заданной неявно уравнением

$$y = \cos(x + y).$$

Решение. Дифференцируем обе части уравнения

$$y = \cos(x + y),$$

помня, что $y = f(x)$, получаем:

$$y' = (\cos(x + y))' = -\sin(x + y) \cdot (1 + y'),$$

откуда имеем $y' = \frac{-\sin(x + y)}{1 + \sin(x + y)}$. $\otimes$

Пример 3. 2.13. Найти вторую производную функцию для функции $y = f(x)$, заданной неявно уравнением

$$y^3 - 3y + 3x = 1.$$

Решение. Дифференцируя по x обе части уравнения, имеем

$$3y^2 y' - 3y' + 3 = 0 \Rightarrow y^2 y' - y' + 1 = 0,$$

откуда

$$y' = \frac{1}{1 - y^2}.$$

Дифференцируя ещё раз, получаем

$$2yy' y' + y^2 y'' - y'' = 0,$$

откуда имеем

$$y'' = \frac{2y(y')^2}{1 - y^2}.$$

Заменяя y' полученным выше выражением, получаем окончательно:

$$y'' = \frac{2y(y')^2}{1 - y^2} = \frac{2y}{(1 - y^2)^3}. \otimes$$

Пусть функция $y = f(x)$ задана параметрически, то есть

$$\begin{cases} y = \psi(t), \\ x = \varphi(t). \end{cases}$$

Тогда

$$dy = \psi'(t)dt, \quad dx = \varphi'(t)dt,$$

откуда имеем:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}, \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dx}\right)}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}\right)}{\varphi'(t)}.$$

Пример 3. 2.14. Найти первую и вторую производную функцию для функции y , заданной параметрически

$$\begin{cases} y = t^2 - 1, \\ x = t^3 + 5. \end{cases}$$

Решение. Непосредственно находим:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y'(t)}{x'(t)} = \frac{2}{3t^2}; \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dx}\right)}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{2}{3t^2}\right)}{3t^2} = -\frac{2}{3t^3}.$$

Так как из второго уравнения для x имеем $t = \sqrt[3]{x-5}$, отсюда получаем:

$$y_{xx}'' = \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{2}{3 \cdot \sqrt[3]{(x-5)^2}}. \quad \otimes$$

Пример 3. 2.15^{*}). Найти первую производную функцию для функции y , заданной параметрически

$$\begin{cases} y = 3\sin t, \\ x = 3\cos t. \end{cases}$$

Решение. Имеем: $\frac{dy}{dx} = \frac{y'(t)}{x'(t)} = -\frac{3\cos t}{3\sin t} = -\operatorname{ctgt}. \quad \otimes$

Пример 3. 2.16. Найти дифференциал функции, определённой формулой

$$y(x) = \frac{3 \cdot \cos x}{2x + 1}.$$

Решение. Находим дифференциал функции y , используя определение:

$$dy = y'(x)dx = -3 \frac{2x \sin x + \sin x + 2 \cos x}{(2x + 1)^2} dx. \otimes$$

Пример 3. 2.17. Найти дифференциал функции, определённой формулой

$$y(x) = e^{x^3}.$$

Решение. Путём непосредственного дифференцирования получаем:

$$dy = y'(x)dx = (e^{x^3})' = 3x^2 e^{x^3} dx. \otimes$$

Пример 3. 2.18. Найти дифференциалы первого, второго и третьего порядков функции, определённой формулой

$$y = f(x) = (2x^2 - 3)^5.$$

Решение. Для первого дифференциала имеем:

$$df(x) = 5 \cdot (2x^2 - 3)^4 \cdot 4x \cdot dx = 20x(2x^2 - 3)^4 dx.$$

Аналогично, для второго и третьего дифференциалов получаем:

$$\begin{aligned} d^2 df(x) &= [20x(2x^2 - 3)^4](dx)^2 = 60 \cdot (2x^2 - 3)^3 (6 \cdot x^2 - 1) \cdot (dx)^2; \\ d^3 df(x) &= [12 \cdot x \cdot (2x^2 - 3)^2 \cdot (6x^2 - 1) + 12 \cdot x \cdot (2x^2 - 3)^3](dx)^3 = \\ &= 720x \cdot (2x^2 - 3)^2 \cdot (8x^2 - 4) \cdot (dx)^3 = \\ &= 2880 \cdot x \cdot (2x^2 - 3)^2 \cdot (2x^2 - 1) \cdot (dx)^3. \otimes \end{aligned}$$

Пример 3. 2.19. Вычислить приближённо $\sin 32^\circ$.

Решение. Используя приближённую формулу

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0),$$

получаем:

$$f(x) \approx f(x_0) + \frac{df}{dx}(x_0) \cdot (x - x_0) = f(x_0) + df(x_0).$$

Определяя функцию f формулой $f(x) = \sin x$, видим, что нам нужно вычислить значение

$f(x)$ в точке $x = 32^0$ при $x_0 = 30^0$, или в радианах $x = \frac{\pi}{180} \cdot 32$, $x_0 = \frac{\pi}{6}$. Учитывая, что

$$\frac{d \sin(x)}{dx} = \cos x, \text{ имеем:}$$

$$\sin x \approx \sin x_0 + \cos x_0 \cdot (x - x_0),$$

или

$$\begin{aligned} \sin 32^0 &\approx \sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{6} \cdot \left(\frac{32}{180} \cdot \pi - \frac{\pi}{6} \right) = \\ &= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\pi}{90} \approx 0,5 + \frac{1,73 \cdot 3,14}{90} \approx 0,5 + 0,03 = 0,53. \end{aligned}$$

Для сравнения табличное значение с точностью до четырёх знаков $\sin 32^0 = 0,5299$. $\otimes$

Пример 3. 2.20 ^{*)}. Вывести приближённую формулу

$$\sqrt{a^2 + h} \approx a + \frac{h}{2a}.$$

Найти приближённо значения $\sqrt{101}$, $\sqrt{1,04}$.

Р е ш е н и е. Рассмотрим функцию f , определив её формулой $f(x) = \sqrt{x}$. По приближённой формуле

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

имеем:

$$\sqrt{x_0 + \Delta x} \approx \sqrt{x_0} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x_0}} \cdot \Delta x.$$

Полагая здесь $x_0 = a^2$, $\Delta x = h$, получаем требуемую формулу:

$$\sqrt{a^2 + h} \approx \sqrt{a^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{a^2}} \cdot h = a + \frac{h}{2a}.$$

Вычислим $\sqrt{101}$ и $\sqrt{1,04}$:

$$\sqrt{101} = \sqrt{100+1} = \sqrt{10^2+1} \approx 10 + \frac{1}{20} = 10,05;$$

$$\sqrt{1,04} = \sqrt{1+0,04} \approx 1 + \frac{0,04}{2} = 1,02. \otimes$$

Пример 3. 2.21 ^{*}). Найти приближённо приращение

$$\Delta f(x) = f(x) - f(x_0)$$

функции, определённой формулой $y = x^2$ при $x_0 = 2$, $\Delta x = x - x_0 = 0,01$.

Р е ш е н и е. Из приближённой формулы

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

имеем

$$f(x) - f(x_0) \approx \frac{df}{dx}(x_0) \cdot (x - x_0) = df(x_0).$$

Подставляя в формулу $x_0 = 2$, $\Delta x = x - x_0 = 0,01$, получаем:

$$\Delta f(x) = f(x) - f(x_0) = (2 + 0,01)^2 - 2^2 \approx 2 \cdot 2 \cdot 0,01 = 0,04. \otimes$$

Практическое занятие 4. Основные теоремы дифференциального исчисления

Предварительные сведения

Говорят, что функция $f : M \rightarrow f(M)$ имеет в точке $x_0 \in M$ **локальный максимум** (**локальный минимум**), если существует такая окрестность $U(x_0)$ точки x_0 , что

$$f(x_0) = \max_{U \cap M} f \quad \left(f(x_0) = \min_{U \cap M} f \right).$$

Теорема Ферма. Если функция f определена и дифференцируема на открытом множестве $J = (a, b)$ и имеет в точке $x_0 \in J$ локальный экстремум (всё равно, максимум или минимум), то $\frac{df}{dx}(x_0) = 0$.

Теорема Ролля. Если функция f определена и непрерывна на замкнутом и ограниченном промежутке $\bar{J} = [a, b]$ и дифференцируема на соответствующем открытом промежутке $J = (a, b)$, причём $f(a) = f(b) = c$, то

$$(\exists x_0 \in J): \frac{df}{dx}(x_0) = 0.$$

Теорема Лагранжа. Если функция f определена и непрерывна на замкнутом и ограниченном промежутке $\bar{J} = [a, b]$ и дифференцируема на соответствующем открытом промежутке $J = (a, b)$, то

$$(\exists x_0 \in (a, b)): f'(x_0) \equiv \frac{df}{dx}(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Теорема Коши. Если функции f и g непрерывны на замкнутом и ограниченном промежутке $\bar{J} = [a, b]$ и дифференцируемы на открытом промежутке $J = (a, b)$, причём

$$(\forall x \in J) \frac{dg}{dx}(x) \neq 0,$$

то $g(b) \neq g(a)$ и

$$(\exists x_0 \in J): \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}.$$

Теорема Тейлора. Если функция $f: J \rightarrow f(J)$ непрерывна на замкнутом и ограниченном промежутке $[x_0, x] \subset J$ и $n+1$ раз дифференцируема на соответствующем открытом промежутке (x_0, x) , а её производные до порядка n включительно имеют предельные значения $f^{(k)}(x_0)$, $(k = 0, 1, 2, \dots, N)$, то существует точка $\xi \in (x_0, x)$ такая, что для функции f справедливо представление

$$f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \frac{(x - x_0)^k}{k!} + \frac{d^{n+1} f}{dx^{n+1}}(\xi) \frac{(x - x_0)^{n+1}}{(n+1)!}.$$

Примеры с решением

Пример 3.3.1. Выяснить, удовлетворяет ли функция, заданная формулой

$$f(x) = 3 - x^2$$

условиям теоремы Ферма на промежутке $(1, 4)$.

Решение. Данная функция на промежутке $(1, 4)$ монотонно убывает и, следовательно, достигает своего максимума в точке 1, а минимума в точке 4. Следовательно, в промежутке $(1, 4)$ не существует точки x_0 локального экстремума, в которой $f'(x_0) = 0$. Поэтому данная функция условиям теоремы Ферма на данном промежутке не удовлетворяет. $\otimes$

Пример 3.3.2. Выяснить, удовлетворяет ли функция, определённая формулой

$$f(x) = 3 + 2x - x^2,$$

на промежутке $[0, 4]$ условиям теоремы Ферма. Если функция условиям теоремы Ферма удовлетворяет, найти точку $x_0 \in (0, 4)$, в которой $f'(x_0) = 0$.

Решение. На промежутке $(0, 4)$ функция дифференцируема, следовательно $(\exists x_0 \in (0, 4)) f'(x_0) = 0$. Находим эту точку:

$$f'(x) = 2 - 2x \Rightarrow 2 - 2x_0 = 0 \Rightarrow x_0 = 1. \otimes$$

Пример 3.3.3. Выяснить, удовлетворяет ли функция, определённая формулой

$$f(x) = x^2 + 6x - 35,$$

на промежутке $[-5, -1]$ условиям теоремы Ролля. Если функция условиям теоремы Ролля удовлетворяет, найти точку $x_0 \in (-5, -1)$, в которой $f'(x_0) = 0$.

Решение. Функция представляет собой многочлен, который непрерывен и дифференцируем на всей числовой оси. Кроме этого, имеем

$$f(-5) = f(-1) = -40.$$

Поэтому условия теоремы Ролля для данной функции выполнены, следовательно точка $x_0 \in (-5, -1)$, в которой $f'(x_0) = 0$, существует. Найдём её:

$$f'(x_0) = 0 \Rightarrow 2x_0 + 6 = 0 \Rightarrow x_0 = -3. \otimes$$

Пример 3.3.4. На дуге кривой, определяемой уравнением

$$y = x^3 - 3x$$

найти точку, в которой касательная параллельна хорде, проходящей через точки $A(-1; 2)$ и $B(3; 18)$.

Решение. Функция определена на промежутке $[-1, 3]$, непрерывна на этом промежутке и дифференцируема на открытом промежутке $(-1, 3)$. Условия теоремы Лагранжа выполнены. Следовательно, по теореме Лагранжа найдётся такая точка $x_0 \in (-1, 3)$, что

$$f'(x_0) = \frac{f(3) - f(-1)}{3 - (-1)} = 4.$$

Так как $f'(x) = (x^3 - 3x)' = 3x^2 - 3$, то имеем $3x^2 - 3 = 4$. Из этого уравнения находим

$x_{01} = +\sqrt{\frac{7}{3}}$, $x_{02} = -\sqrt{\frac{7}{3}}$. Так как из этих двух точек $x_{01} \in [-1, 3]$ а $x_{02} \notin [-1, 3]$, то

$$x_0 = x_{01} = \sqrt{\frac{7}{3}}. \otimes$$

Пример 3.3.5. В какой точке касательная к кривой, определённой уравнением

$$y = f(x) = x^2 - 8x,$$

параллельна хорде, стягивающей точки $A(-1; 9)$, $B(5; -15)$.

Решение. На промежутке $[-1, 5]$ функция удовлетворяет условиям теоремы Лагранжа.

Поэтому имеем:

$$\frac{f(5) - f(-1)}{5 - (-1)} = \frac{-24}{6} = -4 \Rightarrow f'(x_0) \equiv 2x_0 - 8 = -4 \Rightarrow x_0 = 2.$$

Подставляя это значение x в формулу для функции, получаем

$$y = f(2) = -12.$$

Таким образом, искомой является точка $C(2; -12)$. $\otimes$

Пример 3.3.6. Проверить справедливость теоремы Коши для функций, заданных формулами

$$f(x) = x^3, \quad g(x) = x^2$$

на промежутке $[1, 2]$. Если теорема Коши справедлива, найти точку x_0 , в которой выполняется равенство

$$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}.$$

Решение. Обе функции непрерывны на промежутке $[1, 2]$ и дифференцируемы на промежутке $(a, b) = (1, 2)$, причём $(\forall x \in (a, b))g'(x) \neq 0$. Поэтому условия теоремы Коши выполнены. Так как

$$f'(x) = 3x^2, \quad g'(x) = 2x,$$

то из условия

$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)} = \frac{7}{3}$$

находим

$$\frac{f'(x_0)}{g'(x_0)} = \frac{3x_0^2}{2x_0} = \frac{3}{2}x_0 = \frac{7}{3} \Rightarrow x_0 = \frac{14}{9}. \otimes$$

Пример 3.3.7. Проверить справедливость теоремы Коши для функций, заданных формулами

$$f(x) = x^2 - 2x + 3, \quad g(x) = x^3 - 7x^2 + 20x - 5$$

на промежутке $[1, 4]$. Если теорема Коши справедлива, найти точку x_0 , в которой выполняется равенство

$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}.$$

Решение. Обе функции на данном промежутке непрерывны и дифференцируемы. Производные функций, соответственно равны

$$f'(x) = 2x - 2, \quad g'(x) = 3x^2 - 14x + 20.$$

Кроме этого, производная функции g в точках промежутка $(1, 4)$ не обращается в нуль, так как для дискриминанта уравнения $3x^2 - 14x + 20 = 0$ имеем $D = b^2 - 4ac = -44 < 0$ (график функции g не имеет точек пересечения с осью OX). Следовательно, теорема Коши для данных функций справедлива. Поэтому имеем:

$$\frac{f(4)-f(1)}{g(4)-g(1)} = \frac{11-2}{27-9} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2x_0-2}{3x_0^2-14x_0+20} = \frac{1}{2}.$$

Откуда получаем

$$x_0^2 - 6x_0 + 8 = 0 \Rightarrow x_{01} = 4, \quad x_{02} = 2$$

Так как из этих двух точек промежутку $(1, 4)$ принадлежит только точка $x_{02} = 2$, то она и является искомой точкой. $\otimes$

Пример 3.3.8. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)}$.

Решение. Имеем неопределённость

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)} = \left[\frac{0}{0} \right].$$

Применяя правило Лопиталья, получаем:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + x^{-x}}{\frac{1}{1+x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \left((e^x + x^{-x}) \cdot (1+x) \right) = 2. \otimes$$

Пример 3.3.9. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 - x^2 - x + 3}$.

Решение. Имеем неопределённость

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 - x^2 - x + 3} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right].$$

Применяя правило Лопиталья, получаем:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 - x^2 - x + 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 4x + 1}{9x^2 - 2x - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x + 4}{18x - 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6}{18} = \frac{1}{3}. \otimes$$

Пример 3.3.10. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 \cdot e^x)$.

Решение. Имеем неопределённость вида $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 \cdot e^x) = [-\infty \cdot 0]$. Для раскрытия не-

определённости заменим переменную:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 \cdot e^x) = \{x = -t\} = \lim_{t \rightarrow \infty} (-t^3 \cdot e^{-t}) = -\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^3}{e^t} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right].$$

Применяя правило Лопиталья, получаем:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 \cdot e^x) = -\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^3}{e^t} = -\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{3t^2}{e^t} = -\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{6t}{e^t} = -6 \cdot \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{e^t} = 0. \otimes$$

Пример 3.3.11. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$.

Решение. Имеем неопределённость вида $[\infty - \infty]$. Для раскрытия неопределённости приводим выражения, стоящие в скобках, к общему знаменателю:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x-1-\ln x}{x \cdot \ln x - \ln x} \right).$$

Получаем неопределённость вида $\left[\frac{0}{0} \right]$. Применяя правило Лопиталя два раза, имеем:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right) &= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x-1-\ln x}{x \cdot \ln x - \ln x} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1 - \frac{1}{x}}{\ln x + 1 - \frac{1}{x}} \right) = \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x \cdot \ln x + 1 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\ln x + 2} = \frac{1}{2}. \otimes \end{aligned}$$

Пример 3.3.12. Разложить многочлен

$$P(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 1$$

по степеням $x - 1$ по формуле Тейлора.

Решение. В нашем случае формула Тейлора имеет вид:

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} \cdot (x - x_0)^k = f(x_0) + \frac{f^{(1)}(x_0)}{1!} \cdot (x - x_0) + \\ &+ \frac{f^{(2)}(x_0)}{2!} \cdot (x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} \cdot (x - x_0)^n, \end{aligned}$$

где $x_0 = 1$. Находим значение многочлена и его производных в точке $x_0 = 1$:

$$\begin{aligned} P(x) &= x^5 - 2x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 1, & P(1) &= 0; \\ P^{(1)}(x) &= 5x^4 - 8x^3 + 3x^2 - 2x + 2, & P^{(1)}(1) &= 0; \\ P^{(2)}(x) &= 20x^3 - 24x^2 + 6x - 2, & P^{(2)}(1) &= 0; \\ P^{(3)}(x) &= 60x^2 - 48x + 6, & P^{(3)}(1) &= 18; \\ P^{(4)}(x) &= 120x - 48, & P^{(4)}(1) &= 72; \\ P^{(5)}(x) &= 120, & P^{(5)}(1) &= 120. \end{aligned}$$

Подставляя найденные производные в формулу Тейлора, получаем:

$$P(x) = 3 \cdot (x-1)^3 + 3 \cdot (x-1)^4 + (x-1)^5. \otimes$$

Пример 3.3.13. Разложить многочлен

$$P(x) = x^4 + 2x^3 - 8x^2 + 4x + 4$$

по степеням $x + 1$ по формуле Тейлора.

Решение. Вычисляя значение многочлена и его производных в точке $x_0 = -1$, получаем:

$$\begin{aligned} P(x) &= x^4 + 2x^3 - 8x^2 + 4x + 4, & P(-1) &= -9; \\ P^{(1)}(x) &= 4x^3 + 6x^2 - 16x + 4, & P^{(1)}(-1) &= 22; \\ P^{(2)}(x) &= 12x^2 + 12x - 16, & P^{(2)}(-1) &= -16; \\ P^{(3)}(x) &= 24x + 12, & P^{(3)}(-1) &= -12; \\ P^{(4)}(x) &= 24, & P^{(4)}(-1) &= 24. \end{aligned}$$

Подставляя найденные производные в формулу Тейлора, получаем:

$$\begin{aligned} P(x) &= -9 + \frac{22}{1!} \cdot (x+1) + \frac{-16}{2!} \cdot (x+1)^2 + \frac{-12}{3!} \cdot (x+1)^3 + \\ &+ \frac{24}{4!} \cdot (x+1)^4 = -9 + 22 \cdot (x+1) - 8 \cdot (x+1)^2 - \\ &- 2 \cdot (x+1)^3 + (x+1)^4. \quad \otimes \end{aligned}$$

Пример 3.3.14. Представить функцию $f(x) = e^x$ в виде разложения по формуле Маклорена.

Решение. Формула Маклорена имеет вид:

$$f(x) = f(0) + \sum_{k=1}^n \frac{d^k f}{dx^k}(0) \frac{x^k}{k!} + \frac{d^{n+1} f}{dx^{n+1}}(\xi) \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}.$$

Очевидно выполнение равенств: $(\forall n \in N)$

$$f(0) = \frac{df}{dx}(0) = \frac{d^2 f}{d^2 x}(0) = \dots = \frac{d^n f}{d^n x}(0) = e^0 = 1.$$

Кроме этого, очевидно, что $\frac{d^{n+1} f}{d^{n+1} x}(x) = e^x$.

Тогда формула Маклорена с остаточным членом в форме Лагранжа принимает вид:

$$e^x = 1 + \sum_{k=1}^n \frac{x^k}{k!} + e^\xi \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}.$$

В этой формуле можно положить $\xi = \theta \cdot x$, где $0 < \theta < 1$. $\otimes$

Приведём вид формулы Тейлора с **остаточным членом в форме Пеано**:

$$\begin{aligned} f(x) = & f(x_0) + \frac{df}{dx}(x_0) \cdot \frac{x-x_0}{1!} + \frac{d^2 f}{dx^2}(x_0) \cdot \frac{(x-x_0)^2}{2!} + \dots + \\ & + \frac{d^n f}{dx^n}(x_0) \cdot \frac{(x-x_0)^n}{n!} + \frac{d^{n+1} f}{dx^{n+1}}(x_0) \cdot \frac{(x-x_0)^{n+1}}{(n+1)!}. \end{aligned}$$

Здесь многочлен Тейлора

$$\begin{aligned} T_n(x_0, x) = & \sum_{k=0}^n \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \frac{(x-x_0)^k}{k!} = f(x_0) + \frac{df}{dx}(x_0) \frac{(x-x_0)^1}{1!} + \\ & + \frac{d^2 f}{dx^2}(x_0) \frac{(x-x_0)^2}{2!} + \dots + \frac{d^n f}{dx^n}(x_0) \frac{(x-x_0)^n}{n!}, \end{aligned}$$

а остаточный член в форме Лагранжа

$$R_n(x, n) = f(x) - T_n(x_0, x) = f(x) - \sum_{k=0}^n \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \cdot \frac{(x-x_0)^k}{k!}.$$

При условии $\Delta x \rightarrow 0$ выполняется

$$R_n(x, n) = f(x) - T_n(x_0, x) = o((x-x_0)^n) = o((\Delta x)^n).$$

Теперь формулу Тейлора можно записать в виде

$$f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \frac{(x-x_0)^k}{k!} + o((\Delta x)^n).$$

Последняя форма записи называется **формулой Тейлора с остаточным членом в форме Пеано**.

Пример 3.3.15. Разложить функцию $f(x) = \sin x$ по формуле Маклорена.

Решение. Рассмотрим производные функции $f(x) = \sin x$ в точке x :

$$\frac{d}{dx} \sin x = \cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \sin x = \frac{d}{dx} \cos(x) = -\sin x = \sin(x + \pi) = \sin\left(x + 2\frac{\pi}{2}\right);$$

.....;

$$\frac{d^k}{dx^k} \sin x = \sin\left(x + k\frac{\pi}{2}\right).$$

Кроме этого, имеем

$$\frac{d^{2n+1}}{dx^{2n+1}} \sin(\theta x) = \sin\left(\theta x + (2n+1)\frac{\pi}{2}\right) = (-1)^n \cos \theta x.$$

Действительно, видим, что

$$\sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2} + \theta x\right) = \sin\left(\pi n + \frac{\pi}{2} + \theta x\right) = (-1)^n \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta x\right) = (-1)^n \cos \theta x.$$

Здесь мы положили $\xi = \theta x$, где $0 < \theta < 1$, $x \in (a, b)$.

Формула Маклорена принимает вид

$$\begin{aligned} \sin x &= \sin 0 + \frac{1}{1!}x + 0 - \frac{x^3}{3!} + 0 + \frac{x^5}{5!} + 0 - \frac{x^7}{7!} + \dots + \\ &+ (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \alpha^{(2n+1)}(x) = \\ &= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \cos \theta x. \end{aligned}$$

В виде разложения по формуле Маклорена с остаточным членом в форме Пеано это разложение записывается так:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + o(x^{2n}). \otimes$$

Аналогично можно получить и разложение по формуле Маклорена функции $f(x) = \cos x$:

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n+1})$$

Пример 3.3.16. Найти предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3}$.

Решение. Записываем для $\sin x$ разложение по формуле Маклорена

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + o(x^4).$$

Подставляя это разложение, имеем:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \frac{x^3}{3!} - x + o(x^4)}{x^3} = -\frac{1}{3!} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{o(x^4)}{x^3} = -\frac{1}{6}. \otimes$$

Пример 3.3.17. Найти предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{x^2}{2}} - \cos x}{x^3 \cdot \sin x}$.

Решение. Используем разложение для e^x , $\sin x$ и $\cos x$. Получаем:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{x^2}{2}} - \cos x}{x^3 \cdot \sin x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{8} + o(x^4) - 1 + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24}}{x^3 \cdot (x + o(x))} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x^4}{8} - \frac{x^4}{24} + o(x^4)}{x^4 + o(x^5)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{8} - \frac{1}{24} + \frac{o(x^4)}{x^4}}{1 + \frac{o(x^5)}{x^4}} = \frac{1}{12}. \otimes \end{aligned}$$

Практическое занятие 5. Исследование функций одного переменного

Предварительные сведения

Пусть функция $f: J \rightarrow \mathbb{R}$ дифференцируема на множестве $J = (a, b)$ и монотонно возрастает (монотонно убывает) на нём. Тогда на этом множестве её производная неотрицательна (неположительна), то есть

$$(\forall x \in (a, b)) \quad f'(x) \geq 0 \quad (f'(x) \leq 0).$$

Пусть функция $f: J \rightarrow \mathbb{R}$ дифференцируема на $J = (a, b)$ и существует точка $x_0 \in (a, b)$ такая, что $f'(x_0) = 0$. Тогда если при переходе через точку x_0 в направлении

роста аргумента x производная f' функции f меняет знак с «плюса» на «минус» (с «минуса» на «плюс»), то в точке x_0 функция имеет локальный максимум (локальный минимум). Если же знак производной f' при переходе через точку x_0 не меняется, то функция в точке x_0 экстремума не имеет.

График G_f функции $f : J \rightarrow f(J)$, дифференцируемой на $J = (a, b)$, называется **выпуклым в окрестности** $U(x_0)$ точки $x_0 \in J$, если точки $(x; f(x))$, где $x \in U(x_0)$, графика лежат ниже касательной к графику в точке x_0 . Если же все точки $(x; f(x))$, где $x \in U(x_0)$, графика G_f функции лежат выше касательной к нему в точке x_0 , то график называется **вогнутым в окрестности** $U(x_0)$ точки x_0 . •

Пусть функция $f : J \rightarrow f(J)$ определена и дифференцируема на множестве $J = (a, b)$ и $x_0 \in (a, b)$. Тогда если при переходе через точку x_0 (в направлении роста аргумента x) график функции G_f меняет выпуклость на вогнутость (или наоборот), то точка $(x_0; f(x_0))$ называется **точкой перегиба** графика функции.

Пусть $f : J \rightarrow f(J)$, где $J = (a, b)$. Тогда, если вторая производная функция f'' для функции f во всех точках множества J положительна (отрицательна), то график функции G_f является вогнутым (выпуклым) на этом множестве.

Пусть дана функция $f : M \rightarrow f(M)$ и G_f – её график. Прямая линия, с уравнением $x = a$, где $a \in M$, называется **вертикальной асимптотой графика функции** f , если хотя бы один из односторонних пределов

$$\lim_{x \rightarrow a+0} f(x), \lim_{x \rightarrow a-0} f(x)$$

не существует.

Прямая линия с уравнением

$$y = kx + b$$

называется **наклонной асимптотой графика** G_f функции $f : M \rightarrow f(M)$ (правой при $x \rightarrow +\infty$ и левой при $x \rightarrow -\infty$), если

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (kx + b)] = 0.$$

Справедливо представление

$$f(x) = (kx + b) + \alpha(x),$$

где $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \alpha(x) = 0$. Нетрудно видеть также, что справедливы формулы:

$$k = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}, b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - kx].$$

Примеры с решением

Пример 3.4.1. Найти промежутки монотонности функции, определённой формулой

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 2.$$

Решение. Множеством определения функции является вся числовая ось. Находим первую производную функции

$$f' = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x^2 + 2x - 3) = 3(x+1)^2 - 12.$$

Поэтому имеем:

$$f' > 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 > 0 \Rightarrow 3 \cdot (x+1)^2 - 12 > 0;$$

$$f' < 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 < 0 \Rightarrow 3 \cdot (x+1)^2 - 12 < 0.$$

Корни уравнения

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

есть

$$x_1 = -3, x_2 = 1.$$

График функции – парабола, ветви которой направлены вверх, а вершина находится в точке с координатами $x_0 = -1$, $y_0 = -12$. Следовательно, неравенство $f'(x) > 0$ выполняется при $x < -3$ и $x > 1$, а неравенство $f'(x) < 0$ при $-3 < x < 1$.

На множестве $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$ функция строго монотонно возрастает, а на множестве $(-3, 1)$ строго монотонно убывает. $\otimes$

Пример 3.4.2. Предприятие производит x единиц продукции в месяц. Зависимость финансовых накоплений предприятия от объёма выпуска выражается формулой

$$\Phi = -0,01 \cdot x^3 + 300 \cdot x - 500.$$

Определить количество единиц продукции, начиная с которого финансовые накопления предприятия начинают убывать.

Решение. Производная от Φ равна:

$$\Phi' = -0,03 \cdot x^2 + 300.$$

Финансовые накопления убывают, если

$$\Phi' = -0,03 \cdot x^2 + 300 < 0,$$

откуда имеем $x^2 - 10000 > 0$. Из последнего неравенства получаем: $x_1 > 100$, $x_2 < -100$. Имеет экономический смысл только неравенство $x_1 > 100$. Следовательно, при $x > 100$ финансовые накопления предприятия начинают убывать, то есть повышать выпуск продукции свыше 100 единиц становится экономически не выгодно. $\otimes$

Пример 3.4.3. Исследовать на наличие локальных экстремумов функцию, заданную формулой $f(x) = x^3 - 5x + 2$.

Р е ш е н и е. 1) Производная функция для функции f есть

$$f'(x) = 3x^2 - 5.$$

2) Находим критические точки функции, решая уравнение

$$3x^2 - 5 = 0.$$

Корни уравнения (критические точки) есть $x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}$, $x_2 = +\sqrt{\frac{5}{3}}$.

3) Выясняем вопрос о наличии локальных экстремумов функции согласно теореме, для чего определяем знаки производной $f'(x)$ справа и слева от каждой критической точки, результаты заносим в таблицу:

x	$x < -\sqrt{\frac{5}{3}}$	$x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}$	$-\sqrt{\frac{5}{3}} < x < \sqrt{\frac{5}{3}}$	$x_2 = \sqrt{\frac{5}{3}}$	$x > \sqrt{\frac{5}{3}}$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
f		Максимум $f(x_1) = 6,3$		Минимум $f(x_2) = -2,3$	

4. Вычисляем значения функции в точках x_1 , x_2 и результаты вычислений тоже заносим в таблицу.

Получаем следующий результат: функция имеет в точке

$$x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}$$

локальный максимум $f(x_1) = 6,3$, а в точке

$$x_2 = +\sqrt{\frac{5}{3}}$$

– локальный минимум $f(x_2) = -2,3$. $\otimes$

Пример 3.4.4. Найти экстремумы функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 4x + 3.$$

Решение. Множеством определения функции является вся числовая ось R .

1) Находим производную функции:

$$f'(x) = x^2 + 5x + 4.$$

2) Находим критические точки функции, для чего решаем уравнение

$$x^2 + 5x + 4 = 0.$$

В результате решения имеем корни: $x_1 = -1$, $x_2 = -4$. Критические точки разбивают R^1 на промежутки

$$-\infty < x < -4, -4 < x < -1, -1 < x < \infty.$$

3) Исследуем поведение первой производной функции в полученных промежутках:

в промежутке $(-\infty, -4)$ имеем $y' > 0$;

в промежутке $(-4, -1)$ имеем $y' < 0$;

в промежутке $(-1, \infty)$ имеем $y' > 0$.

Следовательно, в точке -4 имеем **максимум**; в точке -1 имеем **минимум**.

4) Вычисляем экстремальные значения функции:

$$\max f(x) = f(-4) \approx 5,67; \min f(x) = f(-1) = 1,17. \otimes$$

Пример 3.4.5. Найти экстремумы функции, определённой формулой

$$f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 10.$$

Решение. 1) Находим производную функции:

$$f'(x) = 15x^4 - 15x^2.$$

2) Находим критические точки функции, для чего решаем уравнение

$$15x^4 - 15x^2 = 0, x^4 - x^2 = 0, x^2 \cdot (x-1) \cdot (x+1) = 0.$$

Имеем три корня: $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = -1$.

3) Находим вторую производную функцию:

$$f''(x) = 60 \cdot x^3 - 30 \cdot x.$$

4) Находим вторую производную в критических точках:

$$f''(0) = 0; f''(1) = 30; f''(-1) = -30.$$

В точке $x_2 = 1$ функция имеет **минимум**, а в точке $x_3 = -1$ - **максимум**. В точке $x_1 = 0$ функция экстремума не имеет, так как первая производная при переходе через эту точку не меняет своего знака. $\otimes$

Промежутки выпуклости и вогнутости и асимптоты графика функции

Пример 3.4.6. Найти промежутки выпуклости и вогнутости и точки перегиба графика функции, заданной формулой:

$$f(x) = (x^2 + 7x) \cdot \sqrt[3]{x} - 5x - 8.$$

Решение. Множество определения функции $M = R$. Преобразованная формула

$$f(x) = x^{\frac{7}{3}} + 7 \cdot x^{\frac{4}{3}} - 5x - 8.$$

1) Находим нули и точки разрыва второй производной функции, для чего находим $f''(x)$:

$$f'(x) = \frac{7}{3} \cdot x^{\frac{4}{3}} + \frac{28}{3} \cdot x^{\frac{1}{3}} - 5;$$

$$f''(x) = \frac{28}{9} \cdot x^{\frac{1}{3}} + \frac{28}{9} \cdot x^{-\frac{2}{3}} = \frac{28}{9} \cdot \frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2}}.$$

Очевидно, что точка $x = -1$ является нулём второй производной $f''(x)$, а точка $x = 0$ является точкой разрыва второго рода второй производной $f''(x)$. Эти точки делят множество определения функции $f(x)$ на промежутки

$$(-\infty, -1), (-1, 0), (0, +\infty).$$

2) Определяем знак второй производной в полученных промежутках:

$$(\forall x \in (-\infty, -1)) f''(x) < 0;$$

$$(\forall x \in (-1, 0)) f''(x) > 0;$$

$$(\forall x \in (0, +\infty)) f''(x) > 0.$$

Следовательно: на $(-\infty, -1)$ график функции **выпуклый**; на $(-1, 0) \cup (0, +\infty)$ график функции **вогнутый**.

3) Так как функция в точке $x_0 = -1$ определена, а $f''(-1) = 0$, то в точке $x_0 = -1$ график функции испытывает перегиб, а точка

$$(x_0; f(x_0)) = (-1; 3)$$

является точкой перегиба графика функции. $\otimes$

Пример 3.4.7. Найти асимптоты графика функции, заданной формулой:

$$f(x) = \frac{-x^2 + 7x}{x - 3}.$$

Решение. 1) Точка $x = 3$ является точкой разрыва второго рода, следовательно, график функции имеет вертикальную асимптоту с уравнением $x = 3$.

2) По определению асимптоты, функция может быть представлена в виде

$$f(x) = (kx + b) + \alpha(x),$$

где $\alpha(x)$ – бесконечно малая функция при неограниченном удалении точки графика от начала системы координат более высокого порядка, чем x , то есть

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\alpha(x)}{x} = 0.$$

Чтобы записать функцию в указанном виде, разделим числитель на знаменатель с остатком:

$$\frac{-x^2 + 7x}{x - 3} = -x + 4 + \frac{12}{x - 3}.$$

Так как

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{12}{x - 3} = 0,$$

график функции имеет наклонную асимптоту с уравнением $y = -x + 4$. $\otimes$

Пример 3.4.8. Найти асимптоты графика функции, заданной формулой:

$$f(x) = \sqrt{1+x^2} - 2x.$$

Решение. 1) Так как функция определена на всей числовой оси, вертикальных асимптот нет.

2) Из представления функции в виде

$$f(x) = (kx + b) + \alpha(x)$$

Следует, что для нахождения наклонных асимптот нужно найти правый и левый пределы, которые равны соответственно

$$k_+ = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}, \quad b_+ = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - kx],$$

$$k_- = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}, \quad b_- = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - kx].$$

Правый предел:

$$k_1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1+x^2} - 2x}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{\frac{1}{x^2} + 1} - 2 \right) = -1;$$

$$\begin{aligned} b_1 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{1+x^2} - 2x + x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{1+x^2} - x) = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{1+x^2} + x} = 0. \end{aligned}$$

Правая наклонная асимптота графика функции имеет уравнение

$$y = -x.$$

Левый предел:

$$\begin{aligned} k_2 &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1+x^2} - 2x}{x} = \{x = -z\} = \lim_{z \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1+z^2} + 2z}{-z} = \\ &= -\lim_{z \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{\frac{1}{z^2} + 1} + 2 \right) = -3; \end{aligned}$$

$$b_2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{1+x^2} - 2x + 3x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{1+x^2} + x) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt{1+x^2} - x} = 0.$$

Левая наклонная асимптота графика функции имеет уравнение

$$y = -3x. \otimes$$

Пример 3.4.9. Исследовать функцию, заданную формулой $y(x) = x \cdot e^{-x}$.

Решение. 1) Множеством определения функции служит всё множество действительных чисел R .

2) Нуль функции – точка $x = 0$, причём $\lim_{x \rightarrow 0} y(x) = 0$. Следовательно, функция в точке

$x = 0$ асимптот не имеет.

3) Находим критические точки функции:

$$y'(x) = e^{-x} - x \cdot e^{-x} = e^{-x} \cdot (1 - x) \Rightarrow x = 1.$$

4) Имеем два промежутка $(-\infty, 1)$ и $(1, \infty)$. На этих промежутках

$$(\forall x \in (-\infty, 1)) \quad y'(x) > 0,$$

$$(\forall x \in (1, \infty)) \quad y'(x) < 0,$$

соответственно. Следовательно, при $x \in (-\infty, 1)$ функция строго монотонно возрастает, а при $x \in (1, \infty)$ функция строго убывает.

5) Вторая производная функции равна

$$y''(x) = -e^{-x} \cdot (1 - x) - e^{-x} = e^{-x} \cdot (x - 2).$$

Так как в точке $x = 1$ вторая производная равна

$$y''(1) = \frac{1-2}{e} = -\frac{1}{e} < 0,$$

то функция в этой точке имеет локальный максимум, равный $\frac{1}{e}$.

6) Вторая производная функции в точке $x = 2$ обращается в нуль, а при переходе через эту точку меняет знак с минуса на плюс. Следовательно, график функции при $x = 2$ имеет перегиб,

причём при $x < 2$ график функции выпуклый, а при $x > 2$ – вогнутый. Значение функции в точке перегиба равно

$$y(2) = 2 \cdot e^{-2} = \frac{2}{e^2}. \otimes$$

Практическое занятие 6. Интегрируемость функции одного переменного

Предварительные сведения

Определённым интегралом от определённой на промежутке $[a, b]$ функции f называется предел последовательности интегральных сумм Римана

$$\int_a^b f(x) dx \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{d \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n f(\xi_k) \cdot (x_k - x_{k-1}),$$

если он существует. Можно показать, что этот предел существует для непрерывной на $[a, b]$ функции.

Свойства определённого интеграла:

- 1) $\int_a^a f(x) dx = 0$;
- 2) $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$;
- 3) $\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$;
- 4) $\int_a^b c \cdot f(x) dx = c \cdot \int_a^b f(x) dx$;
- 5) $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ при $a < c < b$;
- 6) $\int_a^b f(x) dx > 0$, если $(\forall x \in [a, b]) f(x) > 0$.

Пусть f и F – две функции, определённые на открытом промежутке $M = (a, b) \subset \mathbb{R}^1$. Функция F называется **первообразной (примитивной) функцией** для функции f на промежутке M , если она дифференцируема на этом промежутке и выполняется следующее условие:

$$(\forall x \in (a, b)) \quad \frac{d}{dx} F(x) = f(x).$$

Неопределённым интегралом от функции f на промежутке (a, b) действительной числовой оси называется бесконечное множество $H(x)$ всех её первообразных. Неопределённый интеграл обозначается так:

$$H(x) = \int f(x) dx = F(x) + C.$$

Если F – первообразная функция для функции f на промежутке $\bar{J} = [a, b]$, то определённый интеграл от функции f по заданному промежутку равен разности значений первообразной на концах промежутка (формула Ньютона-Лейбница):

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

Примеры с решением

Пример 3.5.1. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \sqrt[3]{x^2} dx.$$

Решение. Непосредственно имеем:

$$\int \sqrt[3]{x^2} dx = \int x^{\frac{2}{3}} dx = \frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} + C = \frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} + C. \otimes$$

Пример 3.5.2. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int (6x^2 - 3\sqrt{x} + 5) dx.$$

Решение. Используя свойства неопределённого интеграла и таблицу первообразных, получаем:

$$\begin{aligned} \int (6x^2 - 3\sqrt{x} + 5) dx &= 6 \int x^2 dx - 3 \int x^{\frac{1}{2}} dx + 5 \int dx = \\ &= 2x^3 - 2x^{\frac{3}{2}} + 5x + C = 2x^3 - 2\sqrt{x^3} + 5x + C, \end{aligned}$$

где все постоянные интегрирования объединены в одну постоянную C . $\otimes$

Пример 3.5.3. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \left(5x^2 + 11 - 3\sin x + \frac{2}{x} - \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx.$$

Решение. Используя свойства неопределённого интеграла и табличные первообразные, имеем:

$$\begin{aligned} \int \left(5x^2 + 11 - 3\sin x + \frac{2}{x} - \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx &= \\ &= 5 \int x^2 dx + 11 \int dx - 3 \int \sin x dx + 2 \int \frac{dx}{x} - \int \frac{dx}{\sin^2 x} = \end{aligned}$$

$$= \frac{5}{3}x^3 + 11x + 3\cos x + 2\ln|x| + \operatorname{ctg} x + C. \otimes$$

По определению логарифмической производной имеем:

$$y(x) = \ln(f(x)) \Rightarrow \frac{dy}{dx}(x) = \frac{d}{dx}(\ln(f(x))) = \frac{1}{f(x)} \cdot \frac{df}{dx}(x) \equiv \frac{f'(x)}{f(x)}.$$

Тогда по определению неопределённого интеграла имеем:

$$\int (\ln f(x))' dx = \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int \frac{f'(x) dx}{f(x)} = \int \frac{df(x)}{f(x)} = \ln(f(x)) + C.$$

Этот метод нахождения неопределённого интеграла называется *методом подведения под дифференциал*.

Пример 3.5.4. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{dx}{x+1}.$$

Решение. Замечая, что $dx = d(x+1)$ и, используя табличную первообразную для

функции $\frac{1}{x}$, в соответствии с формулой подведения под дифференциал получаем:

$$\int \frac{dx}{x+1} = \int \frac{d(x+1)}{x+1} = \ln|x+1| + C. \otimes$$

Пример 3.5.5. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{dx}{ax+b}.$$

Решение. Замечая, что $dx = \frac{1}{a}d(ax+b)$, имеем:

$$\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \int \frac{d(ax+b)}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C. \otimes$$

Пример 3.5.6. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{x dx}{1+x^2}.$$

Решение. Так как $x dx = \frac{1}{2} d(1+x^2)$, получаем:

$$\int \frac{x dx}{1+x^2} = \frac{1}{2} \int \frac{d(1+x^2)}{1+x^2} = \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C. \otimes$$

Пример 3.5.7. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{3x+2}{x+5} dx.$$

Решение. Преобразуем подынтегральную функцию:

$$\frac{3x+2}{x+5} \equiv \frac{3x+15-13}{x+5} = \frac{3(x+5)}{x+5} - \frac{13}{x+5} = 3 - \frac{13}{x+5}.$$

Используя свойства неопределённого интеграла и табличные первообразные, получаем:

$$\begin{aligned} \int \frac{3x+2}{x+5} dx &= \int \left(3 - \frac{13}{x+5} \right) dx = 3 \int dx - 13 \int \frac{1}{x+5} dx = \\ &= 3x - 13 \ln|x+5| + C. \otimes \end{aligned}$$

Пусть функция $x = \varphi(t)$ определена на промежутке $\bar{J} \in [\alpha, \beta]$, имеет непрерывную производную на (α, β) и принимает значения в промежутке $\bar{M} \in [a, b]$, а функция $f: \bar{M} \rightarrow f(\bar{M})$ – непрерывная функция, определённая при всех $x \in \bar{M}$. Тогда в неопределённом интеграле

$$I = \int f(x) dx + C$$

можно заменить переменную x функцией $\varphi(t)$ от переменной t , причём dx заменяется на $\frac{d\varphi}{dt}(t)dt$, то есть, справедлива формула **замены переменной**

$$\int f(x) dx = \int f(\varphi(t)) \frac{d\varphi}{dt}(t) dt + C.$$

Если функции u и v имеют непрерывные производные $\frac{du}{dx}$ и $\frac{dv}{dx}$, то

$$\int u(x) dv(x) = u(x)v(x) - \int v(x) du(x)$$

(формула интегрирования по частям).

Пример 3.5.8. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \sqrt{x+3} dx.$$

Решение. Заменяя переменную по формуле $t = x + 3 \Rightarrow dx = dt$, получаем:

$$\int \sqrt{x+3} dx = \int \sqrt{t} dt = \int t^{1/2} dt = \frac{2}{3} t^{3/2} + C = \frac{2}{3} \sqrt{(x+3)^3} + C. \otimes$$

Пример 3.5.9. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{x^2 + 1}{(x^3 + 3x + 1)^4} dx.$$

Решение. Заменяя переменную

$$t = x^3 + 3x + 1 \Rightarrow dx = \frac{1}{3x^2 + 1} dt,$$

получаем:

$$\int \frac{x^2 + 1}{(x^3 + 3x + 1)^4} dx = \frac{1}{3} \int \frac{dt}{t^4} = -\frac{1}{9t^3} + C = -\frac{1}{9(x^3 + 3x + 1)^3} + C. \otimes$$

Пример 3.5.10. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int x \cdot \cos x dx.$$

Решение. Замечая, что $\cos x dx = d(\sin x)$ и используя формулу интегрирования по частям, получаем:

$$\begin{aligned} \int x \cdot \cos x dx &= \left\{ \begin{array}{l} u = x, \quad du = dx, \\ dv = \cos x dx \equiv d(\sin x), \quad v = \sin x \end{array} \right\} = \\ &= x \cdot \sin x - \int \sin x dx + C = x \cdot \sin x + \cos x + C. \otimes \end{aligned}$$

Пример 3.5.11. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int x \cdot \ln x dx.$$

Решение. Интегрируя по частям, получаем:

$$\begin{aligned} \int x \cdot \ln x dx &= \left\{ \begin{array}{l} u = \ln x, \quad du = \frac{dx}{x}, \\ dv = x dx, \quad v = \frac{x^2}{2} \end{array} \right\} = \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \frac{1}{2} \int x dx + C = \\ &= \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \frac{x^2}{4} + C. \otimes \end{aligned}$$

Пример 3.5.12. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_0^1 x^2 dx$$

по формуле Ньютона-Лейбница, дать геометрическую интерпретацию.

Решение. Проводя непосредственное интегрирование и применяя формулу Ньютона-Лейбница, получаем: $\int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3}$. Полученное число $\frac{1}{3}$ имеет смысл площади криволинейного треугольника с вершинами в точках

$$O(0, 0), A(1, 1), B(1, 0). \otimes$$

Пример 3.5.13. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x}.$$

Решение. Используя таблицу первообразных и формулу Ньютона-Лейбница, получаем:

$$\int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x \Big|_{\pi/6}^{\pi/4} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}. \otimes$$

Пример 3.5.14. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_1^2 2^{3x-4} dx.$$

Решение. Используем методом “подведения под дифференциал”:

$$\begin{aligned} \int_1^2 2^{3x-4} dx &= \left\{ dx = \frac{1}{3} d(3x-4) \right\} = \frac{1}{3} \int_1^2 2^{3x-4} d(3x-4) = \\ &= \left\{ \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \right\} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2^{3x-4}}{\ln 2} \Big|_1^2 = \frac{1}{3 \ln 2} \left(4 - \frac{1}{2} \right) = \frac{7}{6 \ln 2}. \otimes \end{aligned}$$

Пример 3.5.15. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_0^1 x \cdot (2 - x^2)^5 dx.$$

Р е ш е н и е. Для решения воспользуемся методом замены переменной. Введём новую переменную $t = 2 - x^2$. Дифференциал новой переменной равен

$$dt = d(2 - x^2) = -2x dx \Rightarrow x dx = -\frac{1}{2} dt.$$

Пределы изменения новой переменной определяются так:

$$x = 0 \Rightarrow t = 2; x = 1 \Rightarrow t = 1.$$

Учитывая эти формулы, получаем:

$$\begin{aligned} \int_0^1 x \cdot (2 - x^2)^5 dx &= \left\{ \begin{array}{l} dt = d(2 - x^2) = -2x dx; x dx = -\frac{1}{2} dt; \\ x = 0 \Rightarrow t = 2; x = 1 \Rightarrow t = 1. \end{array} \right\} = \\ &= -\frac{1}{2} \cdot \int_2^1 t^5 dt = \frac{1}{2} \int_1^2 t^5 dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \cdot t^6 \Big|_1^2 = \frac{1}{12} \cdot (64 - 1) = \frac{63}{12} = \frac{21}{4}. \otimes \end{aligned}$$

Пример 3.5.16. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx.$$

Р е ш е н и е. Используя замену переменной интегрирования $t = \ln x$, имеем:

$$\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx = \left\{ \begin{array}{l} t = \ln x, \\ dt = \frac{dx}{x}, \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow t = 0, \\ x = e \Rightarrow t = 1. \end{array} \right\} = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3}. \otimes$$

Пример 3.5.17. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_0^1 x \cdot e^{-x} dx.$$

Р е ш е н и е. Данный интеграл вычисляется методом «интегрирования по частям»:

$$\begin{aligned} \int_0^1 x \cdot e^{-x} dx &= \left\{ \begin{array}{l} u = x, \quad du = dx, \\ dv = e^{-x} dx, \quad v = \int e^{-x} dx = -e^{-x}. \end{array} \right\} = \\ &= x \cdot e^{-x} \Big|_0^1 - \int_0^1 e^{-x} d(-x) = -x \cdot e^{-x} \Big|_0^1 - e^{-x} \Big|_0^1 = \end{aligned}$$

$$= -e^{-1} - e^{-1} + 1 = 1 - 2 \cdot e^{-1} = 1 - \frac{2}{e} = e - \frac{2}{e}. \otimes$$

Задания для самостоятельной работы

1. Выяснить тип монотонности последовательностей:

$$1) \left(\frac{n}{2n+1} \right); 2) \left(\frac{n}{5^n} \right); 3) \left(\frac{n}{4n-3} \right); 4) \left(\frac{n}{n+1} \right); 5) \left(1 + \frac{1}{2^n} \right).$$

2. Используя определение, показать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x_0$, если:

$$1) x_n = \frac{3n+1}{5n+2}, x_0 = \frac{3}{5}; 2) x_n = \frac{2n-2}{3n-1}, x_0 = \frac{2}{3};$$

$$3) x_n = \frac{4n-2}{2n+3}, x_0 = 2; 4) x_n = \frac{4n^2+1}{n^2+2}, x_0 = 4;$$

$$5) x_n = \frac{3-n^3}{1+n^3}, x_0 = -1; 6) x_n = \frac{6n-2}{2n+1}, x_0 = 3;$$

$$7) x_n = \frac{3+8n^2}{1+4n^2}, x_0 = 2; 8) x_n = \frac{5n+2}{3n+1}, x_0 = \frac{5}{3}.$$

3. Вычислить предел последовательности:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n}{n}; 2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{2n+5};$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5-n)^2 + (5+n)^2}{(5-n)^2 - (5+n)^2}; 4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(4-n)^3 - (2-n)^3}{(1-n)^2 - (2+n)^4};$$

$$5) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3+n)^2 - (2+n)^2}{(2+n)^2 - (1-n)^2}; 6) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2+n)^3}{(n+2)^2 - (n+1)^3};$$

$$7) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^2 - (n+5)^3}{(3-n)^3}; 8) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + \frac{n}{2^n}}{n^2 - 1};$$

$$\begin{aligned}
& 9) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3}{n^2 + 1} - \frac{3n^2}{3n - 1} \right); 10) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{a^2 n^2 + bn} - an \right); \\
& 11) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \sqrt[3]{3n^2} + \sqrt[4]{4n^8 + 1}}{(n + \sqrt{n}) \sqrt{7 - n + n^2}}; 12) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n-1} - \sqrt{2n^2 + 3}}{\sqrt[3]{n^3 + 3} + \sqrt[4]{n^5 + 2}}; \\
& 13) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^3 - \sqrt{n^3 + 2}}{\sqrt{4n^6 + 3} - n}; 14) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt[3]{8n^3 + 3}}{\sqrt[4]{n+5} + n}; \\
& 15) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 5^{n+1}}{2^n + 5^n}; 16) \lim_{n \rightarrow \infty} (2^{-n} \sin x); \\
& 17) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n-1} \right)^n; 18) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 1}{n^2} \right)^{n^2}; \\
& 19) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + n + 3}{n^2 + n - 1} \right)^{-n^2}; 20) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + n + 5}{2n^2 + n + 1} \right)^{3n^2}; \\
& 21) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n+1}; 22) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{3n} \right)^n.
\end{aligned}$$

23. Найти множество определения M и множество значений $f(M)$ функции $f(x) = \lg x$.

24. Найти множество определения M следующих функций:

$$\begin{aligned}
& 1) f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}; 2) f(x) = \frac{2x}{x^2 - 5x + 4}; 3) f(x) = (x - 2) \cdot \sqrt{\frac{x+1}{1-x}}; \\
& 4) f(x) = \lg(x - 2) - \sqrt{\frac{x+2}{1-x}}; 5) f(x) = \frac{3x^2 - 5x + 2}{2x^3 - 3x^2 + x}.
\end{aligned}$$

25. Выяснить, какие из данных функций являются чётными, а какие нечётными:

$$\begin{aligned}
& 1) f(x) = 1 - x; 2) f(x) = x^3 + x; 3) f(x) = \sqrt{2x - x^2}; \\
& 4) f(x) = x^5 - x^3 + x; 5) f(x) = x^2 + x - 1.
\end{aligned}$$

26. Выяснить, является ли данная функция периодической и если функция является периодической, то найти её период:

1) $f(x) = 5$; 2) $f(x) = \sin(5x + 3)$; 3) $f(x) = \cos x^2$;

4) $f(x) = 2[x] + 1$, где $[x]$ – целая часть x .

27. Используя определение непрерывности функции по Гейне, доказать, что функция $f(x) = x^2 + 3x + 3$ непрерывна в любой точке действительной числовой оси $(-\infty, +\infty)$.

28. Используя определение непрерывности по Коши показать, что следующие функции непрерывны в заданных точках x_0 :

1) $f(x) = 3x - 5$, $x_0 = 2$; 2) $f(x) = 4x^2 - 1$, $x_0 = 2$;

3) $f(x) = -3x^2 + 8$, $x_0 = 4$; 4) $f(x) = 4x^2 + 1$, $x_0 = 8$;

5) $f(x) = \sin x - \cos 2x$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

29. Решить неравенство $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 1} < 0$.

30. Найти предел данной функции при $x \rightarrow x_0$:

1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 5x + 2}{2x^3 - 3x^2 + x}$; 2) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 3x^2 + 7x + 5}{x^2 - x - 2}$;

3) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 - 3x - 2}$; 4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^4 - x^3 + x - 1}$;

5) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x^2 - x - 2}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$; 6) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^4 - a^4}{x^3 - a^3}$; 7) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \sin x}{1 - \cos 2x}$;

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin 2x)}{\sin 3x}$; 9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 5x - \cos 3x}$; 10) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + x3^x}{1 + x2^x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$;

12) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \ln \cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$.

31. Используя свойства бесконечно малых и бесконечно больших функций, найти следующие пределы:

$$\begin{aligned}
& 1) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x+5}{x-5}; 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}; 3) \lim_{x \rightarrow 0} \left(x \cdot \cos \frac{1}{x} \right); \\
& 4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{(x-1)^2}; 5) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{6-x}}{x^2 - 4}; \\
& 6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2}{4x^5 + x + 1}; 7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^{x+1} + 3^{x+1}}{2^x + 3^x}; \\
& 8) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1} \right); 9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{4x}; 10) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x} \right)^{3x}.
\end{aligned}$$

32. Используя таблицу производных, найти первую производную функцию для заданной функции и, если требуется, её значение в заданных точках:

$$\begin{aligned}
& 1) f(x) = \ln \frac{5-4x^2}{3+7x^2}, x_0 = 3; 2) f(x) = \ln \frac{(1+x^2) \cdot (1-2x)^3}{(x^2-5)^2}; \\
& 3) f(x) = x \cdot \ln x, x=1, x=1x=e, x=\frac{1}{e}, x=\frac{1}{e^2}; \\
& 4) f(x) = \sqrt[8]{x^3} - 4x^6 + 5 \ln x - 7 \cos x + \operatorname{tg}(3x^2 + 2) + \operatorname{ctg} 6x; \\
& 5) f(x) = \ln^2(1 - \cos x); 6) f(x) = \frac{3^x (\sin x + \cos x \cdot \ln 3)}{1 + \ln^2 3}; \\
& 7) f(x) = \ln \sin 3 - \frac{\cos^2 x}{\sin x}; 8) f(x) = \ln(1 + \sqrt{thx}).
\end{aligned}$$

33. Найти первую производную и дифференциал функции

$$f(x) = \frac{\ln x}{\sin x} + (1+x^2) \cdot \operatorname{ctg} x.$$

34. Найти $f'(0)$ и $df(0)$, если $f(x) = \frac{1-10^x}{1+10^x}$.

35. Найти $f'(x)$ и $df(x)$, если $f(x) = \ln(5e^x + 7)$.

36. Пусть функции f и g , определённые на одном и том же множестве $M \subset R$, n -раз дифференцируемы на этом множестве. Показать, что сумма и произведение этих функций также n -раз дифференцируемы на M .

37. Найти производные указанных порядков для данных функций:

1) $f(x) = \ln(2x - 3)$, $f''(x) = ?$;

2) $f(x) = \sin 2x + \cos 3x$, $f'''(x) = ?$;

3) $f(x) = \frac{x+1}{2x+3}$, $f'''(x) = ?$;

4) $f(x) = \ln(3x+1)$, $f'''(x) = ?$;

5) $f(x) = 3^{2x+1}$, $f'''(x) = ?$;

6) $f(x) = x^2 \cdot \sin x$, $f^{(3)} = ?$.

38. Найти производные и дифференциалы указанных порядков:

1) $f(x) = \cos^2 x$, $f''(x) = ?$, $d^2 f(x) = ?$;

2) $f(x) = e^x \cos x$, $f^{(3)}(x) = ?$, $d^{(3)} f(x) = ?$.

39. Проверить справедливость теоремы Ферма для функции $f(x) = 3x^2 - 1$ на промежутке $[1, 2]$.

40. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции $f(x) = x$ на промежутке $[0, 1]$.

41. Проверить справедливость первой теоремы о среднем для функции $f(x) = 2x - x^2$ на про-

межутке $[1, 3]$. Найти точку ξ , удовлетворяющую условию $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(\xi)$.

42. Раскрыть неопределённости по правилам Лопиталя:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \left[\frac{0}{0} \right]$; 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 - x^2 - x + 3} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right]$;

3) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right) = [\infty - \infty]$; 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \left[\frac{0}{0} \right]$;

$$5) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^3 - 4x^2 + 3} = \left[\frac{0}{0} \right]; 6) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right].$$

43. Найти неопределённые интегралы непосредственным интегрированием, используя свойства неопределённого интеграла и таблицу первообразных:

$$\begin{aligned} &1) \int (x^6 - 6x^5 + 40x^3 - 24x^2) dx; 2) \int \sqrt[3]{x^2} (8\sqrt[3]{x} - 1) dx; \\ &3) \int \frac{(4 - 3\sqrt{x})^2}{x^2} dx; 4) \int \frac{x+2}{x+3} dx; 5) \int \left(\sum_{k=0}^n a_k x^k \right) dx; \\ &6) \int (2x^2 + 1)^3 dx; 7) \int (1 + \sqrt{x})^4 dx; 8) \int \frac{(x+1) \cdot (x^2 - 3)}{3x^2} dx; \\ &9) \int \frac{(x - \sqrt{x}) \cdot (1 + \sqrt{x})}{\sqrt[3]{x}} dx; 10) \int (5^x - 1)(5^{-x} + 1) dx; \\ &11) \int \frac{x^2 + 3}{x^2 + 1} dx; 12) \int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x} dx; 13) \int \frac{\sin 3x - \sin 5x}{\cos 4x} dx; \\ &14) \int \frac{2^{x+1} - 5^{x-1}}{10^x} dx; 15) \int \frac{dx}{2 + 3x^2} dx. \end{aligned}$$

44. Найти неопределённые интегралы методом подведения под дифференциал:

$$\begin{aligned} &1) \int \frac{dx}{ax+b}, \text{ где } a, b - \text{ постоянные;} \\ &2) I = \int \frac{x dx}{1+x^2}; \\ &3) \int \sqrt{x+3} dx \text{ (Указание: использовать подстановку } t = x+3); \\ &4) I = \int \frac{dx}{e^x + e^{-x}} \text{ (Указание: использовать подстановку } t = e^x); \\ &5) \int \frac{x^2 + 1}{(x^3 + 3x + 1)^4} dx; 6) \int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}; \end{aligned}$$

$$7) \int \frac{3\sqrt{x}+1}{2x\sqrt{x}+x} dx; 8) \int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^4}};$$

$$9) \int \frac{x \cos x + \sin x}{(x \sin x)^3} dx; 10) \int \frac{\sin 2x - \cos x}{(\cos^2 x + \sin x)^2} dx.$$

45. Найти неопределённые интегралы методом подстановки:

$$1) \int x \cdot e^{x^2} dx \text{ (Указание: использовать подстановку } t = x^2);$$

$$2) \int \frac{\ln^3 x}{x} dx; 3) \int (12x-5)^7 dx; 4) \int e^{4-3x} dx;$$

$$5) \int 6^{5x+2} dx; 6) \int \frac{6x-5}{\sqrt{3x^2-5x+4}} dx; 7) \int \frac{e^x dx}{2e^x+7}; 8) \int \frac{dx}{x \ln x};$$

$$9) \int \frac{\sqrt[6]{\ln^5 x}}{x} dx; 10) \int \frac{e^{5x}}{4-e^{10x}} dx; 11) \int \sin x \cos^2 x dx;$$

$$12) \int \frac{\cos x}{\sqrt[3]{\sin x}} dx; 13) \int \frac{\sin x}{\cos^2 x \sqrt{\cos x}} dx;$$

$$14) \int \frac{\sqrt{5 \operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx; 15) \int e^{4 \cos x - 1} \sin x dx.$$

46. Найти неопределённый интеграл методом интегрирования по частям:

$$1) \int x^2 \cdot \cos x dx; 2) \int x^2 \cdot \sin x dx; 3) \int x \cdot e^x dx;$$

$$4) \int (x^2 + 2x + 3) \cdot \cos x dx; 5) \int \frac{x}{\sin^2 x} dx; 6) \int e^{2x} \cos x dx;$$

$$7) \int x^2 e^x dx; 8) \int x \ln x dx.$$

47. Найти определённый интеграл:

$$1) \int_0^1 x \cdot e^{-x} dx; 2) \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx; 3) \int_0^r \sqrt{r^2 - x^2} dx;$$

$$4) \int_0^{\pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{(\cos x + \sin x)^3} dx; 5) \int_1^e \frac{1 + \ln^3 x}{x} dx; 6) \int_{-2}^5 \sqrt[3]{5x+2} dx;$$

$$\begin{aligned}
& 7) \int_{0,5}^{0,5} \frac{3^x}{1+9^x} dx; 8) \int_0^{0,5} e^{\sin \pi x} \cos \pi x dx; 9) \int_0^1 x e^{-x} dx; \\
& 10) \int_0^\pi e^x \cos^2 x dx; 11) \int_0^\pi (\pi - x) \sin x dx; 12) \int_{-1}^0 (2x + 3) e^{-x} dx; \\
& 13) \int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{x dx}{\sin^2 x}; 14) \int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\cos x}{3 + \cos x} dx; 15) \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x} dx; 16) \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1 + \operatorname{tg} x}{\sin 2x} dx.
\end{aligned}$$

ЧАСТЬ 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ

НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

РЯДЫ

Практическое занятие 1. Дифференцируемость функций

нескольких переменных

Предварительные сведения

Функция $f: R^n \rightarrow R^1$ называется дифференцируемой в области $\Omega \subset R^n$, если выполняется следующее условие:

$$\begin{aligned}
& \left(\forall \vec{x}_0 \in \Omega \right) \left(\exists U \left(\vec{x}_0 \right) \subset \Omega \right) : \left(\forall \vec{x} \in U \left(\vec{x}_0 \right) \right) \\
& f \left(\vec{x} \right) = f \left(\vec{x}_0 \right) + \sum_{k=1}^m \frac{\partial f}{\partial x^k} \left(\vec{x}_0 \right) \cdot \Delta x^k + o \left(\left\| \Delta \vec{x} \right\| \right).
\end{aligned}$$

Здесь

$$\Delta \vec{x} = \sum_{k=1}^m \left(x^k - x_0^k \right) \vec{e}_k \equiv \sum_{k=1}^m \Delta x^k \vec{e}_k,$$

$$\lim_{\left\| \Delta \vec{x} \right\| \rightarrow 0} \frac{o \left(\left\| \Delta \vec{x} \right\| \right)}{\left\| \Delta \vec{x} \right\|} = 0,$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_k} \left(\vec{x}_0 \right) \equiv \lim_{\Delta x^k \rightarrow 0} \frac{f(x_0^1, \dots, x_0^{k-1}, x_0^k + \Delta x^k, x_0^{k+1}, \dots, x_0^m) - f(x_0^1, \dots, x_0^{k-1}, x_0^k, x_0^{k+1}, \dots, x_0^m)}{\Delta x^k}.$$

частная производная по переменной x^k первого порядка.

Частные производные функции нескольких переменных высших порядков находятся посредством рекуррентной формулы:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_p^2} \left(\vec{x} \right) \equiv \frac{\partial}{\partial x_p} \left(\frac{\partial f}{\partial x_p} \right); \quad \frac{\partial}{\partial x_p} \left(\frac{\partial f}{\partial x_k} \right) \equiv \frac{\partial^2 f}{\partial x_p \partial x_k} \left(\vec{x} \right).$$

Вторая формула даёт выражение для смешанной частной производной второго порядка.

Справедлива следующая теорема.

Пусть $f: M \rightarrow f(M)$ ($M \subset R^n$ и $f(M) \subset R^1$) – некоторая дифференцируемая в окрестности $U(\vec{x}_0) \subset M$ точки $\vec{x}_0 \in M$ функция. Тогда, если в окрестности $U(\vec{x}_0)$ существуют (смешанные) частные производные второго порядка

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_p \partial x_k} \left(\vec{x} \right), \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x_k \partial x_p} \left(\vec{x} \right),$$

непрерывные в точке $\vec{x}_0$, то

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_p \partial x_k} \left(\vec{x}_0 \right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x_k \partial x_p} \left(\vec{x}_0 \right).$$

Теорема обобщается и на смешанные производные любого порядка, вычисленные одинаковое число раз по одним и тем же переменным, даже в разном порядке.

Высшие дифференциалы определяются аналогично высшим производным посредством рекуррентной формулы следующего вида

$$d^n f \left(\vec{x} \right) \stackrel{\text{def}}{=} d \left(d^{n-1} f \left(\vec{x} \right) \right).$$

Так, например, второй дифференциал функции $f: M \rightarrow f(M)$ в точке $\vec{x} \in M \subset R^n$ вычисляется по формуле:

$$d^2 f \left(\vec{x} \right) = d \left(df \left(\vec{x} \right) \right) = d \left(\sum_{k=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_k} \left(\vec{x} \right) dx_k \right) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\sum_{k=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_k} \left(\vec{x} \right) dx_k \right) dx_j.$$

Примеры с решением

Пример 4.1.1. Используя определение, найти первые частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$z(x, y) = x^2 y + 4x - 2y + 5,$$

в точке $M_0(5; 1)$.

Решение. Для частной производной по переменной x имеем по определению:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{z(x_0 + \Delta x, y_0) - z(x_0, y_0)}{\Delta x}.$$

Фиксируя значение $y = y_0$, находим сужение функции $z(x, y)$ на прямую линию $y = y_0$, параллельную оси Ox . На этой прямой сужение

$$z(x, y_0) = y_0 x^2 + 4x - 2y_0 + 5$$

функции $z(x, y)$ является функцией одной переменной x . Используем схему нахождения производной функции одного переменного для сужения $z(x, y_0)$.

1) Придавая переменной x приращение Δx в точке $(x_0; y_0)$, получим:

$$\begin{aligned} z(x_0 + \Delta x, y_0) &= x_0^2 y_0 + 2x_0 y_0 \cdot \Delta x + y_0 (\Delta x)^2 + \\ &+ 4x_0 + 4 \cdot \Delta x - 2y_0 + 5. \end{aligned}$$

2) Находим приращение функции $z(x, y_0)$ в точке $(x_0; y_0)$, придавая переменной x приращение Δx :

$$z(x_0 + \Delta x, y_0) - z(x_0, y_0) = 2x_0 y_0 \cdot \Delta x + y_0 (\Delta x)^2 + 4 \cdot \Delta x.$$

3) Находим предел конечно-разностного отношения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial x} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{z(x_0 + \Delta x, y_0) - z(x_0, y_0)}{\Delta x} = \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2x_0 y_0 \cdot \Delta x + y_0 (\Delta x)^2 + 4\Delta x}{\Delta x} = 2x_0 y_0 + 4. \end{aligned}$$

4) Подставляя координаты точки $(x_0; y_0) = (5; 1)$, получаем:

$$\frac{\partial z}{\partial x}(5, 1) = (2x_0 y_0 + 4) \Big|_{\substack{x_0=5 \\ y_0=1}} = 14.$$

Аналогично находим частную производную в точке $(x_0; y_0) = (5; 1)$ по второй переменной y :

$$\frac{\partial z}{\partial y}(5, 1) = (x_0^2 - 2) \Big|_{\substack{x_0=5 \\ y_0=1}} = 23. \quad \otimes$$

Пример 4.1.2. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = x^3 + 3x^2 y - y^3.$$

Решение. Фиксируя переменные и используя формулу вычисления производной степенной функции, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = 3x^2 + 6xy; \quad \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 3x^2 - 3y^2. \quad \otimes$$

Пример 4.1.3. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = \frac{xy}{x + y}.$$

Решение. Фиксируя переменные и используя формулы вычисления производной частного и произведения двух функций, получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{xy}{x + y} \right) = \frac{y^2}{(x + y)^2}; \\ \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{xy}{x + y} \right) = \frac{x^2}{(x + y)^2}. \quad \otimes \end{aligned}$$

Пример 4.1.4. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = (1 - x)^{y^2}.$$

Решение. Для вычисления частной производной по переменной x фиксируем переменную y и используем формулу для производной степенной функции:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = -y^2(1-x)^{y^2-1}.$$

Для вычисления частной производной по переменной y фиксируем переменную x и используем формулу $(a^u)' = a^u \ln a \cdot u'$, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 2y \cdot (1-x)^{y^2} \cdot \ln(1-x). \quad \otimes$$

Пример 4.1.5. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = x^3 y^2 + 2x \ln y + x^y.$$

Решение. Используя таблицу производных, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = 3x^2 y^2 + 2 \ln y + yx^{y-1},$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 2x^3 y + \frac{2x}{y} + x^y \ln x. \quad \otimes$$

Пример 4.1.6. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = (1 + xy)^y.$$

Решение. Фиксируя переменную y и используя формулу дифференцирования степенной функции, для частной производной по переменной x получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = y(1 + xy)^{y-1} \cdot y = y^2(1 + xy)^{y-1}.$$

Для вычисления частной производной по переменной y фиксируем переменную x и используем понятие логарифмической производной:

$$z = \ln u(x, y) = y \ln(1 + xy) \rightarrow z'_y = \ln(1 + xy) + \frac{xy}{1 + xy} \rightarrow$$

$$z' = \frac{u'}{u} \rightarrow \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = (1 + xy)^y \cdot \ln(1 + xy) + (1 + xy)^y \frac{xy}{1 + xy} =$$

$$= (1+xy)^y \left[\ln(1+xy) + \frac{x \cdot y}{(1+xy)} \right]. \otimes$$

Пример 4.1.7. Найти частные производные первого порядка функции трёх переменных, заданной формулой

$$u(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}}$$

в точке $M_0(1; -1; -2)$.

Р е ш е н и е. Для нахождения частных производных используем таблицу производных и правила дифференцирования функций:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = -\frac{1}{2} \frac{2x_1}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x_1}{\sqrt{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^3}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2} = -\frac{1}{2} \frac{2x_2}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x_2}{\sqrt{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^3}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3} = -\frac{1}{2} \frac{2x_3}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x_3}{\sqrt{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^3}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_1}(1; -1; -2) = -\frac{1}{\sqrt{216}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2}(1; -1; -2) = \frac{1}{\sqrt{216}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3}(1; -1; -2) = -\frac{2}{\sqrt{216}}. \otimes$$

Пример 4.1.8. Найти частные производные первого порядка функции трёх переменных

$$u(x_1, x_2, x_3) = \exp(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) \equiv e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$$

в точке $M(0; 1; 2)$.

Р е ш е н и е. Для нахождения частных производных, используя таблицу производных и правила дифференцирования функций, дифференцируем сужения функции на отрезки прямых, параллельных осям системы координат:

$$1) \frac{\partial u}{\partial x_1}(x_1, x_2, x_3) = \frac{\partial}{\partial x_1} e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} = e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \frac{\partial}{\partial x_1} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) =$$

$$= 2x_1 e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_1}(M) = 0;$$

$$2) \frac{\partial u}{\partial x_2}(x_1, x_2, x_3) = \frac{\partial}{\partial x_2} e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} = e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \frac{\partial}{\partial x_2} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) =$$

$$= 2x_2 e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2}(M) = 2e^5;$$

$$3) \frac{\partial u}{\partial x_3}(x_1, x_2, x_3) = \frac{\partial}{\partial x_3} e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} = e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \frac{\partial}{\partial x_3} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) =$$

$$= 2x_3 e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3}(M) = 4e^5. \otimes$$

Пример 4.1.9. Показать, что функция, заданная формулой

$$z = \ln(x^2 + y^2)$$

удовлетворяет уравнению

$$y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$

Р е ш е н и е. Находим частные производные функции в произвольной точке (x, y) :

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2x}{x^2 + y^2}; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{x^2 + y^2}.$$

Подставляя в правую часть уравнения, получаем

$$y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2xy}{x^2 + y^2} - \frac{2xy}{x^2 + y^2} = 0. \otimes$$

Пример 4.1.10. Показать, что функция

$$u(x_1, x_2) = x_2 \ln(x_1^2 - x_2^2)$$

удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{x_1} \frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{1}{x_2} \frac{\partial u}{\partial x_2} = \frac{u}{x_2^2}.$$

Решение. Находим частные производные данной функции:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1}(x_1, x_2) = x_2 \frac{\partial}{\partial x_1} \ln(x_1^2 - x_2^2) = x_2 \frac{1}{x_1^2 - x_2^2} \frac{\partial}{\partial x_1} (x_1^2 - x_2^2) = \frac{2x_1 x_2}{x_1^2 - x_2^2};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2}(x_1, x_2) = \ln(x_1^2 - x_2^2) + x_2 \frac{\partial}{\partial x_2} \ln(x_1^2 - x_2^2) =$$

$$= \ln(x_1^2 - x_2^2) + x_2 \frac{1}{x_1^2 - x_2^2} \frac{\partial}{\partial x_2} (x_1^2 - x_2^2) = \ln(x_1^2 - x_2^2) - \frac{2x_2^2}{x_1^2 - x_2^2}.$$

Полученные выражения подставим в левую часть уравнения:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x_1} \frac{2x_1 x_2}{x_1^2 - x_2^2} + \frac{1}{x_2} \left[\ln(x_1^2 - x_2^2) - \frac{2x_2^2}{x_1^2 - x_2^2} \right] = \\ & = \frac{2x_2}{x_1^2 - x_2^2} - \frac{2x_2}{x_1^2 - x_2^2} + \frac{\ln(x_1^2 - x_2^2)}{x_2} = \frac{u(x_1, x_2)}{x_2^2}. \end{aligned}$$

Таким образом, приходим к тождеству:

$$\frac{u(x_1, x_2)}{x_2^2} = \frac{u(x_1, x_2)}{x_2^2}.$$

То есть функция $u(x_1, x_2) = x_2 \ln(x_1^2 - x_2^2)$ удовлетворяет данному уравнению

$$\frac{1}{x_1} \frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{1}{x_2} \frac{\partial u}{\partial x_2} = \frac{u}{x_2^2}. \otimes$$

Пример 4.1.11. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных, заданной формулой:

$$u(x, y) = x^4 + 5x^2y^2 + 6xy + 5.$$

Р е ш е н и е. Имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = 4x^3 + 10xy^2 + 6y; \quad \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 10x^2y + 6x;$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) = 12x^2 + 10y^2; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = 10x^2;$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}(x, y) = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}(x, y) = 20xy + 6. \otimes$$

Пример 4.1.12. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных

$$u(x, y) = e^x \ln y.$$

Р е ш е н и е. Имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = e^x \ln y; \quad \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = \frac{e^x}{y};$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) = e^x \ln y; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = -\frac{e^x}{y^2};$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}(x, y) = \frac{e^x}{y}. \otimes$$

Пример 4.1.13. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных $u(x, y) = \sin(x + y)$.

Р е ш е н и е. Имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = \cos(x + y); \quad \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = \cos(x + y);$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) = -\sin(x + y); \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = -\sin(x + y);$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}(x, y) = -\sin(x + y). \otimes$$

Пример 4.1.14. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных

$$u(x_1, x_2) = x_1^{x_2}.$$

Решение. 1) Находим частные производные первого порядка:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = x_2 x_1^{x_2-1}, \quad \frac{\partial u}{\partial x_2} = x_1^{x_2} \ln x_1.$$

2) Находим частные производные второго порядка, дифференцируя частные производные первого порядка:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = x_2(x_2 - 1)x_1^{x_2-2},$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_1} = x_1^{x_2-1} + x_2 x_1^{x_2-1} \ln x_1 = x_1^{x_2-1}(1 + x_2 \ln x_1),$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} = x_2 x_1^{x_2-1} \ln x_1 + x_1^{x_2} \frac{1}{x_1} = x_1^{x_2-1}(1 + x_2 \ln x_1),$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = x_1^{x_2} (\ln x_1)^2. \otimes$$

Пример 4.1.15. Вычислить полный дифференциал функции двух переменных, заданной формулой

$$z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

в точке $M_0(1; -1)$.

Решение. Находим частные производные функции:

$$1) \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{1}{2} \frac{2x}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}},$$

$$\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{\substack{x=1 \\ y=-1}} = -\frac{1}{\frac{3}{2^2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4};$$

$$2) \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{1}{2} \frac{2y}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{y}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{y}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}},$$

$$\left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_{\substack{x=1 \\ y=-1}} = \frac{1}{\frac{3}{2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{4};$$

$$3) dz(1, -1) = -\frac{\sqrt{2}}{4} dx + \frac{\sqrt{2}}{4} dy. \otimes$$

Пример 4.1.16. Вычислить приближённо $(0,98)^{2,01}$.

Решение. Рассмотрим функцию $Z = X^Y$. В точке $(1; 2)$ значение функции $z(1; 2) = 1$. Вычислим значение функции в точке $(0,98; 2,01)$. Имеем $\Delta x = -0,02$, $\Delta y = 0,01$. Находим частные производные функции $Z = X^Y$ в точке $(1; 2)$:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = yx^{y-1} \Rightarrow \left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{\substack{x=1 \\ y=2}} = 2;$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x^y \ln x \Rightarrow \left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_{\substack{x=1 \\ y=2}} = 0.$$

Получаем:

$$(0,98)^{2,01} = z(1; 2) + \left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{\substack{x=1 \\ y=2}} \cdot \Delta x + \left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_{\substack{x=1 \\ y=2}} \cdot \Delta y = 1 - 0,04 = 0,96. \otimes$$

Пример 4.1.17. Найти дифференциал функции

$$f = f(x + y^2, y + x^2)$$

в точке $M(-1; 1)$.

Решение. Обозначим, например,

$$u = x + y^2, v = y + x^2.$$

Для нахождения дифференциала используем формулу дифференциала и правило нахождения производной композиции функций:

$$df(u, v) = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy = \left(\frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x} \right) dx + \left(\frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial y} \right) dy;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u} \cdot 1 + \frac{\partial f}{\partial v} \cdot 2x;$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial u} \cdot 2y + \frac{\partial f}{\partial v} \cdot 1;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(M) = \frac{\partial f}{\partial u}(0; 2) - \frac{\partial f}{\partial v}(0; 2);$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(M) = \frac{\partial f}{\partial u}(0; 2) + \frac{\partial f}{\partial v}(0; 2).$$

Подставляя в выражение для полного дифференциала, получаем:

$$\begin{aligned} df(M) &= \frac{\partial f}{\partial x}(M) dx + \frac{\partial f}{\partial y}(M) dy = \\ &= \left[\frac{\partial f}{\partial u}(0; 2) - 2 \frac{\partial f}{\partial v}(0; 2) \right] dx + \left[2 \frac{\partial f}{\partial u}(0; 2) + \frac{\partial f}{\partial v}(0; 2) \right] dy. \quad \otimes \end{aligned}$$

Пример 4.1.18. Найти дифференциал второго порядка функции

$$f = f(x + y, xy).$$

Решение. Обозначим $u = x + y$, $v = xy$. Теперь находим:

$$\frac{\partial f}{\partial x} =$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial u}(x + y, xy) + \frac{\partial f}{\partial v}(x + y, xy) \cdot y;$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial f}{\partial u}(x + y, xy) + \frac{\partial f}{\partial v}(x + y, xy) \cdot x;$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial v \partial u} \cdot x + \frac{\partial^2 f}{\partial u \partial v} \cdot y + \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} \cdot xy + \frac{\partial f}{\partial v} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + (x+y) \frac{\partial^2 f}{\partial u \partial v} + xy \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} + \frac{\partial f}{\partial v}; \\
\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial v \partial u} \cdot x + \frac{\partial^2 f}{\partial u \partial v} \cdot x + \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} \cdot x^2 = \\
&= \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + 2x \frac{\partial^2 f}{\partial u \partial v} + x^2 \frac{\partial^2 f}{\partial v^2}. \otimes
\end{aligned}$$

Пусть функция $u = f(x, y)$ задана *параметрическим способом*, то есть, с помощью формул

$$x = \varphi(t), \quad y = \psi(t).$$

Тогда функция u является функцией одного переменного t :

$$u = f(\varphi(t), \psi(t)).$$

Пусть функции $x = \varphi(t)$ и $y = \psi(t)$ дифференцируемы в некоторой точке t , то есть, существуют производные

$$\begin{aligned}
\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\varphi(t + \Delta t) - \varphi(t)}{\Delta t} &= \frac{d\varphi}{dt}(t), \\
\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\psi(t + \Delta t) - \psi(t)}{\Delta t} &= \frac{d\psi}{dt}(t).
\end{aligned}$$

Если функция $u = f(x, y)$ дифференцируема, то придавая переменной t приращение Δt , видим, что все функции получают соответствующие приращения Δx , Δy и Δu , причём по определению дифференцируемости

$$\begin{aligned}
\Delta u &= f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y) = \\
&= \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) \cdot \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) \cdot \Delta y + \alpha \cdot \Delta x + \beta \cdot \Delta y
\end{aligned}$$

где $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \beta = 0$. Из последнего равенства вытекает, что

$$\frac{du}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) \cdot \frac{\Delta y}{\Delta t} + \alpha \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} + \beta \cdot \frac{\Delta y}{\Delta t} \right\} =$$

$$= \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) \cdot \frac{dy}{dt}.$$

Итак, имеем формулу:

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) \cdot \frac{dy}{dt}.$$

Если $x = \varphi(t, s)$ и $y = \psi(t, s)$, то имеем две формулы:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t},$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s}.$$

Пример 4.1.19. Найти $\frac{dz}{dt}$, если

$$z = x^3 - x^2 y, \quad x = 1 - t^2, \quad y = t^4.$$

Решение. Находим непосредственно:

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = (3x^2 - 2xy)2t + (-x^2)4t^3 = \\ &= 4t^7 + 2t^6 + 8t^5 + 4t^4 - 4t^3 - 12t^2 + 2t. \quad \otimes \end{aligned}$$

Пример 4.1.20. Найти $\frac{du}{dt}$, если

$$u = \ln \frac{x_1 - x_2 + x_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} + \sin(x_1 + x_2 + x_3),$$

$$x_1 = a \sin t, \quad x_2 = b \cos t, \quad x_3 = ce^{-kt},$$

где a, b, c, k – некоторые постоянные.

Пример 4.1.21. Найти $\frac{\partial z}{\partial t}$ и $\frac{\partial z}{\partial s}$ для функции $z = x^3 e^y$, если

$$x = ts, \quad y = t^2 - s^2.$$

Решение.

$$1) \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = e^{t^2-s^2} t^2 s^3 (3+2t^2).$$

$$2) \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s} = e^{t^2-s^2} t^3 s^2 (3-2s^2). \otimes$$

Пусть функция $y = f(x)$ задана неявно посредством уравнения

$$F(x, y) = 0,$$

тогда её производная находится с использованием правила дифференцирования сложной функции путём прямого дифференцирования уравнения, определяющего функцию:

$$\frac{\partial F}{\partial x}(x, y) + \frac{\partial F}{\partial y}(x, y) \frac{dy}{dx} = 0,$$

где учтено, что $\frac{dx}{dx} = 1$. Если $\frac{\partial F}{\partial y}(x, y) \neq 0$, то получаем

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial x}(x, y)}{\frac{\partial F}{\partial y}(x, y)}.$$

Пусть теперь уравнение

$$F(x, y, u) = 0$$

задаёт функцию двух переменных $u = \varphi(x, y)$. Тогда

$$\frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial u}}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{\frac{\partial F}{\partial u}}.$$

Пример 4.1.22. Найти частные производные функции $z = z(x, y)$, заданной неявно уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 4y - 1 = 0.$$

Решение. Здесь

$$F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 4y - 1,$$

следовательно, имеем:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 2x + 2y; \frac{\partial F}{\partial y} = 2x + 2y - 4; \frac{\partial F}{\partial z} = 2z.$$

Используя формулы дифференцирования неявно заданной функции, получаем:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F'_x}{F'_z} = -\frac{x+y}{z}; \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F'_y}{F'_z} = \frac{2-x-y}{z}. \otimes$$

Практическое занятие 2. Исследование функции нескольких переменных

Предварительные сведения

Пусть $f : M \rightarrow f(M)$ – некоторая функция n переменных, дифференцируемая в области $M \subset R^n$, а N_0 и N – точки множества её определения. Тогда **производной по направлению** вектора $\vec{N_0 N} = t \vec{h}$, где $t \in R^+ \cup \{0\}$, в точке N_0 (с радиус-вектором $\vec{x_0}$) функции f называется правый предел

$$\frac{\partial f}{\partial h} \left(\vec{x_0} \right) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{t \rightarrow 0+0} \frac{f \left(\vec{x_0} + t \vec{h} \right) - f \left(\vec{x_0} \right)}{t}.$$

Градиентом функции $f : M \rightarrow f(M)$ в точке $\vec{x_0} \in M$ называется вектор, имеющий в каноническом базисе пространства R^n координаты $\frac{\partial f}{\partial x_k} \left(\vec{x_0} \right)$ ($k = 1, 2, \dots, n$), то есть вектор

$$\vec{\text{grad}} f \left(\vec{x_0} \right) \equiv \vec{\nabla} f \left(\vec{x_0} \right) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{k=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_k} \left(\vec{x_0} \right) \vec{e}_k.$$

Связь производной по направлению и градиента даётся формулой:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial h} \left(\vec{x_0} \right) &= \left(\vec{\nabla} f \left(\vec{x_0} \right), \vec{h} \right) = \left\| \vec{\nabla} f \left(\vec{x_0} \right) \right\| \cdot \left\| \vec{h} \right\| \cdot \cos \left\{ \vec{\nabla} f \left(\vec{x_0} \right), \vec{N_0 N} \right\} = \\ &= \left\| \vec{\nabla} f \left(\vec{x_0} \right) \right\| \cdot \cos \left\{ \vec{\nabla} f \left(\vec{x_0} \right), \vec{N_0 N} \right\}. \end{aligned}$$

Внутренняя точка $\vec{x}_0 \in M$ называется **точкой локального минимума** (точкой локального максимума) функции f , если существует окрестность $U(\vec{x}_0)$ такая, что

$\left(\forall \vec{x} \in U(\vec{x}_0) \right)$ выполняется неравенство

$$f(\vec{x}_0) \leq f(\vec{x}) \left(f(\vec{x}_0) \geq f(\vec{x}) \right).$$

Справедлива теорема, позволяющая исследовать на экстремум функцию двух переменных.

Пусть функция $f: M \rightarrow f(M)$, $M \subset R^2$, $f(M) \subset R^1$ непрерывна вместе со сво-

ими частными производными первого и второго порядка в некоторой окрестности точки $\vec{x}_0 \in M$ и удовлетворяет условию

$$\vec{\nabla} f(\vec{x}_0) = \vec{0}.$$

Составим определитель следующего вида

$$D(\vec{x}_0) = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(\vec{x}_0) & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}(\vec{x}_0) \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}(\vec{x}_0) & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}(\vec{x}_0) \end{vmatrix}.$$

Тогда в точке $\vec{x}_0$ функция f :

- 1) имеет локальный минимум, если $D(\vec{x}_0) > 0$ и $\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(\vec{x}_0) > 0$;
- 2) имеет локальный максимум, если $D(\vec{x}_0) > 0$ и $\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(\vec{x}_0) < 0$;
- 3) не имеет экстремума, если $D(\vec{x}_0) < 0$.

Примеры с решением

Пример 4.2.1. Найти $\vec{\text{grad}} f$ и $\left\| \vec{\text{grad}} f \right\|$ для функции, определённой формулой

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$$

в точке $M_0(1; -1; 2)$.

Решение. Находим частные производные и их значение в указанной точке:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y, z) = 2x, \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x, y, z) = 2y, \quad \frac{\partial f}{\partial z}(x, y, z) = -2z;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1, -1, 2) = 2, \quad \frac{\partial f}{\partial y}(1, -1, 2) = -2, \quad \frac{\partial f}{\partial z}(1, -1, 2) = -4.$$

Теперь имеем:

$$\vec{\text{grad}} f(M_0) = 2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3,$$

$$\|\vec{\text{grad}} f\| = \sqrt{4 + 4 + 16} = 2\sqrt{6}. \otimes$$

Пример 4.2.2. Найти производную функции, заданной формулой

$$u(x, y, z) = x^2 - 2xz + y^2$$

в точке $M_0(1; 2; -1)$ по направлению вектора $\vec{M_0M}$, где $M(2; 4; -3)$.

