

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ

Профессор по учебно-методическому  
комплексу  
С.А.Упоров

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

### Б1.О.17 ОСНОВЫ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Направление подготовки

*15.03.02 Технологические машины и оборудование*

Направленность (профиль)

*Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов*

Автор: Лагунова Ю. А., проф., д.т.н.

Одобрены на заседании кафедры

Горных машин и комплексов

*(название кафедры)*

Зав.кафедрой

Лагунова Ю.А.

*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 1 от 06.09.2023

*(Дата)*

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

Горно-механического

*(название факультета)*

Председатель

Осипов П.А.

*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 2 от 20.10.2023

*(Дата)*

Екатеринбург

## СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по работе с текстом лекций	5
2	Методические рекомендации по подготовке к опросу	7
3	Методические рекомендации по подготовке к сдаче зачета	10
	Заключение	14
	Список использованных источников	15

## ВВЕДЕНИЕ

Инициативная самостоятельная работа студента есть неотъемлемая составная часть учебы в вузе. В современном формате высшего образования значительно возрастает роль самостоятельной работы студента. Правильно спланированная и организованная самостоятельная работа обеспечивает достижение высоких результатов в учебе.

**Самостоятельная работа студента (СРС)** - это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия, при сохранении ведущей роли студентов.

Целью СРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками по профилю будущей специальности, опытом творческой, исследовательской деятельности, развитие самостоятельности. Ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровней. Самостоятельная работа студента – важная составная часть учебного процесса, обязательная для каждого студента, объем которой определяется учебным планом. Методологическую основу СРС составляет деятельностный подход, при котором цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, т. е. на реальные ситуации, в которых студентам надо проявить знание конкретной дисциплины. Предметно и содержательно СРС определяется государственным образовательным стандартом, действующими учебными планами и образовательными программами различных форм обучения, рабочими программами учебных дисциплин, средствами обеспечения СРС: учебниками, учебными пособиями и методическими руководствами, учебно-программными комплексами и т.д.

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

**Самостоятельная работа студента** - это особым образом организованная деятельность, включающая в свою структуру такие компоненты, как:

- уяснение цели и поставленной учебной задачи;
- четкое и системное планирование самостоятельной работы;
- поиск необходимой учебной и научной информации;
- освоение информации и ее логическая переработка;
- использование методов исследовательской, научно-исследовательской работы для решения поставленных задач;
- выработка собственной позиции по поводу полученной задачи;

- представление, обоснование и защита полученного решения;
- проведение самоанализа и самоконтроля.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

*Аудиторная самостоятельная работа* по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию: текущие консультации, коллоквиум, прием и разбор домашних заданий и другие.

*Внеаудиторная самостоятельная работа* - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия: подготовка презентаций, составление глоссария, подготовка к практическим занятиям, подготовка рецензий, аннотаций на статью, подготовка к дискуссиям, круглым столам.

СРС может включать следующие формы работ:

- изучение лекционного материала;
- работа с источниками литературы: поиск, подбор и обзор литературы и электронных источников информации по заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий, выдаваемых на практических занятиях: тестов, докладов, контрольных работ и других форм текущего контроля;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельное изучение; подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольной работе или коллоквиуму;
- подготовка к зачету, экзамену, другим аттестациям;
- написание реферата, эссе по заданной проблеме;
- выполнение расчетно-графической работы;
- выполнение курсовой работы или проекта;
- анализ научной публикации по определенной преподавателем теме, ее реферирование;
- исследовательская работа и участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения. Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

Подготовка к самостоятельной работе, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

## 1. Методические рекомендации по работе с текстом лекций

На лекционных занятиях необходимо конспектировать учебный материал. Обращать внимание на формулировки, определения, раскрывающие содержание тех или иных понятий, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском мастерстве. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента, и помогает усвоить учебный материал.

Желательно оставлять в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений, фиксировать вопросы, вызывающие личный интерес, варианты ответов на них, сомнения, проблемы, спорные положения. Рекомендуется вести записи на одной стороне листа, оставляя вторую сторону для размышлений, разборов, вопросов, ответов на них, для фиксирования деталей темы или связанных с ней фактов, которые припоминаются самим студентом в ходе слушания.

Слушание лекций - сложный вид интеллектуальной деятельности, успех которой обусловлен *умением слушать*, и стремлением воспринимать материал, нужное записывая в тетрадь. Запись лекции помогает сосредоточить внимание на главном, в ходе самой лекции продумать и осмыслить услышанное, осознать план и логику изложения материала преподавателем.

Такая работа нередко вызывает трудности у студентов: некоторые стремятся записывать все дословно, другие пишут отрывочно, хаотично. Чтобы избежать этих ошибок, целесообразно придерживаться ряда правил.

1. После записи ориентирующих и направляющих внимание данных (тема, цель, план лекции, рекомендованная литература) важно попытаться проследить, как они раскрываются в содержании, подкрепляются формулировками, доказательствами, а затем и выводами.

2. Записывать следует основные положения и доказывающие их аргументы, наиболее яркие примеры и факты, поставленные преподавателем вопросы для самостоятельной проработки.

3. Стремиться к четкости записи, ее последовательности, выделяя темы, подтемы, вопросы и подвопросы, используя цифровую и буквенную нумерацию (римские и арабские цифры, большие и малые буквы), красные строки, выделение абзацев, подчеркивание главного и т.д.

Форма записи материала может быть различной - в зависимости от специфики изучаемого предмета. Это может быть стиль учебной программы (назывные предложения), уместны и свои краткие пояснения к записям.

Студентам не следует подробно записывать на лекции «все подряд», но обязательно фиксировать то, что преподаватели диктуют – это базовый конспект, содержащий основные положения лекции: определения, выводы, параметры, критерии, аксиомы, постулаты, парадигмы, концепции, ситуации, а также мысли-маяки (ими часто являются афоризмы, цитаты, остроумные изречения). Запись лекции лучше вести в сжатой форме, короткими и четкими фразами. Каждому студенту полезно выработать свою систему сокращений, в которой он мог бы разобраться легко и безошибочно.