Решение. Находим вектор

$$\vec{M_0M} : \vec{M_0M} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Далее, находим градиент функции в произвольной точке и в точке $M_0(1; 2; -1)$:

$$\vec{\text{grad}} u = \frac{\partial u}{\partial x}\vec{e}_1 + \frac{\partial u}{\partial y}\vec{e}_2 + \frac{\partial u}{\partial z}\vec{e}_3 = (2x - 2z)\vec{e}_1 + 2y\vec{e}_2 - 2x\vec{e}_3,$$

$$\vec{\text{grad}} u(M_0) = 4\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Находим производную по направлению вектора $\vec{M_0M}$:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial \vec{M_0 M}}(M_0) &= \frac{\left(\left. \vec{\text{grad}} u \right|_M, \vec{M_0 M} \right)}{\left\| \vec{M_0 M} \right\|} = \frac{4 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + (-2) \cdot (-2)}{\sqrt{1 + 4 + 4}} \\ &= \frac{4 + 8 + 4}{\sqrt{9}} = \frac{16}{3}. \quad \otimes\end{aligned}$$

Пример 4.2.3. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой:

$$z(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 2x - 3y.$$

Решение. 1) Находим критические точки:

$$\begin{cases} z'_x = 0, \\ z'_y = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 2, \\ x + 2y = 3. \end{cases}$$

Решение СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 4/3 \end{pmatrix}.$$

Имеем одну критическую точку $M_0\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

2) Вычисляем определитель:

$$D = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(M_0) & \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}(M_0) \\ \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}(M_0) & \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}(M_0) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3 > 0.$$

Точка $M\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$ является точкой экстремума. Так как

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(M_0) > 0,$$

то точка $M_0\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$ является точкой локального **минимума**.

3) Находим значение функции в точке локального минимума:

$$z(M_0) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} + \left(\frac{4}{3}\right)^2 - \frac{2}{3} - \frac{12}{3} = -\frac{7}{3}. \otimes$$

Пример 4.2.4. Исследовать на экстремуму функцию, заданную формулой:

$$z(x, y) = x^2 + y^2 + \frac{(x + 2y - 16)^2}{2}.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим критические точки:

$$\begin{cases} z'_x = 0, \\ z'_y = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 16, \\ x + 3y = 16. \end{cases}$$

Эта СЛАУ имеет решение:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16/7 \\ 32/7 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, имеем одну критическую точку $M_0\left(\frac{16}{7}; \frac{32}{7}\right)$.

2) Вычисляем определитель:

$$D = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(M_0) & \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}(M_0) \\ \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}(M_0) & \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}(M_0) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = 14 > 0.$$

Точка $M_0\left(\frac{16}{7}; \frac{32}{7}\right)$ является точкой локального экстремума. Так как

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(M_0) > 0,$$

то точка $M_0\left(\frac{16}{7}; \frac{32}{7}\right)$ является точкой локального минимума.

3) Находим значение функции в точке локального минимума:

$$z(M_0) \approx 36,6. \otimes$$

Практическое занятие 3. Числовые ряды

Предварительные сведения

Пусть $(a_k) = a_1, a_2, a_3, \dots, a_k, \dots$ – некоторая последовательность действительных чисел ($a_k \in R, k=1, 2, 3, \dots$). Сопоставим из элементов этой последовательности новую последовательность, определив её члены так:

$$s_1 = a_1,$$

$$s_2 = a_1 + a_2,$$

$$s_3 = a_1 + a_2 + a_3,$$

$$\dots\dots\dots,$$

$$s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n,$$

$$\dots\dots\dots$$

Формула для общего члена получившейся последовательности имеет, очевидно, вид

$$s_n = \sum_{k=1}^n a_k \quad (n=1, 2, 3, \dots).$$

Последовательность (s_n) определяет **числовой ряд**

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + a_{n+1} + \dots \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{k=1}^{\infty} a_k$$

и называется последовательностью частичных сумм числового ряда.

Бесконечный ряд $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ называется **сходящимся (расходящимся)**, если сходится (расходится) последовательность его частичных сумм. Если ряд сходится, то его **суммой** называется число

$$S \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n a_k.$$

Необходимое условие сходимости числового ряда даётся следующей теоремой.

Последовательность (a_k) членов сходящегося числового ряда сходится к нулю.

Геометрическая прогрессия $\sum_{k=1}^{\infty} q^{k-1}$ при $|q| < 1$ сходится к

$$S = \frac{1}{1-q},$$

а при $|q| \geq 1$ расходится.

Гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ расходится.

Пусть $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ и $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$ – два ряда с положительными членами.

Если для почти всех k выполняется неравенство $a_k \leq b_k$, то ряд $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$

называется **минорантой** ряда $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$, а ряд $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$ – **мажорантой** ряда $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$.

Признак сравнения. Каждая миноранта сходящегося ряда сходится, а каждая мажоранта расходящегося ряда расходится.

Признак Даламбера. Пусть $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ – ряд с положительными членами. Если существует та-

кое число $q \in (0, 1)$, что для почти всех номеров k выполняется неравенство $\frac{a_{k+1}}{a_k} \leq q$, то ряд

сходится. Если же для почти всех k выполняется неравенство $\frac{a_{k+1}}{a_k} > 1$, то ряд расходится.

Ряд вида

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} a_k,$$

где (a_k) – последовательность положительных чисел, называется **знакопеременным рядом**.

Знакопеременный ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} a_k$$

сходится в том и только в том случае, если последовательность из абсолютных величин его членов монотонно убывает и сходится к нулю.

Примеры с решением

Пример 4.3.1. Найти сумму ряда

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} + \dots$$

Решение. Общий член ряда равен

$$a_n = \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}.$$

Следовательно, для последовательности частичных сумм ряда имеем

$$s_n = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) \dots = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

Сумма ряда находится путём непосредственного предельного перехода:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = 1. \otimes$$

Пример 4.3.2. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$.

Р е ш е н и е. Общий член ряда можно представить в виде:

$$a_n = \frac{1}{4n^2 - 1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right).$$

Записывая общий член последовательности частичных сумм ряда в виде

$$s_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \dots + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2(2n+1)}$$

и переходя непосредственно к пределу, получаем:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2(2n+1)} \right] = \frac{1}{2}. \otimes$$

Пример 4.3.3. Найти сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n-1}} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} + \dots$$

Р е ш е н и е. Имеем геометрическую прогрессию, которая в силу неравенства $q = \frac{1}{2} < 1$

сходится и имеет сумму

$$S = \frac{1}{1-q} = 2. \otimes$$

Пример 4.3.4. Проверить выполнение необходимого признака сходимости для ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}.$$

Решение. Вычисляя предел последовательности членов ряда, имеем

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{2 - \frac{1}{n}} = \frac{0}{2} = 0.$$

Необходимый признак сходимости выполняется. $\otimes$

Пример 4.3.5. Проверить выполнение необходимого признака сходимости для ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 1}.$$

Решение. Вычисляя предел последовательности членов ряда, имеем

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2}}{1 + \frac{1}{n^2}} = \frac{0}{1} = 0.$$

Необходимый признак сходимости выполняется. $\otimes$

Пример 4.3.6. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1 + 2^{2n}}$.

Решение. Для почти всех n выполняется неравенство

$$\frac{2^n}{1 + 2^{2n}} < \frac{2^n}{2^{2n}} = \frac{1}{2^n}.$$

Следовательно, ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1 + 2^{2n}}$ является минорантой ряда геометрической прогрессии $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$, ко-

торый сходится, так как $q = \frac{1}{2} < 1$.

Следовательно, ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1 + 2^{2n}}$ по признаку сравнения сходится. $\otimes$

Пример 4.3.7. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)}$.

Решение. Проверим выполнение необходимого признака сходимости:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)} = 0.$$

Необходимый признак сходимости выполняется.

Общий член ряда удовлетворяет следующим условиям: $(\forall n \in N)$

$$-1 \leq \sin n \leq 1; 1 < 2 + \sin n < 3; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)} > 0.$$

Имеем ряд с положительными членами, для которого можно применить признак сравнения.

Предположим, что ряд сходится, и попробуем подтвердить это предположение. Для этого заметим, что

$$\sqrt{n^3+1} < 2n^{3/2}.$$

Поэтому имеем:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)} < \frac{2n^{3/2}}{n^2} = \frac{2}{n^{1/2}}.$$

Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^{1/2}}$ является так называемым обобщённым гармоническим рядом $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{n^{\alpha}}$, который при

$0 < \alpha < 1$ расходится. Поэтому предположение о сходимости исходного ряда подтвердить не удалось.

Предположим, что ряд расходится, и попробуем подтвердить это предположение. Для этого заметим, что

$$\sqrt{n^3+1} > \sqrt{n^3}.$$

Поэтому имеем:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)} \geq \frac{n^{3/2}}{3n^2} = \frac{1}{3n^{1/2}}.$$

Так как обобщённый гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^{1/2}}$ расходится, то и исходный ряд также расходится.

⊗

Пример 4.3.8. Выяснить вопрос о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. Находя отношение $\frac{a_{n+1}}{a_n}$, получаем:

$$a_n = \frac{\sqrt{n}}{2^n}, a_{n+1} = \frac{\sqrt{n+1}}{2^{n+1}};$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\sqrt{n+1} \cdot 2^n}{2^n \cdot 2 \cdot \sqrt{n}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{n+1}{n}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n}}.$$

Очевидно, что для всех n выполняется неравенство $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$. Поэтому ряд сходится по признаку

Даламбера. ⊗

Пример 4.3.9. Выяснить вопрос о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$.

Решение. Находя отношение $\frac{a_{n+1}}{a_n}$, получаем:

$$a_n = \frac{n^n}{n!}, a_{n+1} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!};$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1} \cdot n!}{(n+1)! \cdot n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n.$$

Очевидно, что для всех n выполняется неравенство

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n > 1.$$

Поэтому ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$ по признаку Даламбера расходится. ⊗

Пример 4.3.10. Выяснить вопрос о сходимости знакочередующегося ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n}.$$

Решение. Члены ряда по абсолютной величине монотонно убывают:

$$1 > \frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \dots$$

Последовательность абсолютных величин членов ряда сходится к нулю:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| (-1)^{n-1} \frac{1}{n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0.$$

Поэтому ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n}$ по признаку Лейбница сходится. $\otimes$

Пример 4.3.11. Оценить ошибку, допускаемую при замене суммы ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n}$$

суммой четырёх его первых членов.

Решение. Ряд сходится (см. предыдущую задачу). Ошибка, получающаяся при замене суммы ряда суммой четырёх его первых членов, меньше абсолютной величины пятого члена:

$$\Delta < 0,2. \otimes$$

Пример 4.3.12. Выяснить вопрос о типе сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n!}.$

Решение. Ряд сходится (см. задачу 8.11). Рассмотрим ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$. Вычисляем отношение

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n!}{(n+1)!} = \frac{1}{n+1}.$$

Для всех n , очевидно, имеет место неравенство

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{n+1} < 1.$$

Поэтому ряд сходится абсолютно. $\otimes$

Пример 4.3.13. Выяснить вопрос о типе сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$.

Решение. Ряд знакочередующийся, последовательность его членов монотонно убывает и сходится к нулю. Поэтому ряд сходится по признаку Лейбница.

Рассмотрим ряд, составленный из абсолютных величин его членов, то есть ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$. Сравнивая его с гармоническим рядом, замечаем, что для почти всех n (начиная с $n = 2$) каждый член этого ряда больше соответствующего члена гармонического ряда:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{n}} > \frac{1}{n}.$$

Так как гармонический ряд расходится, то по признаку сравнения расходится и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$.

Поэтому ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ не является абсолютно сходящимся, то есть сходится условно. $\otimes$

Практическое занятие 4. Функциональные и степенные ряды

Предварительные сведения

Последовательность функций (f_n) называется сходящейся на множестве M **поточечно** (или **в обычном смысле**), если для **каждой точки** $x_0 \in M$ сходится числовая последовательность $(f_n(x_0))$.

Предельной функцией, или **пределом** $f = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n$ сходящейся поточечно последовательности функций (f_n) , называется функция f , определённая на множестве M условием: $(\forall x_0 \in M) f(x_0) = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x_0)$.

Таким образом, для поточечно сходящейся функциональной последовательности неравенство $|f_n(x) - f(x)| < \varepsilon$ выполняется для каждой точки $(\forall x_0 \in M)$ и для своего ε , то есть $n_0 = n_0(\varepsilon, x_0)$.

Функциональная последовательность (f_n) называется **равномерно сходящейся на множестве M к предельной функции f** , если для произвольного положительного числа ε и для

любой точки $x \in M$ найдётся такой номер n_0 , что для всех $n \geq n_0$ выполняется условие $|f_n(x) - f(x)| < \varepsilon$.

Таким образом, для равномерно сходящейся на множестве M функциональной последовательности неравенство

$$|f_n(x) - f(x)| < \varepsilon$$

выполняется одновременно для всех $x \in M$ и, следовательно, $n_0 = n_0(\varepsilon)$.

Функциональный ряд $\sum_{k=1}^{\infty} f_k$, $f_k : M \rightarrow f_k(M)$ называется **сходящимся на множестве M поточечно или в обычном смысле**, если на этом множестве поточечно сходится последовательность его частичных сумм

$$(s_n) = \left(\sum_{k=1}^n f_k \right).$$

Функция $f = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n$ называется **суммой ряда** $\sum_{k=1}^{\infty} f_k$, и при этом пишут

$$f = \sum_{k=1}^{\infty} f_k.$$

Функциональный ряд $\sum_{k=1}^{\infty} f_k$ называется **равномерно сходящимся на множестве**

$M \subset R^1$, если на M равномерно сходится последовательность его частичных сумм

$$(s_n) = \left(\sum_{k=1}^n f_k \right).$$

Пусть $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ – сходящийся числовой ряд с неотрицательными членами, и пусть $\sum_{k=1}^{\infty} f_k$, где $f_k : M \rightarrow f_k(M)$ – функциональный ряд. Тогда если $|f_k(x)| \leq a_k$ для всех точек $x \in M$ и для почти всех номеров $k \in N$, то ряд $\sum_{k=1}^{\infty} f_k$ сходится на множестве M абсолютно и равномерно.

Функциональный ряд вида $\sum_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$ называется **степенным рядом с центром в**

точке x_0 . Числа a_k называются **коэффициентами** степенного ряда.

Первая теорема Абеля. Если степенной ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + \dots$$

сходится в некоторой точке X_1 , то он сходится абсолютно и равномерно во всякой точке X , удовлетворяющей условию $|X - X_0| < |X_1 - X_0|$.

Кроме этого, для каждой такой точки X существуют такие числа $S > 0$, $0 < q < 1$, что для всех номеров k справедливо неравенство

$$|a_k| \cdot |X - X_0|^k \leq Sq^k.$$

Причём, если $X \neq X_0$, $X_1 \neq X_0$ то $q = \frac{|X - X_0|}{|X_1 - X_0|}$, а число S от X не зависит.

Вторая теорема Абеля. Если степенной ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k (X - X_0)^k = a_0 + a_1 (X - X_0) + a_2 (X - X_0)^2 + \dots$$

в точке X_1 не сходится абсолютно (например, расходится), то он расходится в каждой точке X , удовлетворяющей условию

$$|X - X_0| > |X_1 - X_0|.$$

Число

$$r = \lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{a_k}{a_{k+1}} \right|$$

называется **радиусом сходимости**, а открытое множество $M_r = \{X : |X - X_0| < r\}$ – **множеством (интервалом) сходимости степенного ряда** $\sum_{k=0}^{\infty} a_k (X - X_0)^k$.

Примеры с решением

Пример 4.4.1. Исследовать сходимость функционального ряда

$$\frac{4-X}{7X+2} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4-X}{7X+2} \right)^2 + \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{4-X}{7X+2} \right)^3 + \dots + \frac{1}{2n-1} \cdot \left(\frac{4-X}{7X+2} \right)^n + \dots$$

в точках $X_1 = 0$ и $X_2 = 1$.

Решение. 1) В точке $X_1 = 0$ имеем

$$2 + \frac{1}{3} \cdot 2^2 + \frac{1}{5} \cdot 2^3 + \dots + \frac{1}{2n-1} \cdot 2^n + \dots$$

Это ряд с положительными членами. Применим признак Даламбера:

$$u_n = \frac{2^n}{2n-1}; u_{n+1} = \frac{2^{n+1}}{2n+1};$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{2n+1} \cdot \frac{2n-1}{2^n} = 2 \cdot \frac{2n-1}{2n+1} = 2 \cdot \frac{2n+1-2}{2n+1} = 2 \cdot \left(1 - \frac{2}{2n+1}\right) > 1.$$

Поэтому в точке $x_1 = 0$ ряд расходится.

2) В точке $x_2 = 1$ имеем

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{2n-1} \cdot \frac{1}{3^n} + \dots$$

Применяем признак Даламбера:

$$u_n = \frac{1}{3^n \cdot (2n-1)}; u_{n+1} = \frac{1}{(2n+1) \cdot 3^{n+1}};$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(2n-1) \cdot 3^n}{(2n+1) \cdot 3^{n+1}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2n-1}{2n+1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2n+1-2}{2n+1} = \frac{1}{3} \cdot \left(1 - \frac{2}{2n+1}\right) < 1.$$

Поэтому в точке $x_2 = 1$ ряд сходится. $\otimes$

Пример 4.4.2. Найти промежуток сходимости и сумму ряда

$$1 + e^{-x} + e^{-2x} + \dots + e^{-(n-1)x} + \dots$$

Решение. В точке $x = 0$ не выполняется необходимый признак сходимости и ряд, очевидно, расходится. Рассмотрим промежутки $(-\infty, 0)$ и $(0, \infty)$.

1) На промежутке $(-\infty, 0)$ имеем:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} e^{-(n-1)x} = \lim_{n \rightarrow \infty} e^{(n-1)(-x)} = \{-x = t\} = \lim_{n \rightarrow \infty} e^{(n-1)t},$$

где $t \in (0, \infty)$. Поэтому $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} e^{(n-1)t} \neq 0$. Снова не выполняется необходимый при-

знак сходимости. Ряд на промежутке $(-\infty, 0)$ расходится.

2) На промежутке $(0, \infty)$ выполняется необходимый признак сходимости. Далее имеем:

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{e^{-nx}}{e^{-(n-1)x}} = \frac{e^{(n-1)x}}{e^{nx}} = e^{-x} = \frac{1}{e^x}.$$

На $(0, \infty)$ всегда $\frac{1}{e^x} < 1$. Поэтому ряд сходится.

Перепишем ряд в виде:

$$1 + \frac{1}{e^x} + \left(\frac{1}{e^x}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{e^x}\right)^n + \dots$$

Имеем геометрическую прогрессию со знаменателем $q = \frac{1}{e^x} < 1$. Поэтому сумма ряда равна

$$S = \frac{1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1}{e^x}} = \frac{e^x}{e^x-1}. \quad \otimes$$

Пример 4.4.3. Исследовать сходимость степенного ряда

$$x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \dots + \frac{1}{n}x^n + \dots$$

Решение. Здесь

$$a_n = \frac{1}{n}, \quad a_{n+1} = \frac{1}{n+1}.$$

Радиус сходимости

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1.$$

Ряд сходится в промежутке $-1 < x < 1$.

Если $x = 1$, имеем гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$, который расходится.

Если $x = -1$, то получаем ряд

$$-1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \dots$$

Это ряд Лейбница и, следовательно, он сходится.

Таким образом, областью сходимости данного ряда является промежуток $x \in [-1, 1)$, который можно задать двойным неравенством $-1 \leq x < 1$. $\otimes$

Пример 4.4.4. Исследовать сходимость ряда

$$(x-2) + \frac{1}{2^2}(x-2)^2 + \frac{1}{3^2}(x-2)^3 + \dots + \frac{1}{n^2}(x-2)^n + \dots$$

Решение. Коэффициенты ряда выражаются формулами:

$$a_n = \frac{1}{n^2}; a_{n+1} = \frac{1}{(n+1)^2}.$$

Поэтому радиус сходимости

$$r = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}\right) = 1.$$

Таким образом, ряд сходится, если

$$-1 < x - 2 < 1 \Rightarrow 1 < x < 3.$$

На левом конце промежутка сходимости $x = 1$ имеем ряд

$$-1 + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} - \dots$$

Это знакочередующийся ряд Лейбница, который сходится, так как сходится ряд из абсолютных величин его членов.

На правом конце промежутка сходимости $x = 3$ имеем ряд

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots$$

Этот ряд сходится, так как при $p > 1$ сходится ряд

$$1 + \frac{1}{2^p} + \frac{1}{3^p} + \frac{1}{4^p} + \dots,$$

что является табличным фактом.

Степенной ряд сходится для значений x , удовлетворяющих двойному неравенству $1 \leq x \leq 3$. $\otimes$

Пример 4.4.5. Исследовать сходимость ряда

$$1!(x-5) + 2!(x-5)^2 + 3!(x-5)^3 + \dots + n!(x-5)^n + \dots$$

Решение. Коэффициенты ряда

$$a_n = n!; a_{n+1} = (n+1)!.$$

Поэтому радиус сходимости

$$r = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n \cdot (n+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} = 0.$$

Ряд сходится только при $x - 5 = 0$, то есть в точке $x = 5$. $\otimes$

Пример 4.4.6. Показать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{x^4 + n^2}$ сходится равномерно на промежутке $(-\infty, \infty)$.

Решение. Выпишем несколько первых членов ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{x^4 + n^2} = -\frac{1}{x^4 + 1^2} + \frac{2}{x^4 + 2^2} - \frac{3}{x^4 + 3^2} + \dots$$

Имеем знакочередующийся ряд, причём

$$|u_1| = \frac{1}{x^4 + 1} > |u_2| = \frac{2}{x^4 + 4} > |u_3| = \frac{3}{x^4 + 9} > \dots$$

Применим признак Лейбница:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{(-1)^n \cdot n}{x^4 + n^2} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{\left(\frac{x^2}{n} \right)^2 + 1} = 0.$$

Ряд сходится для любых $x \in (-\infty, \infty)$.

Для остатка ряда имеем

$$|r_n| = \left| \sum_{n=m+1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{x^4 + n^2} \right| < |u_{m+1}| = \left| \frac{(-1)^{(m+1)} \cdot (m+1)}{x^4 + (m+1)^2} \right| < \frac{1}{m+1},$$

так как $x^4 > 0$. Рассмотрим неравенство $\frac{1}{m+1} < \varepsilon$. Из этого неравенства получаем

$m > \frac{1}{\varepsilon} - 1$. Если теперь мы выберем $m_0 = \left[\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right] + 1$, то $(\forall m \geq m_0)$ получаем

$|r_m| < \frac{1}{m+1} < \varepsilon$. Таким образом, ряд сходится на $(-\infty, \infty)$ независимо от x , то есть равномерно по $x \in (-\infty, \infty)$. $\otimes$

Ряд

$$f(x) = f(x_0) + \frac{1}{1!} \frac{df}{dx}(x_0)(x - x_0) + \frac{1}{2!} \frac{d^2 f}{dx^2}(x_0)(x - x_0)^2 + \dots +$$

$$\dots + \frac{1}{n!} \frac{d^n f}{dx^n}(x_0)(x-x_0)^n + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \frac{(x-x_0)^k}{k!}$$

для бесконечно дифференцируемой функции $f: M \rightarrow f(M)$, вне зависимости от его сходимости и суммы, называется **рядом Тейлора** для этой функции. При $x_0 = 0$ ряд называется **рядом Маклорена**.

Пример 4.4.7. Разложить функцию

$$f(x) = \frac{3}{2-x-x^2}$$

по степеням x ($x_0 = 0$) в ряд Тейлора.

Решение. Данную функцию разложим на элементарные дроби:

$$f(x) = \frac{3}{2-x-x^2} = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{x+2}.$$

Теперь можно использовать готовое табличное разложение

$$\frac{1}{1-t} = 1 + t + t^2 + t^3 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} t^n, \quad t \in (-1, 1).$$

Применяя это разложение, получаем:

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} x^n;$$

$$\frac{1}{x+2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1+\frac{x}{2}} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2^n} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2^{n+1}}, \quad x \in (-2, 2).$$

Получаем разложение для исходной функции:

$$f(x) = \frac{3}{2-x-x^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 + \frac{(-1)^n}{2^{n+1}} \right) x^n.$$

Область сходимости данного ряда – пересечение указанных областей сходимости:

$$M = (-1, 1) \cap (-2, 2) = (-1, 1). \quad \otimes$$

Пример 4.4.8. Разложить в ряд Маклорена функцию, определённую формулой

$$f(x) = \sin^2 x.$$

Решение. Вычисляем производные данной функции:

$$f^{(0)}(x) = \sin^2 x;$$

$$f^{(1)}(x) = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = \sin 2x;$$

$$f^{(2)}(x) = 2 \cdot \cos 2x = 2 \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$f^{(3)}(x) = -4 \cdot \sin 2x = 2^2 \cdot \sin\left(2x + 2 \frac{\pi}{2}\right);$$

$$f^{(4)}(x) = -8 \cdot \cos 2x = 2^3 \cdot \sin\left(2x + 3 \frac{\pi}{2}\right);$$

.....;

$$f^{(n)}(x) = 2^{n-1} \cdot \sin\left[2x + (n-1) \cdot \frac{\pi}{2}\right];$$

$$f^{(n+1)}(x) = 2^n \cdot \sin\left[2x + n \cdot \frac{\pi}{2}\right];$$

.....

Вычисляем производные в точке $x = 0$:

$$f^{(0)}(0) = 0;$$

$$f^{(1)}(0) = 0;$$

$$f^{(2)}(0) = 2;$$

$$f^{(3)}(0) = 0;$$

$$f^{(4)}(0) = 2^3;$$

$$f^{(5)}(0) = 0;$$

$$f^{(6)}(0) = 2^5;$$

.....

Остаточный член в форме Лагранжа имеет вид

$$r_n = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} \cdot x^{n+1} = \frac{2^n \cdot \sin\left(2 \cdot \xi + \frac{n \cdot \pi}{2}\right)}{(n+1)!} \cdot x^{n+1} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{(2 \cdot x)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \sin\left(2 \cdot \xi + \frac{n \cdot \pi}{2}\right).$$

Так как

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2 \cdot x)^{n+1}}{(n+1)!} = 0, \left| \sin\left(2 \cdot \xi + \frac{n \cdot \pi}{2}\right) \right| \leq 1,$$

получаем $\lim_{n \rightarrow \infty} r_n = 0$. Поэтому функция $f(x) = \sin^2 x$ может быть разложена в ряд Маклорена

$$\sin^2 x = \frac{2}{2!} \cdot x^2 - \frac{2^3}{4!} \cdot x^4 + \frac{2^5}{6!} \cdot x^6 - \frac{2^7}{8!} \cdot x^8 + \dots$$

на любом промежутке $[-b, b]$. $\otimes$

Задания для самостоятельной работы

1. Найти частные производные первого порядка функций, заданных формулами:

$$1) u(x, y) = x^3 \sin y + y^4; \quad 2) u(x, y) = x^2 \sqrt{\frac{x+y}{x-y}}.$$

2. Найти частные производные в заданных точках:

$$1) u(x, y) = \frac{1-xy}{1+xy}, \quad A(0; 1);$$

$$2) u(x, y) = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt[3]{x}}, \quad A(1; 1);$$

$$3) u(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2}, \quad A(\sqrt{2}; 1).$$

3. Найти полные дифференциалы следующих функций:

$$1) u = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad 2) u = \ln(x_1 + \sqrt{x_1^2 + x_2^2});$$

3) $u = \ln \sin(x_1 - 2x_2)$; 4) $u = x^2 y z^4$; 5) $u = \ln(x^3 - y^3 + 2z^3)$.

4. Пусть функция задана формулой $f(x, y) = x^2 \sin^2 y$. Вычислить $df(x_0, y_0)$ в точке $(x_0, y_0) = \left(-1; \frac{\pi}{4}\right)$.

5. Вычислить значения полных дифференциалов функций, заданных формулами:

1) $u = \frac{x_2}{x_2 - x_1}$, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $dx_1 = \frac{1}{2}$, $dx_2 = -\frac{1}{3}$;

2) $u = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$,

$x = 3$, $y = 4$, $z = 5$, $dx = -0,1$, $dy = 0,3$, $dz = 0,2$.

6. Вычислить приближённое значение выражения $(1,02)^3 \cdot (0,97)^2$.

7. Найти $\frac{du}{dt}$, если $u = e^{x-3y}$, $x = \sin t$, $y = t^2$.

8. Найти $\frac{\partial f}{\partial u}$, $\frac{\partial f}{\partial v}$, если $f = \ln(x^2 + y^2)$, $x = uv$, $y = \frac{u}{v}$.

9. Функция задана уравнением $e^u = \cos x \cos y$. Найти $\frac{\partial u}{\partial x}$ и $\frac{\partial u}{\partial y}$.

28. Найти производную функции

$$u = x^2 + y^2 - 3x + 2y$$

по направлению радиус-вектора точки $M(3; 4)$ в начале координат.

29. Найти производную функции, определённой формулой

$$u = \frac{x_1 x_2 x_3}{3},$$

в точке $M_0(1; 2; 3)$ по направлению вектора $\vec{M_0 M}$, если $M(4; 1; 6)$.

30. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой:

$$f(x, y) = 3x_1 + 6x_2 - x_1^2 - x_1 x_2 - x_2^2.$$

31. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой:

$$f(x, y) = e^{\frac{x}{2}}(x + y^2).$$

32^{*)}. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой

$$z = x^2 + y^2$$

при условии, что $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$.

33^{*)}. Найти наибольшее и наименьшее значения функции, заданной формулой

$$f(x, y) = xy$$

в круге $x^2 + y^2 \leq 1$.

34. Выяснить вопрос о сходимости и найти суммы рядов:

$$1) 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots; 2) 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots;$$

$$3) 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{4}} + \frac{1}{\sqrt[3]{8}} + \dots; 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{n^2 + 5n + 6};$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^2 - 5n + 6}; 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{30}{25n^2 + 5n - 6};$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{90}{4n^2 + 8n - 5}; 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{18}{n^2 + 3n}; 9) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{9n^2 - 3n - 2};$$

$$10) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{4n^2 - 1}; 11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16}{16n^2 - 8n - 3}; 12) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{60}{(2n+1)(2n+3)(2n+5)}.$$

35. Проверить, выполнение необходимого признака сходимости для рядов:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1};$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 1}; 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3 + 1}}{n^2(2 + \sin n)};$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4-n)^3 - (2-n)^3}{(1-n)^2 - (2+n)^4}; 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3-n)^3 - (2-n)^3}{(1-n)^3 - (1+n)^3}.$$

36. Исследовать сходимость ряда, используя признак сравнения:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1+2^{2n}}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n \cdot (1+2^n)};$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4-2\sin n}{n-\ln n}; 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+\cos n}{n^2+3};$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \ln n}{n^3-2}; 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[4]{n^9}};$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[3]{n+3}}; 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{n^2+1};$$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^3+6}{n^3+5}; 10) \sum_{n=1}^{\infty} n \ln \frac{n^4+3}{n^4+2};$$

$$11) \sum_{n=1}^{\infty} n \ln \frac{3^n+n}{7^n+2n}; 12) \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left(e^{\frac{1}{2n^3}} - 1 \right).$$

37. Исследовать сходимость ряда, используя признак Даламбера:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^5}; 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(n!)^3};$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+2)!}{2^n(2n+5)!}; 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n(n^5-1)}{n!}; 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n n!}{(2n)!};$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{(2n)!}; 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}.$$

38. Исследовать сходимость ряда, используя радикальный признак Коши:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2 + 1}{2n^2 + 1} \right)^{n^2}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^3 + n}{3n^3 - 1} \right)^{n^2};$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n-3}{7n+1} \right)^{n^3}; 4) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{5n+3} \right)^n;$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^{2n}; 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 3^n}{5^{n+1}}.$$

39. Исследовать сходимость знакопеременного ряда и выяснить тип сходимости (абсолютная или условная):

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{3n-2}{3n-1}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(1 + \frac{n}{10^n} \right);$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n+1}{n^2 + n + 1}.$$

40. Исследовать сходимость функциональных рядов в указанных точках:

$$1) \frac{3x+1}{x^2+x+1} + \left(\frac{3x+1}{x^2+x+1} \right)^2 + \dots + \left(\frac{3x+1}{x^2+x+1} \right)^n + \dots,$$

$$x=1, x=2, x=3;$$

$$2) \frac{1!}{1} (x^2 - 4x + 6) + \frac{2!}{2^2} (x^2 - 4x + 6)^2 + \dots + \frac{n!}{n^2} (x^2 - 4x + 6)^n + \dots,$$

$$x=1, x=2, x=3.$$

41. Найти область сходимости функционального ряда

$$1) \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{2^2(1+x^2)^2} + \dots + \frac{1}{n^2(1+x^2)^n} + \dots;$$

$$2) 1 + \frac{1}{2^x} + \frac{1}{3^x} + \dots + \frac{1}{n^x} + \dots; 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n(x^2 - 6x + 10)^n};$$

$$\begin{aligned}
& 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n(x^2 - 5x + 9)^n}; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^2(x^2 + 3)^n}; \\
& 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n(x^2 - 4x + 8)^n}; \quad 7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n^2(x^2 - 2x + 6)^n}; \\
& 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n + \sqrt{n})^x}.
\end{aligned}$$

42. Найти радиус и промежуток сходимости степенного ряда:

$$\begin{aligned}
& 1) \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots; \\
& 2) 1 + \frac{x^3}{10} + \frac{x^6}{10^2} + \dots + \frac{x^{3(n-1)}}{10^{n-1}} + \dots; \\
& 3) 2x^5 + \frac{4x^{10}}{3} + \frac{8x^{15}}{5} + \dots + \frac{2^n x^{5n}}{2n-1} + \dots; \\
& 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n(n-1)/2}}{n!}; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n \cdot 9^n}; \\
& 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n}}{4^n}; \quad 7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(n+1)2^n}; \\
& 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}(x+3)^n}{n^2+1}; \quad 9) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n-1}}{(2n^3+3n)4^n}; \\
& 10) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+2)^n}{(n+1)^2 3^n}.
\end{aligned}$$

43. Разложить данную функцию в ряд Тейлора в окрестности данной точки, или в ряд Маклорена в окрестности нуля;

$$1) f(x) = \frac{x}{\sqrt{9+x^2}}; \quad 2) f(x) = \frac{x}{3+2x};$$

3) $f(x) = \sqrt[4]{16+x}$; 4) $f(x) = 2^x$;

5) $f(x) = \cos^2 x$; 6) $f(x) = e^{-x^2}$;

7) $f(x) = \frac{1}{x}$ по степеням $x-2$; 8) $f(x) = 3^x$;

9) $f(x) = e^{-2x}$; 10) $f(x) = \sqrt{x+2}$.

ЧАСТЬ 5. ТЕОРИЯ ПОЛЯ. ВЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ.

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Практическое занятие 1. Базисные векторные поля

Предварительные сведения

Регулярной системой координат в области $D \subset E^n$ называется система гладких функций

$$\begin{cases} q^1 = q^1(x^1, x^2, \dots, x^n), \\ q^2 = q^2(x^1, x^2, \dots, x^n), \\ \dots\dots\dots, \\ q^n = q^n(x^1, x^2, \dots, x^n), \end{cases},$$

задающих взаимно однозначное (биективное) отображение области $G \subset R^n$ на область $D \subset E^n$, и удовлетворяющих условию

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial q^1}{\partial x^1} & \dots & \frac{\partial q^1}{\partial x^n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial q^n}{\partial x^1} & \dots & \frac{\partial q^n}{\partial x^n} \end{vmatrix} \neq 0, \quad \begin{vmatrix} \frac{\partial x^1}{\partial q^1} & \dots & \frac{\partial x^1}{\partial q^n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial x^n}{\partial q^1} & \dots & \frac{\partial x^n}{\partial q^n} \end{vmatrix} \neq 0$$

во всех точках области D .

Если радиус-вектор является функцией декартовых координат, то есть

$$\vec{x} = \vec{x}(x^1, x^2, x^3) = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3,$$

то для дифференциала радиус-вектора имеем

$$d\vec{x} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \vec{x}}{\partial x^j} dx^j = \frac{\partial \vec{x}}{\partial x^1} dx^1 + \frac{\partial \vec{x}}{\partial x^2} dx^2 + \frac{\partial \vec{x}}{\partial x^3} dx^3 \equiv dx^j \vec{e}_j.$$

Если радиус-вектор является функцией криволинейных координат, то есть

$$\begin{aligned} \vec{x} &= \vec{x}(q^1, q^2, q^3) = \\ &= x^1(q^1, q^2, q^3) \vec{e}_1 + x^2(q^1, q^2, q^3) \vec{e}_2 + x^3(q^1, q^2, q^3) \vec{e}_3, \end{aligned}$$

или в скалярной форме

$$\begin{cases} x^1 = x^1(q^1, q^2, q^3), \\ x^2 = x^2(q^1, q^2, q^3), \\ x^3 = x^3(q^1, q^2, q^3), \end{cases}$$

то для дифференциала радиус-вектора имеем

$$d\vec{x} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^j} dq^j = \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^1} dq^1 + \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^2} dq^2 + \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^3} dq^3 \equiv dq^j \vec{g}_j,$$

где по определению введены новые векторы

$$\vec{g}_j \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^j},$$

которые зависят от криволинейных координат и являются, следовательно, не векторами, а **векторными полями**.

→

Можно показать, что векторные поля $\vec{g}_k$ при выполнении приведённого выше условия регулярности отображения, образуют базис пространства E^3 . Эти поля называются **натуральными базисными векторными полями**.

Взаимные базисные векторные поля определяются по формуле

$$\vec{g}^i \stackrel{\text{def}}{=} \nabla q^i,$$

или формулами

$$\vec{g}^i \stackrel{\text{def}}{=} g^{ij} \vec{g}_j,$$

где g^{ij} – некоторая, пока произвольная невырожденная симметрическая матрица.

Полярные координаты $\{q^1; q^2\} \equiv \{r; \varphi\}$ на плоскости R^2 задаются отображением

$$\hat{F}^{-1} : R^2\{r; \varphi\} \rightarrow R^2\{x^1; x^2\},$$

которое в координатной форме записи имеет вид

$$\begin{cases} x^1 = r \cos \varphi, \\ x^2 = r \sin \varphi. \end{cases}$$

Координата r называется **полярным радиусом**, а координата φ – **полярным углом**. Якобиан этого преобразования равен:

$$\det \left(\frac{\partial(x^1, x^2)}{\partial(r, \varphi)} \right) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x^1}{\partial r} & \frac{\partial x^1}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial x^2}{\partial r} & \frac{\partial x^2}{\partial \varphi} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \varphi & -r \sin \varphi \\ \sin \varphi & r \cos \varphi \end{vmatrix} = r.$$

Цилиндрические координаты в пространстве R^3 задаются отображением

$$\hat{F}^{-1} : R^3\{r; \varphi; h\} \rightarrow R^3\{x^1; x^2; x^3\},$$

которое в координатной форме записи имеет вид

$$\begin{cases} x^1 = r \cos \varphi, \\ x^2 = r \sin \varphi, \\ x^3 = h. \end{cases}$$

Здесь

$$D = \{ \{r; \varphi; h\} \in R_2^3 : 0 \leq r < +\infty, 0 \leq \varphi < 2\pi, -\infty < h < +\infty \}.$$

Якобиан преобразования

$$\det \left(\frac{\partial(x^1, x^2, x^3)}{\partial(r, \varphi, h)} \right) = \begin{vmatrix} \cos \varphi & -r \sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & r \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = r.$$

Сферические координаты в пространстве R^3 задаются отображением

$$\hat{F}^{-1} : R^3\{r, \varphi, \theta\} \rightarrow R^3\{x^1, x^2, x^3\},$$

которое в координатной форме записи имеет вид (рисунок 1.3)

$$\begin{cases} x^1 = r \sin \theta \cdot \cos \varphi, \\ x^2 = r \sin \theta \cdot \sin \varphi, \\ x^3 = r \cos \theta. \end{cases}$$

Здесь

$$D = \{ \{r, \varphi, \vartheta\} \in R_2^3 : 0 \leq r < +\infty, 0 \leq \varphi < 2\pi, 0 < \vartheta \leq \pi \}.$$

Якобиан преобразования (1.35)

$$\det \left(\frac{\partial(x^1, x^2, x^3)}{\partial(r, \varphi, \vartheta)} \right) = \begin{vmatrix} \sin \vartheta \cos \varphi & -r \sin \vartheta \sin \varphi & r \cos \vartheta \cos \varphi \\ \sin \vartheta \sin \varphi & r \sin \vartheta \cos \varphi & r \cos \vartheta \sin \varphi \\ \cos \vartheta & 0 & -r \sin \vartheta \end{vmatrix} =$$

$$= -r^2 \sin \vartheta.$$

Примеры с решением

Пример 5.1.1. Показать, что орты полярной системы координат связаны с ортами декартовой системы координат соотношениями

$$\vec{g}_{\langle r \rangle} = \cos \varphi \vec{e}_1 + \sin \varphi \vec{e}_2, \quad \vec{g}_{\langle \varphi \rangle} = -\sin \varphi \vec{e}_1 + \cos \varphi \vec{e}_2. \quad (1)$$

Решение. В полярной системе координат связь между старыми (декартовыми) и новыми (полярными) координатами даётся обратным отображением

$$x^1 = r \cos \varphi, \quad x^2 = r \sin \varphi. \quad (2)$$

Следовательно, для радиус-вектора получаем

$$\vec{r} = r \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \sin \varphi \cdot \vec{e}_2. \quad (3)$$

Воспользуемся формулами связи базисных векторных полей:

$$\vec{g}_j \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^j} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial q^j} = \frac{\partial x^i}{\partial q^j} \vec{e}_i = A_{\cdot j}^i \vec{e}_i. \quad (4)$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_r$ имеем:

$$\vec{g}_r = \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial r} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1} \frac{\partial x^1}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial r} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial r} (r \cos \varphi) \cdot \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial r} (r \sin \varphi) \cdot \vec{e}_2 = \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + \sin \varphi \cdot \vec{e}_2. \quad (5)$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_\varphi$ имеем:

$$\begin{aligned}
\vec{g}_\varphi &= \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial \varphi} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1} \frac{\partial x^1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial \varphi} = \\
&= \frac{\partial}{\partial \varphi} (r \cos \varphi) \cdot \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \varphi} (r \sin \varphi) \cdot \vec{e}_2 = \\
&= -r \sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \cos \varphi \cdot \vec{e}_2.
\end{aligned} \tag{6}$$

Так как

$$\|\vec{g}_r\| = \sqrt{\left(\vec{g}_r, \vec{g}_r\right)} = \sqrt{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi} = 1,$$

то базисное векторное поле $\vec{g}_r$ нормировано и, следовательно, имеем

$$\vec{g}_{\langle r \rangle} \equiv \vec{g}_r = \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + \sin \varphi \cdot \vec{e}_2. \tag{7}$$

Векторное поле $\vec{g}_\varphi$ не нормировано, а его норма

$$\|\vec{g}_\varphi\| = \sqrt{\left(\vec{g}_\varphi, \vec{g}_\varphi\right)} = \sqrt{(-r \sin \varphi)^2 + (r \cos \varphi)^2} = r. \tag{8}$$

Орт векторного поля $\vec{g}_\varphi$ равен

$$\begin{aligned}
\vec{g}_{\langle \varphi \rangle} &= \frac{1}{\|\vec{g}_\varphi\|} \vec{g}_\varphi = \frac{1}{r} \left(-r \sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \cos \varphi \cdot \vec{e}_2 \right) = \\
&= -\sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + \cos \varphi \cdot \vec{e}_2.
\end{aligned} \tag{9}$$

Формулы (7) и (9) решают поставленную задачу. $\otimes$

Пример 5.1.2. В полярной системе координат закон движения точки задан уравнениями

$$x^1(t) = r(t) \cdot \cos \varphi(t), \quad x^2(t) = r(t) \cdot \sin \varphi(t), \tag{1}$$

где t – время. Найти скорость и ускорение точки в декартовых и полярных координатах.

Решение. Векторная параметризация движения имеет вид

$$\vec{r} = r \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \sin \varphi \cdot \vec{e}_2. \quad (2)$$

Вектор скорости

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(r \cos \varphi) \cdot \vec{e}_1 + \frac{d}{dt}(r \sin \varphi) \cdot \vec{e}_2 = \\ &= \left(\frac{dr}{dt} \cdot \cos \varphi + r \cdot \frac{d}{d\varphi}(\cos \varphi) \cdot \frac{d\varphi}{dt} \right) \cdot \vec{e}_1 + \\ &+ \left(\frac{dr}{dt} \cdot \sin \varphi + r \cdot \frac{d}{d\varphi}(\sin \varphi) \cdot \frac{d\varphi}{dt} \right) \cdot \vec{e}_2 = \\ &= \left(\frac{dr}{dt} \cdot \cos \varphi - r \cdot \sin \varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt} \right) \cdot \vec{e}_1 + \left(\frac{dr}{dt} \cdot \sin \varphi + r \cdot \cos \varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt} \right) \cdot \vec{e}_2. \end{aligned} \quad (3)$$

Найдём проекции вектора скорости на оси полярной системы координат. Для этого вычислим значения скалярных произведений вектора скорости и ортов полярной системы координат, найденных в предыдущей задаче (формулы (7) и (9)):

$$\begin{aligned} v_r &\equiv \text{Pr}_{\vec{e}_r} \vec{v} = \left(\vec{v}, \vec{g}_{\langle r \rangle} \right) = \\ &= \left(\frac{dr}{dt} \cos \varphi - r \frac{d\varphi}{dt} \sin \varphi \right) \cos \varphi + \left(\frac{dr}{dt} \sin \varphi + r \frac{d\varphi}{dt} \cos \varphi \right) \sin \varphi = \frac{dr}{dt}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} v_\varphi &\equiv \text{Pr}_{\vec{e}_\varphi} \vec{v} = \left(\vec{v}, \vec{g}_{\langle \varphi \rangle} \right) = \\ &= \left(\frac{dr}{dt} \cos \varphi - r \frac{d\varphi}{dt} \sin \varphi \right) (-\sin \varphi) + \left(\frac{dr}{dt} \sin \varphi + r \frac{d\varphi}{dt} \cos \varphi \right) \cos \varphi = \\ &= r \frac{d\varphi}{dt}. \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, вектор скорости в полярной системе координат имеет вид

$$\vec{v} = \frac{dr}{dt} \vec{g}_{\langle r \rangle} + r \frac{d\varphi}{dt} \vec{g}_{\langle \varphi \rangle}. \quad (6)$$

Найдём разложение вектора ускорения по ортам полярной системы координат. Для этого используем формулы (7) и (9) из предыдущей задачи и формулу (6) из этой задачи:

$$\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2} \vec{g}_{\langle r \rangle} + \frac{dr}{dt} \frac{d\vec{g}_{\langle r \rangle}}{dt} + \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} \vec{g}_{\langle \varphi \rangle} + r \frac{d^2\varphi}{dt^2} \vec{g}_{\langle \varphi \rangle} + r \frac{d\varphi}{dt} \frac{d\vec{g}_{\langle \varphi \rangle}}{dt};$$

$$\frac{d\vec{g}_{\langle r \rangle}}{dt} = -\sin\varphi \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_1 + \cos\varphi \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_2;$$

$$\frac{d\vec{g}_{\langle \varphi \rangle}}{dt} = -\cos\varphi \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_1 - \sin\varphi \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_2;$$

$$\begin{aligned} \vec{w} &= \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2} \vec{g}_{\langle r \rangle} + \frac{dr}{dt} \left(-\sin\varphi \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_1 + \cos\varphi \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_2 \right) + \\ &+ \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} \vec{g}_{\langle \varphi \rangle} + r \frac{d^2\varphi}{dt^2} \vec{g}_{\langle \varphi \rangle} + \\ &+ r \frac{d\varphi}{dt} \left(-\cos\varphi \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_1 - \sin\varphi \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_2 \right) = \\ &= \left(\frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right) \vec{g}_{\langle r \rangle} + \left(r \frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} \right) \vec{g}_{\langle \varphi \rangle}. \end{aligned}$$

Итак, в полярной системе координат для ускорения получаем следующее выражение:

$$\vec{w} = \left(\frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right) \vec{g}_{\langle r \rangle} + \left(r \frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} \right) \vec{g}_{\langle \varphi \rangle}. \quad \otimes \quad (7)$$

Пример 5.1.3. Закон движения точки в полярных координатах имеет вид:

$$\begin{cases} r = t \cdot \sin 3t, \\ \varphi = t^3. \end{cases} \quad (1)$$

Найти скорость и ускорение точки в полярных и декартовых координатах в момент времени $t = 1 \text{ с}$. Радиус дан в метрах.

Р е ш е н и е. 1) Полярные координаты точки в заданный момент времени:

$$r(1) = \sin 3 = 0,141; \varphi(1) = 1.$$

2) Дифференцируя уравнения движения (1) по времени, получаем:

$$\begin{cases} \dot{r} = \sin 3t + 3t \cos 3t, \\ \dot{\varphi} = 3t^2. \end{cases} \quad (2)$$

При $t = 1 \text{ с}$ имеем:

$$\dot{r}(1) = -2,829, \dot{\varphi}(1) = 3.$$

3) По формулам (4) и (5) предыдущей задачи находим компоненты скорости в полярных координатах:

$$v_r(1) = \dot{r}(1) = -2,829 \frac{\text{м}}{\text{с}}; v_\varphi(1) = r(1) \cdot \dot{\varphi}(1) = 0,423 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

4) Норма скорости:

$$v(1) = \sqrt{v_r^2(1) + v_\varphi^2(1)} = 2,860 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

5) Дифференцируя формулы связи полярных и декартовых координат по времени, находим компоненты скорости в декартовых координатах:

$$v^1 = \dot{x}^1 = \dot{r} \cos \varphi - r \dot{\varphi} \sin \varphi = v_r \cos \varphi - v_\varphi \sin \varphi;$$

$$v^2 = \dot{x}^2 = \dot{r} \sin \varphi + r \dot{\varphi} \cos \varphi = v_r \sin \varphi + v_\varphi \cos \varphi.$$

В заданный момент времени имеем:

$$v^1(1) = -1,883 \frac{\text{м}}{\text{с}}; v^2(1) = -2,148 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Проверка правильности вычислений (норма вектора скорости в декартовых и полярных координатах должна быть одинаковой):

$$v = \sqrt{(v^1)^2 + (v^2)^2} = 2,85 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

6) Находим вторые производные, дифференцируя (2):

$$\ddot{r} = 6 \cos 3t - 9t \sin 3t; \ddot{\varphi} = 6t.$$

При $t = 1$ имеем:

$$\ddot{r}(1) = -9,74; \ddot{\varphi}(1) = 6.$$

7) Находим компоненты ускорения в полярных координатах:

$$w_r(1) = \ddot{r}(1) - r(1)\dot{\varphi}^2(1) = -11,01 \frac{M}{c^2};$$

$$w_\varphi(1) = r(1)\ddot{\varphi}(1) + 2\dot{r}(1)\dot{\varphi}(1) = -16,128 \frac{M}{c^2}.$$

8) Норма ускорения

$$w = \sqrt{w_r^2 + w_\varphi^2} = 19,52 \frac{M}{c^2}.$$

9) Компоненты ускорения в декартовых координатах находим двукратным дифференцированием формулы (2) по времени:

$$w^1 = \left(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 \right) \cos \varphi - \left(r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi} \right) \sin \varphi \equiv w_r \cos \varphi - w_\varphi \sin \varphi;$$

$$w^2 = \left(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 \right) \sin \varphi + \left(r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi} \right) \cos \varphi = w_r \sin \varphi + w_\varphi \cos \varphi.$$

При $t = 1$ имеем:

$$w^1(1) = 7,602; w^2(1) = -17,95.$$

Проверка:

$$w = \sqrt{(w^1)^2 + (w^2)^2} = 19,49. \otimes$$

Пример 5.1.4. Закон движения точки в полярных координатах имеет вид:

$$r = 22 \cdot \frac{1 - \frac{t^2}{121}}{t}; \quad \varphi = \arccos\left(\frac{t}{11}\right).$$

Найти скорость и ускорение точки в полярных и декартовых координатах в момент времени $t = 9 \text{ с}$. Радиус дан в метрах.

Ответ:

r	$\dot{r}$	φ	$\dot{\varphi}$	v_r	v_φ	v	v^1	v^2
м	м/с	рад	рад/сек			м/с		
0,81	-0,45	0,61	-0,16	-0,45	-0,13	0,47	-0,3	-0,37

Пример 5.1.5. Выразить базисные векторные поля цилиндрической системы координат в виде разложения по ортам декартовой системы координат.

Решение. Связь декартовых и цилиндрических координат имеет вид

$$\begin{cases} x^1 = r \cos \varphi, \\ x^2 = r \sin \varphi, \\ x^3 = h, \end{cases} \det \left(\frac{\partial(x^1, x^2, x^3)}{\partial(r, \varphi, h)} \right) = \begin{vmatrix} \cos \varphi & -r \sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & r \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = r,$$

где для цилиндрических координат принимаются следующие пределы изменения:

$$D = \{(r; \varphi; h) \in R_2^3 : 0 \leq r < +\infty, 0 \leq \varphi < 2\pi, -\infty < h < +\infty\}.$$

Для радиус-вектора имеем

$$\vec{r} = r \cos \varphi \vec{e}_1 + r \sin \varphi \vec{e}_2 + h \vec{e}_3.$$

Дифференцируем разложение радиус-вектора последовательно по цилиндрическим координатам и используем формулу разложения базисных векторных полей по ортам декартовой системы координат

$$\vec{g}_j \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^j} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial q^j} = \frac{\partial x^i}{\partial q^j} \vec{e}_i = \frac{\partial x^1}{\partial q^j} \vec{e}_1 + \frac{\partial x^2}{\partial q^j} \vec{e}_2 + \frac{\partial x^3}{\partial q^j} \vec{e}_3.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_r$ имеем:

$$\vec{g}_r = \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial r} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1} \frac{\partial x^1}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3} \frac{\partial x^3}{\partial r} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial r}(r \cos \varphi) \cdot \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial r}(r \sin \varphi) \cdot \vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial r} h \cdot \vec{e}_3 = \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + \sin \varphi \cdot \vec{e}_2.$$

Так как для векторного поля $\vec{g}_r$

$$\|\vec{g}_r\| = \sqrt{\left(\vec{g}_r, \vec{g}_r\right)} = \sqrt{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi} = 1,$$

то базисное векторное поле $\vec{g}_r$ нормированное, то есть

$$\vec{g}_{\langle r \rangle} \equiv \vec{g}_r.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_\varphi$ имеем:

$$\begin{aligned} \vec{g}_\varphi &= \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial \varphi} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1} \frac{\partial x^1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3} \frac{\partial x^3}{\partial \varphi} = \\ &= \frac{\partial}{\partial \varphi}(r \cos \varphi) \cdot \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \varphi}(r \sin \varphi) \cdot \vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial \varphi} h \cdot \vec{e}_3 = \\ &= -r \sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \cos \varphi \cdot \vec{e}_2. \end{aligned}$$

Так как для векторного поля $\vec{g}_\varphi$

$$\|\vec{g}_\varphi\| = \sqrt{\left(\vec{g}_\varphi, \vec{g}_\varphi\right)} = \sqrt{(-r \sin \varphi)^2 + (r \cos \varphi)^2} = r,$$

то поле $\vec{g}_\varphi$ ненормированное. Находим орт поля:

$$\begin{aligned} \vec{g}_{\langle \varphi \rangle} &= \frac{1}{\|\vec{g}_\varphi\|} \vec{g}_\varphi = \frac{1}{r} \left(-r \sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \cos \varphi \cdot \vec{e}_2 \right) = \\ &= -\sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + \cos \varphi \cdot \vec{e}_2. \end{aligned}$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_h$ имеем:

$$\begin{aligned}\vec{g}_h &= \frac{\partial \vec{r}}{\partial h} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial h} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1} \frac{\partial x^1}{\partial h} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial h} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3} \frac{\partial x^3}{\partial h} = \\ &= \frac{\partial}{\partial h}(r \cos \varphi) \cdot \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial h}(r \sin \varphi) \cdot \vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial h} h \cdot \vec{e}_3 = \vec{e}_3.\end{aligned}$$

Таким образом, базисное векторное поле $\vec{g}_h$ нормированное, то есть

$$\vec{g}_{\langle h \rangle} = \vec{e}_3. \otimes$$

Пример 5.1.6. Выразить базисные векторные поля сферической системы координат в виде разложения по ортам декартовой системы координат.

Решение. Связь декартовых и сферических координат имеет вид

$$\begin{cases} x^1 = r \sin \theta \cdot \cos \varphi, \\ x^2 = r \sin \theta \cdot \sin \varphi, \\ x^3 = r \cos \theta, \end{cases}$$

$$\begin{aligned}\det \left(\frac{\partial (x^1, x^2, x^3)}{\partial (r, \varphi, \theta)} \right) &= \begin{vmatrix} \sin \theta \cos \varphi & -r \sin \theta \sin \varphi & r \cos \theta \cos \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi & r \sin \theta \cos \varphi & r \cos \theta \sin \varphi \\ \cos \theta & 0 & -r \sin \theta \end{vmatrix} = \\ &= -r^2 \sin \theta,\end{aligned}$$

где для сферических координат принимаются следующие пределы изменения:

$$D = \{ \{r, \varphi, \vartheta\} \in R_2^3 : 0 \leq r < +\infty, 0 \leq \varphi < 2\pi, 0 < \theta \leq \pi \}.$$

Радиус-вектор имеет вид:

$$\vec{r} = r \sin \theta \cdot \cos \varphi \vec{e}_1 + r \sin \theta \cdot \sin \varphi \vec{e}_2 + r \cos \theta \vec{e}_3.$$

Дифференцируем разложение радиус-вектора последовательно по сферическим координатам и снова используем формулу разложения базисных векторных полей по ортам декартовой системы координат.

Для базисного векторного поля $\vec{g}_r$ имеем:

$$\begin{aligned}\vec{g}_r &= \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial r} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1} \frac{\partial x^1}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3} \frac{\partial x^3}{\partial r} = \\ &= \frac{\partial}{\partial r} (r \sin \theta \cos \varphi) \cdot \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial r} (r \sin \theta \sin \varphi) \cdot \vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial r} (r \cos \theta) \cdot \vec{e}_3 = \\ &= \sin \theta \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + \sin \theta \sin \varphi \cdot \vec{e}_2 + \cos \theta \cdot \vec{e}_3.\end{aligned}$$

Норма поля

$$\|\vec{g}_r\| = \sqrt{(\sin \theta \cos \varphi)^2 + (\sin \theta \sin \varphi)^2 + \cos^2 \theta} = 1.$$

Поле нормированное. Следовательно, имеем:

$$\vec{g}_{\langle r \rangle} \equiv \vec{g}_r = \sin \theta \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + \sin \theta \sin \varphi \cdot \vec{e}_2 + \cos \theta \cdot \vec{e}_3.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_\varphi$ имеем:

$$\begin{aligned}\vec{g}_\varphi &= \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial \varphi} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1} \frac{\partial x^1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3} \frac{\partial x^3}{\partial \varphi} = \\ &= \frac{\partial}{\partial \varphi} (r \sin \theta \cos \varphi) \cdot \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \varphi} (r \sin \theta \sin \varphi) \cdot \vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial \varphi} (r \cos \theta) \cdot \vec{e}_3 = \\ &= -r \sin \theta \sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \sin \theta \cos \varphi \cdot \vec{e}_2.\end{aligned}$$

Норма поля

$$\|\vec{g}_\varphi\| = \sqrt{(-r \sin \theta \sin \varphi)^2 + (r \sin \theta \cos \varphi)^2} = \sqrt{r^2 \sin^2 \theta} = r \sin \theta.$$

Поле ненормированное. Находим орт поля:

$$\vec{g}_{\langle \varphi \rangle} = \frac{1}{\|\vec{g}_\varphi\|} \vec{g}_\varphi = \frac{1}{r \sin \theta} \left(-r \sin \theta \sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \sin \theta \cos \varphi \cdot \vec{e}_2 \right) =$$

$$= -\sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + \cos \varphi \cdot \vec{e}_2.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_\theta$ имеем:

$$\begin{aligned} \vec{g}_\theta &= \frac{\partial \vec{r}}{\partial \theta} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial \theta} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1} \frac{\partial x^1}{\partial \theta} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial \theta} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3} \frac{\partial x^3}{\partial \theta} = \\ &= \frac{\partial}{\partial \theta} (r \sin \theta \cos \varphi) \cdot \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \theta} (r \sin \theta \sin \varphi) \cdot \vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial \theta} (r \cos \theta) \cdot \vec{e}_3 = \\ &= r \cos \theta \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \cos \theta \sin \varphi \cdot \vec{e}_2 - r \sin \theta \cdot \vec{e}_3. \end{aligned}$$

Норма поля

$$\|\vec{g}_\theta\| = \sqrt{(r \cos \theta \cos \varphi)^2 + (r \cos \theta \sin \varphi)^2 + (-r \sin \theta)^2} = r.$$

Поле ненормированное. Находим орт поля:

$$\begin{aligned} \vec{g}_{\langle \theta \rangle} &= \frac{1}{\|\vec{g}_\theta\|} \vec{g}_\theta = \frac{1}{r} \left(r \cos \theta \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \cos \theta \sin \varphi \cdot \vec{e}_2 - r \sin \theta \cdot \vec{e}_3 \right) = \\ &= \cos \theta \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + \cos \theta \sin \varphi \cdot \vec{e}_2 - \sin \theta \cdot \vec{e}_3. \otimes \end{aligned}$$

Практическое занятие 2. Криволинейные интегралы

Предварительные сведения

Формула вычисления криволинейного интеграла первого рода по параметризованному замкнутому пути $\hat{W}(\bar{J})$, $\bar{J} = [\alpha, \beta]$

$$\vec{x}(t) = \sum_{k=1}^3 w_k(t) \vec{e}_k$$

имеет вид:

$$\int_{W_{\alpha, \beta}} f(\vec{x}(t)) dl \equiv \int_{W_{\alpha, \beta}} f(x_1, x_2, x_3) dl = \int_{W_{\alpha, \beta}} f(\vec{x}(t)) \left\| \frac{d\vec{x}}{dt}(t) \right\| dt =$$

$$= \int_{\alpha}^{\beta} f(w_1(t), w_2(t), w_3(t)) \cdot \sqrt{\left[\frac{dw_1(t)}{dt} \right]^2 + \left[\frac{dw_2(t)}{dt} \right]^2 + \left[\frac{dw_3(t)}{dt} \right]^2} dt.$$

В случае естественной параметризации

$$y = y(x), \quad z = z(x), \quad x \in \bar{J}$$

формула принимает вид

$$\int_{L_{a, b}} f(x, y, z) dl = \int_a^b f(x, y(x), z(x)) \cdot \sqrt{1 + \left[\frac{dy(x)}{dx} \right]^2 + \left[\frac{dz(x)}{dx} \right]^2} dx,$$

где $a = x(\alpha)$, $b = x(\beta)$,

Формула вычисления криволинейного интеграла второго рода для общего случая параметризации имеет вид:

$$\int_{W_{\alpha, \beta}} F_1(\vec{x}(t)) dx^1 + F_2(\vec{x}(t)) dx^2 + F_3(\vec{x}(t)) dx^3 =$$

$$= \int_{\alpha}^{\beta} \left[F_1(w_1(t), w_2(t), w_3(t)) \frac{dw_1(t)}{dt} + F_2(w_1(t), w_2(t), w_3(t)) \frac{dw_2(t)}{dt} + \right.$$

$$\left. + F_3(w_1(t), w_2(t), w_3(t)) \frac{dw_3(t)}{dt} \right] dt.$$

Если путь задан естественной параметризацией

$$y = y(x), \quad z = z(x),$$

то есть параметром является переменная x , формула переписывается так:

$$I_{W_{a, b}} = \int_{W_{a, b}} P(x, y, z) dx + Q(x, y, z) dy + R(x, y, z) dz =$$

$$= \int_a^b \left[P(x, y(x), z(x)) + Q(x, y(x), z(x)) \frac{dy(x)}{dx} + R(x, y(x), z(x)) \frac{dz(x)}{dx} \right] dx,$$

где

$$a = x(\alpha), \quad b = x(\beta)$$

— пределы изменения переменной x и учтено, что $\frac{dx}{dx} = 1$. Аналогичные формулы можно записать

и в тех случаях, когда в качестве параметра рассматривается переменная y или z .

Примеры с решением

Пример 6.2.1. Вычислить криволинейный интеграл первого рода

$$I = \int_L (x + y) dl$$

по меньшей части окружности

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = R^2, \\ y = x, \end{cases}$$

ограниченной точками $A(0, 0, R)$, $B\left(\frac{R}{2}, \frac{R}{2}, \frac{R}{\sqrt{2}}\right)$.

Решение. Параметризация окружности:

$$x = t, y = t, z = \sqrt{R^2 - 2t^2}, 0 \leq t \leq \frac{R}{2},$$

$$\sqrt{\left[\frac{dx(t)}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy(t)}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dz(t)}{dt}\right]^2} = \frac{\sqrt{2}R}{\sqrt{R^2 - 2t^2}}.$$

Используем формулу

$$\int_L f(x, y, z) dl = \int_{\alpha}^{\beta} f(x(t), y(t), z(t)) \cdot \sqrt{\left[\frac{dx(t)}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy(t)}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dz(t)}{dt}\right]^2} dt.$$

Получаем:

$$I = \int_L (x + y) dl = \int_0^{R/2} 2t \frac{\sqrt{2}R dt}{\sqrt{R^2 - 2t^2}} = R^2(\sqrt{2} - 1). \otimes$$

Пример 6.2.2. Найти массу $\frac{1}{4}$ окружности

$$x_1^2 + x_2^2 = R^2,$$

если $\rho(x_1, x_2) = x_2$ и $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$.

Решение. Воспользуемся формулой для случая плоского пути, заданного непрерывно дифференцируемой параметризацией. Параметрические уравнения окружности

$$\begin{cases} x_1 = R \cos t, \\ x_2 = R \sin t. \end{cases}$$

Поэтому имеем:

$$\begin{aligned} M &= \int_W \rho(x_1, x_2) dl = \\ &= \int_0^{\pi/2} R \sin t \sqrt{(-R \sin t)^2 + (R \cos t)^2} dt = R^2 \int_0^{\pi/2} \sin t dt = R^2. \otimes \end{aligned}$$

Пример 6.2.3. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I = \int_W (x + y) dx - x dy,$$

где путь W — отрезок прямой, соединяющий точки $M_0(0; 0)$ и $M_1(4; 2)$.

Решение. Используем формулу вычисления криволинейного интеграла второго рода для случая плоского пути:

$$\begin{aligned} I_{W_{a,b}} &= \int_{W_{a,b}} P(x, y, z) dx + Q(x, y, z) dy = \\ &= \int_a^b \left[P(x, y(x), z(x)) + Q(x, y(x), z(x)) \frac{dy(x)}{dx} \right] dx. \end{aligned}$$

Здесь

$$\vec{M_0 M_1} = 4 \vec{e_1} + 3 \vec{e_2}, \quad \vec{M_0 M} = x \vec{e_1} + y \vec{e_2},$$

$$\vec{M_0 M} = t \cdot \vec{M_0 M_1}, \quad \begin{cases} x = 4t, \\ y = 2t, \end{cases} \quad y = \frac{1}{2}x, \quad x \in [0, 4].$$

Имеем:

$$\int_W (x + y) dx - x dy = \int_0^4 \left(\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x \right) dx = \int_0^4 x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 = 8. \otimes$$

Пример 6.2.4. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int_W x^2 y dx + y^2 x dy$$

по пути с параметризацией $x = t, y = t^3, t \in [0, 1]$.

Р е ш е н и е. Используем формулу с естественной параметризацией для случая плоского пути:

$$\begin{aligned} \int_{W_{\alpha, \beta}} F_1 \left(\vec{x} \right) dx_1 + F_2 \left(\vec{x} \right) dx_2 = \\ = \int_{\alpha}^{\beta} \left[F_1(x_1(t), x_2(t), x_3(t)) \frac{dx_1(t)}{dt} + F_2(x_1(t), x_2(t), x_3(t)) \frac{dx_2(t)}{dt} \right] dt \end{aligned}$$

Получаем:

$$\int_W x^2 y dx + y^2 x dy = \int_0^1 (t^5 + 3t^9) dt = \left(\frac{t^6}{6} + 3 \frac{t^{10}}{10} \right) \Big|_0^1 = \frac{7}{15}. \otimes$$

Пример 6.2.5. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int_{\hat{W}} (x_2^2 - x_3^2) dx_1 + 2x_2 x_3 dx_2 - x_1^2 dx_3$$

по замкнутому пути с параметризацией $x_1 = t$, $x_2 = t^2$, $x_3 = t^3$, начальной и конечными точками $M_0(0; 0; 0)$, $M_1(1; 1; 1)$ соответственно.

Р е ш е н и е. Для вычисления применим формулу:

$$\begin{aligned} I_{W_{a, b}} = \int_{W_{a, b}} F_1 \left(\vec{x} \right) dx_1 + F_2 \left(\vec{x} \right) dx_2 + F_3 \left(\vec{x} \right) dx_3 = \\ = \int_{\alpha}^{\beta} \left[F_1(x_1(t), x_2(t), x_3(t)) \frac{dx_1(t)}{dt} + F_2(x_1(t), x_2(t), x_3(t)) \frac{dx_2(t)}{dt} + \right. \\ \left. + F_3(x_1(t), x_2(t), x_3(t)) \frac{dx_3(t)}{dt} \right] dt. \end{aligned}$$

Пределы изменения параметра $t \in [0, 1]$, то есть $\alpha = 0$, $\beta = 1$. Подстановка данных задачи даёт:

$$\int_{\hat{W}} (x_2^2 - x_3^2) dx_1 + 2x_2 x_3 dx_2 - x_1^2 dx_3 = \int_0^1 [(t^4 - t^6) + 4t^6 - 3t^4] dt =$$

$$= \int_0^1 (3t^6 - 2t^4) dt = \left(\frac{3}{7}t^7 - \frac{2}{5}t^5 \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{35}. \quad \otimes$$

Пример 6.2.6. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\oint_W (x+y)dx + (x-y)dy,$$

где W – окружность с уравнением $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$.

Решение. Запишем параметризацию окружности:

$$\vec{x}(t) = (1 + 2\cos t)\vec{e}_1 + (1 + 2\sin t)\vec{e}_2,$$

$$0 \leq t \leq 2\pi.$$

Интеграл вычисляем, пользуясь формулой

$$\int_W F_1\left(\vec{x}\right)dx + F_2\left(\vec{x}\right)dy = \int_\alpha^\beta \left[F_1\left(\vec{x}(t)\right)\frac{dx(t)}{dt} + F_2\left(\vec{x}(t)\right)\frac{dy(t)}{dt} \right] dt$$

и тем, что

$$\frac{dx(t)}{dt} = -2\sin t, \quad \frac{dy(t)}{dt} = 2\cos t.$$

Имеем:

$$\oint_W (x+y)dx + (x-y)dy =$$

$$= \int_0^{2\pi} [(2 + 2\cos t + 2\sin t)(-2\sin t) + (2\cos t - 2\sin t)2\cos t] dt =$$

$$= \int_0^{2\pi} (-4\sin t - 8\sin t \cdot \cos t + 4\cos 2t) dt = 0. \quad \otimes$$

Практическое занятие 3. Кратные интегралы

Предварительные сведения

Формула вычисления двойного интеграла в декартовых координатах имеет вид:

Пусть

$$P = \{(x; y) \in R^2 : a \leq x \leq b; c \leq y \leq d\}$$

– замкнутый прямоугольник, $f : P \rightarrow R^1$ – непрерывная функция двух переменных x, y и

$$\iint_P f(x, y) d\mu \equiv \iint_P f(x, y) dx dy$$

– двойной интеграл от функции $f : P \rightarrow R^1$ по прямоугольнику P . Тогда, если для каждой точки $x \in [a, b]$ существует определённый интеграл

$$I(x) = \int_c^d f(x, y) dy,$$

то существует и **повторный интеграл** от функции $f(x, y)$ вида

$$\int_a^b I(x) dx = \int_a^b dx \left(\int_c^d f(x, y) dy \right),$$

причём справедливо равенство:

$$\iint_P f(x, y) dx dy = \int_a^b dx \left(\int_c^d f(x, y) dy \right).$$

Таким образом, формула вычисления двойного интеграла в декартовых координатах имеет вид:

$$\begin{aligned} \int_a^b I(x) dx &= \iint_P f(x, y) dx dy = \\ &= \int_a^b \left(\int_c^d f(x, y) dy \right) dx \equiv \int_a^b dx \left(\int_c^d dy f(x, y) \right). \end{aligned}$$

Формула вычисления тройного интеграла в декартовой системе координат через последовательное вычисление трёх (одномерных) определённых интегралов имеет вид:

$$\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz = \int_a^b dx \int_{y=g_1(x)}^{y=g_2(x)} dy \int_{z=u_1(x, y)}^{z=u_2(x, y)} f(x, y, z) dz.$$

Формула вычисления двойного интеграла в криволинейной системе координат имеет следующий вид

$$\iint_{\Omega_1} f(x, y) dx dy = \iint_{\Omega_2} f(\varphi(\xi, \eta), \psi(\xi, \eta)) \left| \det \left(\frac{\partial(\varphi, \psi)}{\partial(\xi, \eta)} \right) \right| d\xi d\eta,$$

где положено

$$\begin{cases} x = \varphi(\xi, \eta), \\ y = \psi(\xi, \eta), \end{cases} \left| \det \left(\frac{\partial(\varphi, \psi)}{\partial(\xi, \eta)} \right) \right| \equiv \left| \det \begin{pmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} & \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \\ \frac{\partial \psi}{\partial \xi} & \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \end{pmatrix} \right|.$$

В частности, вычисление двойного интеграла в полярных координатах

$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi$$

производится по формуле

$$\iint_{\Omega_1} f(x, y) dx dy = \iint_{\Omega_2} f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) r dr d\varphi,$$

где якобиан

$$\det \left(\frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \varphi)} \right) = \begin{vmatrix} \cos \varphi & -r \sin \varphi \\ \sin \varphi & r \cos \varphi \end{vmatrix} = r.$$

Формула вычисления тройного интеграла в цилиндрических координатах

$$x = r \cdot \cos \varphi, \quad y = r \cdot \sin \varphi, \quad z = z, \quad \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \\ \varphi \\ z \end{pmatrix},$$

где

$$0 \leq r < +\infty, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \quad -\infty < z < +\infty,$$

имеет вид

$$\begin{aligned} \iiint_V f(x, y, z) dx dy dz &= \iiint_{V'} f(r \cos \varphi, r \sin \varphi, z) r dr d\varphi dz = \\ &= \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi \int_{r_1}^{r_2} r dr \int_{z_1}^{z_2} f(r \cos \varphi, r \sin \varphi, z) dz, \end{aligned}$$

где якобиан

$$J = \begin{vmatrix} \cos \varphi & -r \sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & r \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = r.$$

Аналогично, Формула вычисления тройного интеграла в сферических координатах

$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \varphi, \\ y = r \sin \theta \sin \varphi, \\ z = r \cos \theta, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \\ \varphi \\ \theta \end{pmatrix},$$

где

$$0 \leq r < +\infty, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \quad 0 \leq \theta \leq \pi,$$

имеет вид

$$\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz =$$

$$\begin{aligned}
&= \iiint_{V'} f(r \sin \theta \cos \varphi, r \sin \theta \sin \varphi, r \cos \theta) r^2 \sin \theta d\theta d\varphi dr = \\
&= \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta \int_{r_1}^{r_2} r^2 f(r \sin \theta \cos \varphi, r \sin \theta \sin \varphi, r \cos \theta) dr.
\end{aligned}$$

Примеры с решением

Пример 6.3.1. Изменить порядок интегрирования в интеграле

$$\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x, y) dy.$$

Решение. Область интегрирования D ограничена линиями

$$x = -1, x = 1, y = -\sqrt{1-x^2}, y = 1-x^2.$$

Первые две линии – вертикальные прямые линии, третья линия – нижняя полуокружность радиуса 1, четвёртая линия – парабола с вершиной в точке $(0; 1)$, ветви параболы направлены вниз. Область D представим объединением двух областей: области D_1 , ограниченной ветвями параболы $x = \pm\sqrt{1-y}$ и прямыми линиями $y = 0, y = 1$; области D_2 , ограниченной линиями $x = \pm\sqrt{1-y^2}, y = -1, y = 0$. Тогда имеем:

$$\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x, y) dy = \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y}}^{+\sqrt{1-y}} f(x, y) dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{+\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx. \otimes$$

Пример 6.3.2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D x \ln y dx dy,$$

где $D = \{(x, y): 0 \leq x \leq 4; 1 \leq y \leq e\}$.

Решение. Так как область D является прямоугольником, то интеграл вычисляется непосредственно по формуле

$$\iint_D f(x, y) dx dy = \int_a^b dx \int_c^d f(x, y) dy.$$

Имеем:

$$\begin{aligned} \iint_D x \ln y dx dy &= \int_0^4 x dx \int_1^e \ln y dy = \left\{ \begin{array}{l} u = \ln y, \quad du = \frac{dy}{y}, \\ dv = dy, \quad v = y. \end{array} \right\} = \\ &= \int_0^4 x dx \left\{ y \ln y \Big|_1^e - \int_1^e dy \right\} = \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 \cdot \left\{ y \ln y \Big|_1^e - y \Big|_1^e \right\} = 8 \cdot (e - e + 1) = 8. \otimes \end{aligned}$$

Пример 6.3.3. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x + 2y) dx dy$ по области D , ограничен-

ной линиями $y = x$, $y = 2x$, $x = 2$, $x = 3$.

Решение. Область D ограничена, соответственно, слева – вертикальной прямой линией $x = 2$, справа – вертикальной прямой линией $x = 3$, сверху – прямой линией $y = 2x$, снизу – прямой линией $y = x$. Область простая относительно оси OY , следовательно, вычисляем интеграл по формуле

$$\iint_D f(x, y) dx dy = \int_a^b dx \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x, y) dy.$$

Имеем:

$$\begin{aligned} \iint_D (x + 2y) dx dy &= \int_2^3 dx \int_x^{2x} (x + 2y) dy = \int_2^3 dx \left(xy + y^2 \right) \Big|_{y=x}^{y=2x} = \\ &= \int_2^3 (2x^2 + 4x^2 - x^2 - x^2) dx = 4 \int_2^3 x^2 dx = \frac{4}{3} x^3 \Big|_2^3 = \frac{76}{3}. \otimes \end{aligned}$$

Пример 6.3.4. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (2x - y) dx dy$ по области D , ограничен-

ной линиями $x = 1$, $x = 2$, $y = x$, $y = x^2$.

Решение. Пользуясь формулой вычисления двойного интеграла по простой области, получаем:

$$\iint_D (2x - y) dx dy = \int_1^2 dx \int_x^{x^2} (2x - y) dy = \int_1^2 dx \left(2xy - \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=x}^{y=x^2} =$$

$$= \int_1^2 \left(2x^3 - \frac{x^4}{2} - \frac{3}{2}x^2 \right) dx = \left(\frac{x^4}{2} - \frac{x^5}{10} - \frac{x^3}{2} \right) \Big|_1^2 = \frac{9}{10}. \otimes$$

Пример 6.3.5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$x = 4y - y^2, \quad x + y = 6.$$

Решение. Решая систему уравнений

$$\begin{cases} y^2 - 4y + x = 0, \\ x + y = 6, \end{cases}$$

находим точки пересечения линий: $A(4; 2)$, $B(3; 3)$. Поэтому площадь фигуры равна

$$\begin{aligned} S \equiv \mu(D) &= \iint_D dx dy = \int_2^3 dy \int_{6-y}^{4y-y^2} dx = \int_2^3 \left(x \Big|_{6-y}^{4y-y^2} \right) dy = \\ &= \int_2^3 (-y^2 + 5y - 6) dy = \left(-\frac{1}{3}y^3 + \frac{5}{2}y^2 - 6y \right) \Big|_2^3 = \frac{1}{6}. \otimes \end{aligned}$$

Пример 6.3.6. Найти массу пластины D с поверхностной плотностью

$$\sigma(x, y) = 16x + \frac{9}{2}y^2$$

и ограниченной линиями с уравнениями

$$x = \frac{1}{4}, \quad y = 0, \quad y^2 = 16x, \quad y \geq 0.$$

Решение. Так как

$$x = \frac{1}{16}y^2,$$

то $x \geq 0$. Поэтому область D можно задать неравенствами

$$0 \leq x \leq \frac{1}{4}, \quad 0 \leq y \leq 4\sqrt{x}.$$

Вычисляя двойной интеграл в декартовых координатах, получаем:

$$m(D) = \iint_D \sigma(x, y) dx dy = \iint_D \left(16x + \frac{9}{2}y^2 \right) dx dy =$$

$$= \int_0^{1/4} dx \int_0^{4\sqrt{x}} \left(16x + \frac{9}{2} y^2 \right) dy = \int_0^{1/4} \left(16xy + \frac{3}{2} y^3 \right) \Big|_0^{4\sqrt{x}} dx = 160 \int_0^{1/4} x^{3/2} dx = 2. \otimes$$

Пример 6.3.7. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy,$$

переходя к полярным координатам, где область D – 1-я четверть круга

$$x^2 + y^2 \leq a^2.$$

Решение. Так как $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$, то область в полярных координатах имеет вид

$$\Omega = \left\{ (r; \varphi) : 0 \leq r \leq a; 0 < \varphi \leq \frac{\pi}{2} \right\}$$

и, применяя формулу перехода к полярной системе координат, получаем:

$$\begin{aligned} \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy &= \iint_{\Omega} \sqrt{r^2 \cos^2 \varphi + r^2 \sin^2 \varphi} r dr d\varphi = \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^a r^2 dr = \\ &= \frac{1}{3} \int_0^{\pi/2} r^3 \Big|_0^a d\varphi = \frac{a^3}{3} \int_0^{\pi/2} d\varphi = \frac{\pi a^3}{6}. \otimes \end{aligned}$$

Пример 6.3.8. Вычислить двойной интеграл $\iint_D \ln(x^2 + y^2) dx dy$, переходя к полярным

координатам, если область D – кольцо, заключённое между окружностями $x^2 + y^2 = e^2$ и $x^2 + y^2 = e^4$.

Решение. Переходя к полярным координатам, имеем:

$$\begin{aligned} \iint_D \ln(x^2 + y^2) dx dy &= \iint_{\Omega} \ln r^2 r dr d\varphi = 2 \iint_{\Omega} r \ln r dr d\varphi = \\ &= \left\{ \Omega : 0 \leq \varphi \leq 2\pi; e \leq r \leq e^2 \right\} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_e^{e^2} r \ln r dr = \left\{ \begin{array}{l} u = \ln r, \quad du = \frac{dr}{r}, \\ dv = r dr, \quad v = \frac{r^2}{2}. \end{array} \right\} = \\
&= 2 \int_0^{2\pi} d\varphi \left\{ \frac{r^2}{2} \ln r \Big|_e^{e^2} - \frac{1}{2} \int_e^{e^2} r dr \right\} = 2 \int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{4} e^2 (3e^2 - 1) \right] d\varphi = \pi e^2 (3e^2 - 1). \otimes
\end{aligned}$$

Пример 6.3.9. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 = 8, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad x + y + z = 4.$$

Р е ш е н и е. Тело ограничено кругом на плоскости XOY с центром в начале системы координат, координатными плоскостями и плоскостью

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1.$$

Поэтому в полярных координатах имеем

$$\begin{aligned}
V &= \iint_D f(x, y) dx dy = \iint_{\Omega} f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) r dr d\varphi = \\
&= \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{2\sqrt{2}} f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) r dr = \\
&= \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{2\sqrt{2}} (4 - r \cos \varphi - r \sin \varphi) r dr = 16 \int_0^{\pi/2} \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{3} (\cos \varphi + \sin \varphi) \right] d\varphi = \\
&= 16 \left[\varphi - \frac{\sqrt{2}}{3} (\sin \varphi - \cos \varphi) \right] \Big|_0^{\pi/2} = 8\pi - \frac{32\sqrt{2}}{3}. \otimes
\end{aligned}$$

Пример 6.3.10. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D x dx dy,$$

где область D ограничена линиями с уравнениями:

$$y^2 - 4y + x^2 = 0; \quad y^2 - 8y + x^2 = 0; \quad y = \frac{1}{\sqrt{3}} x; \quad x = 0.$$

Р е ш е н и е. Задаём область D неравенствами в декартовой системе координат, для чего выделяем полные квадраты в уравнениях окружностей:

$$(y-2)^2 + x^2 = 4; (y-4)^2 + x^2 = 16,$$

Центры обеих окружностей имеют координаты $(0; 2)$ и $(0; 4)$, а сами окружности касаются начала системы координат. Первая окружность имеет радиус 2 и лежит, следовательно, внутри второй окружности с радиусом 4. Область D лежит между окружностями и координаты её точек удовлетворяют неравенствам

$$(y-2)^2 + x^2 \geq 4; (y-4)^2 + x^2 \leq 16.$$

Кроме этого, область D лежит между указанными прямыми линиями, проходящими через начало системы координат. Так как окружности лежат выше оси OX , то область D лежит над прямой линией $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ и справа от прямой линии $x = 0$. Поэтому координаты точек области

D удовлетворяют неравенствам

$$y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, x \geq 0.$$

Таким образом,

$$D = \left\{ (x; y) : \begin{array}{l} (y-2)^2 + x^2 \geq 4, \\ (y-4)^2 + x^2 \leq 16, \\ y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, x \geq 0. \end{array} \right.$$

Для вычисления используем полярную систему координат:

$$x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi.$$

Формула вычисления двойного интеграла принимает вид

$$\iint_D x dx dy = \iint_{\Omega} r \cos \varphi r dr d\varphi.$$

В неравенствах, определяющих область интегрирования, производим замену $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$, получаем

$$\Omega = \left\{ (r; \varphi) : \begin{cases} (r \sin \varphi - 2)^2 + r^2 \cos^2 \varphi \geq 4, \\ (r \sin \varphi - 4)^2 + r^2 \cos^2 \varphi \leq 16, \\ r \sin \varphi \geq \frac{r \cos \varphi}{\sqrt{3}}, r \cos \varphi \geq 0. \end{cases} \right.$$

Решение этих неравенств относительно r и φ имеет вид

$$\Omega = \left\{ (r; \varphi) : \begin{cases} \frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}, \\ 4 \sin \varphi \leq r \leq 8 \sin \varphi. \end{cases} \right.$$

Переход от двойного интеграла к повторному интегралу даёт:

$$\iint_D x dx dy = \iint_{\Omega} r \cos \varphi r dr d\varphi = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \varphi d\varphi \int_{4 \sin \varphi}^{8 \sin \varphi} r^2 dr,$$

Интегрируя последовательно, получаем:

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \varphi d\varphi \int_{4 \sin \varphi}^{8 \sin \varphi} r^2 dr = 35. \otimes$$

Пример 6.3.11. Вычислить тройной интеграл

$$I = \iiint_V (x - 2y + z) dx dy dz,$$

где область V – параллелепипед, заданный неравенствами

$$-1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 3, 0 \leq z \leq 1.$$

Р е ш е н и е. Используя формулу (1.50)

$$\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz = \int_a^b dx \int_{y=g_1(x)}^{y=g_2(x)} dy \int_{z=u_1(x, y)}^{z=u_2(x, y)} f(x, y, z) dz,$$

получаем:

$$I = \iiint_V (x - 2y + z) dx dy dz = \int_{-1}^2 dx \int_1^3 dy \int_0^1 (x - 2y + z) dz = -18. \otimes$$

Пример 6.3.12. Вычислить тройной интеграл

$$I = \iiint_V (x + y + z) dx dy dz,$$

где область V – пирамида, ограниченная плоскостями

$$x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 2.$$

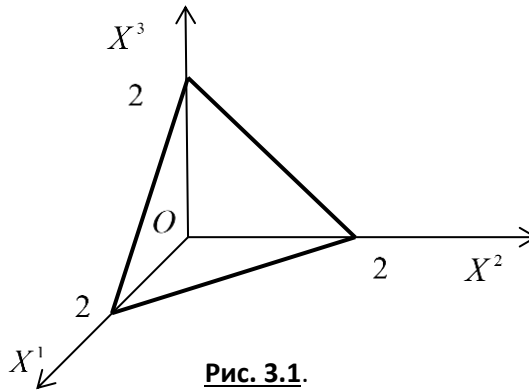
Решение. Запишем уравнение плоскости

$$z = 2 - x - y,$$

«ограничивающей пирамиду» сверху, в отрезках

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1.$$

Теперь можем изобразить пирамиду (рисунок 3.1).



Применяем для решения формулу

$$\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz = \int_a^b dx \int_{y=g_1(x)}^{y=g_2(x)} dy \int_{z=u_1(x,y)}^{z=u_2(x,y)} f(x, y, z) dz,$$

расставляя пределы в соответствии с условиями задачи:

$$\begin{aligned} I &= \iiint_V (x + y + z) dx dy dz = \int_0^2 dx \int_0^{2-x} dy \int_0^{2-x-y} (x + y + z) dz = \\ &= \int_0^2 dx \int_0^{2-x} \left[x \cdot z + y \cdot z + \frac{z^2}{2} \right]_0^{2-x-y} dy = \int_0^2 \left[2y - x \cdot \frac{y^2}{2} - y \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{y^3}{6} \right]_0^{2-x} dx = \\ &= \int_0^2 \left(\frac{8}{3} - 2x + \frac{x^3}{6} \right) dx = \left[\frac{8}{3}x - x^2 + \frac{x^4}{24} \right]_0^2 = 2. \otimes \end{aligned}$$

Пример 6.3.13. Найти объём кругового цилиндра высоты H с радиусом основания R .

Решение. Формула для вычисления тройного интеграла в цилиндрической системе координат имеет вид:

цилиндрических координатах:

$$V_V = \iiint_V dx dy dz = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R r dr \int_0^H dz = \pi R^2 H. \otimes$$

Пример 6.3.14. Найти объём шара радиуса R .

Решение. Для вычисления объёма шара используем формулу вычисления тройного интеграла в сферических координатах. Учитывая, что

$$f(x, y, z) = f(r \sin \theta \cos \varphi, r \sin \theta \sin \varphi, r \cos \theta) \equiv 1,$$

получаем:

$$V_V = \iiint_V dx dy dz = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \int_0^R r^2 dr = \frac{4}{3} \pi R^3. \otimes$$

Пример 6.3.15. Вычислить тройной интеграл

$$\iiint_V \frac{x^2}{x^2 + y^2} dx dy dz,$$

где область V ограничена поверхностями

$$z = \frac{9}{2} \sqrt{x^2 + y^2} \text{ (конус),}$$

$$z = \frac{11}{2} - x^2 - y^2 \text{ (эллиптический параболоид).}$$

Решение. Область V – тело вращения вокруг оси OZ , поэтому переходим к цилиндрическим координатам:

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi, \\ y = r \sin \varphi, \\ z = z. \end{cases}$$

Для искомого интеграла получаем:

$$\iiint_V \frac{x^2}{x^2 + y^2} dx dy dz = \iiint_{\Omega} \cos^2 \varphi r dr d\varphi dz.$$

Задаём область Ω' неравенствами, заменяя в уравнениях поверхностей декартовы координаты цилиндрическими координатами:

$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi.$$

Получаем два двойных неравенства:

$$\frac{9}{2}r \leq z \leq \frac{11}{2} - r^2 \quad \text{и} \quad \frac{11}{2} - r^2 \leq z \leq \frac{9}{2}r.$$

Для выбора верного неравенства решаем уравнение

$$\frac{9}{2}r = \frac{11}{2} - r^2.$$

Единственное положительное решение $r = 1$, следовательно, $0 \leq r \leq 1$. При этих значениях верное неравенство

$$\frac{9}{2}r \leq z \leq \frac{11}{2} - r^2.$$

Область

$$\Omega = \begin{cases} 0 \leq r \leq 1, \\ \frac{9}{2}r \leq z \leq \frac{11}{2} - r^2, \\ 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \end{cases}$$

Переход к повторному интегралу даёт:

$$\begin{aligned} \iiint_V \frac{x^2}{x^2 + y^2} dx dy dz &= \iiint_{\Omega} \cos^2 \varphi r dr d\varphi dz = \\ &= \iiint_{\Omega'} \frac{r^2 \cos^2 \varphi}{r^2 \cos^2 \varphi + r^2 \sin^2 \varphi} r dr d\varphi dz = \dots = \pi. \quad \otimes \end{aligned}$$

Практическое занятие 4. Некоторые приложения криволинейных и кратных интегралов

Предварительные сведения

Электрическое поле линейного непрерывно-распределённого электрического заряда вычисляется по формуле

$$\vec{E}\left(\vec{x}_0\right)=\int_W \frac{\gamma\left(\vec{x}\right) \cdot\left(\vec{x}_0-\vec{x}\right)}{4 \pi \varepsilon \varepsilon_0\left\|\vec{x}_0-\vec{x}\right\|^3} d l, \quad (1)$$

где $\vec{x}_0$ – точка наблюдения, а линейная плотность заряда равна

$$\gamma\left(\vec{x}\right)=\frac{d Q\left(\vec{x}\right)}{d l}.$$

Площадь плоской фигуры в полярной системе координат вычисляется по формуле

$$S=\iint_{D'} r^2(\varphi) d r d \varphi.$$

Формула Грина имеет вид

$$\iint_{\Omega}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)(x, y) d x d y=\oint_{\Gamma} P(x, y) d x+Q(x, y) d y$$

Примеры с решением

Пример 6.4.1. Найти напряжённость электрического поля однородно заряженной проволоки длиной L , имеющей форму дуги окружности радиуса r , в центре окружности, считая линейную плотность заряда постоянной.

Решение. Так как $\gamma\left(\vec{x}\right)=const$, то формула (1) принимает вид

$$\vec{E}\left(\vec{x}_0\right)=\frac{\gamma}{4 \pi \varepsilon \varepsilon_0} \int_W \frac{\left(\vec{x}_0-\vec{x}\right)}{\left\|\vec{x}_0-\vec{x}\right\|^3} d l =$$

$$= \frac{\gamma}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[\left(\int_W \frac{\vec{x}_0 - \vec{x}}{\|\vec{x}_0 - \vec{x}\|^3} dl \right) \vec{e}_1 + \left(\int_W \frac{y_0 - y}{\|\vec{x}_0 - \vec{x}\|^3} dl \right) \vec{e}_2 \right]. \quad (2)$$

Вспомним параметрические уравнения окружности (рисунок 4.1):

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + r \cos t \cdot \vec{e}_1 + r \sin t \cdot \vec{e}_2 \quad (3)$$

– векторная форма;

$$\begin{cases} x = x_0 + r \cos t, \\ y = y_0 + r \sin t \end{cases} \quad (4)$$

– скалярная форма.

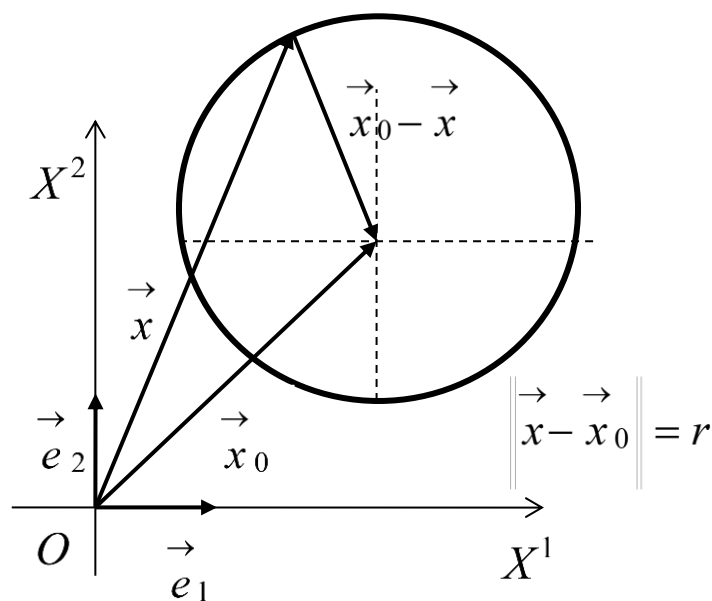


Рис. 4.1.

Чтобы воспользоваться для вычисления интеграла формулой

$$\int_W f(x, y) dl = \int_{\alpha}^{\beta} f(x(t), y(t)) \sqrt{\left[\frac{dx}{dt}(t) \right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}(t) \right]^2} dt,$$

нам нужен дифференциал длины дуги кривой $dl = \left\| \frac{d\vec{x}}{dt} \right\| dt$. По формуле (3) имеем:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = -r \sin t \cdot \vec{e}_1 + r \cos t \cdot \vec{e}_2.$$

Отсюда для нормы вектора скорости получаем

$$\left\| \frac{d\vec{x}}{dt} \right\| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2} = \sqrt{(-r \sin t)^2 + (r \cos t)^2} = r,$$

откуда имеем

$$dl = \left\| \frac{d\vec{x}}{dt} \right\| dt = r dt.$$

С учётом того, что в рассматриваемом случае точка наблюдения помещена в центр окружности, а точки источника поля находятся в точках самой окружности и очевидного равенства

$$\left\| \vec{x} - \vec{x}_0 \right\| = \left\| \vec{x}_0 - \vec{x} \right\|,$$

дальнейшие вычисления напряжённости электрического поля в центре окружности проводятся так:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{x}_0) &= \frac{\gamma}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[\left(\int_W \frac{\vec{x}_0 - \vec{x}}{\left\| \vec{x} - \vec{x}_0 \right\|^3} dl \right) \vec{e}_1 + \left(\int_W \frac{y_0 - y}{\left\| \vec{x} - \vec{x}_0 \right\|^3} dl \right) \vec{e}_2 \right] = \\ &= -\frac{\gamma}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[\left(\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{r \cos t}{r^3} r dt \right) \vec{e}_1 + \left(\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{r \sin t}{r^3} r dt \right) \vec{e}_2 \right] = \\ &= -\frac{\gamma}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[\left(\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{\cos t}{r} dt \right) \vec{e}_1 + \left(\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{\sin t}{r} dt \right) \vec{e}_2 \right] = \\ &= -\frac{\gamma}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \left[\left(\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \cos t dt \right) \vec{e}_1 + \left(\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \sin t dt \right) \vec{e}_2 \right] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{\gamma}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \left[\left(\sin t \begin{vmatrix} \alpha/2 \\ -\alpha/2 \end{vmatrix} \right) \vec{e}_1 + \left(-\cos t \begin{vmatrix} \alpha/2 \\ -\alpha/2 \end{vmatrix} \right) \vec{e}_2 \right] = \\
&= -\frac{\gamma}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \left[2 \sin \frac{\alpha}{2} \vec{e}_1 - \underbrace{\left(\cos \frac{\alpha}{2} - \cos \left(-\frac{\alpha}{2} \right) \right)}_{=0} \vec{e}_2 \right] = -\frac{\gamma}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} \sin \frac{\alpha}{2} \vec{e}_1.
\end{aligned}$$

Получили следующую формулу для электрического поля, создаваемого в центре окружности линейным равномерным распределением заряда

$$\vec{E} \left(\begin{pmatrix} \vec{x}_0 \end{pmatrix} \right) = -\frac{\gamma}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \vec{e}_1. \quad (6)$$

Из формулы (6) легко получаем формулу для нормы напряжённости электрического поля

$$E = \left\| \vec{E} \left(\begin{pmatrix} \vec{x}_0 \end{pmatrix} \right) \right\| = \frac{\gamma}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} \sin \frac{\alpha}{2}, \quad (7)$$

из которой следует:

$$1) E = \frac{\gamma}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} \text{ при } \alpha = \pi;$$

$$2) E = 0 \text{ при } \alpha = 2\pi. \otimes$$

Пример 6.4.2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями с уравнениями

$$y^2 - 4y + x^2 = 0, \quad y^2 - 8y + x^2 = 0, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad x = 0.$$

Р е ш е н и е. Область ограничена окружностями и прямыми, поэтому решаем задачу в полярных координатах:

$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi.$$

При переходе к полярным координатам область D перейдёт в область D' , ограниченную линиями

$$r = 4 \cos \varphi, \quad r = 8 \cos \varphi, \quad \frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}.$$

Искомая площадь равна $S = \iint_{D'} r^2 dr d\varphi$. В полярных координатах область D' задаётся неравен-

ствами

$$D' = \begin{cases} \frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}, \\ 4\cos\varphi \leq r \leq 8\cos\varphi. \end{cases}$$

Переход от двойного интеграла к повторному интегралу даёт:

$$S = \iint_{D'} r^2 dr d\varphi = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_{4\cos\varphi}^{8\cos\varphi} r dr.$$

Результат получается интегрированием:

$$\begin{aligned} S &= \iint_{D'} r^2 dr d\varphi = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_{4\cos\varphi}^{8\cos\varphi} r dr = 24 \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \varphi = \left\{ \cos^2 \varphi = \frac{1 + \cos 2\varphi}{2} \right\} = \\ &= 12 \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi + 6 \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2\varphi d(2\varphi) = 8\pi - (6 + 3\sqrt{3}). \otimes \end{aligned}$$

Пример 6.4.3. Применяя формулу Грина, вычислить криволинейный интеграл

$$\oint_{\Gamma} -x^2 y dx + xy^2 dy, \quad (1)$$

где Γ – окружность с уравнением $x^2 + y^2 = R^2$, причём обход окружности осуществляется против часовой стрелки.

Р е ш е н и е. Формула Грина имеет вид:

$$\iint_{\Omega} \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) (x, y) dx dy = \oint_{\Gamma} P(x, y) dx + Q(x, y) dy.$$

Сравнивая с (1), видим, что $P(x, y) = -x^2 y$, $Q(x, y) = xy^2$. Поэтому

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) (x, y) = x^2 + y^2.$$

Следовательно, получаем

$$\oint_{\Gamma} -x^2 y dx + xy^2 dy = \iint_{\Omega} (x^2 + y^2) dx dy.$$

Вычисления проводим в полярных координатах:

$$x = R \cos \varphi, y = R \sin \varphi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi,$$

$$\oint_{\Gamma} -x^2 y dx + xy^2 dy = \iint_{\Omega} r^2 r dr d\varphi = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{4} R^4 \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{\pi R^4}{2}. \otimes$$

Пример 6.4.4. Применяя формулу Грина, вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми линиями с уравнениями

$$y = x^2, x = y^2, 8xy = 1,$$

примыкающей к началу системы координат.

Решение. Площадь плоской фигуры вычисляется по формуле:

$$S(\Omega) = \iint_{\Omega} dx dy = \frac{1}{2} \oint_{\Gamma} x dy - y dx.$$

Рассмотрим вид фигуры. Первая и вторая кривые линии – это стандартные параболы с осью OY и OX соответственно. Решая совместно уравнения кривых линий, найдём точки их пересечения:

$$A\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right), B\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right).$$

Применим формулу для вычисления площади плоской фигуры:

$$\begin{aligned} S(\Omega) &= \frac{1}{2} \oint_{\Gamma} x dy - y dx = \frac{1}{2} \int_{OA} x dy - y dx + \frac{1}{2} \int_{AB} x dy - y dx + \frac{1}{2} \int_{BO} x dy - y dx = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{1/2} x^2 dx - \frac{1}{8} \int_{1/2}^{1/4} \frac{dx}{x} - \frac{1}{4} \int_{1/4}^0 \sqrt{x} dx = \frac{1+3\ln 2}{24} \approx 0,13. \otimes \end{aligned}$$

Практическое занятие 5. Поверхностные интегралы

Предварительные сведения

Формула вычисления поверхностного интеграла первого рода имеет вид

$$\iint_F f(x^1, x^2, x^3) dS =$$

$$= \iint_{G^{12}} f(x^1, x^2, \varphi(x^1, x^2)) \sqrt{1 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x^1}(x^1, x^2) \right]^2 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x^2}(x^1, x^2) \right]^2} dx^1 dx^2,$$

где двойной интеграл в правой части формулы вычисляется по проекции G^{12} поверхности F , задаваемой уравнением $x^3 = \varphi(x^1, x^2)$ на координатную плоскость $X^1 O X^2$.

Если поверхность F однозначно проектируется на все три координатные плоскости, то **общий поверхностный интеграл второго рода** является суммой частных интегралов

$$\begin{aligned} \iint_F H_1(x^1, x^2, x^3) dx^2 dx^3 + \iint_F H_2(x^1, x^2, x^3) dx^3 dx^1 + \iint_F H_3(x^1, x^2, x^3) dx^1 dx^2 &\stackrel{def}{=} \\ &= \iint_F H_1(x^1, x^2, x^3) dx^2 dx^3 + \iint_F H_2(x^1, x^2, x^3) dx^3 dx^1 + \\ &+ \iint_F H_3(x^1, x^2, x^3) dx^1 dx^2, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \iint_F H_3(x^1, x^2, x^3) dx^1 dx^2 &= \iint_{G^{12}} H_3(x^1, x^2, \varphi^3(x^1, x^2)) dx^1 dx^2, \\ \iint_F H_1(x^1, x^2, x^3) dx^2 dx^3 &= \iint_{G^{23}} H_1(\varphi^1(x^2, x^3), x^2, x^3) dx^2 dx^3, \\ \iint_F H_2(x^1, x^2, x^3) dx^3 dx^1 &= \iint_{G^{13}} H_2(x^1, \varphi^2(x^1, x^3), x^3) dx^1 dx^3 \end{aligned}$$

– двойные интегралы, вычисляемые по однозначным проекциям поверхности на координатные плоскости.

Примеры с решением

Пример 6.5.1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint_F (x^2 + y^2) dS,$$

где F – часть конической поверхности, заключённой между плоскостями с уравнениями $z = 0$ и $z = 1$.

Решение. Поверхностный интеграл первого рода вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} \iint_F f(x, y, z) dS &= \\ &= \iint_{G^{12}} f(x, y, \varphi(x, y)) \sqrt{1 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y) \right]^2 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y) \right]^2} dx dy. \end{aligned} \quad (1)$$

В силу условий задачи выбираем верхнюю часть конической поверхности с уравнением

$$z = \varphi(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Поэтому

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y) = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

$$\begin{aligned} dS &= \sqrt{1 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y) \right]^2 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y) \right]^2} dx dy = \\ &= \sqrt{1 + \frac{x^2}{x^2 + y^2} + \frac{y^2}{x^2 + y^2}} dx dy = \sqrt{2} dx dy. \end{aligned}$$

Искомый интеграл преобразуется в двойной интеграл по формуле (1):

$$\iint_F (x^2 + y^2) dS = \iint_{G^{12}} \sqrt{2} \cdot (x^2 + y^2) dx dy.$$

Так как область G^{12} – это круг, определённый неравенством $x^2 + y^2 \leq 1$, то

$$\iint_F (x^2 + y^2) dS = \iint_{G^{12}} \sqrt{2} \cdot (x^2 + y^2) dx dy = 4\sqrt{2} \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^1 r^3 dr = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \pi \cdot \otimes$$

Пример 6.5.2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint_F (\sqrt{a^2 - x^2} + z) y dS,$$

где F – поверхность цилиндра

$$x^2 + z^2 = a^2,$$

заклѳчѳнная между плоскостями $y = b$ и $y = c$.

Р е ш е н и е. Из уравнения

$$x^2 + z^2 = a^2$$

следует

$$z = \varphi^3(x, y) = \pm \sqrt{a^2 - x^2}.$$

Поверхность F разбилась на две части: F_1 ($z \geq 0$) и F_2 ($z \leq 0$). Определим элемент поверхности dS в соответствии с формулой вычисления поверхностного интеграла первого рода:

$$\frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} = -\frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}; \quad \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} = 0;$$

$$dS = \sqrt{1 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y) \right]^2 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y) \right]^2} dx dy = \frac{a dx dy}{\sqrt{a^2 - x^2}}.$$

Подставляя элемент поверхности в формулу для вычисления поверхностного интеграла первого рода

$$\iint_F f(x, y, z) dS = \iint_G f(x, y, \varphi(x, y)) \sqrt{1 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y) \right]^2 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y) \right]^2} dx dy,$$

получим:

$$\begin{aligned} \iint_F (\sqrt{a^2 - x^2} + z) y dS &= \\ &= \iint_{F_1} (\sqrt{a^2 - x^2} + \sqrt{a^2 - x^2}) y dS + \iint_{F_2} (\sqrt{a^2 - x^2} - \sqrt{a^2 - x^2}) y dS = \\ &= \iint_{G_1} 2\sqrt{a^2 - x^2} y \frac{a dx dy}{\sqrt{a^2 - x^2}} = 2a \iint_{G_1} y dx dy = \\ &= 2a \int_{-a}^a dx \int_b^c y dy = 2a^2 (c^2 - b^2). \quad \otimes \end{aligned}$$

Пример 6.5.3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint_F x^2 y^2 z dx dy$$

по верхней стороне верхней половины сферы с уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2.$$

Решение. Проекцией верхней полусферы на координатную плоскость XOY является круг, ограниченный окружностью

$$x^2 + y^2 = R^2.$$

Уравнение верхней полусферы

$$z = \varphi(x, y) = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}.$$

Следовательно, искомый интеграл преобразуется в двойной интеграл так:

$$\iint_F x^2 y^2 z dx dy = \iint_{G^{12}} x^2 y^2 \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dx dy.$$

Вычисления проводим в полярных координатах:

$$\begin{aligned} \iint_{G^{12}} x^2 y^2 \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dx dy &= \iint_{G^{12}} r^5 \cos^2 \varphi \cdot \sin^2 \varphi \sqrt{R^2 - r^2} dr d\varphi = \\ &= 4 \int_0^{\pi/2} \cos^2 \varphi \cdot \sin^2 \varphi d\varphi \int_0^R r^5 \sqrt{R^2 - r^2} dr = \\ &= \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{R^2 - r^2} = t; R^2 - r^2 = t^2; \\ r dr = -t dt; r^4 = (R^2 - t^2)^2. \end{array} \right\} = \int_0^{\pi/2} \frac{1 - \cos 4\varphi}{2} d\varphi \int_0^R (R^2 - t^2)^2 t^2 dt \\ &= \frac{2}{105} \pi R^7. \otimes \end{aligned}$$

Пример 6.5.4. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint_F x dy dz + y dz dx + z dx dy,$$

где F – верхняя сторона части плоскости с уравнением $x + z - 1 = 0$, отсечённая плоскостями с уравнениями $y = 0$, $y = 4$ и лежащая в первом октанте.

Р е ш е н и е. Заданная поверхность изображена на рисунке 5.1. Для вычисления интеграла используем формулу вычисления общего поверхностного интеграла второго рода:

$$\begin{aligned} \iint_F P(x, y, z) dy dz + Q(x, y, z) dz dx + R(x, y, z) dx dy &= \\ &= \iint_{G_{23}} P(\varphi(y, z), y, z) dy dz + \iint_{G_{13}} Q(x, \psi(x, z), z) dx dz + \\ &+ \iint_{G_{12}} R(x, y, \omega(x, y)) dx dy. \end{aligned}$$

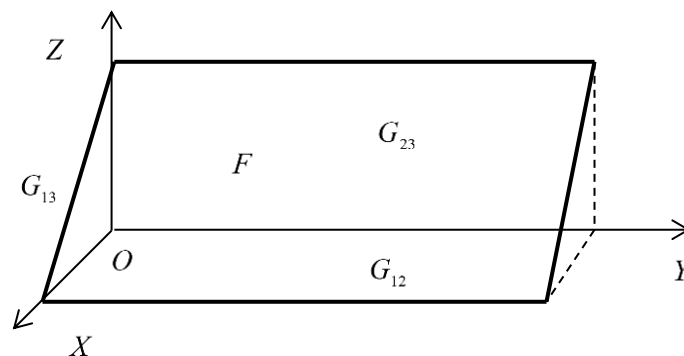


Рис. 5.1.

Так как плоскость параллельна оси OY , то

$$\iint_{G_{13}} Q(x, \psi(x, z), z) dx dz = 0.$$

Получаем:

$$\iint_F x dy dz + y dz dx + z dx dy = \iint_{G_{23}} (1-z) dy dz + \iint_{G_{12}} (1-x) dx dy = 4. \otimes$$

Практическое занятие 6. Векторный анализ

Предварительные сведения

В декартовой системе координат градиент скалярного поля $\varphi = \varphi(x_1, x_2, x_3)$ вычисляется по формуле

$$\vec{\nabla} \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x^i} \vec{e}_i = \frac{\partial \varphi}{\partial x^1} \vec{e}_1 + \frac{\partial \varphi}{\partial x^2} \vec{e}_2 + \frac{\partial \varphi}{\partial x^3} \vec{e}_3.$$

Производная скалярного поля $\varphi = \varphi(x_1, x_2, x_3)$ в точке N_0 по направлению, заданному век-

тором $\vec{N}_0 N$, имеющим орт

$$\vec{h} = \frac{1}{\|\vec{N}_0 N\|} \vec{N}_0 N$$

по определению равна

$$\frac{\partial f}{\partial h} \left(\vec{x}_0 \right) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{t \rightarrow 0+0} \frac{f \left(\vec{x}_0 + t \vec{h} \right) - f \left(\vec{x}_0 \right)}{t}$$

и вычисляется по одной из следующих формул

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \vec{h}} \left(\vec{x} \right) = \left(\vec{\nabla} \varphi \left(\vec{x} \right), \vec{h} \right) = \frac{\left(\vec{\nabla} \varphi \left(\vec{x} \right), N_0 N \right)}{\left\| N_0 N \right\|} = \text{Pr}_{\vec{h}} \left\{ \vec{\nabla} \varphi \left(\vec{x} \right) \right\}.$$

Дивергенция векторного поля $\vec{A} \left(\vec{x} \right)$ в некоторой точке $\vec{x}$ в декартовой системе координат

вычисляется по формуле:

$$\text{div} \vec{A} \left(\vec{x} \right) = \left(\vec{\nabla}, \vec{A} \left(\vec{x} \right) \right).$$

Формула для нахождения ротора векторного поля в декартовой системе координат имеет вид:

$$\text{rot} \vec{A} = \left[\vec{\nabla}, \vec{A} \left(\vec{x} \right) \right] = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ A_1 & A_2 & A_3 \end{vmatrix}.$$

Потоком Φ векторного поля $\vec{A} \left(\vec{x} \right)$ через поверхность F называется поверхностный интеграл

второго рода

$$\begin{aligned} \Phi &\stackrel{\text{def}}{=} \iint_F \left(\vec{A}, d\vec{s} \right) = \iint_F \left(\vec{A} \left(\vec{x} \right), \vec{n} \right) dS = \\ &= \iint_F \left(A_1 \left(\vec{x} \right) \cos \theta_1 + A_2 \left(\vec{x} \right) \cos \theta_2 + A_3 \left(\vec{x} \right) \cos \theta_3 \right) dS = \\ &= \iint_F A_1 \left(\vec{x} \right) \cos \theta_1 dS + \iint_F A_2 \left(\vec{x} \right) \cos \theta_2 dS + \iint_F A_3 \left(\vec{x} \right) \cos \theta_3 dS = \\ &= \iint_{G^{23}} A_1 \left(\omega \left(x^2, x^3 \right), x^2, x^3 \right) dx^2 dx^3 + \iint_{G^{13}} A_2 \left(x^1, \psi \left(x^1, x^3 \right), x^3 \right) dx^1 dx^3 + \\ &+ \iint_{G^{12}} A_3 \left(x^1, x^2, \phi \left(x^1, x^2 \right) \right) dx^1 dx^2, \end{aligned}$$

где

$$d\vec{s} = \left\| d\vec{s} \right\| \frac{d\vec{s}}{\left\| d\vec{s} \right\|} = ds \vec{n}.$$

Теорема Остроградского-Гаусса. Поток векторного поля через замкнутую поверхность (в направлении внешней нормали) равен тройному интегралу от дивергенции поля, взятому по области, ограниченной этой поверхностью:

$$\oiint_F \left(\vec{A}(\vec{x}), d\vec{s} \right) = \iiint_V \left(\vec{\nabla}, \vec{A}(\vec{x}) \right) dV.$$

Циркуляцией векторного поля $\vec{A}(\vec{x})$ по замкнутому контуру Γ называется криволинейный интеграл второго рода

$$C_A \stackrel{\text{def}}{=} \oint_{\Gamma} \left(\vec{A}, d\vec{l} \right) = \oint_{\Gamma} A_t dl.$$

Теорема Стокса. Циркуляция векторного поля $\vec{A}(\vec{x})$ по замкнутому контуру Γ равна

потoku векторного поля

$$\text{rot} \vec{A}(\vec{x}) = \left[\vec{\nabla}, \vec{A}(\vec{x}) \right]$$

через поверхность, ограниченную контуром Γ :

$$\oint_{\Gamma} \left(\vec{A}(\vec{x}), d\vec{l} \right) = \iint_S \left(\left[\vec{\nabla}, \vec{A}(\vec{x}) \right], d\vec{s} \right) \equiv \iint_S \left(\text{rot} \vec{A}(\vec{x}), \vec{n} \right) ds.$$

Приведём краткую сводку наиболее часто используемых формул векторного анализа:

$$\text{grad}(\varphi\psi) = \varphi \cdot \text{grad}\psi + \psi \cdot \text{grad}\varphi;$$

$$\text{div} \left(\psi \vec{A} \right) = \psi \cdot \text{div} \vec{A} + \left(\vec{A}, \text{grad}\psi \right);$$

$$\text{div} \left[\vec{A}, \vec{B} \right] = \left(\vec{B}, \text{rot} \vec{A} \right) - \left(\vec{A}, \text{rot} \vec{B} \right);$$

$$\text{rot} \left(\psi \vec{A} \right) = \psi \cdot \text{rot} \vec{A} + \left[\text{grad}\psi, \vec{A} \right];$$

$$\text{grad}f(\xi) = f'(\xi) \cdot \text{grad}\xi;$$

$$\text{rot} \text{rot} \vec{A} = \text{grad} \text{div} \vec{A} - \nabla^2 \vec{A};$$

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \psi \equiv \left(\vec{\nabla}, \vec{\nabla} \psi \right) = \left(\vec{\nabla}, \vec{\nabla} \right) \psi = \vec{\nabla}^2 \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial (x^1)^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial (x^2)^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial (x^3)^2}.$$

В декартовых координатах справедлива также формула

$$\vec{\nabla}^2 \vec{A} = \vec{e}_1 \vec{\nabla}^2 A^1 + \vec{e}_2 \vec{\nabla}^2 A^2 + \vec{e}_3 \vec{\nabla}^2 A^3.$$

Примеры с решением

Пример 6.6.1. Найти градиент сферически-симметричного скалярного поля

$$u = \varphi(r),$$

где $r = \left\| \vec{r} \right\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Решение. По определению градиента имеем

$$\begin{aligned} \operatorname{grad} \varphi(r) &= \frac{\partial}{\partial x} \varphi(r) \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial y} \varphi(r) \vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial z} \varphi(r) \vec{e}_3 = \\ &= \frac{d\varphi}{dr} \frac{x}{r} \vec{e}_1 + \frac{d\varphi}{dr} \frac{y}{r} \vec{e}_2 + \frac{d\varphi}{dr} \frac{z}{r} \vec{e}_3 = \frac{d\varphi}{dr} \cdot \frac{\vec{r}}{r}. \otimes \end{aligned}$$

Отметим, что векторное поле, определяемое соотношением $\vec{a} = \operatorname{grad} \varphi$, называется **по-**

тенциальным полем, а скалярная функция φ называется **потенциалом** векторного поля $\vec{a}$. Само

векторное поле $\vec{a} = \frac{d\varphi}{dr} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$ называется **потенциальным** полем. Иногда потенциальное поле

определяют соотношением $\vec{a} = -\operatorname{grad} \varphi$.

Пример 6.6.2. Найти дивергенцию сферически-симметричного векторного поля

$$\vec{a} = \varphi(r) \vec{r}.$$

Решение. По определению дивергенции имеем:

$$\operatorname{div} \vec{a} = \left(\vec{\nabla}, \varphi(r) \vec{r} \right) = \frac{\partial}{\partial x} [\varphi(r)x] + \frac{\partial}{\partial y} [\varphi(r)y] + \frac{\partial}{\partial z} [\varphi(r)z] =$$

$$= \frac{d\varphi}{dr} \frac{x^2}{r} + \varphi(r) + \frac{d\varphi}{dr} \frac{y^2}{r} + \varphi(r) + \frac{d\varphi}{dr} \frac{z^2}{r} + \varphi(r) = \frac{d\varphi}{dr} \cdot r + 3\varphi(r). \quad \otimes$$

Векторное поле называется *соленоидальным*, если выполнено условие $\operatorname{div} \vec{a} = 0$. $\otimes$

Пример 6.6.3. Найти условие соленоидальности векторного поля из предыдущего примера.

Решение. Условие соленоидальности $\operatorname{div} \vec{a} = 0$ для поля $\vec{a} = \varphi(r) \vec{r}$ приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\frac{d\varphi}{dr} \cdot r + 3\varphi(r) = 0$$

С разделяющимися переменными. Разделяя переменные и учитывая, что в случае функций одного

переменного производная $\frac{d\varphi}{dr}$ – это отношение двух дифференциалов, получаем:

$$\frac{d\varphi}{\varphi} = -3 \frac{dr}{r}. \quad (1)$$

Интегрируя уравнение (1), получаем $\ln|\varphi| = -3\ln r + C_1$. Записывая произвольную постоянную в логарифмическом виде $C_1 = \ln C$, где C – произвольная положительная постоянная, по-

лучаем $\varphi = \frac{C}{r^3}$. Здесь C уже произвольная (не обязательно положительная) постоянная. $\otimes$

Пример 6.6.4. Найти ротор сферически-симметричного векторного поля

$$\vec{a} = \varphi(r) \vec{r},$$

где $r = \left\| \vec{r} \right\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Решение. Записывая векторное поле в разложении по декартовому базису

$$\vec{a} = \varphi(r) \vec{r} = \varphi(r)x \vec{e}_1 + \varphi(r)y \vec{e}_2 + \varphi(r)z \vec{e}_3,$$

и используя определение ротора, получаем:

$$\begin{aligned}
\operatorname{rot} \vec{a} &= \left[\vec{\nabla}, \vec{a} \right] = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \varphi(r)x & \varphi(r)y & \varphi(r)z \end{vmatrix} = \\
&= \left\{ \frac{\partial}{\partial y} [\varphi(r)z] - \frac{\partial}{\partial z} [\varphi(r)y] \right\} \vec{e}_1 + \left\{ \frac{\partial}{\partial z} [\varphi(r)x] - \frac{\partial}{\partial x} [\varphi(r)z] \right\} \vec{e}_2 \\
&+ \left\{ \frac{\partial}{\partial x} [\varphi(r)y] - \frac{\partial}{\partial y} [\varphi(r)x] \right\} \vec{e}_3 = \frac{d\varphi(r)}{dr} \left(\frac{yz}{r} - \frac{zy}{r} \right) \vec{e}_1 + \\
&+ \frac{d\varphi(r)}{dr} \left(\frac{zx}{r} - \frac{xz}{r} \right) \vec{e}_2 + \frac{d\varphi(r)}{dr} \left(\frac{xy}{r} - \frac{yx}{r} \right) \vec{e}_3 = \vec{0}. \otimes
\end{aligned}$$

Векторное поле, для которого выполнено соотношение $\operatorname{rot} \vec{a} = \vec{0}$, называется **безвихревым** полем. Из предыдущей задачи следует, что сферически-симметричное векторное поле является безвихревым полем.

Пример 6.6.5. Доказать, что

$$\operatorname{div} \left[\vec{A}, \vec{B} \right] = \left(\vec{B}, \operatorname{rot} \vec{A} \right) - \left(\vec{A}, \operatorname{rot} \vec{B} \right). \quad (1)$$

Решение. Для решения применим правило действия оператора $\vec{\nabla}$ на произведение функций

$$\begin{aligned}
\vec{\nabla}(\varphi \cdot \omega \cdot \dots \cdot \psi) &= \\
&= \vec{\nabla} \left(\overset{\vee}{\varphi} \cdot \omega \cdot \dots \cdot \psi \right) + \vec{\nabla} \left(\varphi \cdot \overset{\vee}{\omega} \cdot \dots \cdot \psi \right) + \dots + \vec{\nabla} \left(\varphi \cdot \omega \cdot \dots \cdot \overset{\vee}{\psi} \right), \quad (2)
\end{aligned}$$

где символ $\vee$ над функцией устанавливает порядок действия оператора $\vec{\nabla}$ на соответствующую функцию. Для скалярных полей имеется в виду просто произведение функций, для векторных полей произведение может быть как скалярным, так и векторным.

Учитывая, что

$$\operatorname{div} \left[\vec{A}, \vec{B} \right] = \left(\vec{\nabla}, \left[\vec{A}, \vec{B} \right] \right),$$

в левой части (1) получаем:

$$\operatorname{div} \left[\vec{A}, \vec{B} \right] = \left(\vec{\nabla}, \left[\vec{A}, \vec{B} \right] \right) = \left(\vec{\nabla}, \left[\overset{\vee}{\vec{A}}, \vec{B} \right] \right) + \left(\vec{\nabla}, \left[\vec{A}, \overset{\vee}{\vec{B}} \right] \right),$$

Первое смешанное произведение в правой части последнего равенства преобразуется к виду:

$$\left(\vec{\nabla}, \left[\overset{\vee}{\vec{A}}, \vec{B} \right] \right) = \left(\left[\vec{\nabla}, \vec{A} \right], \vec{B} \right) = \left(\vec{B}, \left[\vec{\nabla}, \vec{A} \right] \right) = \left(\vec{B}, \operatorname{rot} \vec{A} \right). \quad (3)$$

Аналогично, второе смешанное произведение в правой части того же равенства преобразуется к виду

$$\left(\vec{\nabla}, \left[\vec{A}, \overset{\vee}{\vec{B}} \right] \right) = - \left(\vec{\nabla}, \left[\overset{\vee}{\vec{B}}, \vec{A} \right] \right) = - \left(\vec{A}, \left[\vec{\nabla}, \vec{B} \right] \right) = - \left(\vec{A}, \operatorname{rot} \vec{B} \right). \quad (4)$$

Складывая (3) и (4), получаем (1). $\otimes$

Пример 6.6.6. Доказать, что справедлива формула

$$\operatorname{rot} \left(u \cdot \vec{A} \right) = \left[\vec{\operatorname{grad}} u, \vec{A} \right] + u \cdot \operatorname{rot} \vec{A},$$

где $u(M)$ – скалярное, а $\vec{A}(M)$ – векторное поля.

Р е ш е н и е. Преобразуем левую часть:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \left(u \cdot \vec{A} \right) &= \left[\vec{\nabla}, u \cdot \vec{A} \right] = \left[\vec{\nabla}, \overset{\vee}{u} \cdot \vec{A} \right] + \left[\vec{\nabla}, u \cdot \overset{\vee}{\vec{A}} \right] = \\ &= \left[\vec{\nabla} u, \vec{A} \right] + u \cdot \left[\vec{\nabla}, \vec{A} \right] = \left[\vec{\operatorname{grad}} u, \vec{A} \right] + u \cdot \operatorname{rot} \vec{A}. \quad \otimes \end{aligned}$$

Пример 6.6.7. Доказать, что справедлива формула

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{A} - \Delta \vec{A},$$

где Δ – оператор Лапласа $\Delta = \left(\vec{\nabla}, \vec{\nabla} \right)$.

Решение. Для доказательства используем формулу для двойного векторного произведения

$$\left[\vec{A}, \left[\vec{B}, \vec{C} \right] \right] = \vec{B} \left(\vec{A}, \vec{C} \right) - \vec{C} \left(\vec{A}, \vec{B} \right),$$

полагая $\vec{A} = \vec{B} = \vec{\nabla}$, получим:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} = \left[\vec{\nabla}, \left[\vec{\nabla}, \vec{A} \right] \right] = \vec{\nabla} \left(\vec{\nabla}, \vec{A} \right) - \left(\vec{\nabla}, \vec{\nabla} \right) \vec{A} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{A} - \Delta \vec{A}. \otimes$$

Пример 6.6.8. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{A} = x^3 \vec{e}_1 - y^2 \vec{e}_2 + y \vec{e}_3$$

по замкнутому контуру $(t \in [0, 2\pi])$, заданному уравнениями

$$x = \cos t, \quad y = 3 \sin t, \quad z = \cos t - \sin t.$$

Решение. По определению циркуляция равна криволинейному интегралу второго рода

$$C = \oint_{\Gamma} \left(\vec{A}, d\vec{x} \right) = \oint_{\Gamma} x^3 dx - y^2 dy + y dz.$$

Криволинейный интеграл вычисляем, сводя его к определённым интегралам:

$$\begin{aligned} & \oint_{\Gamma} x^3 dx - y^2 dy + y dz = \\ & = \int_0^{2\pi} \left(-\cos^3 t \sin t - 27 \sin^2 t \cos t - 3 \sin^2 t - 3 \sin t \cos t \right) dt = \\ & = - \int_0^{2\pi} \cos^3 t \sin t dt - 27 \int_0^{2\pi} \sin^2 t \cos t dt - 3 \int_0^{2\pi} \sin^2 t dt - 3 \int_0^{2\pi} \sin t \cos t dt = \\ & = \int_0^{2\pi} \cos^3 t d(\cos t) - 27 \int_0^{2\pi} \sin^2 t d(\sin t) - \end{aligned}$$

$$-\frac{3}{2} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2t \right) d(2t) - 3 \int_0^{2\pi} \sin t d(\sin t) = -3\pi. \otimes$$

Пример 6.6.9. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F} = -\omega x_2 \vec{e}_1 + \omega x_1 \vec{e}_2$$

по простому замкнутому контуру, представляющему собой окружность с центром в начале системы координат и радиусом R , в положительном направлении.

Решение. Параметризация окружности

$$x_1 = R \cos t, \quad x_2 = R \sin t,$$

где $t \in [0, 2\pi]$. Поэтому по определению циркуляции получаем:

$$\begin{aligned} C &= \oint_{\Gamma} \left(\vec{F}, d\vec{x} \right) = \oint_{\Gamma} -\omega x_2 dx_1 + \omega x_1 dx_2 = \\ &= \omega \int_0^{2\pi} (R^2 \sin^2 t + R^2 \cos^2 t) dt = 2\pi R^2 \omega. \otimes \end{aligned}$$

Пример 6.6.10. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F} = (x_1 + 3x_2 + 2x_3) \vec{e}_1 + (2x_1 + x_3) \vec{e}_2 + (x_1 - x_2) \vec{e}_3$$

по контуру треугольника ABC , если $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 1)$.

Решение. Для решения применим формулу Стокса, согласно которой

$$C = \oint_{\Gamma} \left(\vec{F}, d\vec{x} \right) = \iint_S \left(\vec{n}, \operatorname{rot} \vec{F} \right) ds.$$

Уравнение плоскости, в которой лежит треугольник, имеет вид

$$\frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{3} + \frac{x_3}{1} = 1,$$

или

$$3x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 6.$$

Находим ротор векторного поля:

$$\begin{aligned}
\vec{rot F} &= \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 & 2x_1 + x_3 & x_1 - x_2 \end{vmatrix} = \\
&= \left[\frac{\partial}{\partial x_2} (x_1 - x_2) - \frac{\partial}{\partial x_3} (2x_1 + x_3) \right] \vec{e}_1 - \\
&- \left[\frac{\partial}{\partial x_1} (x_1 - x_2) - \frac{\partial}{\partial x_3} (x_1 + 3x_2 + 2x_3) \right] \vec{e}_2 + \\
&- \left[\frac{\partial}{\partial x_1} (2x_1 + x_3) - \frac{\partial}{\partial x_2} (x_1 + 3x_2 + 2x_3) \right] \vec{e}_3 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3.
\end{aligned}$$

Теперь циркуляция

$$\begin{aligned}
C &= \oint_{\Gamma} \left(\vec{F}, d\vec{x} \right) = \iint_S \left(\vec{n}, \vec{rot F} \right) ds = \\
&= -2 \iint_{G^{23}} dx_2 dx_3 + \iint_{G^{13}} dx_3 dx_1 - \iint_{G^{12}} dx_1 dx_2 = \\
&= -2 \int_0^3 dx_2 \int_0^{1-x_2/3} dx_3 + \int_0^1 dx_3 \int_0^{2-x_3} dx_1 - \int_0^2 dx_1 \int_0^{3-3x_1/2} dx_2 = \\
&= -2 \left[x_2 - \frac{1}{6} x_2^2 \right]_0^3 + \left[2x_3 - x_3^2 \right]_0^1 - \left[3x_1 - \frac{3}{4} x_1^2 \right]_0^2 = -5. \otimes
\end{aligned}$$

Пример 6.6.11. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F} = x_2 \vec{e}_1 - x_1 \vec{e}_2 + a \vec{e}_3 \quad (a = \text{const})$$

вдоль окружности с уравнением

$$x_1^2 + x_2^2 = 1, \quad x_3 = 0$$

в положительном направлении двумя способами.

Решение. 1) Вычислим циркуляцию непосредственно, учитывая, что параметризация окружности имеет вид ($R = 1$):

$$x_1 = \cos t, \quad x_2 = \sin t.$$

Теперь имеем:

$$\begin{aligned} C &= \oint_{\Gamma} \left(\vec{F}, d\vec{x} \right) = \oint_{\Gamma} F_1 dx_1 + F_2 dx_2 + F_3 dx_3 = \\ &= \int_0^{2\pi} [\sin t(-\sin t) - \cos t \cos t] dt = - \int_0^{2\pi} (\sin^2 t + \cos^2 t) dt = -2\pi. \end{aligned}$$

2) Вычислим циркуляцию по формуле Стокса. Сначала найдём ротор векторного поля:

$$\operatorname{rot} \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ x_2 & -x_1 & a \end{vmatrix} = -2 \vec{e}_3.$$

Нормаль плоскости треугольника $\vec{n} = \vec{e}_3$. Следовательно, имеем

$$\begin{aligned} C &= \oint_{\Gamma} \left(\vec{F}, d\vec{x} \right) = \iint_S \left(\vec{n}, \operatorname{rot} \vec{F} \right) ds = -2 \iint_S \left(\vec{n}, \vec{e}_3 \right) ds = -2 \iint_S dx_1 dx_2 = \\ &= -2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 r dr = -2 \cdot 2\pi \cdot \frac{1}{2} = -2\pi. \quad \otimes \end{aligned}$$

Пример 6.6.12. Найти поток радиус-вектора

$$\vec{r} = x \vec{e}_1 + y \vec{e}_2 + z \vec{e}_3$$

через произвольную гладкую замкнутую поверхность F , ограничивающую область Ω , имеющую объём V .

Решение. Находим дивергенцию поля радиус-вектора:

$$\operatorname{div} \vec{r} = 1 + 1 + 1 = 3.$$

Воспользуемся формулой Остроградского-Гаусса (10.10.13):

$$\oint_F \left(\vec{r}, d\vec{s} \right) = \iiint_V \left(\vec{\nabla}, \vec{r} \right) dV = 3 \iiint_V dV = 3V.$$

Из полученной формулы следует формула для вычисления объёма области Ω при помощи поверхностных интегралов

$$V = \frac{1}{3} \iint_F \left(\vec{r}, \vec{n} \right) ds,$$

которая в декартовых координатах принимает вид

$$V = \frac{1}{3} \iint_F (x n_1 + y n_2 + z n_3) ds = \frac{1}{3} \iint_F (x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma) ds,$$

где $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ – координаты орта нормали $\vec{n}$. $\otimes$

Пример 6.6.13. Найти поток векторного поля радиус-вектора

$$\vec{r} = x \vec{e}_1 + y \vec{e}_2 + z \vec{e}_3$$

Через поверхность с уравнением

$$z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}, \quad z = 0 \quad (0 \leq z \leq 1).$$

Решение. Воспользуемся теоремой Остроградского-Гаусса:

$$\Phi = \iint_S \left(\vec{F}, \vec{n} \right) ds = \iiint_V \operatorname{div} \vec{F} dv.$$

Так как

$$\operatorname{div} \vec{r} = 1 + 1 + 1 = 3,$$

а поверхность – это конус с вершиной в точке $(0; 0; 1)$, ограниченный плоскостями с уравнениями

$z = 0$ и $z = 1$, то переходя к цилиндрическим координатам, получаем:

$$\begin{aligned} \Phi &= \iint_S \left(\vec{r}, \vec{n} \right) ds = \iiint_V \operatorname{div} \vec{r} dv = 3 \iiint_V dv = 3 \iiint_{\Omega} r d\varphi dr dz = \\ &= 3 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 r dr \int_0^{1-r} dz = 3 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 r(1-r) dr = 3 \cdot 2\pi \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = \pi. \quad \otimes \end{aligned}$$

Пример 6.6.14. Найти поток поля

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q \vec{r}}{r^2}$$

точечного источника электрического поля через сферу с уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2.$$

Р е ш е н и е. Поток векторного поля через поверхность вычисляется по формуле

$$\Phi = \iint_S \left(\vec{F}, d\vec{s} \right) = \iint_S \left(\vec{F}, \vec{n} \right) ds = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \iint_S \frac{1}{r^2} \left(\frac{\vec{r}}{r}, \vec{n} \right) ds.$$

Так как $r = R = \text{const}$ и скалярное произведение ортов

$$\left(\frac{\vec{r}}{r}, \vec{n} \right) = 1,$$

получаем:

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \iint_S \frac{1}{r^2} \left(\frac{\vec{r}}{r}, \vec{n} \right) ds = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R^2} \iint_S ds = \frac{q4\pi R^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R^2} = \frac{4\pi q}{4\pi\epsilon\epsilon_0}. \otimes$$

Практическое занятие 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Предварительные сведения

Простейшее обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) первого порядка имеет вид

$$\frac{dy}{dx} = f(x).$$

Его общее решение находится по определению первообразной:

$$y(x) = \int f(x) dx + C,$$

где C – произвольная постоянная величина.

Уравнение с разделёнными переменными имеют вид

$$X(x)dx + Y(y)dy = 0.$$

Общее решение этого уравнения находится по формуле

$$\int X(x)dx + \int Y(y)dy = C.$$

Уравнение с разделяющимися переменными имеет вид

$$P(x)T(y)dx + Q(x)S(y)dy = 0.$$

После разделения переменных получаем уравнение с разделёнными переменными

$$\frac{P(x)}{Q(x)}dx + \frac{S(y)}{T(y)}dy = 0,$$

решая которое, получаем общее решение в виде

$$\int \frac{P(x)}{Q(x)} dx + \int \frac{S(y)}{T(y)} dy = C.$$

Линейное неоднородное ОДУ первого порядка в приведённой форме записи имеет вид

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = f(x).$$

Ему соответствует однородное уравнение

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = 0.$$

Однородное уравнение решается путём разделения переменных, а неоднородное методом вариации произвольной постоянной. Формула для общего решения неоднородного уравнения имеет вид

$$z(x) = \left(\int f(x) e^{\int p(x) dx} dx + A \right) \cdot e^{-\int p(x) dx}.$$

Простейшее ОДУ высшего порядка имеет вид:

$$\frac{d^n y}{dx^n} = f(x).$$

Его общее решение находится путём последовательного интегрирования и имеет вид:

$$y(x) = \underbrace{\int \int \dots \int f(x) dx dx \dots dx}_{n \text{ раз}} + C_1 \frac{x^{n-1}}{(n-1)!} + C_2 \frac{x^{n-2}}{(n-2)!} + C_3 + \dots \\ + C_{n-2} \frac{x^2}{2!} + C_{n-1} x + C_n.$$

Линейное ОДУ высшего порядка, соответственно, неоднородное и однородно, имеет вид:

$$p_0(x) \frac{d^n y}{dx^n} + p_1(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + p_{n-1}(x) \frac{dy}{dx} + p_n(x) y = g(x),$$

$$p_0(x) \frac{d^n y}{dx^n} + p_1(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + p_{n-1}(x) \frac{dy}{dx} + p_n(x) y = 0.$$

Задача Коши для уравнения (неоднородного, или однородного) ставится так: **найти решение соответствующего уравнения, удовлетворяющее начальным условиям**

$$y|_{x=x_0} = y_0, \frac{dy}{dx}|_{x=x_0} = y_0^1, \dots, \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}}|_{x=x_0} = y_0^{n-1}.$$

Линейное ОДУ второго порядка с постоянными коэффициентами имеет вид

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + p_1 \frac{dy}{dx} + p_2 y = f(x).$$

Находя линейно независимую систему решений соответствующего однородного уравнения

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + p_1 \frac{dy}{dx} + p_2 y = 0,$$

– **фундаментальную систему решений** (ФСР) $\{y_1, y_2\}$, можем составить общее решение однородного уравнения в виде линейной комбинации найденных частных решений.

При подстановке в однородное уравнение функции e^{kx} приходим к характеристическому уравнению

$$k^2 + p_1 k + p_2 = 0.$$

В зависимости от того, какие решения будут у характеристического уравнения, приходим к следующим трём случаям построения общего решения однородного дифференциального уравнения.

1) Корни характеристического уравнения простые и вещественные, то есть $k_1 \neq k_2 \in R^1$.

Тогда ФСР есть $\{e^{k_1 x}, e^{k_2 x}\}$ и общее решение имеет вид

$$y(x) = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x) = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}.$$

2) Корень k вещественный, кратности 2. Тогда ФСР есть $\{e^{kx}, xe^{kx}\}$ и общее решение

имеет вид

$$y(x) = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x) = e^{kx} (C_1 + x C_2).$$

3) Корни комплексно-сопряжённые $k_1 = \alpha + \beta i$, $k_2 = \alpha - \beta i$. Тогда ФСР есть $\{e^{\alpha x} \cos \beta x, e^{\alpha x} \sin \beta x\}$ и общее решение имеет вид

$$y(x) = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x) = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x).$$

Для решения неоднородного уравнения применяется **метод Лагранжа**. Решение неоднородного уравнения ищется в виде

$$z(x) = C_1(x) y_1(x) + C_2(x) y_2(x)$$

Составляется СЛАУ следующего вида

$$\begin{cases} y_1(x) \frac{dC_1(x)}{dx} + y_2(x) \frac{dC_2(x)}{dx} = 0, \\ \frac{dy_1(x)}{dx} \frac{dC_1(x)}{dx} + \frac{dy_2(x)}{dx} \frac{dC_2(x)}{dx} = f(x). \end{cases}$$

Здесь $C_1(x)$ и $C_2(x)$ – новые функции, подлежащие определению, а $y_1(x)$ и $y_2(x)$ – элементы ФСР соответствующего однородного уравнения. Решение СЛАУ относительно производных новых функций ищется любым методом. В общем виде это решение записывается так

$$\begin{cases} \frac{dC_1(x)}{dx} = \varphi(x), \\ \frac{dC_2(x)}{dx} = \psi(x). \end{cases}$$

Интегрируя эти независимые простейшие ОДУ, и подставляя результаты в общий вид решения неоднородного уравнения, получаем общее решение в форме

$$z(x) = A_1 y_1(x) + A_2(x) y_2(x) + y_1(x) \int \varphi(x) dx + y_2(x) \int \psi(x) dx.$$

Примеры с решением

Пример 6.7.1. Найти интегральные кривые дифференциального уравнения

$$6x dx - 6y dy = 2x^2 y dy - 3xy^2 dx.$$

Решение. 1) Перепишем данное уравнение в виде

$$2y(x^2 + 3)dy = 3x(2 + y^2)dx.$$

2) Замечаем, что $x^2 + 3 > 0$, $2 + y^2 > 0$. Поэтому можно разделить переменные, деля обе части уравнения на $(x^2 + 3)(2 + y^2)$:

$$\frac{2y}{2 + y^2} dy = \frac{3x}{x^2 + 3} dx.$$

3) Используем формулу для нахождения решения:

$$\int \frac{2y}{2 + y^2} dy + C_1 = \int \frac{3x}{x^2 + 3} dx + C_2;$$

$$\ln(2 + y^2) = \frac{3}{2} \ln(x^2 + 3) + C;$$

$$C = C_2 - C_1.$$

4) Преобразуем полученный интеграл:

$$2 \ln(2 + y^2) - 3 \ln(x^2 + 3) = C;$$

$$\ln \frac{(2 + y^2)^2}{(x^2 + 3)^3} = C.$$

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением

$$\ln \frac{(2+y^2)^2}{(x^2+3)^3} = C$$

при всевозможных значениях параметра C . $\otimes$

Пример 6.7.2. Найти частное решение уравнения

$$(1+y^2)dx = xydy,$$

если $y=1$ при $x=2$.

Решение. 1) Разделяем переменные:

$$\frac{y}{1+y^2} dy = \frac{dx}{x}.$$

2) Интегрируем полученное уравнение:

$$\int \frac{y}{1+y^2} dy = \int \frac{dx}{x} + \ln C;$$

$$\frac{1}{2} \ln(1+y^2) = \ln|x| + \ln C;$$

$$(1+y^2) = Cx^2.$$

Так как C – произвольная постоянная, то имеем

$$y^2 = Cx^2 - 1$$

3) Используем начальные условия:

$$4 = 2C; C = 2; x^2 = 2(1+y^2).$$

4) Частный интеграл:

$$y = \sqrt{\frac{x^2}{2} - 1}.$$

Ответ: $y = \sqrt{\frac{x^2}{2} - 1}$. $\otimes$

Пример 6.7.3. Найти интегральные кривые дифференциального уравнения

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 2xy - 5y^2}{2x^2 - 6xy}.$$

Р е ш е н и е. Это уравнение с однородной правой частью.

1) Разделим числитель и знаменатель на x^2 :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 + 2\frac{y}{x} - 5\left(\frac{y}{x}\right)^2}{2 - 6\frac{y}{x}}.$$

2) Совершаем подстановку

$$u(x) = \frac{y}{x},$$

где $u(x)$ — новая искомая функция. Так как

$$y' = u + xu',$$

получаем новый вид уравнения:

$$u + x \frac{du}{dx} = \frac{1 + 2u - 5u^2}{2 - 6u}.$$

После простых преобразований получаем

$$\frac{du}{dx} x = \frac{1 + u^2}{2 - 6u}.$$

3) Разделяем переменные, предполагая, что $1 + u^2 \neq 0$, $x \neq 0$:

$$\frac{2 - 6u}{1 + u^2} du = \frac{dx}{x}.$$

4) Интегрируем:

$$2\arctgu - 3\ln(1 + u^2) = \ln|x| + C.$$

Заменяя $u(x) = \frac{y}{x}$, получаем:

$$2\operatorname{arctg}\frac{y}{x} - 3\ln\left(1 + \frac{y^2}{x^2}\right) - \ln|x| = C.$$

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением

$$2\operatorname{arctg}\frac{y}{x} - 3\ln\left(1 + \frac{y^2}{x^2}\right) - \ln|x| = C. \otimes$$

Пример 6.7.4. Найти общее решение уравнения

$$\frac{dy}{dx} + 3y = e^{2x}.$$

Решение. Здесь $p(x) = 3$, $f(x) = e^{2x}$.

1) Сначала решаем однородное уравнение

$$\frac{dy}{dx} = -3y,$$

соответствующее данному неоднородному уравнению:

$$\frac{dy}{dx} = -3y;$$

$$\frac{dy}{y} = -3dx;$$

$$\ln|y| = -3x + \ln C_1;$$

$$|y| = C_1 e^{-3x};$$

$$y = C_2 e^{-3x}.$$

2) Ищем решение исходного уравнения в виде $z = C_2(x)e^{-3x}$. Подстановка в исходное уравнение даёт:

$$\frac{dC_2(x)}{dx} = e^{5x};$$

$$C_2(x) = \int e^{5x} dx + C;$$

$$C_2(x) = \frac{1}{5}e^{5x} + C.$$

3) Подставляем в решение:

$$z = \frac{1}{5}e^{2x} + Ce^{-3x}.$$

Ответ: общее решение имеет вид

$$z = \frac{1}{5}e^{2x} + Ce^{-3x}. \otimes$$

Пример 6.7.5. Найти решение задачи Коши для уравнения

$$\frac{dy}{dx} - \frac{1}{x}y = -\frac{2}{x^2}$$

с начальным условием $y(1) = 1$.

Решение. Воспользуемся формулой

$$y = e^{-\int p(x)dx} \left(\int q(x)e^{\int p(x)dx} + C \right),$$

следующей из метода вариации произвольной постоянной.

1) Находим общее решение:

$$z = e^{-\int p(x)dx} \left(\int q(x)e^{\int p(x)dx} + C \right) = e^{\int \frac{dx}{x}} \left(-2 \int \frac{1}{x^2} e^{-\int \frac{1}{x} dx} \right) = \frac{1}{x} + Cx.$$

2) Используем начальное условие

$$\frac{1}{1^2} + C = 1,$$

откуда $C = 0$. Решение задачи Коши принимает вид:

$$z = \frac{1}{x}.$$

Ответ: $y = \frac{1}{x}. \otimes$

Пример 6.7.6. Найти частное решение ОДУ

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = xe^x,$$

удовлетворяющее начальным условиям $y|_{x=0} = 1, \frac{dy}{dx}|_{x=0} = 0$.

Решение. Интегрируем уравнение последовательно:

$$\begin{aligned} 1) \frac{dy}{dx} &= \int xe^x dx + C_1 = \left\{ \begin{array}{l} u = x, \quad du = dx, \\ dv = e^x dx, \quad v = e^x. \end{array} \right\} = xe^x - \int e^x dx + C_1 = \\ &= (x-1)e^x + C_1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) y &= \int (x-1)e^x dx + C_1 x + C_2 = \left\{ \begin{array}{l} u = x-1, \quad du = dx, \\ dv = e^x dx, \quad v = e^x. \end{array} \right\} = \\ &= (x-2)e^x + C_1 x + C_2. \end{aligned}$$

Так как в силу первого начального условия $\frac{dy}{dx}|_{x=0} = 0$, получаем:

$$(0-1)e^0 + C_1 = 0, \quad C_1 = 1.$$

Так как в силу второго начального условия $y|_{x=0} = 1$, получаем:

$$(0-2)e^0 + C_1 \cdot 0 + C_2 = 1, \quad C_2 = 3.$$

Теперь частное решение, удовлетворяющее заданным условиям, принимает вид

$$y = (x-2)e^x + x + 3. \quad \otimes$$

Пример 6.7.7. Найти общее решение ОДУ

$$\left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 - 3 \frac{d^2 y}{dx^2} + 2 = 0.$$

Решение. Решаем уравнение относительно $z = \frac{d^2 y}{dx^2}$:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 1, \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = 2.$$

Интегрируем получившиеся ОДУ последовательно:

$$1) \frac{d^2 y}{dx^2} = 1, \frac{dy}{dx} = x + C_1, y = \frac{1}{2}x^2 + C_1x + C_2;$$

$$2) \frac{d^2 y}{dx^2} = 2, \frac{dy}{dx} = 2x + C_3, y = x^2 + C_3x + C_4.$$

Совокупность этих решений образует общий интеграл ОДУ.

Так как квадратный трёхчлен имеет разложение

$$z^2 - 3z + 2 = (z - z_1)(z - z_2),$$

то общий интеграл ОДУ имеет вид:

$$\left(y - \frac{1}{2}x^2 - C_1x - C_2\right) \cdot (y - x^2 - C_3x - C_4) = 0. \otimes$$

Пример 6.7.8. Найти общее решение ОДУ

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = -\frac{1}{2} \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^3.$$

Решение. Положим $\frac{d^2 y}{dx^2} = Z$, тогда из уравнения получаем

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{1}{2}Z^3.$$

Интегрируя получившееся уравнение, получаем

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{1}{2}Z^3, \frac{dz}{Z^3} = -\frac{1}{2}dx, \frac{1}{Z^2} = x + C_1, Z^2 = \frac{1}{x + C_1}.$$

Заменяя $Z = \frac{d^2 y}{dx^2}$, получаем уравнение

$$\left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 = \frac{1}{x + C_1}.$$

Уравнение содержит только x и y . Разрешая его относительно $\frac{d^2 y}{dx^2}$, получаем

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\pm 1}{\sqrt{x + C_1}}.$$

Это уравнение интегрируем последовательно:

$$\frac{dy}{dx} = \pm \int \frac{dx}{\sqrt{x + C_1}} + C_2 = \{dx = d(x + C_1)\} =$$

$$= \pm \int (x + C_1)^{-1/2} d(x + C_1) + C_2 = \pm (x + C_1)^{1/2} + C_2$$

$$y_1 = \int (x + C_1)^{1/2} dx + C_2 x + C^3 = (x + C_1)^{3/2} + C_2 x + C^3,$$

$$y_2 = -\int (x + C_1)^{1/2} dx + C_2 x + C^3 = -(x + C_1)^{3/2} + C_2 x + C^3. \otimes$$

Пример 6.7.9. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 2y = 0.$$

Решение. Характеристическое уравнение

$$k^2 + k - 2 = 0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1 = -2, k_2 = 1.$$

Фундаментальная система решений

$$\{e^{-2x}, e^x\}.$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x) = C_1 e^{-2x} + C_2 e^x. \otimes$$

Пример 6.7.10. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравне-

ния

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + y = 0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^2 - 2k + 1 = 0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1 = k_2 = 1.$$

Фундаментальная система решений

$$\{e^x, xe^x\}.$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x) = (C_1 + C_2 x)e^x. \otimes$$

Пример 6.7.11. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 4 \frac{dy}{dx} + 13y = 0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^2 - 4k + 13 = 0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1 = 2 + 3i, k_2 = 2 - 3i.$$

Фундаментальная система решений

$$\{e^{2x} \cos 3x, e^{2x} \sin 3x\}.$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x) = e^{2x}(C_1 \cos 3x + C_2 \sin x). \otimes$$

Пример 6.7.12. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^3 y}{dx^3} - 2 \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + 2y = 0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^3 - 2k^2 - k + 2 = 0.$$

Преобразуем характеристическое уравнение:

$$(k^2 - 1)(k - 2) = 0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1 = -1, k_2 = 1, k_3 = 2.$$

Фундаментальная система решений

$$\{e^{-x}, e^x, e^{2x}\}.$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x) = C_1 e^{-x} + C_2 e^x + C_3 e^{2x}. \otimes$$

Пример 6.7.13. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^3 y}{dx^3} - 4 \frac{d^2 y}{dx^2} + 6 \frac{dy}{dx} - 4y = 0.$$

Решение. Характеристическое уравнение

$$k^3 - 4k^2 + 6k - 4 = 0.$$

Корень ищем среди множителей свободного члена, это 2 и 4. Проверяем 2, для чего делим уголком:

$$k^3 - 4k^2 + 6k - 4 = (k - 2)(k^2 - 2k + 2).$$

Уравнение принимает вид:

$$(k - 2)(k^2 - 2k + 2) = 0.$$

Находим оставшиеся корни характеристического уравнения

$$k_1 = 2, k_2 = 1 + i, k_3 = 1 - i.$$

Фундаментальная система решений

$$\{e^{2x}, e^x \cos x, e^x \sin x\}.$$

Общее решение записывается в виде:

$$y(x) = C_1 e^{2x} + e^x (C_2 \cos x + C_3 \sin x). \otimes$$

Пример 6.7.14. Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - y = x^2 - x + 1.$$

Р е ш е н и е. 1) Однородное уравнение

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - y = 0.$$

Характеристическое уравнение

$$k^2 - 1 = 0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1 = -1, k_2 = 1.$$

Фундаментальная система решений

$$\{e^{-x}, e^x\}.$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x) = C_1 e^{-x} + C_2 e^x.$$

2) Решение неоднородного уравнения ищем в виде

$$z(x) = C_1(x) e^{-x} + C_2(x) e^x.$$

Система линейных алгебраических уравнений для производных новых функций в общем виде

$$\begin{cases} y_1 \frac{dC_1}{dx} + y_2 \frac{dC_2}{dx} = 0, \\ \frac{dy_1}{dx} \frac{dC_1}{dx} + \frac{dy_2}{dx} \frac{dC_2}{dx} = f(x). \end{cases}$$

В нашем случае

$$\begin{cases} e^{-x} \frac{dC_1}{dx} + e^x \frac{dC_2}{dx} = 0, \\ -e^{-x} \frac{dC_1}{dx} + e^x \frac{dC_2}{dx} = x^2 - x + 1. \end{cases}$$

Решаем систему, например, по формулам Крамера, в результате получаем:

$$\frac{dC_1}{dx} = -\frac{1}{2} e^x (x^2 - x + 1); \quad \frac{dC_2}{dx} = \frac{1}{2} e^{-x} (x^2 - x + 1).$$

3) Решение первого из уравнений:

$$C_1 = -\frac{1}{2} \int e^x (x^2 - x + 1) dx + A_1 = \dots = \left(-\frac{1}{2} x^2 + \frac{3}{2} x - 2 \right) e^x + A_1.$$

Решение второго уравнения:

$$C_2 = -\frac{1}{2} \int e^{-x} (x^2 - x + 1) dx + A_2 = \dots = \left(-\frac{1}{2} x^2 - \frac{3}{2} x + 12 \right) e^{-x} + A_2.$$

Общее решение неоднородного уравнения

$$z(x) = A_1 e^{-x} + A_2 e^x - x^2 + x - 1. \otimes$$

Пример 6.7.15. С аэростата, падающего с высоты H со скоростью V_0 , сбросили балласт, после чего его падение замедлилось и через некоторое время сменилось подъёмом, так что через время t_0 аэростат поднялся на высоту, с которой сбросили балласт. Считая, что масса аэростата без балласта равна m , а сила сопротивления воздуха R и подъёмная сила аэростата T постоянны, определить, сколько времени после сброса балласта аэростат опускался.

Решение. Начало системы координат поместим в нижнюю точку траектории аэростата, ось OZ направим вертикально вверх (рисунок 1). По условию задачи силы, действующие на аэростат в течение всего времени движения остаются постоянными.

Уравнение второго закона динамики для опускающегося аэростата имеет вид:

$$m \ddot{z} = T + R - G, \quad (1)$$

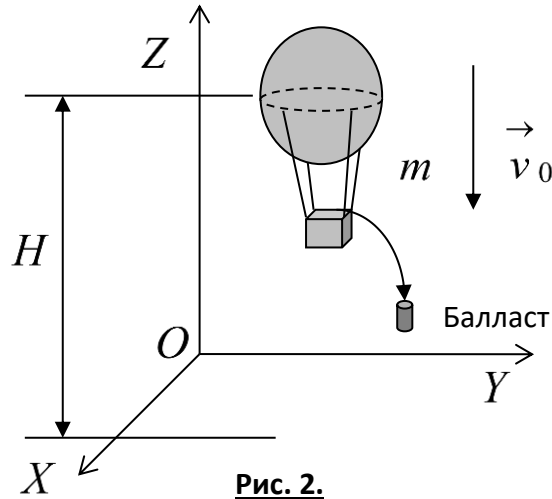
где $G = mg$ – сила тяжести. В начальный момент времени аэростат находился на высоте H , поэтому начальные условия запишутся в виде

$$z(0) = H, \quad \dot{z}(0) = -v_0. \quad (2)$$

Уравнение (1) – это простейшее обыкновенное дифференциальное уравнение, не содержащее в правой части искомой функции и независимой переменной. Интегрируя два раза, получаем:

$$m \dot{z} = (T + R - G)t + C_1, \quad (3)$$

$$mz = \frac{T + R - G}{2} t^2 + C_1 t + C_2. \quad (4)$$



Используя начальные условия (2), получаем для постоянных: $C_1 = -mv_0$, $C_2 = mH$.

Теперь уравнения движения принимают вид:

$$\dot{z} = \frac{T + R - G}{m}t - v_0, \quad (5)$$

$$z = \frac{T + R - G}{2m}t^2 - v_0t + H. \quad (6)$$

Для поднимающегося аэростата уравнение второго закона динамики и начальные условия имеют вид:

$$m\ddot{z} = T - R - G, \quad (7)$$

$$z(0) = 0, \quad \dot{z}(0) = 0. \quad (8)$$

Интегрируя (7), получаем:

$$m\dot{z} = (T - R - G)t + C_1, \quad (9)$$

$$mz = \frac{T - R - G}{2}t^2 + C_1t + C_2. \quad (10)$$

Из начальных условий (8) для постоянных получаем $C_1 = 0$, $C_2 = 0$, откуда получаем уравнение движения:

$$z = \frac{T - R - G}{2m} t^2. \quad (11)$$

Обозначим время падения аэростата t_1 , а время подъёма t_2 . Из условия задачи $t_0 = t_1 + t_2$

. Подставляя $t = t_1$, $\dot{z}(t_1) = 0$, $z(t_1) = 0$ в (5) и (6) и $t = t_2$, $z(t_2) = H$ в (11), получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{T + R - G}{m} t_1 - v_0 = 0, \\ \frac{T + R - G}{2m} t_1^2 - v_0 t_1 + H = 0, \\ \frac{T - R - G}{2m} t_2^2 = H. \end{cases} \quad (12)$$

Исключая из уравнений системы (12) неизвестные H и v_0 с учётом того, что $t_2 = t_0 - t_1$, получаем:

$$t_1 = \frac{t_0}{1 + \frac{\sqrt{T + R - mg}}{T - R - mg}}. \quad \otimes$$

Пример 6.7.16. Грузовик массой m имеет максимальную скорость $V_{\max}$ и разгоняется с места до скорости V_* за время t_* . Сила сопротивления пропорциональна скорости. Чему равняется средняя сила тяги двигателя грузовика?

Решение. Силы, действующие на грузовик, изображены на рисунке 2. При решении задачи предполагаем, что средняя сила тяги двигателя $\vec{F}$ постоянна.

После проектирования на оси системы координат дифференциальное уравнение движения имеет вид:

$$m \ddot{x} = F - R.$$

Здесь сила трения $\vec{R} = k \vec{v}$, где коэффициент динамического трения $k > 0$ неизвестен; $\vec{N}$ – сила реакции опоры (дороги); $\vec{G}$ – сила тяжести.

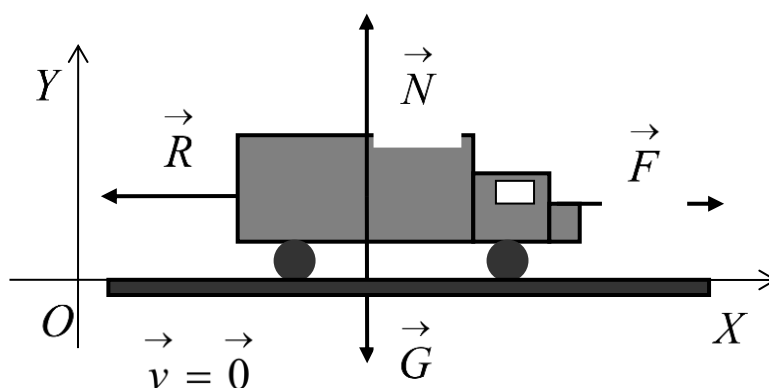


Рис. 2.

Обозначая $\dot{X} = v$, получаем:

$$m\dot{v} = F - kv \Rightarrow m \frac{dv}{dt} = F - kv \Rightarrow \frac{mdv}{F - kv} = dt \Rightarrow$$

$$-\frac{m}{k} \int \frac{d(F - kv)}{F - kv} = t + C \Rightarrow -\frac{m}{k} \ln(F - kv) = t + C.$$

Начальные условия $x(0) = 0$ и $\dot{x}(0) = v(0) = 0$. Из условия на скорость получаем, что

$$C = -\frac{m}{k} \ln F. \text{ Подстановка даёт}$$

$$t = -\frac{m}{k} \ln(F - kv) + \frac{m}{k} \ln F = -\frac{m}{k} \ln \frac{F - kv}{F} \Rightarrow t = -\frac{m}{k} \ln \left(1 - \frac{kv}{F} \right). \quad (1)$$

Так как задана максимальная скорость $v_{\max}$, то из необходимого условия экстремума получаем:

$$\frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow m\ddot{x} = F - kv_{\max} = 0 \Rightarrow k = \frac{F}{v_{\max}}. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), при $t = t_*$ и $v = v_*$, получаем:

$$t_* = -\frac{m}{F/v_{\max}} \ln \left(1 - \frac{(F/v_{\max})v_*}{F} \right) \Rightarrow t_* = -\frac{mv_{\max}}{F} \ln \left(1 - \frac{v_*}{v_{\max}} \right) \Rightarrow$$

$$F = -\frac{mv_{\max}}{t_*} \ln \frac{v_{\max} - v_*}{v_{\max}} \Rightarrow F = \frac{mv_{\max}}{t_*} \ln \frac{v_{\max}}{v_{\max} - v_*}. \otimes$$

Практическое занятие 8. Системы ОДУ

Предварительные сведения

Системы ОДУ вида

$$\begin{cases} \frac{dy^1}{dt} = f^1(t, y^1, y^2, \dots, y^n), \\ \frac{dy^2}{dt} = f^2(t, y^1, y^2, \dots, y^n), \\ \dots\dots\dots, \\ \frac{dy^n}{dt} = f^n(t, y^1, y^2, \dots, y^n). \end{cases}$$

называются **системами ОДУ в нормальной форме**, или просто нормальными системами.

Если функции в правой части системы нормальной ОДУ зависят от искомых функций $\{y^1(t), y^2(t), \dots, y^n(t)\}$ линейным образом, то есть

$$f^k(t, y^1, y^2, \dots, y^n) = \sum_{j=1}^n p_j^k y^j + f^k(t),$$

то нормальную систему ОДУ можно переписать в виде

$$\begin{cases} \frac{dy^1}{dt} = \sum_{j=1}^n p_j^1 y^j + f^1(t), \\ \frac{dy^2}{dt} = \sum_{j=1}^n p_j^2 y^j + f^2(t), \\ \dots\dots\dots, \\ \frac{dy^n}{dt} = \sum_{j=1}^n p_j^n y^j + f^n(t). \end{cases}$$

Эквивалентная матрично-векторная форма имеет вид

$$I \frac{d}{dt} |y(t)\rangle + P(t) |y(t)\rangle = |f(t)\rangle,$$

где введены обозначения для матричного дифференциального оператора

$$L = I \frac{d}{dt} + P(t) \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \frac{d}{dt} + \begin{pmatrix} p_1^1(t) & p_2^1(t) & \dots & p_n^1(t) \\ p_1^2(t) & p_2^2(t) & \dots & p_n^2(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_1^n(t) & p_2^n(t) & \dots & p_n^n(t) \end{pmatrix},$$

и вектор-столбцов

$$|y(t)\rangle = \begin{pmatrix} y^1(t) \\ y^2(t) \\ \dots \\ y^n(t) \end{pmatrix}, \quad |f(t)\rangle = \begin{pmatrix} f^1(t) \\ f^2(t) \\ \dots \\ f^n(t) \end{pmatrix}.$$

Линейная однородная система ОДУ в нормальной форме имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y^1(t) \\ y^2(t) \\ \dots \\ y^n(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p_1^1(t) & p_2^1(t) & \dots & p_n^1(t) \\ p_1^2(t) & p_2^2(t) & \dots & p_n^2(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_1^n(t) & p_2^n(t) & \dots & p_n^n(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y^1(t) \\ y^2(t) \\ \dots \\ y^n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix},$$

или в матрично-векторной записи

$$I \frac{d}{dt} |y(t)\rangle + P(t) |y(t)\rangle = |0\rangle.$$

Система $\{|y_1(t)\rangle, |y_2(t)\rangle, \dots, |y_n(t)\rangle\}$ из n частных решений системы

$$|y_1\rangle = \begin{pmatrix} y_1^1(t) \\ y_1^2(t) \\ \dots \\ y_1^n(t) \end{pmatrix}, \quad |y_2\rangle = \begin{pmatrix} y_2^1(t) \\ y_2^2(t) \\ \dots \\ y_2^n(t) \end{pmatrix}, \quad \dots, \quad |y_m\rangle = \begin{pmatrix} y_m^1(t) \\ y_m^2(t) \\ \dots \\ y_m^n(t) \end{pmatrix}$$

называется **линейно независимой на промежутке** (a, b) , если $(\forall t \in (a, b))$

$$\alpha_1 |y_1(t)\rangle + \alpha_2 |y_2(t)\rangle + \dots + \alpha_n |y_n(t)\rangle = |0\rangle \Leftrightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n = 0.$$

Линейно независимая система $\{|y_1(t)\rangle, |y_2(t)\rangle, \dots, |y_n(t)\rangle\}$ из n частных решений однородно системы ОДУ в нормальной форме называется **фундаментальной системой решений (ФСР)** этой системы. Векторы ФСР можно расположить в виде матрицы, составленной из их координат по столбцам:

$$Y(t) = \begin{pmatrix} y_1^1(t) & y_2^1(t) & \dots & y_n^1(t) \\ y_1^2(t) & y_2^2(t) & \dots & y_n^2(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_1^n(t) & y_2^n(t) & \dots & y_n^n(t) \end{pmatrix}.$$

Если $\{|y_1(t)\rangle, |y_2(t)\rangle, \dots, |y_n(t)\rangle\}$ – линейно независимая система частных решений системы уравнений (4.30), то любое её решение имеет вид

$$|y(t)\rangle = \sum_{k=1}^n C_k |y_k(t)\rangle.$$

Общее решение записывается через фундаментальную матрицу в виде:

$$\begin{pmatrix} y^1(t) \\ y^2(t) \\ \dots \\ y^n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1^1(t) & y_2^1(t) & \dots & y_n^1(t) \\ y_1^2(t) & y_2^2(t) & \dots & y_n^2(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_1^n(t) & y_2^n(t) & \dots & y_n^n(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \dots \\ C_n \end{pmatrix},$$

или

$$|y(t)\rangle = Y(t)|C\rangle.$$

Решение задачи Коши

$$I \frac{d}{dt} |y\rangle + P(t)|y\rangle = |0\rangle, \quad |y(t_0)\rangle = |y_0\rangle$$

получается из последней формулы за счёт выбора произвольного числового вектора $|C\rangle$. Действительно, имеем

$$|y_0\rangle = Y(t_0)|C\rangle \Rightarrow |C\rangle = Y^{-1}(t_0)|y_0\rangle,$$

причём обратная матрица $Y^{-1}(t_0)$ существует, так как матрица $Y(t_0)$ невырожденная. Подставляя найденный вектор $|C\rangle$ в формулу для общего решения, получаем решение задачи Коши в виде

$$|y(t)\rangle = Y(t)Y^{-1}(t_0)|y_0\rangle.$$

Матричная функция

$$G(t, t_0) = Y(t)Y^{-1}(t_0)$$

называется **функцией Коши**.

Решение однородной системы ОДУ

$$\frac{dy^i(t)}{dt} + \sum_{j=1}^n a_j^i y^j(t) = 0$$

Ищется в виде

$$y^1(t) = x^1 e^{-\mu t}, \quad y^2(t) = x^2 e^{-\mu t}, \quad \dots, \quad y^n(t) = x^n e^{-\mu t}.$$

Подстановка в систему ОДУ приводит к однородной СЛАУ

$$\left\{ \begin{array}{l} (a_1^1 - \mu)x^1 + a_2^1 x^2 + \dots + a_n^1 x^n = 0, \\ a_1^2 x^1 + (a_2^2 - \mu)x^2 + \dots + a_n^2 x^n = 0, \\ \dots\dots\dots, \\ a_1^n x^1 + a_2^n x^2 + \dots + (a_n^n - \mu)x^n = 0. \end{array} \right.$$

Условие разрешимости СЛАУ имеет вид уравнения

$$\begin{vmatrix} a_1^1 - \mu & a_1^2 & \dots & a_1^n \\ a_2^1 & a_2^2 - \mu & \dots & a_2^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_n^1 & a_n^2 & \dots & a_n^n - \mu \end{vmatrix} = 0,$$

которое называется **характеристическим уравнением**.

В зависимости от структуры матрицы СЛАУ реализуются три случая существования решений характеристического уравнения и, соответственно, три случая построения фундаментальной матрицы для системы ОДУ в нормальной форме.

Случай 1. Пусть все корни $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ уравнения (4.69) различные и вещественные. Этот случай реализуется, если матрица A является матрицей простой структуры. Совершая последовательные подстановки μ_k ($k = \overline{1, n}$) в СЛАУ (4.68), получим n экземпляров СЛАУ для нахождения собственных векторов матрицы A :

[illegible]

Решив n экземпляров СЛАУ (4.70), найдём линейно независимую систему собственных векторов матрицы A :

$$|x_1\rangle = \begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_1^2 \\ \dots \\ x_1^n \end{pmatrix}, |x_2\rangle = \begin{pmatrix} x_2^1 \\ x_2^2 \\ \dots \\ x_2^n \end{pmatrix}, \dots, |x_n\rangle = \begin{pmatrix} x_n^1 \\ x_n^2 \\ \dots \\ x_n^n \end{pmatrix}.$$

Теперь общее решение системы однородной линейной ОДУ записывается в виде

$$\begin{pmatrix} y^1(t) \\ y^2(t) \\ \dots \\ y^n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1^1 e^{-\mu_1 t} & x_2^1 e^{-\mu_2 t} & \dots & x_n^1 e^{-\mu_n t} \\ x_1^2 e^{-\mu_1 t} & x_2^2 e^{-\mu_2 t} & \dots & x_n^2 e^{-\mu_n t} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^n e^{-\mu_1 t} & x_2^n e^{-\mu_2 t} & \dots & x_n^n e^{-\mu_n t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \dots \\ C_n \end{pmatrix} = \\
= \begin{pmatrix} C_1 x_1^1 e^{-\mu_1 t} + C_2 x_2^1 e^{-\mu_2 t} + \dots + C_n x_n^1 e^{-\mu_n t} \\ C_1 x_1^2 e^{-\mu_1 t} + C_2 x_2^2 e^{-\mu_2 t} + \dots + C_n x_n^2 e^{-\mu_n t} \\ \dots \\ C_1 x_1^n e^{-\mu_1 t} + C_2 x_2^n e^{-\mu_2 t} + \dots + C_n x_n^n e^{-\mu_n t} \end{pmatrix}.$$

Случай 2. Пусть корни характеристического уравнения (4.69) различные, но среди них имеются комплексно-сопряжённые. Тогда частные решения (4.72) и, следовательно, общее решение (4.75) будут комплексными функциями. Выделим одну из пар комплексно-сопряжённых корней: $\mu_1 = \alpha + i\beta$, $\mu_2 = \alpha - i\beta$. Этой паре корней соответствуют вещественные частные решения. Исследуем их.

Построим частное решение, соответствующее корню $\mu_1 = \alpha + i\beta$. Это *комплексное* решение имеет вид

$$\begin{pmatrix} y_1^1 \\ y_1^2 \\ \dots \\ y_1^n \end{pmatrix} = e^{-(\alpha+i\beta)t} \begin{pmatrix} x_1^1 + iz_1^1 \\ x_1^2 + iz_1^2 \\ \dots \\ x_1^n + iz_1^n \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_2^1 \\ y_2^2 \\ \dots \\ y_2^n \end{pmatrix} = e^{-(\alpha+i\beta)t} \begin{pmatrix} x_2^1 + iz_2^1 \\ x_2^2 + iz_2^2 \\ \dots \\ x_2^n + iz_2^n \end{pmatrix}, \\
\dots, \quad \begin{pmatrix} y_n^1 \\ y_n^2 \\ \dots \\ y_n^n \end{pmatrix} = e^{-(\alpha+i\beta)t} \begin{pmatrix} x_n^1 + iz_n^1 \\ x_n^2 + iz_n^2 \\ \dots \\ x_n^n + iz_n^n \end{pmatrix}.$$

Можно показать, что вещественная и мнимая части решения сами являются решениями однородной системы ОДУ. Эти решения в совокупности образуют линейно независимую систему, которую можно использовать для построения фундаментальной матрицы.

Случай 3. Пусть среди корней характеристического уравнения имеется корень μ_1 кратности k . Можно показать, что тогда ему соответствует решение системы ОДУ вида

$$y^1 = F_1(t)e^{-\mu_1 t}, \quad y^2 = F_2(t)e^{-\mu_1 t}, \quad \dots, \quad y^n = F_n(t)e^{-\mu_1 t},$$

где $F_1(t)$, $F_2(t)$, ..., $F_n(t)$ – многочлены от t степени не выше чем $k-1$, имеющие в совокупности k произвольных коэффициентов. Полагая последовательно в этом решении, что один из

произвольных коэффициентов многочленов равен единице, а остальные – нулю, получим линейно независимую систему k частных решений системы уравнений ОДУ.

Если μ_1 – вещественное характеристическое число, то полученные частные решения будут вещественными.

Если $\mu_1 = \alpha + i\beta$ – комплексное характеристическое число, то имеется комплексно-сопряжённое характеристическое число $\alpha - i\beta$ той же кратности.

Построив k линейно независимых комплексных частных решений, соответствующих характеристическому числу $\mu_1 = \alpha + i\beta$ и отделив в них вещественные и мнимые части, получим $2k$ линейно независимых частных решений. Таким образом, паре комплексно-сопряжённых характеристических чисел $\alpha \pm i\beta$ кратности k соответствует $2k$ линейно независимых вещественных частных решений.

В общем случае каждому простому вещественному корню характеристического уравнения соответствует одно частное решение, каждой паре простых комплексно-сопряжённых корней соответствуют два вещественных линейно независимых частных решения, вещественному корню характеристического уравнения кратности k соответствуют k линейно независимых частных решения, а каждой паре комплексно-сопряжённых корней кратности k характеристического уравнения соответствуют $2k$ линейно независимых частных решения. В совокупности получается n линейно независимых частных решений, из которых можно составить фундаментальную матрицу и, следовательно, записать общее решение системы ОДУ.

Описанная совокупность действий носит название «Метод Эйлера интегрирования линейной однородной системы ОДУ».

Примеры с решением

Пример 6.8.1. Дана система ОДУ

$$\begin{cases} \frac{dy^1}{dt} + y^1 + 2y^2 = 0, \\ \frac{dy^2}{dt} - 3y^1 - 4y^2 = 0. \end{cases}$$

Найти общее решение этой системы.

Решение. Систему можно записать в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Частное решение ищем в виде

$$y^1(t) = x^1 e^{-\mu t}, \quad y^2(t) = x^2 e^{-\mu t}.$$

Подставляя в систему уравнений частное решение и сокращая на неравный нулю множитель $e^{-\mu t}$, получаем

$$\begin{cases} (1 - \mu)x^1 + 2x^2 = 0, \\ -3x^1 - (\mu + 4)x^2 = 0. \end{cases}$$

Это однородная СЛАУ, характеристическое уравнение для неё имеет вид

$$\begin{vmatrix} 1-\mu & 2 \\ -3 & -\mu-4 \end{vmatrix} = 0,$$

или

$$\mu^2 + 3\mu + 2 = 0.$$

Характеристические числа (собственные значения)

$$\mu_1 = -2, \mu_2 = -1.$$

1) Для $\mu_1 = -2$ имеем СЛАУ

$$\begin{cases} 3x^1 + 2x^2 = 0, \\ -3x^1 - 2x^2 = 0, \end{cases}$$

которая сводится к уравнению

$$3x^1 + 2x^2 = 0.$$

Решение этого уравнения, полагая $x^2 = a \in R^1$, запишем в виде

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ 1 \end{pmatrix},$$

Таким образом, имеем первый собственный вектор

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Частное решение, соответствующее первому собственному значению, имеет вид

$$\begin{pmatrix} y_1^1 \\ y_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}e^{2t} \\ e^{2t} \end{pmatrix}.$$

2) Для $\mu_1 = -2$ имеем СЛАУ

$$\begin{cases} 2x^1 + 2x^2 = 0, \\ -3x^1 - 3x^2 = 0, \end{cases}$$

которая сводится к одному уравнению

$$x^1 + x^2 = 0.$$

Полагая $x^2 = b \in R^1$, получим

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b \\ b \end{pmatrix} = b \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Второй собственный вектор имеет вид

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Частное решение, соответствующее второму собственному вектору, имеет вид

$$\begin{pmatrix} y_2^1 \\ y_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^t \\ e^t \end{pmatrix}.$$

3) Составляем фундаментальную матрицу:

$$Y(t) = \begin{pmatrix} y_1^1 & y_2^1 \\ y_1^2 & y_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}e^{2t} & -e^t \\ e^{2t} & e^t \end{pmatrix}.$$

Теперь общее решение находится по формуле

$$|y(t)\rangle = Y(t)|C\rangle.$$

Подставляя в эту формулу выражение для фундаментальной матрицы, получаем:

$$\begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}e^{2t} & -e^t \\ e^{2t} & e^t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}C_1e^{2t} - C_2e^t \\ C_1e^{2t} + C_2e^t \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 6.8.2. Найти общее решение системы ОДУ

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} - y_2 - y_3 = 0, \\ \frac{dy_2}{dt} - y_1 - y_3 = 0, \\ \frac{dy_3}{dt} - y_1 - y_2 = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Решение. Решение ищем в виде

$$y_1 = x_1 e^{-\mu t}, \quad y_2 = x_2 e^{-\mu t}, \quad y_3 = x_3 e^{-\mu t}.$$

Подставляя в систему уравнений (1), получаем СЛАУ для определения собственных векторов

$$\begin{cases} -\mu x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - \mu x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - x_2 - \mu x_3 = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Эта система уравнений нетривиально совместна, если выполнено условие

$$\begin{vmatrix} -\mu & -1 & -1 \\ -1 & -\mu & -1 \\ -1 & -1 & -\mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \mu_1 = -2, \mu_2 = \mu_3 = 1.$$

Корню $\mu_1 = -2$ соответствует система уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

Если решать данную систему методом Гаусса, то получим

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Получаем одно решение исходной системы уравнений

$$|y_1\rangle = a|a_1\rangle = e^{2t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{2t} \\ e^{2t} \\ e^{2t} \end{pmatrix}.$$

Так как ранг матрицы СЛАУ (2) при $\mu_2 = \mu_3 = 1$ равен 1, то система уравнений сводится к одному уравнению

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0.$$

Полагая $x_2 = a$, $x_3 = b$, получаем решение в виде

$$|x\rangle = a|a_2\rangle + b|a_3\rangle \Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = b \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Каждому из базисных решений

$$|a_2\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |a_3\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

соответствует одно частное решение

$$|y_2\rangle = e^{-t} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^{-t} \\ e^{-t} \\ 0 \end{pmatrix}, |y_3\rangle = e^{-t} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^{-t} \\ 0 \\ e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Определитель, составленный из этих решений

$$\begin{vmatrix} e^{2t} & -e^{-t} & -e^{-t} \\ e^{2t} & e^{-t} & 0 \\ e^{2t} & 0 & e^{-t} \end{vmatrix} = 1 \neq 0,$$

следовательно, найденные решения образуют линейно независимую систему, то есть фундаментальную систему решений исходной системы ОДУ. Составим фундаментальную матрицу

$$Y(t) = \begin{pmatrix} e^{2t} & -e^{-t} & -e^{-t} \\ e^{2t} & e^{-t} & 0 \\ e^{2t} & 0 & e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Теперь общее решение запишем в виде

$$|y(t)\rangle = \begin{pmatrix} e^{2t} & -e^{-t} & -e^{-t} \\ e^{2t} & e^{-t} & 0 \\ e^{2t} & 0 & e^{-t} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 e^{2t} - C_2 e^{-t} - C_3 e^{-t} \\ C_1 e^{2t} + C_2 e^{-t} \\ C_1 e^{2t} + C_3 e^{-t} \end{pmatrix} \otimes$$

Для решения линейной неоднородной системы ОДУ в нормальной форме можно использовать метод Лагранжа. Продемонстрируем его на примере.

Пример 6.8.3. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} - y_2 = 0, \\ \frac{dy_2}{dt} - y_1 = \frac{1}{t^2} + \ln t. \end{cases} \quad (1)$$

Решение. Решаем систему методом Лагранжа. Для этого сначала находим общее решение соответствующей однородной системы

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} - y_2 = 0, \\ \frac{dy_2}{dt} - y_1 = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Подставляя $y_1 = x_1 e^{-\mu t}$ и $y_2 = x_2 e^{-\mu t}$, записываем характеристическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} \mu & 1 \\ 1 & \mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \mu^2 - 1 = 0: \mu_1 = -1; \mu_2 = 1.$$

Находим собственные векторы.