Даже отлично записанная лекция предполагает дальнейшую самостоятельную работу над ней (осмысление ее содержания, логической структуры, выводов). С целью доработки конспекта лекции необходимо в первую очередь прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить описки, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополняя и исправляя свои записи. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект. Доработанный конспект и рекомендуемая литература использу-

ется при подготовке к практическому занятию. Знание лекционного материала при подготовке к практическому занятию обязательно.

Особенно важно в процессе самостоятельной работы над лекцией выделить новый понятийный аппарат, уяснить суть новых понятий, при необходимости обратиться к словарям и другим источникам, заодно устранив неточности в записях. Главное - вести конспект аккуратно и регулярно, только в этом случае он сможет стать подспорьем в изучении дисциплины.

Работа над лекцией стимулирует самостоятельный поиск ответов на самые различные вопросы: над какими понятиями следует поработать, какие обобщения сделать, какой дополнительный материал привлечь.

Важным средством, направляющим самообразование, является выполнение различных заданий по тексту лекции, например, составление ее развернутого плана или тезисов; ответы на вопросы проблемного характера, (скажем, об основных тенденциях развития той или иной проблемы); составление проверочных тестов по проблеме, написание по ней реферата, составление графических схем.

По своим задачам лекции могут быть разных жанров: *установочная лекция* вводит в изучение курса, предмета, проблем (что и как изучать), а *обобщающая лекция* позволяет подвести итог (зачем изучать), выделить главное, усвоить законы развития знания, преемственности, новаторства, чтобы применить обобщенный позитивный опыт к решению современных практических задач. Обобщающая лекция ориентирует в истории и современном состоянии научной проблемы.

В процессе освоения материалов обобщающих лекций студенты могут выполнять задания разного уровня. Например: задания *репродуктивного* уровня (составить развернутый план обобщающей лекции, составить тезисы по материалам лекции); задания *продуктивного* уровня (ответить на вопросы проблемного характера, составить опорный конспект по схеме, выявить основные тенденции развития проблемы); задания *творческого* уровня (составить проверочные тесты по теме, защитить реферат и графические темы по данной проблеме). Обращение к ранее изученному материалу не только помогает восстановить в памяти известные положения, выводы, но и приводит разрозненные знания в систему, углубляет и расширяет их. Каждый возврат к старому материалу позволяет найти в нем что-то новое, переосмыслить его с иных позиций, определить для него наиболее подходящее место в уже имеющейся системе знаний.

## 2. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

### *Письменный опрос*

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента. При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

### *Устный опрос*

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С неизвестными терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии<sup>1</sup>.

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)<sup>2</sup>.

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

---

<sup>1</sup> Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: [http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii\\_dlya\\_studentov\\_21.pdf](http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf)

<sup>2</sup> Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: [http://priab.ru/images/metod\\_agro/Metod\\_Inostran\\_yazyk\\_35.03.04\\_Agro\\_15.01.2016.pdf](http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf)

Для успешной подготовки к устному опросу студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. Объем времени на подготовку к устному опросу зависит от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

### **Вопросы для опроса по дисциплине «Основы проектной деятельности»**

#### **Тема 1:**

- Охарактеризуйте назначение проекта и его роль в инвестиционном и инновационном процессе.

- Перечислите основные виды проектов
- Сформулируйте отличие проектов от программ.
- Перечислите основные задачи управления проектами.

#### **Тема 2:**

Охарактеризуйте распределение обязанностей:

- заказчик и куратор проекта,
- администратор проекта и координатор раздела проекта
- исполнитель работ.

Функциональные проектные подразделения и временные творческие коллективы

Координация ресурсов,

Распределение информации,

Обеспечение доступа участников к необходимым данным.

#### **Тема 3:**

Охарактеризуйте этапы жизненного цикла проекта.

Определение идеи и целей проекта.

Разработка системных требований к результату. Планирование проекта.

Сетевая и линейная модели проекта.

Особенности разработки задания на проектирование.

Исходные данные и условия для разработки проектов.

#### **Тема 4:**

Методика и последовательность разработки проекта.

Бюджет проекта.

Обоснование стоимости разработки проекта

сроков его разработки

проекты разработки, технического перевооружения, консервации и ликвидации объектов горного производства.

#### **Тема 5:**

Классификация и идентификация рисков проекта.

Контроль хода подготовки проекта.

Порядок внесения корректив в процессе разработки и согласования.

Характеристика основных документов, регламентирующих процесс разработки проектов

#### **Тема 6:**

Основные направления сбережения ресурсов.

Требования к разработке технико-экономических обоснований

технико-экономической оценке проектных решений

#### **Тема 7:**

Характеристика геоинформационных систем

Программные и технические средства, оформления и тиражирования документации.

Программные средства для технологических расчетов

Согласование проектов у заказчика и в надзорных органах.

Декларации безопасности, общественные слушания

**Тема 8:**

Внутренняя экспертиза и оценка проекта

Внешняя экспертиза проектной документации.

Задачи управления проектами на этапе реализации.

Авторский надзор

### 3. Методические рекомендации по подготовке к сдаче зачета

*Зачет* - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к зачету, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях и практических занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

При подготовке к зачету студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к зачету состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время.

В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к зачету следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь зачета, проработать их, готовясь к практическим занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неувоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на то, что это не попадет на зачете. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в зачетный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в зачетных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально

заученной, и при первом же вопросе преподавателя студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачета состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачету;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- учитесь владеть собой на зачете;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

*Зачет* по дисциплине *Основы проектной деятельности* проводится в письменной форме по билетам.

Билет на зачет включает в себя тест и два теоретических вопроса

Билет, по возможности, формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания, контролирующие сформированность всех заявленных компетенций

Выполнение теста предполагает выбор правильного варианта ответа (правильных ответов) на вопрос из числа предложенных.