1) Для $\mu_1 = -1$ система сводится к уравнению

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 - x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 - x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = a \Rightarrow x_1 = a.$$

Вектор решения принимает вид:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Первый собственный вектор

$$|x_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

2) Для $\mu_2 = 1$ система сводится к уравнению

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = -x_1 \Rightarrow x_1 = -x_2.$$

Второй собственный вектор

$$|x_2\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Теперь частные решения имеют вид:

$$\mu_1 = -1 \Rightarrow |y_1\rangle = e^t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^t \\ e^t \end{pmatrix};$$

$$\mu_2 = 1 \Rightarrow |y_2\rangle = e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-t} \\ e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Общее решение системы (2) записывается так:

$$|y(t)\rangle = C_1 |y_1\rangle + C_2 |y_2\rangle = C_1 e^{-\mu_1 t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 e^{-\mu_2 t} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}?$$

откуда имеем

$$y_1(t) = C_1 e^t + C_2 e^{-t}, \quad y_2(t) = C_1 e^t - C_2 e^{-t}.$$

Общее решение неоднородной системы ищем в виде:

$$\begin{cases} z_1(t) = C_1(t) e^t + C_2(t) e^{-t}, \\ z_2(t) = C_1(t) e^t - C_2(t) e^{-t}. \end{cases} \quad (3)$$

Подставляя в систему уравнений (1), получаем после дифференцирований и приведения подобных

$$\begin{cases} \frac{dC_1}{dt}(t) \cdot e^t + \frac{dC_2}{dt}(t) \cdot e^{-t} = 0, \\ \frac{dC_1}{dt}(t) \cdot e^t - \frac{dC_2}{dt}(t) \cdot e^{-t} = \frac{1}{t^2} + \ln t. \end{cases}$$

Определитель системы

$$\begin{vmatrix} e^t & e^{-t} \\ e^t & -e^{-t} \end{vmatrix} = -1 - 1 = -2.$$

Решение системы по формулам Крамера имеет вид:

$$\frac{dC_1}{dt}(t) = -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & e^{-t} \\ \frac{1}{t^2} + \ln t & -e^{-t} \end{vmatrix} = \frac{1}{2} e^{-t} \left(\frac{1}{t^2} + \ln t \right),$$

$$\frac{dC_2}{dt}(t) = -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & e^{-t} \\ \frac{1}{t^2} + \ln t & -e^{-t} \end{vmatrix} = \frac{1}{2} e^t \left(\frac{1}{t^2} + \ln t \right).$$

Откуда, после интегрирования получаем

$$C_1(t) = -\frac{1}{2} e^{-t} \left(\frac{1}{t} + \ln t \right) + A_1, \quad C_2(t) = \frac{1}{2} e^t \left(\frac{1}{t} - \ln t \right) + A_2.$$

Подставляя в формулы (3), получаем общее решение неоднородной системы уравнений (1) в виде:

$$\begin{cases} z_1(t) = A_1 e^t + A_2 e^{-t} - \ln t, \\ z_2(t) = A_1 e^t - A_2 e^{-t} - \frac{1}{t}. \end{cases} \otimes$$

Задания для самостоятельной работы

1. Вычислить криволинейный интеграл первого рода

$$I = \int_W xy dl,$$

где путь W — контур треугольника с вершинами: $A(-1; 0)$, $B(1; 0)$, $C(0; 1)$.

2. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I = \int_W (x + y) dx - x dy,$$

где путь W — отрезок ломаной линии, соединяющий точки

$$A(0; 0), B(2; 0), C(4; 2).$$

3. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I = \int_W x dy - y dx,$$

где W — путь, заданный неявным уравнением $y = x^3$, соединяющий точки $A(0; 0)$ и $B(2; 8)$.

4. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I = \int_W x^2 dx + y^2 dy,$$

где W — путь, заданный неявным уравнением $y = \sqrt{x}$, соединяющий точки $A(0; 0)$ и $B(1; 1)$.

5. Вычислить двойной интеграл

$$I = \iint_D (5x^2 y - 2y^3) dx dy$$

по прямоугольнику $D = \{(x, y) \in R_2 : 2 \leq x \leq 5 \wedge 1 \leq y \leq 3\}$.

6. Вычислить двойной интеграл

$$I = \iint_D (x^2 + y) dx dy$$

по области, ограниченной параболой $y = x^2$ и $y^2 = x$.

7. Вычислить двойные интегралы, переходя к полярным координатам:

а) $\iint_D e^{x^2 + y^2} dx dy$, где D — круг $x^2 + y^2 \leq 1$;

б) $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где D — круг $x^2 + y^2 \leq 4$;

в) $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где D — круг $x^2 + y^2 \leq 2x$;

г) $\iint_D \sqrt{1 + x^2 + y^2} dx dy$, где D — первая четверть круга $x^2 + y^2 \leq 1$.

8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями с уравнениями:

а) $y = \ln x, x - y = 1, y = -1$;

б) $y = x^2, 4y = x^2, x = 2, x = -2$.

9. Вычислить тройные интегралы:

а) $\iiint_V \frac{dx dy dz}{(1 + x + y + z)^3}$, где область V ограничена плоскостями с уравнениями

$$x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 1;$$

б) $\iiint_V (x+y) dx dy dz$, где область V ограничена плоскостями с уравнениями

$$x=0, y=0, z=0, x=1, y=1, z=1.$$

10. Переходя к цилиндрическим координатам, вычислить тройные интегралы:

а) $\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$, где область V ограничена поверхностями с уравнениями

$$x^2 + y^2 = 1, z = 2;$$

б) $\iiint_V z dx dy dz$, где область V ограничена поверхностями с уравнениями $x^2 + y^2 = 1$,

$$z = 0, z = a \ (a > 0).$$

11. Переходя к сферическим координатам, вычислить тройные интегралы:

а) $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$, где область V – это шар $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$;

б) $\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$, где область V – это верхняя половина шара

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2.$$

12. Вычислить поверхностные интегралы первого рода:

а) $\iint_F (x + 18y + 24z) ds$, где поверхность F задана неявным уравнением

$$x + 2y + 3z = 1,$$

и неравенствами $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$;

б) $\iint_F (x^2 + y^2) ds$, где поверхность F задана неявным уравнением

$$x^2 + y^2 - z^2 = 0,$$

и неравенствами $0 \leq z \leq 1$.

13. Вычислить поверхностные интегралы второго рода:

а) $\iint_F z dx dy$, где поверхность F – верхняя сторона верхней половины сферы

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9;$$

б) $\iint_F (x^2 + y^2) dx dy$, где поверхность F – верхняя сторона части параболоида с уравне-

нием

$$z = 1 - x^2 - y^2,$$

отсечённая плоскостью $z = 0$.

14. Найти производную скалярного поля $u = x^2 + y^2 - 3x + 2y$ по направлению радиуса-вектора точки $M(3; 4)$ в начале координат.

15. Найти градиент плоского скалярного поля $u = \sqrt{4 + x^2 + y^2}$ в точке $M(2; 1)$.

16. Найти производную функции, определённой формулой $u = \frac{xyz}{3}$, в точке $M_0(1; 2; 3)$ по

направлению вектора $\vec{M_0 M}$, если $M(4; 1; 6)$.

17. Доказать, что

$$\text{а) } \operatorname{grad} r = \frac{\vec{r}}{r}; \text{ б) } \operatorname{grad} \frac{1}{r} = -\frac{\vec{r}}{r^3}.$$

18. Показать, что

$$\operatorname{grad} f(u, v) = \frac{\partial f}{\partial u} \operatorname{grad} u + \frac{\partial f}{\partial v} \operatorname{grad} v.$$

19. Найти

$$\text{а) } \operatorname{div} \vec{r}; \text{ б) } \operatorname{div} \left(r^4 \vec{r} \right); \text{ в) } \operatorname{div} \left(\left(\vec{A}, \vec{r} \right) \vec{B} \right).$$

20. Найти $\operatorname{div} \vec{A}$, если:

$$\text{а) } \vec{A} = (x - y)(y - z)\vec{e}_1 + (y - z)(z - x)\vec{e}_2 + (z - x)(x - y)\vec{e}_3;$$

$$\text{б) } \vec{A} = (x^2 + y^2)(y - z)\vec{e}_1 + (y^2 + z^2)(z - x)\vec{e}_2 + (z^2 + x^2)(x - y)\vec{e}_3.$$

21. Найти ротор векторного поля $\vec{A}(M)$:

$$\text{а) } \vec{A} = \frac{y}{x} \vec{e}_1 + \frac{z}{y} \vec{e}_2 + \frac{x}{z} \vec{e}_3;$$

$$\text{б) } \vec{A} = yz \vec{e}_1 + z(x+2y) \vec{e}_2 + y(x+y) \vec{e}_3.$$

22. Доказать двумя способами (в декартовых координатах и с помощью оператора Гамильтона), что

для произвольного скалярного поля $\varphi(M)$ и для произвольных векторных полей $\vec{A}(M)$ и

$\vec{B}(M)$ справедливы следующие формулы:

$$\text{а) } \left(\vec{A}, \nabla \right) \varphi \vec{B} = \vec{B} \left(\vec{A}, \nabla \varphi \right) + \varphi \left(\vec{A}, \nabla \right) \vec{B};$$

$$\text{б) } \vec{C} \cdot \nabla \left(\vec{A}, \vec{B} \right) = \vec{A} \cdot \left(\left(\vec{C}, \nabla \right), \vec{B} \right) + \vec{B} \cdot \left(\left(\vec{C}, \nabla \right), \vec{A} \right);$$

$$\text{в) } \left(\vec{C}, \nabla \right) \left[\vec{A}, \vec{B} \right] = \left[\vec{A}, \left(\vec{C}, \nabla \right) \vec{B} \right] - \left[\vec{B}, \left(\vec{C}, \nabla \right) \vec{A} \right].$$

23. Найти результат действия векторных дифференциальных операций:

$$\text{а) } \operatorname{div}(\varphi \operatorname{grad} \varphi);$$

$$\text{б) } \operatorname{rot}(\varphi \operatorname{grad} \psi);$$

$$\text{в) } \operatorname{rot} \left[\vec{A}, \operatorname{rot} \vec{B} \right].$$

24. Найти векторные линии векторных полей:

$$\text{а) } \vec{A} \left(\vec{x} \right) = 2y \vec{e}_1 + 6x \vec{e}_2;$$

$$\text{б) } \vec{A} \left(\vec{x} \right) = 2x \vec{e}_1 + 3y \vec{e}_2;$$

$$\text{в) } \vec{A} \left(\vec{x} \right) = 2y \vec{e}_2 + 6z \vec{e}_3.$$

25. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{A}\left(\begin{smallmatrix}\vec{r} \\ x\end{smallmatrix}\right)$ вдоль заданного замкнутого контура с заданной параметризацией:

$$\text{а) } \vec{A}\left(\begin{smallmatrix}\vec{r} \\ x\end{smallmatrix}\right) = y \vec{e}_1 - z \vec{e}_2 + x^2 y \vec{e}_3,$$

$$x = 2 \cos t, \quad y = \sin t, \quad z = 1, \quad t \in [0, 2\pi];$$

$$\text{б) } \vec{A}\left(\begin{smallmatrix}\vec{r} \\ x\end{smallmatrix}\right) = z \vec{e}_1 - x \vec{e}_2 + yz \vec{e}_3,$$

$$x = 2 \cos t, \quad y = 6 \sin t, \quad z = 3, \quad t \in [0, 2\pi];$$

$$\text{в) } \vec{A}\left(\begin{smallmatrix}\vec{r} \\ x\end{smallmatrix}\right) = 4y \vec{e}_1 + x \vec{e}_2 + y \vec{e}_3,$$

$$x = \cos t, \quad y = \sin t, \quad z = 2 - \cos t - \sin t, \quad t \in [0, 2\pi].$$

26. Найти общее решение обыкновенного дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.

$$1) \text{ Решить уравнение } (1 + y)dx - (1 - x)dy = 0.$$

$$2) \text{ Решить уравнение } (1 + e^x)yy' = e^x.$$

$$3) \text{ Решить уравнение } x\sqrt{1 + y^2} + yy'\sqrt{1 + x^2} = 0.$$

27. Найти общее решение уравнения с однородной правой частью.

$$1) \text{ Найти интегральные кривые уравнения } y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}.$$

$$2) \text{ Найти интегральные кривые уравнения } y' = \frac{y}{x} - 1.$$

$$3) \text{ Найти интегральные кривые уравнения}$$

$$(x^2 + 2xy)dx + xydy = 0.$$

28. Найти общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка. Если указаны начальные условия, то найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию.

$$1) (2x+1)\frac{dy}{dx} = 4x + 2y.$$

$$2) \frac{dy}{dx} - \frac{y}{1-x^2} - 1 - x = 0, y(0) = 0.$$

$$3) x\frac{dy}{dx} + y - e^x = 0, y(a) = b.$$

$$4) \frac{dy}{dx} \cos^2 x + y = \operatorname{tg} x, y(0) = 0.$$

$$5) \frac{dy}{dx} - \frac{y}{x \ln x} = x \ln x, y(e) = \frac{e^2}{2}.$$

$$6) \frac{dy}{dx} - y \operatorname{tg} x = \cos x, y(0) = 0.$$

$$7) \frac{dy}{dx} + y \cos x = e^{\sin x}, y(0) = 0.$$

$$8) x\frac{dy}{dx} + y = x^2.$$

$$9) x^2 \frac{dy}{dx} - 2xy = 3.$$

$$10) x^2 \frac{dy}{dx} - 2xy = 3y.$$

$$11) \frac{dy}{dx} - ay = e^{bx}.$$

29. Найти общее решение линейного однородного обыкновенного дифференциального уравнения порядка выше второго.

$$1) \frac{d^3 y}{dx^3} - 8y = 0. \quad 2) \frac{d^4 y}{dx^3} - y = 0. \quad 3) \frac{d^4 y}{dx^4} - 5 \frac{d^2 y}{dx^2} + 4y = 0.$$

$$4) \frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{d^3 y}{dx^3} + 8 \frac{d^2 y}{dx^2} + 8 \frac{dy}{dx} + 4y = 0.$$

$$5) \frac{d^5 y}{dx^5} - 6 \frac{d^4 y}{dx^4} + 9 \frac{d^2 y}{dx^2} = 0.$$

30. Найти общее решение линейного неоднородного обыкновенного дифференциального уравнения.

$$1) \frac{d^2 y}{dx^2} - 4y = -12x^2 + 6x - 4.$$

$$2) \frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + y = 4e^x.$$

$$3) \frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} - 3y = -4e^x + 3.$$

$$4) \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 6 \sin 2x.$$

$$5) \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + y = -13 \sin 2x.$$

31. Найти общее решение однородных систем ОДУ методом Эйлера.

$$1) \begin{cases} \frac{dy^1}{dt} - 2y^1 + 3y^2 = 0, \\ \frac{dy^2}{dt} - 3y^1 - 2y^2 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{dy^1}{dt} - 2y^1 + 3y^2 = 0, \\ \frac{dy^2}{dt} - 3y^1 - 2y^2 = 0. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{dy_1}{dt} - 4y_1 + y_2 = 0, \\ \frac{dy_2}{dt} - 3y_1 - y_2 + y_3 = 0, \\ \frac{dy_3}{dt} - y_1 - y_3 = 0. \end{cases} \quad 4) \begin{cases} \frac{dy_1}{dt} + y_1 - y_2 - y_3 = 0, \\ \frac{dy_2}{dt} - y_1 + y_2 - y_3 = 0, \\ \frac{dy_3}{dt} - y_1 - y_2 + y_3 = 0. \end{cases}$$

$$5) \frac{d}{dt} |y\rangle = A |y\rangle, |y\rangle = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$6) \frac{d}{dt}|y\rangle = A|y\rangle, |y\rangle = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

32. Решить неоднородные системы ОДУ методом Лагранжа.

$$1) \begin{cases} \frac{dy_1}{dt} - y_2 = \cos t, \\ \frac{dy_2}{dt} + y_1 = 1. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{dy_1}{dt} - 2y_1 + 4y_2 = 4e^{-2t}, \\ \frac{dy_2}{dt} - 2y_1 + 2y_2 = 0. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{dy_1}{dt} - 2y_1 - y_2 + 2y_3 = -t + 2, \\ \frac{dy_2}{dt} + y_1 = 1, \\ \frac{dy_3}{dt} - y_1 - y_2 + y_3 = -t + 1. \end{cases}$$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО

**«Уральский государственный горный
университет»**

О. В. Садырева, И. Г. Коршунов

Ф И З И К А

***МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ*
ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ
ВСЕХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ**

Екатеринбург

2020

Методические указания составлены в соответствии с программами по курсу физики для студентов всех направлений подготовки в УГГУ. Они содержат условия задач для самостоятельной работы, при выполнении контрольных работ студентами по следующим темам курса физики: механика; молекулярная физика и термодинамика; электричество и магнетизм; механические и электромагнитные колебания и волны; волновая и квантовая оптика; квантовая физика и физика атома; элементы ядерной физики. Также в них содержатся методические указания к решению задач, их оформлению, список рекомендуемой литературы и справочные данные, необходимые для решения задач.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ И ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНИХ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются преподавателем в начале соответствующего семестра.
2. Контрольные работы нужно выполнять чернилами в школьной тетради, на обложке указывается фамилия и инициалы студента, номер группы.
3. Условия задач в контрольной работе необходимо переписать полностью без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради нужно оставлять поля.
4. Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, студент обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, при решении которых допущены ошибки.
5. При решении задач необходимо пользоваться следующей схемой:
 - Внимательно прочитать условие задачи.
 - Выписать столбиком все величины, входящие в условие, и выразить их в одних единицах (преимущественно в Международной системе единиц СИ).
 - Если это возможно, представить условие задачи в виде четкого рисунка. Правильно сделанный рисунок – это наполовину решенная задача.
 - Уяснить физическую сущность задачи, установить основные законы и формулы, на которых базируется условие задачи.
 - Если при решении задачи применяется формула, полученная для частного случая, не выражающая какой-нибудь физический закон или не являющаяся определением какой-нибудь физической величины, то ее следует вывести.
 - Если равенства векторные, то их необходимо спроектировать по оси координат и записать в скалярной форме.
 - Решить задачу сначала в общем виде, то есть, в буквенных обозначениях, заданных в условии задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.
 - После получения расчетной формулы для проверки ее правильности следует подставить в правую часть формулы вместо символов величин их размерности, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица соответствует искомой величине. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно.
 - Подставить в конечную формулу числовые значения, выраженные в единицах СИ. В виде исключения допускается выражать в любых, но одинаковых единицах числовые значения однородных величин, стоящих в числителе и знаменателе дроби и имеющих одинаковые степени.

- При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 3520 надо записать $3,52 \cdot 10^3$, вместо 0,00129 записать $1,29 \cdot 10^{-3}$ и т. п.
- Вычисления по расчетной формуле надо проводить с соблюдением правил приближенных вычислений. Как правило, окончательный ответ следует записывать с тремя значащими цифрами. Это относится и к случаю, когда результат получен с применением калькулятора.
- Решение задачи должно сопровождаться краткими, но исчерпывающими пояснениями и комментариями.

1. МЕХАНИКА

1. Расстояние между двумя станциями метрополитена 1,5 км. Первую половину этого расстояния поезд проходит равноускоренно, вторую - равнозамедленно с тем же по модулю ускорением. Максимальная скорость поезда 50 км/ч. Найти ускорение и время движения поезда между станциями.
2. Шахтная клеть поднимается со скоростью 12 м/с. После выключения двигателя, двигаясь с отрицательным ускорением $1,2 \text{ м/с}^2$, останавливается у верхней приемной площадки. На каком расстоянии от нее находилась клеть в момент выключения двигателя и сколько времени двигалась до остановки?
3. С башни высотой 30 м в горизонтальном направлении брошено тело с начальной скоростью 10 м/с. Определить уравнение траектории тела, скорость тела в момент падения.
4. Для добывания руды открытым способом произвели взрыв породы. Подъем кусков породы, выброшенных вертикально вверх, длился 5 с. Определить их начальную скорость и высоту подъема.
5. При взрыве серии скважин камень, находящийся на уступе высотой 45 м, получил скорость 100 м/с в горизонтальном направлении. Какова дальность полета камня, сколько времени он будет падать, с какой скоростью упадет на землю?
6. Рассчитать скорость движения и полное ускорение шахтного электровоза в момент времени 5 с, если он движется по криволинейному участку радиусом 15 м. Закон движения электровоза выражается формулой $S = 800 + 8t - 0,5 t^2$, м.

7. Во сколько раз тангенциальное ускорение точки, лежащей на ободе вращающегося колеса, больше ее нормального ускорения для того момента времени, когда вектор полного ускорения этой точки составляет угол 30° с вектором ее линейной скорости?
8. Под действием постоянной силы 118 Н вагонетка приобрела скорость 2 м/с, пройдя путь 10 м. Определить силу трения и коэффициент трения, если масса вагонетки 400 кг.
9. В шахте опускается равноускоренно лифт массой 280 кг, в первые 10 с он проходит 35 м. Найти натяжение каната, на котором висит лифт.
10. На горизонтальной платформе шахтной клетки находится груз 60 кг. Определить силу давления груза на платформу: при равномерном подъеме и спуске, при подъеме и спуске с ускорением 3 м/с^2 , при спуске с ускорением $9,8 \text{ м/с}^2$.
11. Тело скользит по наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол 45° . Пройдя путь 36,4 см, тело приобретает скорость 2 м/с. Найти коэффициент трения тела о плоскость.
12. Найти закон движения (зависимость пройденного расстояния от времени) куска антрацита при скольжении его с нулевой начальной скоростью по стальному желобу с углом наклона 30° . Коэффициент трения 0,3.
13. Рудничный поезд массой 450 т движется со скоростью 30 км/ч, развивая мощность 150 л. с. (1 л. с. = 736 Вт). Определить коэффициент трения.
14. Определить силу тяги, которую развивает лебедка при подъеме вагонетки массой 2 т с ускорением $0,5 \text{ м/с}^2$, если коэффициент трения 0,03, а угол наклона железнодорожного полотна 30° .
15. Вагонетка скатывается по наклонной горке длиной 5 м. Определить путь, проходимый вагонеткой по горизонтали до остановки, и наибольшую скорость движения, если коэффициент сопротивления 0,0095. Угол наклона 5° .
16. Маховик, приведенный в равноускоренное вращение, сделав 40 полных оборотов, стал вращаться с частотой 480 мин^{-1} . Определить угловое ускорение маховика и продолжительность равноускоренного вращения.
17. Ротор шахтного электродвигателя совершает 960 об/мин. После выключения он останавливается через 10 с. Считая вращение равнозамедленным, найти угловое ускорение ротора. Сколько оборотов сделал ротор до остановки?

18. Крутящий момент двигателя электрической лебедки $1,2 \text{ кН}\cdot\text{м}$. Для остановки двигателя служат тормозные деревянные колодки, прижимающиеся с двух сторон к тормозному чугунному диску радиусом $0,6 \text{ м}$, жестко связанному с ротором двигателя. Найти силу давления, необходимую для остановки ротора, если коэффициент трения равен $0,5$.

19. Двигатель мощностью 3 кВт за 12 с разогнал маховик до 10 об/с . Найти момент инерции маховика.

20. Была произведена работа в 1 кДж , чтобы из состояния покоя привести маховик во вращение с частотой 8 с^{-1} . Какой момент импульса (количества движения) приобрел маховик?

21. Шар и цилиндр имеют одинаковую массу 5 кг и катятся со скоростью 10 м/с по горизонтальной плоскости. Найти кинетическую энергию этих тел.

22. Какую работу надо произвести, чтобы раскрутить маховик массой 80 кг до 180 об/мин ? Массу маховика считать равномерно распределенной по ободу с диаметром 1 м .

23. Ротор шахтного электродвигателя совершает 960 об/мин . После выключения он останавливается через 10 с . Считая вращение равнозамедленным, найти угловое ускорение ротора. Сколько оборотов сделал ротор до остановки?

24. Шар и сплошной цилиндр катятся по горизонтальной плоскости. Какую часть энергии поступательного движения каждого тела составляет от общей кинетической энергии?

25. Маховик, выполненный в виде диска радиусом $0,4 \text{ м}$ и имеющий массу 100 кг , был раскручен до 480 оборотов в минуту и предоставлен самому себе. Под действием трения вала о подшипники маховик остановился через 80 с . Определить момент сил трения.

2.МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

26. Какой объем занимает 1 кг водорода при давлении 10^6 Па и температуре 20°C ? Молярная масса водорода $2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.

27. Для автогенной сварки привезли баллон кислорода вместимостью 100 л . Найти массу кислорода, если его давление 12 МПа и температура 16°C . Молярная масса кислорода $32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.

28. Определить среднюю плотность сжатого воздуха в рудничной воздухопроводной сети, если давление воздуха в компрессоре составляет $7 \cdot 10^5$ Па, а давление у воздухоприемников $6 \cdot 10^5$ Па. Температура воздуха в начале и конце сети равна 27°C и 7°C . Молярная масса воздуха равна 0,029 кг/моль.

29. Стальной баллон емкостью 25 л наполнен ацетиленом C_2H_2 при температуре 27°C до давления 20 МПа. Часть ацетилена использовали для автогенной сварки подкрановых путей в шахте. Какая масса ацетилена израсходована, если давление в баллоне при температуре 23°C стало равным 14 МПа? Молярная масса ацетилена 0,026 кг/моль.

30. Сжатый воздух в баллоне имеет температуру 15°C . Во время пожара температура воздуха в баллоне поднялась до 450°C . Взорвется ли баллон, если известно, что при этой температуре он может выдержать давление не более 9,8 МПа? Начальное давление в баллоне 4,8 МПа.

31. Температура взрыва гремучей смеси, то есть температура, до которой нагреты в первый момент газообразные продукты взрыва, достигает в среднем 2600°C , если взрыв происходит внутри замкнутого пространства. Во сколько раз давление при взрыве гремучего газа превосходит давление смеси до взрыва, если последнее равно 10^5 Па, а начальная температура 17°C ?

32. Компрессор, обеспечивающий работу отбойных молотков в забое, засасывает из атмосферы 100 л воздуха в секунду при давлении 1 атм. Сколько отбойных молотков может работать от этого компрессора, если для каждого молотка необходимо 100 см^3 воздуха в секунду при давлении 50 атм?

33. В двигателе Дизеля сжимается адиабатически воздух, в результате чего его температура поднимается, достигая температуры воспламенения нефти 800°C . До какого давления сжимается при этом воздух и во сколько раз уменьшается его объем, если начальное давление 1 атм, начальная температура 80°C , $\gamma=1,4$?

34. Современные вакуумные насосы позволяют понижать давление до 10^{-15} мм рт. ст. Сколько молекул газа содержится в объеме 1 см^3 при указанном давлении и температуре 27°C ?

35. Определить средние квадратичные скорости молекул метана CH_4 до взрыва и после него, если температура до взрыва равна 20°C , а после него 2600°C . Молярная масса 0,016 кг/моль.

36. Найти среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре 350 К, а также кинетическую энергию вращательного движения всех молекул, содержащихся в 4 г кислорода.

37. Вычислить удельные теплоемкости при постоянном объеме и при постоянном давлении окиси углерода CO , принимая этот газ за идеальный.

38. На сжатие азота при постоянном давлении была затрачена работа 12 кДж. Найти изменение внутренней энергии и затраченное количество теплоты.

39. Какое количество теплоты для нагревания от 50°C до 100°C надо сообщить азоту массой 28 г, который находится в цилиндре с подвижным поршнем? Чему равна при этом процессе работа расширения?

40. При адиабатическом процессе расширения внутренняя энергия кислорода уменьшилась на 8,38 кДж. Вычислить массу кислорода, если начальная температура его 47°C , а объем увеличился в 10 раз.

41. В двигателе внутреннего сгорания температура газообразных продуктов сгорания поднимается от 600°C до 2000°C . Найти количество теплоты, подведенное к 1 кг газа при постоянном давлении, изменение его внутренней энергии и совершенную работу, если удельные теплоемкости при постоянных давлении и объеме соответственно равны $1,25 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$ и $0,96 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$.

42. Определить мощность на валу компрессора производительностью 25 м^3 в минуту, работающего на подземную воздушную сеть, если первоначальное давление 1 атм, а давление, развиваемое компрессором в конце изотермического сжатия, составляет 7 атм.

43. Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура нагревателя 227°C . Определить термический коэффициент полезного действия цикла и температуру охладителя, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от нагревателя, машина совершает работу 350 Дж.

44. От идеальной теплосиловой установки, работающей по циклу Карно, отводится еже часно 270 МДж теплоты с помощью холодильника при 9°C . Определить полезную мощность установки, если количество подводимой в час теплоты равно 900 МДж. При какой температуре подводится теплота?

45. Газ совершает цикл Карно. Абсолютная температура нагревателя в три раза выше, чем температура холодильника. Нагреватель передал газу 42 кДж теплоты. Какую работу совершил газ?

46. При прямом цикле Карно тепловая машина совершает работу, равную 200 Дж. Температура нагревателя 375 К, холодильника 300 К. Найти количество теплоты, получаемое машиной от нагревателя.

3. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

47. Вследствие трения о шкив ремень заряжается, причем каждый квадратный метр ремня содержит $0,02 \text{ Кл}$ заряда. Ширина ремня $0,3 \text{ м}$, скорость его движения 20 м/с . Какой заряд проходит каждую секунду через любую неподвижную плоскость, перпендикулярную ремню?
48. Определить заряд, емкость и потенциал Земли, считая ее шаром радиусом $6 \cdot 10^3 \text{ км}$ и зная, что напряженность поля около поверхности равна 100 В/м .
49. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора 6 кВ , заряд каждой пластины 10 нКл . Найти энергию конденсатора и силу взаимного притяжения пластин, если расстояние между ними 2 см .
50. Какое количество теплоты выделится при разрядке плоского конденсатора, если разность потенциалов между пластинами 15 кВ , расстояние 1 мм , диэлектрик слюда ($\epsilon = 6$), площадь каждой пластины 300 см^2 ?
51. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить расстояние между пластинами воздушного конденсатора от $0,03 \text{ м}$ до $0,1 \text{ м}$? Площадь пластин 100 см^2 . Конденсатор подключен к источнику напряжения 220 В .
52. Камнедробилка должна работать под напряжением 100 В , потребляя ток в 40 А . Напряжение на электростанции 120 В , а расстояние до нее 1 км . Определить сечение медных соединительных проводов ($\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом м}$).
53. Какой длины надо взять нихромовый проводник диаметром $1,5 \text{ мм}$ для изготовления спирали вулканизатора, применяемого при сращивании кабелей, если сопротивление спирали $5,5 \text{ Ом}$, а удельное сопротивление нихрома $1,1 \cdot 10^{-6} \text{ Ом м}$?
54. Цена деления прибора $1,5 \cdot 10^{-5} \text{ А /дел}$. Шкала прибора имеет 200 делений, его внутреннее сопротивление 100 Ом . Какие сопротивления нужно подключить к этому прибору и каким образом, чтобы можно было измерять напряжение до 200 В или ток до 4 А ?
55. Определить сопротивление медных магистральных проводов при температуре 30° С . Расстояние от места расположения проводов до взрывной станции 400 м . Площадь сечения проводов $0,8 \text{ мм}^2$, $\rho = 0,017 (\text{Ом} \cdot \text{мм}^2 / \text{м})$, $\alpha = 0,0044 \text{ град}^{-1}$.
56. ЭДС батареи 12 В , ток короткого замыкания 5 А . Какую наибольшую мощность может дать батарея во внешней цепи?
57. Найти ток короткого замыкания для аккумуляторной батареи, если при токе 5 А она дает во внешнюю цепь мощность $9,5 \text{ Вт}$, а при токе 8 А мощность $14,4 \text{ Вт}$.

58. Ток в проводнике сопротивлением $100\ \text{Ом}$ равномерно нарастает от 0 до $10\ \text{А}$ в течение $30\ \text{с}$. Чему равно количество теплоты, выделившееся за это время в проводнике?

59. По прямому бесконечно длинному проводнику течет ток $50\ \text{А}$. Найти магнитную индукцию в точке, удаленной на расстояние $5\ \text{см}$ от проводника.

60. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут токи $50\ \text{А}$ и $100\ \text{А}$ в противоположных направлениях. Расстояние между проводами $20\ \text{см}$. Определить магнитную индукцию в точке, удаленной на $25\ \text{см}$ от первого и на $40\ \text{см}$ от второго провода.

61. Найти число витков в катушке диаметром $10\ \text{см}$, если магнитная стрелка, помещенная в ее центре, отклонилась от плоскости магнитного меридиана на 38° при токе $0,2\ \text{А}$. Горизонтальная составляющая земного магнитного поля $12,8\ \text{А/м}$. Плоскость катушки совпадает с плоскостью магнитного меридиана.

62. Определить горизонтальную составляющую напряженности магнитного поля Земли, если обмотка тангенс-буссоли имеет 10 витков радиусом $25\ \text{см}$. При токе $0,64\ \text{А}$ стрелка отклоняется на угол 45° .

63. Плоский контур площадью $20\ \text{см}^2$ находится в однородном магнитном поле с индукцией $0,03\ \text{Тл}$. Найти магнитный поток, пронизывающий контур, если его плоскость составляет угол 60° с линиями индукции.

64. Электромагнит изготовлен в виде тороида со средним диаметром $51\ \text{см}$ и вакуумным зазором $2\ \text{мм}$. Обмотка тороида равномерно распределена по всей его длине. Во сколько раз уменьшится напряженность магнитного поля в зазоре, если при неизменном токе в обмотке зазор увеличить в три раза? Магнитная проницаемость сердечника тороида 800 .

65. Найти напряженность магнитного поля между полюсами электромагнита, если проводник массой $10\ \text{г}$ и длиной $1\ \text{м}$ при токе в нем $19,6\ \text{А}$ висит в поле, не падая.

66. В однородном магнитном поле с индукцией $0,1\ \text{Тл}$ движется проводник длиной $10\ \text{см}$ со скоростью $15\ \text{м/с}$, направленной перпендикулярно к магнитному полю. Найти ЭДС, индуцированную в проводнике.

67. Обмотка электромагнита содержит 800 витков. Площадь сечения сердечника $15\ \text{см}^2$, Индукция магнитного поля в сердечнике $1,4\ \text{Тл}$. Вычислить величину средней ЭДС, возникающей в обмотке при размыкании тока, если ток уменьшается до нуля в течение $0,001\ \text{с}$.

68. На железное кольцо намотано в один слой 200 витков провода. Чему равна энергия Магнитного поля, если при токе 2,5 А магнитный поток в железе 0,5 мВб?

69. Замкнутый соленоид намотан на немагнитный каркас и содержит 20 витков на каждый сантиметр длины. Найти объемную плотность энергии поля при токе 1 А.

70. С какой скоростью должен нарастать ток в катушке с числом витков 800, площадью поперечного сечения 10 см^2 , длиной 30 см, чтобы величина ЭДС самоиндукции, возникшей в ней, была равна 25 мВ?

4. МЕХАНИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

71. Маятник для гравиметрической съемки за сутки совершил 57600 колебаний. Найти ускорение свободного падения, если длина маятника 0,56 м.

72. Днище вибролюка, применяемого для погрузки руды в бункер поезда из очистной камеры, совершает гармоническое колебательное движение с амплитудой 5 мм и частотой 1500 мин^{-1} . Написать уравнение колебаний, если начальная фаза равна нулю.

73. Стол питателя, предназначенного для погрузки руды в вагонетки, колеблется с частотой 45 мин^{-1} . Определить максимальные скорость и ускорение стола, полную энергию колебаний, если масса питателя 1000 кг, амплитуда колебаний 72 мм.

74. Решето рудообогатительного грохота совершает вертикальное колебательное движение с амплитудой 5 см. Найти наименьшую частоту колебаний, при которой куски руды, лежащие на решете, будут отделяться от него и подбрасываться вверх.

75. Для погружения обсадных труб в глинистые отложения применяется вибровозбудитель ВО-10, амплитуда колебаний которого 0,13 см, частота вращения дебалансов 1200 мин^{-1} . Определить максимальные скорость и ускорение, написать уравнение колебаний, если начальная фаза равна нулю.

76. Определить полную энергию колебаний и максимальную силу взаимодействия между подъемным сосудом массой 90 тонн и армировкой ствола шахты, если амплитуда горизонтальных колебаний сосуда 3 см, а циклическая частота 7 с^{-1} .

77. Точка одновременно совершает два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями: $x = 0,5 \sin t$, $y = 2 \cos t$. Найти уравнение траектории точки, построить график ее движения.

78. Два одинаково направленных гармонических колебания одного периода с амплитудами 10 см и 6 см складываются в одно колебание с амплитудой 14 см. Определить разность фаз складываемых колебаний.

79. Груз, подвешенный к пружине, гармонически колеблется по вертикали с периодом 0,5 с. Коэффициент упругости пружины 4 Н/м. Определить массу груза.

80. Амплитуда затухающих колебаний маятника за 5 мин уменьшилась в два раза. За какое время, считая от начального момента, амплитуда уменьшится в восемь раз?

81. Источник незатухающих гармонических колебаний подчиняется закону $x = 5\sin 3140t$ (м). Определить смещение, скорость и ускорение точки, находящейся на расстоянии 340 м от источника, через 1 с от начала колебаний, если скорость волны 340 м/с.

82. Уравнение незатухающих колебаний $y = 0,1\sin 0,5\pi t$ (м). Скорость волны 300 м/с. Написать уравнение колебаний для точек волны в момент времени 4 с после начала колебаний. Найти разность фаз для источника и точки на расстоянии 200 м от него.

83. Звуковые колебания с частотой 500 Гц и амплитудой 0,25 мм, распространяются в воздухе. Длина волны 70 см. Определить скорость распространения волны и наибольшую скорость колебаний частиц воздуха.

84. Определить коэффициент сжатия горной породы - величину, обратную модулю Юнга, если скорость распространения звуковых волн в горной породе равна 4500 м/с, а плотность породы составляет $2,3 \cdot 10^3$ кг/м³.

85. К одному из концов длинного стержня прикреплен вибратор, колеблющийся по закону $y = 10^{-6}\sin 10^4\pi t$ (м). Найти скорость точек в сечении стержня, отстоящем от вибратора на расстоянии 25 см, в момент времени 10^{-4} с. Скорость волны $5 \cdot 10^3$ м/с.

86. Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью 2 мГн и конденсатора емкостью 888 пФ. На какую длину волны настроен контур?

87. Найти частоту собственных колебаний в контуре, состоящем из катушки индуктивности и плоского конденсатора. Площадь каждой пластины конденсатора 30 см² и расстояние между ними 0,1 см. Число витков катушки 1000, длина ее 30 см, сечение 1 см².

88. Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью 1,02 Гн и конденсатора емкостью 0,025 мкФ. Заряд на конденсаторе равен $2,5 \cdot 10^{-6}$ Кл. Какова зависимость разности потенциалов на конденсаторе от времени?

89. Катушка (без сердечника) длиной 50 см и площадью поперечного сечения 3 см² имеет 1000 витков и соединена параллельно с конденсатором. Он состоит из двух

пластин площадью 75 см^2 каждая, расстояние между пластинами 5 мм , диэлектрик - воздух. Найти период колебаний контура и длину волны, на которую он настроен.

90. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $1,02 \text{ Гн}$ и конденсатора емкостью 25 нФ . На обкладках конденсатора сосредоточен заряд $2,5 \text{ мкКл}$. Написать уравнение изменения тока в цепи в зависимости от времени.

91. Разность потенциалов на конденсаторе в контуре за 1 мс уменьшается в три раза. Найти коэффициент затухания.

92. Электромагнитные волны распространяются в некоторой однородной среде со скоростью $2,5 \cdot 10^8 \text{ м/с}$. Какую длину волны имеют электромагнитные колебания в данной среде, если частота колебаний 1 МГц ?

93. Катушка с индуктивностью 30 мГн присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин $0,01 \text{ м}^2$ и расстоянием между ними $0,1 \text{ мм}$. Найти диэлектрическую проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами, если контур настроен на длину волны 750 м .

94. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 80 пФ и катушки индуктивностью $0,5 \text{ мГн}$. Найти максимальный ток в контуре, если максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора 300 В . На какую длину волны резонирует данный контур?

95. Закон изменения разности потенциалов на обкладках конденсатора в контуре задан уравнением $U = 50 \cos 10^4 \pi t (\text{В})$. Емкость конденсатора равна $0,1 \text{ мкФ}$. Найти период колебаний, индуктивность, длину волны. Написать закон изменения тока в контуре.

96. Колебательный контур состоит из конденсатора переменной емкости от 12 пФ до 80 пФ и катушки с индуктивностью $1,2 \text{ мГн}$. Найти диапазон длин электромагнитных волн, которые могут вызывать резонанс в этом контуре.

97. Индуктивность колебательного контура $0,5 \text{ мГн}$. Какова должна быть емкость контура, чтобы он резонировал на длину волны 300 м ?

98. Катушка (без сердечника) длиной 50 см и площадью поперечного сечения 3 см^2 имеет 1000 витков и соединена параллельно с конденсатором. Он состоит из двух пластин площадью 75 см^2 каждая, расстояние между пластинами 5 мм , диэлектрик - воздух. Найти период колебаний контура и длину волны, на которую он настроен.

99. Какую индуктивность надо включить в колебательный контур, чтобы при емкости 2 мкФ получить частоту 1000 Гц ?

100. Индуктивность катушки в колебательном контуре 20 мкГн. Требуется настроить этот контур на частоту 5 МГц. Какую емкость следует выбрать?

101. Колебательный контур, состоящий из воздушного конденсатора с двумя пластинами по 100 см^2 каждая и катушки с индуктивностью 1 мкГн резонирует на волну длиной 10 м. Найти расстояние между пластинами конденсатора.

5. ВОЛНОВАЯ И КВАНТОВАЯ ОПТИКА

102. Расстояние между двумя щелями в опыте Юнга 1 мм, расстояние от щелей до экрана 3 м, расстояние между соседними интерференционными максимумами на экране 1,5 мм. Найти длину волны источника монохроматического света.

103. Оранжевые лучи с длиной волны 650 нм от двух когерентных источников, расстояние между которыми 120 мкм, падают на экран. Расстояние от источников до экрана 3,6 м. Найти расстояние между центрами соседних темных полос на экране.

104. Какую наименьшую толщину должна иметь пластинка, сделанная из материала с показателем преломления 1,54, чтобы при освещении ее лучами с длиной волны 750 нм, перпендикулярными к пластинке, она в отраженном свете казалась красной?

105. Между двумя плоскопараллельными пластинками лежит проволочка, отчего образовался воздушный клин. Пластины освещаются светом с длиной волны 500 нм. Угол падения лучей 0° , длина пластинки 10 см. Расстояние между интерференционными полосами в отраженном свете 1,8 мм. Найти толщину проволочки.

106. Плосковыпуклая линза ($n=1,5$) с оптической силой 0,5 диоптрий выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Найти радиус пятого темного кольца Ньютона в проходящем свете ($\lambda=600 \text{ нм}$).

107. Радиус кривизны плосковыпуклой линзы 4 м. Чему равна длина волны падающего света, если радиус 5-го светлого кольца Ньютона в отраженном свете равен 3,6 мм?

108. На щель шириной 0,2 мм падает нормально монохроматический свет с длиной волны 640 нм. Определить угол отклонения лучей, соответствующих первой светлой дифракционной полосе.

109. На пластинку со щелью падает нормально монохроматический свет. Угол отклонения лучей, соответствующих второму дифракционному минимуму, равен 1° . Сколько длин волн падающего света составляет ширина щели?

110. На щель шириной 0,05 мм падает нормально монохроматический свет ($\lambda=0,6$ мкм). Найти угол между первоначальным направлением пучка света и направлением на четвертую темную дифракционную полосу.

111. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной гелием. На какую линию в спектре третьего порядка накладывается красная линия гелия с длиной волны 670 нм спектра второго порядка?

112. При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядка накладываются друг на друга. На какую длину волны в спектре второго порядка накладывается фиолетовая граница (400 нм) спектра третьего порядка?

113. На дифракционную решетку, имеющую 800 штрихов на 1 мм, падает параллельный пучок белого света. Какова разность углов отклонения конца первого и начала второго спектров? Принять длину волны красного света 760 нм, фиолетового 400 нм.

114. На дифракционную решетку, содержащую 50 штрихов на миллиметр, падает в направлении нормали к ее поверхности белый свет. Спектр проектируется на экран с помощью линзы, помещенной вблизи решетки. Определить длину спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана 3 м. Границы видимого спектра 400 нм и 760 нм.

115. Угол преломления луча света в жидкости равен 35° . Определить показатель преломления этой жидкости, если отраженный луч максимально поляризован.

116. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности озера, были бы наиболее полно поляризованы.

117. Предельный угол полного внутреннего отражения луча на границе жидкости с воздухом равен 43° . Каков должен быть угол падения луча из воздуха на поверхность жидкости, чтобы отраженный луч был максимально поляризован?

118. Угол максимальной поляризации при отражении света от кристалла каменной соли равен 57° . Определить скорость распространения света в этом кристалле.

119. Угол между плоскостями поляризации двух призм Николя равен 45° . Во сколько раз уменьшится интенсивность света, прошедшего через николи, если этот угол увеличить до 60° ?

120. Температура «голубой» звезды $3 \cdot 10^4 \text{ K}$. Определить интегральную интенсивность излучения и длину волны, соответствующую максимуму излучательной способности.

121. Приняв температуру поверхности Солнца равной 6000 K , определить энергию, излучаемую с одного квадратного метра за секунду и длину волны, соответствующую максимуму излучательной способности.

122. Поток энергии, излучаемой из смотрового окошка печи за секунду, равен 34 Вт . Найти температуру печи, если площадь отверстия 6 см^2 .

123. Средняя величина энергии, теряемой вследствие излучения с одного квадратного сантиметра поверхности Земли за минуту, равна $0,55 \text{ Дж}$. Какую температуру должно иметь абсолютно черное тело, излучающее такое же количество энергии?

124. Печь при температуре 1100 K посылает на измерительный прибор некоторое тепловое излучение. Какова должна быть температура печи, чтобы получаемое прибором излучение увеличилось в два, четыре и шестнадцать раз?

125. Максимальная лучеиспускательная способность абсолютность черного тела приходится на длину волны 800 нм . Какая мощность должна быть подведена к этому телу, поверхность которого 100 см^2 , чтобы поддерживать его при постоянной температуре.

126. Вследствие изменения температуры абсолютно черного тела, максимум испускательной способности сместился с 500 нм на 750 нм . Во сколько раз уменьшилась суммарная мощность излучения?

127. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если красная граница фотоэффекта равна 307 нм и кинетическая энергия фотоэлектрона 1 эВ ?

128. Калий (работа выхода 2 эВ) освещается монохроматическим светом с длиной волны 509 нм . Определить максимально возможную кинетическую энергию фотоэлектронов.

129. Определить работу выхода электрона из цезия и серебра, если красная граница фотоэффекта у этих металлов составляет соответственно 660 нм и 260 нм .

130. Определить энергию, импульс и массу фотона, длина волны которого соответствует видимой части спектра с длиной волны 500 нм .

131. Определить давление света на стенки электрической стоваттной лампы. Колба лампы представляет собой сферический сосуд радиусом 5 см . Стенки лампы

отражают 10 % падающего на них света. Считать, что вся потребляемая мощность идет на излучение.

132. На поверхность площадью 100 см^2 ежеминутно падает 63 Дж световой энергии. Найти величину светового давления, если поверхность полностью отражает все лучи и если полностью поглощает все лучи.

133. Давление света с длиной волны 600 нм на черную поверхность равно $2,2 \cdot 10^{-7} \text{ Н/м}^2$. Сколько фотонов падает на 1 см^2 за одну секунду?

6. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА И ФИЗИКА АТОМА

134. Определить длину волны, соответствующую границе серии Бальмера для водорода. Выделить эту спектральную линию на схеме энергетических уровней атома водорода. Постоянная Ридберга равна $1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$.

135. Найти наибольшую и наименьшую длины волн в первой инфракрасной серии спектра водорода (серии Пашена). Начертить схему энергетических уровней атома водорода.

136. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны 121,5 нм. Определить радиус электронной орбиты возбужденного атома водорода.

137. Вычислить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на первый.

138. Определить длины волн де Бройля для электрона и протона, движущихся со скоростью 1000 км/с. Масса электрона $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$, масса протона $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.

139. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы длина волны де Бройля была равна 0,10 нм ?

140. Определить длину волны де Бройля для электрона, движущегося по круговой орбите атома водорода, находящегося в основном состоянии.

141. Электрон, движущийся со скоростью $6 \cdot 10^6 \text{ м/с}$, попадает в продольное ускоряющее однородное электрическое поле напряженностью 5 В/см. Какое расстояние должен пройти электрон в таком поле, чтобы его длина волны стала равной 0,10 нм?

142. Рассчитать дебройлевскую длину волны для протона с кинетической энергией, равной энергии покоя электрона 0,51 МэВ.

143. Найти коротковолновую границу непрерывного рентгеновского спектра, если известно, что уменьшение приложенного к рентгеновской трубке напряжения на 23 кВ увеличивает искомую длину волны в два раза.

144. Найти длину волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра, если скорость электронов, подлетающих к антикатоде трубки, составляет 0,85 скорости света.

145. Для определения постоянной Планка к рентгеновской трубке приложили напряжение 16 кВ и определили минимальную длину волны сплошного рентгеновского излучения ($\lambda_{\min} = 77,6$ пм). Вычислить по этим данным постоянную Планка.

146. Частица в потенциальной яме шириной l находится в возбужденном состоянии ($n=2$).

Вычислить вероятность нахождения частицы в крайней четверти ямы.

46. Частица в потенциальной яме находится в основном состоянии. Какова вероятность обнаружить частицу в крайней трети ямы?

147. В одномерной потенциальной яме шириной l находится электрон. Найти вероятность нахождения электрона на первом энергетическом уровне в интервале $l/4$, равноудаленном от стенок ямы.

148. Вычислить величину момента импульса L орбитального движения электрона, находящегося в атоме водорода в s-состоянии и в p-состоянии.

149. Частица в потенциальной яме шириной l находится в низшем возбужденном состоянии. Определить вероятность нахождения частицы в интервале $l/4$, равноудаленном от стенок ямы.

150. Определить возможные значения проекции момента импульса L_z орбитального движения электрона в атоме водорода на направление внешнего магнитного поля. Электрон находится в d-состоянии.

151. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной l

с бесконечно высокими стенками. Определить вероятность обнаружения электрона в средней трети ямы, если электрон находится в возбужденном состоянии ($n=3$).

7. ЭЛЕМЕНТЫ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

152. Активность препарата пропорциональна числу ядер, распадающихся за секунду. Во сколько раз уменьшится активность препарата стронция ${}_{38}\text{Sr}^{90}$ через 100 лет? Период полураспада равен 28 лет.

153. Сколько β -частиц испускает в течение одного часа 1 мкг изотопа ${}_{11}\text{Na}^{24}$, период полураспада которого составляет 15 часов?

154. Препарат ${}_{92}\text{U}^{238}$ массой 1 г излучает $1,24 \cdot 10^4$ α -частиц в секунду. Найти период полураспада этого изотопа урана и активность препарата.

155. Найти число распадов за одну секунду в 1 г радия, период полураспада которого 1590 лет. Молярная масса радия 0,226 кг/моль.

156. Активность препарата пропорциональна числу ядер, распадающихся за одну секунду. Во сколько раз уменьшится активность иода ${}_{53}\text{I}^{124}$ спустя 12 суток? Период полураспада равен четырем суткам.

157. Сколько β -частиц испускается в течение суток при распаде изотопа фосфора ${}_{15}\text{P}^{32}$ массой 1 мкг? Период полураспада 14,3 суток.

158. Активность препарата уменьшилась в 256 раз. Сколько периодов полураспада составляет промежуток времени, за который произошло такое уменьшение активности?

159. За один год начальное количество радиоактивного вещества уменьшилось в три раза. Во сколько раз оно уменьшится за два года?

60. Какая доля начального количества радиоактивного вещества останется нераспавшейся через промежуток времени, равный двум периодам полураспада?

160. Дефект массы ядра ${}_{7}\text{N}^{15}$ равен 0,12396 а.е.м. Определить массу атома. ($m_{{}_1\text{H}}^1 = 1,00783$ а.е.м.; $m_{{}_0\text{n}}^1 = 1,00867$ а.е.м.).

161. Найти удельную энергию связи ядра ${}_{6}\text{C}^{12}$, если известно, что $m_{{}_1\text{H}}^1 = 1,00783$ а.е.м.; $m_{{}_0\text{n}}^1 = 1,00867$ а.е.м.; $m_{{}_{12}\text{C}}^6 = 12,00000$ а.е.м.

162. Рассчитать массу нейтрального атома, если ядро его состоит из трех протонов и двух нейтронов, а энергия связи ядра равна 26,3 Мэв. ($m_{{}_1\text{H}}^1 = 1,00783$ а.е.м.; $m_{{}_0\text{n}}^1 = 1,00867$ а.е.м.).

163. Определить энергию связи ядра изотопа кислорода ${}_{8}\text{O}^{16}$, если $m_{{}_1\text{H}}^1 = 1,00783$ а.е.м.; $m_{{}_0\text{n}}^1 = 1,00867$ а.е.м.; $m_{{}_8\text{O}}^{16} = 15,99491$ а.е.м.

164. Определить энергию связи, приходящуюся на один нуклон ядра атома ${}_{11}\text{Na}^{23}$, если $m_{{}_{11}\text{Na}}^{23} = 22,98977$ а.е.м.; $m_{{}_1\text{H}}^1 = 1,00783$ а.е.м.; $m_{{}_0\text{n}}^1 = 1,00867$ а.е.м.

165. Найти дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи ядра ${}_{3}\text{Li}^7$, если известно, что $m_{{}_3\text{Li}}^7 = 7,01601$ а.е.м.; $m_{{}_1\text{H}}^1 = 1,00783$ а.е.м.; $m_{{}_0\text{n}}^1 = 1,00867$ а.е.м.

166. Энергия связи электрона с ядром невозбужденного атома водорода ${}_1\text{H}^1$ равна 13,6 эВ. Определить, насколько масса атома водорода меньше суммы масс свободных протона и электрона.

167. Вычислить дефект массы и энергию связи ядра ${}_5\text{B}^{11}$, если известны следующие массы: $m_{{}_5\text{B}^{11}} = 11,00931$ а.е.м.; $m_{{}_1\text{H}^1} = 1,00783$ а.е.м.; $m_{{}_0\text{n}^1} = 1,00867$ а.е.м.

168. Найти энергию, которую нужно затратить для отрыва нейтрона от ядра ${}_{11}\text{Na}^{23}$, если известны следующие массы: $m_{{}_0\text{n}^1} = 1,00867$ а.е.м.; $m_{{}_{11}\text{Na}^{23}} = 22,98977$ а.е.м.; $m_{{}_{11}\text{Na}^{22}} = 21,99444$ а.е.м.

169. Найти энергию отрыва нейтрона от ядра ${}_2\text{He}^4$, если известны массы: $m_{{}_0\text{n}^1} = 1,00867$ а.е.м.; $m_{{}_2\text{He}^4} = 4,00260$ а.е.м.; $m_{{}_2\text{He}^3} = 3,01603$ а.е.м.

170. Найти энергию, необходимую для удаления одного протона из ядра ${}_8\text{O}^{16}$ (${}_8\text{O}^{16} \rightarrow {}_7\text{N}^{15} + {}_1\text{H}^1$). $m_{{}_1\text{H}^1} = 1,00783$ а.е.м.; $m_{{}_8\text{O}^{16}} = 15,99491$ а.е.м.; $m_{{}_7\text{N}^{15}} = 15,00011$ а.е.м.

171. Найти изменение массы при следующей ядерной реакции:
 ${}_{13}\text{Al}^{27} + {}_2\text{He}^4 \rightarrow {}_{15}\text{P}^{30} + {}_0\text{n}^1$, если $m_{{}_{13}\text{Al}^{27}} = 26,98154$ а.е.м.; $m_{{}_2\text{He}^4} = 4,00260$ а.е.м.; $m_{{}_{15}\text{P}^{30}} = 29,97263$ а.е.м.; $m_{{}_0\text{n}^1} = 1,00867$ а.е.м.

172. Вычислить энергетический эффект ядерной реакции: ${}_1\text{H}^2 + {}_1\text{H}^3 \rightarrow {}_2\text{He}^4 + {}_0\text{n}^1$, если $m_{{}_1\text{H}^2} = 2,01410$ а.е.м.; $m_{{}_1\text{H}^3} = 3,01605$ а.е.м.; $m_{{}_0\text{n}^1} = 1,00867$ а.е.м.; $m_{{}_2\text{He}^4} = 4,00260$ а.е.м.

173. В термоядерном реакторе с дейтериевым горючим может происходить вторичная термоядерная реакция ${}_2\text{He}^3 + {}_1\text{H}^2 \rightarrow {}_2\text{He}^4 + {}_1\text{H}^1$. Вычислить энергию этой реакции. ($m_{{}_2\text{He}^3} = 3,01603$ а.е.м.; $m_{{}_1\text{H}^2} = 2,01410$ а.е.м.; $m_{{}_2\text{He}^4} = 4,00260$ а.е.м.; $m_{{}_1\text{H}^1} = 1,00783$ а.е.м.).

174. Вычислить энергию ядерной реакции ${}_7\text{N}^{14} + {}_0\text{n}^1 \rightarrow {}_6\text{C}^{14} + {}_1\text{H}^1$. ($m_{{}_7\text{N}^{14}} = 14,00307$ а.е.м.; $m_{{}_0\text{n}^1} = 1,00867$ а.е.м.; $m_{{}_6\text{C}^{14}} = 14,00324$ а.е.м.; $m_{{}_1\text{H}^1} = 1,00783$ а.е.м.).

175. Определить энергию ядерной реакции ${}_3\text{Li}^6 + {}_1\text{H}^2 \rightarrow {}_2\text{He}^4 + {}_2\text{He}^4$. ($m_{{}_3\text{Li}^6} = 6,01513$ а.е.м.; $m_{{}_1\text{H}^2} = 2,01410$ а.е.м.; $m_{{}_2\text{He}^4} = 4,00260$ а.е.м.).

176. Какую минимальную энергию должен иметь квант для вырывания нейтрона из ядра ${}_6\text{C}^{14}$? Известны массы: $m_{{}_6\text{C}^{14}} = 14,00324$ а.е.м.; $m_{{}_0\text{n}^1} = 1,00867$ а.е.м.; $m_{{}_6\text{C}^{13}} = 13,00335$ а.е.м.

177. Какую минимальную энергию необходимо затратить, чтобы разделить ${}_6\text{C}^{12}$ на три равные части. ($m_{{}_6\text{C}^{12}} = 12,00000$ а.е.м.; $m_{{}_2\text{He}^4} = 4,00260$ а.е.м.).

178. Определить энергию ядерной реакции ${}_{20}\text{Ca}^{44} + {}_1\text{H}^1 \rightarrow {}_{19}\text{K}^{41} + 2\text{He}^4$. ($m_{{}_{20}\text{Ca}^{44}} = 43,95549$ а.е.м.; $m_{{}_1\text{H}^1} = 1,00783$ а.е.м.; $m_{{}_2\text{He}^4} = 4,00260$ а.е.м.; $m_{{}_{19}\text{K}^{41}} = 40,96184$ а.е.м.)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

8.1 Основная литература

1.	И.Г. Коршунов. Физика. – Екатеринбург: Ид-во УГГУ, 2014. – 341 с.
2.	В.И. Горбатов, В.Ф. Полев. Физика. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ (Ч.1, 2012.-105 с.; Ч.2, 2013.-115 с.; Ч.3.- 2014.-147 с.)
3.	Михайлов В.К. Физика: учебное пособие/ Михайлов В.К.— Электрон. текстовые данные.- М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2013.-120 с.-Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/23753.html - ЭБС «IPRbooks».
4.	Михайлов В.К. Волны. Оптика. Атомная физика. Молекулярная физика: учебное пособие/ Михайлов В.К., Панфилова М.И.-Электрон. текстовые данные.-М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2016.-144 с.-Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/62614.html -ЭБС «IPRbooks».
5.	Трофимова Т.М. Курс физики. Академия, 2010.- 560 с.

Дополнительная литература

1. И.Г. Коршунов. Основы физики.- Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2010. - 312 с.
2. Ветрова В.Т. Физика. Сборник задач: учебное пособие/ Ветрова В.Т.- Электрон. текстовые данные.- Минск: Вышэйшая школа, 2015.-446 с.- Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/48021.html> -ЭБС «IPRbooks».
3. Чакак А.А. Физика. Краткий курс: учебное пособие для студентов очно-заочной формы обучения вузов, слушателей курсов повышения квалификации и профессиональной переподготовки специалистов, для студентов факультета дистанционных образовательных технологий/ Чакак А.А., Летута С.Н. Электрон. текстовые данные. Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2011.-541 с. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/30092.html> - ЭБС «IPRbooks».
4. Сарина М.П. Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Часть 1. Механика: учебное пособие/ Сарина М.П.- Электрон. текстовые данные.- Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014.- 187 с.- Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45392.html> - ЭБС «IPRbooks».

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Некоторые физические постоянные

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Скорость света в вакууме	c	$3.00 \cdot 10^8$ м/с
Гравитационная постоянная	G	$6.67 \cdot 10^{-11}$ м ³ /(кг·с ²)
Число Авогадро	N_A	$6.02 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
Молярная газовая постоянная	R	8.31 Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	k	$1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Атомная единица массы	$1a.e.m.$	$1.660 \cdot 10^{-27}$ кг
Элементарный заряд	e	$1.60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса покоя электрона	m_e	$9.11 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	m_p	$1.67 \cdot 10^{-27}$ кг
Электрическая постоянная	ε_0	$8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Постоянная Планка	h	$6.63 \cdot 10^{-34}$ Дж/с
	$\hbar$	$1.05 \cdot 10^{-34}$ Дж/с

Приложение 2

Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Приставка			Мно жи- тель	Приставка			Мно жи- тель
Наименование	Обозначение			Наименование	Обозначение		
	русское	международное			русское	международное	
экса	Э	E	10^{18}	деци	д	d	10^{-1}
пэта	П	P	10^{15}	санти	с	c	10^{-2}
тера	Т	T	10^{12}	милли	м	m	10^{-3}
гига	Г	G	10^9	микро	мк	μ	10^{-6}
мега	М	M	10^6	нано	н	n	10^{-9}
кило	к	k	10^3	пико	п	p	10^{-12}
Гекто	г	h	10^2	фемто	ф	f	10^{-15}
Дека	да	da	10^1	атто	а	a	10^{-18}

Примечание: Приставки гекто, дека, деци и санти допускается применять только в наименованиях кратных и дольных единиц, уже получивших широкое распространение (гектар, декалитр, дециметр, сантиметр и др.)

Единицы физических величин, имеющие собственные наименования

Величина	Единица	
	Наименование	Обозначение
Длина	метр	м
Масса	килограмм	кг
Время	секунда	с
Плоский угол	радиан	рад
Телесный угол	стерадиан	ср
Сила, вес	ньютон	Н
Давление	паскаль	Па
Напряжение (механическое)	паскаль	Па
Модуль упругости	паскаль	Па
Работа, энергия	джоуль	Дж
Мощность	ватт	Вт
Частота колебаний	герц	Гц
Термодинамическая температура	кельвин	К
Разность температур	кельвин	К
Теплота, количество теплоты	джоуль	Дж
Количество вещества	моль	моль
Электрический заряд	кулон	Кл
Сила тока	ампер	А
Потенциал электрического поля, электрическое напряжение	вольт	В
Электрическая емкость	фарад	Ф
Электрическое сопротивление	ом	Ом
Электрическая проводимость	сименс	См
Магнитная индукция	тесла	Тл
Магнитный поток	вебер	Вб
Индуктивность	генри	Гн
Сила света	кандела	кд
Световой поток	люмен	лм
Освещенность	люкс	лк
Поток излучения	ватт	Вт
Поглощенная доза излучения (доза излучения)	грэй	Гр
Активность изотопа	беккерель	Бк

Внесистемные единицы

Наименование величины	Единица		
	Наименование	Обозначение	Соотношение с единицей СИ
Масса	тонна	т	10^3 кг
	атомная единица массы	а.е.м.	$1.66 \cdot 10^{-27}$ кг
Время	минута	мин	60 с
	час	ч	3600 с
	сутки	сут	86400 с
Плоский угол	градус	...°	$1.74 \cdot 10^{-2}$ рад
	минута	...'	$2.91 \cdot 10^{-4}$ рад
	секунда	...''	$4.85 \cdot 10^{-6}$ рад
	град	град	($\pi/200$) рад
Объем, вместимость	литр	Л	10^{-3} м ³
Длина	астрономическая единица	а.е.	$1.50 \cdot 10^{11}$ м
	световой год	св. год	$9.46 \cdot 10^{15}$ м
	парсек	пк	$3.08 \cdot 10^{16}$ м
Оптическая сила	диоптрия	Дптр	1 м ⁻¹
Площадь	гектар	Га	10^4 м ²
Энергия	электрон-вольт	эВ	$1.60 \cdot 10^{-19}$ Дж
Полная мощность	вольт-ампер	В·А	
<i>Примечание:</i> Единицы времени (минуту, час, сутки), плоского угла (градус, минуту, секунду), астрономическую единицу, световой год, диоптрию и атомную единицу массы не допускается применять с приставками.			

Плотность некоторых твердых тел

Твердое тело	Плотность, г/см ³	Твердое тело	Плотность, г/см ³
Алюминий	2.70	Цезий	1.90
Барий	3.50	Каменная соль	2,2
Ванадий	6.02	Латунь	8,55
Висмут	9.80	Марганец	7,40
Железо (чугун, сталь)	7.88	Платина	21,4
Литий	0.53	Золото	19,3
Медь	8.93	Висмут	9,80
Никель	8.90	Уран	18,7
Свинец	11.3	Цинк	7,15
Серебро	10.5	Вольфрам	19,3

Приложение 6

Плотность некоторых жидкостей и газов

Жидкость (при 15° С)	Плотность, г./см ³	Газ (при нормальных условиях)	Плотность, кг/м ³
Вода (дистиллированная при 4°С)	1.00	Водород	0.09
Глицерин	1.26	Воздух	1.29
Керосин	0.8	Гелий	0.18
Ртуть	13.6	Аргон	1,78
Масло (оливковое, смазочное)	0.9	Азот	1,25
Масло касторовое	0.96	Кислород	1.43
Сероуглерод	1.26		
Эфир	0.7		
Спирт	0.80		

Приложение 7

Удельное сопротивление ρ некоторых материалов

Материал	Удельное сопротивление, Ом·м	Материал	Удельное сопротивление, Ом·м
Алюминий	$2,53 \cdot 10^{-8}$	Ртуть	$9,6 \cdot 10^{-7}$
Алюминий провод	$2,87 \cdot 10^{-8}$	Свинец	$2,08 \cdot 10^{-7}$
Бумага	10^{15}	Серебро	$1,6 \cdot 10^{-8}$
Вода	10^4	Сталь литая	$1,3 \cdot 10^{-7}$
дистиллированная			
Вода морская	0,3	Сталь чистая	$1,01 \cdot 10^{-7}$
Вольфрам	$5,5 \cdot 10^{-8}$	Стекло	10^{11}
Графит	$3,9 \cdot 10^{-6}$	Стекло кварцевое	10^{16}
Железо чистое	$9,8 \cdot 10^{-8}$	Угольные щётки	$4 \cdot 10^{-5}$
Железо	$8,7 \cdot 10^{-8}$	Цинк	$5,9 \cdot 10^{-8}$
Золото	$2,2 \cdot 10^{-8}$	Чугун серый	$1 \cdot 10^{-6}$
Константан	$5 \cdot 10^{-7}$	Никель	$8,7 \cdot 10^{-8}$
Масло парафиновое	10^{14}	Нихром	$1,12 \cdot 10^{-6}$
Магний	$4,4 \cdot 10^{-8}$	Олово	$1,2 \cdot 10^{-7}$
Манганин	$4,3 \cdot 10^{-7}$	Платина	$1,07 \cdot 10^{-7}$
Медь	$1,72 \cdot 10^{-8}$	Медь провод	$1,78 \cdot 10^{-8}$

Приложение 8

Диэлектрическая проницаемость некоторых веществ

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Ацетон	21,4	Парафин	2,0
Вакуум	1,0	Парафинированная бумага	2,0
Воздух	1,000594	Полиэтилен	2,2
Вода	81	Слюда	7,0
Вода дистиллированная	31	Спирт этиловый	25,1
Воск	7,8	Спирт метиловый	33,5
Керосин	2,0	Стекло	7,0
Масло	5,0	Фарфор	5,0
Масло трансформаторное	2,2	Эбонит	2,6

Приложение 9

Греческий алфавит

Обозначения букв	Название букв	Обозначения букв	Название букв
Α, α	Альфа	Ν, ν	ню
Β, β	Бета	Ξ, ξ	кси
Γ, γ	Гамма	Ο, ο	омикрон
Δ, δ	Дэльта	Π, π	пи
Ε, ε	Эпсилон	Ρ, ρ	ро
Ζ, ζ	Дзета	Σ, σ	сигма
Η, η	Эта	Τ, τ	тау
Θ, θ	Тэта	Υ, υ	ипсилон
Ι, ι	Иота	Φ, φ	фи
Κ, κ	Каппа	Χ, χ	хи
Λ, λ	Ламбда	Ψ, ψ	пси
Μ, μ	Ми	Ω, ω	омега

СОДЕРЖАНИЕ

Общие методические указания к решению задач и выполнению домашних контрольных работ	3
1. Механика	4
2. Молекулярная физика и термодинамика	7
3. Электричество и магнетизм	10
4. Механические и электромагнитные колебания и волны	12
5. Волновая и квантовая оптика	15
6. Квантовая физика и физика атома	18
7. Элементы ядерной физики	19
Список литературы	23
Приложения	24



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный
университет»

Н. А. Зайцева

КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ В НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ

***Учебно-методическое пособие
для выполнения лабораторных и контрольных
работ курсов «Химия» и «Неорганическая химия»
для студентов всех специальностей***

**Екатеринбург
2020**

Рецензент: Т. И. Красненко, д-р химических наук, профессор, ведущий научный сотрудник лаборатории оксидных систем ИХТТ УрО РАН

Зайцева Н. А.

317 КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ В НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ: учебно-методическое пособие для выполнения лабораторных и контрольных работ курсов «Химия» и «Неорганическая химия» для студентов всех специальностей / Н. А. Зайцева. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2017. – 35 с.

В учебно-методическом пособии изложены краткие сведения о качественных реакциях в неорганической химии. Пособие содержит необходимые сведения для выполнения лабораторных работ по качественному анализу катионов и решения задач.

Пособие предназначено для студентов всех специальностей.

© Зайцева Н. А., 2017

© Уральский государственный
горный университет, 2017

ВВЕДЕНИЕ

Качественная реакция – химическая реакция, с помощью которой можно определить наличие в растворе того или иного вещества или его фрагмента (катиона, аниона, функциональной группы). Качественная реакция на ионы позволяет обнаружить («открыть») в растворе присутствие соответствующих ионов. При обнаружении открываемого иона обычно фиксируют появление аналитического сигнала — образование осадка, изменение окраски раствора, появление запаха и т. д.

Требования к качественным реакциям

1. Экспрессность (реакция должна протекать быстро).
2. Высокая чувствительность.
3. Селективность или специфичность.
4. Необратимость.

Чувствительность реакции определяется наименьшим количеством искомого вещества, которое может быть обнаружено данным реактивом в капле раствора.

Существенной характеристикой анализа является селективность (избирательность).

По избирательности реагенты можно разделить на три группы:

1. *Специфические реагенты* – реактивы, с помощью которых в данных условиях можно обнаружить только одно вещество (ион),

например: крахмал для обнаружения I_2 (синяя окраска); щёлочь для обнаружения NH_4^+ (запах аммиака).

Специфические реакции – реакции, которые дают возможность открывать одни ионы в присутствии различных других ионов.

2. *Селективные реагенты* – реактивы, с помощью которых в данных условиях можно обнаружить небольшое число веществ. Например, диметилглиоксим в аммиачном буферном растворе реагирует с Fe (II), Co (II), Ni (II), Zr (IV), Th (IV).

3. *Групповые реагенты* – используются в систематическом анализе смеси катионов и взаимодействуют со всеми катионами одной аналитической группы.

Реакции, позволяющие обнаружить искомые ионы в отдельных порциях сложной смеси при условии устранения влияния других ионов, называют **дробными реакциями**, а метод анализа, основанный на применении дробных реакций, называют **дробным анализом**. При этом порядок обнаружения катионов и анионов не имеет особого значения. При **систематическом анализе**, в отличие от дробного, соблюдается определенный порядок разделения и последующего открытия ионов. К обнаружению ионов приступают лишь после удаления из раствора всех других ионов, мешающих открытию. Систематический (групповой) анализ применяют при невозможности использования дробного анализа. На основе растворимости их солей или других соединений ионы делят на аналитические группы, на основании различных классификаций катионов разработаны разные методы систематического анализа катионов.

Методы систематического анализа

1. Сероводородный – основан на разной растворимости сульфидов и хлоридов в зависимости от pH -среды.
2. Аммиачно-фосфатный – основан на разной растворимости фосфатов.
3. Кислотно-основной – основан на разной растворимости в кислотах и основаниях гидроксидов и солей (табл. 1).

Таблица 1

Классификация катионов по кислотно-основному методу

Группа	Катионы	Групповой реактив	Характеристика группы
I	$\text{Na}^+, \text{K}^+, \text{NH}_4^+$	–	Хлориды, сульфаты и гидроксиды растворимы в воде
II	$\text{Ag}^+, \text{Pb}^{2+}, \text{Hg}_2^{2+}$	2M HCl	Хлориды нерастворимы в воде и разбавленных кислотах
III	$\text{Ca}^{2+}, \text{Sr}^{2+}, \text{Ba}^{2+}$	2M H_2SO_4	Сульфаты нерастворимы в воде, кислотах и щелочах
IV	$\text{Al}^{3+}, \text{Cr}^{3+}, \text{Zn}^{2+},$ * As^{3+} , * As^{5+} , Sn^{2+} , Sn^{4+}	4M NaOH (избыток)	Гидроксиды амфотерны, растворимы в избытке щелочи
V	$\text{Fe}^{2+}, \text{Fe}^{3+}, \text{Mn}^{2+},$ $\text{Mg}^{2+}, \text{Bi}^{3+}, \text{Sb}^{3+}, \text{Sb}^{5+}$	2M NaOH (25 % NH_4OH)	Гидроксиды нерастворимы в избытке щелочи и аммиаке
VI	$\text{Cu}^{2+}, \text{Co}^{2+}, \text{Ni}^{2+},$ $\text{Hg}^{2+}, \text{Cd}^{2+}$	25% NH_4OH (избыток)	Гидроксиды растворимы в избытке аммиака с образованием аммиакатов

* As^{3+} и As^{5+} гидроксидов не образуют.

Лабораторная работа № 1

КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА КАТИОНЫ ЖЕЛЕЗА

Цель работы: познакомиться с качественными реакциями на катионы железа, определить наиболее подходящие реактивы для открытия Fe^{3+} и Fe^{2+} .

Для получения аналитического сигнала в качественном анализе используют химические реакции разных типов: реакции ионного обмена (осаждение, нейтрализация), окислительно-восстановительные, комплексообразование. Для обнаружения ионов железа возможно использование всех типов реакций.

Реакции ионного обмена в качественном анализе

Опыт 1. Действие щелочей на катионы Fe^{3+} и Fe^{2+}

В две пробирки налейте по 1 мл растворов FeCl_3 и FeSO_4 , добавьте по 1 мл раствора щёлочи в каждую пробирку. Сравните полученные осадки $\text{Fe}(\text{OH})_3$ и $\text{Fe}(\text{OH})_2$, составьте уравнения обеих реакций. Растворимы ли полученные гидроксиды железа в избытке щёлочи?

Опыт 2. Действие раствора аммиака на катионы Fe^{3+} и Fe^{2+}

В две пробирки налейте по 1 мл растворов солей железа (III) и железа (II), добавьте по 1 мл разбавленного раствора гидроксида аммония в каждую пробирку. Сравните полученные осадки с

осадками из первого опыта. Составьте уравнения реакций. Проверьте действие избытка концентрированного гидроксида аммония на оба осадка: образуют ли ионы железа аммиачные комплексы?

Реакции окисления-восстановления

Опыт 3. Действие окислителей на катионы Fe^{3+} и Fe^{2+}

а) В две пробирки налейте по 1 мл растворов солей Fe^{2+} и Fe^{3+} , добавьте по 2 мл раствора серной кислоты. В обе пробирки прилейте раствор перманганата калия, в какой из них наблюдается обесцвечивание KMnO_4 ? Запишите уравнение реакции, учитывая, что в кислой среде перманганат-ионы восстанавливаются до ионов Mn^{2+} , уравняйте его методом электронно-ионного баланса.

б) В две пробирки налейте по 1 мл растворов солей Fe^{2+} и Fe^{3+} , добавьте по 2 мл раствора серной кислоты. В обе пробирки прилейте раствор бихромата калия, в какой из них наблюдается изменение окраски раствора? Запишите уравнение реакции, учитывая, что бихромат-ионы $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ восстанавливаются до ионов Cr^{3+} , уравняйте его методом электронно-ионного баланса.

Опыт 4. Действие восстановителей на катионы Fe^{3+} и Fe^{2+}

В две пробирки налейте по 1 мл растворов солей Fe^{2+} и Fe^{3+} , добавьте по 1 мл раствора йодида калия. Какая из солей железа проявила окислительные свойства? Запишите уравнение реакции, расставьте коэффициенты методом электронно-ионного баланса.

Реакции с участием комплексных ионов

Опыт 5. Реакция ионов железа с роданидом аммония

В две пробирки налейте по 1 мл раствора FeCl_3 и FeSO_4 , добавьте по 1 мл раствора роданида аммония NH_4SCN в каждую пробирку. В какой из пробирок наблюдается образование роданида железа красного цвета? Составьте уравнение реакции.

Опыт 6. Реакция ионов железа с реактивом Чугаева

В две пробирки налейте по 1 мл раствора соли железа (III) и железа (II), добавьте по 1 мл раствора аммиака и по 1 капле раствора диметилглиоксима ($\text{C}_4\text{H}_8\text{N}_2\text{O}_2$). Для какого иона железа наблюдается образование окрашенного внутрикомплексного соединения с реактивом Чугаева? Составьте уравнение реакции образования диметилглиоксимата железа $[\text{Fe}(\text{C}_4\text{H}_7\text{O}_2\text{N}_2)_2]$.

Опыт 7. Берлинская лазурь и турнбуллева синь

На растворы FeCl_3 и FeSO_4 подействуйте каплей раствора жёлтой кровяной соли (гексацианоферрата (II) калия). В каком случае наблюдается выпадение синего осадка? Запишите уравнение реакции, предполагая, что выпавший осадок берлинской лазури имеет состав $\text{Fe}_4[\text{Fe}(\text{CN})_6]_3$.

На растворы FeCl_3 и FeSO_4 подействуйте каплей раствора красной кровяной соли (гексацианоферрата (III) калия). В каком случае наблюдается выпадение синего осадка? Запишите уравнение реакции, предполагая, что выпавший осадок турнбуллевой сини

имеет состав $\text{Fe}_3 [\text{Fe} (\text{CN})_6]_3$. Сделайте вывод, какой кровяной солью можно открыть ион Fe^{2+} , и с помощью какой обнаруживается ион Fe^{3+} .

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Что произойдет с зеленоватым осадком $\text{Fe} (\text{OH})_2$ при добавлении к нему раствора перекиси водорода H_2O_2 ? Запишите уравнение реакции, уравняйте его методом электронно-ионного баланса.

2. Выпадет ли осадок при смешивании равных объемов растворов FeCl_3 и NaOH , если $\text{ПР} (\text{Fe} (\text{OH})_3) = 3,8 \cdot 10^{-38}$, а концентрации растворов 0,001 моль/л? Выпадет ли осадок при смешивании равных объемов растворов FeSO_4 и NaOH , если $\text{ПР} (\text{Fe} (\text{OH})_2) = 4,8 \cdot 10^{-16}$, а концентрации обоих растворов 0,001 моль/л?

3. Какой объём соляной кислоты с концентрацией 0,01 моль/л требуется для полного растворения осадка $\text{Fe} (\text{OH})_3$ массой 0,5 г?

4. Реакция образования окрашенного роданида железа (опыт 3) является обратимой. Запишите выражение для константы равновесия этой реакции. Какими способами, согласно принципу Ле-Шателье, можно сместить равновесие в сторону образования окрашенного продукта?

5. Запишите уравнения реакций первичной и вторичной диссоциации красной и жёлтой кровяных солей. Почему чаще всего именно цианид-ионы используются для маскирования ионов железа в растворах?

6. Подвергаются ли соли железа гидролизу? Запишите уравнения взаимодействия с водой для FeCl_3 и FeSO_4 , определите тип гидролиза и кислотность среды раствора. Какую окраску приобретёт лакмус в этих растворах?

Лабораторная работа № 2

КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА ИОНЫ Co^{2+} , Ni^{2+} и Cu^{2+}

Цель работы: познакомиться с качественными реакциями на ионы Co^{2+} , Ni^{2+} и Cu^{2+} , выполняемыми пробирно, капельно, и с использованием экстракции, определить наиболее подходящие реакции для открытия каждого иона.

Предел обнаружения — минимальная концентрация или минимальное количество вещества, которое может быть обнаружено данным методом допустимой погрешностью. Предел обнаружения в значительной степени зависит от условий протекания реакции. Обычно для обнаружения ионов применяют реакции с пределом обнаружения 10^{-7} г (0,1 мкг) в 1 мл раствора.

Приемы для обеспечения низкого предела обнаружения

1. *Капельный анализ* — метод микрохимического анализа, в котором качественную реакцию проводят с использованием капли раствора. Реакции выполняют на стеклянной или фарфоровой пластинке, фильтровальной бумаге (иногда предварительно пропитанной раствором реагента и высушенной). Пределы обнаружения веществ 0,1–0,001 мкг в капле объемом 50 мм³. Минимальные пределы обнаружения достигаются при выполнении анализа на фильтровальной бумаге.

2. *Микрористаллоскопический анализ* — метод анализа, основанный на реакциях образования кристаллических осадков с

характерной формой кристаллов, для рассмотрения которых используется микроскоп.

3. *Экстракция* – процесс перевода вещества из водной фазы в органическую, используется для разделения и концентрирования веществ.

4. *Флотация* – процесс разделения мелких твёрдых частиц в водной суспензии или растворе, основанный на их избирательной адсорбции на границах раздела фаз в соответствии с их смачиваемостью, используется для разделения и концентрирования.

5. *Метод «умножающихся реакций»* – ряд последовательных реакций, в результате которых получается новое вещество в количестве, во много раз превышающем первоначальное количество обнаруживаемого вещества.

6. *Каталитические реакции.*

Реакции в пробирке (в растворе)

Опыт 1. Действие щелочей на катионы Co^{2+} , Ni^{2+} и Cu^{2+}

В три пробирки налейте по 1 мл растворов солей Co^{2+} , Ni^{2+} и Cu^{2+} , добавьте по 1 мл разбавленного раствора щёлочи в каждую пробирку. Составьте уравнения реакций образования синего $\text{Co}(\text{OH})\text{Cl}$, голубого $\text{Cu}(\text{OH})\text{Cl}$ и зелёного $\text{Ni}(\text{OH})\text{Cl}$. Подействуйте на каждый полученный осадок избытком концентрированной щёлочи, составьте уравнения реакций образования гидроксидов кобальта (II), никеля (II) и меди (II).

Опыт 2. Действие раствора аммиака на Co^{2+} , Ni^{2+} и Cu^{2+}

В три пробирки налейте по 1 мл растворов солей Co^{2+} , Ni^{2+} и Cu^{2+} , добавьте по 1 мл разбавленного раствора аммиака в каждую пробирку. Сравните полученные осадки с осадками из первого опыта. Составьте уравнения реакций.

Проверьте действие избытка концентрированного гидроксида аммония на полученные осадки, запишите уравнения реакций, учитывая, что в аммиачных комплексах кобальта и никеля координационное число комплексообразователя равно шести, а медь удерживает только четыре лиганда.

Разрушаются ли полученные аммиакаты раствором кислоты?

Опыт 3. Реакции с желтой кровяной солью

В три пробирки налейте по 1 мл растворов солей Co^{2+} , Ni^{2+} и Cu^{2+} , добавьте по 1 мл разбавленного раствора гексацианоферрата (II) калия в каждую пробирку. Что наблюдается? Составьте уравнения реакций, учитывая, что все осадки получены в результате полного ионного обмена.

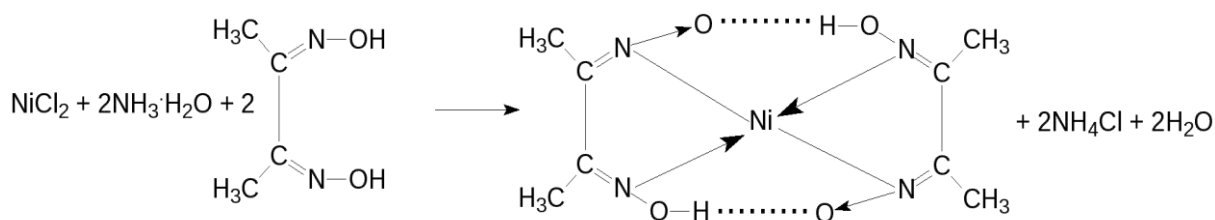
Капельные реакции на фильтровальной бумаге

Опыт 4. Реакция катионов Ni^{2+} с реактивом Чугаева

На сухую фильтровальную бумагу поместите несколько капель раствора соли никеля (II), добавьте каплю раствора аммиака и каплю раствора диметилглиоксима $\text{C}_4\text{H}_8\text{N}_2\text{O}_2$ (реактив Чугаева). Сравните наблюдаемый аналитический сигнал с реакцией образования

диметилглиоксимата железа (II), выполненной в предыдущей работе.

Запишите уравнение реакции



Проведите аналогичную реакцию с растворами меди (II) и кобальта (II). Какой из этих ионов может мешать определению ионов никеля и почему?

Опыт 5. Капельная реакция ионов Co^{2+} с роданидом аммония

Поместите на сухую фильтровальную бумагу несколько капель раствора хлорида кобальта (II), добавьте кристаллы сухой соли NH_4SCN , при необходимости добавьте ещё одну каплю раствора. Как изменилась окраска кристаллов? Составьте уравнение реакции образования комплексного соединения $(\text{NH}_4)_2[\text{Co}(\text{SCN})_4]$.

Обнаружение катионов с использованием экстракции

Опыт 6. Реакция ионов Co^{2+} с роданидом аммония

Поместите в пробирку несколько капель раствора хлорида кобальта (II), добавьте кристаллы сухой соли тиоцианата (роданида) аммония. Как изменилась окраска раствора?

Чувствительность этой реакции можно повысить с помощью экстракции окрашенного комплекса $(\text{NH}_4)_2[\text{Co}(\text{SCN})_4]$ органическим растворителем. Добавьте к полученному раствору несколько капель изоамилового спирта, взболтайте. Дождитесь разделения в пробирке водной и спиртовой фаз. Что при этом наблюдается?

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Составьте уравнения реакций первичной и вторичной диссоциаций гексаамминкобальта (II), гексаамминникеля (II), тетраамминмеди (II). Запишите формулы для константы нестойкости.

2. Для открытия ионов Ni^{2+} с помощью диметилглиоксима при реакции на капельной пластинке предел обнаружения Ni^{2+} – 0,16 мкг; в пробирке можно обнаружить 1,4 мкг Ni^{2+} в 1 мл. Предел обнаружения можно уменьшить до 0,015 мкг, если каплю анализируемого раствора нанести на фильтровальную бумагу, пропитанную диметилглиоксимом. Если осадок диметилглиоксимата никеля (II) флотируется на границе раздела фаз «вода – изоамиловый спирт», то предел обнаружения ионов Ni^{2+} понижается до 0,002 мкг. Определите минимальную молярную концентрацию ионов Ni^{2+} , открываемых каждым из способов.

3. Окисление тиосульфат-ионов ионами железа (III) ускоряется в присутствии ионов меди (каталитическая реакция). Время обесцвечивания тиоцианата железа (III) тиосульфатом натрия в отсутствие меди около двух минут. В присутствии ионов Cu^{2+} раствор тиоцианата железа (III) обесцвечивается мгновенно. Предел обнаружения меди – 0,02 мкг в 1 мл. Определите минимальную молярную концентрацию ионов Cu^{2+} , соответствующую этому пределу обнаружения.

Лабораторная работа № 3

КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА ИОНЫ Al^{3+} , Cr^{3+} , Zn^{2+}

Цель работы: познакомиться с качественными реакциями на ионы Al^{3+} , Cr^{3+} и Zn^{2+} , научиться использовать амфотерность их гидроксидов в химическом анализе, определить наиболее подходящие реакции для открытия каждого иона.

Для проведения каждой качественной реакции необходимо соблюдать определенные условия, основные из которых: pH -среды; температура; концентрации реагентов; присутствие определенных веществ; отсутствие мешающих ионов или веществ. Для протекания многих реакций необходима среда с определенным значением pH водного раствора. Значение pH можно контролировать с помощью индикаторов или прибора pH -метра. Для поддержания нужного значения pH при необходимости используют соответствующие буферные растворы.

Буферные растворы — это растворы, способные сохранять постоянное значение pH при разбавлении водой или добавлении к ним определенного количества сильных кислот или оснований. В состав буферной смеси входят в определенном количественном соотношении слабые кислоты и их соли с сильными основаниями или слабые основания и их соли с сильными кислотами.

Амфотерность гидроксидов алюминия, цинка и хрома (III) позволяет отделять их от остальных катионов действием растворов щелочей различной концентрации.

Опыт 1. Действие щелочей на катионы Al^{3+} , Cr^{3+} , Zn^{2+}

В три пробирки налейте по 1 мл растворов хлоридов алюминия, хрома и цинка, добавьте по несколько капель очень разбавленного раствора щёлочи в каждую пробирку до образования нерастворимых гидроксидов. Составьте уравнения реакций. Подействуйте на каждый полученный осадок избытком щёлочи до полного растворения, составьте уравнения реакций образования тетрагидроксоалюмината, тетрагидроксоцинката и гексагидроксохромата натрия.

Опыт 2. Действие раствора аммиака на ионы Al^{3+} , Cr^{3+} , Zn^{2+}

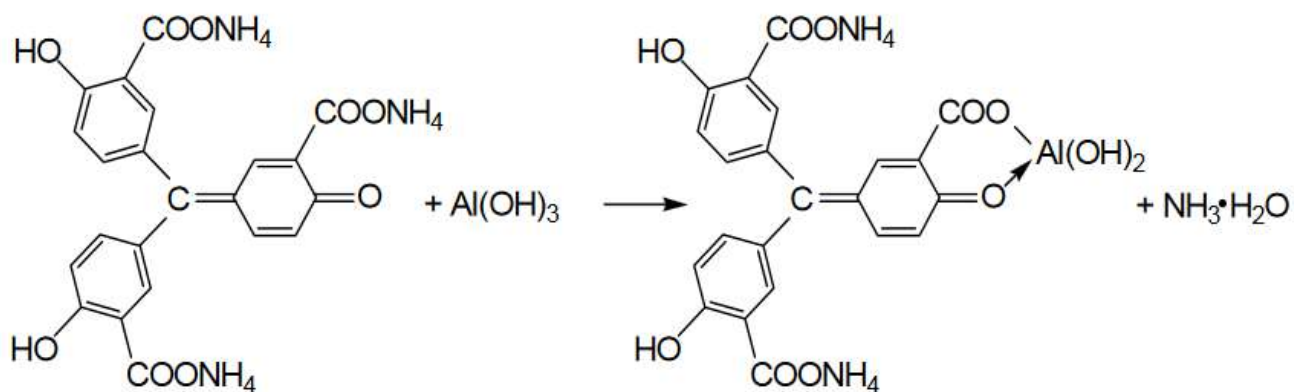
В три пробирки налейте по 1 мл растворов хлоридов алюминия, хрома и цинка, добавьте по 1 мл разбавленного раствора аммиака в каждую пробирку. Сравните полученные осадки с осадками из первого опыта. Составьте уравнения реакций образования соответствующих гидроксидов.

Проверьте действие избытка концентрированного гидроксида аммония на полученные осадки. Какие гидроксиды растворяются частично или полностью? Составьте реакцию комплексообразования, учитывая, что в образующихся аммиакатных комплексах координационное число каждого комплексообразователя вдвое больше, чем модуль его степени окисления.

Опыт 3. Реакция ионов алюминия с алюминоном

В пробирку поместите 3–4 капли раствора соли алюминия, при необходимости 2–3 капли раствора уксусной кислоты и 3–5 капель 0,01 % раствора алюминона ($C_{21}H_{11}O_9(NH_4)_3$). Смесь нагрейте на

водяной бане, добавьте несколько капель раствора аммиака до щелочной реакции и выпадения красного хлопьевидного осадка алюминиевого лака.



Опыт 4. Реакция ионов цинка с желтой кровяной солью

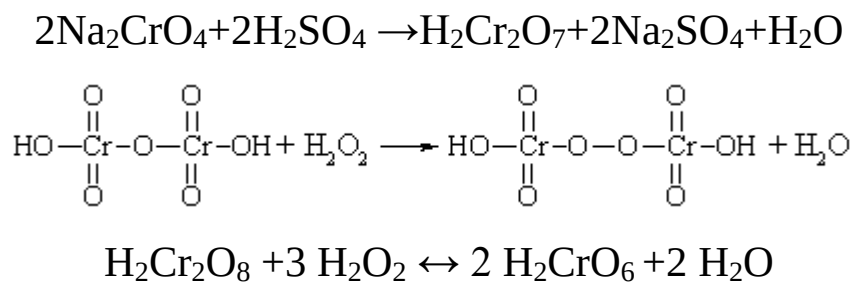
В пробирке к 1 мл раствора ZnCl_2 добавьте 1 мл раствора гексацианоферрата (II) калия. Наблюдайте выпадение белого осадка $\text{K}_2\text{Zn}_3[\text{Fe}(\text{CN})_6]_2$. Составьте уравнение этой реакции ионного обмена.

Опыт 5. Восстановительные свойства ионов хрома (III)

В пробирку поместите 2–3 капли раствора соли хрома(III), прибавьте 4–5 капель 2 моль/л раствора щёлочи NaOH до растворения осадка, и 2–3 капли 3 % раствора перекиси водорода H_2O_2 . Нагревайте до изменения зеленой окраски раствора на желтую (цвет хромат-ионов CrO_4^{2-}). Составьте уравнение окислительно-восстановительной реакции, расставьте коэффициенты методом электронно-ионного баланса.

Опыт 6. Образование надхромовой кислоты

К жёлтому раствору хромата натрия, полученному в предыдущем опыте, прибавьте 5 капель пероксида водорода H_2O_2 , ~0,5 мл изоамилового спирта, тщательно перемешайте и прибавьте по каплям раствор серной кислоты (1 моль/л). Верхний органический слой окрашивается в интенсивно синий цвет за счёт экстракции образовавшейся надхромовой кислоты H_2CrO_6 . Запишите уравнение реакции, протекающее через образование дихромовой кислоты и её последующее окисление перекисью водорода:



Составьте электронно-ионный баланс для этой реакции.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Составьте уравнения первичной и вторичной диссоциации солей, полученных в первом опыте: тетрагидроксоалюмината, тетрагидроксоцинката и гексагидроскохромата натрия.
2. Напишите выражение константы нестойкости для комплексных ионов тетраамминцинка и гексаамминхрома, полученных во втором опыте.
3. Напишите уравнения диссоциаций хромовой, дихромовой и надхромовой кислот.

Лабораторная работа № 4

РАЗДЕЛЕНИЕ И ОБНАРУЖЕНИЕ КАТИОНОВ Ag^+ , Pb^{2+} , Hg^{2+} МЕТОДОМ ОСАДОЧНОЙ БУМАЖНОЙ ХРОМАТОГРАФИИ

Цель работы: познакомиться с разделением и идентификацией катионов методом бумажной хроматографии

Хроматография – физико–химический метод разделения веществ, основанный на использовании сорбционных процессов в динамических условиях.

Анализируемые компоненты распределяются между подвижной и неподвижной фазами. Неподвижной фазой служит твердое вещество – сорбент. Подвижной фазой является жидкость или газ, протекающий через неподвижную фазу – элюент. Элюент в процессе хроматографирования перемещается вдоль сорбента, так что частицы анализируемых веществ могут многократно переходить из подвижной фазы в неподвижную и наоборот. Разделение веществ с помощью хроматографии основано на различном сродстве разделяемых компонентов к подвижной и неподвижной фазам.

Бумажная хроматография – вид хроматографии, в котором носителем неподвижного растворителя служит очищенная от примесей фильтровальная бумага. Подвижная фаза продвигается вдоль листа бумаги, главным образом за счет капиллярных сил. Бумажная хроматография отличается простотой, экспрессностью, наглядностью разделения, высокой чувствительностью (можно определить 10–20 мкг вещества с точностью 5–7 %).

Опыт 1. Подготовка фильтровальной бумаги

Два фильтра «синяя лента» диаметром 45 мм смочите 5 %-м раствором йодида калия, опуская фильтры в раствор пинцетом. Высушите фильтры на воздухе в чашке Петри.

Опыт 2. Получение первичной осадочной хроматограммы

В центр каждого высушенного фильтра нанесите пипеткой каплю анализируемой смеси катионов Ag^+ , Hg^{2+} и Pb^{2+} , после её полного впитывания нанесите еще одну, дайте ей впитаться. Катионы анализируемой смеси вступают в реакцию с KI, которым пропитан фильтр, образуя осадочную хроматограмму, зоны которой имеют цвета осадков AgI (жёлтый), HgI_2 (оранжевый), PbI_2 (ярко-желтый).

Полученные хроматограммы необходимо промыть дистиллированной водой. Для промывания хроматограмм нанесите на фильтры 2–3 капли дистиллированной воды, внося каждую последующую каплю после впитывания предыдущей до увеличения размера зон в два–три раза. Высушите обе осадочные хроматограммы, заполните табл. 1, составьте уравнения реакций образования осадков.

Таблица 1

Первичная хроматограмма смеси катионов Ag^+ , Hg^{2+} , Pb^{2+}

Зона адсорбции	Цвет зоны	Ион
1. Первая – хорошая адсорбция (в центре фильтра)		
2. Вторая – средняя адсорбция		
3. Третья – плохая адсорбция (края фильтра)		

Опыт 3. Получение проявленной осадочной хроматограммы

Анализируя первичную хроматограмму, легко определить катионы Hg^{2+} (оранжевая зона в центре) и Pb^{2+} (ярко-желтая зона по периферии). Бледно-желтая окраска AgJ либо видна плохо (из-за маскировки оранжевым HgJ_2 и ярко-желтым PbJ_2), либо не видна совсем. Для того, чтобы явно видеть зону серебра, первичную хроматограмму на одном из фильтров необходимо проявить.

Для проявления хроматограммы внесите в центр фильтра каплю раствора NaOH . При этом йодид свинца растворится в NaOH с образованием бесцветного плюмбита натрия Na_2PbO_2 , йодид ртути останется неизменным, бледно-жёлтое пятно йодида серебра постепенно почернеет вследствие превращения гидроксида серебра (I) в оксид серебра (I), который затем разложится до свободного серебра.

Заполните табл. 2, составьте уравнения всех протекающих при проявке первичной хроматограммы реакций.

Таблица 2

Вторичная хроматограмма смеси катионов Ag^+ , Hg^{2+} , Pb^{2+}

Зона адсорбции	Цвет зоны	Ион
1. Первая – хорошая адсорбция (в центре фильтра)		
2. Вторая – средняя адсорбция		
3. Третья – плохая адсорбция (край фильтра)		

По результатам работы сделайте вывод об эффективности метода бумажной хроматографии для дробного открытия катионов Ag^+ , Hg^{2+} , Pb^{2+} при их совместном присутствии.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Какие процессы лежат в основе хроматографического анализа?
2. Вычислите ПР йодида свинца (II), если известно, что растворимость его равна 0,03 г на 0,1 кг воды.
3. Выпадет ли осадок при взаимодействии равных объемов растворов AgNO_3 и KI , если концентрации обоих растворов 0,001 моль/л, а произведение растворимости йодида серебра $\text{ПР}(\text{AgI}) = 8,3 \cdot 10^{-17}$.
4. В избытке йодида калия осадок йодида ртути (II) растворяется без изменения степеней окисления элементов с образованием комплексного соединения тетрайодомеркурата калия. Составьте уравнение этой реакции, а также уравнения первичной и вторичной диссоциаций полученного соединения, запишите выражение для константы нестойкости комплексного иона.
5. Оксид серебра (I) неустойчив на воздухе, поэтому он используется не в чистом виде, а в аммиачном растворе (реактив Толленса). При взаимодействии гидроксида аммония и оксида серебра (I) образуется гидроксид диамминсеребра (I). Составьте уравнение этой реакции, а также уравнения первичной и вторичной диссоциаций полученного соединения, запишите выражение для константы нестойкости комплексного иона.
6. Дайте определения терминам «элюент», «сорбент», «элюат», «подвижная фаза», «неподвижная фаза», «сорбция», «десорбция».

Лабораторная работа № 5

ДРОБНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ КАТИОНОВ

Цель работы: с помощью качественных реакций определить, какая соль находится в каждой пробирке.

Ход работы

В двенадцати пронумерованных пробирках находятся следующие растворы соли:

Раствор бесцветный	Раствор может быть окрашенным
Хлорид аммония	Сульфат меди (II)
Хлорид кальция	Хлорид кобальта (II)
Сульфат марганца (II)	Хлорид никеля (II)
Сульфат железа (II)	Хлорид хрома (III)
Хлорид цинка	Хлорид железа (III)
Хлорид алюминия	
Нитрат свинца (II)	

После получения у преподавателя нескольких пробирок (по вариантам 3–6 шт.,) составьте в тетради таблицу для записи результатов анализа:

Качественный анализ растворов, номер (№) (запишите номера пробирок)

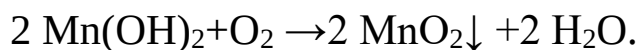
Испытуемый раствор	Добавленный реагент	Наблюдение	Предполагаемый состав	Вывод
Опыт № 1 «Открытие окрашенных ионов»				
№ 13	отсутствует	Раствор розовый	Ионы Co^{2+}	
№ 13	NaOH	Выпал синий осадок, при добавлении избытка щёлочи стал розовым	CoOHCl Co(OH)_2	В пробирке был CoCl_2
Опыт № 2 «Действие щелочей»				
№ 14				

Опыт 1. Открытие окрашенных ионов

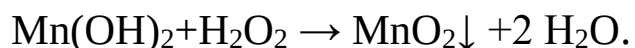
Опишите внешний вид растворов, сделайте предположения, какие растворы могут быть в каждой из пробирок, занесите их в таблицу. Наиболее вероятные предположения (для окрашенных растворов) проверьте с помощью соответствующих качественных реакций, взяв для анализа небольшую порцию испытуемого раствора. Составьте уравнения реакций, сделайте выводы.

Опыт 2. Действие щелочей на испытуемые растворы

Взяв пробы оставшихся исследуемых растворов (по 0,5 мл), подействуйте на них разбавленным раствором щёлочи, добавляя его по каплям. Занесите в таблицу аналитический сигнал: выделился запах аммиака, выпал неизменяющийся осадок, выпал осадок, растворимый в избытке щёлочи или темнеющий на воздухе. Обратите внимание, что гидроксид свинца $Pb(OH)_2$ проявляет амфотерные свойства, растворяясь в избытке щелочи с образованием плюмбита Na_2PbO_2 , а светло-бежевый гидроксид марганца $Mn(OH)_2$ постепенно окисляется кислородом воздуха, что выглядит как потемнение раствора на границе с воздухом:

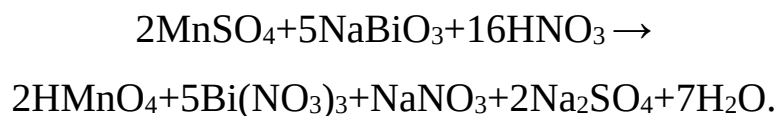


Эту реакцию можно сделать более наглядной, ускорив процесс окисления с помощью перекиси водорода:



Сделайте предположения о том, какие катионы находятся в пробирках. Проверьте предположения с помощью качественных реакций, для ионов Mn^{2+} кроме реакции с H_2O_2 можно использовать

ОВР с окислением марганца до розовых перманганат-ионов висмутатом натрия в сильноокислой среде:



Сделайте выводы, запишите уравнения выполненных реакций.

Опыт 3. Действие раствора аммиака на испытуемые пробы

Взяв пробы оставшихся исследуемых растворов (по 0,5 мл), подействуйте на них разбавленным раствором аммиака. Занесите в таблицу аналитический сигнал. Сделайте предположения о том, какие катионы находятся в пробирках. Проверьте предположения с помощью качественных реакций. Сделайте выводы, запишите уравнения выполненных реакций.

Опыт 4. Открытие неокрашенных ионов

Взяв пробы оставшихся исследуемых растворов (по 0,5 мл), проведите качественный анализ на катионы, которые остались не открытыми. Сделайте выводы, запишите уравнения выполненных реакций.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ТЕМЕ «КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ В НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ»

1. Две соли окрашивают пламя в фиолетовый цвет. Одна из них бесцветна, и при лёгком нагревании её с концентрированной серной кислотой отгоняется жидкость, в которой растворяется медь; последнее превращение сопровождается выделением бурого газа. При добавлении к раствору второй соли раствора серной кислоты жёлтая окраска раствора изменяется на оранжевую, а при нейтрализации полученного раствора щёлочью восстанавливается первоначальный цвет. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

2. В двух сосудах находятся растворы неизвестных веществ. При добавлении к раствору первого вещества хлорида бария выпадает осадок белого цвета, нерастворимый в воде и кислотах. Осадок белого цвета выпадает также и при добавлении раствора нитрата серебра к пробе, отобранной из второго сосуда. При нагревании пробы первого раствора с гидроксидом натрия выделяется газ с резким запахом. При взаимодействии второго раствора с хроматом натрия выпадает осадок жёлтого цвета. Напишите уравнения описанных реакций.

3. Действием концентрированной серной кислоты на белые кристаллы при нагревании получен газ. При пропускании этого газа через раствор нитрата серебра выпал белый творожистый осадок. Кристаллы окрашивают пламя спиртовки в жёлтый цвет. Какая соль была взята для реакции? Приведите её формулу и название. Запишите уравнения реакций, описанных в тексте.

4. Порошкообразное вещество белого цвета окрашивает пламя горелки в оранжево-красный цвет. При действии соляной кислоты «вскипает» с выделением тяжёлого газа без цвета и запаха. Это вещество способно растворяться в воде при одновременном пропускании избытка углекислого газа. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

5. Некоторое кристаллическое вещество, окрашивающее пламя в жёлтый цвет, хорошо растворяется в воде. При добавлении к этому раствору нитрата серебра выпадает жёлтый осадок, не растворимый в разбавленной азотной кислоте. При действии на исходный раствор бромной воды образуется коричневое окрашивание. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

6. Для определения качественного состава белый, нерастворимый в воде порошок с зеленоватым оттенком подвергли

термическому разложению, в результате которого образовалось два оксида. Один из них — порошок чёрного цвета, при добавлении к которому раствора серной кислоты и последующем нагревании образовался раствор голубого цвета. Про другой известно, что это газ тяжелее воздуха, без цвета и запаха, играющий важную роль в процессе фотосинтеза. Запишите химическую формулу и название вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования.

7. Для проведения исследования бесцветные кристаллы соли, которые при непродолжительном нахождении на воздухе приобрели голубой цвет, нагрели до выделения бурого газа и образования чёрного порошка. При пропускании над нагретым полученным порошком водорода наблюдалось появление красного налёта простого вещества — металла. Известно, что металл, образующий катион, входит в состав многих сплавов, например бронзы. Запишите химическую формулу и название исследованной соли. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования его свойств.

8. Для изучения состава соли был взят раствор, который разделили на две части. К первой части этого раствора добавили хлорид натрия, в результате чего выпал белый осадок. При добавлении ко второй части раствора цинковой стружки образовались серые хлопья металла, катионы которого обладают дезинфицирующим свойством. Известно, что выданная соль

используется для изготовления зеркал и в фотографии, а её анион является составной частью многих минеральных удобрений. Запишите химическую формулу и название вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования.

9. Для изучения состава соли были взяты белые кристаллы хорошо растворимого в воде вещества, которое используется в хлебопечении и кондитерской промышленности в качестве разрыхлителя теста. В результате процесса термического разложения выданной соли образовались три вещества, два из которых при обычных условиях являются газами. При нагревании соли с гидроксидом натрия образуется газ, водный раствор которого используется в медицине под названием нашатырный спирт. Запишите химическую формулу и название вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования.

10. Для установления качественного состава была изучена соль тяжёлого металла, оксид которого используется в производстве хрустального стекла. При термическом разложении соли образуется оксид этого металла и два газообразных вещества: одно из них — газ бурого цвета, а другое — важнейший компонент воздуха. При приливании к раствору выданной соли раствора йодида калия выпадает осадок ярко-жёлтого цвета. Запишите

химическую формулу и название вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования.

11. Для определения качественного состава неизвестной соли азотной кислоты исследовали белое кристаллическое вещество. Это вещество при нагревании полностью разлагается без образования сухого остатка. При действии горячего раствора гидроксида натрия выделяется бесцветный газ с резким запахом, вызывающий посинение лакмусовой бумаги. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

12. В химической лаборатории хранится склянка с кристаллическим веществом белого цвета. При действии на него гидроксида натрия выделяется лёгкий, бесцветный газ с резким запахом, вызывающий посинение лакмусовой бумаги. При действии на него сильной кислоты выделяется бесцветный газ без запаха, вызывающий покраснение раствора лакмуса. При приливании к раствору этого вещества раствора гидроксида кальция выделяется нерастворимый в воде осадок. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

13. Кристаллическое вещество оранжевого цвета при нагревании значительно увеличивается в объёме за счёт выделения бесцветного газа и образует твёрдое вещество тёмно-зелёного

цвета. Выделившийся газ взаимодействует с литием даже при комнатной температуре. Продукт этой реакции гидролизуется водой с образованием газа с резким запахом, способного восстановить медь из её оксида. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

14. Для исследования свойств неизвестного вещества его концентрированный раствор разделили на две части. В пробирку с одной частью раствора поместили медную проволоку. При этом наблюдалось выделение бурого газа и растворение меди. При добавлении к другой части раствора силиката натрия наблюдалось образование бесцветного студенистого осадка. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

15. Для определения качественного состава неизвестной соли исследовали раствор голубого цвета. При добавлении горячего раствора сильной кислоты выделился газ с резким запахом жжёной резины, окрашивающий лакмус в красный цвет. При добавлении раствора аммиака сначала выпал голубой осадок, который затем растворился в избытке аммиака с образованием фиолетового раствора. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

16. Для определения качественного состава неизвестной соли исследовали её раствор желтоватого цвета. При добавлении раствора сильной кислоты появился резкий запах уксуса. При добавлении роданида аммония раствор приобрёл кроваво-красную окраску. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

17. Для определения качественного состава неизвестной соли исследовали её бесцветный раствор. При добавлении раствора разбавленной серной кислоты выделился газ с запахом тухлых яиц и выпал белый осадок, не растворимый в кислотах. При взаимодействии порции исходного раствора с хроматом натрия выпадает осадок жёлтого цвета. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

18. Для определения качественного состава было выдано кристаллическое вещество — средняя соль многоосновной кислоты, катион которой не является ионом металла. При взаимодействии данного вещества с гидроксидом натрия выделяется газ с резким раздражающим запахом, а при приливании к раствору выданного вещества раствора нитрата серебра выпадает осадок жёлтого цвета. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

19. Для определения качественного состава студентам было выдано бесцветное кристаллическое вещество — соль. К одной части раствора исследуемой соли прилили раствор нитрата серебра, в результате чего выпал осадок жёлтого цвета. А при добавлении к другой части раствора карбоната натрия выпал белый осадок. Известно, что катион этой соли образован щёлочно-земельным металлом, входящим в состав костной ткани человека. Анион этой соли состоит из атомов химического элемента, образующего простое вещество, спиртовой раствор которого используется в качестве дезинфицирующего средства. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

20. При определении качественного состава неизвестного кристаллического вещества белого цвета было установлено, что его раствор взаимодействует с раствором гидроксида калия с образованием осадка. А при добавлении к раствору исследуемого вещества раствора нитрата бария выпадает осадок белого цвета, не растворимый в кислотах. Известно, что катион металла, входящий в состав данного соединения, входит в состав хлорофилла. Этот металл ранее применялся также в фотографии для получения вспышки. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Алексеев В. Н. Качественный химический полумикроанализ. М.: Химия. 1973. 584 с.

Глинка Н. Л. Общая химия: учебник / под ред. В. А. Попкова, А. В. Бабкова. 18-е изд., перераб. и доп. М.: Изд-во «Юрайт»; ИД «Юрайт», 2011. 886 с.

Гринвуд Н., Эршино А. Химия элементов (в 2 томах): учебник. Изд-во «Бином. Лаборатория знаний», 2015. 1280 с.

Карпетьянц М. Х., Дракин С. И. Общая и неорганическая химия: учебник. 5-е изд. Изд-во Книжный дом «Либроком» 2015. 592 с.

Крешков А. П. Основы аналитической химии. Ч. 1. Теоретические основы. Качественный анализ. М.: Химия. 1970. 460 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
Лабораторная работа № 1. КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА КАТИОНЫ ЖЕЛЕЗА.....	6
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ.....	9
Лабораторная работа № 2. КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА ИОНЫ Co^{2+} , Ni^{2+} И Cu^{2+}	10
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ.....	14
Лабораторная работа № 3. КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА ИОНЫ Al^{3+} , Cr^{3+} , Zn^{2+}	15
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ.....	18
Лабораторная работа № 4. РАЗДЕЛЕНИЕ И ОБНАРУЖЕНИЕ КАТИОНОВ Ag^+ , Pb^{2+} , Hg^{2+} МЕТОДОМ ОСАДОЧНОЙ БУМАЖНОЙ ХРОМАТОГРАФИИ.....	19
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ.....	22
Лабораторная работа № 5. ДРОБНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ КАТИОНОВ.....	23
ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ТЕМЕ «КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ В НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ».....	26
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	34

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ
К ЛАБОРАТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ ПО КУРСУ «ХИМИЯ»
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВСЕХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ
ЧАСТЬ 1**

Составили: Н.Б. Смирнова, доц., канд. хим. наук
В.М. Сахарова, доц., канд. техн. наук

С О Д Е Р Ж А Н И Е

Введение	4
Общие правила работы в химической лаборатории	7
Правила техники безопасности при работе с химическими реактивами	7
Оказание первой медицинской помощи	8
Оформление лабораторного журнала	8
1. Периодичность изменения свойств оксидов и гидроксидов	9
1.1. Экспериментальная часть	11
1.2. Контрольные вопросы и задания	12
2. Химическая кинетика	14
2.1. Экспериментальная часть	16
2.2. Контрольные вопросы и задания	18
3. Химическое равновесие	19
3.1. Экспериментальная часть	20
3.2. Контрольные вопросы и задания	21
4. Ионные равновесия в растворах электролитов	23
4.1. Экспериментальная часть	25
4.2. Контрольные вопросы и задания	26
5. Реакции ионного обмена	27
5.1. Экспериментальная часть	29
5.2. Контрольные вопросы и задания	31
6. Гидролиз солей	32
6.1. Экспериментальная часть	34
6.2. Контрольные вопросы и задания	35
Список литературы	37

ВВЕДЕНИЕ

Горные инженеры, геологи и геофизики сталкиваются с самыми разнообразными явлениями природы, химическими по своей сущности: быстрой выветриваемостью, окисляемостью, различной смачиваемостью горных пород, с особенностями воздушной среды под землей, с обводненностью горных выработок, агрессивностью рудничных вод. Поэтому им требуются более глубокие знания по химии, чем любому другому специалисту. Инженеры горнодобывающей отрасли способны справиться с современными задачами горно-металлургической и горно-химической промышленности только зная весь путь от разведки полезного ископаемого до его переработки. Физико-химическая некомпетентность горных инженеров и геологов является причиной недостатков в развитии горной науки, техники и технологии, бедственного экологического положения горных предприятий.

Роль химии в подготовке инженеров непрерывно возрастает в связи с необходимостью решения задач по снижению уровня потерь полезных компонентов и увеличению комплексности использования руд, рациональному применению вскрышных пород, очистке и использованию шахтных вод и сточных вод обогатительных фабрик, защите от коррозии бурового и горнодобывающего оборудования, заблаговременной дегазации угольных месторождений, применению физико-химических методов упрочнения грунтов, геотехнологическим методам добычи полезных ископаемых.

В горном деле широко применяются химические материалы: химические растворы при бурении и тампонаже скважин, взрывчатые вещества при отбойке угля, руды и породы, химические добавки, препятствующие распылению угля и налипанию льда на конвейерную ленту, материалы для покрытия из пены, предохраняющей от промерзания участка разработки, компоненты для отвердевания закладочных смесей, огнетушащие составы, синтетические смолы для укрепления горных пород, реагенты для флотации и обогащения руд и большой ассортимент таких обычных химикатов как горючие и смазочные материалы, цемент, стекло, керамика, гидро-, термо- и электроизоляционные материалы, лаки, краски, пластмассы, резина.

Еще благодаря усилиям Д.И. Менделеева, химию, как одну из фундаментальных дисциплин, стали преподавать во всех высших школах России. Химия вместе с физикой и математикой составляет основу профессиональной подготовки специалистов высокой квалификации.

Будущие специалисты должны получить такой комплекс знаний по химии, который составит базу для успешного освоения последующих дисциплин и правильного использования материалов, применяемых в технике.

Теоретические разделы химии, такие как строение электронных оболочек атомов, основные виды химических связей, химическая кинетика и равновесие, окислительно-восстановительные потенциалы, водородный показатель, произведение растворимости, свойства комплексных соединений, позволяет правильно ориентироваться в вопросах, связанных непосредственно со свойствами и превращениями минералов и горных пород.

Горные породы и руды состоят из минералов. К минералам относят природные химические соединения. Неорганические минералы подразделяются на минеральные типы, названия которым присваиваются согласно классификации неорганических веществ и их номенклатуре. По химическому составу минералы подразделяют на:

- а) простые вещества (металлы, неметаллы),
- б) карбиды, нитриды, фосфиды, сульфиды, арсениды, селениды, оксиды, гидроксиды, галогениды и др.,
- в) соли кислородсодержащих кислот (силикаты, фосфаты, арсенаты, ванадаты, бораты, карбонаты, сульфаты, нитраты, вольфраматы, молибдаты, хроматы, иодаты и др.).

Основа химической номенклатуры - русские названия химических элементов, приведенные в периодической системе Д.И. Менделеева, которые не всегда совпадают с латинскими названиями, например, гидрогениум - водород, оксигениум - кислород.

К неметаллам относят:

He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn, F, Cl, Br, I, At, O, S, Se, Te, N, P, As, C, Si, B, H, остальные элементы - металлы.

Названия простых веществ состоят из одного слова - наименования химического элемента с числовой приставкой, например: O₃ - трикислород, P₄ - тетрафосфор, S₈ - октасера.

Используют также числовые приставки:

1 - моно	7 - гепта
2 - ди	8 - окта
3 - три	9 - нона
4 - тетра	10 - дека
5 - пента	11 - ундека
6 - гекса	12 - додека

В химических формулах сложных веществ на первом месте (слева) всегда записывают формульные обозначения электроположительных составляющих, а за ними указывают формульные обозначения электроотрицательных составляющих. Например, PCl_3 .

Названия сложных веществ составляются по их химическим формулам справа налево. Они складываются из двух слов - названий электроотрицательных составляющих (условных или реальных катионов) в именительном падеже и электроположительных составляющих (условных или реальных катионов) в родительном падеже, например: PCl_3 - трихлорид фосфора, CO - монооксид углерода.

Названия одноэлементных анионов оканчиваются на -ид, а названия многоэлементных анионов - на -ат.

Для построения названий сложных веществ используются корни (иногда усеченные) русских названий элементов, например, бериллий - бериллат, молибден - молибдат, фосфор - фосфид и фосфат. Традиционно применяются корни латинских названий для элементов: серебро, мышьяк, золото, углерод, медь, железо, ртуть, марганец, азот, никель, свинец, сера, сурьма, кремний, олово:

Ag - аргентат	N - нитрид, нитрат
As - арсид, арсенат	Ni - никелат
Au - аурат	Pb - плюмбат
C - карбид, карбонат	S - сульфид, сульфат
Cu - купрат	Sb - стибид (антимонид), стибат
Fe - феррат	Si - силицид, силикат
Hg - меркурат	Sn - станнат
Mn - манганат	

В названиях сложных веществ употребляются как числовые приставки, так и степени окисления катиона (обычно металлического) при точно известном заряде аниона, например, P_4O_{10} - декаоксид тетрафосфора, V_2O_5 - оксид ванадия (V), $\text{Bi}(\text{OH})_3$ - гидроксид висмута (III).

Названия кислот и кислотных остатков приводятся в учебном пособии [1]. Названия кислотных остатков используют при построении названий солей. Соли - продукты реакций нейтрализации. Соли, содержащие кислотные остатки с незамещенными атомами водорода, - к и с л ы е соли. Соли, содержащие гидроксид-ионы, называют о с н о в н ы м и солями.

$\text{Ca}(\text{H}_2\text{PO}_4)_2$ - дигидрофосфат кальция

KHSO_4 - гидросульфат калия

$\text{FeOH}(\text{NO}_3)_2$ - гидроксонитрат железа (III)
 $(\text{CaOH})_2\text{SO}_4$ - гидроксосульфат кобальта (II)
 $\text{Cu}_2\text{CO}_3(\text{OH})_2$ - дигидроксид-карбонат димеди

Если соли содержат два разных катиона, то их называют
д в о й н ы м и.

$\text{KAl}(\text{SO}_4)_2$ - сульфат алюминия-калия
 $\text{CaMg}(\text{CO}_3)_2$ - карбонат магния-кальция

ОБЩИЕ ПРАВИЛА РАБОТЫ В ХИМИЧЕСКОЙ ЛАБОРАТОРИИ

Прежде чем приступить к работе по данной теме, следует изучить ее по описанию, уяснить цель задания и план его выполнения.

Не загромождайте рабочее место портфелями, свертками, сумками, перчатками и т.п. Для них отведены специальные этажерки. На рабочем столе должны находиться только необходимые приборы и лабораторный журнал.

Работайте тщательно, аккуратно, без лишней торопливости, соблюдайте в лаборатории тишину.

Внимательно наблюдайте за ходом опыта, отмечая и записывая каждую его особенность.

Категорически запрещается в лаборатории принимать пищу, пробовать химические вещества на вкус.

Без указания преподавателя не проводите никаких дополнительных опытов.

После окончания работы вымойте использованную посуду, выключите воду, электрические приборы и приведите в порядок рабочее место.

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ РАБОТЕ С ХИМИЧЕСКИМИ РЕАКТИВАМИ

Для выполнения работ в лаборатории имеется определенный набор химических реактивов, часть которых размещается на лабораторных столах (водные растворы солей), а остальные - концентрированные и разбавленные кислоты и щелочи, сухие соли, дурно пахнущие вещества - в вытяжных шкафах.

При использовании реактивов следует соблюдать следующие правила:

1. Не разрешается уносить реактивы из вытяжного шкафа на рабочее

место.

2. Сухие реактивы набирают чистым шпателем или ложечкой.
3. Для проведения опыта в пробирке брать сухое вещество в количестве, закрывающем дно пробирки, а раствора - не более $1/6$ ее объема.
4. Избыток реактива нельзя высыпать (выливать) обратно в те склянки, из которых они были взяты.
5. Не следует путать пробирки от разных склянок. Крышки и пробирки кладут на стол поверхностью, не соприкасающейся с реактивом.
6. При нагревании растворов в пробирке держать ее таким образом, чтобы отверстие пробирки было направлено в сторону от работающего и его соседей по рабочему месту.
7. При разбавлении концентрированных кислот вливать кислоту в воду, а не наоборот.
8. Остатки растворов, содержащих кусочки металлов, собирают в специальные склянки, находящиеся в вытяжных шкафах.

ОКАЗАНИЕ ПЕРВОЙ МЕДИЦИНСКОЙ ПОМОЩИ

При порезах стеклом удаляют осколки из раны, смазывают края раны раствором йода и перевязывают бинтом.

При ожоге горячей жидкостью или горячим предметом обожженное место обрабатывают раствором перманганата калия, накладывают мазь от ожога.

При ожогах кислотами сразу промывают обожженное место большим количеством воды, а затем 3%-ным раствором гидрокарбоната натрия.

При ожогах едкими щелочами хорошо и обильно промыть обожженное место проточной водой, затем разбавленным раствором уксусной кислоты и опять водой.

При попадании кислоты или щелочи в глаза немедленно промыть глаза в течение трех минут большим количеством воды, а затем раствором гидрокарбоната натрия или борной кислоты.

ОФОРМЛЕНИЕ ЛАБОРАТОРНОГО ЖУРНАЛА

Каждый студент должен иметь лабораторный журнал - отдельную тетрадь для записей.

В лабораторном журнале студент выполняет отчеты по лаборатор-

ным работам, домашние задания, решает задачи, отвечает на контрольные вопросы.

Все наблюдения и выводы по экспериментальной работе студент заносит в лабораторный журнал непосредственно после выполнения опыта.

Отчеты по выполненным лабораторным работам должны содержать:

- 1) название лабораторной работы,
- 2) названия всех проделанных опытов,
- 3) после названия опыта записывается уравнение проделанной реакции, в котором указываются осадки ($\downarrow$) и их окраска, газы ($\uparrow$), изменения окраски растворов,
- 4) задания, указанные в методическом руководстве,
- 5) выводы по каждому опыту и общий вывод по работе.

1. ПЕРИОДИЧНОСТЬ ИЗМЕНЕНИЯ СВОЙСТВ ОКСИДОВ И ГИДРОКСИДОВ

Цель работы - изучение изменения кислотно-основных свойств гидроксидов в периодах и группах периодической системы Д.И. Менделеева.

Периодическая система Д.И. Менделеева - естественная система химических элементов, созданная на основе периодического закона.

Положение элемента в периодической системе определяет физико-химические свойства соответствующих им простых веществ и химических соединений.

Периодичность свойств химических соединений удобно проследить на примере оксидов и гидроксидов. Оксиды и гидроксиды относятся к основным пороодообразующим минералам, они широко распространены и составляют 17% от массы земной коры.

В табл.1.1. приведены наиболее часто встречающиеся реакции взаимодействия оксидов и гидроксидов с водой.

Кислотно-основные свойства соединений можно объяснить на основе электростатических представлений. Ослабление основных и усиление кислотных свойств гидроксидов связано с изменением поляризующего действия элемента, образующего гидроксид, на группу OH^- . Поляризующее действие катиона сильно зависит от его строения и может быть охарактеризовано следующими закономерностями:

- 1) Поляризующее действие иона очень быстро возрастает с увеличением его заряда;

Таблица 1.1

Кислотно-основные реакции оксидов и гидроксидов

Тип оксида (гидроксида)	Типичная реакция
Сильно - кислый	$\text{SO}_3(\text{г}) + \text{H}_2\text{O} = \text{SO}_4^{2-}(\text{р}) + 2\text{H}^+(\text{р})$
Слабо - кислый	$\text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{HCO}_3^-(\text{р}) + \text{H}^+(\text{р})$
Амфотерный	$\text{Zn}(\text{OH})_2(\text{к}) \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{\text{H}^+(\text{р})} \text{Zn}^{2+}(\text{р}) + \text{H}_2\text{O} \\ \xrightarrow{\text{OH}^-(\text{р})} [\text{Zn}(\text{OH})_4]^{2-}(\text{р}) \end{cases}$
Слабо - основной	$\text{Fe}(\text{OH})_2(\text{к}) \rightleftharpoons \text{FeOH}^+(\text{р}) + \text{OH}^-(\text{р})$
Сильно - основной	$\text{Li}_2\text{O}_3 + \text{H}_2\text{O} = 2\text{Li}^+(\text{р}) + 2\text{OH}^-(\text{р})$

2) большое значение имеет строение внешней электронной оболочки, по этому признаку катионы разделяются на ионы с незаконченным внешним слоем, переходным от 8-электронного и 18-электронному (Mg^{2+} , Fe^{2+} , Fe^{3+}) и ионы с 18-электронным внешним слоем (Zn^{2+} , Ag^+);

3) при сходном строении внешней электронной оболочки и равном заряде поляризующее действие иона возрастает по мере уменьшения его радиуса.

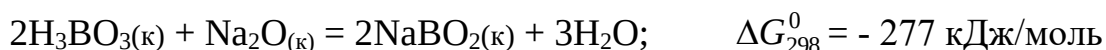
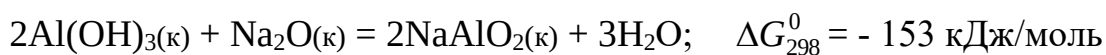
Итак, ослабление основных и усиление кислотных свойств гидроокисей связано с увеличением поляризующего действия катиона, т.е. с убыванием его радиуса и возрастанием положительной степени окисления, а также с увеличением числа внешних электронов. Например, если катион имеет малый заряд сравнительно большой радиус, его электростатическое притяжение к группе OH^- невелико и OH^- выступает в гидроксиде как единое целое. Поэтому типичными основаниями являются гидроксиды элементов, находящихся в главных подгруппах I и II групп периодической системы (KOH , NaOH), а также NH_4OH .

По мере увеличения поляризующего действия катиона возрастает ковалентность связей элемент-кислород и усиливается ионный характер связей $\text{O} - \text{H}$. Основные свойства гидроксидов ослабляются и появляются кислотные свойства. Из элементов II группы бериллий и цинк дают амфо-

дают атмосферные гидроксиды, в (III) группе амфотерны гидроксиды алюминия, галлия, индия. Амфотерность характерна для большинства элементов четвертой группы периодической системы.

Когда катион имеет большой положительный заряд и малый радиус (что типично для неметаллов), усиление его поляризующего действия приводит к тому, что водород становится подвижным и преобладает диссоциация по кислотному типу. Среди элементов третьей группы гидроксид бора - типичная кислота. В четвертой группе кислотами являются гидроксиды углерода и кремния, однако, эти кислоты еще очень слабые. Гидроксиды многих элементов с максимальной степенью окисления пятой, шестой, седьмой групп - сильные кислоты.

Способность веществ к взаимодействию определяется изменением изобарно-изотермического потенциала (ΔG) химической реакции. Чем меньше алгебраическая величина энергии Гиббса химического процесса, тем больше вероятность ее протекания в данном направлении.



Увеличение отрицательного значения ΔG_{298}^0 свидетельствует об усилении кислотных свойств гидроксида бора H_3BO_3 .

1.1. Экспериментальная часть

ОПЫТ 1. Гидроксиды магния и кальция

Поместите в пробирку небольшое количество оксида магния или кальция и прибавьте 5 мл воды. Взболтайте содержимое пробирки и испытайте реакцию среды 1-2 каплями фенолфталеина. Составьте уравнение реакции взаимодействия оксида с водой. Сделайте вывод о характере гидроксида.

ОПЫТ 2. Получение и свойства гидроксида алюминия

В пробирку налейте 2 мл раствора соли алюминия и прибавьте примерно такой же объем раствора гидроксида аммония. Содержимое пробирки распределите в две пробирки. В одну из пробирок при взбалтывании прилейте по каплям разбавленный раствор серной кислоты до полного рас-

творения осадка. Во вторую пробирку прилейте разбавленный раствор гидроксида натрия также до полного растворения осадка. Составить уравнение реакций. Сделайте вывод о характере гидроксида алюминия.

ОПЫТ 3. Двуокись углерода

Налейте в пробирку несколько мл воды и прибавьте 1-2 капли индикатора. Пропустите из аппарата Киппа в воду двуокись углерода до изменения окраски индикатора. Составьте уравнение реакции. Сделайте вывод о характере гидроксида.

ОПЫТ 4. Гидроксид кремния

В пробирку поместите раствор силиката натрия и пропустите через него углекислый газ из аппарата Киппа, при этом наблюдайте образование осадка гидроксида кремния. Напишите уравнение реакции. Сделайте вывод о кислотно-основном характере гидроксида кремния.

ОПЫТ 5. Оксид фосфора (V)

В пробирку поместите немного фосфорного ангидрида и добавьте несколько мл воды. Наблюдайте растворение, встряхивая пробирку. Испытайте реакцию среды индикаторами. Составьте уравнение реакции. Сделайте вывод о характере гидроксида.

ОПЫТ 6. Гидроксиды олова (II) и свинца (II)

а) Налейте в пробирку 2 мл раствора хлорида олова. Добавьте по каплям разбавленный раствор щелочи до образования осадка. Содержимое пробирки разделите на две части. Подействовать на одну концентрированным раствором щелочи, а на другую - соляной кислотой. Составьте уравнения реакций. Сделайте вывод о характере гидроксида олова.

б) Такой же опыт проделать с раствором соли азотнокислого свинца. На полученный гидроксид свинца подействовать азотной кислотой и щелочью. Почему для растворения гидроокиси свинца нельзя воспользоваться соляной или серной кислотами? Составьте уравнения реакций. Сделайте вывод о характере гидроксида свинца.

1.2. Контрольные вопросы и задания

1. Сравнив результаты опытов, сделайте вывод, как изменяется характер гидроксидов элементов: Mg, Al, Si, P в третьем периоде слева

направо. Чем объясняется это изменение характера гидроксидов? Как оно связано с изменением металлических свойств элементов?

2. По результатам опытов сделайте вывод об изменении кислотно-основных свойств гидроксидов элементов: C, Si, Sn, Pb в главных подгруппах сверху вниз. Как увязать такое изменение характера гидроксидов с возрастанием порядкового номера элемента и изменением металлических свойств элементов?

3. Запишите кислородные соединения марганца со степенями окисления II, IV, VI, VII и покажите, как с увеличением степени окисления изменяется характер оксидов и соответствующих им гидроксидов.

4. Укажите, какая из сравниваемых двух кислот H_2SO_3 или H_2SO_4 является более сильной и как объяснить такое явление.

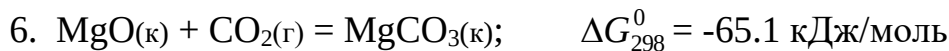
5. Какой из галогенов имеет наибольшее сродство к натрию, если энергия Гиббса для галогенидов натрия имеет следующую величину (кДж/моль):

$$\Delta G_{298}^0 \text{NaJ} = -237.2,$$

$$\Delta G_{298}^0 \text{NaBr} = -347.7,$$

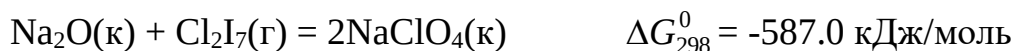
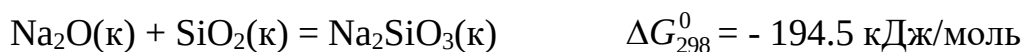
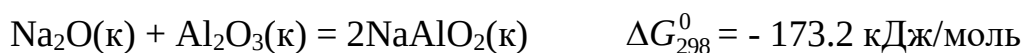
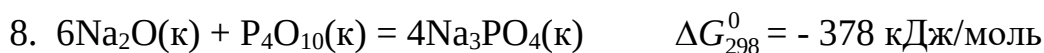
$$\Delta G_{298}^0 \text{NaCl} = -384.0,$$

$$\Delta G_{298}^0 \text{NaF} = -541.0.$$



Как изменяются кислотно-основные свойства оксидов (расположите их в ряд) и как это согласуется со значением ΔG_{298}^0 образования рассматриваемых карбонатов из оксидов?

7. Как изменяется сила кислот в ряду $\text{H}_2\text{SO}_4 - \text{H}_2\text{SeO}_4 - \text{H}_2\text{TeO}_4$?



Как изменяются кислотно-основные свойства оксидов (расположите их в ряд) и как это согласуется со значениями ΔG_{298}^0 образования рассматриваемых солей из оксидов?

9. Укажите, какое из рассматриваемых двух соединений является более сильным основанием: а) гидроксид натрия или гидроксид цезия; б) гидроксид бария или гидроксид кальция? Объясните это изменение характера гидроксидов, исходя из расположения элементов в таблице Д.И. Менделеева.

2. ХИМИЧЕСКАЯ КИНЕТИКА

Ц е л ь р а б о т ы - изучение скорости химической реакции и ее зависимости от концентрации и температуры.

Раздел химии, изучающей скорость химических реакций, называется химической кинетикой.

Скорость химической реакции - это изменение концентрации реагирующих веществ в единицу времени. Зависимость скорости химической реакции выражается законом действующих масс: при постоянной температуре скорость химической реакции прямо пропорциональна произведению концентраций реагирующих веществ, взятых в степенях, равных стехиометрическим коэффициентам в уравнении реакции.

Для реакции $aA + bB = cC + dD$ скорость выразится уравнением:

$$v = k \cdot [A]^a \cdot [B]^b \quad (\text{для гомогенной системы}),$$

где v - скорость реакции;

$[A]$, $[B]$ - молярные концентрации реагирующих веществ;

k - константа скорости реакции

(при $[A] = [B] = 1$ моль/л, k численно равна v).

Для реакции $2NO_{(г)} + O_{2(г)} = 2NO_{2(г)}$ выражение скорости имеет следующий вид:

$$v = k \cdot [NO]^2 \cdot [O_2].$$

Гомогенная система состоит из одной фазы - между реагентами нет поверхности раздела. Гетерогенная система состоит из двух и более фаз. Реакция в гетерогенной системе осуществляется на поверхности раздела фаз. Скорость гетерогенной реакции не зависит от площади поверхности раздела фаз, так же как скорость гомогенной реакции не зависит от объема системы.

Концентрация твердого вещества принимается за единицу.

Зависимость скорости химической реакции от температуры описывается экспериментально найденным уравнением Вант-Гоффа:

$$v_{t_2} = v_{t_1} \cdot \gamma^{\frac{t_2 - t_1}{10}},$$

где v_{t_1} , v_{t_2} - скорость реакции при температурах соответственно t_1 и t_2 ;

γ - температурный коэффициент скорости реакции,
равный обычно 2-4.

Эта зависимость может быть выражена в виде следующего правила: при увеличении температуры на каждые 10° скорость химической реакции увеличивается в 2-4 раза.

Зависимость скорости реакции от температуры более точно может быть выражена уравнением Аррениуса:

$$k = c \cdot e^{-\frac{E_{\text{акт}}}{RT}},$$

где k - константа скорости реакции;

c - постоянная;

$E_{\text{акт}}$ - энергия активации;

R - универсальная газовая постоянная (8.31 Дж/моль · К);

T - абсолютная температура.

Из уравнения Аррениуса следует, что скорость реакции с повышением температуры увеличивается по закону экспоненты, однако интенсивность теплоотвода в конкретных условиях реакции может возрасти только линейно. В этом случае возможен скачкообразный переход от стационарного режима к нестационарному, быстрое ускорение - самовоспламенение, или цепной взрыв. По такому механизму происходят взрывы метана и угольной пыли в шахтах. Например, при повышении концентрации метана на несколько процентов достигается нижний предел взрываемости метана в воздухе, в тысячи раз ускоряется реакция окисления метана кислородом воздуха $\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 = \text{CO}_2 + 2\text{H}_2\text{O} + Q$. Концентрационные пределы взрываемости метана в воздухе от 5 до 15% по объему.

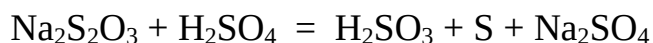
Одним из направлений в решении проблемы предупреждения взры-

вов метана и угольной пыли в шахтах, опасных по газу и пыли, является применение способов взрывозащиты, основанных на использовании распыленной воды или специальных химических соединений, которые играют роль отрицательных катализаторов (ингибиторов), теплопоглотителей в реакциях окисления углеводородов. Такие вещества носят общее название флегматизаторов горения. Этим свойством обладают гидрокарбонаты натрия и калия, гидрофосфаты аммония, бура и др.

2.1. Экспериментальная часть.

ОПЫТ 1. Зависимость скорости химической реакции от концентрации реагирующих веществ.

Соли тиосерной кислоты устойчивы в твердом состоянии и в растворе. Тиосерная кислота неустойчива и при получении распадается самопроизвольно по реакции



с образованием сернистой кислоты и свободной серы.

Постановка опыта основывается на следующем: в результате реакции между серной кислотой и тиосульфатом натрия образуется сера, выделяющаяся в виде белой мути. Время от начала реакции до момента появления мути зависит от скорости этой реакции.

В три пробирки налить по 6 мл раствора серной кислоты.

В первую пробирку влить 6 мл раствора $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$, быстро перемешать ее содержимое и одновременно включить секундомер. Отсчитать время (τ) до начала появления белой мути - коллоидной серы.

Во вторую пробирку влить смесь 4 мл раствора тиосульфата натрия и 2 мл воды. Наблюдать, через сколько секунд растворы сделаются мутными.

Результаты наблюдений записать по следующей форме, выразив значения скоростей реакций в условных единицах (десятичных дробях!) в виде $v = 1/\tau$, где τ - время в секундах.

Относительная концентрация раствора тиосульфата натрия записана в условных единицах $C_{\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3} = v_{\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3} / V_{\text{раствора}}$, где $V_{\text{раствора}}$ - общий объем раствора 12 мл. Тогда для первого случая $C_{\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3}$ 50%, для второго - 33% и третьего - 17%, что соответствует значениям 3а, 2в, а.

№ опы-та	Объем в мл			Относит. концентр. $C_{Na_2S_2O_3}$	Время до появления мути, τ	$v = \frac{1}{\tau}$
	раствора H_2SO_4	раствора $Na_2S_2O_3$	H_2O			
1	6	6	0	3a		
2	6	4	2	2a		
3	6	2	4	a		

Результаты измерений необходимо представить в виде графика. На ось абсцисс наносят значения относительных концентраций в виде трех точек, отстоящих от начала координат на a , $2a$, $3a$, где a - произвольно выбранный отрезок. Из каждой точки восстанавливается перпендикуляр, длина которого соответствует значениям скоростей реакции в условных единицах. Далее следует обдумать, каким образом, пользуясь верхними концами этих перпендикуляров, провести линию, характеризующую зависимость скорости реакции от концентрации. Подсказкой будет служить математическое выражение для скорости изучаемой реакции, которое нужно записать согласно закону действия масс.

Сделать вывод о зависимости скорости реакции от концентрации реагирующих веществ.

ОПЫТ 2. Зависимость скорости реакции от температуры опыта

Налить в одну пробирку 5 мл раствора $Na_2S_2O_3$, а другую - 5 мл раствора H_2SO_4 . Обе пробирки поместить в стакан с водопроводной водой. Спустя 5-7 минут измерить температуру воды и слить вместе содержимое обеих пробирок. Измерить время появления помутнения.

В две другие пробирки налить по 5 мл тех же растворов. Поместить пробирки в стакан с водой, нагретой на 10° выше, чем в предыдущем опыте. Через 5-7 минут слить содержимое пробирок. Измерить время до появления мути.

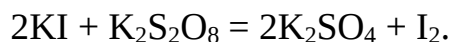
Повторить опыт, повысив температуру еще на 10° .

Результаты наблюдений выразить в виде графика, откладывая по оси абсцисс температуру опыта, по оси ординат - относительную скорость реакции.

Сделать вывод о зависимости скорости реакции от температуры.

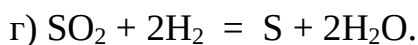
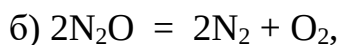
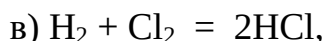
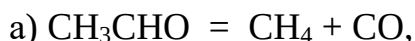
2.2. Контрольные вопросы и задания.

1. Реакция в водном растворе выражается уравнением:



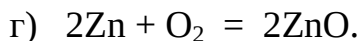
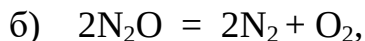
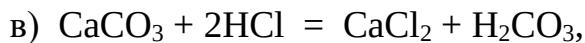
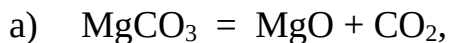
Как изменится скорость этой реакции при разбавлении реагирующей смеси в 2 раза?

2. Записать математические выражения для скорости следующих газовых реакций



Предсказать изменение скорости этих реакций при увеличении концентрации каждого из реагирующих веществ в 2 раза.

3. Записать выражения для скорости реакций



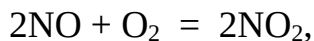
Как изменится скорость вышеуказанных реакций, если:

а) увеличить концентрацию исходных веществ в 2 раза;

б) увеличить давление в 2 раза.

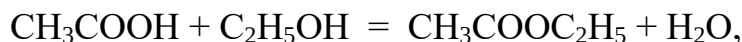
4. Срок хранения флотационного реагента, поступившего на обогательную фабрику, согласно техническим условиям составляет при температуре 20°C 2 месяца. Воспользовавшись правилом Вант-Гоффа, рассчитать срок годности этого флотореагента, если на складе фабрики поддерживается 0°C, а температурный коэффициент скорости разложения равен 2.

5. Во сколько раз изменится скорость реакции



если концентрация оксида азота уменьшится в 2 раза, а концентрация кислорода увеличивается в 2 раза?

6. Реакция протекает по уравнению



концентрацию CH_3COOH увеличили от 0.3 до 0.45 моль/л, а концентрацию $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ увеличили от 0.4 до 0.8 моль/л. Во сколько раз возросла скорость прямой реакции?

7. Кальцинированная сода (безводная Na_2CO_3) используется в виде раствора в качестве регулятора щелочности флотационного процесса. При температуре 55°C сода растворяется в 6 раз быстрее, чем при 15° . Рассчитать температурный коэффициент скорости растворения соды.

8. Для приготовления раствора силиката натрия требуемой плотности, используемого в качестве подавителя пустой породы, твердые прозрачные куски силикат-глыбы Na_2SiO_3 загружают в воду: нагревают до 95° и ведут перемешивание в течение четырех часов. Какой срок потребуется для получения раствора необходимой концентрации, если поддерживать температуру 90° ($\gamma = 2$)?

3. ХИМИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ

Ц е л ь р а б о т ы - Изучение влияния концентрации на сдвиг химического равновесия.

Многие реакции идут не до исчезновения исходных веществ, а до состояния, не изменяющегося во времени, когда в реакционной смеси можно обнаружить как исходные вещества, так и продукты реакции. Такое состояние системы называется химическим равновесием.

С термодинамической точки зрения состояние равновесия характеризуется тем, что система достигает минимального значения энергии Гиббса (при заданных температуре, давлении и общем составе).

С кинетической точки зрения при равновесии скорости процессов образования продуктов реакции из исходных веществ и исходных веществ из продуктов выравниваются. Скорость достижения равновесия в зависимости от природы процесса, условий, а также наличия подходящих катализаторов может варьировать от малых долей секунды до веков и тысячелетий.

Если равновесие достигнуто, то для реакции



называемая константой равновесия, принимает определенное значение. Константа равновесия зависит от температуры, но не зависит от конкретных количеств реагентов и порядка их взаимодействия.

Изменение равновесных концентраций при внешнем воздействии называется **с м е щ е н и е м х и м и ч е с к о г о р а в н о в е с и я**.

Основным законом, управляющим смещением равновесия, служит принцип Ле-Шателье: «Если на систему, находящуюся в равновесии, оказывается внешнее воздействие, то равновесие смещается в сторону, указываемую воздействием, до тех пор, пока нарастающее в системе противодействие не станет равно оказанному воздействию».

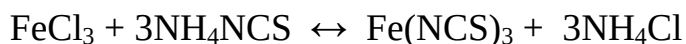
Внешним воздействием, смещающим равновесие, может быть изменение температуры, давления, концентрации одного или нескольких веществ, участвующих в реакции. «Смещение равновесия в сторону, указанную воздействием» означает, что при повышении давления преимущество получает процесс, ведущий к уменьшению объема, т.е. к тому же результату, что и само воздействие. Нагревание ведет к увеличению роли эндотермического процесса, т.е. процесса, увеличивающего запас энергии в системе (эндотермические реакции идут с поглощением тепла, а экзотермические - с его выделением).

Увеличение концентрации одного из веществ приводит к смещению равновесия в сторону расходования этого вещества.

3.1. Экспериментальная часть

ОПЫТ 1. Влияние концентрации веществ на смещение химического равновесия.

Реакция между хлоридом железа и тиоцианатом аммония протекает по уравнению:



Красная окраска образовавшегося раствора обусловлена содержанием в нем тиоцианата (роданида) железа. По изменению интенсивности этой окраски можно судить о направлении смещения равновесия при изменении концентрации какого-либо реагирующего вещества.

В одной пробирке приготовить смесь (по 4 мл) разбавленных растворов FeCl_3 и NH_4NCS . Полученный окрашенный раствор разлить поровну в 4 пробирки.

В первую пробирку добавить 2 капли насыщенного раствора FeCl_3 . Во вторую пробирку добавить несколько кристалликов NH_4NCS (или KNCS). В третью пробирку всыпать немного твердой соли NH_4Cl (или KCl). Четвертую пробирку оставить для сравнения.

Записать уравнение химической реакции и выражение для константы

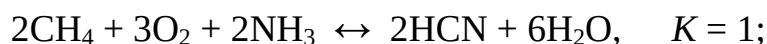
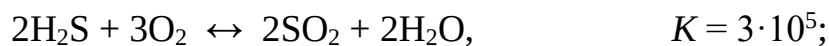
равновесия. Сделать выводы о влиянии концентрации веществ на смещение химического равновесия с использованием принципа Ле-Шателье.

Форма записи

Что добавлено	Изменение интенсивности окраски	Смещение равновесия
1. FeCl ₃	более интенсивная	вправо
2. NH ₄ NCS		
3. NH ₄ Cl		

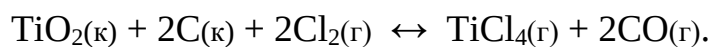
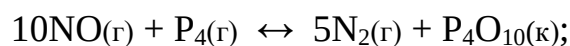
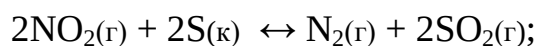
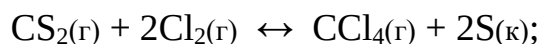
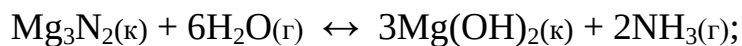
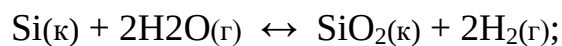
3.2. Контрольные вопросы и задания

1. К гомогенных химических системах при постоянных давлении и температуре установилось состояние равновесия:



По данным значениям констант равновесия укажите, реагенты или продукты будут преобладать в равновесной смеси веществ. На основании закона действующих масс составьте выражения для констант равновесия.

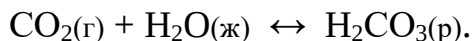
2. В гетерогенных химических системах установилось состояние равновесия:



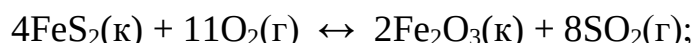
На основании закона действующих масс составьте выражения для

констант равновесия.

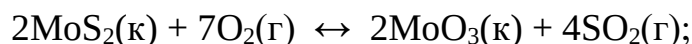
3. За последние 100 лет количество углекислого газа, поступающее за счет сжигания ископаемого топлива, возросло в 50 раз, а парциальное давление CO_2 в атмосфере за это же время увеличилось в 1.2 раза. Объясните это соотношение, допустив, что CO_2 поглощается океаном:



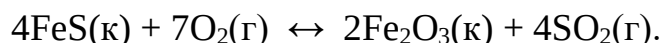
4. Рассчитать равновесный выход диоксида серы в реакциях окислительного обжига сульфидных минералов - пирита, молебденита, пирротина, если в состоянии равновесия количество SO_2 равно 0.4 моль, а начальный объем O_2 составлял 33.6 л (н.у.):



пирит



молибденит



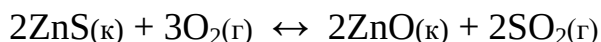
пирротин

5. Равновесный процесс, протекающий в подземных пещерах при образовании сталактитов и сталагмитов, можно описать уравнением



Напишите выражение для константы равновесия этого процесса. Укажите, в какую сторону сдвигается равновесие а) при улетучивании CO_2 , б) испарении воды, в) увлажнении атмосферы в пещерах.

6. Состояние равновесия реакции окисления сфалерита



установилось при равновесной концентрации диоксида серы, равной 0.25 моль/л. Рассчитать исходную концентрацию кислорода.

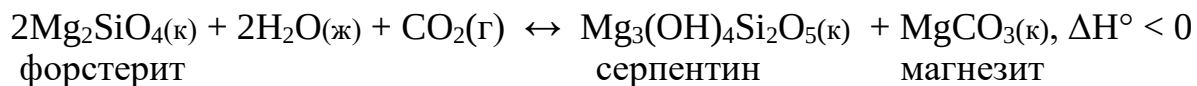
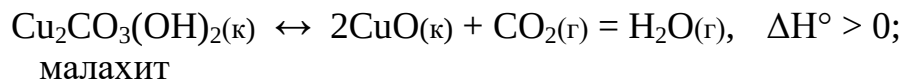
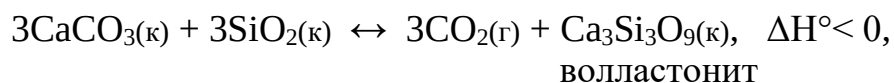
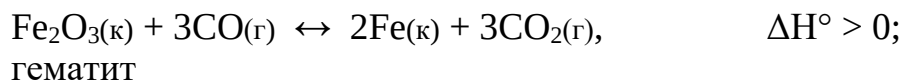
7. В герметически закрытом сосуде объемом 0.25 л проводят реакцию восстановления антимонита



Равновесная концентрация каждого газообразного вещества равна 0.3 моль/л. Для смещения равновесия добавляют 0.1 моль CO . Определить новые равновесные концентрации CO и COS .

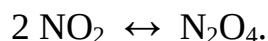
8. Определить, влево или вправо сместится положение равновесия

реакций



при следующих воздействиях: а) введение избытка диоксида углерода, б) нагревание, в) увеличение давления.

9. На некоторых предприятиях систематически из труб в атмосферу выбрасываются оксиды азота, что можно наблюдать как газ красно-желтого цвета (лисий хвост). Объяснить причину различной интенсивности окраски этого газа в зависимости от времени года (лето, зима), если известно, что NO_2 - бурый газ при -11°C превращается в димер N_2O_4 - бесцветные кристаллы, а при обычных условиях существует смесь NO_2 и N_2O_4



Укажите знак при ΔH в этом уравнении.

4. ИОННЫЕ РАВНОВЕСИЯ В РАСТВОРАХ ЭЛЕКТРОЛИТОВ

Ц е л ь р а б о т ы - Изучение смещения ионного равновесия в водных растворах.

Электрoлитaми нaзывают вeщeствa, диссоциирующие в рaствoрaх (или рaсплaвaх) нa иoны и спoсoбные прoвoдить элeктрический тoк. Рaспaд вeщeствa нa иoны нaзывается элeктрoлитической диссоциацией. Пeрeнoс тoкa в рaствoрaх (и рaсплaвaх) элeктрoлитoв oсущeствляется пoлoжитeльными и oтрицaтельными иoнaми, кoтoрые нaзываются кaтиoнaми и aниoнaми. К элeктрoлитaм oтнoсятся соли, кислoты и oснoвaния.

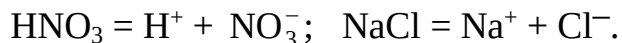
Для количественной характеристики электролитической диссоциации используется степень диссоциации α - доля моля электролита, существующая в растворе в виде ионов:

$$\alpha = C/C_0,$$

где C - концентрация молекул, распавшихся на ионы, моль/л;

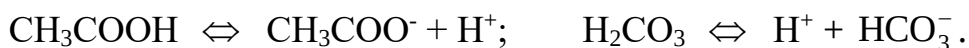
C_0 - исходная концентрация раствора, моль/л.

По величине степени диссоциации все электролиты делятся на сильные и слабые. К сильным относятся те электролиты, α - степень диссоциации которых равна единице, т.е. $C = C_0$. Распад на ионы сильных электролитов протекает необратимо. В растворе сильного электролита не может быть недиссоциированных молекул.



К сильным электролитам относятся практически все соли, гидроксиды щелочных и щелочно-земельных металлов и некоторые кислоты (например, HCl , HNO_3 , H_2SO_4 , HBr , HI , HClO_4)

Степень диссоциации слабых электролитов меньше единицы ($C < C_0$). Их ионизация протекает обратимо:



Константу равновесия электролитической диссоциации слабого электролита называют константой диссоциации. Например, при 298 К

$$K_{\text{CH}_3\text{COOH}} = \frac{C_{\text{CH}_3\text{COO}^-} \cdot C_{\text{H}^+}}{C_{\text{CH}_3\text{COOH}}} = 1.8 \cdot 10^{-5}.$$

$$K_{\text{H}_2\text{CO}_3} = \frac{C_{\text{H}^+} \cdot C_{\text{HCO}_3^-}}{C_{\text{H}_2\text{CO}_3}} = 4.4 \cdot 10^{-7}.$$

Из величин констант видно, что угольная кислота по первой ступени электролит более слабый, чем уксусная кислота.

Степень и константа ионизации слабого электролита связаны зависимостью (закон Оствальда):

$$K = \frac{\alpha^2 \cdot C_0}{1 - \alpha}.$$

Если степень ионизации электролита значительно меньше единицы, то уравнение можно записать $K = \alpha^2 \cdot C_0$, откуда следует, что α возрастает с разведением раствора.

В чистой воде кроме молекул H_2O содержатся протоны и гидроксид-ионы, при этом

$$[\text{H}^+] = [\text{OH}^-] = 1 \cdot 10^{-7} \text{ моль/л (25}^\circ \text{C)}.$$

Содержание протонов и гидроксид-ионов выражают также через водород-

ный показатель $pH = 1g [H^+]$. При $pH = 7$ среду водного раствора называют нейтральной, при $pH < 7$ - кислотной и при $pH > 7$ - щелочной.

Каковы пределы значений pH в природе? Рудничные воды выветривающихся колчеданных месторождений, содержащие свободную серную кислоту, имеют pH около 2, а воды окисляющихся месторождений самородной серы в песчаниках - еще ниже. Воды кратерных озер имеют pH 1-3, торфяных болот около 4, буроугольных месторождений около 5, pH дождевой воды примерно 5.5. Обычные грунтовые воды имеют pH 6.5 - 8.5, морская вода (в зависимости от времени года, ее температуры, количества растворенной в ней углекислоты, органических кислот, привнесенных реками) колеблется от 8.2 до 8.5. В содовых озерах pH достигает 9-10.

4.1. Экспериментальная часть

ОПЫТ 1. Сравнение относительной силы кислот

В одну пробирку наливают 1-2 мл 2М раствора уксусной кислоты, в другую - столько же раствора соляной кислоты той же концентрации. В обе пробирки добавляют небольшое количество мелко измельченного известняка. Взбалтывая пробирки с содержимым, наблюдать, одинаково ли быстро растворяется $CaCO_3$ во взятых кислотах.



Интенсивность выделения CO_2 при этой реакции служит относительным индикатором концентрации водородных ионов. Рассчитайте, во сколько раз концентрация протонов в растворе HCl больше, чем в растворе CH_3COOH , если $K_{CH_3COOH} = 1.8 \cdot 10^{-5}$.

Напишите уравнения диссоциации обеих кислот.

ОПЫТ 2. Влияние концентрации одноименных ионов на ионизацию слабой кислоты.

К 1-2 мл 2М раствора уксусной кислоты в двух пробирках прибавьте 2 капли метилоранжа. Отметьте окраску индикатора. Добавьте при перемешивании в одну пробирку несколько кристалликов ацетата аммония до изменения цвета раствора. Как изменился pH раствора? Объясните изменение pH , применяя правило Ле Шателье и используя выражение константы диссоциации CH_3COOH

ОПЫТ 3. Влияние концентрации одноименных ионов на ионизацию слабого основания.

В две пробирки наливают по 1-2 мл 2М раствора гидроксида аммония и по 2 капли фенолфталеина. В одну из пробирок добавляют при перемешивании несколько кристалликов ацетата аммония до изменения цвета раствора. Объясните причину наблюдаемого изменения окраски на основании уравнения диссоциации NH_4OH , принципа Ле Шателье и константы диссоциации NH_4OH .

ОПЫТ 4. Определение характера диссоциации гидроксидов

В три пробирки наливают по 2-3 мл растворов: в 1-ю - силиката натрия, во 2-ю - сульфата никеля, в 3-ю - сульфата цинка. До начала выпадения осадков гидроксидов добавляют по каплям в 1-ю - раствор серной кислоты, а во 2-ю - раствор гидроксида натрия.

Содержимое каждой пробирки взбалтывают и разливают каждый осадок гидроксидов на две пробирки. В одну пробирку добавляют разбавленной кислоты, а в другую концентрированной щелочи. На основании наблюдений за растворением осадков кремниевой кислоты, гидроксида никеля и гидроксида цинка в кислоте и щелочи сделайте вывод о кислотно-основном характере электролитической диссоциации этих гидроксидов.

Напишите уравнения диссоциации гидроксидов.

4.2. Контрольные вопросы и задания

1. Присутствие каких ионов можно ожидать в водном растворе сернистой кислоты H_2SO_3 ? Запишите выражения для констант диссоциаций этой кислоты.
2. Почему константа электролитической диссоциации служит более удобной характеристикой, чем степень диссоциации?
3. Объясните, почему соли являются сильными электролитами. На примере NaHCO_3 укажите характер химических связей, по которым электролитическая диссоциация протекает в водном растворе: а) практически полностью; б) частично; в) отсутствует.
4. Укажите, корректно ли сопоставлять такие свойства, как растворимость вещества и способность его к электролитической диссоциации.
5. В практике флотации используются процессы с низкими и высо-

кими значениями pH флотационной пульпы. Можно ли приготовить растворы с pH 0, -1, -2, 14, 15, 16?

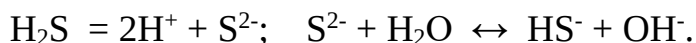
6. Вычислите концентрацию ионов водорода в 1М (9.45 %-ном) растворе серной кислоты, pH которого - 0.005. Объясните полученный результат.

7. В Первоуральске выпал кислотный дождь, водородный показатель которого равен 2.5. Во сколько раз превышена концентрация иона водорода, если обычная дождевая вода имеет pH = 5.5?

8. Шахтные воды Кизеловского бассейна содержат 0.01 г/л ионов водорода. Рассчитайте водородный показатель этих вод, концентрацию OH^- ионов. Укажите, кислотный или щелочной характер имеют эти воды.

9. Во сколько раз уменьшится концентрация ионов водорода, если к 1 литру раствора уксусной кислоты с концентрацией 0.005 моль/л прибавить 0.05 моль ацетата натрия, считая, что концентрация недиссоциированных молекул уксусной кислоты, как и объем раствора остаются практически постоянными? $K_{\text{CH}_3\text{COOH}} = 1.8 \cdot 10^{-5}$.

10. Для оценки pH раствора сероводорода студент записал следующие уравнения:



Таким образом, студент сделал вывод, что среда щелочная. Найдите ошибки в его рассуждениях.

5. РЕАКЦИИ ИОННОГО ОБМЕНА

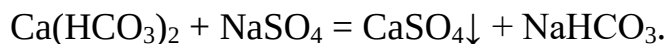
Ц е л ь р а б о т ы - выявление закономерностей протекания реакций ионного обмена в растворах электролитов.

Минералы и горные породы в условиях земной поверхности стремятся перейти в более устойчивые соединения. Известняки медленно растворяются в водах, содержащих уголекислоту, образуя гидрокарбонат кальция. Грунтовые воды, содержащие $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$, реагируют с сульфатно-хлоридно-магниевыми (морскими) водами. При этом осаждаются гипс и доломит:

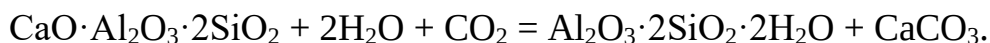


Так озера морского типа превращаются в озера континентального типа. Сульфатно-натриевые воды - результат выщелачивания горных по-

род, могут образовывать содовые озера.



Изверженные горные породы выветриваются, в полевых шпатах содержание алюминия увеличивается от ранних пород к поздним. При этом из них выносятся катионы щелочноземельных металлов. Например, из анорита образуется каолинит



В результате воздействия растворов, содержащих в повышенных концентрациях ионы Mg^{2+} и SO_4^{2-} , происходит доломитизация известняков



Если химическая реакция протекает, то она отличается следующими признаками:

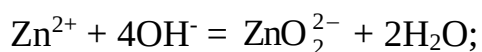
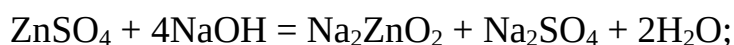
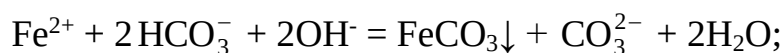
происходит образование осадка, или растворение осадка, или изменяется цвет осадка или раствора, или появляются пузырьки газа.

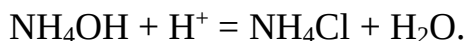
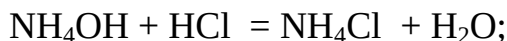
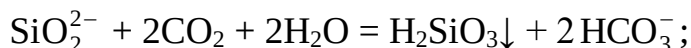
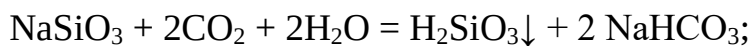
Сущность ионных реакций обмена сводится к соединению ионов в молекулы новых веществ. Равновесия ионных реакций в растворах смещаются в сторону образования слабых электролитов (слабых кислот, слабых оснований, воды) и сильных электролитов (осадков, летучих веществ).

Все кислые соли в воде растворяются, основные соли, как правило, нерастворимы.

В ионных уравнениях сильные, хорошо растворимые электролиты записываются в форме ионов, а слабые электролиты, газы и осадки - в виде молекул.

Рассмотрим следующие примеры реакций. Запишем их сначала в молекулярной форме, а затем в виде кратких ионных уравнений.





5.1. Экспериментальная часть

ОПЫТ 1. Образование осадков

а) В две пробирки наливают по 2 мл раствора хлорида бария и добавляют в одну пробирку сульфата натрия, а в другую - нитрата калия. Написать молекулярное и ионное уравнения и сделать вывод, в каком случае соль реагирует с другой солью;

б) В две пробирки наливают по 2 мл раствора сульфата меди. В одну пробирку добавляют 1 мл очень разбавленный (1%-ный) раствор гидроксида натрия, а в другую - столько же разбавленного раствора той же щелочи. Написать молекулярные и ионные уравнения, указав окраску образующихся осадков и учитывая, что в первом случае образуется основной сульфат меди $(\text{CuOH})_2\text{SO}_4$. Сделайте вывод об условиях образования основной соли и гидроксида. Осадки сохранить для выполнения опыта 2б;

в) В две пробирки наливают по 2 мл раствора хлорида кобальта. В одну пробирку добавляют разбавленного раствора щелочи до образования синего осадка основной соли. Во вторую пробирку приливают еще столько же щелочи и нагревают с целью получения гидроксида кобальта розового цвета. Содержимое пробирок оставляют для проведения опыта 2в. Написать молекулярное и ионные уравнения, указав цвет осадков.

ОПЫТ 2. Растворение осадков.

а) Наливают в пробирку известковую воду $\text{Ca}(\text{OH})_2$, через этот раствор пропускают углекислый газ из аппарата Киппа. Наблюдают образование белого осадка средней соли, продолжают пропускать пузырьки CO_2 до растворения белого осадка и получения бесцветного прозрачного раствора кислой соли $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$. Написать молекулярные и ионные уравнения образования карбоната кальция и растворения его. Сделайте вывод об условии получения кислой соли.

б) В обе пробирки опыта 1б добавляют серной кислоты до растворения осадков. Написать молекулярные и ионные уравнения реакции растворения. Объяснить причину сдвига ионного равновесия;

в) Берут пробирки с осадками опыта 1в. В пробирку с синим осадком добавляют хлороводородной кислоты, в пробирку с розовым осадком - разбавленной щелочи. Напишите молекулярные и ионные уравнения. Наблюдать растворение одного из осадков. Дать объяснения наблюдениям.

О П Ы Т 3. Образование газообразного вещества

Все сульфиты, растворимые и нерастворимые в воде, разлагаются минеральными кислотами с выделением диоксида серы, который определяют как запах горящей серы.

К раствору сульфита натрия приливают разбавленной серной кислоты. Обнаруживают запах SO_2 , стараясь запомнить его. Это позволит впредь распознавать диоксид серы органолептически.

Написать молекулярное и ионное уравнение реакции.

О П Ы Т 4. Образование слабых электролитов

а) Наливают в пробирку 1-2 мл раствора ацетата натрия и добавляют разбавленной серной кислоты. Определяют по запаху образующуюся уксусную кислоту;

б) Наливают в пробирку 1-2 мл раствора хлорида аммония и добавляют разбавленной щелочи. Определяют по запаху выделяющийся аммиак;

в) Наливают в пробирку 3 мл раствора сульфата хрома (III) и приливают к нему по каплям раствор разбавленной щелочи до появления серо-зеленого осадка гидроксида хрома.

Содержимое пробирки разделяют на две части. К одной части приливают раствор серной кислоты, к другой - раствор щелочи. Сравнить цвет полученных растворов. Сделать вывод о характере гидроксида хрома.

Для опытов а), б), в) написать молекулярные и ионные уравнения реакций, объяснить причины сдвига ионных равновесий.

Сделать вывод, в каком направлении протекают реакции ионного обмена в растворах электролитов.

5.2. Контрольные вопросы и задания

1. Составить в молекулярном виде уравнения реакций растворения следующих малорастворимых минералов:

а) стронцианит SrCO_3 переводят в водный раствор насыщением CO_2 суспензии минерала в воде;

б) сассолин $\text{B}(\text{OH})_3$ обрабатывают избытком раствора едкого натра;

в) гиббсит $\text{Al}(\text{OH})_3$ хорошо растворяется известковым молоке;

г) азурит $\text{Cu}(\text{OH})_2 \cdot 2\text{CuCO}_3$ обрабатывают хлороводородной кислотой;

д) гетит Fe_2O_3 хорошо растворяется в серной кислоте;

е) гемиморфит $\text{Zn}(\text{OH})_2 \cdot \text{Zn}_3\text{Si}_2\text{O}_7$ нагревают в растворе гидроксида натрия;

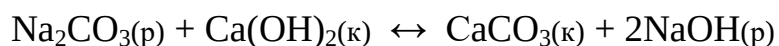
ж) брусит $\text{Mg}(\text{OH})_2$ разлагается раствором серной кислоты;

з) борнит $\text{FeS} \cdot \text{CuS} \cdot 2\text{Cu}_2\text{S}$ обрабатывают соляной кислотой.

2. При смещении водных растворов одного из следующих веществ: NaOH , KOH , CsOH концентрацией 1 моль/л с одинаковыми объемами 1М раствором HCl , HBr , HNO_3 , HClO_4 выделяется примерно одно и то же количество теплоты, составляющее 55-59 кДж/моль. О чем это свидетельствует? Напишите уравнения реакции в ионном виде.

3. При смешении 1М водных растворов одной из следующих кислот: азотной, уксусной, бензойной с одинаковыми объемами 1М растворов KOH обнаруживаются различные тепловые эффекты. Объясните, приведя уравнения реакций в молекулярно-ионном виде.

4. Укажите причины, по которым реакция



обратима, составьте выражение для константы равновесия. Почему в этом процессе образуется только разбавленный раствор гидроксида натрия, а получение концентрированного раствора невозможно?

5. Для переработки карбонатных марганцевых руд предложен способ, основанный на выщелачивании их раствором хлорида кальция:



Можно ли регенерировать раствор хлорида кальция и вывести одновременно марганец в осадок добавлением к продуктам выщелачивания суспензии $\text{Ca}(\text{OH})_2$? Напишите уравнение реакции.

6. Растворение соли слабой кислоты в растворах кислот должно проходить тем быстрее, чем больше концентрация ионов водорода. Однако кальцит CaCO_3 растворяется в растворе уксусной кислоты быстрее, чем в растворе серной. Почему?

7. В 250 мл раствора содержится 1 г NaOH . Вычислите молярную концентрацию и pH этого раствора.

8. Кислые растворы имеют кислый вкус, щелочные - вкус мыла. Сливаются равные объемы растворов хлороводородной кислоты и гидроксида натрия одинаковой концентрации. Какой вкус полученного раствора?

9. Гашеную известь $\text{Ca}(\text{OH})_2$ используют при флотации для создания щелочной среды (pH 12 и более), отделения пирита от сфалерита и сульфидов меди. Как изменяется pH растворов извести при хранении их в открытых емкостях? Напишите уравнение реакции.

6. ГИДРОЛИЗ СОЛЕЙ

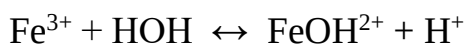
Ц е л ь р а б о т ы - Изучение свойств водных растворов, связанных с реакцией гидролиза солей.

Природные воды часто не бывают нейтральными, а имеют либо кислую, либо щелочную среду вследствие гидролиза. При химическом выветривании известняков образуются щелочные растворы, а пиритсодержащих - кислые. Изменение нейтральной реакции среды водного раствора - признак гидролиза соли, обменной химической реакции, протекающей с участием воды. Однако не все соли вступают в реакцию гидролиза. Если растворить в воде хлорид калия KCl , нейтральная реакция среды (pH = 7), характерная для чистой воды, не изменится. Соли, образованные сильным основанием и сильной кислотой (NaCl , LiNO_3 , CsBr и т.п.), в реакцию гидролиза не вступают.

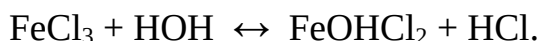
С водой взаимодействуют: 1) соли, образованные слабыми основаниями и сильными кислотами (NH_4Cl , CuSO_4 , $\text{Zn}(\text{NO}_3)_2$ и т.п.); 2) соли, образованные слабыми кислотами и сильными основаниями (Na_2S , KCN , BaCO_3 и т.п.); 3) соли, образованные слабыми основаниями и слабыми

кислотами ($\text{NH}_4\text{CH}_3\text{COO}$ и т.п.).

Из рассмотренных примеров следует, что в реакцию с водой вступают катионы слабых оснований и анионы слабых кислот. Если эти ионы многозарядны (Fe^{3+} , Cu^{2+} , CO_3^{2-} , SiO_3^{2-} и т.п.), их взаимодействие с водой обычно идет до образования основного или кислого иона (первая ступень гидролиза). Например, соль FeCl_3 , образованная слабым основанием с сильной кислотой, подвергается гидролизу по катиону:

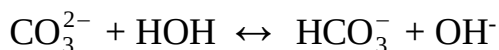


Или в молекулярной форме:

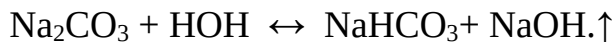


В результате гидролиза соли FeCl_3 появляется избыток катионов H^+ и раствор приобретает кислую реакцию, $\text{pH} < 7$.

Гидролизу по аниону подвергаются соли, образованные сильным основанием и слабой кислотой. В качестве примера запишем уравнение гидролиза соли Na_2CO_3 в ионном виде:

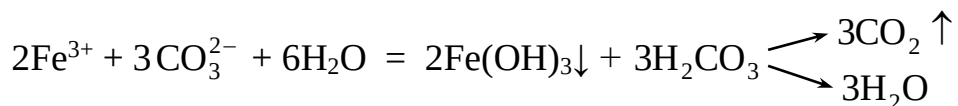
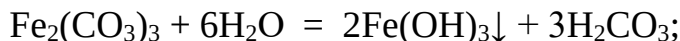


И в молекулярной форме:



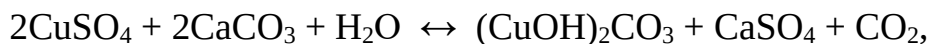
Избыток анионов OH^- придает раствору щелочную реакцию, $\text{pH} > 7$.

Если же соль образована слабым малорастворимым основанием и слабой летучей кислотой, то происходит полный необратимый гидролиз. В таблице растворимости такие соли обозначены прочерком, означающим, что эти соли в водных растворах не существуют. Например, гидролиз карбоната железа (III):

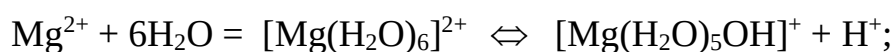


т.е. карбонат железа (III) может существовать только в виде сухой соли, а в растворе он подвергается полному гидролизу, образуя труднорастворимый гидроксид железа (III) и слабую летучую угольную кислоту. В подобных случаях в осадок выпадает наименее растворимый из возможных продуктов гидролиза. Так, растворимость $(\text{CuOH})_2\text{CO}_3$ меньше, чем $\text{Cu}(\text{OH})_2$,

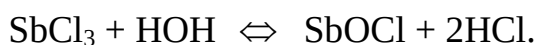
поэтому в зоне окисления минералов меди в известняках встречается малахит



В водном растворе положительные ионы металлов гидратированы. Многие из них связывают воду так прочно, что их можно рассматривать как комплексные ионы. Гидролиз солей, образованных слабыми основаниями и сильными кислотами, происходит за счет молекул воды, входящих в комплексный ион. При этом катион металла выталкивает за пределы внутренней сферы одноименно заряженный ион водорода из молекулы воды, среда становится кислой. Например, при гидролизе хлорида магния координационное число Mg^{2+} равно шести



Ионы Bi^{3+} , Sb^{3+} , Ti^{4+} , V^{4+} обладают настолько сильным поляризующим действием, что выталкивает из молекулы воды оба иона водорода, вследствие чего образуются ионы BiO^+ висмутит, SbO^+ антимонид, TiO^{2+} титанил, VO^{2+} ванадил.



6.1. Экспериментальная часть

О П Ы Т 1. Образование основной соли при гидролизе

В три пробирки наливают по 3-4 капли нейтрального раствора лакмуса и добавляют по 2 мл растворов: в одну пробирку - дистиллированной воды, в другую - сульфата натрия, в третью - сульфата алюминия. Сравнивают окраску индикатора в воде и растворах солей. Сделать вывод о возможности гидролиза.

Написать молекулярное и ионное уравнение реакции гидролиза: отразить отсутствие гидролиза в пробирке с раствором Na_2SO_4 .

О П Ы Т 2. Образование кислой соли при гидролизе

В две пробирки наливают по 3-4 капли нейтрального раствора фенолфталеина и добавляют по 2 мл растворов: хлорида натрия и карбоната натрия. Сравнивают окраску индикатора в воде и растворах солей.

Сделать вывод о возможности гидролиза.

Написать молекулярное и ионное уравнение реакции гидролиза: отразить отсутствие гидролиза в пробирке с раствором NaCl.

О П Ы Т 3. Смещение равновесия гидролиза

Налить в пробирку 1-2 мл раствора нитрата висмута $\text{Bi}(\text{NO}_3)_3$ и разбавить его водой в 3-5 раз. Наблюдать образование осадка, т.е. помутнение раствора. Составить молекулярное и ионное уравнение реакции гидролиза, зная, что труднорастворимым продуктом является соль BiONO_3 .

В пробирку с осадком BiONO_3 прибавить несколько капель концентрированной азотной кислоты. Наблюдать растворение осадка. Объяснить наблюдаемое, исходя из уравнения гидролиза.

О П Ы Т 4. Влияние нагревания на гидролиз ацетата натрия

К 3-4 мл раствора уксуснокислого натрия CH_3COONa прибавить 1-2 капли фенолфталеина и нагреть до кипения. Обратит внимание на появление розовой окраски, исчезающей при охлаждении раствора.

Написать ионное и молекулярное уравнение реакции гидролиза уксуснокислого натрия. Объясните различие окраски при нагревании и охлаждении раствора.

О П Ы Т 5. Полный гидролиз (совместный гидролиз)

К 1-2 мл раствора сернокислого алюминия $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$ прилить такой же объем раствора карбоната натрия Na_2CO_3 . Наблюдать выделение углекислого газа и образование осадка гидроксида алюминия. Написать молекулярное и ионное уравнение совместного гидролиза взятых солей.

6.2. Контрольные вопросы и задания

1. На некоторых обогащательных фабриках иногда барабаны (емкости) из-под цианида натрия обезвреживают 10%-ным раствором железного купороса FeSO_4 . Напишите уравнения реакции, ведущих к образованию в этих условиях циановодородной кислоты, и покажите тем самым, что такой способ растворения цианидов абсолютно недопустим. При подкислении до $\text{pH} \leq 9$ работать с растворами цианида натрия опасно; безопасно при $\text{pH} > 10$.

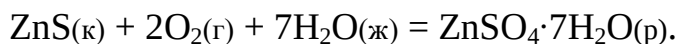
2. Раствор основания и раствор кислоты смешивают в эквивалент-

ных соотношениях. Для каких из перечисленных пар раствор будет иметь нейтральную реакцию:

- а) $\text{NH}_4\text{OH} + \text{HCl}$, б) $\text{NH}_4\text{OH} + \text{CH}_3\text{COOH}$, в) $\text{NaOH} + \text{HCl}$,
г) $\text{NaOH} + \text{CH}_3\text{COOH}$?

3. Сточные воды обогатительных фабрик, содержащие гидрокарбонат кальция, очищают от коллоидных примесей (удалить которые отстаиванием и фильтрованием невозможно) добавлением к ним сульфата алюминия. Образующийся хлопьевидный $\text{Al}(\text{OH})_3$ обволакивает коллоидные частицы примесей и вызывает их осаждение. Объясните образование $\text{Al}(\text{OH})_3$ и напишите уравнение реакции.

4. Определить, возможна ли реакция окисления сфалерита кислородом воздуха в стандартных условиях, если



ΔG_{298}^0 , кДж/моль	-201	-237	-2564

Сделайте вывод о кислотности рудничных вод, содержащих в качестве продукта выветривания сульфат цинка, записав уравнение реакции гидролиза в молекулярном и ионном виде.

5. При окислении пирита, преобладающего в колчеданных рудах, кислородом, растворенным в воде, выделяется сульфат железа (III). Поступая с нисходящим током растворов в нижние горизонты, он реагирует с породой. Сделайте вывод о составе породы, если наблюдается совместное образование гипса $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ и лимонита $\text{Fe}(\text{OH})_3$. Напишите уравнение реакции взаимодействия сульфата железа (III) и породы.

6. Объясните, приведя молекулярно-ионное уравнение, почему при нагревании раствора NaHCO_3 реакция среды из слабощелочной переходит в сильнощелочную.

7. В водном растворе хлорида цинка при нагревании происходит растворение кусочка металлического цинка. Напишите уравнения реакции, объясняя причину выделения водорода.

8. В жесткой воде ионы железа обычно присутствуют в виде гидрокарбоната железа (II). При хранении такой воды в открытых сосудах, железо окисляется кислородом воздуха, вода мутнеет из-за выпадения в осадок $\text{Fe}(\text{OH})_3$. Напишите уравнение реакции, в результате которой образуется гидроксид железа (III).



**ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный
университет»**

И. А. Низова, Н. А. Зайцева

**ЗАДАЧИ И ВОПРОСЫ
ПО КУРСУ «ХИМИЯ»
ЧАСТЬ II**

Окислительно-восстановительные реакции

**Учебное пособие для студентов о
факультета Геологии и геофизики**

Екатеринбург

2020

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

И. А. Низова, Н. А. Зайцева

ЗАДАЧИ И ВОПРОСЫ ПО КУРСУ «ХИМИЯ»

ЧАСТЬ II

Окислительно-восстановительные реакции

Учебное пособие для студентов

ФАКУЛЬТЕТА ФГИГ

Издание УГГУ

Екатеринбург, 2020

Рецензент: Г. Л. Левит, кандидат химических наук, старший научный сотрудник Института органического синтеза УрО РАН

Низова И.А., Зайцева Н.А.

ЗАДАЧИ И ВОПРОСЫ ПО КУРСУ «ХИМИЯ», часть II. Окислительно-восстановительные процессы: учебное пособие / И.А. Низова, Н.А. Зайцева – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2020. – 30 с.

В учебном пособии изложены краткие сведения об окислительно-восстановительных процессах и основных приемах составления уравнений окислительно-восстановительных реакций. Пособие содержит 20 вариантов заданий для внеаудиторной самостоятельной работы по каждой теме.

Для студентов горно-технологического факультета.