Ответ на теоретические вопросы, требующие изложения, должен быть представлен в виде грамотно изложенного, связного текста, позволяющего проследить логику рассуждений, лежащих в основе сделанных выводов. Ответ, представляющий бессвязный набор определений и иных положений, рассматривается как неверный.

Наличие в ответах любой грубой ошибки является основанием для снижения оценки. Оценка за письменный зачет может быть снижена за небрежное оформление работы (недопустимые сокращения, зачеркивания, неразборчивый почерк).

*Примерные вопросы для подготовки к зачету*

1. Охарактеризуйте назначение проекта и его роль в инвестиционном и инновационном процессе.
2. Перечислите основные виды проектов и их назначение
3. Что называется проектом и чем он отличается от программы.
4. Перечислите основные требования к управлению проектами.
5. Как распределяются по решаемым задачам обязанности внутри команды: заказчик и куратор проекта, администратор проекта, координатор раздела проекта, исполнитель.
6. Опишите порядок распределения и координации ресурсов при разработке проекта
7. Как и чем обеспечивается распределение информации и обеспечение доступа участников проекта к необходимым данным
8. Чем характеризуется жизненный цикл проекта.
9. Основные правила определения идеи и целей проекта
10. Как разрабатываются и обоснуются системные требования, обеспечивающие комфортное внедрение результатов проекта.

11. Охарактеризуйте процессы планирования проекта. Исходные данные для проектирования
12. Охарактеризуйте существо и назначение сетевой и линейной модели проекта.
13. Какие требования и условия предъявляются на начальных этапах разработки проектов. Особенности разработки задания на проектирование.
14. Как и в какое время осуществляется взаимоувязка блоков проекта. Что такое системность и комплексность решений.
15. Опишите методику формирования замысла и последовательность разработки проекта.
16. В каком порядке формируется бюджет проекта. Для чего предназначена презентация идеи проекта.
17. Опишите способы обоснования стоимости и сроков разработки проекта применительно к проектам разработки и технического перевооружения.
18. Порядок расчета стоимости и обоснования сроков разработки проекта консервации и ликвидации объектов горного производства.
19. Охарактеризуйте риски проекта и порядок их идентификации.
20. Способы контроля хода подготовки проекта.
21. Опишите порядок внесения необходимых коррективов в процессе разработки и согласования проекта.
22. Перечислите основные нормативные и методические документы, регламентирующие процесс разработки проектов
23. Перечислите основные направления сбережения природных, минеральных, материальных, энергетических и людских ресурсов.
24. Назначение технико-экономических обоснований и порядок технико-экономической оценки проектных решений
25. Характеристика геоинформационных систем, обеспечивающих сопровождение разработки, оформления и тиражирования документации.
26. Порядок согласования технических и методических документов у заказчика и в надзорных органах.
27. Для чего предназначена Декларации безопасности и общественные слушания проекта
28. Опишите требования к оценке, а также внутренней и внешней экспертизе проектной документации.
29. Сформулируйте основные задачи управления проектами на этапе их реализации.
30. Какие действия необходимы для организации авторского надзора за реализацией проекта

### *Тест (пример)*

1. Подоплека идеи проекта может иметь:
  - экономическую основу
  - необходимость решения социальных проблем, в т.ч. промышленной безопасности
  - требования к экологической чистоте производства
  - совершенствование технологической эффективности
  - все вышеперечисленное
2. Цели проекта определяются:
  - на основании требований государственных органов
  - опроса общественного мнения и общественных слушаний
  - решения заказчика проекта – лица, принимающего решение
3. Отличие сетевой модели проекта от линейной.

- сетевая модель разрабатывается для уточнения и сокращения сроков выполнения работ за счет частичного распараллеливания выполняемых операций

- линейная модель увязывает логическую последовательность выполнения частей проекта без учета их поведения внутренних связей

- назначение моделей одинаково, можно принимать как ту, так и другую

4. Исходные данные для проектирования:

- регламентируются нормативными документами

- разрабатываются заказчиком проекта

- разрабатывается разработчиком проекта

5. Системных требования к результату реализации проекта оцениваются:

- экономическим эффектом от внедрения

- натуральными показателями (производительностью, ресурсоемкость и пр.)

- совокупностью показателей социального, экологического, технологического и экономического характера, изменяющихся в результате реализации проекта

6 Последовательность разработки проекта (выставить в правильном порядке):

- поиск альтернативных решений, обеспечивающих достижение поставленной цели

- сбор, обработка и оценка исходных данных

- формирование идеи проекта

- разработка календарного плана и графика финансирования работ

- разработка и согласование основных технических решений

- разработка и взаимоувязка отдельных частей проекта

- обоснование эффективности проекта

7. Презентация идеи необходима для:

- убеждения инвестора, что проект будет эффективным

- обоснования целей, задач и достоинств предлагаемого проекта

- рекламы организации-разработчика

8. Формирование бюджета проекта (выстроить в хронологическом порядке):

вов а) предварительное задач проекта и определение расходов на основании нормативов

б) определение предельной стоимости работ по их трудоемкости

в) установление минимальных сроков разработки

г) согласование с Заказчиком расчетной или договорной цены

кам д) согласование доходной и расходной бюджета по расходам, трудоемкости и срокам

е) распределение средств по блокам проекта

ж) определение перечня выполняемых работ

9. Обоснование стоимости разработки сложного проекта осуществляется:

- по справочнику цен и расценок на проектные работы

- по трудоемкости проектных работ (форма П-3)

- прямым расчетом по трудоемкости и потребности в материальных и др. ресурсах

- по расходам при выполнении аналогичных проектов

- все перечисленное

10. При обосновании сроков разработки проекта не принимаются во внимание:

- сроки, указанные в задании на разработку проекта

- объем работ и количество привлекаемых исполнителей

- сроки выполнения работ субподрядчиками

- сроки представления исходных данных заказчиком

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

- 1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;
- 2) добросовестное выполнение заданий;
- 3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;
- 4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://studopedia.org/1-82443.html>
2. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебно-методическому  
комплексу  
С.А.Упов

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ  
К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**Б1.О.18 ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