© Низова И.А., Зайцева Н.А. ©

Уральский государственный
горный университет

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Степени окисления элементов. Окислители и восстановители.....	6
2. Классификация окислительно-восстановительных реакций.....	8
3. Составление уравнений окислительно-восстановительных реакций. Метод электронного баланса.....	10
4. Составление уравнений окислительно-восстановительных реакций. Метод электронно - ионного баланса (метод полуреакций).....	13
5. Направление протекания окислительно-восстановительных реакций.....	22
Список литературы.....	20

Окислительно-восстановительными реакциями (ОВР) называют реакции, протекающие с изменением степени окисления элементов.

1. Степени окисления элементов. Окислители и восстановители.

Степень окисления – условный заряд атома, рассчитанный из предположения, что все связи в соединении ионные.

Правила вычисления степени окисления:

1. Сумма степеней окисления всех атомов, входящих в молекулу равно нулю, а всех атомов, составляющих сложный ион – заряду иона.

2. Степень окисления атома в простом веществе равна нулю.

3. Некоторые элементы имеют в соединениях постоянную степень окисления:

Фтор – только -1

Щелочные металлы (Na, K, Li, Rb, Cs) – только $+1$

Щелочноземельные металлы (Ca, Sr, Ba), Zn, Mg, Be - только $+2$

Алюминий – только $+3$.

4. Водород почти во всех соединениях имеет степень окисления $+1$. Исключение составляют гидриды металлов (NaH , CaH_2 и др.), где степень окисления водорода отрицательна (-1). Кислород почти во всех соединениях имеет степень окисления -2 . Исключение составляют фторид кислорода OF_2 , (степень окисления кислорода $+1$) и пероксиды H_2O_2 , Na_2O_2 и т.д. (степень окисления кислорода -1).

5. Максимальная положительная степень окисления элемента обычно совпадает с номером его группы в периодической системе. Максимальная отрицательная степень окисления элемента равна максимальной положительной степени окисления минус восемь. Исключение составляют фтор, кислород, железо: их высшая степень окисления выражается числом, значение которого ниже, чем номер группы, к которой они относятся. У элементов подгруппы меди, наоборот, высшая степень окисления больше единицы, хотя они и относятся к I группе.

Во время ОВР происходит обмен электронами: окислитель присоединяет электроны (сам при этом восстанавливается), восстановитель отдает электроны

(сам при этом окисляется). Окисление всегда сопровождается восстановлением и наоборот. Число электронов, отдаваемых восстановителем, всегда равно числу электронов, принимаемых окислителем.

Важнейшими окислителями и восстановителями могут быть как простые, так и сложные вещества. Так как окислитель содержит в своем составе элемент, понижающий степень окисления, а восстановитель содержит элемент, степень окисления которого повышается в ходе реакции, окислителями могут быть прежде всего соединения высших ступеней окисления, а восстановителями - низших степеней окисления, присущих данному элементу.

Из простых веществ сильными окислителями являются неметаллы верхней части VI и VII групп периодической системы, за счёт высокой электроотрицательности их атомов. Сильнее всего окислительные свойства выражены у фтора F_2 , но в практике чаще пользуются в качестве окислителей кислородом O_2 , озоном O_3 , хлором Cl_2 и бромом Br_2 . К простым веществам – восстановителям относятся водород H_2 , углерод C и металлы, из которых на практике чаще применяют алюминий, магний, натрий и цинк.

Из сложных веществ в лабораторной практике наиболее часто используются следующие окислители: перманганат калия $KMnO_4$; дихромат калия $K_2Cr_2O_7$; растворы азотной кислоты HNO_3 различных концентраций; концентрированная серная кислота H_2SO_4 ; пероксид (перекись) водорода; оксиды марганца (IV) MnO_2 , и свинца (IV) PbO_2 ; смесь концентрированных азотной и соляной кислот (1:3, «царская водка»), хлорная кислота $HClO_4$.

Из сложных веществ в лабораторной практике наиболее часто используются следующие восстановители: иодид калия KI ; сульфит натрия Na_2SO_3 ; сульфид натрия Na_2S и сероводород H_2S ; хлорид олова $SnCl_2$, монооксид углерода (угарный газ) аммиак NH_3 .

Некоторые из этих веществ проявляют как окислительные, так и восстановительные свойства в зависимости от ОВР: CO , H_2O_2 , MnO_2 , так как содержат элемент в промежуточной степени окисления.

Вопросы для самостоятельной работы

1. Определите степени окисления всех элементов, входящих в состав следующих веществ:

Номер варианта	Вещества	Номер варианта	Вещества
1	MnO ₂ , CH ₄ , Cl ₂ , KMnO ₄	11	HF, Zn, H ₃ PO ₄ , NH ₄ Cl
2	H ₂ O ₂ , H ₂ SO ₄ , I ₂ , K ₂ Cr ₂ O ₇	12	H ₂ SO ₃ , NaH ₂ SbO ₃ , Au, ZnCl ₂
3	NaH, F ₂ , K ₂ HPO ₄ , N ₂ H ₄	13	NH ₄ HS, P, C ₆ H ₆ , Ba(ClO ₄) ₂
4	OF ₂ , C ₂ H ₆ , O ₂ , K ₂ MnO ₄	14	NaNO ₂ , Ca(HS) ₂ , Ag, PH ₃
5	CaH ₂ , C ₂ H ₄ , Br ₂ , Fe ₂ (SO ₄) ₃	15	BaCO ₃ , AsH ₃ , Ca, Na ₃ SbO ₄
6	PbO ₂ , C ₂ H ₂ , O ₃ , MnOHNO ₃	16	HNO ₃ , Xe, KClO ₄ , NH ₄ OH
7	Na ₂ O ₂ , N ₂ , H ₂ O, K ₂ SiO ₃	17	Sn(OH) ₂ , CuCl ₂ , K ₂ S, Mn
8	H ₂ S, Mg, Na ₃ SbO ₃ , Cr(OH) ₃	18	Al ₂ S ₃ , Na ₂ SO ₃ , NaClO, Se
9	Na ₂ S, NH ₃ , H ₂ , KHCO ₃	19	NaClO ₂ , Al ₄ C ₃ , He, Bi(NO ₃) ₃ ,
10	AlP, CO, HCl, NH ₄ NO ₃	20	NaHSO ₃ , Si, Na ₃ AsO ₃ , Cr(OH) ₃

2. В каких из перечисленных соединений хлор может проявлять только окислительные свойства: NaCl, NaClO, HCl, KClO₃, NaClO₄, Cl₂O₇, HClO₂ ?

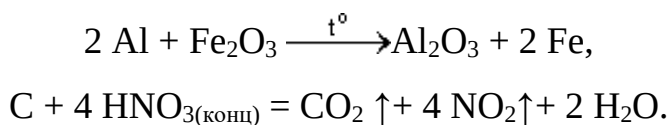
3. В каких из перечисленных соединений азот может проявлять только восстановительные свойства: NaNO₂, NO, N₂O₃, N₂H₄, N₂O, HNO₃, N₂O₅, NH₄NO₃, NH₃, NH₄Cl?

4. В каких из перечисленных соединений сера может быть как окислителем, так и восстановителем: H₂SO₄, Ca(HS)₂, H₂S, Na₂SO₃, Na₂S, SO₂, Na₂S₂O₃, SO₃, SO?

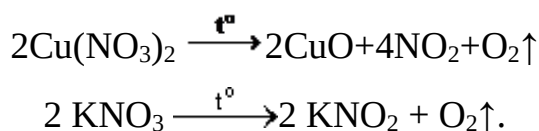
2. Классификация окислительно–восстановительных реакций

Окислительно-восстановительные реакции обычно разделяют на три типа: межмолекулярные, внутримолекулярные и реакции диспропорционирования (самоокисления-самовосстановления). Иногда в эту классификацию добавляют четвертый тип – реакции конпропорционирования.

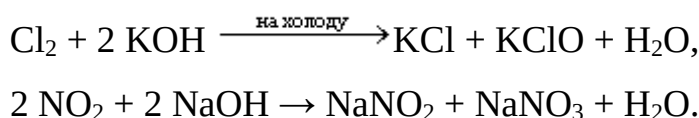
1) Межмолекулярные реакции протекают с изменением степени окисления атомов, которые находятся в различных молекулах. Например:



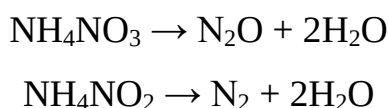
2) К внутримолекулярным реакциям относятся такие реакции, в которых окислитель и восстановитель входят в состав одной и той же молекулы, например:



3) В реакциях диспропорционирования (самоокисления-самовосстановления) один и тот же элемент является и окислителем, и восстановителем:



4) В реакциях конпропорционирования один и тот же химический элемент, имеющий разные степени окисления, в результате приводится к единой степени окисления:



Вопросы для самостоятельной работы

1. Какие из перечисленных веществ могут вступать в реакции диспропорционирования: HNO_3 , HNO_2 , H_2SO_4 , NH_4NO_3 , Br_2 , H_2O_2 , CaH_2 ?

2. Приведите пример реакции межмолекулярного конпропорционирования.

3. Является ли реакция разложения перманганата калия реакцией диспропорционирования? Реакцией конпропорционирования?



3. Составление уравнений окислительно-восстановительных реакций.

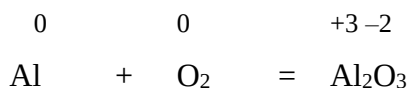
Метод электронного баланса

Для составления уравнений ОВР используются два метода: метод электронного баланса и метод полуреакций (электронно-ионного баланса). При использовании любого из этих методов прежде всего необходимо определить окислитель и восстановитель, рассчитав степени окисления всех элементов в левой и правой частях уравнения. Затем записать отдельно процесс окисления и процесс восстановления, соблюдая принцип электронного баланса: число электронов, отданных восстановителем, должно быть равно числу электронов, принятых окислителем.

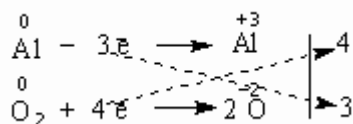
Метод электронного баланса универсален, он позволяет определить коэффициенты в реакциях, протекающих как в растворах, так и без растворителя, в веществах в любых агрегатных состояниях. Он удобен для написания реакций термического разложения, взаимодействия двух простых веществ

Пример 1. $\text{Al} + \text{O}_2 \rightarrow \text{Al}_2\text{O}_3$

Определим степени окисления:

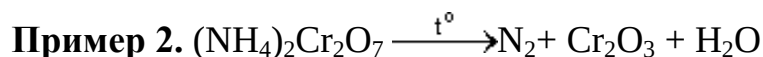
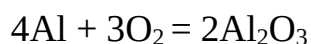


Алюминий отдает электроны (приобретает положительную степень окисления), а кислород – принимает электроны (приобретает отрицательную степень окисления). Чтобы получить степень окисления +3, атом алюминия должен отдать 3 электрона. Молекула кислорода, чтобы превратиться в кислородные атомы со степенью окисления –2, должна принять 4 электрона:

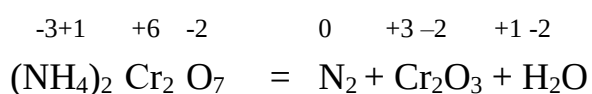


Чтобы количество отданных и принятых электронов выровнялось, первое уравнение надо умножить на 4, а второе – на 3. Для этого достаточно переместить числа отданных и принятых электронов против верхней и нижней строчки так, как показано на схеме вверху.

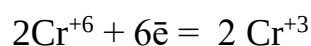
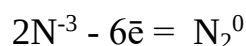
Если теперь в уравнении перед восстановителем (Al) мы поставим найденный нами коэффициент 4, а перед окислителем (O₂) – найденный нами коэффициент 3, то количество отданных и принятых электронов выравнивается и становится равным 12. Электронный баланс достигнут. Видно, что перед продуктом реакции Al₂O₃ необходим коэффициент 2. Теперь уравнение окислительно-восстановительной реакции уравнено:



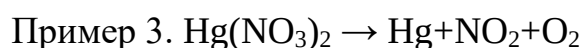
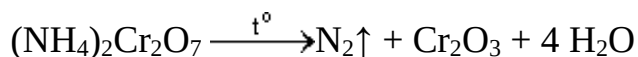
Определим степени окисления:



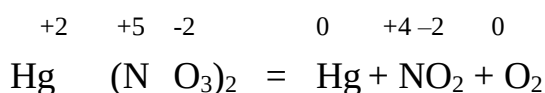
Азот отдаёт электроны, хром получает.



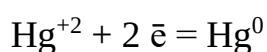
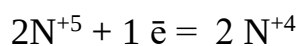
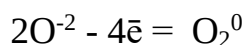
Число электронов отданных и принятых одинаково, электронный баланс достигнут. Видно, что перед продуктом реакции H₂O необходим коэффициент 4. Теперь уравнение окислительно-восстановительной реакции уравнено:



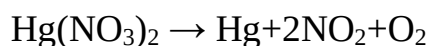
Определим степени окисления:



Кислород отдаёт электроны, ртуть и азот получают, здесь вместо привычных двух участников обмена электронами их сразу три:



Число электронов отданных и принятых одинаково, электронный баланс достигнут. Видно, что перед продуктом реакции NO₂ необходим коэффициент 2. Теперь уравнение окислительно-восстановительной реакции уравнено:



Задания для самостоятельной работы

1. Расставьте коэффициенты уравнениях реакций разложения методом электронного баланса (по вариантам). Укажите окислитель и восстановитель:

Номер варианта	Схема реакции	Номер варианта	Схема реакции
1	$\text{Mn}(\text{NO}_3)_2 \rightarrow \text{MnO}_2 + \text{NO}_2$	11	$\text{BaO}_2 \rightarrow \text{BaO} + \text{O}_2$
2	$\text{K}_2\text{MnO}_4 \rightarrow \text{K}_2\text{MnO}_4 + \text{MnO}_2 + \text{O}_2$	12	$\text{AgNO}_3 \rightarrow \text{Ag} + \text{NO}_2 + \text{O}_2$
3	$\text{Zn}(\text{NO}_3)_2 \rightarrow \text{ZnO} + \text{NO}_2 + \text{O}_2$	13	$\text{FeSO}_4 \rightarrow \text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{SO}_2 + \text{SO}_3$
4	$\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7 \rightarrow \text{O}_2 + \text{Cr}_2\text{O}_3 + \text{K}_2\text{CrO}_4$	14	$\text{KClO}_4 \rightarrow \text{KCl} + \text{O}_2$
5	$\text{Fe}(\text{NO}_3)_2 \rightarrow \text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{NO}_2 + \text{O}_2$	15	$\text{CdSO}_3 \rightarrow \text{CdSO}_4 + \text{CdS}$
6	$\text{KMnO}_4 \rightarrow \text{K}_2\text{MnO}_4 + \text{MnO}_2 + \text{O}_2$	16	$\text{HNO}_3 \rightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{NO}_2 + \text{O}_2$
7	$\text{Fe}(\text{NO}_3)_2 \rightarrow \text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{NO}_2 + \text{O}_2$	17	$\text{NaClO}_2 \rightarrow \text{NaClO}_3 + \text{NaCl}$
8	$\text{HNO}_2 \rightarrow \text{NO} + \text{NO}_2 + \text{H}_2\text{O}$	18	$\text{KClO}_3 \rightarrow \text{KCl} + \text{O}_2$
9	$\text{Co}(\text{NO}_3)_2 \rightarrow \text{CoO} + \text{NO}_2 + \text{O}_2$	19	$\text{SnSO}_4 \rightarrow \text{SnO}_2 + \text{SO}_2$
10	$\text{LiNO}_3 \rightarrow \text{Li}_2\text{O} + \text{NO}_2 + \text{O}_2$	20	$\text{Ni}(\text{NO}_3)_2 \rightarrow \text{Ni}(\text{NO}_2)_2 + \text{O}_2$

2. Расставьте коэффициенты уравнениях реакций замещения методом электронного баланса (по вариантам). Укажите окислитель и восстановитель:

Номер варианта	Схема реакции	Номер варианта	Схема реакции
1	$\text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{C} \rightarrow \text{CO}_2 + \text{Fe}$	11	$\text{Zn} + \text{AgNO}_3 \rightarrow \text{Zn}(\text{NO}_3)_2 + \text{Ag}$
2	$\text{KBr} + \text{Cl}_2 \rightarrow \text{KCl} + \text{Br}_2$	12	$\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{Mg} \rightarrow \text{MgO} + \text{Al}$
3	$\text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{H}_2 \rightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{Fe}$	13	$\text{MnO}_2 + \text{Al} \rightarrow \text{Al}_2\text{O}_3 + \text{Mn}$
4	$\text{Al} + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 + \text{H}_2$	14	$\text{H}_2\text{S} + \text{Br}_2 \rightarrow \text{S} + \text{HBr}$
5	$\text{O}_2 + \text{HI} \rightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{I}_2$	15	$\text{CuCl}_2 + \text{Cr} \rightarrow \text{Cu} + \text{CrCl}_3$
6	$\text{Al} + \text{CuSO}_4 \rightarrow \text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 + \text{Cu}$	16	$\text{Mg} + \text{SiO}_2 \rightarrow \text{MgO} + \text{Si}$
7	$\text{Ca} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2 + \text{Ca}(\text{OH})_2$	17	$\text{NaI} + \text{Cl}_2 \rightarrow \text{NaCl} + \text{I}_2$
8	$\text{TiO}_2 + \text{Mg} \rightarrow \text{MgO} + \text{Ti}$	18	$\text{Na} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2 + \text{NaOH}$
9	$\text{Al} + \text{FeO} \rightarrow \text{Al}_2\text{O}_3 + \text{Fe}$	19	$\text{KClO}_3 + \text{I}_2 \rightarrow \text{KIO}_3 + \text{Cl}_2$
10	$\text{KI} + \text{Br}_2 \rightarrow \text{KBr} + \text{I}_2$	20	$\text{Al} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{Al}(\text{OH})_3 + \text{H}_2$

4. Составление уравнений окислительно-восстановительных реакций.

Метод электронно - ионного баланса (метод полуреакций).

Метод полуреакций применим преимущественно для реакций в растворах, зато он позволяет определить коэффициенты не только у окислителя и восстановителя, но и вещества, определяющего среду раствора (кислота, щёлочь, вода), и более удобен для тех реакций, где участвуют органические молекулы. От метода электронного баланса он отличается тем, что окисление и восстановление записывают не для отдельных атомов, а для частиц, реально присутствующих в растворе: катионов, анионов, молекул. Сильные электролиты записываются в виде ионов, слабые электролиты, газы, нерастворимые вещества – в виде молекул. Для материального баланса по кислороду и водороду используются ионы H^+ или OH^- и молекулы воды. При использовании этого метода, кроме алгоритма составления полуреакций, необходимо придерживаться нескольких правил:

1. В кислой среде ни в левой, ни в правой части не должно быть ионов OH^- .
Уравнивание осуществляется за счет ионов H^+ и молекул воды.
2. В щелочной среде ни в левой, ни в правой части не должно быть ионов H^+ .
Уравнивание осуществляется за счет ионов OH^- и молекул воды.
3. В нейтральной среде ни ионов H^+ , ни OH^- в левой части быть не должно. Однако в правой части среди продуктов реакции они могут появиться.

Алгоритм подбора коэффициентов в уравнениях ОВР методом ионно-электронного баланса:

1. Составить молекулярную схему реакции с указанием исходных веществ и продуктов реакции.
2. Составить полную ионно-молекулярную схему реакции, записывая слабые электролиты, малорастворимые, нерастворимые и газообразные вещества в молекулярном виде, а сильные электролиты – в ионном.
3. Исключив из ионно-молекулярной схемы ионы, не изменяющиеся в результате реакции (без учета их количества), переписать схему в кратком ионно-молекулярном виде.

4. Отметить элементы, изменяющие в результате реакции степень окисления; найти окислитель, восстановитель, продукты восстановления, окисления.

5. Составить схемы полуреакций окисления и восстановления, для этого:

а) указать восстановитель и продукт окисления, окислитель и продукт восстановления;

б) уравнивать число атомов каждого элемента в левой и правой частях полуреакций (выполнить баланс по элементам) в последовательности: элемент, изменяющий степень окисления, кислород, другие элементы; при этом следует помнить, что в водных растворах в реакциях могут участвовать молекулы H_2O , ионы H^+ или OH^- в зависимости от характера среды:

Процесс	Кислая среда	Нейтральная среда	Щелочная среда
Связывание избытка кислорода	$\text{O}^{2-} + 2\text{H}^+ = \text{H}_2\text{O}$	$\text{O}^{2-} + \text{H}_2\text{O} = 2\text{OH}^-$	$\text{O}^{2-} + \text{H}_2\text{O} = 2\text{OH}^-$
Восполнение недостатка кислорода	$\text{H}_2\text{O} = \text{O}^{2-} + 2\text{H}^+$	$\text{H}_2\text{O} = \text{O}^{2-} + 2\text{H}^+$	$2\text{OH}^- = \text{O}^{2-} + \text{H}_2\text{O}$

в) уравнивать суммарное число зарядов в обеих частях полуреакций; для этого прибавить или отнять в левой части полуреакций необходимое число электронов (баланс по зарядам).

6. Найти наименьшее общее кратное (НОК) для числа отданных и полученных электронов.

7. Найти основные коэффициенты при каждой полуреакции. Для этого полученное в п.6 число (НОК) разделить на число электронов, фигурирующих в данной полуреакции.

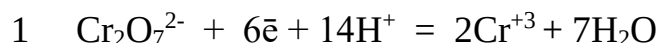
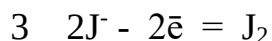
8. Умножить полуреакции на полученные основные коэффициенты, сложить их между собой: левую часть с левой, правую – с правой (получить ионно-молекулярное уравнение реакции). При необходимости “привести подобные” ионы с учетом взаимодействия между ионами водорода и гидроксид-ионами: $\text{H}^+ + \text{OH}^- = \text{H}_2\text{O}$.

9. Расставить коэффициенты в молекулярном уравнении реакции.

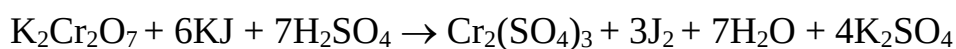
10. Провести проверку по частицам, не участвующим в ОВР, исключенным из полной ионно-молекулярной схемы (п.3). При необходимости коэффициенты для них находят подбором.

11. Провести окончательную проверку по кислороду.

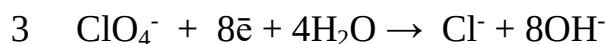
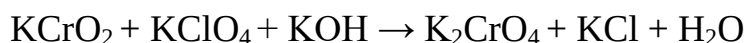
Пример 3. В кислой среде:



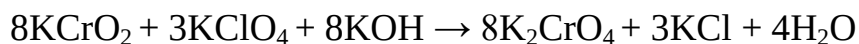
Суммарное молекулярное уравнение реакции:



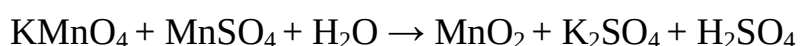
Пример 4. В щелочной среде:



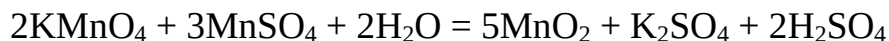
Суммарное молекулярное уравнение реакции



Пример 5. В нейтральной среде:



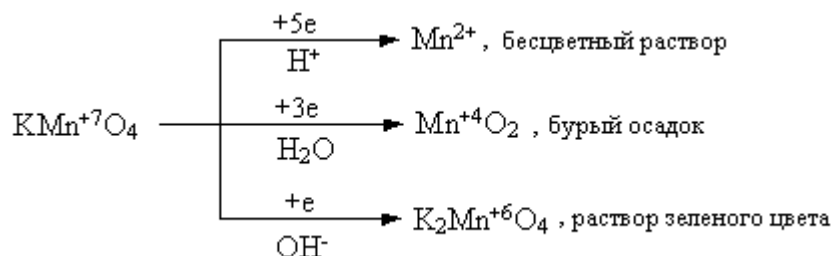
Суммарное молекулярное уравнение реакции:



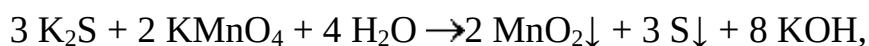
Примеры некоторых часто используемых ОВР:

1) Окислительно-восстановительные реакции с участием перманганата калия

В зависимости от среды (кислая, нейтральная, щелочная) перманганат калия, выступая в качестве окислителя, дает различные продукты восстановления:

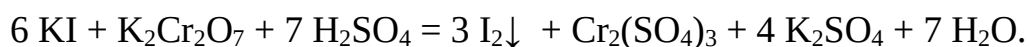
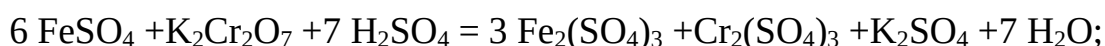


Ниже приведены реакции KMnO_4 с сульфидом калия в качестве восстановителя в различных средах. В этих реакциях продуктом окисления сульфид-иона является свободная сера. В щелочной среде молекулы KOH не принимают участие в реакции, а лишь определяют продукт восстановления перманганата калия.



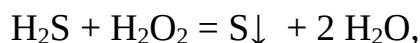
2) Окислительно-восстановительные реакции с участием дихромата калия

В кислой среде дихромат калия является сильным окислителем. Смесь $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ и концентрированной H_2SO_4 (хромпик, хромовая смесь) широко используется в лабораторной практике в качестве окислителя. Взаимодействуя с восстановителем одна молекула дихромата калия принимает шесть электронов, образуя соединения трехвалентного хрома:

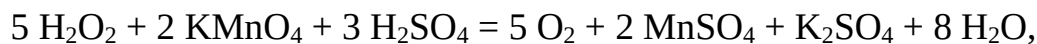


3) Окислительно-восстановительные реакции с участием пероксида водорода

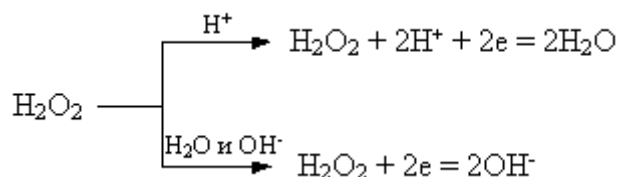
Пероксид водорода и нитрит калия проявляют преимущественно окислительные свойства:



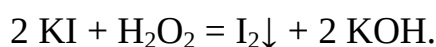
Однако, при взаимодействии с сильными окислителями (такими как, например, KMnO_4), пероксид водорода и нитрит калия выступают в качестве восстановителей:



Пероксид водорода в зависимости от среды восстанавливается по-разному:



При этом в результате реакций образуется вода или гидроксид-ионы:



Задания для самостоятельной работы

Расставьте коэффициенты уравнениях методом полуреакций. Укажите окислитель и восстановитель.

Вариант 1.

- 1) $\text{Zn} + \text{H}_2\text{SO}_{4(\text{конц.})} \rightarrow \text{ZnSO}_4 + \text{SO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{Br}_2 + \text{KOH} \rightarrow \text{KBr} + \text{KBrO}_3 + \text{H}_2\text{O}$
- 3) $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7 + \text{H}_2\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{O}_2 \rightarrow \text{O}_2\uparrow + \text{Cr}_2(\text{SO}_4)_3 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{O}$
- 4) $\text{C}_3\text{H}_6 + \text{KMnO}_4 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{MnO}_2\downarrow + \text{C}_2\text{H}_6(\text{OH})_2 + \text{KOH}$

Вариант 2

- 1) $\text{Zn} + \text{H}_2\text{SO}_{4(\text{конц.})} \rightarrow \text{ZnSO}_4 + \text{S}\downarrow + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{S} + \text{KOH} \rightarrow \text{K}_2\text{S} + \text{K}_2\text{SO}_3 + \text{H}_2\text{O}.$
- 3) $\text{BaS} + \text{HNO}_{3(\text{конц.})} \rightarrow \text{Ba}(\text{NO}_3)_2 + \text{S}\downarrow + \text{NO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 4) $\text{CH}_2=\text{C}(\text{CH}_3)_2 + \text{KMnO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MnSO}_4 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{CH}_3(\text{CO})\text{CH}_3 + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2\uparrow$

Вариант 3

- 1) $\text{Zn} + \text{H}_2\text{SO}_{4(\text{конц.})} \rightarrow \text{ZnSO}_4 + \text{H}_2\text{S}\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{NO}_2 + \text{NaOH} \rightarrow \text{NaNO}_2 + \text{NaNO}_3 + \text{H}_2\text{O}$
- 3) $\text{CrCl}_3 + \text{Cl}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7 + \text{HCl}$
- 4) $\text{CH}_3\text{C}=\text{C}(\text{CH}_3)_2 + \text{KMnO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MnSO}_4 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{CH}_3(\text{CO})\text{CH}_3 + \text{H}_2\text{O} + \text{CH}_3\text{COOH}$

Вариант 4

- 1) $\text{Al} + \text{H}_2\text{SO}_{4(\text{конц., гор.})} \rightarrow \text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 + \text{H}_2\text{S}\uparrow + \text{H}_2\text{O}$

- 2) $\text{AuCl}_3 + \text{H}_2\text{O}_2 + \text{KOH} \rightarrow \text{Au} + \text{H}_2\text{O} + \text{O}_2\uparrow + \text{KCl}$
- 3) $\text{KMnO}_4 + \text{Fe}(\text{OH})_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{MnO}_2\downarrow + \text{Fe}(\text{OH})_3\downarrow + \text{KOH}$
- 4) $\text{C}_5\text{H}_{10} + \text{KMnO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MnSO}_4 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{O} + \text{C}_2\text{H}_5\text{COOH} + \text{CH}_3\text{COOH}$

Вариант 5

- 1) $\text{Ag} + \text{H}_2\text{SO}_{4(\text{конц., гор.})} \rightarrow \text{Ag}_2\text{SO}_4\downarrow + \text{SO}_2\uparrow + 2\text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{NH}_4\text{HS} + \text{HNO}_{3(\text{конц.})} \rightarrow \text{S}\downarrow + 2\text{NO}_2\uparrow + \text{NH}_4\text{NO}_3 + 2\text{H}_2\text{O}$
- 3) $\text{MnSO}_4 + \text{H}_2\text{O}_2 + \text{KOH} \rightarrow \text{MnO}_2\downarrow + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{O}$
- 4) $\text{C}_6\text{H}_{12} + \text{KMnO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MnSO}_4 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{O} + \text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}$

Вариант 6

- 1) $\text{Bi} + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{Bi}_2(\text{SO}_4)_3 + \text{SO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{CuS} + \text{HNO}_3 \rightarrow \text{NO}_2\uparrow + \text{CuSO}_4 + \text{H}_2\text{O}$
- 3) $\text{C} + \text{H}_2\text{SO}_{4(\text{конц.})} + \text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_{7(\text{конц.})} \rightarrow \text{CO}_2\uparrow + \text{Cr}_2(\text{SO}_4)_3 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{O}$
- 4) $\text{HCOH} + \text{NaOH} + \text{I}_2 \rightarrow \text{HCOONa} + \text{NaI} + \text{H}_2\text{O}$

Вариант 7

- 1) $\text{Ag} + \text{HNO}_{3(\text{разб.})} \rightarrow \text{AgNO}_3 + \text{NO}\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{Cr}_2(\text{SO}_4)_3 + \text{Br}_2 + \text{KOH} \rightarrow \text{K}_2\text{CrO}_4 + \text{KBr} + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{O}$
- 3) $\text{Br}_2 + \text{S} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{SO}_4 + \text{HBr}$
- 4) $\text{CH}_3\text{C}\equiv\text{CCH}_3 + \text{KMnO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MnSO}_4 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{CH}_3\text{COOH} + \text{H}_2\text{O}$

Вариант 8

- 1) $\text{Ba} + \text{HNO}_{3(\text{разб.})} \rightarrow \text{Ba}(\text{NO}_3)_2 + \text{N}_2\text{O}\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{MnO}_2 + \text{HCl} \rightarrow \text{MnCl}_2 + \text{H}_2\text{O} + \text{Cl}_2\uparrow$
- 3) $\text{As}_2\text{O}_3 + \text{NaOH} + \text{NaNO}_3 \rightarrow \text{Na}_3\text{AsO}_4 + \text{NaNO}_2 + \text{H}_2\text{O}$
- 4) $\text{C}_6\text{H}_5\text{-CH}_3 + \text{KMnO}_4 \rightarrow \text{C}_6\text{H}_5\text{COOK} + \text{KOH} + \text{MnO}_2\downarrow + \text{H}_2\text{O}$

Вариант -9

- 1) $\text{Be} + \text{HNO}_{3(\text{разб., гор.})} \rightarrow \text{Be}(\text{NO}_3)_2 + \text{NO}\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{P} + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{H}_3\text{PO}_4 + \text{SO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 3) $\text{Bi}(\text{NO}_3)_3 + \text{NaClO} + \text{NaOH}_{(\text{конц.})} \rightarrow \text{NaBiO}_3\downarrow + \text{NaNO}_3 + \text{NaCl} + \text{H}_2\text{O}$
- 4) $\text{C}_6\text{H}_5\text{-C}_2\text{H}_5 + \text{KMnO}_4 \rightarrow \text{C}_6\text{H}_5\text{COOK} + \text{K}_2\text{CO}_3 + \text{MnO}_2 + \text{H}_2\text{O}$

Вариант 10

- 1) $\text{Cd} + \text{HNO}_{3(\text{конц.})} \rightarrow \text{Cd}(\text{NO}_3)_2 + \text{NO}_2\uparrow + 2\text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{AlBr}_{3(\text{тв.})} + \text{H}_2\text{SO}_{4(\text{конц.})} \rightarrow \text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 + \text{Br}_2 + \text{SO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 3) $\text{AsH}_3 + \text{NaOH}_{(\text{разб.})} + \text{NaClO} \rightarrow \text{Na}_3\text{AsO}_4 + \text{NaCl} + \text{H}_2\text{O}$
- 4) $\text{C}_6\text{H}_5\text{-CH}_3 + \text{KMnO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MnSO}_4 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{C}_6\text{H}_5\text{-COOH} + \text{H}_2\text{O}$

Вариант 11

- 1) $\text{Ca} + \text{HNO}_{3(\text{разб.})} \rightarrow \text{Ca}(\text{NO}_3)_2 + \text{N}_2\text{O}\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{NH}_4\text{I}_{(\text{тв.})} + \text{H}_2\text{SO}_{4(\text{конц.})} \rightarrow \text{I}_2\downarrow + \text{H}_2\text{S}\uparrow + \text{H}_2\text{O} + \text{NH}_4\text{HSO}_4$
- 3) $\text{Bi}(\text{OH})_3 + \text{KOH}_{(\text{конц.})} + \text{KMnO}_4 \rightarrow \text{KBiO}_3\downarrow + \text{K}_2\text{MnO}_4 + \text{H}_2\text{O}$
- 4) $\text{C}_6\text{H}_5\text{-CH}(\text{CH}_3)_2 + \text{KMnO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MnSO}_4 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{C}_6\text{H}_5\text{-COOH} + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2\uparrow$

Вариант 12

- 1) $\text{Ba} + \text{HNO}_{3(\text{оч. разб.})} \rightarrow \text{Ba}(\text{NO}_3)_2 + \text{NH}_4\text{NO}_3 + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{Au}_2\text{S}_3 + \text{HNO}_{3(\text{конц.})} \rightarrow \text{Au}\downarrow + \text{H}_2\text{SO}_4 + \text{NO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 3) $\text{HBrO}_3 + \text{H}_2\text{O} + \text{S} \rightarrow \text{HBr} + \text{H}_2\text{SO}_4$
- 4) $\text{C}_6\text{H}_5\text{-CH}_3 + \text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{Cr}_2(\text{SO}_4)_3 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{C}_6\text{H}_5\text{-COOH} + \text{H}_2\text{O}$

Вариант 13

- 1) $\text{Bi} + \text{HNO}_{3(\text{разб.})} \rightarrow \text{Bi}(\text{NO}_3)_3 + \text{NO}\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{PbO}_2 + \text{HCl} \rightarrow \text{PbCl}_2 + \text{Cl}_2 + \text{H}_2\text{O}$
- 3) $\text{AsH}_3 + \text{H}_2\text{O} + \text{AgNO}_3 \rightarrow \text{As}_2\text{O}_3\downarrow + \text{Ag}\downarrow + \text{HNO}_3$
- 4) $\text{CH}_3\equiv\text{CCH}_3 + \text{KMnO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MnSO}_4 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{CH}_3\text{COOH} + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2$

Вариант 14

- 1) $\text{Cd} + \text{HNO}_{3(\text{конц.})} \rightarrow \text{Cd}(\text{NO}_3)_2 + \text{NO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{C}_2\text{N}_2 + \text{KOH} \rightarrow \text{KCN} + \text{KCNO} + \text{H}_2\text{O}$
- 3) $\text{H}_2\text{SO}_3 + \text{I}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{SO}_4 + \text{HI}$
- 4) $\text{C}_4\text{H}_8 + \text{KMnO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MnSO}_4 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{CO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O} + \text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}$

Вариант 15

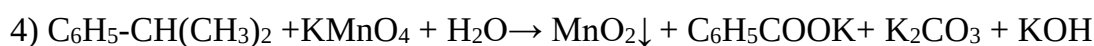
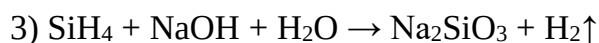
- 1) $\text{Cu} + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{CuSO}_4 + \text{SO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{AlP} + \text{HNO}_{3(\text{конц., гор.})} \rightarrow \text{Al}(\text{NO}_3)_3 + \text{H}_3\text{PO}_4 + \text{NO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 3) $\text{Br}_2 + \text{SO}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{HBr} + \text{H}_2\text{SO}_4$
- 4) $\text{C}_2\text{H}_4 + \text{KMnO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MnSO}_4 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{CO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$

Вариант 16

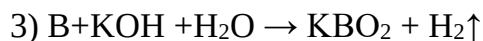
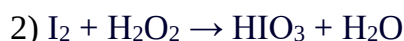
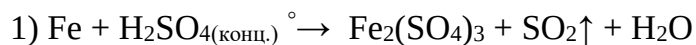
- 1) $\text{Cu} + \text{HNO}_3 \rightarrow \text{Cu}(\text{NO}_3)_2 + \text{NO} + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{H}_2\text{Cr}_2\text{O}_7 + \text{H}_2\text{O}_2 \rightarrow \text{H}_2\text{CrO}_6 + \text{H}_2\text{O}$
- 3) $\text{Si} + \text{NaOH} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{Na}_2\text{SiO}_3 + \text{H}_2\uparrow$
- 4) $\text{C}_2\text{H}_2 + \text{KMnO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MnSO}_4 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{CO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$

Вариант 17

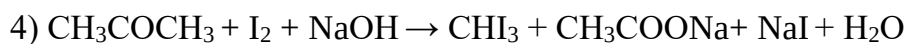
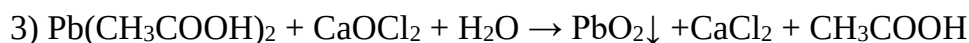
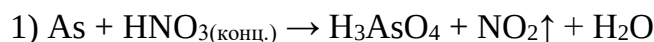
- 1) $\text{As} + \text{H}_2\text{SO}_{4(\text{конц., гор.})} \rightarrow \text{As}_2\text{O}_3\downarrow + \text{SO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{B}_2\text{S}_3 + \text{HNO}_{3(\text{конц.})} \rightarrow \text{H}_3\text{BO}_3\downarrow + \text{H}_2\text{SO}_4 + \text{NO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$



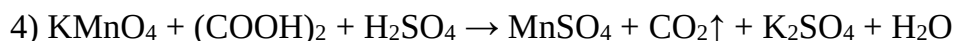
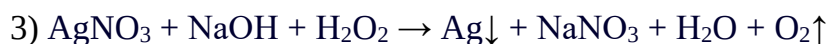
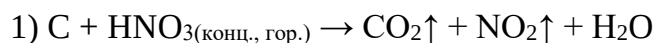
Вариант 18



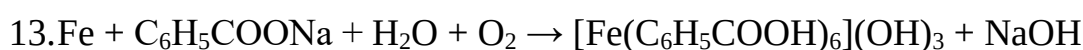
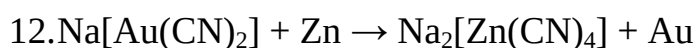
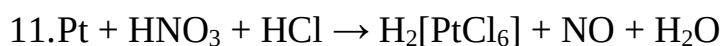
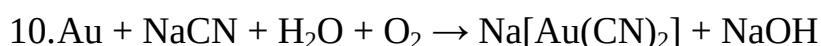
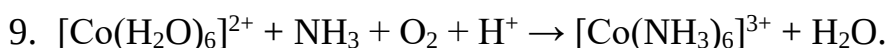
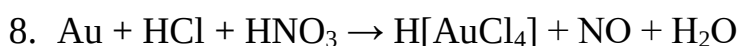
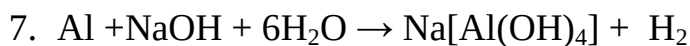
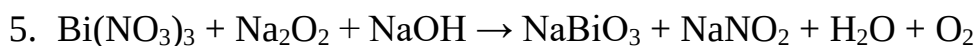
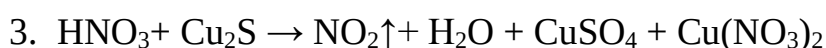
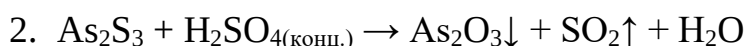
Вариант 19



Вариант 20

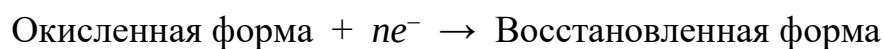


Дополнительные уравнения



Направление протекания окислительно-восстановительных реакций

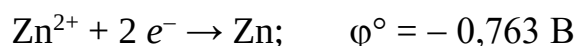
Направление протекания ОВР в водном растворе устанавливается в стандартных условиях по значениям **стандартных потенциалов** φ° полуреакций восстановления:



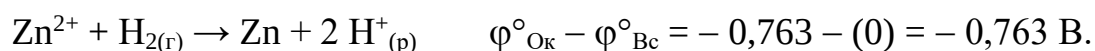
Окислительно-восстановительные реакции протекают самопроизвольно, если разность стандартных электродных потенциалов окислителя и восстановителя, или э.д.с. окислительно-восстановительной реакции $\Delta E > 0$.

Стандартные условия протекания реакции: температура 298,15 К, давление в системе при отсутствии газообразных реагентов или продуктов 1 атмосфера (101325 Па), парциальное давление каждого газообразного реагента или продукта при их наличии 1 атмосфера. Стандартная концентрация каждой окисленной и восстановленной формы в растворе 1 моль/л. Стандартные потенциалы измеряют по отношению к стандартному водородному электроду, потенциал которого условно принят равным нулю.

Если значение φ° для окислительно-восстановительной пары, отрицательное, например

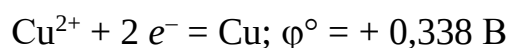


то реакция, в которой Zn^{2+} – окислитель и H_2 – восстановитель, характеризуется отрицательным значением разности стандартных потенциалов соответствующих пар.

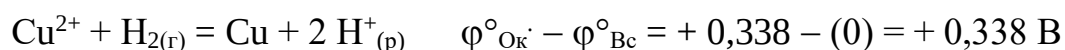


Направление ОВР определяет окислитель, у которого значение электродного потенциала больше. На практике самопроизвольно осуществляется обратный процесс: $\text{Zn} + 2\text{H}^+_{(\text{р})} \rightarrow \text{Zn}^{2+} + \text{H}_{2(\text{г})}$ $\varphi^\circ_{\text{Ок}} - \varphi^\circ_{\text{Вс}} = 0 - (-0,763) = +0,763 \text{ В}$

Для положительных значений φ° , например пары $\text{Cu}^{2+} / \text{Cu}$

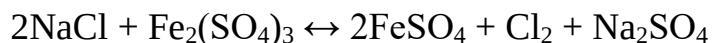


реакция



где $2\text{H}^+_{(\text{p})}$ – окислитель и H_2 – восстановитель, характеризуется положительным значением разности потенциалов, и может протекать самопроизвольно.

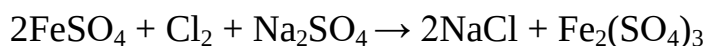
Пример 1. Установить, в каком направлении возможно самопроизвольное протекание реакции



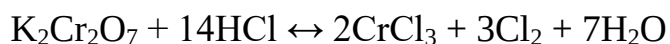
Запишем уравнения электронного баланса и стандартные электродные потенциалы электрохимических систем, участвующих в реакции :



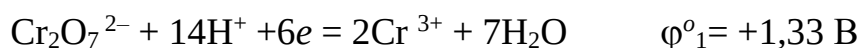
Поскольку $\varphi_1^\circ > \varphi_2^\circ$, то окислителем будет служить хлор, а восстановителем – ион Fe^{2+} ; рассматриваемая реакция будет протекать так:



Пример 2. Установить, в каком направлении возможно самопроизвольное протекание реакции



Запишем уравнения электронно-ионного баланса и стандартные электродные потенциалы электрохимических систем, участвующих в реакции:



Поскольку $\varphi_2^\circ > \varphi_1^\circ$, то окислителем будет служить хлор, а восстановителем – бихромат-ион; рассматриваемая реакция будет протекать так::



В примере 1 стандартные электродные потенциалы взаимодействующих электрохимических систем существенно различались, так что направление протекания процесса однозначно определялось значениями φ° при любых концентрациях реагирующих веществ. В тех случаях, когда сравниваемые

значения φ^0 близки (разность не более 0,3 В), направление протекания процесса может изменяться в зависимости от концентраций участников реакции (пример 2).

Величина окислительно-восстановительного потенциала в условиях, отличающихся от стандартных, определяется уравнением Нернста:

$$\varphi = \varphi^0 + \frac{RT}{nF} \cdot \ln \frac{[Ox]}{[Red]},$$

где φ – окислительно-восстановительный потенциал в данных условиях, В;

φ^0 – стандартный окислительно-восстановительный потенциал, В;

R – универсальная газовая постоянная (8.314 Дж/(моль·К));

T – абсолютная температура, К;

n – число электронов, принимающих участие в потенциалопределяющей полуреакции;

F – постоянная Фарадея ($F = 96484.56$ Кл/моль);

$[Ox]$ – концентрация окисленной формы ионов;

$[Red]$ – концентрация восстановленной формы ионов.

Концентрация твердой фазы принимается за единицу.

Для стандартной температуры 298 К и с переходом от натурального логарифма к десятичному уравнение Нернста будет иметь вид

$$\varphi = \varphi^0 + \frac{0,059}{n} \cdot \lg \frac{[Ox]}{[Red]},$$

Пример 3. Определить направление возможного самопроизвольного протекания реакции



при стандартной температуре и следующих концентрациях ионов:

а) $[\text{Ag}^+] = 10^{-4}$ моль/л, $[\text{Hg}_2^{2+}] = 10^{-1}$ моль/л;

б) $[\text{Ag}^+] = 10^{-1}$ моль/л, $[\text{Hg}_2^{2+}] = 10^{-4}$ моль/л.

Выпишем значения стандартных электродных потенциалов взаимодействующих электрохимических систем:



По уравнению Нернста вычислим значения электродных потенциалов при указанных в условиях задачи концентрациях.

$$\text{а) } \varphi_1 = \varphi_1^0 + 0,059/2 \cdot \lg [\text{Hg}_2^{2+}] = 0,79 + 0,030 \lg 10^{-1} = 0,79 - 0,03 = 0,76 \text{ В};$$

$$\varphi_2 = \varphi_2^0 + 0,059 \cdot \lg [\text{Ag}^+] = 0,80 + 0,059 \lg 10^{-4} = 0,80 - 0,24 = 0,56 \text{ В}.$$

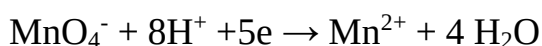
В данном случае $\varphi_1 > \varphi_2$, реакция будет протекать справа налево.

$$\text{б) } \varphi_1 = 0,79 + 0,030 \cdot \lg 10^{-4} = 0,79 - 0,12 = 0,67 \text{ В};$$

$$\varphi_2 = 0,80 + 0,059 \cdot \lg 10^{-1} = 0,80 - 0,06 = 0,74 \text{ В}.$$

Теперь $\varphi_1 < \varphi_2$, и реакция протекает слева направо.

Зависимость окислительной способности некоторых веществ от кислотности среды так же определяется уравнением Нернста. Например, для полуреакции



окислительно-восстановительный потенциал можно вычислить по формуле

$$\varphi = \varphi^0 + \frac{0,059}{5} \cdot \lg \frac{[\text{MnO}_4^-] \cdot [\text{H}^+]^8}{[\text{Mn}^{2+}]}, \text{ или}$$

$$\varphi = 1,507 + 0,012 \cdot \lg \frac{[\text{MnO}_4^-]}{[\text{Mn}^{2+}]} - 0,095 \text{pH}$$

Потенциалы процесса зависят от pH среды и будут тем больше, чем кислее раствор. Зависимость окислительного потенциала KMnO_4 от концентрации ионов водорода пользуются для фракционного окисления анионов галогенидов до свободных галогенов. При pH от 5 до 6 перманганат окисляет только йодиды до йода (не действуя на бромиды и хлориды), при pH = 3 окисляются бромиды, и только при значительно более высокой кислотности окисляются хлориды.

Задания для самостоятельной работы

Обоснуйте возможность самопроизвольного протекания реакций №1 вашего варианта на стр. 16-19, используя Приложение.

Приложение

Таблица 1

СТАНДАРТНЫЕ ЭЛЕКТРОДНЫЕ ПОТЕНЦИАЛЫ

Элемент	Реакция	E ⁰	Элемент	Реакция	E ⁰
Ag	$\alpha\text{-Ag}_2\text{S} + 2\bar{e} = 2\text{Ag} + \text{S}^{2-}$	-0,70	B	$\text{BF}_4^- + 3e = \text{B} + 4\text{F}^-$	-1,04
	$\text{Ag}(\text{CN})_2^- + \bar{e} = \text{Ag} + 2\text{CN}^-$	-0,29		$\text{H}_3\text{BO}_3 + 3\text{H}^+ + 3e = \text{B} + 3\text{H}_2\text{O}$	-0,869
	$\text{AgI} + \bar{e} = \text{Ag} + \text{I}^-$	-0,152		$\text{BO}_3^{3-} + 6\text{H}^+ + 3e = \text{B} + 3\text{H}_2\text{O}$	-0,165
	$\text{AgCN} + \bar{e} = \text{Ag} + \text{CN}^-$	-0,04	Ba	$\text{Ba}^{2+} + 2e = \text{Ba}$	-2,905
	$\text{Ag}(\text{S}_2\text{O}_3)_2^{3-} + \bar{e} = \text{Ag} + 2\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$	0,01	Be	$\text{Be}^{2+} + 2e = \text{Be}$	-1,847
	$\text{AgBr} + \bar{e} = \text{Ag} + \text{Br}^-$	0,071		$\text{Be}(\text{OH})_2 + 2\text{H}^+ + 2e = \text{Be} + 2\text{H}_2\text{O}$	-1,820
	$\text{AgCl} + \bar{e} = \text{Ag} + \text{Cl}^-$	0,222		$\text{BeO}_2^{2-} + 4\text{H}^+ + 2e = \text{Be} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,909
	$\text{Ag}_2\text{O} + \text{H}_2\text{O} + 2\bar{e} = 2\text{Ag} + 2\text{OH}^-$	0,344	Bi	$\text{Bi}_2\text{O}_3 + 3\text{H}_2\text{O} + 6e = 2\text{Bi} + 6\text{OH}^-$	-0,46
	$\text{Ag}(\text{NH}_3)_2^+ + \bar{e} = \text{Ag} + 2\text{NH}_3$	0,373		$\text{BiOCl} + 2\text{H}^+ + 3e = \text{Bi} + \text{Cl}^- + \text{H}_2\text{O}$	0,16
	$\text{Ag}_2\text{CrO}_4 + 2\bar{e} = 2\text{Ag} + \text{CrO}_4^{2-}$	0,446		$\text{Bi}^{3+} + 3e = \text{Bi}$	0,215
	$\text{Ag}_2\text{C}_2\text{O}_4 + 2\bar{e} = 2\text{Ag} + \text{C}_2\text{O}_4^{2-}$	0,472		$\text{BiO}^+ + 2\text{H}^+ + 3e = \text{Bi} + \text{H}_2\text{O}$	0,32
	$\text{AgBrO}_3 + \bar{e} = \text{Ag} + \text{BrO}_3^-$	0,55		$\text{Bi}_2\text{O}_3 + 6\text{H}^+ + 6e = 2\text{Bi} + 3\text{H}_2\text{O}$	0,371
	$2\text{AgO} + \text{H}_2\text{O} + 2\bar{e} = \text{Ag}_2\text{O} + 2\text{OH}^-$	0,60		$\text{NaBiO}_3(\text{т}) + 6\text{H}^+ + 2e = \text{Bi}^{3+} + \text{Na}^+ + 3\text{H}_2\text{O}$	1,6 - 1,808
	$\text{Ag}^+ + \bar{e} = \text{Ag}$	0,799	Br	$2\text{BrO}^- + 2\text{H}_2\text{O} + 2e = \text{Br}_2 + 4\text{OH}^-$	0,45
	$\text{Ag}_2\text{O} + 2\text{H}^+ + 2\bar{e} = 2\text{Ag} + \text{H}_2\text{O}$	1,173		$2\text{BrO}_3^- + 6\text{H}_2\text{O} + 10e = \text{Br}_2 + 12\text{OH}^-$	0,50
	$2\text{AgO} + 2\text{H}^+ + 2\bar{e} = \text{Ag}_2\text{O} + \text{H}_2\text{O}$	1,398		$\text{BrO}_3^- + 2\text{H}_2\text{O} + 4e = \text{BrO}^- + 4\text{OH}^-$	0,54
Al	$\text{AlO}_2^- + 2\text{H}_2\text{O} + 3\bar{e} = \text{Al} + 4\text{OH}^-$	-2,35		$\text{BrO}_3^- + 3\text{H}_2\text{O} + 6e = \text{Br}^- + 6\text{OH}^-$	0,61
	$\text{Al}(\text{OH})_3 + 3\bar{e} = \text{Al} + 3\text{OH}^-$	-2,31		$\text{BrO}^- + \text{H}_2\text{O} + 2e = \text{Br}^- + 2\text{OH}^-$	0,76
	$\text{AlF}_6^{3-} + 3\bar{e} = \text{Al} + 6\text{F}^-$	-2,07		$\text{Br}_3^- + 2e = 3\text{Br}^-$	1,05
	$\text{Al}^{3+} + 3e = \text{Al}$	-1,663		$\text{Br}_2(\text{ж}) + 2e = 2\text{Br}^-$	1,065
	$\text{Al}(\text{OH})_3 + 3\text{H}^+ + 3e = \text{Al} + 3\text{H}_2\text{O}$	-1,471		$\text{BrO}_3^- + 6\text{H}^+ + 6e = \text{Br}^- + 3\text{H}_2\text{O}$	1,44
	$\text{AlO}_2^- + 4\text{H}^+ + 3e = \text{Al} + 2\text{H}_2\text{O}$	-1,262		$2\text{BrO}_3^- + 12\text{H}^+ + 10e = \text{Br}_2 + 6\text{H}_2\text{O}$	1,52
As	$\text{As} + 3\text{H}^+ + 3e = \text{AsH}_3$	-0,60	C	$2\text{HBrO} + 2\text{H}^+ + 2e = \text{Br}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$	1,59
	$\text{HAsO}_2 + 3\text{H}^+ + 3e = \text{As} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,248		$\text{HCOO}^- + 2\text{H}_2\text{O} + 2e = \text{HCHO} + 3\text{OH}^-$	-1,07
	$\text{H}_3\text{AsO}_4 + 2\text{H}^+ + 2e = \text{HAsO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$	0,559		$2\text{CO}_2 + 2\text{H}^+ + 2e = \text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4$	-0,49
	$\text{H}_3\text{AsO}_4 + 2\text{H}^+ + 2e = \text{H}_3\text{AsO}_3 + \text{H}_2\text{O}$	0,58		$\text{CO}_2 + 2\text{H}^+ + 2e = \text{HCOOH}$	-0,20
Au	$\text{Au}(\text{CN})_2 + e = \text{Au} + 2\text{CN}^-$	-0,61		$\text{C}(\text{графит}) + 4\text{H}^+ + 4e = \text{CH}_4$	-0,132
	$\text{AuBr}_4^- + 2e = \text{AuBr}_2^- + 2\text{Br}^-$	0,802		$\text{CO}_2 + 2\text{H}^+ + 2e = \text{CO} + \text{H}_2\text{O}$	-0,12
	$\text{AuCl}_4^- + 2e = \text{AuCl}_2^- + 2\text{Cl}^-$	0,926		$\text{HCOOH} + 2\text{H}^+ + 2e = \text{HCHO} + \text{H}_2\text{O}$	-0,01
	$\text{AuBr}_2^- + e = \text{Au} + 2\text{Br}^-$	0,959		$\text{HCOOH} + 4\text{H}^+ + 4e = \text{CH}_3\text{OH} + \text{H}_2\text{O}$	0,145
	$\text{AuCl}_2^- + 2e = \text{Au} + 2\text{Cl}^-$	1,15		$\text{HCOO}^- + 3\text{H}^+ + 2e = \text{HCHO} + \text{H}_2\text{O}$	0,167
	$\text{Au}^{3+} + 2e = \text{Au}^+$	1,401		$\text{CH}_3\text{CHO} + 2\text{H}^+ + 2e = \text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$	0,19
	$\text{Au}^{3+} + 3e = \text{Au}$	1,498		$\text{CO}_3^{2-} + 6\text{H}^+ + 4e = \text{HCHO} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,197
	$\text{Au}^+ + 3e = \text{Au}$	1,692		$\text{HCOO}^- + 5\text{H}^+ + 4e = \text{CH}_3\text{OH} + \text{H}_2\text{O}$	0,199
Элемент	Реакция	E ⁰	Элемент	Реакция	E ⁰

C	$\text{CO}_3^{2-} + 8\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{CH}_3\text{OH} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,209	Co	$\text{Co}(\text{OH})_2 + 2\text{e} = \text{Co} + 2\text{OH}^-$	-0,73
	$\text{CO}_3^{2-} + 3\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{HCOO}^- + \text{H}_2\text{O}$	0,227		$\text{CoCO}_3 + 2\text{e} = \text{Co} + \text{CO}_3^{2-}$	-0,64
	$\text{HCHO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{CH}_3\text{OH}$	0,232		$\text{Co}(\text{NH}_3)_6^{2+} + 2\text{e} = \text{Co} + 6\text{NH}_3$	-0,42
	$2\text{CO}_3^{2-} + 4\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{C}_2\text{O}_4^{2-} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,441		$\text{Co}^{2+} + 2\text{e} = \text{Co}$	-0,277
	$\text{C}_2\text{H}_5\text{OH} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{C}_2\text{H}_6 + \text{H}_2\text{O}$	0,46		$\text{Co}(\text{OH})_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Co} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,095
	$\text{CO}_3^{2-} + 6\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{C}(\text{графит}) + 3\text{H}_2\text{O}$	0,475		$\text{Co}(\text{NH}_3)_6^{3+} + \text{e} = \text{Co}(\text{NH}_3)_6^{2+}$	0,1
	$\text{CO} + 6\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{CH}_4 + \text{H}_2\text{O}$	0,497		$\text{CoO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Co} + \text{H}_2\text{O}$	0,166
	$\text{CH}_3\text{OH} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{CH}_4 + \text{H}_2\text{O}$	0,59		$\text{Co}(\text{OH})_3 + \text{e} = \text{Co}(\text{OH})_2 + \text{OH}^-$	0,17
Ca	$\text{Ca}^{2+} + 2\text{e} = \text{Ca}$	-2,866	Cr	$\text{Co}^{3+} + 3\text{e} = \text{Co}$	0,33
Cd	$\text{CdS} + 2\text{e} = \text{Cd} + \text{S}^{2-}$	-1,175		$\text{Co}^{3+} + \text{e} = \text{Co}^{2+}$	1,38 - 1,842
	$\text{Cd}(\text{CN})_4^{2-} + 2\text{e} = \text{Cd} + 4\text{CN}^-$	-1,09		$\text{Cr}(\text{OH})_2 + 2\text{e} = \text{Cr} + 2\text{OH}^-$	-1,4
	$\text{Cd}(\text{OH})_2 + 2\text{e} = \text{Cd} + 2\text{OH}^-$	-0,81		$\text{Cr}(\text{OH})_3 + 3\text{e} = \text{Cr} + 3\text{OH}^-$	-1,3
	$\text{Cd}(\text{NH}_3)_4^{2+} + 2\text{e} = \text{Cd} + 4\text{NH}_3$	-0,61		$\text{CrO}_2^- + 2\text{H}_2\text{O} + 3\text{e} = \text{Cr} + 4\text{OH}^-$	-1,2
	$\text{Cd}^{2+} + 2\text{e} = \text{Cd}$	-0,403		$\text{Cr}^{2+} + 2\text{e} = \text{Cr}$	-0,913
	$\text{Cd}(\text{OH})_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Cd} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,005		$\text{Cr}^{3+} + 3\text{e} = \text{Cr}$	-0,744
	$\text{CdO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Cd} + \text{H}_2\text{O}$	0,063		$\text{Cr}(\text{OH})_3 + 3\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{Cr} + 3\text{H}_2\text{O}$	-0,654
Ce	$\text{Ce}^{3+} + 3\text{e} = \text{Ce}$	-2,48		$\text{Cr}^{3+} + \text{e} = \text{Cr}^{2+}$	-0,407
	$\text{Ce}^{4+} + \text{e} = \text{Ce}^{3+} (1\text{M H}_2\text{SO}_4)$	1,44	Cs	$\text{CrO}_4^{2-} + 4\text{H}_2\text{O} + 3\text{e} = \text{Cr}(\text{OH})_3 + 5\text{OH}^-$	-0,13
	$\text{Ce}^{4+} + \text{e} = \text{Ce}^{3+} (1\text{M HNO}_3)$	1,61		$\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-} + 14\text{H}^+ + 12\text{e} = 2\text{Cr} + 7\text{H}_2\text{O}$	0,294
	$\text{Ce}^{4+} + \text{e} = \text{Ce}^{3+} (1\text{M HClO}_4)$	1,70		$\text{CrO}_4^{2-} + 8\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{Cr} + 4\text{H}_2\text{O}$	0,366
	$\text{Ce}^{4+} + \text{e} = \text{Ce}^{3+}$	1,77		$\text{CrO}_4^{2-} + 4\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{CrO}_2^- + 2\text{H}_2\text{O}$	0,945
Cl	$\text{ClO}_4^- + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{ClO}_3^- + 2\text{OH}^-$	0,36		$\text{CrO}_2^- + 4\text{H}^+ + \text{e} = \text{Cr}^{2+} + 2\text{H}_2\text{O}$	1,188
	$2\text{ClO}^- + 2\text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{Cl}_2 + 4\text{OH}^-$	0,40	Cu	$\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-} + 14\text{H}^+ + 6\text{e} = 2\text{Cr}^{3+} + 7\text{H}_2\text{O}$	1,333
	$\text{ClO}_4^- + \text{H}_2\text{O} + 8\text{e} = \text{Cl}^- + 8\text{OH}^-$	0,56		$\text{CrO}_4^{2-} + 8\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{Cr}^{3+} + 4\text{H}_2\text{O}$	1,477
	$\text{ClO}_3^- + 3\text{H}_2\text{O} + 6\text{e} = \text{Cl}^- + 6\text{OH}^-$	0,63		$\text{Cs}^+ + \text{e} = \text{Cs}$	-2,923
	$\text{ClO}_2 + 2\text{H}_2\text{O} + 5\text{e} = \text{Cl}^- + 4\text{OH}^-$	0,85		$\text{Cu}_2\text{S} + 2\text{e} = 2\text{Cu} + \text{S}^{2-}$	-0,89
	$\text{ClO}^- + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{Cl}^- + 2\text{OH}^-$	0,88		$\text{CuS} + 2\text{e} = \text{Cu} + \text{S}^{2-}$	-0,71
	$\text{ClO}_3^- + 2\text{H}^+ + \text{e} = \text{ClO}_2 + \text{H}_2\text{O}$	1,15		$\text{Cu}(\text{CN})_2^- + \text{e} = \text{Cu} + 2\text{CN}^-$	-0,43
	$\text{ClO}_4^- + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{ClO}_3^- + \text{H}_2\text{O}$	1,189		$\text{Cu}_2\text{O} + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = 2\text{Cu} + 2\text{OH}^-$	-0,36
	$\text{ClO}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = 2\text{HCl} + \text{H}_2\text{O}$	1,351		$\text{Cu}(\text{OH})_2 + 2\text{e} = \text{Cu} + 2\text{OH}^-$	-0,22
	$\text{Cl}_2 + 2\text{e} = 2\text{Cl}^-$	1,3595		$\text{CuI} + \text{e} = \text{Cu} + \text{I}^-$	-0,185
	$\text{ClO}_4^- + 8\text{H}^+ + 8\text{e} = \text{Cl}^- + 4\text{H}_2\text{O}$	1,38		$\text{Cu}(\text{NH}_3)_2^+ + \text{e} = \text{Cu} + 2\text{NH}_3$	-0,12
	$2\text{ClO}_4^- + 16\text{H}^+ + 14\text{e} = \text{Cl}_2 + 8\text{H}_2\text{O}$	1,39		$\text{Cu}(\text{NH}_3)_4^{2+} + 2\text{e} = \text{Cu} + 4\text{NH}_3$	-0,07
	$\text{ClO}_2 + 5\text{H}^+ + 5\text{e} = \text{HCl} + 2\text{H}_2\text{O}$	1,436		$\text{Cu}(\text{NH}_3)_4^{2+} + 2\text{e} = \text{Cu}(\text{NH}_3)_2^+ + 2\text{NH}_3$	-0,01
	$\text{ClO}_3^- + 6\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{Cl}^- + 3\text{H}_2\text{O}$	1,451		$\text{CuI}_2^- + \text{e} = \text{Cu} + 2\text{I}^-$	0,00
	$2\text{ClO}_3^- + 12\text{H}^+ + 10\text{e} = \text{Cl}_2 + 6\text{H}_2\text{O}$	1,47		$\text{CuBr} + \text{e} = \text{Cu} + \text{Br}^-$	0,03
	$\text{HClO} + \text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Cl}^- + \text{H}_2\text{O}$	1,494		$\text{CuCl} + \text{e} = \text{Cu} + \text{Cl}^-$	0,137
	$\text{ClO}_2 + 4\text{H}^+ + 5\text{e} = \text{Cl}^- + 2\text{H}_2\text{O}$	1,51		$\text{Cu}^{2+} + \text{e} = \text{Cu}^+$	0,153
	$2\text{ClO}_2 + 8\text{H}^+ + 8\text{e} = \text{Cl}_2 + 4\text{H}_2\text{O}$	1,549		$\text{CuCl}_2^- + \text{e} = \text{Cu} + 2\text{Cl}^-$	0,177
	$\text{HClO}_2 + 3\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Cl}^- + 2\text{H}_2\text{O}$	1,57		$2\text{Cu}^{2+} + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{Cu}_2\text{O} + 2\text{H}^+$	0,203
	$2\text{HClO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Cl}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$	1,63		$\text{Cu}^{2+} + 2\text{e} = \text{Cu}$	0,345
	$2\text{HClO}_2 + 6\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{Cl}_2 + 4\text{H}_2\text{O}$	1,64		$\text{Cu}^{2+} + 2\text{Cl}^- + \text{e} = \text{CuCl}_2^-$	0,463
Co	$\beta\text{-CoS} + 2\text{e} = \text{Co} + \text{S}^{2-}$	-1,07		$\text{Cu}^+ + \text{e} = \text{Cu}$	0,520
	$\alpha\text{-CoS} + 2\text{e} = \text{Co} + \text{S}^{2-}$	-0,90	Hg	$\text{Cu}^{2+} + \text{Cl}^- + \text{e} = \text{CuCl}$	0,538
Cu	$\text{CuO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Cu} + \text{H}_2\text{O}$	0,570		$\text{HgBr}_4^{2-} + 2\text{e} = \text{Hg} + 4\text{Br}^-$	0,21

	$\text{Cu(OH)}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Cu} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,609		$\text{Hg}_2\text{Cl}_2 + 2\text{K}^+ + 2\text{e} = 2\text{Hg} + 2\text{KCl (TB)}$	0,2415
	$\text{Cu}^{2+} + \text{Br}^- + \text{e} = \text{CuBr}$	0,640		$\text{Hg}_2\text{Cl}_2 + 2\text{e} = 2\text{Hg} + 2\text{Cl}^-$	0,268
	$2\text{CuO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Cu}_2\text{O} + \text{H}_2\text{O}$	0,669		$\text{Hg}_2\text{Cl}_2 + 2\text{e} = 2\text{Hg} + 2\text{Cl}^- \text{ (1M KCl)}$	0,28
	$\text{Cu}^{2+} + \text{I}^- + \text{e} = \text{CuI}$	0,86		$\text{Hg}_2\text{Cl}_2 + 2\text{e} = 2\text{Hg} + 2\text{Cl}^- \text{ (0,1M KCl)}$	0,334
	$\text{Cu}^{2+} + 2\text{CN}^- + \text{e} = \text{Cu(CN)}_2$	1,12		$\text{HgCl}_4^{2-} + 2\text{e} = \text{Hg} + 4\text{Cl}^-$	0,48
Dy	$\text{Dy}^{3+} + 3\text{e} = \text{Dy}$	-2,353		$\text{Hg}_2\text{SO}_4 + 2\text{e} = 2\text{Hg} + \text{SO}_4^{2-}$	0,6151
Eu	$\text{Eu}^{2+} + 2\text{e} = \text{Eu}$	-3,395		$\text{Hg}_2^{2+} + 2\text{e} = 2\text{Hg}$	0,788
	$\text{Eu}^{3+} + \text{e} = \text{Eu}^{2+}$	-0,429		$\text{Hg}^{2+} + 2\text{e} = \text{Hg}$	0,850
F	$\text{F}_2\text{O} + 2\text{H}^+ + 4\text{e} = 2\text{F}^- + \text{H}_2\text{O}$	2,1		$2\text{Hg}^{2+} + 2\text{e} = \text{Hg}_2^{2+}$	0,920
	$\text{F}_2 + 2\text{e} = 2\text{F}^-$	2,87		$\text{HgO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Hg} + \text{H}_2\text{O}$	0,926
Fe	$\text{FeS} + 2\text{e} = \text{Fe} + \text{S}^{2-}$	-0,95	Ho	$\text{Ho}^{3+} + 3\text{e} = \text{Ho}$	-2,319
	$\text{Fe(OH)}_2 + 2\text{e} = \text{Fe} + 2\text{OH}^-$	-0,877	I	$\text{IO}_3^- + 2\text{H}_2\text{O} + 4\text{e} = \text{IO}^- + 4\text{OH}^-$	0,14
	$\text{FeCO}_3 + 2\text{e} = \text{Fe} + \text{CO}_3^{2-}$	-0,756		$2\text{IO}_3^- + 6\text{H}_2\text{O} + 10\text{e} = \text{I}_2 + 12\text{OH}^-$	0,21
	$\text{Fe(OH)}_3 + \text{e} = \text{Fe(OH)}_2 + \text{OH}^-$	-0,56		$\text{IO}_3^- + 3\text{H}_2\text{O} + 6\text{e} = \text{I}^- + 6\text{OH}^-$	0,25
	$\text{Fe}^{2+} + 2\text{e} = \text{Fe}$	-0,440		$2\text{IO}^- + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{I}_2 + 4\text{OH}^-$	0,45
	$\text{Fe}_3\text{O}_4 + 8\text{H}^+ + 8\text{e} = 3\text{Fe} + 4\text{H}_2\text{O}$	-0,085		$\text{IO}^- + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{I}^- + 2\text{OH}^-$	0,49
	$\text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{H}_2\text{O} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = 2\text{Fe(OH)}_2$	-0,057		$\text{I}_2 + 2\text{e} = 2\text{I}^-$	0,536
	$\text{Fe}_2\text{O}_3 + 6\text{H}^+ + 6\text{e} = 2\text{Fe} + 3\text{H}_2\text{O}$	-0,051		$\text{I}_3^- + 2\text{e} = 3\text{I}^-$	0,545
	$\text{Fe(OH)}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Fe} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,047		$\text{IO}_3^- + 2\text{H}_2\text{O} + 4\text{e} = \text{IO}^- + 4\text{OH}^-$	0,56
	$\text{Fe}^{3+} + 3\text{e} = \text{Fe}$	-0,037		$\text{HIO} + \text{H}^+ + 2\text{e} = \text{I}^- + \text{H}_2\text{O}$	0,99
	$\text{Fe(OH)}_3 + 3\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{Fe} + 3\text{H}_2\text{O}$	0,059		$2\text{ICl}_2^- + 2\text{e} = \text{I}_2 + 4\text{Cl}^-$	1,06
	$\text{Fe(OH)}_3 + \text{H}^+ + \text{e} = \text{Fe(OH)}_2 + \text{H}_2\text{O}$	0,271		$\text{IO}_3^- + 6\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{I}^- + 3\text{H}_2\text{O}$	1,085
	$\text{Fe(CN)}_6^{3-} + \text{e} = \text{Fe(CN)}_6^{4-}$	0,356		$\text{IO}_3^- + 5\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{HIO} + 2\text{H}_2\text{O}$	1,14
	$\text{Fe}^{3+} + \text{e} = \text{Fe}^{2+} \text{ (1M H}_2\text{SO}_4\text{)}$	0,68		$2\text{IO}_3^- + 12\text{H}^+ + 10\text{e} = \text{I}_2 + 6\text{H}_2\text{O}$	1,19
	$\text{Fe}^{3+} + \text{e} = \text{Fe}^{2+} \text{ (1M HCl)}$	0,70		$2\text{HIO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{I}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$	1,45
	$\text{Fe(CN)}_6^{3-} + \text{e} = \text{Fe(CN)}_6^{4-} \text{ (1M HCl)}$	0,71		$\text{H}_5\text{IO}_6 + \text{H}^+ + 2\text{e} = \text{IO}_3^- + 3\text{H}_2\text{O}$	1,60
	$\text{Fe}^{3+} + \text{e} = \text{Fe}^{2+}$	0,771	Ir	$\text{IrO}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Ir} + \text{H}_2\text{O}$	0,93
	$\text{Fe}_3\text{O}_4 + 8\text{H}^+ + 2\text{e} = 3\text{Fe}^{2+} + 4\text{H}_2\text{O}$	0,980		$\text{Ir}^{3+} + 3\text{e} = \text{Ir}$	1,15
Ga	$\text{Ga}^{3+} + 3\text{e} = \text{Ga}$	-0,53	K	$\text{K}^+ + \text{e} = \text{K}$	-2,924
Gd	$\text{Gd}^{3+} + 3\text{e} = \text{Gd}$	-2,397	La	$\text{La}^{3+} + 3\text{e} = \text{La}$	-2,522
Ge	$\text{H}_2\text{GeO}_3 + 4\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Ge}^{2+} + 3\text{H}_2\text{O}$	-0,363	Li	$\text{Li}^+ + \text{e} = \text{Li}$	-3,045
	$\text{GeO}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Ge} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,15	Mg	$\text{Mg(OH)}_2 + 2\text{e} = \text{Mg} + 2\text{OH}^-$	-2,69
	$\text{H}_2\text{GeO}_3 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Ge} + 3\text{H}_2\text{O}$	-0,13		$\text{Mg}^{2+} + 2\text{e} = \text{Mg}$	-2,363
	$\text{Ge}^{2+} + 2\text{e} = \text{Ge}$	0,000		$\text{Mg(OH)}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Mg} + 2\text{H}_2\text{O}$	-1,862
H	$2\text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{H}_2 + 2\text{OH}^-$	-0,828	Mn	$\text{MnCO}_3 + 2\text{e} = \text{Mn} + \text{CO}_3^{2-}$	-1,48
	$2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{H}_2$	0,0000		$\text{Mn}^{2+} + 2\text{e} = \text{Mn}$	-1,18
	$\text{H}_2\text{O}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = 2\text{H}_2\text{O}$	1,776		$\text{Mn(OH)}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Mn} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,727
Hf	$\text{Hf}^{4+} + 4\text{e} = \text{Hf}$	-1,70		$\text{MnO}_4^- + \text{e} = \text{MnO}_4^{2-}$	0,564
	$\text{HfO}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Hf} + 2\text{H}_2\text{O}$	-1,57		$\text{MnO}_4^- + 2\text{H}_2\text{O} + 3\text{e} = \text{MnO}_2 + 4\text{OH}^-$	0,60
Hg	$\text{HgS} + 2\text{e} = \text{Hg} + \text{S}^{2-}$	-0,69		$\text{MnO}_2 + 4\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Mn}^{2+} + 2\text{H}_2\text{O}$	1,228
	$\text{Hg(CN)}_4^{2-} + 2\text{e} = \text{Hg} + 4\text{CN}^-$	-0,37		$\text{Mn}_2\text{O}_3 + 6\text{H}^+ + 2\text{e} = 2\text{Mn}^{2+} + 3\text{H}_2\text{O}$	1,443
	$\text{Hg}_2\text{I}_2 + 2\text{e} = 2\text{Hg} + 2\text{I}^-$	-0,041		$\text{MnO}_4^- + 8\text{H}^+ + 5\text{e} = \text{Mn}^{2+} + 4\text{H}_2\text{O}$	1,507
	$\text{HgI}_4^{2-} + 2\text{e} = \text{Hg} + 4\text{I}^-$	-0,04		$\text{Mn}^{3+} + \text{e} = \text{Mn}^{2+} \text{ (8M H}_2\text{SO}_4\text{)}$	1,509
	$\text{HgO(красная)} + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{Hg} + 2\text{OH}^-$	0,098		$\text{MnO}_4^- + 4\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{MnO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$	1,692
	$\text{Hg}_2\text{Br}_2 + 2\text{e} = 2\text{Hg} + 2\text{Br}^-$	0,140		$\text{MnO}_4^{2-} + 4\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{MnO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$	2,257
Mo	$\text{H}_2\text{MoO}_4 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{MoO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$	-1,091	Nd	$\text{Nd}^{3+} + 3\text{e} = \text{Nd}$	-2,431

	$\text{MoO}_4^{2-} + 4\text{H}_2\text{O} + 6\text{e} = \text{Mo} + 8\text{OH}^-$	-1,05	Ni	$\gamma\text{-NiS} + 2\text{e} = \text{Ni} + \text{S}^{2-}$	-1,04
	$\text{Mo}^{3+} + 3\text{e} = \text{Mo}$	-0,200		$\alpha\text{-NiS} + 2\text{e} = \text{Ni} + \text{S}^{2-}$	-0,83
	$\text{MoO}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Mo} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,072		$\text{Ni(OH)}_2 + 2\text{e} = \text{Ni} + 2\text{OH}^-$	-0,72
	$\text{MoO}_4^{2-} + 8\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{Mo} + 4\text{H}_2\text{O}$	0,154		$\text{Ni(NH}_3)_6^{2+} + 2\text{e} = \text{Ni} + 6\text{NH}_3$	-0,49
	$\text{MoO}_3 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{MoO}_2 + \text{H}_2\text{O}$	0,320		$\text{NiCO}_3 + 2\text{e} = \text{Ni} + \text{CO}_3^{2-}$	-0,45
	$\text{MoO}_4^{2-} + 4\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{MoO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$	0,606		$\text{Ni}^{2+} + 2\text{e} = \text{Ni}$	-0,25
N	$3\text{N}_2 + 2\bar{\text{e}} = 2\text{N}_3^-$	-3,4	O	$\text{Ni(OH)}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Ni} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,110
	$3\text{N}_2 + 2\text{H}^+ + 2\bar{\text{e}} = 2\text{HN}_3$	-3,1		$\text{NiO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Ni} + \text{H}_2\text{O}$	0,116
	$\text{N}_2 + 4\text{H}_2\text{O} + 2\bar{\text{e}} = 2\text{NH}_2\text{OH} + 2\text{OH}^-$	-3,04		$\text{NiO}_2 + 4\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Ni}^{2+} + 2\text{H}_2\text{O}$	1,68
	$\text{N}_2 + 4\text{H}_2\text{O} + 4\bar{\text{e}} = \text{N}_2\text{H}_4 + 4\text{OH}^-$	-1,16		$\text{O}_2 + 2\text{H}_2\text{O} + 4\text{e} = 4\text{OH}^-$	0,401
	$\text{N}_2 + 8\text{H}_2\text{O} + 6\bar{\text{e}} = 2\text{NH}_4\text{OH} + 6\text{OH}^-$	-0,74		$\text{O}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{H}_2\text{O}_2$	0,682
	$\text{NO}_2^- + \text{H}_2\text{O} + \bar{\text{e}} = \text{NO} + 2\text{OH}^-$	-0,46		$\text{H}_2\text{O}_2 + 2\text{e} = 3\text{OH}^-$	0,88
	$\text{NO}_2^- + 6\text{H}_2\text{O} + 6\bar{\text{e}} = \text{NH}_4\text{OH} + 7\text{OH}^-$	-0,15		$\text{O}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = 2\text{H}_2\text{O}$	1,229
	$\text{NO}_3^- + 2\text{H}_2\text{O} + 3\bar{\text{e}} = \text{NO} + 4\text{OH}^-$	-0,14		$\text{O}_3 + \text{H}_2\text{O} + 3\text{e} = \text{O}_2 + 2\text{OH}^-$	1,24
	$\text{NO}_3^- + 7\text{H}_2\text{O} + 8\bar{\text{e}} = \text{NH}_4\text{OH} + 9\text{OH}^-$	-0,12		$\text{O}_3 + 6\text{H}^+ + 6\text{e} = 3\text{H}_2\text{O}$	1,511
	$\text{NO}_3^- + \text{H}_2\text{O} + 2\bar{\text{e}} = \text{NO}_2^- + 2\text{OH}^-$	0,01		$\text{H}_2\text{O}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = 2\text{H}_2\text{O}$	1,776
	$\text{N}_2 + 6\text{H}^+ + 6\bar{\text{e}} = 2\text{NH}_3$	0,057		$\text{O}_3 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{O}_2 + \text{H}_2\text{O}$	2,07
	$\text{N}_2\text{H}_4 + 4\text{H}_2\text{O} + 2\bar{\text{e}} = 2\text{NH}_4\text{OH} + 2\text{OH}^-$	0,1	Os	$\text{OsO}_2 + 2\text{H}_2\text{O} + 4\text{e} = \text{Os} + 4\text{OH}^-$	-0,15
	$\text{N}_2 + 8\text{H}^+ + 6\bar{\text{e}} = 2\text{NH}_4^+$	0,275		$\text{OsCl}_6^{3-} + \text{e} = \text{Os}^{2+} + 6\text{Cl}^-$	0,4
	$2\text{NO}_2^- + 4\text{H}_2\text{O} + 6\bar{\text{e}} = \text{N}_2 + 8\text{OH}^-$	0,41		$\text{OsO}_4 + 8\text{H}^+ + 8\text{e} = \text{Os} + 4\text{H}_2\text{O}$	0,85
	$\text{NH}_2\text{OH} + 2\text{H}_2\text{O} + 2\bar{\text{e}} = \text{NH}_4\text{OH} + 2\text{OH}^-$	0,42		$\text{OsCl}_6^{2-} + \text{e} = \text{OsCl}_6^{3-}$	0,85
	$2\text{NO}_2 + 4\text{H}_2\text{O} + 8\text{e} = \text{N}_2 + 8\text{OH}^-$	0,53		$\text{Os}^{2+} + 2\text{e} = \text{Os}$	0,85
	$\text{NO}_3^- + 2\text{H}^+ + \text{e} = \text{NO}_2 + \text{H}_2\text{O}$	0,78		$\text{OsO}_4 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{OsO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$	0,96
	$\text{NO}_3^- + 2\text{H}^+ + \text{e} = \text{NO}_2 + \text{H}_2\text{O}$	0,80	P	$\text{H}_2\text{PO}_2^- + \text{e} = \text{P} + 2\text{OH}^-$	-2,05
	$2\text{NO} + 2\text{H}_2\text{O} + 4\text{e} = \text{N}_2 + 4\text{OH}^-$	0,85		$\text{HPO}_3^{2-} + 2\text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{H}_2\text{PO}_2^- + 3\text{OH}^-$	-1,57
	$\text{HNO}_2 + 7\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{NH}_4^+ + 2\text{H}_2\text{O}$	0,864		$\text{PO}_4^{3-} + 2\text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{HPO}_3^{2-} + 3\text{OH}^-$	-1,12
	$\text{NO}_3^- + 10\text{H}^+ + 8\text{e} = \text{NH}_4^+ + 3\text{H}_2\text{O}$	0,87		$2\text{H}_3\text{PO}_4 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{H}_4\text{P}_2\text{O}_6 + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,94
	$2\text{NO}_2 + 2\text{e} = 2\text{NO}_2^-$	0,88		$\text{P} + 3\text{H}_2\text{O} + 3\text{e} = \text{PH}_3 + 3\text{OH}^-$	-0,89
	$\text{N}_2\text{O} + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{N}_2 + 2\text{OH}^-$	0,94		$\text{H}_3\text{PO}_2 + \text{H}^+ + \text{e} = \text{P} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,51
	$\text{NO}_3^- + 3\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{HNO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$	0,94		$\text{H}_3\text{PO}_3 + 3\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{P(бел)} + 3\text{H}_2\text{O}$	-0,502
	$\text{NO}_3^- + 4\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{NO} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,957		$\text{H}_3\text{PO}_3 + 3\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{H}_3\text{PO}_2 + \text{H}_2\text{O}$	-0,50
	$\text{NO}_3^- + 4\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{NO} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,96		$\text{H}_3\text{PO}_3 + 3\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{P(кp)} + 3\text{H}_2\text{O}$	-0,454
	$\text{HNO}_2 + \text{H}^+ + \text{e} = \text{NO} + \text{H}_2\text{O}$	1,00		$\text{H}_3\text{PO}_4 + 5\text{H}^+ + 5\text{e} = \text{P(бел)} + 4\text{H}_2\text{O}$	-0,411
	$\text{NO}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{NO} + \text{H}_2\text{O}$	1,03		$\text{H}_3\text{PO}_4 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{H}_3\text{PO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,39
	$\text{NO}_2 + \text{H}^+ + \text{e} = \text{HNO}_2$	1,09		$\text{H}_3\text{PO}_4 + 5\text{H}^+ + 5\text{e} = \text{P(кp)} + 4\text{H}_2\text{O}$	-0,383
	$2\text{NO}_3^- + 10\text{H}^+ + 8\text{e} = \text{N}_2\text{O} + 5\text{H}_2\text{O}$	1,116		$\text{H}_3\text{PO}_4 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{H}_3\text{PO}_3 + \text{H}_2\text{O}$	-0,276
	$2\text{NO}_3^- + 12\text{H}^+ + 10\text{e} = \text{N}_2 + 6\text{H}_2\text{O}$	1,246		$\text{H}_3\text{PO}_3 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{H}_3\text{PO}_2 + \text{H}_2\text{O}$	-0,50
	$2\text{HNO}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{N}_2\text{O} + 3\text{H}_2\text{O}$	1,297		$\text{P} + 3\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{PH}_3$	0,06
	$2\text{NO}_2 + 8\text{H}^+ + 8\text{e} = \text{N}_2 + 4\text{H}_2\text{O}$	1,36		$\text{H}_4\text{P}_2\text{O}_6 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = 2\text{H}_3\text{PO}_3$	0,38
	$2\text{HNO}_2 + 6\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{N}_2 + 4\text{H}_2\text{O}$	1,45	Pb	$\text{PbS} + 2\text{e} = \text{Pb} + \text{S}^{2-}$	-0,93
	$2\text{NO} + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{N}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$	1,678		$\text{PbO} + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{Pb} + 2\text{OH}^-$	-0,58
	$\text{N}_2\text{O} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{N}_2 + \text{H}_2\text{O}$	1,766		$\text{PbCO}_3 + 2\text{e} = \text{Pb} + \text{CO}_3^{2-}$	-0,506
				$\text{PbI}_2 + 2\text{e} = \text{Pb} + 2\text{I}^-$	0,365
Na	$\text{Na}^+ + \text{e} = \text{Na}$	-2,714	S	$\text{S} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{H}_2\text{S}$	0,141
Pb	$\text{PbSO}_4 + 2\text{e} = \text{Pb} + \text{SO}_4^{2-}$	-0,3563			

	$\text{PbF}_2 + 2\text{e} = \text{Pb} + 2\text{F}^-$	-0,350		$\text{SO}_4^{2-} + 4\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{H}_2\text{SO}_3 + \text{H}_2\text{O}$	0,17
	$\text{PbBr}_2 + 2\text{e} = \text{Pb} + 2\text{Br}^-$	-0,280		$\text{SO}_3^{2-} + 6\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{S}^{2-} + 3\text{H}_2\text{O}$	0,231
	$\text{PbCl}_2 + 2\text{e} = \text{Pb} + 2\text{Cl}^-$	-0,268		$2\text{SO}_4^{2-} + 10\text{H}^+ + 8\text{e} = \text{S}_2\text{O}_3^{2-} + 5\text{H}_2\text{O}$	0,29
	$\text{Pb}^{2+} + 2\text{e} = \text{Pb}$	-0,126		$\text{SO}_4^{2-} + 10\text{H}^+ + 8\text{e} = \text{H}_2\text{S} + 4\text{H}_2\text{O}$	0,311
	$\text{PbO}_3^{2-} + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{PbO}_2^{2-} + 2\text{OH}^-$	0,2		$\text{SO}_4^{2-} + 8\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{S} + 4\text{H}_2\text{O}$	0,357
	$\text{PbO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Pb} + \text{H}_2\text{O}$	0,248		$2\text{H}_2\text{SO}_3 + 2\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{S}_2\text{O}_3^{2-} + 3\text{H}_2\text{O}$	0,40
	$\text{Pb}(\text{OH})_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Pb} + \text{H}_2\text{O}$	0,277		$\text{H}_2\text{SO}_3 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{S} + 3\text{H}_2\text{O}$	0,449
	$\text{PbO}_2 + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{PbO} + 2\text{OH}^-$	0,28		$\text{S}_2\text{O}_3^{2-} + 6\text{H}^+ + 4\text{e} = 2\text{S} + 3\text{H}_2\text{O}$	0,5
	$\text{Pb}_3\text{O}_4 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = 3\text{PbO} + \text{H}_2\text{O}$	0,972		$2\text{SO}_3^{2-} + 6\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{S}_2\text{O}_3^{2-} + 3\text{H}_2\text{O}$	0,705
	$\text{PbO}_2 + 4\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Pb}^{2+} + 2\text{H}_2\text{O}$	1,449-1,455		$\text{S}_2\text{O}_8^{2-} + 2\text{e} = 2\text{SO}_4^{2-}$	2,01
	$\text{PbO}_2 + \text{SO}_4^{2-} + 4\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{PbSO}_4 + 2\text{H}_2\text{O}$	1,685	Sb	$\text{SbO}_2^- + 2\text{H}_2\text{O} + 3\text{e} = \text{Sb} + 4\text{OH}^-$	-0,675
	$\text{Pb}^{4+} + 2\text{e} = \text{Pb}^{2+}$	1,694		$\text{Sb} + 3\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{SbH}_3$	-0,51
Pd	$\text{Pd}(\text{OH})_2 + 2\text{e} = \text{Pd} + 2\text{OH}^-$	0,07		$\text{SbO}_3^- + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{SbO}_2^- + 2\text{OH}^-$	-0,43
	$\text{PdI}_6^{2-} + 2\text{e} = \text{PdI}_4^{2-} + 2\text{I}^-$	0,623		$\text{Sb}_2\text{O}_3 + 6\text{H}^+ + 6\text{e} = 2\text{Sb} + 3\text{H}_2\text{O}$	0,152
	$\text{PdCl}_4^{2-} + 2\text{e} = \text{Pd} + 4\text{Cl}^-$	0,623		$\text{SbO}^+ + 2\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{Sb} + \text{H}_2\text{O}$	0,212
	$\text{PdO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Pd} + \text{H}_2\text{O}$	0,896		$\text{SbO}_3^- + 2\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{SbO}_2^- + \text{H}_2\text{O}$	0,353
	$\text{PdCl}_6^{2-} + 4\text{e} = \text{Pd} + 6\text{Cl}^-$	0,96		$\text{SbO}_2^- + 4\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{Sb} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,446
	$\text{Pd}^{2+} + 2\text{e} = \text{Pd}$	0,987		$\text{Sb}_2\text{O}_5 + 6\text{H}^+ + 4\text{e} = 2\text{SbO}^+ + 3\text{H}_2\text{O}$	0,581
	$\text{PdBr}_6^{2-} + 2\text{e} = \text{PdBr}_4^{2-} + 2\text{Br}^-$	0,993		$\text{Sb}_2\text{O}_5 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Sb}_2\text{O}_3 + 2\text{H}_2\text{O}$	0,671
	$\text{PdO}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{PdO} + \text{H}_2\text{O}$	1,283	Sc	$\text{Sc}^{3+} + 3\text{e} = \text{Sc}$	-2,077
	$\text{PdCl}_6^{2-} + 2\text{e} = \text{PdCl}_4^{2-} + 2\text{Cl}^-$	1,288	Se	$\text{Se} + 2\text{e} = \text{Se}^{2-}$	-0,92
Pt	$\text{PtS} + 2\text{e} = \text{Pt} + \text{S}^{2-}$	-0,95		$\text{Se} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{H}_2\text{Se}$	-0,40
	$\text{PtS}_2 + 2\text{e} = \text{PtS} + \text{S}^{2-}$	-0,64		$\text{SeO}_3^{2-} + 3\text{H}_2\text{O} + 4\text{e} = \text{Se} + 6\text{OH}^-$	-0,366
	$\text{Pt}(\text{OH})_2 + 2\text{e} = \text{Pt} + 2\text{OH}^-$	0,15		$\text{SeO}_4^{2-} + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{SeO}_3^{2-} + 2\text{OH}^-$	0,05
	$\text{PtI}_6^{2-} + 2\text{e} = \text{PtI}_4^{2-} + 2\text{I}^-$	0,393		$\text{H}_2\text{SeO}_3 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Se} + 3\text{H}_2\text{O}$	0,741
	$\text{PtBr}_4^{2-} + 2\text{e} = \text{Pt} + 4\text{Br}^-$	0,58		$\text{SeO}_4^{2-} + 4\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{H}_2\text{SeO}_3 + \text{H}_2\text{O}$	1,15
	$\text{PtBr}_6^{2-} + 2\text{e} = \text{PtBr}_4^{2-} + 2\text{Br}^-$	0,59	Si	$\text{SiO}_3^{2-} + 3\text{H}_2\text{O} + 4\text{e} = \text{Si} + 6\text{OH}^-$	-1,7
	$\text{PtCl}_6^{2-} + 2\text{e} = \text{PtCl}_4^{2-} + 2\text{Cl}^-$	0,720		$\text{SiF}_6^{2-} + 4\text{e} = \text{Si} + 6\text{F}^-$	-1,2
	$\text{PtCl}_4^{2-} + 2\text{e} = \text{Pt} + 4\text{Cl}^-$	0,73		$\text{SiO}_3^{2-} + 6\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Si} + 3\text{H}_2\text{O}$	-0,455
	$\text{Pt}(\text{OH})_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Pt} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,980		$\text{Si} + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{SiH}_4$	0,102
	$\text{PtO}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Pt}(\text{OH})_2$	1,045	Sn	$\text{SnS} + 2\text{e} = \text{Sn} + \text{S}^{2-}$	-0,94
Ra	$\text{Ra}^{2+} + 2\text{e} = \text{Ra}$	-2,925		$\text{Sn}(\text{OH})_6^{2-} + 2\text{e} = \text{HSnO}_2^- + \text{H}_2\text{O} + 3\text{OH}^-$	-0,93
	$\text{Rb}^+ + \text{e} = \text{Rb}$	-2,925		$\text{HSnO}_2^- + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{Sn} + 3\text{OH}^-$	-0,91
S	$\text{SO}_4^{2-} + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{SO}_3^{2-} + 2\text{OH}^-$	-0,93		$\text{SnF}_6^{2-} + 4\text{e} = \text{Sn} + 6\text{F}^-$	-0,25
	$2\text{SO}_4^{2-} + 5\text{H}_2\text{O} + 8\text{e} = \text{S}_2\text{O}_3^{2-} + 10\text{OH}^-$	-0,76		$\text{Sn}^{2+} + 2\text{e} = \text{Sn}$	-0,136
	$\text{SO}_3^{2-} + 3\text{H}_2\text{O} + 4\text{e} = \text{S} + 6\text{OH}^-$	-0,66		$\text{SnO}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{SnO} + \text{H}_2\text{O}$	-0,108
	$2\text{SO}_3^{2-} + 3\text{H}_2\text{O} + 4\text{e} = \text{S}_2\text{O}_3^{2-} + 6\text{OH}^-$	-0,58		$\text{SnO}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Sn} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,106
	$\text{S}_2^{2-} + 2\text{e} = 2\text{S}^{2-}$	-0,524		$\text{SnO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Sn} + \text{H}_2\text{O}$	-0,104
	$\text{S} + 2\text{e} = \text{S}^{2-}$	-0,48		$\text{Sn}(\text{OH})_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Sn} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,091
	$2\text{S} + 2\text{e} = \text{S}_2^{2-}$	-0,476		$\text{SnCl}_6^{2-} + 2\text{e} = \text{SnCl}_4^{2+} + 2\text{Cl}^-$	0,14
	$\text{S} + \text{H}^+ + 2\text{e} = \text{HS}^-$	-0,065		$\text{Sn}^{4+} + 2\text{e} = \text{Sn}^{2+}$	0,151
	$\text{S}_2\text{O}_3^{2-} + 6\text{H}^+ + 8\text{e} = 2\text{S}^{2-} + 3\text{H}_2\text{O}$	-0,006	Sr	$\text{Sr}^{2+} + 2\text{e} = \text{Sr}$	-2,888
	$\text{S}_4\text{O}_6^{2-} + 2\text{e} = 2\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$	0,08		$\text{Te} + 2\text{e} = \text{Te}^{2-}$	-1,14
	$\text{SO}_4^{2-} + 8\text{H}^+ + 8\text{e} = \text{S}^{2-} + 4\text{H}_2\text{O}$	0,149		$\text{Te} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{H}_2\text{Te}$	-0,72
	$\text{TeO}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Te} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,529		$\text{TeO}_3^{2-} + 2\text{H}_2\text{O} + 4\text{e} = \text{Te} + 6\text{OH}^-$	-0,57
				$\text{V}^{2+} + 2\text{e} = \text{V}$	-1,175

	$\text{TeO}_4^{2-} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{TeO}_3^{2-} + \text{H}_2\text{O}$	0,892		$\text{V}^{3+} + \text{e} = \text{V}^{2+}$	-0,255
	$\text{H}_6\text{TeO}_6 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{TeO}_2 + 4\text{H}_2\text{O}$	1,02		$\text{VO}_2^+ + 4\text{H}^+ + 5\text{e} = \text{V} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,25
Ti	$\text{Ti}^{2+} + 2\text{e} = \text{Ti}$	-1,63		$\text{VO}_2^{2+} + \text{e} = \text{VO}^+$	-0,044
	$\text{TiO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Ti} + \text{H}_2\text{O}$	-1,306		$\text{VO}_2^+ + 4\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{V}^{2+} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,360
	$\text{TiF}_6^{2-} + 4\text{e} = \text{Ti} + 6\text{F}^-$	-1,19	V	$\text{V}_2\text{O}_5 + 6\text{H}^+ + 2\text{e} = 2\text{VO}^{2+} + 3\text{H}_2\text{O}$	0,958
	$\text{TiO}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Ti} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,86		$\text{VO}_2^+ + 2\text{H}^+ + \text{e} = \text{VO}^{2+} + \text{H}_2\text{O}$	1,004
	$\text{TiO}_2(\text{рутил}) + \text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Ti}^{3+} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,666		$\text{VO}_4^{3-} + 6\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{VO}^+ + 3\text{H}_2\text{O}$	1,256
	$\text{TiO}_2(\text{рутил}) + 2\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Ti}^{2+} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,502		$\text{H}_2\text{VO}_4^- + 4\text{H}^+ + \text{e} = \text{VO}^{2+} + 3\text{H}_2\text{O}$	1,314
	$\text{Ti}^{3+} + \text{e} = \text{Ti}^{2+}$	-0,368		$\text{WO}_4^{2-} + 4\text{H}_2\text{O} + 6\text{e} = \text{W} + 8\text{OH}^-$	-1,05
	$\text{Ti}^{4+} + \text{e} = \text{Ti}^{3+} (5\text{M H}_3\text{PO}_4)$	-0,15	W	$\text{WO}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{W} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,119
	$\text{TiO}^{2+} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Ti}^{2+} + \text{H}_2\text{O}$	-0,135		$\text{WO}_3 + 6\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{W} + 3\text{H}_2\text{O}$	-0,09
	$\text{TiO}^{2+} + 2\text{H}^+ + \text{e} = \text{Ti}^{3+} + \text{H}_2\text{O}$	0,10		$\text{W}_2\text{O}_5 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = 2\text{WO}_2 + \text{H}_2\text{O}$	-0,031
Tl	$\text{Tl}_2\text{S} + 2\text{e} = 2\text{Tl} + \text{S}^{2-}$	-0,93		$2\text{WO}_3 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{W}_2\text{O}_5 + \text{H}_2\text{O}$	-0,029
	$\text{TlI} + \text{e} = \text{Tl} + \text{I}^-$	-0,753		$\text{WO}_4^{2-} + 8\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{W} + 4\text{H}_2\text{O}$	0,049
	$\text{TlBr} + \text{e} = \text{Tl} + \text{Br}^-$	-0,658		$2\text{WO}_4^{2-} + 6\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{W}_2\text{O}_5 + 3\text{H}_2\text{O}$	0,801
	$\text{TlCl} + \text{e} = \text{Tl} + \text{Cl}^-$	-0,557		$\text{ZnS} + 2\text{e} = \text{Zn} + \text{S}^{2-}$	-1,405
	$\text{TlOH} + \text{e} = \text{Tl} + \text{OH}^-$	-0,344	Zn	$\text{Zn}(\text{CN})_4^{2-} + 2\text{e} = \text{Zn} + 4\text{CN}^-$	-1,26
	$\text{Tl}^+ + \text{e} = \text{Tl}$	-0,3363		$\text{Zn}(\text{OH})_2 + 2\text{e} = \text{Zn} + 2\text{OH}^-$	-1,245
	$\text{Tl}(\text{OH})_3 + 2\text{e} = \text{TlOH} + 2\text{OH}^-$	-0,05		$\text{Zn}(\text{OH})_4^{2-} + 2\text{e} = \text{Zn} + 4\text{OH}^-$	-1,22
	$\text{Tl}_2\text{O}_3 + 3\text{H}_2\text{O} + 4\text{e} = 2\text{Tl}^+ + 6\text{OH}^-$	0,02		$\text{ZnO}_2^{2-} + 2\text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{Zn} + 4\text{OH}^-$	-1,216
	$\text{TlOH} + \text{H}^+ + \text{e} = \text{Tl} + \text{H}_2\text{O}$	0,778		$\text{ZnCO}_3 + 2\text{e} = \text{Zn} + \text{CO}_3^{2-}$	-1,06
	$\text{Tl}^{3+} + 2\text{e} = \text{Tl}^+$	1,252		$\text{Zn}(\text{NH}_3)_4^{2+} + 2\text{e} = \text{Zn} + 4\text{NH}_3$	-1,04
U	$\text{UO}_2 + 2\text{H}_2\text{O} + 4\text{e} = \text{U} + 4\text{OH}^-$	-2,39		$\text{Zn}^{2+} + 2\text{e} = \text{Zn}$	-0,763
	$\text{U}^{3+} + 3\text{e} = \text{U}$	-1,798		$\text{ZnO}_2^{2-} + 4\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Zn} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,441
	$\text{U}^{4+} + \text{e} = \text{U}^{3+}$	-0,607		$\text{ZrO}^{2+} + 2\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Zr} + \text{H}_2\text{O}$	-1,570
	$\text{UO}_2^{2+} = \text{UO}_2^+$	0,05	Zr	$\text{ZrO}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Zr} + 2\text{H}_2\text{O}$	-1,553
	$\text{UO}_2^{2+} + 4\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{U}^{4+} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,334		$\text{Zr}^{4+} + 4\text{e} = \text{Zr}$	-1,539
	$\text{UO}_2^+ + 4\text{H}^+ + \text{e} = \text{U}^{4+} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,62			

Список литературы

Карпетьянц М.Х., Дракин С.И. Общая и неорганическая химия.: учебник 5-е изд. Изд-во Книжный дом «Либроком» 2015. 592 с.