Направление подготовки

*15.03.02 Технологические машины и оборудование*

Направленность (профиль)

*Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов*

форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

год набора: 2024

Автор: Лагунова Ю. А., д-р техн. наук, профессор

Одобрены на заседании кафедры

Горных машин и комплексов  
*(название кафедры)*

Зав. кафедрой

Лагунова Ю. А.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 1 от 06.09.2023  
*(Дата)*

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

Горно-механического  
*(название факультета)*

Председатель

Осипов П. А.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 2 от 20.10.2023  
*(Дата)*

Екатеринбург

## **ОГЛАВЛЕНИЕ**

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ...	4
2. ОФОРМЛЕНИЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ .....	4
3. ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ .....	4
ЛИТЕРАТУРА.....	6

## ВВЕДЕНИЕ

*Целью* освоения учебной дисциплины является формирование у обучающихся представлений о патентной и лицензионной деятельности, об оценке точности полученных моделей, о теории планирования эксперимента, овладение навыками обработки научно-технической информации, навыками обработки результатов экспериментальных исследований на основе корреляционного и регрессионного анализа.

Для достижения указанной цели необходимо (задачи курса):

- *овладение* обучающимися умениями и навыками практического решения технических проблем;

- *развитие* у обучаемых самостоятельного логического мышления при анализе научно-технической и патентной информации;

- *ознакомление* обучаемых с основами теории планирования эксперимента и методами обработки результатов эксперимента;

- *обучение* применению полученных практических и теоретических знаний при выполнении контрольной работы по определению параметров оптимизации логистических транспортных цепей и звеньев с учетом критериев оптимальности.

# **1. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ**

При подготовке к контрольной работе необходимо изучить примеры, рассмотренные на лекциях, а также в учебнике[1].

## **2. ОФОРМЛЕНИЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ**

1. контрольную набирают в Word или другом текстовом редакторе с аналогичным функционалом;
2. при наборе нужно использовать шрифт TimesNewRoman;
3. интервал между строк — полуторный;
4. размер шрифта — 14;
5. текст выравнивается по ширине;
6. в тексте делают красные строки с отступом в 12,5 мм;
7. нижнее и верхнее поля страницы должны иметь отступ в 20 мм;
8. слева отступ составляет 30 мм, справа — 15 мм;
9. контрольная всегда нумеруется с первого листа, но на титульном листе номер не ставят;
10. номер страницы в работе всегда выставляется в верхнем правом углу;
11. заголовки работы оформляются жирным шрифтом;
12. в конце заголовков точка не предусмотрена;
13. заголовки набираются прописными буквами;
14. все пункты и разделы в работе должны быть пронумерованы арабскими цифрами;
15. названия разделов размещаются посередине строки, подразделы — с левого края;
16. работа распечатывается в принтере на листах А4;
17. текст должен располагаться только на одной стороне листа.
18. Работа имеет такую структуру:
19. Титульный лист;
20. Оглавление и введение;
21. Основной текст контрольной;
22. Заключительная часть работы;
23. Перечень использованной литературы и источников;
24. Дополнения и приложения.
25. Если в работе есть приложения, о них надо упоминать в оглавлении.
26. Ссылки нумеруются арабскими цифрами, при этом учитывают структуру работы (разделы и подразделы).

## **3. ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ**

Задача 1. В январе отчетного года фирма выпустила 2000 шт. изделий. На изготовление изделия расходуется два вида материала: А и Б, цена за 1 т которых составляет соответственно 6,0 и 9,0 тыс. руб. расход на единицу изделия: материала А-3кг, материала Б-2кг.

Определить:  
 общий расход каждого вида материала в январе;  
 общие затраты на материалы в январе и долю каждого вида материала в общей сумме затрат.

Задача 2. По фирме имеются данные о выпуске продукции за I квартал (табл. 3.1).

Определить:  
 процент выполнения плана по выпуску продукции в целом по фирме;  
 удельный вес предприятий в общем объеме фактического выпуска продукции (расчет с точностью до 0,1%).

Таблица 3.1.

Номер предприятия фирмы	Выпуск продукции по плану, млн руб.	Процент выполнения плана по выпуску продукции
1	10	103,5
2	24	98
3	42,5	106

Задача 3. По металлургическому комбинату имеются следующие данные о выпуске (табл.3.2).

Таблица 3.2.

Наименование продукции	Стоимость продукции в фиксированных ценах, млн. руб.		Процент выполнения плана по выпуску продукции
	по плану	фактически	
Сталь арматурная	440	452	
Прокат листовой	500		97,0
Г нутые профили стальные		208	104,0

Требуется:  
 проставить в таблице недостающие данные;  
 определить процент выполнения плана выпуска продукции в целом по комбинату;  
 структуру фактического выпуска продукции представить в виде диаграммы.

Задача 4. В прошлом году себестоимость производства грузового автомобиля КамАЗ-55111 составила 170,0 тыс. руб. По плану отчетного года предусматривалось снизить себестоимость на 4400 руб., фактическая себестоимость составила 168,2 тыс. руб.

Определить относительные величины планового задания по снижению себестоимости и динамики себестоимости производства автомобиля.

Задача 5. Планом предусмотрено увеличение объема продукции предприятия по сравнению с прошлым годом на 2,1%. Фактически прирост продукции по сравнению с прошлым годом составил 4,8%.

Определить процент выполнения плана по выпуску продукции.

Задача 6. По плану отчетного года уровень годовой производительности труда работников должен возрасти по сравнению с прошлым годом на 3,0%. План по уровню производительности труда перевыполнен на 2,0%.

Определить фактический уровень производительности труда, если известно, что в прошлом году уровень годовой производительности труда составил 680 тыс. руб.

Задача 7. Предприятие перевыполнило план реализации продукции в отчетном году на 3,8%. Увеличение реализации продукции в отчетном году по сравнению с прошлым составило 5,6%.

Определить, каково было плановое задание по росту объема реализации продукции.

Задача 8. За отчетный квартал потребление топлива на производственные нужды по предприятию следующее: уголь - 1200 т, газ - 380 тыс. м<sup>3</sup>, нефть - 210 т.

Определить, какую долю в общем объеме потребленного топлива занимает уголь, если коэффициенты пересчета в условное топливо следующие: уголь - 0,9; газ - 1,2; нефть - 1,3.

Задача 9. Планом предусмотрено снижение затрат на 1 руб. продукции на 4,0%; фактически по сравнению с прошлым годом затраты возросли на 1,8%.

Определить, на сколько процентов фактические затраты на 1 руб. продукции отличаются от плановых.

Задача 10. По отделению дороги планом предусмотрено увеличение объема отправок груза на 10,0%. Фактически объем отправок груза по сравнению с прошлым годом повысился на 12,2%.

Определить, на сколько процентов перевыполнен план по объему отправок груза.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Комиссаров А. П. Защита интеллектуальной собственности: учебник; Урал. гос. горный ун-т. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2010. 160 с.
2. Сайтов В. И. Основы научно-исследовательских работ

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебно-методическому  
комплексу



С. А. Уповов

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

по выполнению практических работ по дисциплине

**Б1.О.18 ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

Направление подготовки

***15.03.02 Технологические машины и оборудование***

Направленность (профиль)

***Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов***

форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

год набора: **2024**

Автор: Лагунова Ю. А., д-р техн. наук, профессор

Одобрены на заседании кафедры

Горных машин и комплексов  
*(название кафедры)*

Зав. кафедрой

*(подпись)*  
Лагунова Ю. А.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 1 от 06.09.2023  
*(Дата)*

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

Горно-механического  
*(название факультета)*

Председатель

*(подпись)*  
Осипов П. А.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 2 от 20.10.2023  
*(Дата)*

Екатеринбург

## **ОГЛАВЛЕНИЕ**

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. Практические работы .....	3
ЛИТЕРАТУРА.....	6

## ВВЕДЕНИЕ

Целью освоения учебной дисциплины является формирование у обучающихся представлений о патентной и лицензионной деятельности, об оценке точности полученных моделей, о теории планирования эксперимента, овладение навыками обработки научно-технической информации, навыками обработки результатов экспериментальных исследований на основе корреляционного и регрессионного анализа.

Для достижения указанной цели необходимо (задачи курса):

- овладение обучающимися умениями и навыками практического решения технических проблем;

- развитие у обучаемых самостоятельного логического мышления при анализе научно-технической и патентной информации;

- ознакомление обучаемых с основами теории планирования эксперимента и методами обработки результатов эксперимента;

- обучение применению полученных практических и теоретических знаний при выполнении контрольной работы по определению параметров оптимизации логистических транспортных цепей и звеньев с учетом критериев оптимальности.

## 1. ПРАКТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

**Задача 1.** Перевозка груза выполняется автомобилем грузоподъемностью 7 т. По пути следования автомобиль нагружают и разгружают в нескольких пунктах (выполняется одна езда с заездами). Расстояние между пунктами заезда, погрузка и выгрузка в них характеризуются следующими данными (табл. 1.1).

Таблица 1.1.

№ пункта	Количество тонн		Расстояние между последовательными пунктами, км
	погружено	разгружено	
1	6,5	—	—
2	3,5	4,0	20,5
3	1,0	1,5	18,0
4	6,0	5,2	42,5
5	3,0	2,0	15,0
6	—	7,3	10,0

Определить количество перевезенных тонн груза и объем грузооборота, которые следует записать в путевом листе грузового автомобиля.

**Задача 2.** По грузовому автотранспортному предприятию имеются следующие данные о перевозке грузов за отчетный год (табл. 1.2).

Таблица 1.2

Вид груза	Объем перевозок, тыс. т		Г грузооборот, тыс. ткм	
	план	факт	план	факт

Кирпич	265,0	280,8	10600	14040
Песок	106,0	129,6	1060	1036,8
Ж/б конструкции	519,4	507,6	10388	11421
Пиломатериалы	169,6	162,0	5088	5670

Определить:

- 1) абсолютное изменение грузооборота в целом по предприятию за счет отдельных факторов (изменения средней дальности перевозки 1 т груза и количества перевезенных тонн);
- 2) абсолютное изменение грузооборота по каждому виду груза за счет отдельных факторов
- 2.3) относительное и абсолютное изменение средней дальности перевозки 1 т груза в целом по предприятию за счет: изменения средней дальности перевозки 1 т груза по видам груза; изменения структуры в объеме перевозок.

Задача 3. Перевозка груза выполняется автомобилем грузоподъемностью 9 т. По пути следования автомобиль нагружают и разгружают в нескольких пунктах (выполняется одна езда с заездами). Расстояние между пунктами заезда, погрузки и выгрузки характеризуется следующими данными (табл. 1.3).

Таблица 1.3

№ пункта	Количество тонн		Расстояние между последовательными пунктами, км
	погружено	разгружено	
1	8,5	—	—
2	3,5	3,0	16,0
3	5,2	6,0	21,0
4	2,7	2,0	18,5
5	2,0	4,8	15,8
6	2,5	1,5	10,5
7	3,4	2,0	13,2
8	—	8,5	24,0

Определить количество перевезенных тонн груза и объем грузооборота, которые следует записать в путевом листе грузового автомобиля.

**Задача 4.** Имеются следующие данные о результатах работы грузового автотранспортного предприятия за отчетный год:

- 1) по сдельным автомобилям объем перевозки составил 3850 тыс. т, грузооборот - 68350 тыс. ткм;
- 2) по повременным автомобилям общий пробег составил 1380 тыс. км при средней грузоподъемности 8,3 т; принятый коэффициент использования пробега  $\alpha = 0,5$ ; принятый коэффициент использования грузоподъемности  $\gamma = 0,8$  при средней дальности перевозки 1 т груза (определенной на основе специального обследования) 24,5 км.

Определить годовой объем транспортной работы в приведенных тонно-километрах и годовой объем перевозок в приведенных тоннах.