Глинка Н.Л. Общая химия.: учебник / под ред. В.А. Попкова, А.В. Бабкова. 18-е изд., перераб. и доп. М.: Изд-во «Юрайт»; ИД «Юрайт», 2011. 886 с.

Глинка Н.Л. Общая химия. Задачи и упражнения: учебно-практическое пособие. Изд-во «Юрайт»; ИД «Юрайт», 2014. 240 с.

Хомченко И.Г. Общая химия. Сборник задач и упражнений. Изд-во «Новая волна», 2011. 256 с.

Учебное издание

Наталья Анатольевна Зайцева, Ирина Альбертовна Низова

ЗАДАЧИ И ВОПРОСЫ ПО КУРСУ «ХИМИЯ»

ЧАСТЬ II

Окислительно-восстановительные реакции

Учебное пособие

Редактор изд-ва

Компьютерная верстка Н.А.Зайцевой

Подписано в печать .Бумага писчая. Формат 60×84 1/16.

Печать на ризографе. Гарнитура Times New Roman.

Печ. л. Уч.-изд. л. 1,0 .Тираж 100 .Заказ

Издательство УГГУ

620144, Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30

Уральский государственный горный университет

Отпечатано с оригинал-макета

в лаборатории множительной техники УГГУ

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

**УТВЕРЖДАЮ**
Проректор по учебно-методическому
комплексу С.А. Упоров
14.10.2020

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

ПРИКЛАДНОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Направление подготовки

21.05.03 Технология геологической разведки

квалификация выпускника: **специалист**

Автор: Дружинин А.В., доцент, канд. техн. наук

Екатеринбург
2020

ВВЕДЕНИЕ

Данные методические рекомендации необходимы для студентов при организации самостоятельной работы по дисциплине «Прикладное программное обеспечение» в рамках подготовки и защиты контрольной работы.

В методических рекомендациях содержатся особенности организации подготовки контрольной работы в виде реферата, требования к его оформлению, а также порядок защиты и критерии оценки.

ОРГАНИЗАЦИЯ ПОДГОТОВКИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РЕФЕРАТА)

Общая характеристика реферата

Написание реферата практикуется в учебном процессе в целях приобретения студентом необходимой профессиональной подготовки, развития умения и навыков самостоятельного научного поиска: изучения литературы по выбранной теме, анализа различных источников и точек зрения, обобщения материала, выделения главного, формулирования выводов и т. п. С помощью реферата студент может глубже постигать наиболее сложные проблемы дисциплины, учиться лаконично излагать свои мысли, правильно оформлять работу, докладывать результаты своего труда.

В «Толковом словаре русского языка» дается следующее определение: **«реферат** – краткое изложение содержания книги, статьи, исследования, а также доклад с таким изложением».

Различают два вида реферата:

- *репродуктивный* – воспроизводит содержание первичного текста в форме реферата-конспекта или реферата-резюме. В реферате-конспекте содержится фактическая информация в обобщённом виде, иллюстрированный материал, различные сведения о методах исследования, результатах исследования и возможностях их применения. В реферате-резюме содержатся только основные положения данной темы;

- *продуктивный* – содержит творческое или критическое осмысление реферируемого источника и оформляются в форме реферата-доклада или реферата-обзора. В реферате-докладе, наряду с анализом информации первоисточника, дается объективная оценка проблемы, и он имеет развёрнутый характер. Реферат-обзор составляется на основе нескольких источников и в нем сопоставляются различные точки зрения по исследуемой проблеме.

Студент для изложения материала должен выбрать продуктивный вид реферата.

Выбор темы реферата

Студенту предоставляется право выбора темы реферата из рекомендованного преподавателем дисциплины списка. Выбор темы должен быть осознанным и обоснованным с точки зрения познавательных интересов автора, а также полноты освещения темы в имеющейся научной литературе.

Если интересующая тема отсутствует в рекомендованном списке, то по согласованию с преподавателем студенту предоставляется право самостоятельно предложить тему реферата, раскрывающую содержание изучаемой дисциплины. Тема не должна быть слишком общей и глобальной, так как небольшой объем работы (до 20-25 страниц без учёта приложений) не позволит раскрыть ее.

Начинать знакомство с избранной темой лучше всего с чтения обобщающих работ по данной проблеме, постепенно переходя к узкоспециальной литературе. При этом следует сразу же составлять библиографические выходные данные используемых источников (автор, название, место и год издания, издательство, страницы).

На основе анализа прочитанного и просмотренного материала по данной теме следует составить тезисы по основным смысловым блокам, с пометками, собственными суждениями и оценками. Предварительно подобранный в литературных источниках материал может превышать необходимый объем реферата.

Формулирование цели и составление плана реферата

Выбрав тему реферата и изучив литературу, необходимо сформулировать цель работы и составить план реферата.

Цель – это осознаваемый образ предвосхищаемого результата. Возможно, формулировка цели в ходе работы будет меняться, но изначально следует ее обозначить, чтобы ориентироваться на нее в ходе исследования. Формулирование цели реферата рекомендуется осуществлять при помощи глаголов: исследовать, изучить, проанализировать, систематизировать, осветить, изложить (представления, сведения), создать, рассмотреть, обобщить и т. д.

Определяясь с целью дальнейшей работы, параллельно необходимо думать над составлением плана, при этом четко соотносить цель и план работы. Правильно построенный план помогает систематизировать материал и обеспечить последовательность его изложения.

Наиболее традиционной является следующая **структура реферата**:

Титульный лист.

Оглавление (план, содержание).

Введение.

1. (полное наименование главы).

1.1. (полное название параграфа, пункта);

1.2. (полное название параграфа, пункта).

2. (полное наименование главы).

2.1. (полное название параграфа, пункта);

2.2. (полное название параграфа, пункта).

} Основная часть

Заключение (выводы).

Библиография (список использованной литературы).

Приложения (по усмотрению автора).

Титульный лист оформляется в соответствии с Приложением.

Оглавление (план, содержание) включает названия всех глав и параграфов (пунктов плана) реферата и номера страниц, указывающие их начало в тексте реферата.

Введение. В этой части реферата обосновывается актуальность выбранной темы, формулируются цель и задачи работы, указываются используемые материалы и дается их краткая характеристика с точки зрения полноты освещения избранной темы. Объем введения не должен превышать 1-1,5 страницы.

Основная часть реферата может быть представлена двумя или тремя главами, которые могут включать 2-3 параграфа (пункта).

Здесь достаточно полно и логично излагаются главные положения в используемых источниках, раскрываются все пункты плана с сохранением связи между ними и последовательности перехода от одного к другому.

Автор должен следить за тем, чтобы изложение материала точно соответствовало цели и названию главы (параграфа). Материал в реферате рекомендуется излагать своими словами, не допуская дословного переписывания из литературных источников. В тексте обязательны ссылки на первоисточники, т. е. на тех авторов, у которых взят данный материал в виде мысли, идеи, вывода, числовых данных, таблиц, графиков, иллюстраций и пр.

Работа должна быть написана грамотным литературным языком. Сокращение слов в тексте не допускается, кроме общеизвестных сокращений и аббревиатуры. Каждый раздел рекомендуется заканчивать кратким выводом.

Заключение (выводы). В этой части обобщается изложенный в основной части материал, формулируются общие выводы, указывается, что нового лично для себя вынес автор реферата из работы над ним. Выводы делаются с учетом опубликованных в литературе различных точек зрения по проблеме, рассматриваемой в реферате, сопоставления их и личного мнения автора реферата. Заключение по объему не должно превышать 1,5-2 страниц.

Библиография (список использованной литературы) – здесь указывается реально использованная для написания реферата литература, периодические издания и электронные источники информации. Список составляется согласно правилам библиографического описания.

Приложения могут включать графики, таблицы, расчеты.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РЕФЕРАТА

Общие требования к оформлению реферата

Рефераты, как правило, требуют изучения и анализа значительного объема статистического материала, формул, графиков и т. п. В силу этого особое значение приобретает правильное оформление результатов проделанной работы.

Текст реферата должен быть подготовлен в печатном виде. Исправления и пометки не допускаются. Текст работы оформляется на листах формата А4, на одной стороне листа, с полями: левое – 25 мм, верхнее – 20 мм, правое – 15 мм и нижнее – 25 мм. При компьютерном наборе шрифт должен быть таким: тип шрифта Times New Roman, кегль 14, междустрочный интервал 1,5.

Рекомендуемый объем реферата – не менее 20 страниц. Титульный лист реферата оформляется студентом по образцу, данному в приложении 1.

Текст реферата должен быть разбит на разделы: главы, параграфы и т. д. Очередной раздел нужно начинать с нового листа.

Все страницы реферата должны быть пронумерованы. Номер страницы ставится снизу страницы, по центру. Первой страницей является титульный лист, но на ней номер страницы не ставится.

Таблицы

Таблицы по содержанию делятся на аналитические и неаналитические. Аналитические таблицы являются результатом обработки и анализа цифровых показателей. Как правило, после таких таблиц делается обобщение, которое вводится в текст словами: «таблица позволяет сделать вывод о том, что...», «таблица позволяет заключить, что...» и т. п.

В неаналитических таблицах обычно помещаются необработанные статистические данные, необходимые лишь для информации и констатации фактов.

Таблицы размещают после первого упоминания о них в тексте таким образом, чтобы их можно было читать без поворота работы или с поворотом по часовой стрелке.

Каждая таблица должна иметь нумерационный и тематический заголовок. Тематический заголовок располагается по центру таблицы, после нумерационного, размещённого в правой стороне листа и включающего надпись «Таблица» с указанием арабскими цифрами номера таблицы. Нумерация таблиц сквозная в пределах каждой главы. Номер таблицы состоит из двух цифр: первая указывает на номер главы, вторая – на номер таблицы в главе по порядку (например, «Таблица 2.2» – это значит, что представленная таблица вторая во второй главе).

Цифры в графах таблиц должны проставляться так, чтобы разряды чисел во всей графе были расположены один под другим. В одной графе количество десятичных знаков должно быть одинаковым. Если данные отсутствуют, то в графах ставят знак тире. Округление числовых значений величин до первого, второго и т. д. десятичного знака для

различных значений одного и того же наименования показателя должно быть одинаковым.

Таблицу с большим количеством строк допускается переносить на другую страницу, при этом заголовок таблицы помещают только над ее первой частью, а над переносимой частью пишут «Продолжение таблицы» или «Окончание таблицы». Если в работе несколько таблиц, то после слов «Продолжение» или «Окончание» указывают номер таблицы, а само слово «таблица» пишут сокращенно, например, «Продолжение табл. 1.1», «Окончание табл. 1.1».

На все таблицы в тексте реферата должны быть даны ссылки с указанием их порядкового номера, например, «...в табл. 2.2».

Формулы

Формулы – это комбинации математических знаков, выражающие какие-либо предложения.

Формулы, приводимые в реферате, должны быть наглядными, а обозначения, применяемые в них, соответствовать стандартам.

Пояснения значений символов и числовых коэффициентов следует приводить непосредственно под формулой, в той последовательности, в какой они даны в формуле. Значение каждого символа и числового коэффициента дается с новой строки. Первую строку объяснения начинают со слова «где» без двоеточия после него.

Формулы и уравнения следует выделять из текста свободными строками. Если уравнение не умещается в одну строку, оно должно быть перенесено после знака равенства (=) или после знака (+), минус (–), умножения (x) и деления (:).

Формулы нумеруют арабскими цифрами в пределах всей реферата или главы. В пределах реферата используют нумерацию формул одинарную, в пределах главы – двойную. Номер указывают с правой стороны листа на уровне формулы в круглых скобках.

В тексте ссылки на формулы приводятся с указанием их порядковых номеров, например: «...в формуле (2.2)» (второй формуле второй главы).

Иллюстрации

Иллюстрации позволяют наглядно представить явление или предмет такими, какими мы их зрительно воспринимаем, но без лишних деталей и подробностей.

Основными видами иллюстраций являются схемы, диаграммы и графики.

Схема – это изображение, передающее обычно с помощью условных обозначений и без соблюдения масштаба основную идею какого-либо устройства, предмета, сооружения или процесса и показывающее взаимосвязь их главных элементов.

Диаграмма – один из способов изображения зависимости между величинами. Наибольшее распространение получили линейные, столбиковые и секторные диаграммы.

Для построения линейных диаграмм используется координатное поле. По горизонтальной оси в изображенном масштабе откладывается время или факториальные признаки, на вертикальной – показатели на определенный момент (период) времени или размеры результативного независимого признака. Вершины ординат соединяются отрезками – в результате получается ломаная линия.

На столбиковых диаграммах данные изображаются в виде прямоугольников (столбиков) одинаковой ширины, расположенных вертикально или горизонтально. Длина (высота) прямоугольников пропорциональна изображенным ими величинам.

Секторная диаграмма представляет собой круг, разделенный на секторы, величины которых пропорциональны величинам частей изображаемого явления.

График – это результат обработки числовых данных. Он представляет собой условные изображения величин и их соотношений через геометрические фигуры, точки и линии.

Количество иллюстраций в работе должно быть достаточным для пояснения излагаемого текста.

Иллюстрации обозначаются словом «Рис.» и располагаются после первой ссылки на них в тексте так, чтобы их было удобно рассматривать без поворота работы или с поворотом по часовой стрелке. Иллюстрации должны иметь номер и наименование, расположенные по центру, под ней. Иллюстрации нумеруются в пределах главы арабскими цифрами, например: «Рис. 1.1» (первый рисунок первой главы). Ссылки на иллюстрации в тексте реферата приводят с указанием их порядкового номера, например: «...на рис. 1.1».

При необходимости иллюстрации снабжаются поясняющими данными (подрисовочный текст).

Приложения

Приложение – это часть основного текста, которая имеет дополнительное (обычно справочное) значение, но, тем не менее, необходима для более полного освещения темы. По форме они могут представлять собой текст, таблицы, графики, карты. В приложении помещают вспомогательные материалы по рассматриваемой теме: инструкции, методики, положения, результаты промежуточных расчетов, типовые проекты, имеющие значительный объем, затрудняющий чтение и целостное восприятие текста. В этом случае в тексте приводятся основные выводы (результаты) и делается ссылка на приложение, содержащее соответствующую информацию. Каждое приложение должно начинаться с новой страницы. В правом верхнем углу листа пишут слово «Приложение» и указывают номер приложения. Если в реферате больше одного приложения, их нумеруют последовательно арабскими цифрами, например: «Приложение 1», «Приложение 2» и т. д.

Каждое приложение должно иметь заголовок, который помещают ниже слова «Приложение» над текстом приложения, по центру.

При ссылке на приложение в тексте реферата пишут сокращенно строчными буквами «прил.» и указывают номер приложения, например: «...в прил. 1».

Приложения оформляются как продолжение текстовой части реферата со сквозной нумерацией листов. Число страниц в приложении не лимитируется и не включается в общий объем страниц реферата.

Библиографический список

Библиографический список должен содержать перечень и описание только тех источников, которые были использованы при написании реферата.

В библиографическом списке должны быть представлены монографические издания отечественных и зарубежных авторов, материалы профессиональной периодической печати (экономических журналов, газет и еженедельников), законодательные и др. нормативно-правовые акты. При составлении списка необходимо обратить внимание на достижение оптимального соотношения между монографическими изданиями, характеризующими глубину теоретической подготовки автора, и периодикой, демонстрирующей владение современными экономическими данными.

Наиболее распространенным способом расположения наименований литературных источников является алфавитный. Работы одного автора перечисляются в алфавитном порядке их названий. Исследования на иностранных языках помещаются в порядке латинского алфавита после исследований на русском языке.

Ниже приводятся примеры библиографических описаний использованных источников.

Статья одного, двух или трех авторов из журнала

Зотова Л. А., Еременко О. В. Инновации как объект государственного регулирования // Экономист. 2010. № 7. С. 17–19.

Статья из журнала, написанная более чем тремя авторами

Валютный курс и экономический рост / С. Ф. Алексашенко, А. А. Клепач, О. Ю. Осипова [и др.] // Вопросы экономики. 2010. № 8. С. 18–22.

Книга, написанная одним, двумя или тремя авторами

Олейник А. Н. Институциональная Горное дело: учебное пособие. М.: ИНФРА-М, 2011. 416 с.

Книга, написанная более чем тремя авторами

Экономическая теория: учебник / В. Д. Камаев [и др.]. М.: ВЛАДОС, 2011. 143 с.

Сборники

Актуальные проблемы экономики и управления: сборник научных статей. Екатеринбург: УГГУ, 2010. Вып. 9. 146 с.

Статья из сборника

Данилов А. Г. Система ценообразования промышленного предприятия // Актуальные проблемы экономики и управления: сб. научных статей. Екатеринбург: УГГУ, 2010. Вып. 9. С. 107–113.

Статья из газеты

Крашаков А. С. Будет ли обвал рубля // Аргументы и факты. 2011. № 9. С. 3.

Библиографические ссылки

Библиографические ссылки требуется приводить при цитировании, заимствовании материалов из других источников, упоминании или анализе работ того или иного автора, а также при необходимости адресовать читателя к трудам, в которых рассматривался данный вопрос.

Ссылки должны быть затекстовыми, с указанием номера соответствующего источника (на который автор ссылается в работе) в соответствии с библиографическим списком и соответствующей страницы.

Пример оформления затекстовой ссылки

Ссылка в тексте: «Под трансакцией понимается обмен какими-либо благами, услугами или информацией между двумя агентами» [10, С. 176].

В списке использованных источников:

10. *Сухарев О. С.* Институциональная Горное дело: учебник и практикум для специалитета и магистратуры / О. С. Сухарев. М.: Издательство Юрайт, 2016. 501 с.

ОРГАНИЗАЦИЯ ЗАЩИТЫ РЕФЕРАТА

Необходимо заранее подготовить тезисы выступления (план-конспект).

Порядок защиты реферата.

1. Краткое сообщение, характеризующее цель и задачи работы, ее актуальность, полученные результаты, вывод и предложения.

2. Ответы студента на вопросы преподавателя.

3. Отзыв руководителя-консультанта о ходе выполнения работы.

Советы студенту:

• Готовясь к защите реферата, вы должны вспомнить материал максимально подробно, и это должно найти отражение в схеме вашего ответа. Но тут же необходимо выделить главное, что наиболее важно для понимания материала в целом, иначе вы сможете проговорить все 15-20 минут и не раскрыть существа вопроса. Особенно строго следует отбирать примеры и иллюстрации.

- Вступление должно быть очень кратким – 1-2 фразы (если вы хотите подчеркнуть при этом важность и сложность данного вопроса, то не говорите, что он сложен и важен, а покажите его сложность и важность).

- Целесообразнее вначале показать свою схему раскрытия вопроса, а уж потом ее детализировать.

- Рассказывать будет легче, если вы представите себе, что объясняете материал очень способному и хорошо подготовленному человеку, который не знает именно этого раздела, и что при этом вам обязательно нужно доказать важность данного раздела и заинтересовать в его освоении.

- Строго следите за точностью своих выражений и правильностью употребления терминов.

- Не пытайтесь рассказать побольше за счет ускорения темпа, но и не мямлите.

- Не демонстрируйте излишнего волнения и не напрашивайтесь на сочувствие.

- Будьте особенно внимательны ко всем вопросам преподавателя, к малейшим его замечаниям. И уж ни в коем случае его не перебивайте!

- Не бойтесь дополнительных вопросов – чаще всего преподаватель использует их как один из способов помочь вам или сэкономить время. Если вас прервали, а при оценке ставят в вину пропуск важной части материала, не возмущайтесь, а покажите план своего ответа, где эта часть стоит несколько позже того, на чем вы были прерваны.

- Прежде чем отвечать на дополнительный вопрос, необходимо сначала правильно его понять. Для этого нужно хотя бы немного подумать, иногда переспросить, уточнить: правильно ли вы поняли поставленный вопрос. И при ответе следует соблюдать тот же принцип экономности мышления, а не высказывать без разбора все, что вы можете сказать.

- Будьте доброжелательны и тактичны, даже если к ответу вы не готовы (это вина не преподавателя, а ваша).

ТЕМЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РЕФЕРАТА)

1. Хост-компьютеры.
2. Локальные сети и персональные компьютеры.
3. Каналы связи.
4. Хранение и предоставление доступа к информации.
5. Управление передачей сообщений.
6. Каналы связи, обеспечивающие взаимодействие между хост-компьютерами.
7. Обмен информацией между абонентами сети.
8. Использование баз данных сети.
9. Классификация прикладного программного обеспечения.
10. Пакеты прикладных программ.
11. Методо-ориентированные пакеты.
12. Системы реального времени.
13. Офисные приложения.
14. Инструменты электронных таблиц для решения экономических задач.
15. Классификация баз данных (БД).
16. Системы управления базами данных (СУБД). Классификация СУБД.
17. Локальные и глобальные сети. Intranet и Internet. Сетевые службы.
18. Поисковые системы: Яндекс, Rambler, Google, ПОИСК@mail.ru.

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РЕФЕРАТА)

Критерии оценивания:

достижение поставленной цели и задач исследования (новизна и актуальность поставленных в реферате проблем, правильность формулирования цели, определения задач исследования, правильность выбора методов решения задач и реализации цели; соответствие выводов решаемым задачам, поставленной цели, убедительность выводов);

уровень эрудированности автора по изученной теме (знание автором состояния изучаемой проблематики, цитирование источников, степень использования в работе результатов исследований);

личные заслуги автора реферата (новые знания, которые получены помимо основной образовательной программы, новизна материала и рассмотренной проблемы, научное значение исследуемого вопроса);

культура письменного изложения материала (логичность подачи материала, грамотность автора);

культура оформления материалов работы (соответствие реферата всем стандартным требованиям);

знания и умения на уровне требований стандарта данной дисциплины: знание фактического материала, усвоение общих понятий и идей;

степень обоснованности аргументов и обобщений (полнота, глубина, всестороннее раскрытие темы, корректность аргументации и системы доказательств, характер и достоверность примеров, иллюстративного материала, наличие знаний интегрированного характера, способность к обобщению);

качество и ценность полученных результатов (степень завершенности реферативного исследования, спорность или однозначность выводов);

использование профессиональной терминологии;

использование литературных источников.

Правила оценивания:

Каждый показатель оценивается в 1 балл

Критерии оценки:

9-10 баллов (90-100%) - оценка «отлично»;

7-8 баллов (70-89%) - оценка «хорошо»;

5-6 баллов (50-69%) - оценка «удовлетворительно»;

0-4 балла (0-49%) - оценка «неудовлетворительно».

Образец оформления титульного листа контрольной работы (реферата)

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»

Инженерно-экономический факультет

Кафедра информатики

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА (РЕФЕРАТ)

по дисциплине
«Прикладное программное обеспечение»

на тему:

УПРАВЛЕНИЕ ПЕРЕДАЧЕЙ СООБЩЕНИЙ

Руководитель:
Дружинин А.В.
Студент гр. Х-20
Артёмова Елена Юрьевна

Екатеринбург – 2020

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

 **УТВЕРЖДАЮ**
Проректор по учебно-методическому
комплексу _____ С.А. Упоров
14.10.2020

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ РАБОТАМ

ПРИКЛАДНОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Специальность

21.05.03 Технология геологической разведки

квалификация выпускника: **специалист**

Автор: Дружинин А.В., доцент, канд. техн. наук

Екатеринбург
2020

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1	10
Создание таблиц базы данных «Реализация товаров»	10
Создание файла базы данных Access	10
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2	18
Работа с простыми запросами.....	18
Конструирование запросов на выборку с условием отбора.....	18
Вычисляемые поля в запросах	21
Параметры в запросах	23
Групповые операции в запросах	26
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3	29
Работа с многотабличными запросами	29
Запросы на изменение.....	33
Задание для самостоятельной работы	36
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4	37
Работа с формами.....	37
Условное форматирование элементов управления.....	38
Создание разделенной формы.....	40
Многотабличные формы.....	41
Создание многотабличной формы с помощью мастера	42
Одиночная многотабличная форма	45
Задание для самостоятельной работы	49
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5	49
Работа с отчетами.....	49
Задание для самостоятельной работы	51
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6	52
Создание главной кнопочной формы.....	52
с использованием макросов	52
Создание управляющих кнопок на экране	55
ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ	60
Указания к выполнению работы	60
Варианты заданий	60
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	71

ВВЕДЕНИЕ

Система управления базами данных

СУБД (система управления базами данных) является универсальным программным инструментом создания и обслуживания баз данных и приложений пользователя в самых разных предметных областях. СУБД обеспечивает создание, многоаспектный доступ к данным и использование одних и тех же данных различными задачами и приложениями пользователей.

СУБД поддерживаются различные модели данных. *Модель данных* – это метод (принцип) логической организации данных, используемый СУБД. Наиболее известными являются иерархическая, сетевая и реляционная модели.

В СУБД для персональных компьютеров (настольных СУБД) поддерживается преимущественно *реляционная модель*, которую отличает простота и единообразие представления данных простейшими *двумерными таблицами*.

Основной логической структурной единицей манипулирования данными является *строка* таблицы – *запись*. *Структура записи* определяется составом входящих в неё *полей*. Совокупность полей записи соответствует логически связанным реквизитам, характеризующим некоторую сущность предметной области.

Типовыми функциями СУБД по манипулированию данными являются выборка, добавление, удаление, изменение данных.

- *Выборка данных* – выборка записей из одной или нескольких взаимосвязанных таблиц в соответствии с заданными условиями.
- *Добавление и удаление данных* – добавление новых записей в таблицы и удаление существующих.
- *Изменение данных* – изменение значений данных в полях существующих записей.

Данные из одной или нескольких взаимосвязанных таблиц могут подвергаться обработке. К операциям *обработки* относятся, например, расчеты в пределах каждой записи, группировка записей в соответствии с *заданным* критерием группировки и обработка записей выделенных групп с помощью статистических функций, таких как суммирование, определение максимального, подсчет числа записей в группе и т. п.

СУБД Access включает разнообразные и многочисленные относительно автономные инструментальные средства, ориентированные на создание объектов базы данных и приложений пользователя.

- *Разнообразие мастера* в режиме ведения диалога с пользователем позволяют создавать объекты и выполнять разнообразные функции по реорганизации объектов базы данных и приложений пользователя.
- *Средства программирования СУБД* включают язык запросов *SQL*, язык макрокоманд и язык объектно-ориентированного программирования для приложений *Microsoft Visual Basic for Applications (VBA)*.
- *Средства графического конструирования* позволяют создавать объекты базы данных и объекты приложения с помощью многочисленных графических элементов, не прибегая непосредственно к программированию. Среди многочисленных средств графического конструирования и диалоговых средств Access следует выделить средства для создания:
 - таблиц и схем баз данных, отображающих их связи;
 - запросов выборки, отбирающих и объединяющих данные нескольких таблиц в виртуальную таблицу, которая может использоваться во многих задачах приложения;
 - запросов на изменение данных базы;
 - экранных форм, предназначенных для ввода, просмотра и обработки данных в диалоговом режиме;
 - отчетов, предназначенных для ввода, просмотра и вывода на печать данных из базы и результатов их обработки в удобном для пользователя виде.

Реляционная база данных

База данных является организованной на машинном носителе совокупностью взаимосвязанных данных и содержит сведения о различных сущностях одной предметной области: реальных объектах, процессах, событиях или явлениях.

Реляционная база данных представляет собой множество взаимосвязанных двумерных таблиц – *реляционных таблиц*, называемых также *отношениями*, в каждой из которых содержатся сведения об одной сущности автоматизируемой предметной области.

Логическую структуру реляционной базы данных образует совокупность реляционных таблиц, между которыми установлены логические связи.

В таблицах базы должны сохраняться все данные, необходимые для решения задач предметной области, причем каждый элемент данных должен храниться в базе только в одном экземпляре. Для создания таблиц,

соответствующих реляционной модели данных, используется процесс, называемый нормализацией данных. *Нормализация* – это удаление из таблиц повторяющихся данных путем их переноса в новые таблицы, записи которых не содержат повторяющихся значений.

Структура реляционной таблицы определяется составом полей. Каждое *поле* отражает определенную характеристику сущности. Для поля указывается *тип* и *размер* элементарного данного, размещаемого в нем, и ряд др. свойств. Содержимое поля отображается в столбце таблицы. Столбец таблицы содержит данные одного типа.

Содержание таблицы заключено в её строках, однотипных по структуре, каждая строка таблицы содержит данные о конкретном экземпляре сущности и называется *записью*.

Для однозначного определения (*идентификации*) каждой записи таблица должна иметь *уникальный (первичный) ключ*. По значению ключа таблицы отыскивается единственная запись в таблице. Ключ может состоять из одного или нескольких полей таблицы. Значение уникального ключа не может повторяться в нескольких записях.

Логические связи между таблицами дают возможность объединять данные из разных таблиц. Связь каждой пары таблиц задается одинаковыми полями в них – *ключом связи*. Таким образом, обеспечивается рациональное хранение недублированных данных и их объединение в соответствии с требованиями решаемых задач.

В нормализованной реляционной базе данных связь двух таблиц характеризуется отношениями записей типа «один-к-одному» (1:1) или «один-ко-многим» (1:M). Отношение 1:1 предполагает, что каждой записи одной таблицы соответствует одна запись другой таблицы. Отношение типа 1:M предполагает, что каждой записи первой таблицы соответствует много записей во второй, но каждой записи второй таблицы соответствует только одна запись в первой.

Для двух таблиц, находящихся в отношении типа 1:M, связь устанавливается по уникальному ключу таблицы, представляющей в отношении сторону «один», – *главной таблицы* в связи. Во второй таблице, представляющей в отношении сторону «многие» и называемой *подчиненной*, этот ключ связи может быть либо частью уникального ключа, либо не входить в состав ключа. В подчиненной таблице ключ связи называется ещё *внешним ключом*.

Схема данных

В СУБД Access процесс создания реляционной базы данных включает создание *схемы данных*. Схема данных наглядно отображает логическую структуру базы данных: таблицы и связи между ними, а также обеспечивает использование установленных в ней связей при обработке данных.

Для нормализованной базы данных, основанной на одно-многозначных и однозначных отношениях между таблицами, в схеме данных для связей таких таблиц по первичному ключу или уникальному индексу главной таблицы могут устанавливаться параметры *связной целостности*.

При поддержании целостности взаимосвязанных данных не допускается наличия записи в подчиненной таблице, если в главной таблице отсутствует связанная с ней запись. Соответственно при первоначальной загрузке базы данных, а также корректировке, добавлении и удалении записей система допускает выполнение операции только в том случае, если она не приводит к нарушению целостности. Связи, определенные в схеме данных, автоматически используются для объединения таблиц при разработке многотабличных форм, запросов, отчетов, существенно упрощая процесс их конструирования. В схеме связи могут устанавливаться для любой пары таблиц, имеющих одинаковое поле, позволяющее объединять эти таблицы. **Объекты Access**

База данных Access включает следующие сохраняемые в одном accdb-файле объекты:

- *таблицы, запросы, схемы данных*, непосредственно имеющие отношение к базе данных;
- *формы, отчеты, макросы и модули*, называемые *объектами приложения*.

Формы и отчеты предназначены для типовых процессов обработки данных: просмотра, обновления, поиска по заданным критериям, получения отчетов. Эти объекты приложений конструируются из графических элементов, называемых *элементами управления*. Основные элементы управления служат для отображения полей таблиц, являющихся источниками данных объекта.

Для автоматизации доступа к объектам и их взаимодействия используется программный код. Только с помощью программного кода получается полноценное приложение пользователя, функции которого доступны через меню, панели инструментов и формы. Для создания программного кода служат модули на языке VBA и макросы.

Каждый объект и элемент управления имеет свои свойства, определяя которые можно настраивать их. С каждым объектом и элементом управления связывается набор событий, которые могут обрабатываться макросами или

процедурами обработки событий на VBA, входящими в состав модулей форм, отчетов.

Объекты представлены в области навигации окна базы данных Access. Все операции по работе с объектами и приложениями начинаются в этом окне.

- *Таблицы* создаются пользователем для хранения данных об одной сущности – одном информационном объекте модели данных предметной области. Таблица состоит из полей (столбцов) и записей (строк). Каждое поле содержит одну характеристику информационного объекта предметной области. В записи собраны сведения об одном экземпляре информационного объекта. База данных Access может включать до 32768 объектов (в том числе формы, отчеты и т. д.). Одновременно может открываться до 2048 таблиц.
- *Запросы.* Запросы на выборку служат для выборки нужных данных из одной или нескольких связанных таблиц. Результатом выполнения запроса является виртуальная таблица. В запросе можно указать, какие поля исходных таблиц следует включить в запись таблицы запроса и как отобразить нужные записи. Таблица запроса может быть использована с другими таблицами базы при обработке данных. Запросы на изменение позволяют обновлять, удалять или добавлять данные в таблицы, а также создавать новые таблицы на основе уже существующих.
- *Схема данных* определяет, с помощью каких полей таблицы связываются между собой, как будет выполняться объединение данных этих таблиц, нужно ли проверять связную целостность при добавлении и удалении записей, изменение ключей таблиц. Схемы данных в области навигации в окне базы данных отображаются только в проектах Access, работающих с базами данных сервера. Для отображения схемы данных в базах данных Access используется команда **Схема данных**, размещенная на вкладке ленты **Работа с базами данных** в группе **Отношения**.
- *Формы* являются основным средством создания диалогового интерфейса приложения пользователя. Форма может создаваться для работы с электронными документами, сохраняемыми в таблицах базы данных. Вид таких документов может соответствовать привычному для пользователя бумажному документу. Форма используется для разработки интерфейса по управлению приложением. Включаемые в форму процедуры обработки событий позволяют управлять процессом обработки данных в приложении. Такие процедуры хранятся в модуле формы. В формы могут вставляться рисунки, диаграммы, звуковые фрагменты, видео. Возможна разработка форм с набором вкладок, с

каждой из которых связано выполнение той или иной функции приложения.

- *Отчеты* предназначены для формирования на основе данных базы выходных документов любых форматов, содержащих результаты решения задач пользователя, и вывода их на печать. Как и формы, отчеты могут включать процедуры обработки событий. Использование графических объектов позволяет дополнять данные отчета иллюстрациями. Отчеты обеспечивают возможность анализа данных при использовании фильтрации, агрегирования и представления данных источника в различных разрезах. □ *Макросы* являются программами, состоящими из последовательностей макрокоманд, которые выполняются по вызову или при наступлении некоторого события в объекте приложения или его элементе управления. Макросы данных выполняются при наступлении некоторого события в исходных таблицах. Макросы позволяют автоматизировать некоторые действия в приложении пользователя. Создание макросов осуществляется в диалоговом режиме путем выбора нужных макрокоманд и задания параметров, используемых ими при выполнении.
- *Модули* содержат процедуры на языке *Visual Basic for Applications*. Могут создаваться процедуры-программы, процедуры-функции, которые разрабатываются пользователем, и процедуры для обработки событий.

Интерфейс пользователя Access

Для Access 2013 разработан интерфейс пользователя, упрощающий доступ к многочисленным функциональным возможностям в процессе создания и работы с объектами базы данных и приложений пользователя.

Основу этого интерфейса составляют *ленты* и *область навигации*. Собранные на одной ленте команды четко соответствуют задачам, выполняемым в Access, что позволяет легко находить нужную команду.

Основные элементы интерфейса пользователя в Access 2013:

- *страницы*, предназначенные для управления файлами баз данных. Стартовая страница отображается при запуске Access и позволяет открыть существующие файлы баз данных или создать новые. В процессе работы доступны страницы, открываемые при щелчке на цветном значке **Файл**.

Они содержат команды для сохранения, сжатия и восстановления базы данных, определения параметров и ряд др.;

- *лента* – широкая полоса, расположенная в верхней части окна Access. Она содержит стандартные вкладки с группами наиболее часто используемых команд, контекстные вкладки, которые появляются только тогда, когда их использование допустимо, и *панель быстрого доступа* – небольшую панель инструментов, на которую можно добавить нужные команды. Лента является основой интерфейса пользователя и обеспечивает быстрый доступ к набору команд, применимых к выполняемым в базе данных в текущий момент работам;
- *коллекция (галерея)* – элемент интерфейса, который не просто отображает команды, а показывает набор результатов выполнения этих команд с отображением внешнего вида вариантов выбора;
- *диалоговые окна* могут выводиться при выполнении команд для уточнения операции и передачи параметров. В некоторых группах вкладок ленты имеются кнопки вызова диалоговых окон;
- *контекстное меню* вызывается щелчком правой кнопкой мыши на элементе объекта. Содержит команды, зависящие от контекста – элемента объекта, с которым работает пользователь, или выполняемой задачи; □ *панель быстрого доступа* – единственная панель инструментов, предусмотренная в интерфейсе. Она обеспечивает доступ одним нажатием кнопки к наиболее часто используемым командам. Это панель настраивается в соответствии с предпочтениями пользователя;
- *область навигации* расположена в левой части окна. В ней отображаются объединенные в группы объекты базы данных;
- *вкладки документов* – таблицы, запросы, формы, отчеты и макросы отображаются на вкладках в рабочем пространстве окна Access – окне документов;
- *строка состояния* – полоса в нижней части окна программы, в которой отображаются сведения о состоянии объекта и располагаются кнопки, позволяющие изменить режим его представления;
- *мини-панель инструментов* – прозрачный элемент, подключенный к объекту, который появляется над выбранным текстом и позволяет легко отформатировать его;
- *панель сообщений* – это единственное средство вывода всех предупреждений системы безопасности. Отображается, когда в открываемой базе данных имеется любое потенциально опасное выполняемое содержимое.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

Создание таблиц базы данных «Реализация товаров»

Создать базу данных для учета реализации товаров со складов. Организовать хранение информации в создаваемой базе данных с помощью четырех таблиц: «Товары», «Фирмы», «Склады» и «Продажи».

Этапы проектирования базы данных:

1. Исследование предметной области и формулировка основных допущений (накладываемых условий). На этом этапе составляется список всех форм и отчетов, которые могут быть затребованы пользователями вашей БД.
2. Анализ данных. Составить перечень всех элементов данных, входящих в формы и отчеты, и сгруппировать их в таблицы БД.
3. Установить, какие взаимосвязи существуют между элементами данных. Определить первичные и вторичные (внешние) ключи отношений. Организовать поля данных в таблицах.

Создать базу данных «Реализация товаров», при условии, что на одном складе может храниться только один вид товара.

Создание файла базы данных Access

Для создания файла новой локальной базы данных щелкните в области создания базы данных стартового окна Access на элементе **Пустая база данных** (рис. 1.1). В открывшемся окне введите имя файла в поле **Имя файла** – например, *Реализация товаров*.

Щелчком по кнопке **Создать**, завершите процесс создания пустого файла новой базы данных. В результате по умолчанию откроется окно созданной базы данных с пустой таблицей с именем **Таблица1** в режиме таблицы (рис. 1.2).

Новая база данных

Создание базы данных Microsoft Office Access, не содержащей существующих данных или объектов.

Имя файла:

Реализация товаров_ОГР_17_Попов



C:\Documents and Settings\Администратор\Мои документы\



Рис. 1.1. Определение имени и местоположения файла новой базы данных

Так как создание таблиц будет происходить при помощи конструктора таблиц, поэтому закройте таблицу при помощи щелчка по значку «Заккрыть».



Рис. 1.2. Таблица1 в режиме таблицы

Задание 1. Создание таблицы базы данных «Реализация товаров»

Рассмотрим последовательность действий при создании таблиц. Для этого начнем создание таблицы «Товар» с определения её структуры в режиме конструктора таблиц. На вкладке ленты **Создание** в группе **Таблицы** выполним команду **Конструктор таблиц** (рис. 1.3).

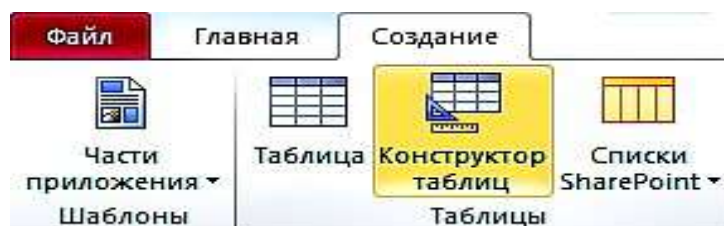


Рис. 1.3. Лента с открытой вкладкой **Создание**

В окне конструктора **Таблица1** определим все поля таблицы «Товар». Для каждого поля таблицы «Товар» определим **Имя поля**, **Тип данных**.

Товары	
Имя поля	Тип данных
Код товара	Счетчик
Наименование	Текстовый
Марка	Текстовый
Номер склада	Числовой
Количество	Числовой
Цена	Денежный
Свойства поля	
Общие	Подстановка
Формат поля	Денежный

Рис. 1.4. Таблица «Товары» в режиме «Конструктор»

Теперь определим первичный ключ таблицы. Выделим поле «**Код товара**», щелкнув кнопкой мыши на области маркировки, слева от имени поля, и нажмем кнопку **Ключевое поле** на вкладке ленты **Конструктор** в группе **Сервис**. Признаком установки ключа является изображение ключа слева от имени поля .

Сохраним созданную структуру таблицы и присвоим имя новой таблице – «Товар». Для этого выполним команду **Сохранить** на Панели быстрого доступа или на вкладке **ФАЙЛ**. В окне **Сохранение** введем имя таблицы.

При сохранении таблицы происходит обновление файла базы данных, в которую помещается созданная таблица. Таблица «Товар» появится в списке объектов **Таблицы** в области навигации открытой базы данных «Реализация товаров».

После сохранения структуры таблицы переходите ко второму этапу создания таблицы – созданию записей. Для этого переключитесь в режим таблицы нажатием кнопки **Режим** на ленте конструктора или выбором нужного режима при открытии списка данной кнопки (рис. 1.5).



Рис. 1.5. Выбор режима представления таблицы

Как и в режиме конструктора, в режиме таблицы можно удалить столбец. При этом следует помнить, что удаляются все данные столбца, и отменить удаление невозможно. Удаление поля первичного ключа в режиме таблицы невозможно. Для этого необходимо использовать режим конструктора.

Открыть таблицу для ввода исходных данных. Установить курсор в первую строку таблицы и ввести исходные данные. Ввод данных в каждое поле таблицы завершать нажатием клавиши **Enter**. По окончании ввода данных при необходимости увеличить ширину полей. Записать таблицу «Товар» на диск.

Товары						
	Код товара ▾	Наименование ▾	Марка ▾	Номер склада ▾	Количество ▾	Цена ▾
⊕	1	Тахеометр	SP FOKUS 6	1	5	319 463,00 Р
⊕	2	Тахеометр	SP FOKUS 6W	1	7	357 487,00 Р
⊕	3	Тахеометр	Soutn NTS-365 R	2	6	225 000,00 Р
⊕	4	Тахеометр	Soutn NTS-362 R	2	5	240 000,00 Р
⊕	5	Теодолит	3T2KP	3	9	84 193,00 Р
⊕	6	Теодолит	4T15П	3	5	58 764,00 Р
⊕	7	Теодолит	4T30П	3	8	50 625,00 Р
⊕	8	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	30 000,00 Р
⊕	9	Нивелир	4Н - 2КЛ	4	15	16 680,00 Р
⊕	10	Нивелир	4Н-3КЛ	4	18	12 500,00 Р
*	(№)					

Рис. 1.6. Таблица «Товары» в режиме таблицы

Задание 2. Создание таблицы «Фирмы»

Для поля Телефон следует задать маску ввода: (###)###-##-##

Имя поля	Тип данных
Код фирмы	Числовой
Название	Текстовый
Адрес	Текстовый
Телефон	Текстовый
Контактное лицо	Текстовый
Должность	Текстовый

Свойства поля

Общие	Подстановка
Размер поля	255
Формат поля	
Маска ввода	(###)###-##-##

Рис. 1.7. Таблица «Фирмы» в режиме «Конструктор»

Код фирмы	Название	Адрес	Телефон	Контактное лицо	Должность
1	ООО "Геомар Недр"	Москва, Ленина, 80	(495)618-05-10	Долженко И.М.	заведующий
2	ООО "Навгеоком"	Екатеринбург, Народной воли, 65	(343)253-53-55	Васильева З.О.	начальница
3	ООО "А-ГЕО"	Белгород, Мокроусова, 7	(904)095-70-45	Ашихмин Р.Ю.	кладовщик
4	ГеоСтройПрибор	Воронеж, Жуков, 3	(473)271-21-44	Яковлева Ю.К.	менеджер

Рис. 1.8. Таблица «Фирмы» в режиме таблицы

Задание 3. Создание таблицы «Склады»

Имя поля	Тип данных
Номер склада	Числовой
Телефон	Текстовый
Адрес	Текстовый
Заведующий	Текстовый

Свойства поля

Общие	Подстановка
Размер поля	255
Формат поля	
Маска ввода	(###)###-##-##

Рис. 1.9. Таблица «Склады» в режиме «Конструктор»

Склады				
Номер склада	Телефон	Адрес	Заведующий	
1	(343)381-88-88	Екатеринбург, пер. Базовый, 7	Амелина И.В.	
2	(343)379-51-62	В-Пышма, пер. Индустриальный, 1	Мясников Д.О.	
3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажных, 18а	Куликова А.Н.	
4	(343)310-22-22	Екатеринбург, Радищева, 4	Ромашенко К.Д.	

Рис. 1.10. Таблица «Склады» в режиме «Таблицы»

Задание 4. Создание таблицы «Продажи»

1. Ввести в первой строке имя поля: **Дата продажи** и выбрать для него тип Дата/время.
2. Сформировать поле **Код фирмы** и выбрать для него числовой тип.
3. Указать в качестве источника данных для поля **Код фирмы** список кодов фирмы, внесенных в поле с таким же названием в таблицу «Фирмы», рис. 1.11.
4. Не переводя курсор со строки **Код фирмы**, щелкнуть мышью по закладке **Подстановка**.
5. Щелкнуть мышью по слову **Поле** в строке **Тип элемента управления**, а затем – по появившейся при этом кнопке **Раскрыть список**.
6. Выбрать щелчком мыши из раскрывшегося списка строку **Поле со списком**.
7. Щелкнуть мышью по незаполненному полю в строке **Источник строк**, а затем – по появившейся при этом кнопке **Раскрыть список**.
8. Щелчком мыши выбрать строку с названием таблицы «Фирмы».

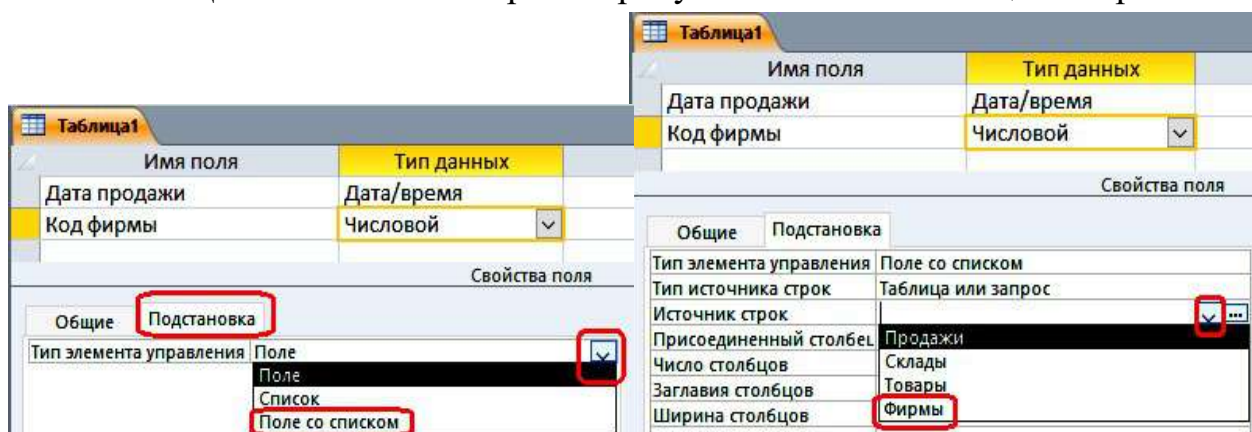


Рис. 1.11. Окно таблицы с подстановкой в режиме «Конструктора»

Имя поля	Тип данных
Дата продажи	Дата/время
Код фирмы	Числовой
Код товара	Числовой

Свойства поля

Общие Подстановка

Тип элемента управления: Поле со списком

Тип источника строк: Таблица или запрос

Источник строк: Товары

Рис. 1.12. Окно таблицы с выбором источника строк

Имя поля	Тип данных
Дата продажи	Дата/время
Код фирмы	Числовой
Код товара	Числовой
Количество	Числовой
Скидки	Числовой

Рис. 1.13. Окно таблицы «Продажи» в режиме «Конструктора»

Дата прода	Код фирмы	Код товара	Количество	Скидки
15.01.2018	4	10	10	5
19.01.2018	1	2	6	10
20.01.2018	3	5	8	5
25.01.2018	2	4	4	10
27.01.2018	1	1	4	15
30.01.2018	3	7	4	10
02.02.2018	2	3	5	5
05.02.2018	4	9	10	10
10.02.2018	3	8	9	10
15.02.2018	3	5	8	10

Рис. 1.14. Таблица «Продажи» в режиме «Таблицы»

Задание 5. Создание схемы данных

Создание схемы данных начинается с выполнения команды **Схема данных** в группе **Отношения** на вкладке ленты **Работа с базами данных**. В результате выполнения этой команды открывается окно схемы данных и диалоговое окно **Добавление таблицы**, в котором осуществляется выбор таблиц, включаемых в схему (рис. 1.15).

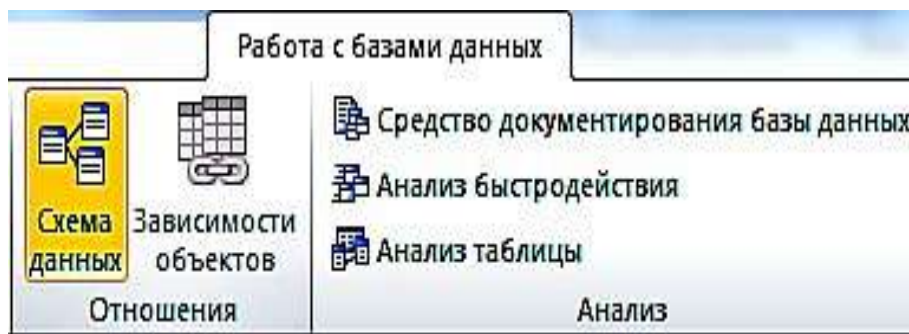


Рис. 1.15. Вкладка ленты **Работа с базами данных**

В окне **Добавление таблицы** отображаются все таблицы и запросы, содержащиеся в базе данных. Выберем вкладку **Таблицы** и с помощью кнопки **Добавить** разместим в окне **Схема данных** все ранее созданные таблицы базы данных «Реализация товаров». При создании связей в схеме данных используется проект структуры реляционной базы данных, в котором показаны все одно-многочленные связи таблиц. Реализуются связи с помощью добавления в связанные таблицы общих полей, называемых *ключом связи*.

На рис. 1.16 в созданной схеме данных БД «Реализация товаров» все связи отмечены символами **1** или **∞**. Это свидетельствует о том, что одно-многочленные связи установлены правильно (по простому и составному ключу).

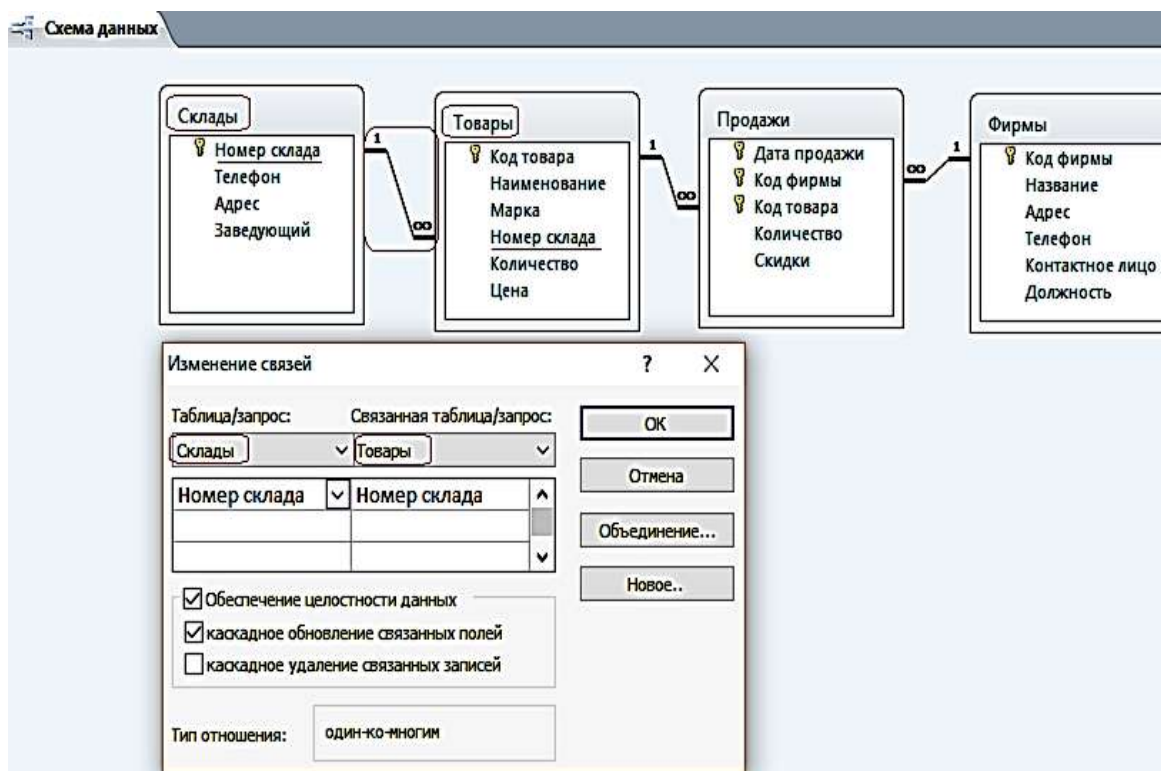


Рис. 1.16. Схема данных БД «Реализация товаров»

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

Работа с простыми запросами

Конструирование запросов на выборку с условием отбора

Задание 1. Выбрать товар по его наименованию

1. Для создания запроса в окне базы данных выберите вкладку ленты – **Создание** и в группе **Запросы** нажмите кнопку **Конструктор запросов**.

2. В окне **Добавление таблицы** выберите таблицу «Товар» и нажмите кнопку **добавить**. Выбранная таблица будет отображена в области схемы данных запроса. Закройте окно **Добавление таблицы**, нажав кнопку **Заккрыть**. На ленте появляется и автоматически активизируется новая вкладка **Работа с запросами / Конструктор**, на которой цветом выделен тип создаваемого запроса – **Выборка**.

3. В окне конструктора (рис. 2.1) последовательно перетащите из списка полей таблицы «Товар» поля **Наименование**, **Марка** и **Цена** в столбцы бланка запроса в строку **Поле**. Для этого необходимо щелкнуть двойным щелчком на имени поля таблицы в схеме данных запроса.

Создание Внешние данные Работа с базами данных Работа с запросами

Выборка Создание Добавление Обновление Перекрестный Удаление

Объединение К серверу Управление

Отобразить таблицу

Тип запроса

Запрос1

Товары

- Код товара
- Наименование
- Марка
- Номер склада
- Количество
- Цена

Поле:	Наименование	Марка	Цена
Имя таблицы:	Товары	Товары	Товары
Сортировка:			
Вывод на экран:	☒	☒	☒
Условие отбора:	Тахеометр		

Рис. 2.1. Окно конструктора запроса на выборку

4. Запишите в строке **Условия отбора** наименование товара – Тахеометр. Используемое в выражении текстовое значение вводится в двойных кавычках, которые добавляются автоматически.

5. Выполните запрос, щелкнув по кнопке **Выполнить !** или на кнопке **Режим**  в группе **Результаты**. На экране откроется окно запроса в режиме таблицы с записью из таблицы «Товар», отвечающий заданным условиям (рис. 2.2). Дайте ему имя **2_По наименованию Тахеометр**.

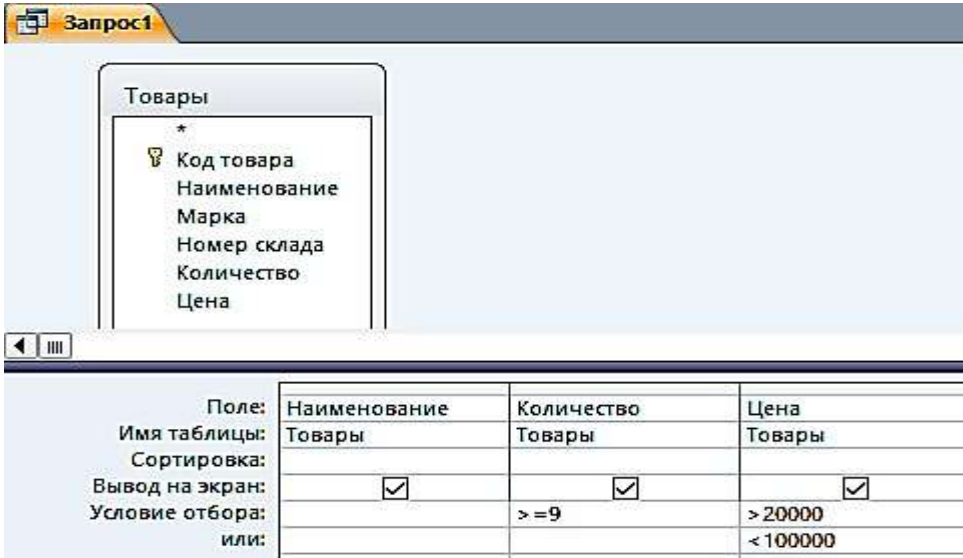


Наименование	Марка	Цена
Тахеометр	SP FOKUS 6	319 463,00 ₽
Тахеометр	SP FOKUS 6W	357 487,00 ₽
Тахеометр	South NTS-365 R	225 000,00 ₽
Тахеометр	South NTS-362 R	240 000,00 ₽

Рис. 2.2. Просмотр запроса в режиме «Таблицы»

Задание 2. Выбрать товары, цена которых менее 100 000 руб. и более 20 000 руб., и количество больше или равно 9

1. Создайте новый запрос в режиме конструктора, добавьте таблицу «Товар». В окне конструктора последовательно перетащите из списка полей таблицы «Товар» в бланк запроса поля (рис. 2.3).



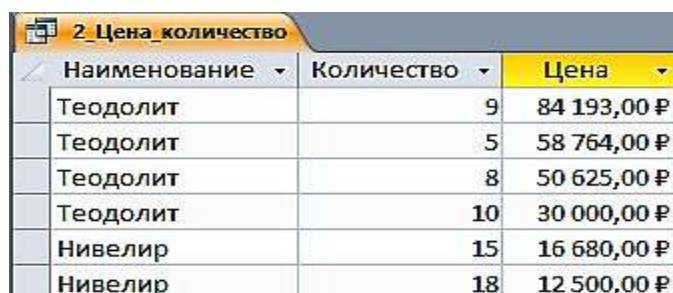
Поле:	Наименование	Количество	Цена
Имя таблицы:	Товары	Товары	Товары
Сортировка:			
Вывод на экран:	☒	☒	☒
Условие отбора:		>=9	>20000
или:			<100000

Рис. 2.3. Окно конструктора запроса на выборку с логическими операциями в условии отбора

2. Запишите **Условия отбора**, как показано в бланке запроса. Между условиями, записанными в одной строке, выполняется логическая операция

AND. Между условиями, записанными в разных строках, выполняется логическая операция OR.

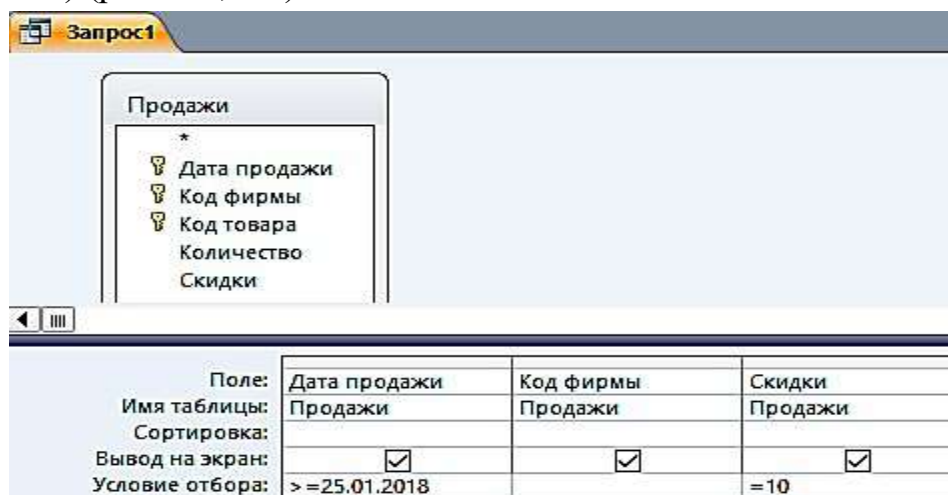
3. Выполните запрос. Дайте ему имя **2_Цена_количество** (рис. 2.4).



Наименование	Количество	Цена
Теодолит	9	84 193,00 ₽
Теодолит	5	58 764,00 ₽
Теодолит	8	50 625,00 ₽
Теодолит	10	30 000,00 ₽
Нивелир	15	16 680,00 ₽
Нивелир	18	12 500,00 ₽

Рис. 2.4. Просмотр запроса в режиме «Таблицы»

Задание 3. Выбрать скидки, равные 10, за заданный период (после 25 января 2018 г.) (рис. 2.5, 2.6)



Продажи

- *
 - Дата продажи
 - Код фирмы
 - Код товара
 - Количество
 - Скидки

Поле:	Дата продажи	Код фирмы	Скидки
Имя таблицы:	Продажи	Продажи	Продажи
Сортировка:			
Вывод на экран:	☒	☒	☒
Условие отбора:	>=25.01.2018		=10

Рис. 2.5. Окно конструктора запроса на выборку с логическими операциями в условии отбора



Дата прода.	Код фирмы	Скидки
25.01.2018	2	10
30.01.2018	3	10
05.02.2018	4	10
10.02.2018	3	10
15.02.2018	3	10

Рис. 2.6. Просмотр запроса в режиме «Таблицы»

Вычисляемые поля в запросах

В запросе, как и в таблице, для каждой записи могут производиться вычисления с числовыми, строковыми значениями или со значениями дат с использованием данных из одного или нескольких полей. Результат вычисления образует в таблице запроса новое вычисляемое поле (рис. 2.7).

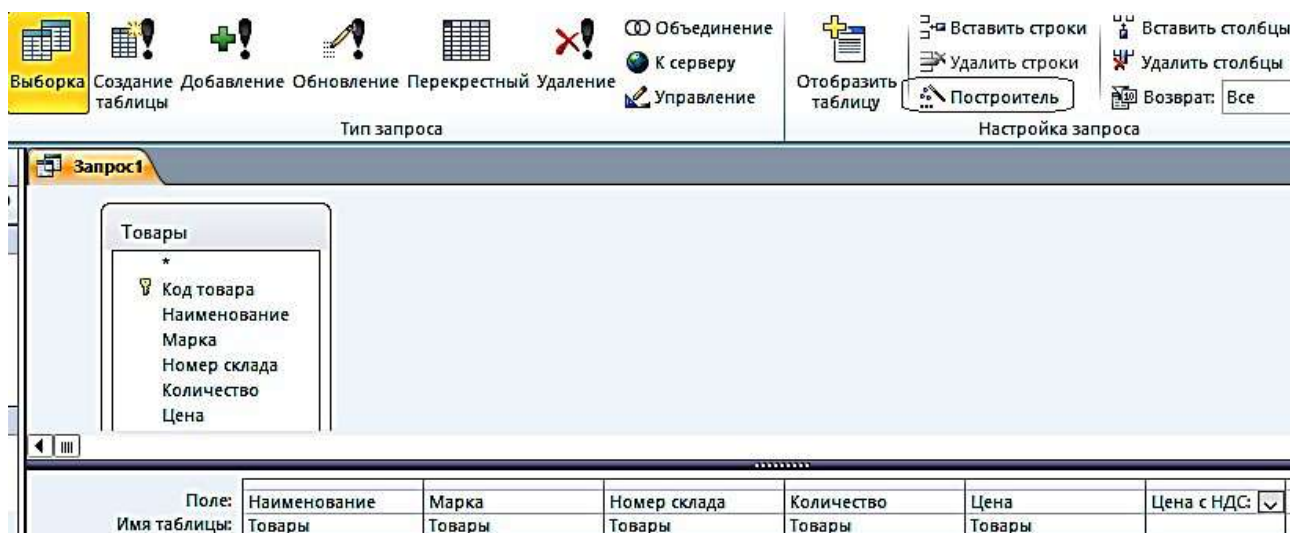


Рис. 2.7. Запрос с вычисляемым полем

Задание 4. В таблице «Товар» вычислить Цену с НДС, при ставке НДС 35 %

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку для таблицы «Товары». Перетащите в бланк запроса поля **Наименование, Марка, Номер склада, Количество, Цена** (рис. 2.8).

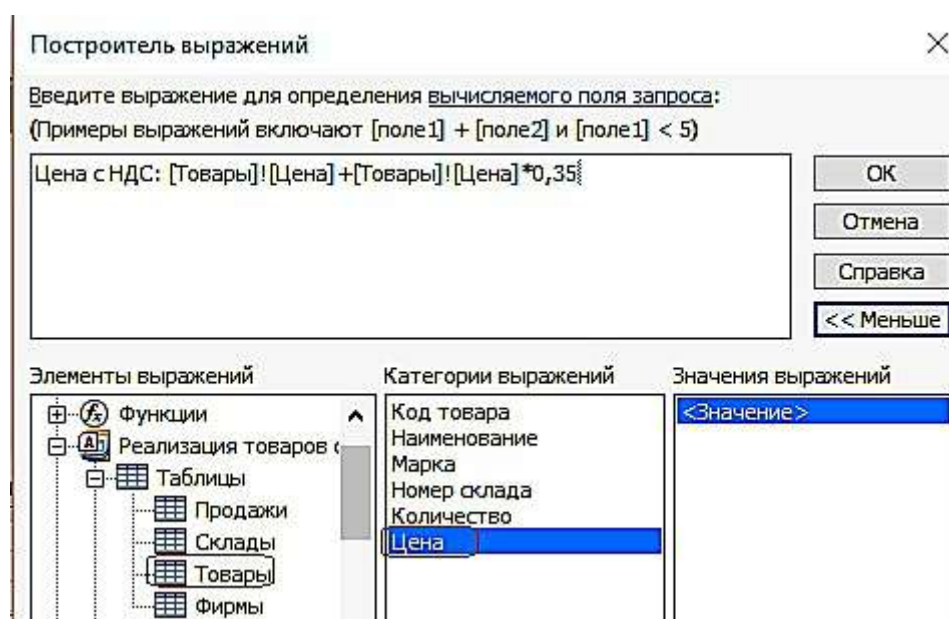


Рис. 2.8. Построитель выражений

Для подсчета цены с учетом НДС создайте после поля Цена вычисляемое поле **Цена с НДС** (с правой стороны) при помощи построителя.

2. Вызовите построитель выражений, нажав кнопку **Построитель**  в группе **Настройка запроса** ленты «**Конструктор**». Курсор мыши должен быть установлен предварительно в ячейке ввода выражения.

3. В левой верхней части окна **Построитель выражений** (см. рис. 2.8) выберите свою базу данных «Реализация товаров со складов», далее выберите таблицу «**Товары**», на которой построен запрос. Справа отобразится список её полей. Последовательно выбирайте нужные поля и операторы, двойным щелчком вставляя в выражение. Выражение сформируется в верхней части окна. Обратите внимание – построитель перед именем поля указал имя таблицы, которой оно принадлежит, и отделил его от имени поля восклицательным знаком.

4. Слово «Выражение» удаляйте, иначе оно выдает, синтаксическую ошибку.

Полученный запрос «4_Цена с НДС» в режиме «**Таблицы**» изображен на рис. 2.9.

4_Цена с НДС					
Наименование ▾	Марка ▾	Номер склада ▾	Количество ▾	Цена ▾	Цена с НДС ▾
Тахеометр	SP FOKUS 6	1	5	319 463,00 ₽	431 275,05 ₽
Тахеометр	SP FOKUS 6W	1	7	357 487,00 ₽	482 607,45 ₽
Тахеометр	Soutn NTS-365 R	2	6	225 000,00 ₽	303 750,00 ₽
Тахеометр	Soutn NTS-362 R	2	5	240 000,00 ₽	324 000,00 ₽
Теодолит	3T2КП	3	9	84 193,00 ₽	113 660,55 ₽
Теодолит	4T15П	3	5	58 764,00 ₽	79 331,40 ₽
Теодолит	4T30П	3	8	50 625,00 ₽	68 343,75 ₽
Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	30 000,00 ₽	40 500,00 ₽
Нивелир	4Н -2КЛ	4	15	16 680,00 ₽	22 518,00 ₽
Нивелир	4Н-3КЛ	4	18	12 500,00 ₽	16 875,00 ₽

Рис. 2.9. Просмотр запроса «4_Цена с НДС» в режиме «**Таблицы**»

Задание 5. В вычисляемых полях и условиях отбора можно использовать встроенные функции. Необходимо выбрать количество продаж, в заданном месяце

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку по таблице «Продажи».

2. Создайте вычисляемое поле **Заданный месяц** (в правой) пустой ячейке строки, записав туда одно из выражений: а `Format([Продажи]![Дата продажи];"mmmm")` – эта функция возвратит полное название месяца;

в или `Format([Продажи].[Дата продажи];"mm")` – эта функция возвратит номер месяца;

3. Для отбора продаж в заданном месяце, в вычисляемом поле в строку **Условие отбора** введите название месяца, например, – Январь, или номер месяца, например, 1, в соответствии с параметром в функции `Format` (рис. 2.10, 2.11).

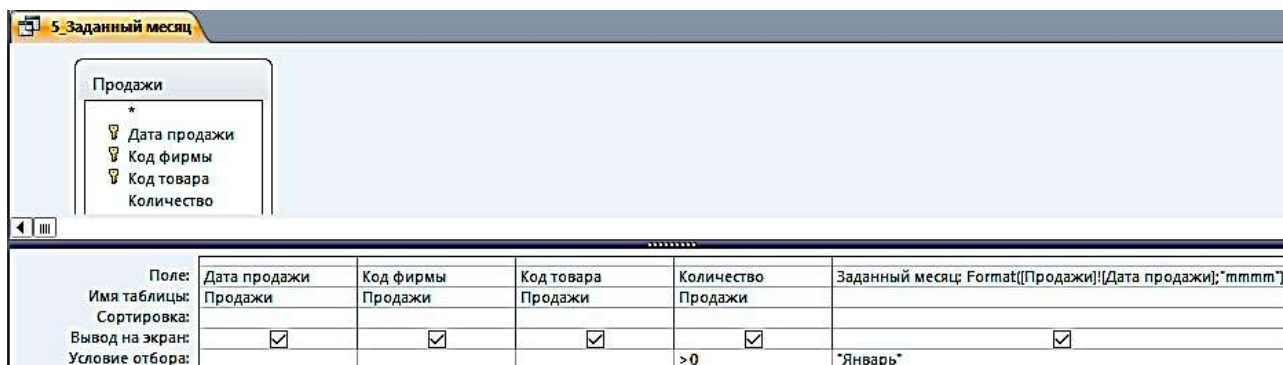


Рис. 2.10. Запрос с функцией выделения из даты полного названия месяца в вычисляемом поле

Дата продажи	Код фирмы	Код товара	Количество	Заданный месяц
15.01.2018	4	10	10	Январь
19.01.2018	1	2	6	Январь
20.01.2018	3	5	8	Январь
25.01.2018	2	4	4	Январь
27.01.2018	1	1	4	Январь
30.01.2018	3	7	4	Январь

Рис. 2.11. Просмотр запроса «5_Заданный месяц» в режиме «Таблицы»

Параметры в запросах

При решении практических задач удобнее вводить выражение в условие отбора в процессе выполнения запроса в диалоге с пользователем, не переходя в режим конструктора. Обеспечить такой диалог можно с помощью *параметра запроса*. Имя параметра запроса задается в строке **Условие отбора** в квадратных скобках. При выполнении запроса это имя появиться в диалоговом окне **Введите значение параметра**.

Задание 6. Скопируйте запрос «5_Заданный месяц» и переименуйте его в «6_Параметрический запрос»

1. Замените в условии отбора рассмотренного запроса название месяца Январь на имя параметра – [Название месяца].
2. Выполните запрос. Открывшееся диалоговое окно (рис. 2.12) позволит ввести значение параметра запроса – **Название месяца**.
3. Введите Январь и получите результат.

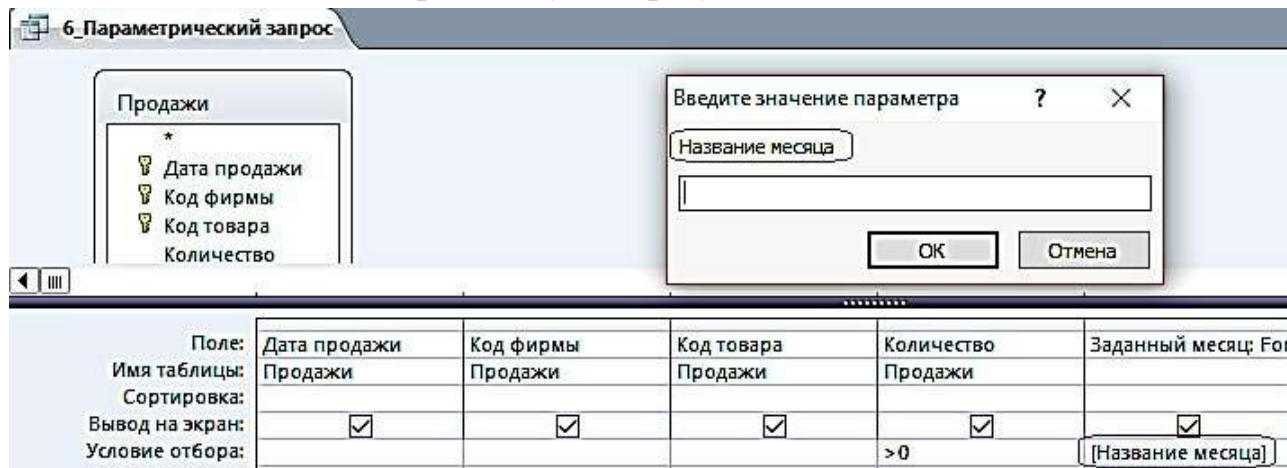


Рис. 2.12. Диалоговое окно ввода значения параметра

Параметры запроса могут быть использованы не только в выражениях условий отбора, но и для ввода значений операндов в вычисляемых полях.

Задание 7. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку для таблицы «Товар»

Перетащите в бланк запроса поля Наименование и Цена. Для увеличения цены на заданный процент в вычисляемое поле запишите выражение с параметром запроса [На сколько процентов увеличить?]/100 (рис. 2.13).

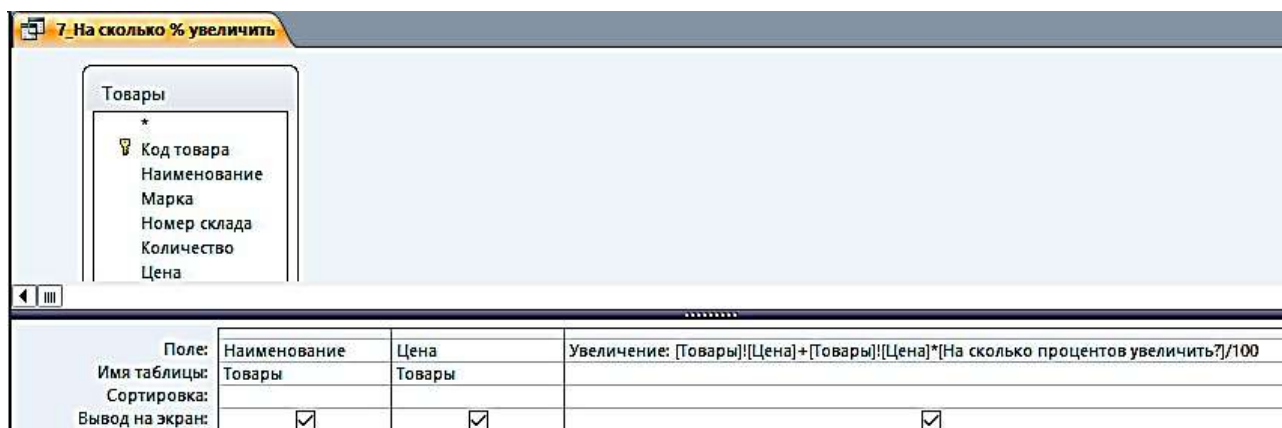


Рис. 2.13. Использование параметра в выражении вычисляемого поля

Задание 8. Скопируйте запрос «7_На сколько % увеличить» и переименуйте его в «8_Проценты» (рис. 2.14)

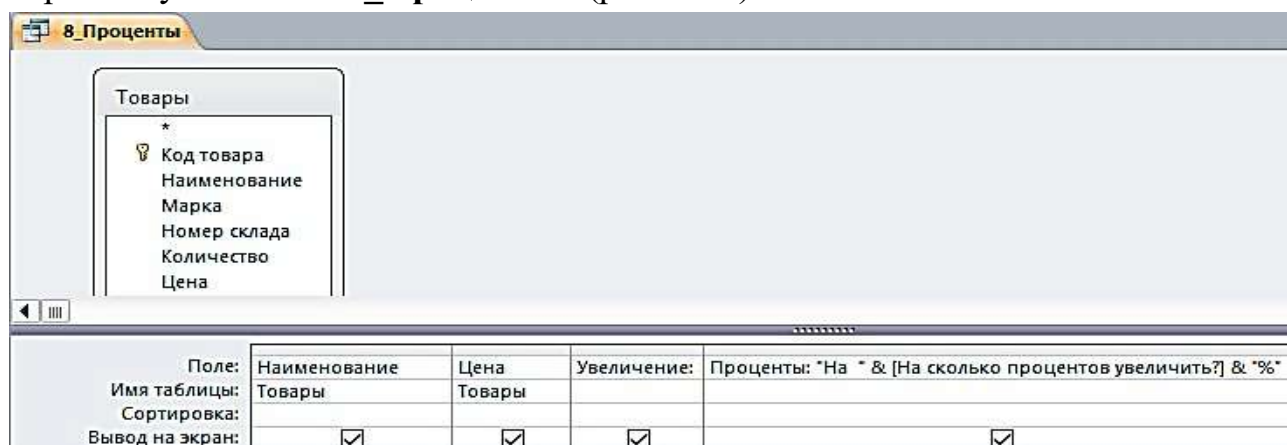


Рис. 2.14. Использование параметра в выражении вычисляемого поля «Проценты»

После выполнения предыдущего запроса в таблице отображается результат вычисления с использованием введенного значения параметра. Однако значение параметра при этом не выводится. Для отображения в таблице запроса введенного значения параметра дополните запрос ещё одним вычисляемым полем, в котором запишите выражение:

Проценты: "На " & [На сколько процентов увеличить?] & "%".

Теперь в таблице запроса появится поле «Проценты», в котором будет записано, например, при вводе 35 – **На 35 %** (рис. 2.15).

Наименование	Цена	Увеличение	Проценты
Тахеометр	319 463,00 ₽	431 275,05 ₽	На 35%
Тахеометр	357 487,00 ₽	482 607,45 ₽	На 35%
Тахеометр	225 000,00 ₽	303 750,00 ₽	На 35%
Тахеометр	240 000,00 ₽	324 000,00 ₽	На 35%
Теодолит	84 193,00 ₽	113 660,55 ₽	На 35%
Теодолит	58 764,00 ₽	79 331,40 ₽	На 35%
Теодолит	50 625,00 ₽	68 343,75 ₽	На 35%
Теодолит	30 000,00 ₽	40 500,00 ₽	На 35%
Нивелир	16 680,00 ₽	22 518,00 ₽	На 35%
Нивелир	12 500,00 ₽	16 875,00 ₽	На 35%

Рис. 2.15. Просмотр запроса «8_Проценты» в режиме «Таблицы»

Групповые операции в запросах

Групповые операции позволяют выделить группы записей с одинаковыми значениями в указанных полях и вычислить итоговые данные для каждой из групп по др. полям, используя одну из статистических функций. Статистические функции применимы к полям с типом данных **Числовой**, **Денежный**, **Дата и время**.