**Задача 5.** По автобусным предприятиям за отчетный месяц получены следующие показатели по перевозкам пассажиров по городским маршрутам:

- сумма выручки от продажи разовых билетов - 31920 тыс. руб. (при тарифе за одну пассажира-поездку 9 руб.);
- реализовано месячных абонементных билетов 32100 (при среднем числе пассажиро-поездов на один билет 75);
- число лиц, имеющих удостоверение на право бесплатного проезда 140 тыс. человек (при среднем числе пассажиро-поездов за месяц 50).

Среднее расстояние перевозки одного пассажира, установленное на основе специального обследования 4,3 км.

*Определить* число перевезенных пассажиров и объем выполненной транспортной работы.

**Задача 6.** Внутригородские автобусные перевозки выполняются в городе четырьмя автотранспортными предприятиями. Суммарные объемные показатели их работы за отчетный месяц составили:

- общее число перевезенных пассажиров - 400 тыс. чел.;
- объем выполненной транспортной работы - 1720,0 тыс. пасс.км;
- количество место-километров работы:  
 предприятие 1 - 518,0 тыс;  
 предприятие 2 — 315,0 тыс; предприятие 3  
 — 217,0 тыс; предприятие 4 — 350,0 тыс.

*Определить* объемные показатели по перевозкам для каждого предприятия (число перевезенных пассажиров и пассажиро- оборот).

**Задача 7.** По автобусному парку за два месяца имеются следующие данные (табл. 1.4).

Таблица 1.4

Показатели работы автобусов	Апрель	Май
Маршрутные автобусы Перевезено пассажиров, тыс. чел.	14380	14700
Пассажирооборот, тыс. пасс. км	69024	70560
Заказные автобусы Общий пробег, тыс. км	2,78	3,84
Средняя вместимость автобуса, чел.	35,0	36,1
Среднее расстояние перевозки пассажира в пригородном сообщении, км	8,3	8,3
Произведение р-у	0,65	0,65

*Определить* абсолютное изменение объема транспортной работы и числа перевезенных пассажиров в мае по сравнению с апрелем, в целом по автобусному парку.

**Задача 8.** По автобусному предприятию за два года имеются следующие данные (табл. 1.5).

Таблица 1.5

Показатель	Прошлый год	Отчетный год
Пассажирооборот, тыс. пасс. км	721500	748800
Перевезено пассажиров, тыс. чел.	142500	144000

*Определить* изменение пассажирооборота (в абсолютном размере) за счет изменения числа перевезенных пассажиров и средней дальности их перевозки.

**Задача 9.** Работа предприятия, осуществляющего перевозку пассажиров маршрутными такси, характеризуется следующими данными (табл. 1.6)

Таблица 1.6

№ маршрута	Сумма выручки от продажи разовых билетов, тыс. руб.		Тариф по маршруту, руб.	Протяженность маршрута, км
	май	июнь		
126	115,5	118,3	11	8,5
145	120,0	123,3	13	10
131	101,8	102,8	15	12

## ЛИТЕРАТУРА

1. Комиссаров А. П. Защита интеллектуальной собственности: учебник; Урал. гос. горный ун-т. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2010. 160 с.
2. Сайтов В. И. Основы научно-исследовательских работ

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебно-методическому  
комплексу



**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

*по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся*

**Б1.О.18 ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

Направление подготовки

***15.03.02 Технологические машины и оборудование***

Направленность (профиль)

***Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов***

форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

год набора: **2024**

Автор: Лагунова Ю. А., д-р техн. наук, профессор

Одобрены на заседании кафедры

Горных машин и комплексов  
*(название кафедры)*

Зав. кафедрой

*(подпись)*

Лагунова Ю. А.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 1 от 06.09.2023  
*(Дата)*

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

Горно-механического  
*(название факультета)*

Председатель

*(подпись)*

Осипов П. А.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 2 от 20.10.2023  
*(Дата)*

Екатеринбург

## Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. Повторение материала лекций.....	3
2. Самостоятельное изучение тем .....	5
ЛИТЕРАТУРА.....	7

## ВВЕДЕНИЕ

Целью освоения учебной дисциплины является формирование у обучающихся представлений о патентной и лицензионной деятельности, об оценке точности полученных моделей, о теории планирования эксперимента, овладение навыками обработки научно-технической информации, навыками обработки результатов экспериментальных исследований на основе корреляционного и регрессионного анализа.

Для достижения указанной цели необходимо (задачи курса):

- овладение обучающимися умениями и навыками практического решения технических проблем;

- развитие у обучаемых самостоятельного логического мышления при анализе научно-технической и патентной информации;

- ознакомление обучаемых с основами теории планирования эксперимента и методами обработки результатов эксперимента;

- обучение применению полученных практических и теоретических знаний при выполнении контрольной работы по определению параметров оптимизации логистических транспортных цепей и звеньев с учетом критериев оптимальности.

### 1. ПОВТОРЕНИЕ МАТЕРИАЛА ЛЕКЦИЙ

#### **Тема 1: Теория эксперимента.**

Цель экспериментального исследования, определяющего его конечный результат. Типовые задачи эксперимента. Основные положения планирования эксперимента. Методика и эмпирическая схема проведения эксперимента. Методы обработки, отображения, интерпретации экспериментальных данных.

#### **Тема 2: Критерии подобия и моделирование.**

Равенство всех однотипных критериев подобия для двух физических явлений и систем - необходимое и достаточное условие их физического подобия. **Моделирование** – исследование объектов познания на их моделях; построение и изучение моделей реально существующих объектов, процессов или явлений с целью получения объяснений этих явлений, а также для предсказания явлений, интересующих исследователя. **Виды моделирования:** *концептуальное моделирование; физическое (натурное) моделирование; структурно-функциональное моделирование; математическое (логико-математическое) моделирование, имитационное (компьютерное) моделирование.*

#### **Тема 3: Основы статистической обработки экспериментальных данных.**

Подобие объектов. Критерии подобия. Числа Рейнольдса, Пекле, Прандтля. Построение интервального статистического ряда. Построение эмпирической функции распределения. Гистограмма и полигон. Получение точечных статистических оценок.

#### **Тема 4: Закон нормального распределения.**

Двумерный случайный вектор и его закон распределения. Функция распределения. Двумерный дискретный случайный выбор. Маргинальные законы распределения компонент. Условные законы распределения компонент. Числовые характеристики. Отсев *грубых погрешностей* для больших выборок. Таблицы распределения Стьюдента. Метод исключения аномальных значений для выборок большого объема. Распределение Стьюдента относится к категории распределений, связанных с *нормальным распределением*.

#### **Тема 5: Корреляционный и регрессионный анализ.**

Корреляционный момент и коэффициент корреляции. Нормальный закон распределения на плоскости. Функции регрессии. Линейная регрессия. Линейная корреляция. Нормальная корреляция. Корреляционный анализ экспериментальных данных. Регрессия. Кривые регрессии, их свойства. Коэффициент корреляции, корреляционное отношение, их

свойства и оценки. Принцип максимального правдоподобия. Статистические методы обработки экспериментальных данных.

Парная корреляция - это связь между двумя показателями, один из которых является факторным, а другой - результативным. Множественная корреляция возникает от взаимодействия не скольких факторов с результативным показателем. Коэффициент парной корреляции. Корреляционный момент. Теснота связи между двумя показателями в общем виде с учетом взаимосвязей факторов, оказывающих воздействие на результативный показатель. Индекс множественной корреляции. Ранговая корреляция и непараметрические методы измерения связей.

#### **Тема 6: Характеристики точности измерений.**

Свойства ошибок и законы их распределения. Задача теории ошибок. Абсолютные - относительные. Измеряемая величина имеет ошибку. Систематические - случайные. Систематические - это те, что повторяются из опыта в опыт и имеют одно и то же значение.

Погрешность измерений. Факторы, влияющие на погрешность измерений. Виды погрешностей. Отклонение измерений от истинного значения. Абсолютная и приведенная погрешности. Фундаментальный закон теории погрешностей. Систематическая, случайная, грубая погрешности. Субъективная, методическая и инструментальная составляющие погрешности. Сходимость. Воспроизводимость.

#### **Тема 7: Теория планирования эксперимента.**

Математическое планирование. Неконтролируемые и неуправляемые переменные. Факторы соответствия. Количественные и качественные факторы. Ограничения. План эксперимента. Уровни факторов.

#### **Тема 8: Полный и дробный факторный эксперимент.**

Полный факторный эксперимент. Матрица планирования. Построение линейной модели. Критерий Стьюдента. Критерий Фишера. Дисперсия адекватности. Метод наименьших квадратов. Диаграмма разброса.

Дробный факторный эксперимент. Основные задачи математической статистики. Генеральная совокупность и выборка Вариационный ряд. Гистограмма, эмпирическая функция распределения, выборочная средняя и дисперсия. Статистические оценки параметров распределения. Методы расчёта сводных характеристик выборки

Условные варианты. Начальные и центральные эмпирические моменты. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Понятие о критериях согласия. Статистическая проверка гипотез.

## **2. САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ТЕМ**

#### **Тема 1: Введение. Общие и специальные требования дисциплины.**

Законы и формы познания. Методы проведения исследований. Сравнение и измерение. Дедукция и индукция. Анализ и синтез. Научные идеи и гипотезы. Абстракция и обобщение. Моделирование. Место творчества в процессе исследования. Классификация методов научного исследования, методология исследований. Гипотетический метод. Аксиоматический метод. Исторический метод. Абстрагирование. Конкретизация. Системный анализ. Формализация. Создание теории.

#### **Тема 2: Виды научно-технической информации. Основы информационного поиска.**

Информация имеет свойство «стареть». Печатная продукция. Служба научно-технической информации. Общегосударственная служба информации. Носители информации. Книги. Периодика. Нормативные документы. Каталоги и прейскуранты. Отчеты НИ-ОКР. Информационные издания. Материалы научно-технических производственных совещаний. Переводы. Диссертации и авторефераты. Восходящий и нисходящий поток информации. Основной фонд. Справочный фонд.

### **Тема 3: Основы патентоведения. Патентный закон РФ.**

Понятие интеллектуальной собственности. Интеллектуальное право. Исключительное право. Авторское право, основные задачи и принципы. Патентное право. Изобретение. Полезная модель. Промышленный образец. Принципы российского патентного права.

### **Тема 4: Заявка на изобретение. Экспертиза заявки. Патентный поиск.**

Регистрация и правовая охрана программ для ЭВМ и баз данных. Понятие и признаки изобретения. Объект изобретения. Признаки изобретения. Понятие «уровень техники». Изобретательский уровень как существенное отличие. Промышленная применимость. Понятие и признаки полезной модели. Понятие и признаки промышленного образца. Субъекты патентного права.

### **Тема 5: Основы теории научного эксперимента.**

Цель экспериментального исследования, определяющего его конечный результат. Типовые задачи эксперимента. Основные положения планирования эксперимента. Методика и эмпирическая схема проведения эксперимента. Методы обработки, отображения, интерпретации экспериментальных данных.

### **Тема 6: Критерии подобия и моделирование.**

Равенство всех однотипных критериев подобия для двух физических явлений и систем - необходимое и достаточное условие их физического подобия. **Моделирование** – исследование объектов познания на их моделях; построение и изучение моделей реально существующих объектов, процессов или явлений с целью получения объяснений этих явлений, а также для предсказания явлений, интересующих исследователя. **Виды моделирования:** *концептуальное моделирование; физическое (натурное) моделирование; структурно-функциональное моделирование; математическое (логико-математическое) моделирование, имитационное (компьютерное) моделирование.*

### **Тема 7: Основы статистической обработки экспериментальных данных.**

Подобие объектов. Критерии подобия. Числа Рейнольдса, Пекле, Прандтля. Построение интервального статистического ряда. Построение эмпирической функции распределения. Гистограмма и полигон. Получение точечных статистических оценок.