Задание 9. Запрос с функцией Sum

Определите суммарное количество и цену каждого из товаров.

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку из таблицы **«Товары»**.
2. Из списка таблицы перетащите в бланк запроса поле **«Наименование»**. По этому полю будет производиться группировка записей таблицы.
3. Перетащите в бланк запроса поля **«Количество»** и **«Цена»**, по которым будет подсчитываться суммарное количество каждого из товаров.
4. Выполните команду **Итоги** из группы **Показать или Скрыть**. В бланке запроса появится новая строка **Групповая операция** со значением **Группировка** во всех полях запроса.
5. В столбцах **«Количество»** и **«Цена»** замените слово **Группировка** на функцию **Sum**. Для этого вызовите раскрывающийся список и выберите эту функцию (рис. 2.16).

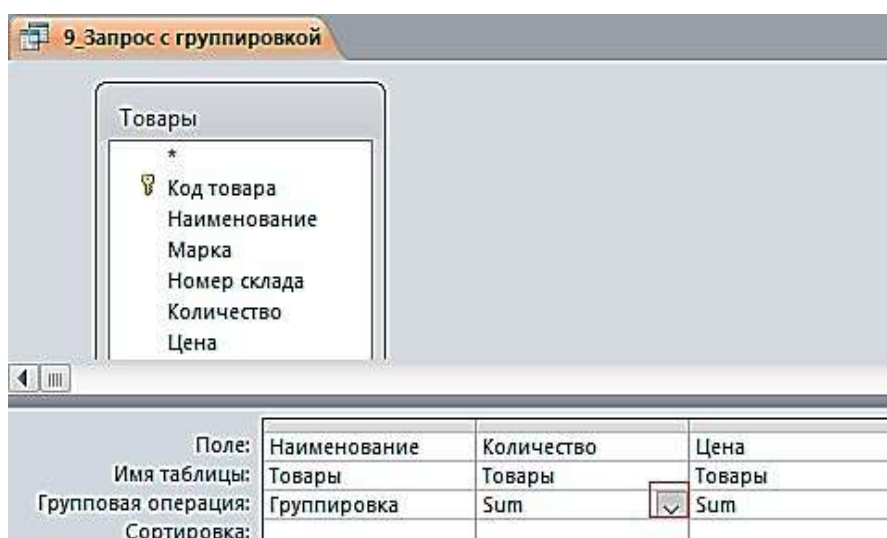


Рис. 2.16. Запрос с группировкой по коду товара и суммированием количества и цены в группе

Для отображения результата запроса (рис. 2.17) щелкните по кнопке **Выполнить** в группе **Результаты**.



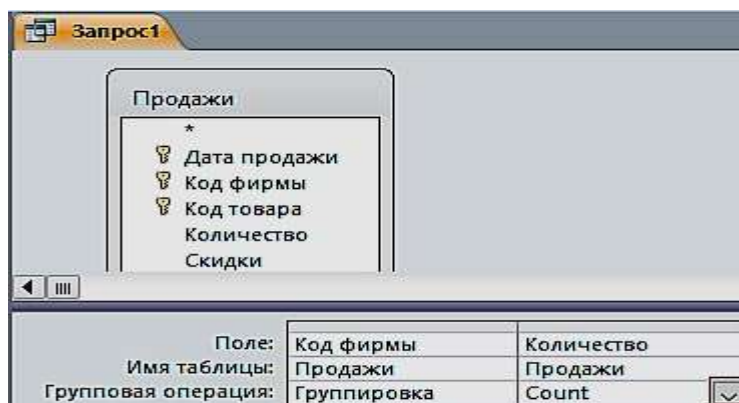
Наименование ▾	Sum-Количество ▾	Sum-Цена ▾
Нивелир	33	29 180,00 ₽
Тахеометр	23	1 141 950,00 ₽
Теодолит	32	223 582,00 ₽

Рис. 2.17. Результат подсчета суммарного количества и цены

Задание 10. Запрос с функцией **Count**

Определите, сколько раз продавался товар по коду фирмы.

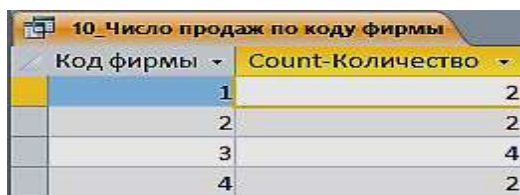
1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку из таблицы «Продажи».
2. Из списка таблицы перетащите в бланк запроса поле «**Код фирмы**». По этому полю будет производиться группировка записей таблицы.
3. Перетащите в бланк запроса поле «**Количество**», по которому будет происходить подсчет числа товаров с одинаковыми номерами фирм.
4. Выполните команду **Итоги** из группы **Показать или Скрыть**. В бланке запроса появится новая строка **Групповая операция** со значением **Группировка** во всех полях запроса.
5. В столбце «**Количество**» замените слово **Группировка** на функцию **Count**. Для этого вызовите раскрывающийся список и выберите эту функцию (рис. 2.18).



Поле:	Код фирмы	Количество
Имя таблицы:	Продажи	Продажи
Групповая операция:	Группировка	Count

Рис. 2.18. Запрос для подсчета количества товара по коду фирмы

6. Сохраните запрос под именем «10_Число продаж по коду фирмы». Результат запроса показан на рис. 2.19.



Код фирмы	Count-Количество
1	2
2	2
3	4
4	2

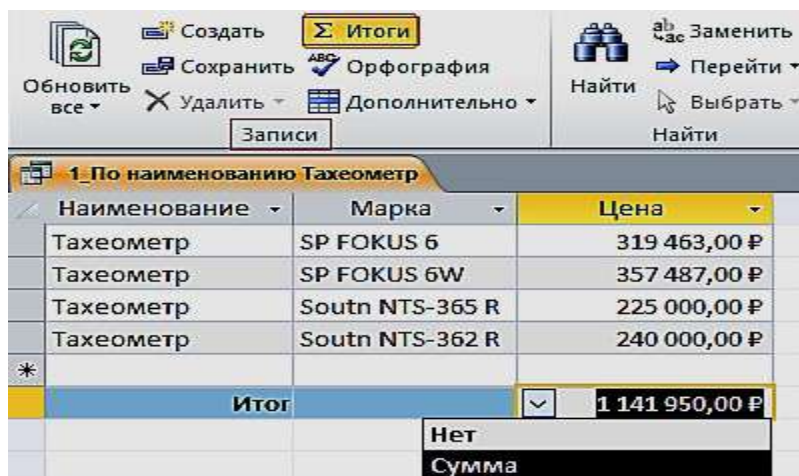
Рис. 2.19. Результат подсчета количества товара по коду фирмы

Задание 11. Запрос с отображением строки итогов по столбцу

Строка итогов используется для быстрого расчета и отображения в столбце таблицы или запроса в режиме таблицы таких значений, как итоговая сумма, среднее, минимальное и максимальное, количество значений.

1. Для добавления строки итогов в таблицу запроса откройте запрос «1_По наименованию тахеометр» в режиме таблицы. На вкладке ленты Главная в группе Записи выполните команду **Итоги**. В таблице отобразится строка **Итог**.

2. В строке **Итог** нажмите кнопку раскрывающегося списка в столбце «Цена», для которого требуется выполнить расчет, и выберите в списке **Сумма** (рис. 2.20).



Наименование	Марка	Цена
Тахеометр	SP FOKUS 6	319 463,00 ₽
Тахеометр	SP FOKUS 6W	357 487,00 ₽
Тахеометр	South NTS-365 R	225 000,00 ₽
Тахеометр	South NTS-362 R	240 000,00 ₽
Итог		1 141 950,00 ₽

Рис. 2.20. Результат отображения строки итогов с расчетом суммы по столбцу

3. Для того, чтобы скрыть строку итогов, повторно выполните команду **Итоги**.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

Работа с многотабличными запросами

Многотабличный запрос позволяет сформировать записи результата путем объединения взаимосвязанных записей из таблиц базы данных и выбора из них нужных полей и записей. Многотабличный запрос часто осуществляет объединение данных, которые на этапе проектирования были разделены на множество таблиц, отвечающих требованиям нормализации.

При конструировании многотабличного запроса важнейшим условием является правильное представление о том, как идет объединение записей таблиц при формировании результата.

Рассмотрим технологию конструирования многотабличного запроса на выборку для расчета разности количества товаров и количества проданных товаров.

Задание 1. Запрос с вычисляемым полем «Остаток»

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку для таблиц «Товары» и «Продажи». Перетащите в бланк запроса из таблицы «Товары» поля «Наименование», «Марка», «Количество», и из таблицы «Продажи» поле «Количество».

2. Для подсчета разности количества товаров создайте после поля «Количество», вычисляемое поле «Остаток» (с правой стороны), при помощи построителя (рис. 3.1).

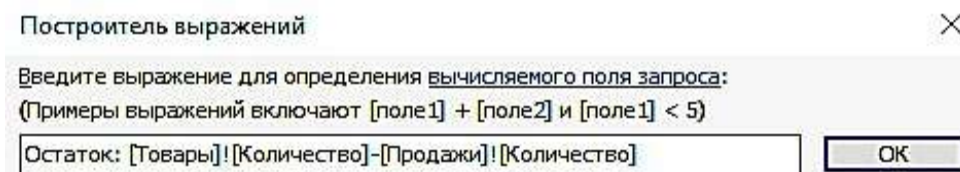


Рис. 3.1. Построитель выражений

3. Вызовите построитель выражений, нажав кнопку **Построитель**  в группе **Настройка запроса** ленты «Конструктор». Курсор мыши должен быть установлен предварительно в ячейке ввода выражения (рис. 3.2).

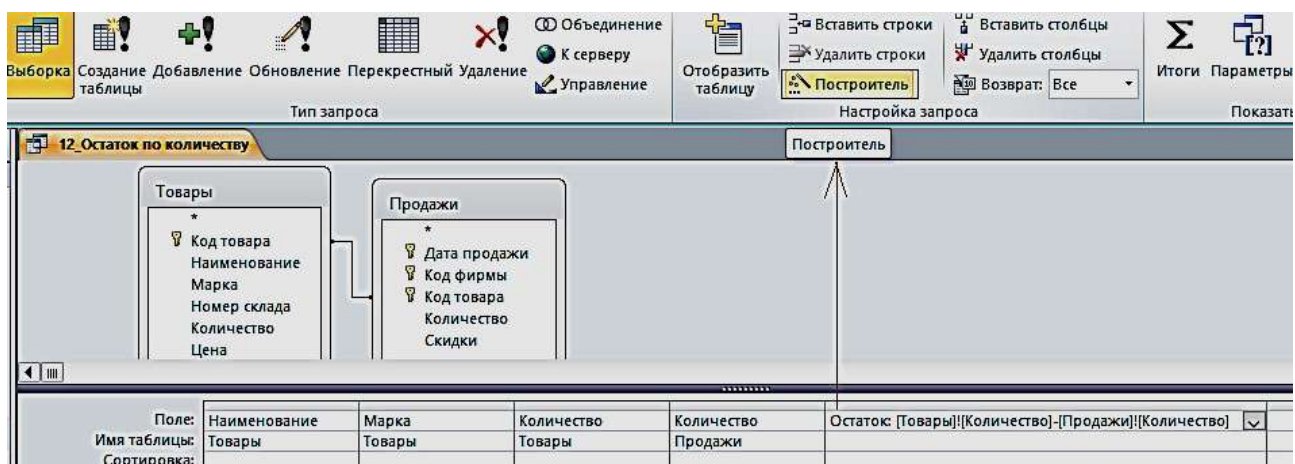


Рис. 3.2. Запрос с вычисляемым полем

4. В левой части окна **Построитель выражений** выберите свою базу данных «**Реализация товаров со складов**», далее выберите таблицу «**Товары**». Справа отобразится список её полей. Выберите поле «**Количество**» и знак минус, двойным щелчком вставляя в выражение. Снова выберите таблицу «**Продажи**» и поле «**Количество**» (рис. 3.3).

Наименование	Марка	Товары.Количество	Продажи.Количество	Остаток
Тахеометр	SP FOKUS 6	5	4	1
Тахеометр	SP FOKUS 6W	7	6	1
Тахеометр	South NTS-365 R	6	5	1
Тахеометр	South NTS-362 R	5	4	1
Теодолит	3T2КП	9	8	1
Теодолит	3T2КП	9	8	1
Теодолит	4T30П	8	4	4
Теодолит	VEGA TEO 5	10	9	1
Нивелир	4Н -2КЛ	15	10	5
Нивелир	4Н-3КЛ	18	10	8

Рис. 3.3 Результат запроса «Остаток по количеству»

5. Слово «Выражение» удаляйте, оно выдает, синтаксическую ошибку.

Задание 2. Формирование запроса об увеличении цены на 15 % в феврале месяце

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку для таблиц «Товары» и «Продажи». Перетащите в бланк запроса из таблицы «Продажи» поле «Дата продажи», а из таблицы «Товары» поля «Наименование», «Марка», «Номер склада», «Количество», «Цена».

2. Создайте новое поле «**Новая цена**». Для этого создайте после поля Цена, вычисляемое поле «**Новая Цена**» (с правой стороны) при помощи построителя.

3. Вызовите построитель выражений, нажав кнопку **Построитель**  в группе **Настройка запроса** ленты «**Конструктор**». Курсор мыши должен быть установлен предварительно в ячейке ввода выражения. В окне «**Построитель выражений**» выбрать «**Элементы выражений**», в нем найти название своей базы данных, затем Таблицы «**Товары**» и в поле «**Категории выражений**» выбрать «**Цена**», а с клавиатуры набрать «***1,05**».

4. В поле «**Дата продажи**» введите условие отбора $\geq 01.02.2018$ (рис. 3.4).

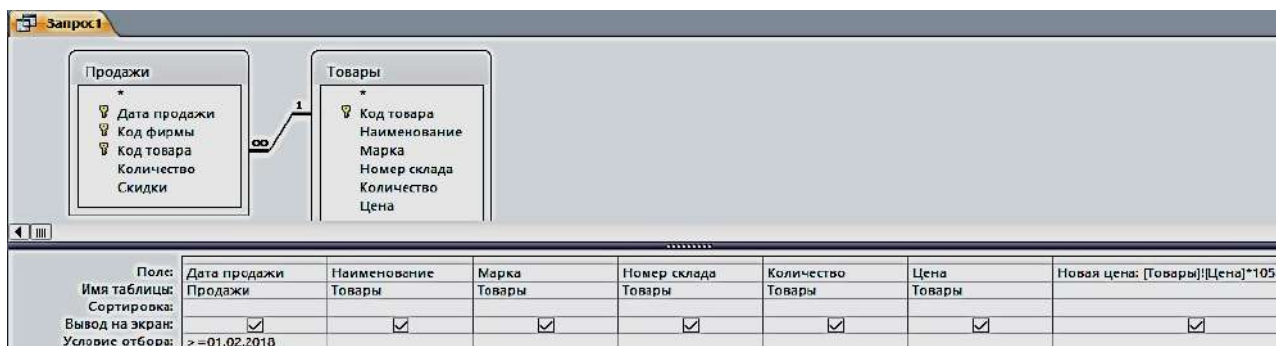


Рис. 3.4. Запрос «**Новая цена**» в режиме конструктора

5. Сохранить запрос с именем «**Новая цена**» (рис. 3.5).

13. Цена в феврале							
Дата прода.	Наименование	Марка	Номер склада	Количество	Цена	Новая цена	
02.02.2018	Тахеометр	Soutn NTS-365 R		2	6	225 000,00 Р	23 625 000,00 Р
15.02.2018	Теодолит	3T2КП		3	9	84 193,00 Р	8 840 265,00 Р
10.02.2018	Теодолит	VEGA TEO 5		3	10	30 000,00 Р	3 150 000,00 Р
05.02.2018	Нивелир	4Н -2КЛ		4	15	16 680,00 Р	1 751 400,00 Р

Рис. 3.5. Результат запроса «**Новая цена**»

Задание 3. Создание запроса о товарах на складе в г. Екатеринбурге (рис. 3.6, 3.7)

14_Склад в Екатеринбурге

Склады

*
🔑 Номер склада
Телефон
Адрес
Заведующий

Товары

*
🔑 Код товара
Наименование
Марка
Номер склада
Количество
Цена

Поле:	Наименование	Номер склада	Телефон	Адрес	Заведующий
Имя таблицы:	Товары	Склады	Склады	Склады	Склады
Сортировка:					
Вывод на экран:	☒	☒	☒	☒	☒
Условие отбора:				E*	

Рис. 3.6. Запрос «Склад в Екатеринбурге» в режиме Конструктора

14_Склад в Екатеринбурге

Наименование	Номер склада	Телефон	Адрес	Заведующий
Тахеометр	1	(343)381-88-88	Екатеринбург, пер. Базовый, 7	Амелина И.В.
Тахеометр	1	(343)381-88-88	Екатеринбург, пер. Базовый, 7	Амелина И.В.
Теодолит	3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажников, 18а	Куликова А.Н.
Теодолит	3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажников, 18а	Куликова А.Н.
Теодолит	3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажников, 18а	Куликова А.Н.
Теодолит	3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажников, 18а	Куликова А.Н.
Нивелир	4	(343)310-22-22	Екатеринбург, Радищева, 4	Ромашенко К.Д.
Нивелир	4	(343)310-22-22	Екатеринбург, Радищева, 4	Ромашенко К.Д.

Рис. 3.7. Результат запроса «Склад в Екатеринбурге»

Задание 4. Создание запроса о товарах в феврале, с вычисляемым полем «Сумма» и отображения строки итогов с расчетом суммы по этому столбцу (рис. 3.8, 3.9)

Запрос1

Продажи

*
🔑 Дата продажи
Код фирмы
Код товара
Количество
Скидки

Товары

*
🔑 Код товара
Наименование
Марка
Номер склада
Количество
Цена

Поле:	Дата продажи	Скидки	Наименование	Марка	Количество	Цена	Сумма: [Товары].[Количество]*[Товары].[Цена]
Имя таблицы:	Продажи	Продажи	Товары	Товары	Товары	Товары	
Сортировка:							
Вывод на экран:	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒
Условие отбора:	>=01.02.2018						

Рис. 3.8. Запрос «Стоимость» в режиме Конструктора

15_Стоимость						
Дата прода	Скидки	Наименование	Марка	Количество	Цена	Сумма
02.02.2018	5	Тахеометр	South NTS-365 R	6	225 000,00 Р	1 350 000,00 Р
15.02.2018	10	Теодолит	ЗТ2КП	9	84 193,00 Р	757 737,00 Р
10.02.2018	10	Теодолит	VEGA TEO 5	10	30 000,00 Р	300 000,00 Р
05.02.2018	10	Нивелир	4Н -2КЛ	15	16 680,00 Р	250 200,00 Р
*						
Итого						2 657 937,00 Р
						Нет
						Сумма

Рис. 3.9. Результат запроса «Стоимость» и итог с расчетом суммы по столбцу

Задание 5. Создание запроса из четырех таблиц (рис. 3.10, рис. 3.11)

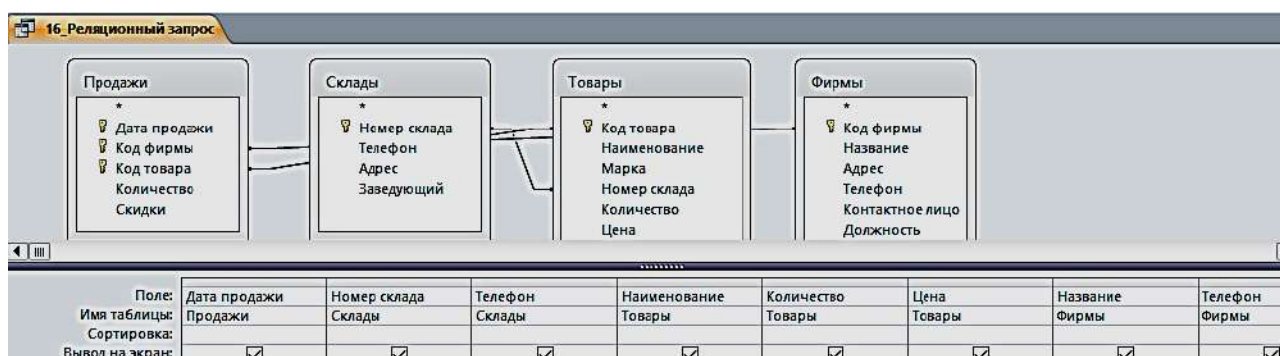


Рис. 3.10. Реляционный запрос в режиме Конструктора

16_Реляционный запрос							
Дата продажи	Номер склада	Склады.Телефон	Наименование	Количество	Цена	Название	Фирмы.Телефон
15.01.2018	4	(343)310-22-22	Нивелир	18	12 500,00 Р	ГеоСтройПрибор	(473)271-21-44
19.01.2018	1	(343)381-88-88	Тахеометр	7	357 487,00 Р	ООО "Геомар Недр"	(495)618-05-10
20.01.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	9	84 193,00 Р	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
25.01.2018	2	(343)379-51-62	Тахеометр	5	240 000,00 Р	ООО "Навгеоком"	(343)253-53-55
27.01.2018	1	(343)381-88-88	Тахеометр	5	319 463,00 Р	ООО "Геомар Недр"	(495)618-05-10
30.01.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	8	50 625,00 Р	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
02.02.2018	2	(343)379-51-62	Тахеометр	6	225 000,00 Р	ООО "Навгеоком"	(343)253-53-55
05.02.2018	4	(343)310-22-22	Нивелир	15	16 680,00 Р	ГеоСтройПрибор	(473)271-21-44
10.02.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	10	30 000,00 Р	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
15.02.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	9	84 193,00 Р	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45

Рис. 3.11. Результат сложного запроса

Запросы на изменение

К запросам на изменение относятся запросы на обновление данных в записях таблицы базы, на добавление и удаление записей из таблицы, а также запросы на создание таблицы из записей, сформированных в нем.

Задание 6. Создать запрос на обновление таблицы «Товары». Увеличьте цену товара на 20 %:

1. Создайте запрос на выборку, путем отбора соответствующих полей. Присвойте ему имя «17_Обновление».

2. Откройте этот запрос в режиме Конструктора. Выполните команду **Запрос – Обновление** – Введите в строке «Обновление» выражение для новых значений [Цена]*1,2 (рис. 3.12). Закройте запрос. У запроса изменится вид значка. Проверьте правильность его выполнения (рис. 3.13).

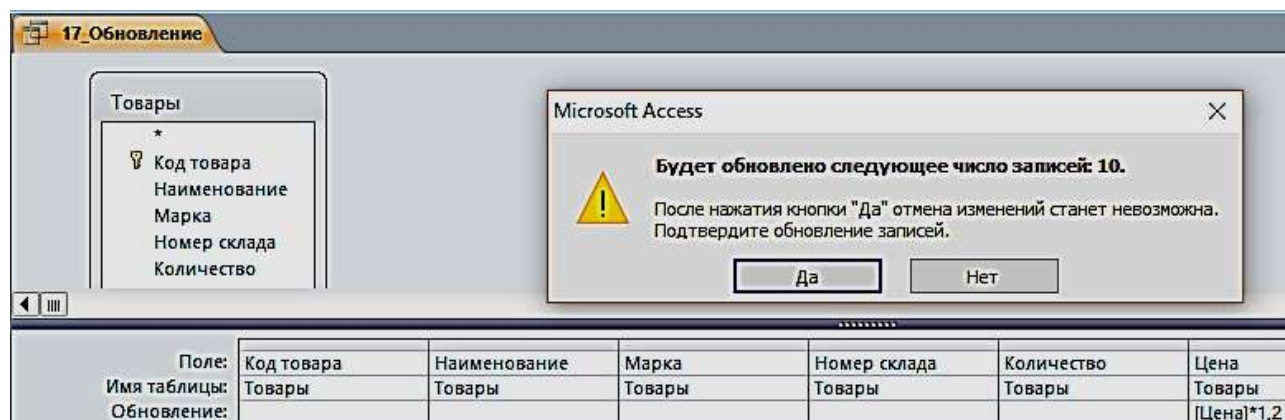


Рис. 3.12. Запрос на обновление в режиме Конструктора

Рис. 3.13. С правой стороны результат обновления таблицы

Цена	Цена
319 463,00 ₽	383 355,60 ₽
357 487,00 ₽	428 984,40 ₽
225 000,00 ₽	270 000,00 ₽
240 000,00 ₽	288 000,00 ₽
84 193,00 ₽	101 031,60 ₽
58 764,00 ₽	70 516,80 ₽
50 625,00 ₽	60 750,00 ₽
30 000,00 ₽	36 000,00 ₽
16 680,00 ₽	20 016,00 ₽
12 500,00 ₽	15 000,00 ₽

Задание 6. Создать запрос на создание новой таблицы «18_Создание таблицы»:

1. Создайте запрос на выборку по всем таблицам путем отбора нужных полей. Присвойте ему имя и проверьте правильность его выполнения.

2. В области навигации выделите названный запрос и с помощью команды контекстного меню откройте его в режиме Конструктора.

3. Преобразуйте этот запрос на выборку в запрос на создание таблицы, выполнив команду **Создание таблицы** в группе **Тип запроса** на вкладке Конструктора, или выбрав команду контекстного меню запроса **Тип запроса – Создание таблицы**.

4. В окне **Создание таблицы** введите имя создаваемой таблицы «Объединенная» (рис. 3.14).

5. Для того чтобы просмотреть, какие записи будут помещены в новую таблицу, щелкните по кнопке **Режим** на ленте Конструктора запросов в группе **Результаты**.

6. Выполните запрос. Откроется окно сообщений с запрашиваемым разрешением (рис. 3.15). Подтвердите согласие на создание новой таблицы. После этого таблицу можно увидеть в списке таблиц области навигации (рис. 3.16).

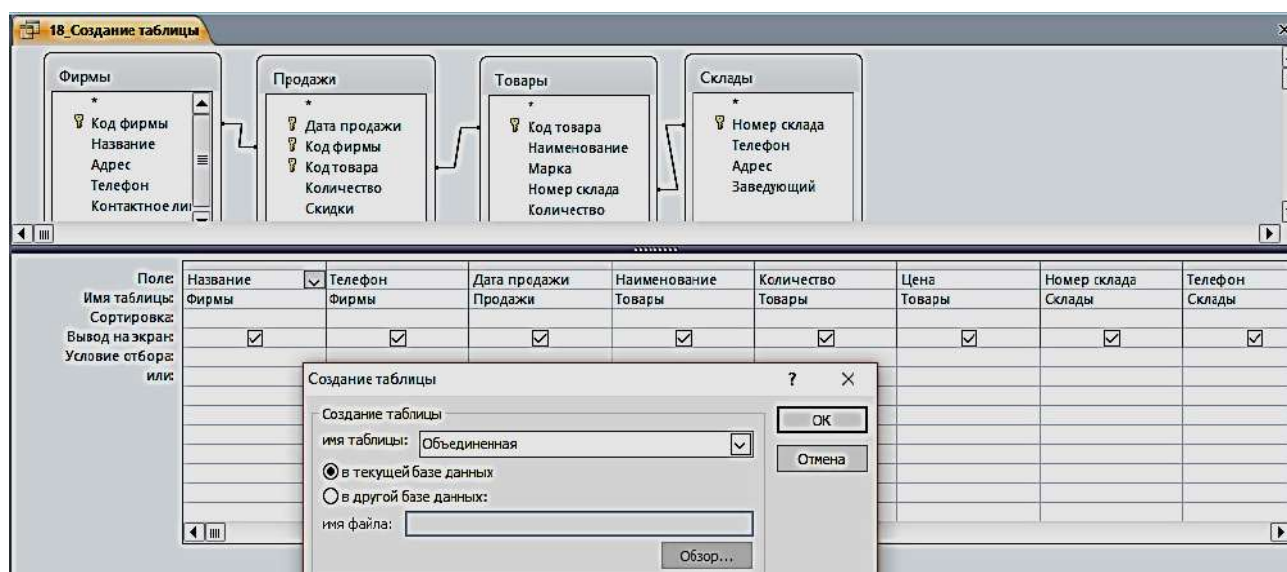


Рис. 3.14. Определение имени таблицы, создаваемой в запросе

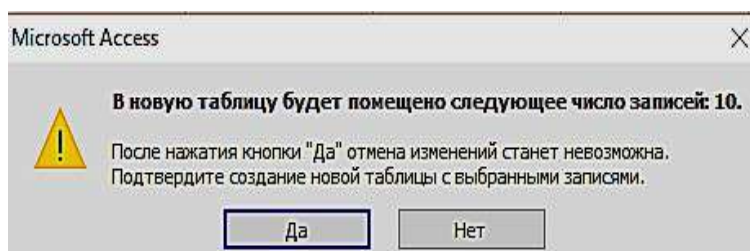


Рис. 3.15. Окно сообщений

Название	Фирмы_Телефон	Дата продажи	Наименование	Количество	Цена	Номер склада	Склады_Телефон
ООО "Геомар Недра"	4956180510	19.01.2018	Тахеометр	7	428 984,40 Р	1	3433818888
ООО "Геомар Недра"	4956180510	27.01.2018	Тахеометр	5	383 355,60 Р	1	3433818888
ООО "Навгеоком"	3432535355	25.01.2018	Тахеометр	5	288 000,00 Р	2	3433795162
ООО "Навгеоком"	3432535355	02.02.2018	Тахеометр	6	270 000,00 Р	2	3433795162
ООО "А-ГЕО"	9040957045	20.01.2018	Теодолит	9	101 031,60 Р	3	3432751822
ООО "А-ГЕО"	9040957045	30.01.2018	Теодолит	8	60 750,00 Р	3	3432751822
ООО "А-ГЕО"	9040957045	10.02.2018	Теодолит	10	36 000,00 Р	3	3432751822
ООО "А-ГЕО"	9040957045	15.02.2018	Теодолит	9	101 031,60 Р	3	3432751822
ГеоСтройПрибор	4732712144	15.01.2018	Нивелир	18	15 000,00 Р	4	3433102222
ГеоСтройПрибор	4732712144	05.02.2018	Нивелир	15	20 016,00 Р	4	3433102222

Рис. 3.16. Результат запроса на создание новой таблицы

Задание для самостоятельной работы

1. По таблице «Товары» сформировать запрос по наименованию товаров на букву Т.
2. По таблице «Товары» сформировать запрос на выборку товаров, цена которых более 100 000 рублей и количество больше или равно 5.
3. По таблице «Продажи» сформировать запрос на выборку товаров, скидки которых равны 5, за период меньше или равный 02 февраля 2018 г.
4. По таблице «**Товары**» сформировать запрос с вычисляемым полем, вычислить цену с НДС, при ставке 18 %.
5. Создать параметрический запрос, в котором выдавалось бы сообщение «**Введите наименование товара**».
6. По таблице «**Товары**» сформировать запрос с вычисляемым полем, об увеличении цены на 10 % в январе месяце.
7. По таблице «**Товары**» сформировать запрос с вычисляемым полем, вычислить сумму за январь.
8. По таблице «**Товары**» сформировать запрос с вычисляемым полем, найти увеличение количества нивелиров в 2 раза.
9. Создать новую таблицу, состоящую из таблиц «**Продажи**» и «**Фирмы**», с полями на ваш выбор (поле – количество обязательно).
10. По новой созданной таблице создать запрос на обновление количества товара в 3 раза.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4

Работа с формами

Формы являются основой разработки диалоговых приложений пользователя с базой данных. Работая с формой, пользователь может добавлять, удалять и изменять записи таблиц, получать расчетные данные. Форма состоит из элементов управления, которые отображают поля таблиц и графические элементы, не связанные с полями таблиц. Элементы управления предназначены для разработки макета формы: размещение полей таблиц и запросов, надписей, внедряемых объектов (рисунков, диаграмм), вычисляемых полей, кнопок, выполняющих печать и открывающих др. объекты или задачи.

Однотабличная форма предназначена для загрузки, просмотра и корректировки данных одной таблицы. Источником данных такой формы служит единственная таблица. Она может быть создана одним щелчком мыши с помощью команд автоматического создания формы: **Форма**, **Разделенная форма** или **Несколько элементов**, размещенных на вкладке **Создание** в группе **Формы** (рис. 4.1).

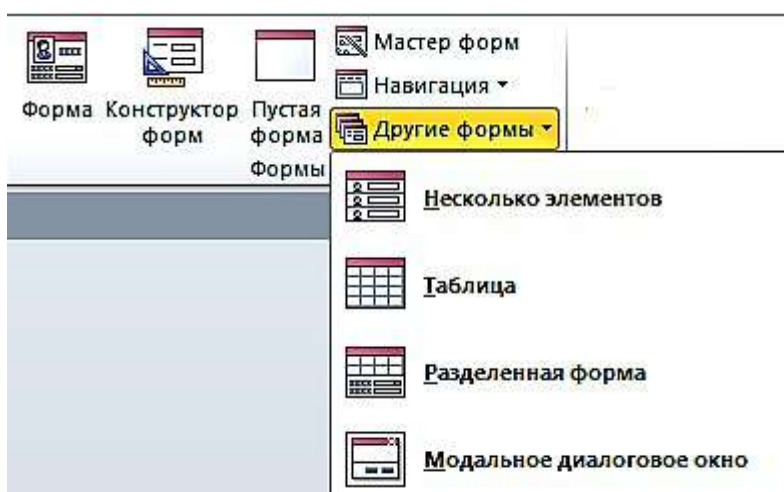


Рис. 4.1. Команды группы формы на вкладке ленты **Создание**

Задание 1. Создать однотабличную форму «Товары для ввода, просмотра и корректировки данных» таблицы «Товары». Чтобы источником записей формы стала таблица «Товары», выберите её в области навигации и выполните команду форма на вкладке **Создание**. Эта команда обеспечит автоматическое создание формы на основе только выбранной таблицы (рис. 4.2).

Рис. 4.2. Форма, полученная по команде **Форма**, для работы с таблицей «Товары»

Условное форматирование элементов управления

Для изменения внешнего вида элемента управления в форме, в зависимости от одного или нескольких условий используйте условное форматирование.

Задание 2. Изменить в форме «Товары» цвет денежных значений в поле «Цена» на красный, заливку на желтый, шрифт жирный, когда они оказываются выше заданной величины, например, 100 000 руб.

1. Выберите поле Цена, в котором нужно произвести изменения. На вкладке ленты **Формат** в группе **Форматирование элементов управления** выберите команду **Условное форматирование**. Откроется диалоговое окно **Диспетчер правил условного форматирования** (рис. 4.3).

Рис. 4.3. Окно с пустым списком правил форматирования

2. Чтобы создать первое правило условного форматирования щелкните по кнопке **Создать правило**.

3. В окне **Новое правило форматирования** выберите тип правила и сформируйте описание правил, согласно которым будет производиться заданное форматирование поля.

4. В первом поле со списком выберите пункт **Значения поля**, во втором выберите тип сравнения – **больше** и введите постоянное значение в третье поле – 100000, не используя знака денежных единиц.

5. Выберите начертание шрифта, цвет и другие параметры форматирования. Нажмите кнопку ОК (рис. 4.4).

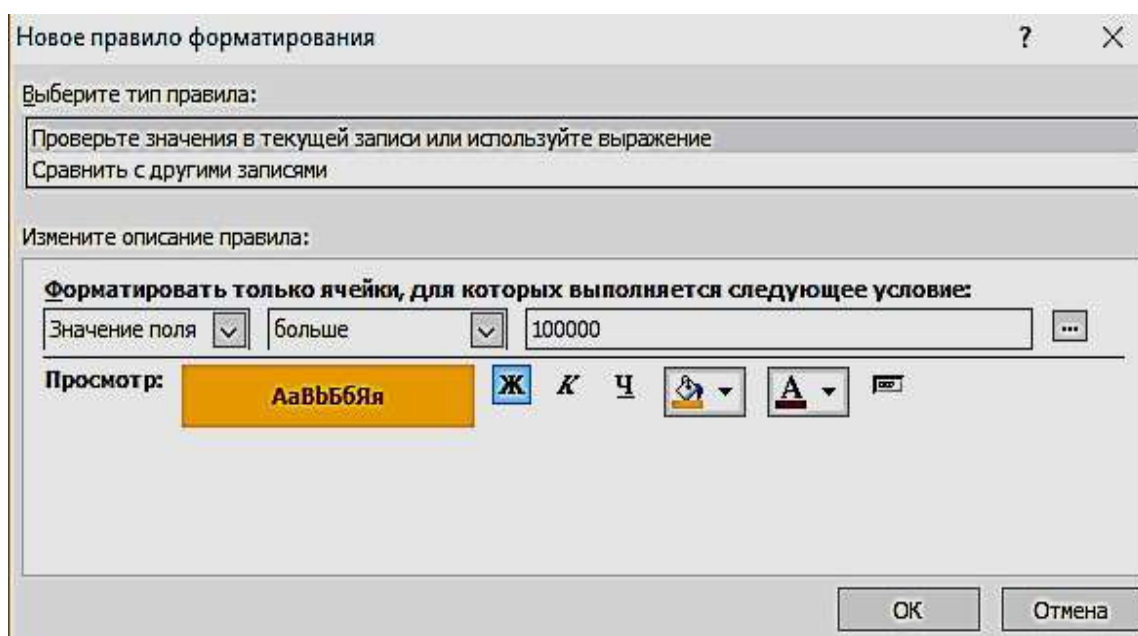


Рис. 4.4. Окно определения условий форматирования

Задание 3. Создать однотабличную форму «Склады». Для создания выбрать таблицу «Склады», использовать команду **Форма**, автоматически будет создана форма, содержащая встроенную подчиненную таблицу «Товары». Источником записей главной формы будет таблица «Склады». Такое поведение команды **Форма** вызвано тем, что таблица «Склады» имеет подчиненную таблицу «Товары», с которой она находится в отношении 1:∞, и эта связь определена в схеме данных (рис. 4.5).

Код товара	Наименование	Марка	Количество	Цена
1	Тахеометр	SP FOKUS 6	5	383 355,60 Р
2	Тахеометр	SP FOKUS 6W	7	428 984,40 Р

Рис. 4.5. Форма по таблице «Склады» с встроенной подчиненной «Товары»
Создание разделенной формы

Разделенная форма позволяет синхронно отображать данные одного источника в двух представлениях: в режиме формы и в режиме таблицы.

Задание 4. Создать однотабличную разделенную форму для работы с данными таблицы «Продажи». Выберите таблицу «Продажи» в области навигации и выполните команду **Разделенная форма** на вкладке ленты **Создание** в группе **Формы**. Эта команда обеспечит автоматическое создание формы на основе только одной выбранной таблицы. Созданная форма отобразится в режиме макета (рис. 4.6).

Дата прода	Код фирмы	Код товара	Количество	Скидки
15.01.2018	4	10	10	5
19.01.2018	1	2	6	10
20.01.2018	3	5	8	5
25.01.2018	2	4	4	10
27.01.2018	1	1	4	15
30.01.2018	3	7	4	10
02.02.2018	2	3	5	5
05.02.2018	4	9	10	10
10.02.2018	3	8	9	10

Рис. 4.6. Разделенная форма «Продажи»

Многотабличные формы

Многотабличная форма создается для работы с данными нескольких взаимосвязанных таблиц. Источником данных такой формы является многотабличный запрос. При этом форма может быть простой, отображающей одну запись в столбик, или ленточной, отображающей все записи в табличном виде с надписями в заголовке формы. Для такой формы могут быть использованы команды **Форма** или **Несколько элементов**.

Многотабличная форма может быть составной: состоять из главной формы и одной или нескольких подчиненных включаемых форм.

Задание 5. Создать составную форму воспользовавшись реляционным запросом. Выберите запрос «16_реляционный запрос» в области навигации и выполните команду **Форма** на вкладке **Создание**. Эта команда обеспечит автоматическое создание формы на основе выбранного запроса (рис. 4.7). В режиме Конструктора можно изменить заголовок.

Составная форма на основе Реляционного запроса

Дата продажи: 15.01.2018 Количество: 18

Номер склада: 4 Цена: 15 000,00 Р

Склады.Телефон: (343)310-22-22 Название: ГеоСтройПрибор

Наименование: Нивелир Фирмы.Телефон: (473)271-21-44

Дата продажи	Номер склада	Склады.Телефон	Наименование	Количество	Цена	Название	Фирмы.Телефон
15.01.2018	4	(343)310-22-22	Нивелир	18	15 000,00 Р	ГеоСтройПрибор	(473)271-21-44
19.01.2018	1	(343)381-88-88	Тахеометр	7	428 984,40 Р	ООО "Геомар Недра"	(495)618-05-10
20.01.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	9	101 031,60 Р	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
25.01.2018	2	(343)379-51-62	Тахеометр	5	288 000,00 Р	ООО "Навгеоком"	(343)253-53-55
27.01.2018	1	(343)381-88-88	Тахеометр	5	383 355,60 Р	ООО "Геомар Недра"	(495)618-05-10
30.01.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	8	60 750,00 Р	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
02.02.2018	2	(343)379-51-62	Тахеометр	6	270 000,00 Р	ООО "Навгеоком"	(343)253-53-55
05.02.2018	4	(343)310-22-22	Нивелир	15	20 016,00 Р	ГеоСтройПрибор	(473)271-21-44
10.02.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	10	36 000,00 Р	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
15.02.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	9	101 031,60 Р	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45

Рис. 4.7. Составная форма

Создание многотабличной формы с помощью мастера

Основным средством создания многотабличной формы можно считать мастер форм, который, запросив у пользователя сведения о включаемых в форму полях из нескольких взаимосвязанных таблиц и запросов, создает составную или одиночную форму.

Задание 6. С помощью мастера создайте форму для работы с данными о продажах товаров

Для вызова мастера форм выполните на вкладке ленты **Создание** в группе **Формы** команду **Мастер форм**. Отобразится окно мастера **Создания форм**, представленное на рис. 4.8.

Создание форм

Выберите поля для формы.
Допускается выбор нескольких таблиц или запросов.

Таблицы и запросы
Таблица: Продажи

Доступные поля: Выбранные поля:

Дата продажи
Код фирмы
Код товара
Количество
Скидки

> >> < <<

Отмена < Назад Далее > Готово

Рис. 4.8. Выбор таблиц и полей для создаваемой формы

Если предварительно в области навигации не была выбрана таблица «**Продажи**», выберите её в раскрывающемся списке **Таблицы и запросы** диалогового окна мастера. Затем отберите из списка **Доступные поля**, в нашем случае все, кроме поля «**Скидки**» (рис. 4.9).

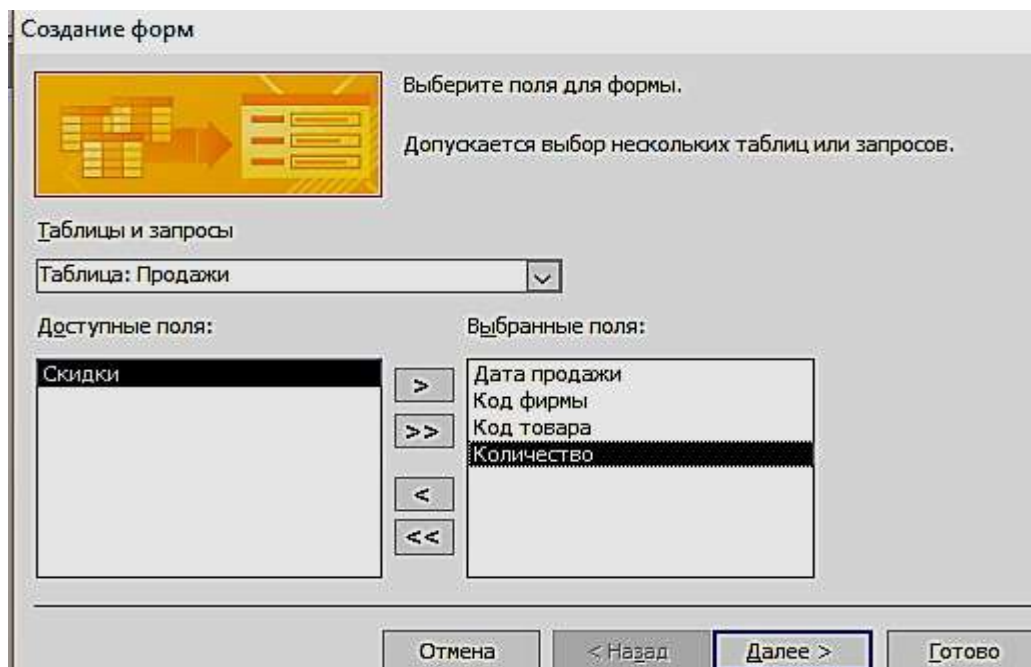


Рис. 4.9. Выбранные поля таблицы «**Продажи**» для создаваемой формы

Переходим к выбору полей из таблицы «**Товары**». Перетаскиваем все поля, кроме поля Код товара. После выбора полей для обеих таблиц и нажатия кнопки **Далее** в окне создание форм в списке **Выберите тип представления данных** надо выделить имя таблицы **Продажи** и щелкнуть по кнопке «**Далее**» (рис. 4.10).

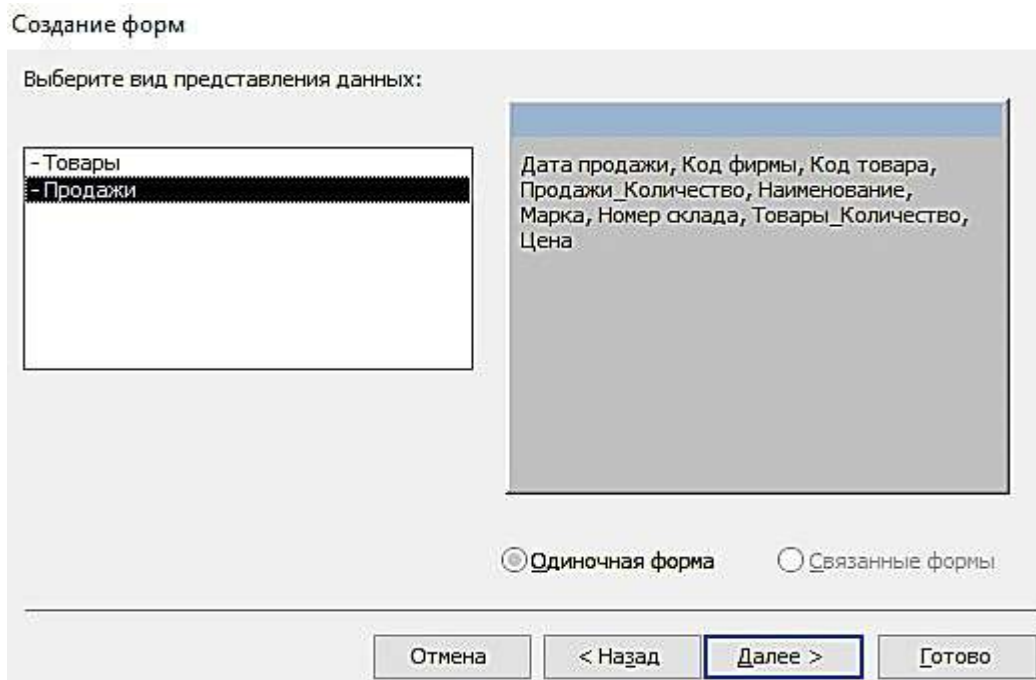


Рис. 4.10. Выбор вида представления данных

В следующем диалоговом окне предоставляется возможность выбрать внешний вид формы и нажать кнопку «**Готово**» (рис. 4.11).

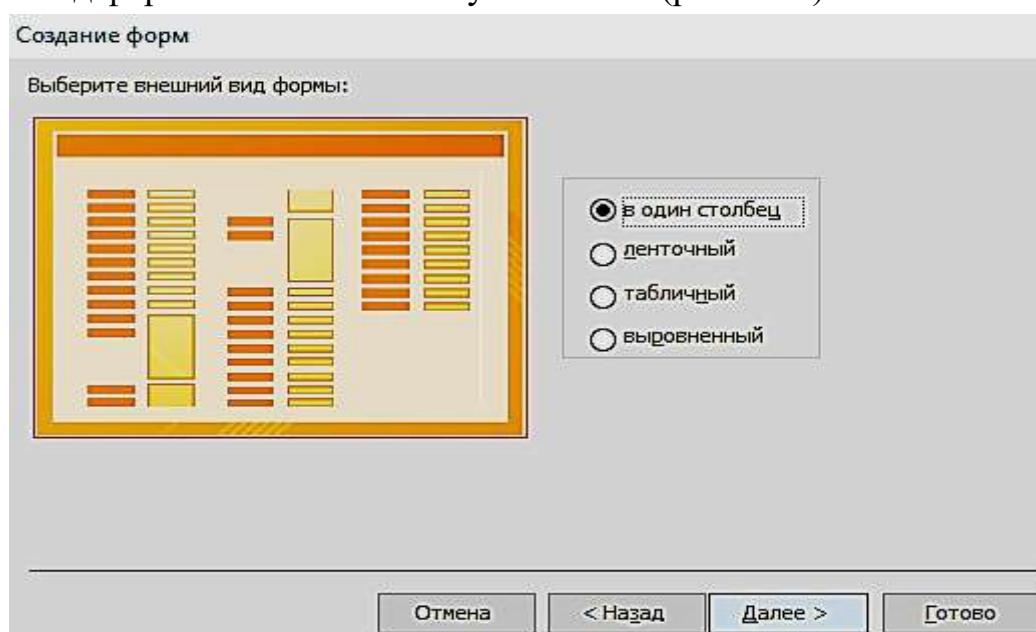


Рис. 4.11. Выбор вида формы в один столбец

Рис. 4.12. Форма, открытая для просмотра, корректировки и ввода данных

Одиночная многотабличная форма

Одиночную форму, включающую поля из нескольких связанных таблиц, позволяет быстро построить инструмент **Пустая форма**. Выполните команду **Пустая форма** на вкладке ленты **Создать** в группе **Формы**. Откроется пустая форма в режиме макета и отобразится область **Список полей**. В списке перечислены все таблицы базы данных, и предоставляется возможность открыть список полей каждой из них (рис. 4.13). Чтобы добавить поле в форму, щелкните на нем двойным щелчком или перетащите его в форму. Для отображения каждого поля Access создает в форме соответствующий элемент управления и привязывает его к полю. Кроме того, для элемента управления создается присоединенная надпись.

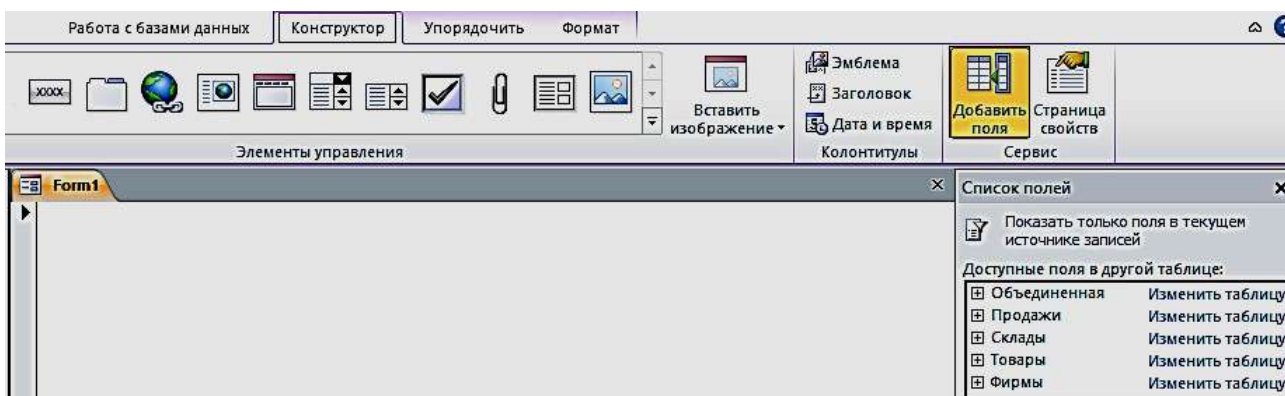


Рис. 4.13. Область **Список полей** при создании одиночной формы

Задание 7. Создать одиночную многотабличную форму для просмотра всех данных базы. Выполните команду **Пустая форма**. В области **Список полей** откройте список полей таблицы «Продажи», щелкнув знак «Плюс»

рядом с её именем. Добавьте в форму необходимые поля (Дата продажи, Код фирмы, Код товара, Количество, Скидки). Далее последовательно добавляйте поля из таблицы «Товары» (Наименование, Марка, Цена), затем из таблицы «Склады» (Номер склада, Телефон, Адрес, Заведующий) и из таблицы «Фирмы поля» – (Название, Адрес, Телефон, Контактное лицо, Должность). Сохранить форму под именем «Общие данные».

Дата продажи	15.01.2018
Код фирмы	4
Код товара	10
Количество	10
Наименование	Нивелир
Марка	4Н-ЗКЛ
Цена	15 000,00 Р
Номер склада	4
Телефон	(343)310-22-22
Адрес	Екатеринбург, Радищева, 4
Заведующий	Ромашенко К.Д.
Название	ГеоСтройПрибор
Адрес_Фирмы	Воронеж, Жуков, 3
Телефон_Фирмы	(473)271-21-44
Контактное лицо	Яковлева Ю.К.
Должность	менеджер

Записи: 1 из 10 | Нет фильтра | Поиск

Рис. 4.14. Форма «Общие данные», созданная с помощью инструмента Пустая форма

Задание 8. Создать одиночную форму с помещенной в неё гистограммой

Для этого откройте таблицу «Товары». В группе **Импорт и связи** на вкладке **Внешние данные** выберите на ленте **Экспорт в таблицу Excel** (рис. 4.15).

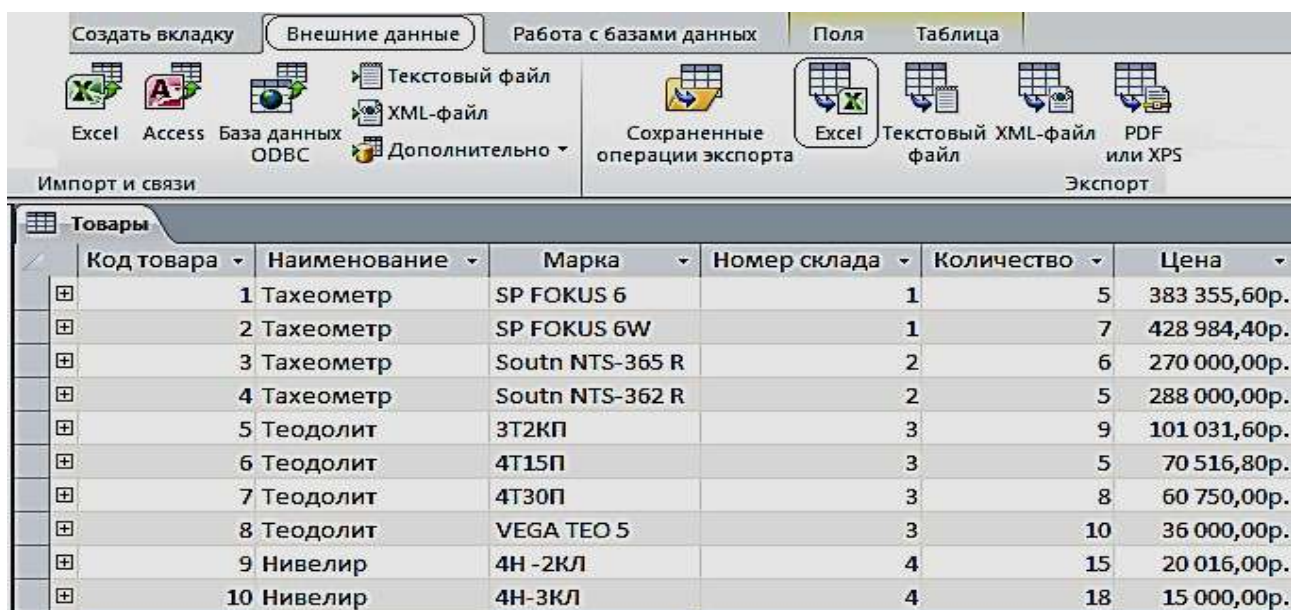


Рис. 4.15. Окно экспорта таблицы «Товары» на лист Excel

Выберите место назначения для экспорта таблицы «Товары», для этого нажмите на кнопку **Обзор**, выберите соответствующую папку (рис. 4.16, 4.17).

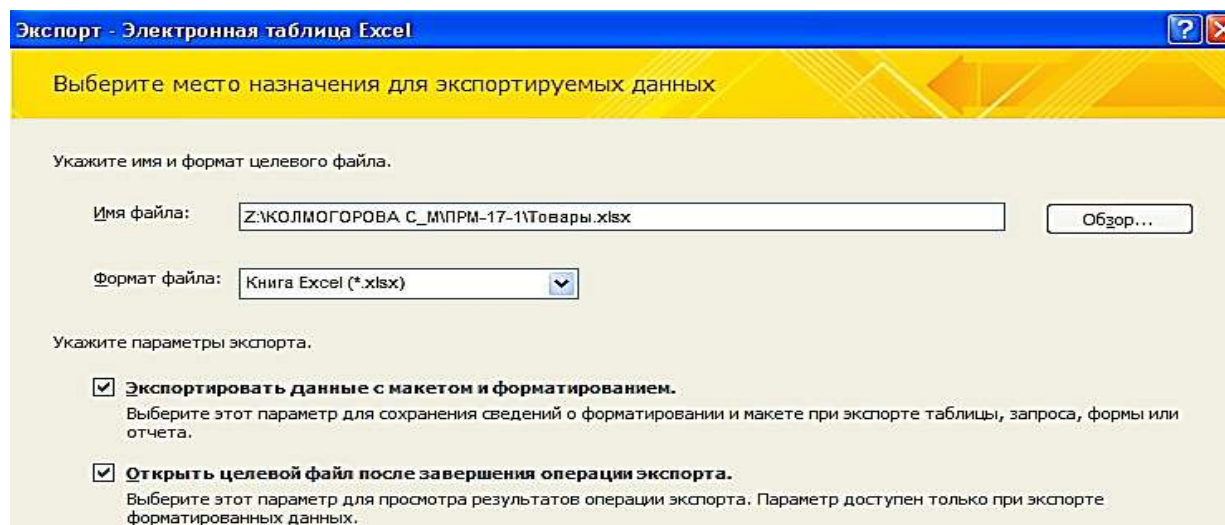


Рис. 4.16. Окно выбора места назначения для экспорта таблицы «Товары»

	A	B	C	D	E	F
1	Код товара	Наименование	Марка	Номер склада	Количество	Цена
2	1	Тахеометр	SP FOKUS 6	1	5	383 355,60р.
3	2	Тахеометр	SP FOKUS 6W	1	7	428 984,40р.
4	3	Тахеометр	South NTS-365 R	2	6	270 000,00р.
5	4	Тахеометр	South NTS-362 R	2	5	288 000,00р.
6	5	Теодолит	3Т2КП	3	9	101 031,60р.
7	6	Теодолит	4Т15П	3	5	70 516,80р.
8	7	Теодолит	4Т30П	3	8	60 750,00р.
9	8	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	36 000,00р.
10	9	Нивелир	4Н -2КЛ	4	15	20 016,00р.
11	10	Нивелир	4Н-3КЛ	4	18	15 000,00р.

Рис. 4.17. Таблица «Товары» в Excel, экспортируемая из Access

Построение гистограммы по колонкам «**Наименование**» и «**Цена**» (рис. 4.18).

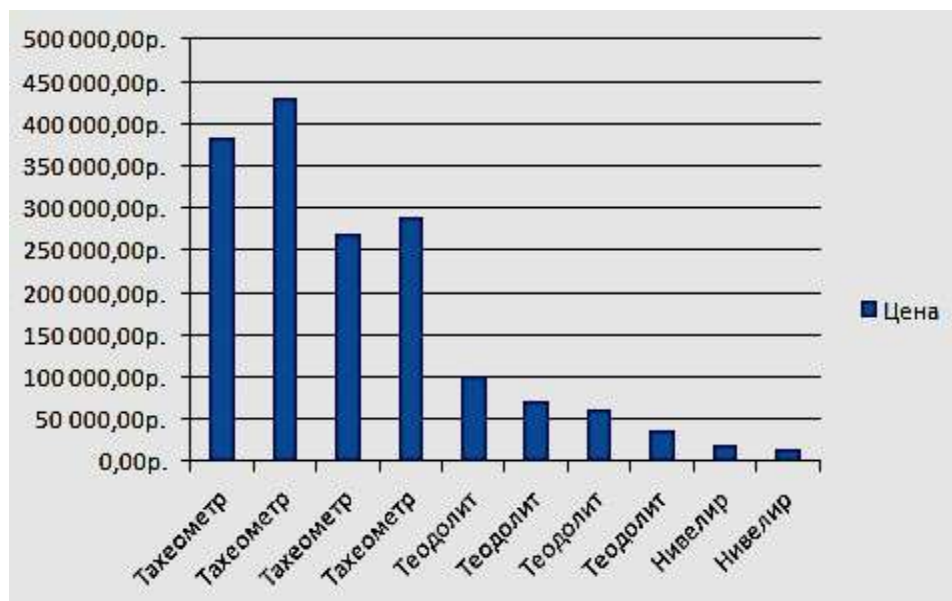


Рис. 4.18. Гистограмма, соответствующая таблице «**Товары**»

Скопируйте гистограмму в Excel. В Access выполните команду **Пустая форма** на вкладке ленты **Создать** в группе **Формы**. В режиме «**Конструктор**» произвести вставку гистограммы. Сохранить форму под названием **Гистограмма** (рис. 4.19).

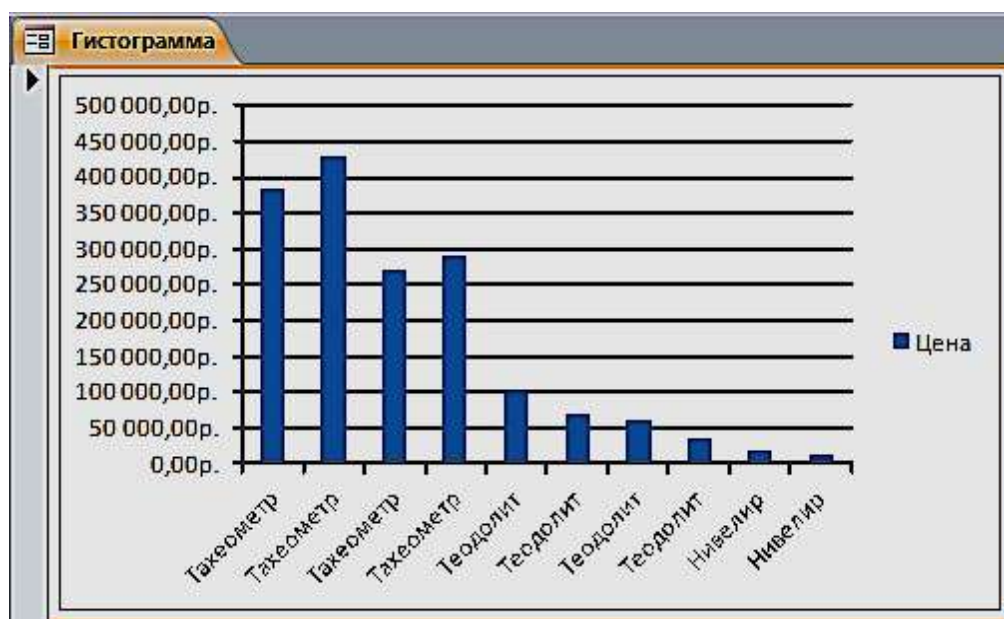


Рис. 4.19. Форма «Гистограмма»

Задание для самостоятельной работы

1. Изменить в форме «Товары» цвет денежных значений в поле «Цена» на зеленый, заливку на светло-зеленый, начертание шрифта – жирный курсив, когда они оказываются меньше или равны 80000 руб.
2. Создать форму «Фирмы» с подчиненной «Продажи».

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5

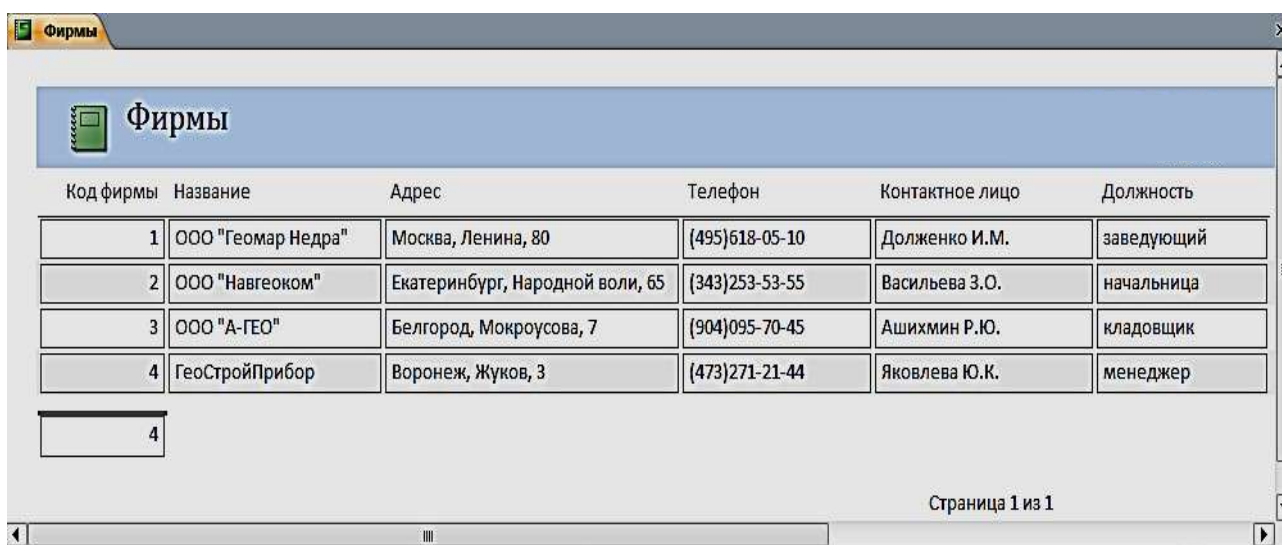
Работа с отчетами

Средства Access по разработке отчетов предназначены для конструирования макета отчета, в соответствии с которым осуществляется вывод данных из определенного источника записей в виде выходного печатного документа.

Отчет может создаваться с помощью Мастера или в режиме Конструктора отчетов.

Задание 1. Выберем в области навигации таблицу «Фирмы», данные из которой будут источником записей отчета. На вкладке ленты **Создание** в группе **Отчеты** выполнить команду **Отчет**.

Access создаст отчет и отобразит его в режиме макета (рис. 5.1). В отчете будут представлены все записи таблицы «Фирмы». Размещение полей таблицы – источника записей отчета – в разделах отчета представлено на рис. 5.2.



Код фирмы	Название	Адрес	Телефон	Контактное лицо	Должность
1	ООО "Геомар Недра"	Москва, Ленина, 80	(495)618-05-10	Долженко И.М.	заведующий
2	ООО "Навгеоком"	Екатеринбург, Народной воли, 65	(343)253-53-55	Васильева З.О.	начальница
3	ООО "А-ГЕО"	Белгород, Мокроусова, 7	(904)095-70-45	Ашихмин Р.Ю.	кладовщик
4	ГеоСтройПрибор	Воронеж, Жуков, 3	(473)271-21-44	Яковлева Ю.К.	менеджер

Рис. 5.1. Отчет в режиме «Макета»

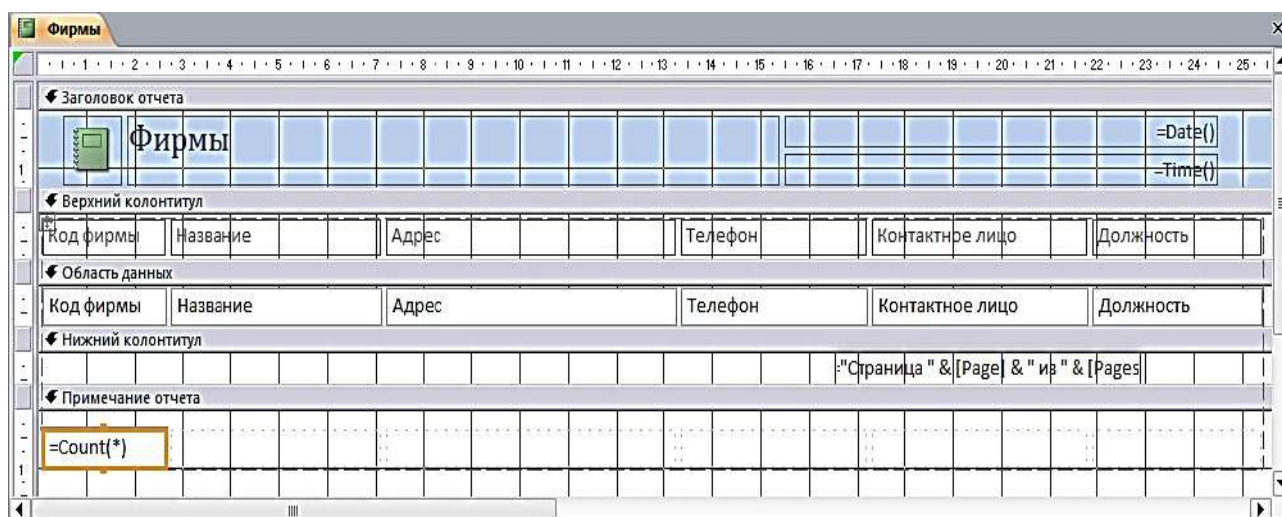


Рис. 5.2. Разделы однотобличного отчета в режиме Конструктора

В режиме макета легко привести созданный отчет в соответствие с заданными требованиями. Измените название отчета на «Контакты». Для этого выполните двойной щелчок на нем и введите новое название. Выделите макет отчета и измените заливку, размер шрифта, выбрав его на вкладке **Главная** в группе **Форматирование текста** или на вкладке **Формат** в группе **Шрифт**. Для изменения параметров страницы выполняйте команды соответствующей вкладки ленты. Пунктирной линией в отчете отмечена граница полей страницы. Отображение этой линии регулируется кнопкой **Показать поля** на вкладке ленты **Параметры страницы**. Для выбора размеров полей страницы может быть использована коллекция, отображаемая при нажатии кнопки **Поля**. На этой же вкладке можно выбрать размер бумаги, ориентацию страницы и ряд др. параметров (рис. 5.3).

Работа с базами данных					
Конструктор					
Упорядочить					
Формат					
Параметры страницы					
Книжная Альбомная Колонки Параметры страницы					
Разметка страницы					
Фирмы					
Контакты					
Код фирмы	Название	Адрес	Телефон	Контактное лицо	Должность
1	ООО "Геомар Недра"	Москва, Ленина, 80	(495)618-05-10	Долженко И.М.	заведующий
2	ООО "Навгеоком"	Екатеринбург, Народной воли, 65	(343)253-53-55	Васильева З.О.	начальница
3	ООО "А-ГЕО"	Белгород, Мокроусова, 7	(904)095-70-45	Ашихмин Р.Ю.	кладовщик
4	ГеоСтройПрибор	Воронеж, Жуков, 3	(473)271-21-44	Яковлева Ю.К.	менеджер
4					
Страница 1 из 1					

Рис 5.3. Отформатированный отчет в режиме Макета

Задание 2. Выберем в области навигации форму **Продажи товаров**, данные из которой будут источником записей отчета. На вкладке ленты **Создание** в группе **Отчеты** выполнить команду **Отчет**. Для группировки данных по дате продажи выполним команду **Группировка, сортировка и итоги**. Выберем для предлагаемого уровня группировки поле «Дата продажи». Откроем список, щелкнув на параметре **по кварталам**, и выберем **по месяцам**. Для закрытия списка щелкните на любом месте за его пределами (рис. 5.4, 5.5).

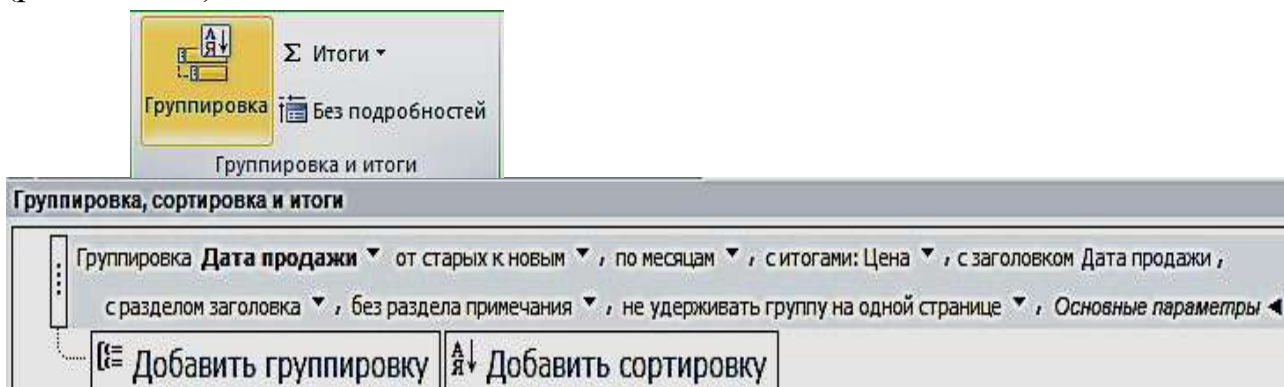


Рис. 5.4. Выбор для поля с датой группировки по месяцам

Дата продажи	Код фирмы	Код товара	Проданные_Количество	Наименование	Марка	Номер склада	Товары_Количество	Цена
Январь 2018								
30.01.2018	3	7	4	Теодолит	4Т30П	3	8	60 750,00 Р
27.01.2018	1	1	4	Тахеометр	SP FOKUS 6	1	5	383 355,60 Р
25.01.2018	2	4	4	Тахеометр	South NTS-362 R	2	5	288 000,00 Р
20.01.2018	3	5	8	Теодолит	3Т2КП	3	9	101 031,60 Р
19.01.2018	1	2	6	Тахеометр	SP FOKUS 5W	1	7	428 984,40 Р
15.01.2018	4	10	10	Нивелир	4Н-ЗКЛ	4	18	15 000,00 Р
Февраль 2018								
15.02.2018	3	5	8	Теодолит	3Т2КП	3	9	101 031,60 Р
10.02.2018	3	8	9	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	36 000,00 Р
05.02.2018	4	9	10	Нивелир	4Н -ЗКЛ	4	15	20 016,00 Р
02.02.2018	2	3	5	Тахеометр	South NTS-365 R	2	6	270 000,00 Р
								1 704 169,20 Р

Страница 1 из 1

Рис 5.5. Форма с датой группировки по месяцам

Задание для самостоятельной работы

Создать отчет по таблице «Объединенная», изображенного на рис. 5.6.

ОТЧЕТ ПРОДАЖИ								
Дата продажи - по месяцам	Название	Фирмы_Телефон	Дата продажи	Наименование	Количество	Цена	Номер склада	Склады_Телефон
Январь 2018								
	ГеоСтройПрибор	4732712144	15.01.2018	Нивелир	18	15 000,00 Р	4	3433102222
	ООО "Геомар Недрз"	4556180510	19.01.2018	Тахеометр	7	428 984,40 Р	1	3433818888
	ООО "А-ГЕО"	9040957045	20.01.2018	Теодолит	9	101 031,60 Р	3	3432751822
	ООО "Навгеоюм"	3432535355	25.01.2018	Тахеометр	5	288 000,00 Р	2	3433795162
	ООО "Геомар Недрз"	4556180510	27.01.2018	Тахеометр	5	383 355,60 Р	1	3433818888
	ООО "А-ГЕО"	9040957045	30.01.2018	Теодолит	8	60 750,00 Р	3	3432751822
Итого для 'Дата продажи' = 30.01.2018 (6 записей)								
Сумма					52	1 277 121,60 Р		
Февраль 2018								
	ООО "Навгеоюм"	3432535355	02.02.2018	Тахеометр	6	270 000,00 Р	2	3433795162
	ГеоСтройПрибор	4732712144	05.02.2018	Нивелир	15	20 016,00 Р	4	3433102222
	ООО "А-ГЕО"	9040957045	10.02.2018	Теодолит	10	36 000,00 Р	3	3432751822
	ООО "А-ГЕО"	9040957045	15.02.2018	Теодолит	9	101 031,60 Р	3	3432751822
Итого для 'Дата продажи' = 15.02.2018 (4 записей)								
Сумма					40	427 047,60 Р		
ИТОГО					92	1 704 169,20 Р		

Рис. 5.6. Результат отчета

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6

Создание главной кнопочной формы с использованием макросов

Использование макросов для автоматизации управления реакцией приложения на действия пользователя в формах или отчетах позволяет создавать полноценные интерактивные приложения без написания кода VBA.

Макрос (от слова «макрокоманда») – программа, состоящая из последовательности макрокоманд. *Макрокоманда* – это инструкция, ориентированная на выполнение определенного действия над объектами Access и их элементами.

Например, макрокомандой можно открыть форму, отчет, напечатать отчет, запустить на выполнение запрос, применить фильтр, присвоить значение и т. д.

Задание 1. Создать главную форму управления приложением, в которой будут представлены:

- элементы для кнопочных форм запросов и гистограмма;
- макросы для таблиц и отчетов;
- макрос, с помощью которого будет закрыта база данных.

1. Выполним команду **Пустая форма** на вкладке ленты **Создать** в группе **Формы**, режим «**Конструктор**» (рис. 6.1).

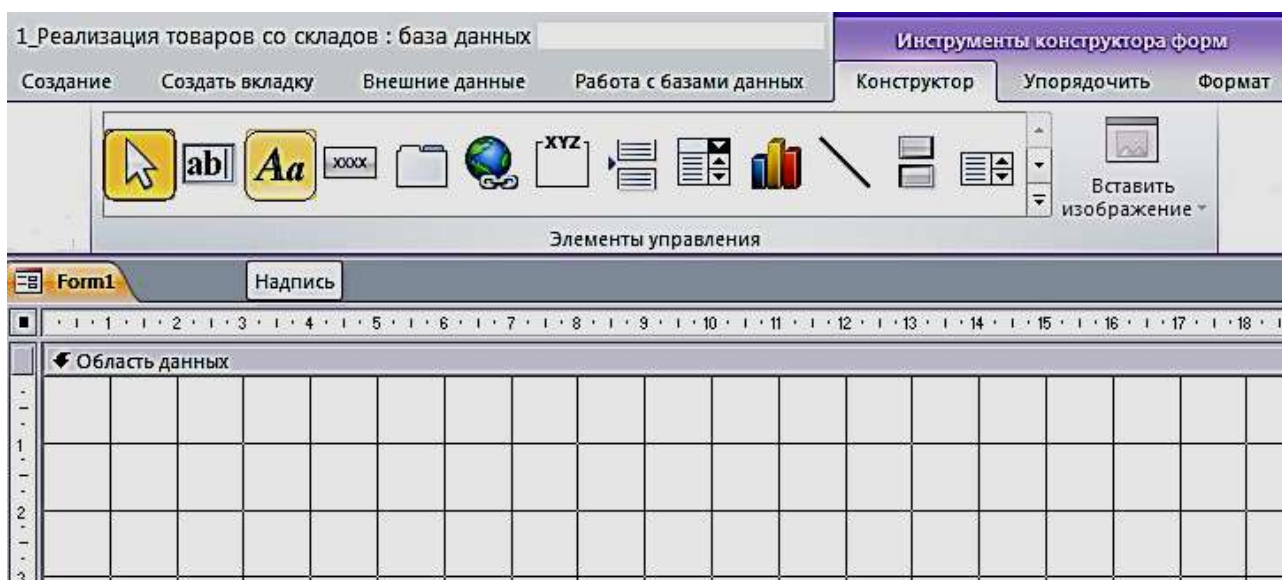


Рис. 6.1. Пустая форма в режиме «Конструктор» с элементами управления

2. Расположим в области **Формы** элемент **Надпись**, поместим в него название **Реализация товаров со складов** (рис. 6.2). Форматирование шрифта в надписях и кнопках осуществляется для выделенного объекта, при помощи **Инструмента конструктора форм**, в объекте **Формат**. Сохраним форму под именем «Главная форма».

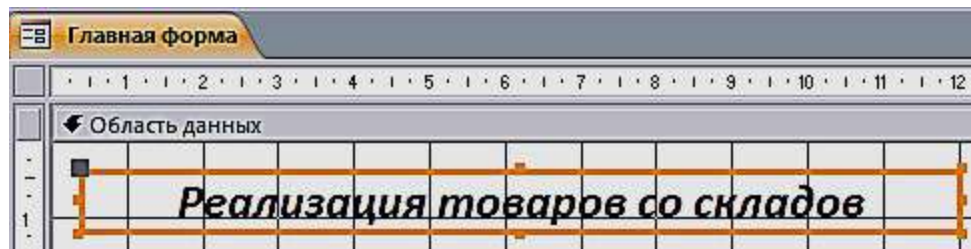


Рис. 6.2. Использование элемента управления **Надпись**

Создание макроса осуществляется в диалоговом режиме и сводится к записи в окне конструктора макроса последовательности макрокоманд, для которых задаются аргументы. Каждому макросу присваивается имя. При выполнении макроса макрокоманды выполняются последовательно в порядке их расположения. При этом используются объекты или данные, указанные в аргументах макрокоманд.

Создание макроса начинается с выполнением команды **Макрос** на вкладке ленты **Создание** в группе **Макросы и код**. В результате выполнения команды открывается окно макроса и каталог макрокоманд (рис. 6.3).

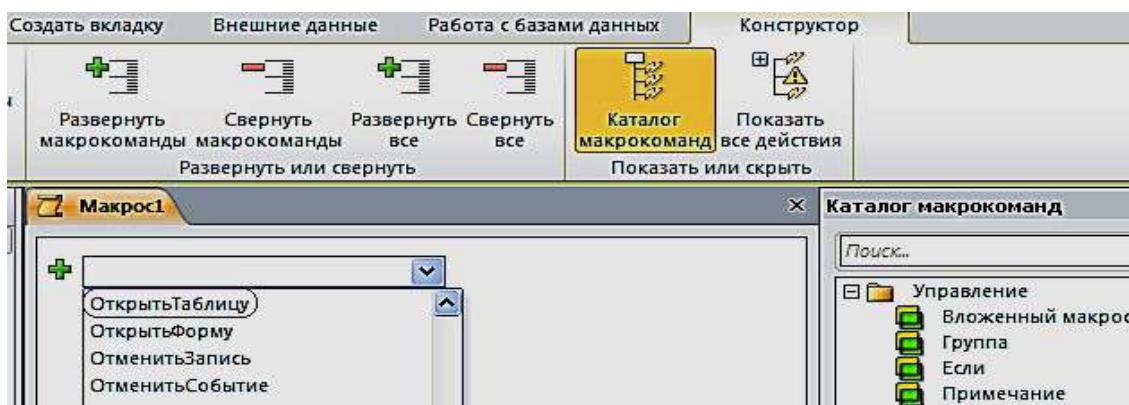


Рис. 6.3. Окно конструирования макроса с Каталогом макроккоманд

3. Создадим первый макрос **Таблицы**, при выполнении которого откроются четыре таблицы: «Продажи», «Склады», «Товары» и «Фирмы». Сохраним его под именем **Таблицы** (рис. 6.4).

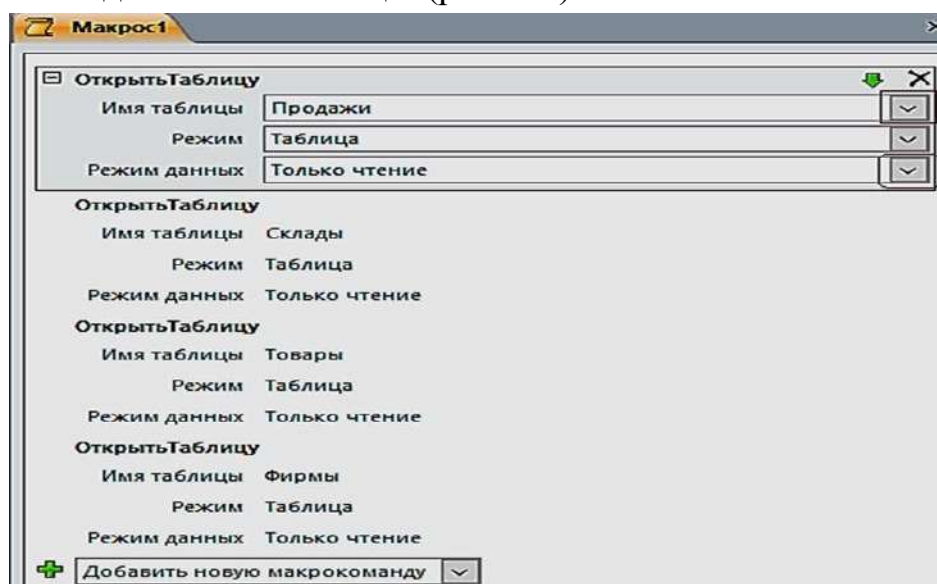


Рис. 6.4. Блок конструирования Макроса «Таблицы»

4. Создадим второй макрос, при выполнении которого откроется отчет «Продажи товаров» (рис. 6.5). Сохраним его под именем **Отчет**.

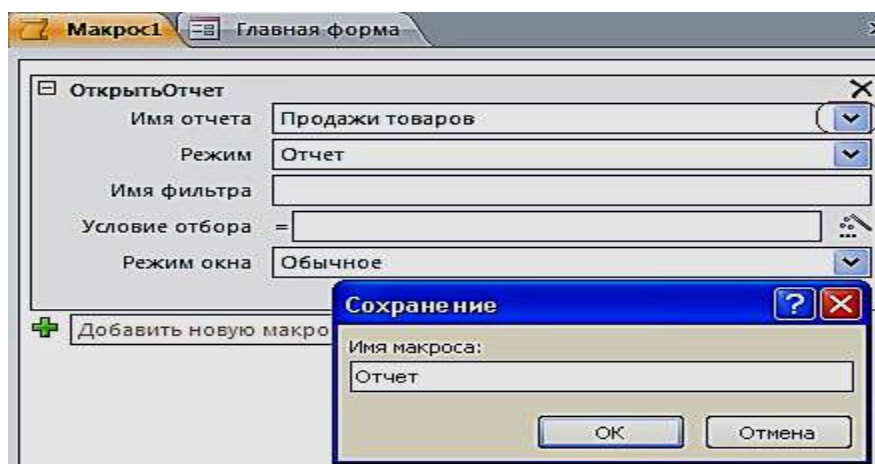


Рис. 6.5. Создание макроса **ОткрытьОтчет**

5. Создадим третий макрос, при выполнении которого откроется отчет «Продажи товаров» (рис. 6.6). Сохраним под именем **Выход**.

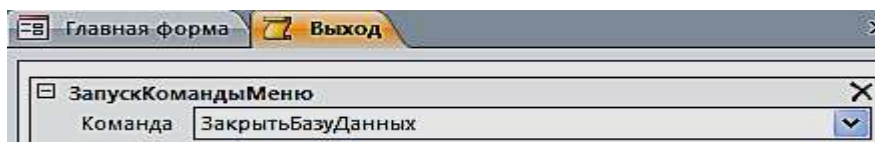


Рис. 6.6. Создание макроса **ЗакретьБазуДанных**

Создание управляющих кнопок на экране

1. Создадим кнопки: **Таблицы**, **Отчет** и **Выход из БД**. Расположим в области **Главной формы** три кнопки с ранее созданными макросами. Для размещения кнопок предусмотрим, чтобы все действия осуществлялись при нажатой кнопке **«Использовать мастера»**. Переместим элемент управления **Кнопка** на форму, появится окно для создания кнопок. Выберем категорию: **Разное**, затем – действия: **Выполнить макрос**, нажмем кнопку **Далее** (рис. 6.7).

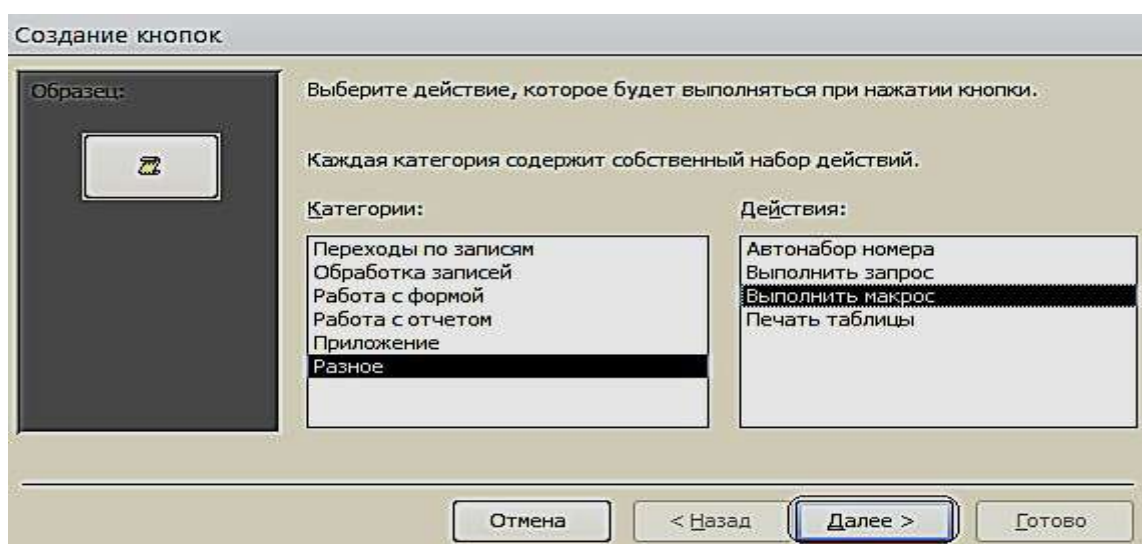


Рис. 6.7. Окно создания кнопок при работе с **Макросами**

2. Выберем соответствующий макрос (рис. 6.8). Разместим текст на кнопке.

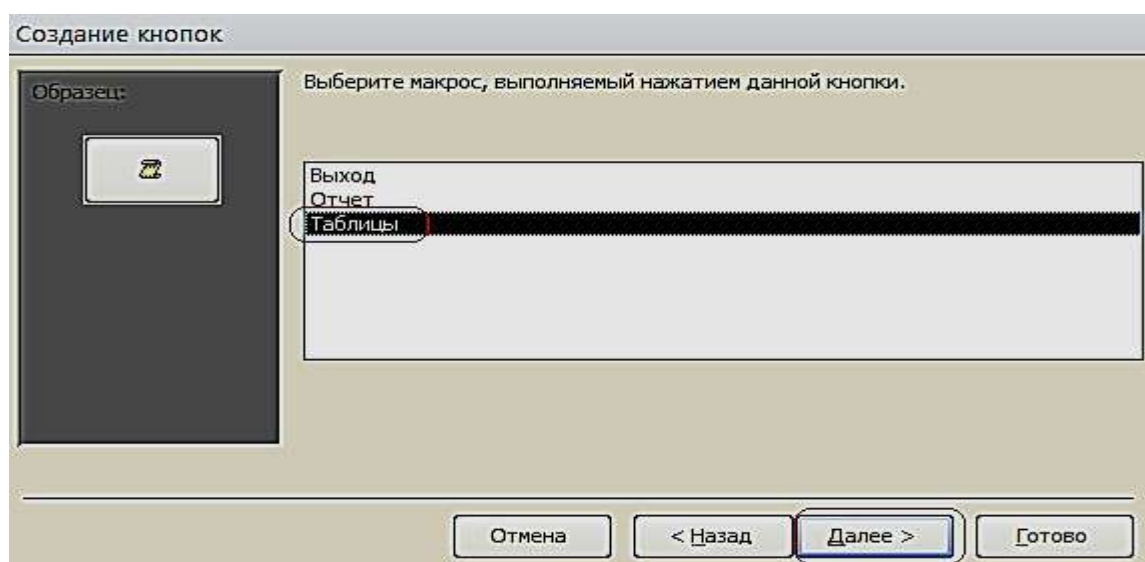


Рис. 6.8. Окно выбора макроса

3. В тексте напомним название **Таблицы** и выполним действия, указанные по кнопке **Далее** (рис. 6.9).