### **Тема 8: Закон нормального распределения. Отсев грубых погрешностей измерений.**

Двумерный случайный вектор и его закон распределения. Функция распределения. Двумерный дискретный случайный выбор. Маргинальные законы распределения компонент. Условные законы распределения компонент. Числовые характеристики. Отсев *грубых погрешностей* для больших выборок. Таблицы распределения Стьюдента. Метод исключения аномальных значений для выборок большого объема. Распределение Стьюдента относится к категории распределений, связанных с *нормальным распределением*.

### **Тема 9: Корреляционный и регрессионный анализ.**

Корреляционный момент и коэффициент корреляции. Нормальный закон распределения на плоскости. Функции регрессии. Линейная регрессия. Линейная корреляция. Нормальная корреляция. Корреляционный анализ экспериментальных данных. Регрессия. Кривые регрессии, их свойства. Коэффициент корреляции, корреляционное отношение, их свойства и оценки. Принцип максимального правдоподобия. Статистические методы обработки экспериментальных данных.

### **Тема 10: Парная и множественная корреляция.**

Парная корреляция - это связь между двумя показателями, один из которых является факторным, а другой - результативным. Множественная корреляция возникает от взаимодействия не скольких факторов с результативным показателем. Коэффициент парной корреляции. Корреляционный момент. Теснота связи между двумя показателями в общем виде с учетом взаимосвязей факторов, оказывающих воздействие на результативный показатель. Индекс множественной корреляции. Ранговая корреляция и непараметрические методы измерения связей.

### **Тема 11: Основы теории ошибок.**

Свойства ошибок и законы их распределения. Задача теории ошибок. Абсолютные - относительные. Измеряемая величина имеет ошибку. Систематические - случайные. Систематические - это те, что повторяются из опыта в опыт и имеют одно и то же значение.

**Тема 12: Характеристики точности измерений.**

Погрешность измерений. Факторы, влияющие на погрешность измерений. Виды погрешностей. Отклонение измерений от истинного значения. Абсолютная и приведенная погрешности. Фундаментальный закон теории погрешностей. Систематическая, случайная, грубая погрешности. Субъективная, методическая и инструментальная составляющие погрешности. Сходимость. Воспроизводимость.

**Тема 13: Теория планирования научного эксперимента.**

Математическое планирование. Неконтролируемые и управляемые переменные. Факторы соответствия. Количественные и качественные факторы. Ограничения. План эксперимента. Уровни факторов.

**Тема 14: Полный факторный эксперимент. Нелинейные модели.**

Полный факторный эксперимент. Матрица планирования. Построение линейной модели. Критерий Стьюдента. Критерий Фишера. Дисперсия адекватности. Метод наименьших квадратов. Диаграмма разброса.

**Тема 15: Дробный факторный эксперимент.**

Дробный факторный эксперимент. Основные задачи математической статистики. Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Гистограмма, эмпирическая функция распределения, выборочная средняя и дисперсия. Статистические оценки параметров распределения. Методы расчёта сводных характеристик выборки

**Тема 16: Квадратичные модели и их планы экспериментов.**

Условные варианты. Начальные и центральные эмпирические моменты. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Понятие о критериях согласия. Статистическая проверка гипотез.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Комиссаров А. П. Защита интеллектуальной собственности: учебник; Урал. гос. горный ун-т. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2010. 160 с.
2. Сайтов В. И. Основы научно-исследовательских работ

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебно-методическому  
комплексу

С.А.Упоров

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ  
К РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЕ И КОНТРОЛЬНОЙ  
РАБОТЕ**

**Б1.О.19 ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА**

Направление

**15.03.02 Технологические машины и оборудование**

Направленность (профиль)

**Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов**

Автор: Стожков Д. С., доцент, к.т.н.

Одобрены на заседании кафедры

Электротехники  
(название кафедры)

Зав. кафедрой

Угольников А. В.  
(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 15.09.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

Горно-механического  
(название факультета)

Председатель

Осипов П. А.  
(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
Задача 1. РАСЧЕТ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА .....	4
Задача 2. РАСЧЕТ ОДНОФАЗНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА.....	11
2.1. Последовательное соединение в цепи синусоидального тока.....	11
2.2. Параллельное соединение в цепи синусоидального тока .....	14
2.3. Разветвленная цепь синусоидального тока.....	16
Задача 3. РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ.....	20
3.1. Расчет трехфазных линейных электрических цепей при соединении фаз приемника звездой .....	20
3.2. Расчет трехфазных линейных электрических цепей при соединении фаз приемника треугольником.....	223
Задача 4. РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ТРЕХФАЗНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ.....	24
Задача 5. РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ ПОСТОЯННОГО ТОКА.....	300
Задача 6. РАСЧЕТ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ .....	377
ЗАДАЧА 7. РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА. ....	42
7.1. Неразветвленные магнитные цепи. ....	45
7.1.1. Прямая задача. Определить МДС цепи по заданному магнитному потоку. ....	45
7.1.2. Обратная задача. Определить магнитный поток в цепи по заданной МДС .....	47
Задача 8. ТРАНСФОРМАТОРЫ.....	54
Задача 9. АСИНХРОННЫЙ ДВИГАТЕЛЬ С ФАЗНЫМ РОТОРОМ.....	55
Задача 10. ДВИГАТЕЛЬ ПОСТОЯННОГО ТОКА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ .....	59
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	61

## ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Электротехника и электроника» изучает процессы в электрических и магнитных цепях, выявляет общие закономерности электромагнитных явлений и их прикладное применение для создания, передачи и распределения электроэнергии.

*Целью* преподавания дисциплины является теоретическая и практическая подготовка будущего инженера, развитие его творческих способностей, умение формировать и решать на высоком научном уровне проблемы осваиваемой специальности, умение творчески применять и самостоятельно повышать свои знания. Эти цели достигаются на основе повышения творческой активности и самостоятельной работы студентов.

Высокий научный и инженерный уровень дисциплины обусловлен глубоким проникновением в ее разделы законов и положений, которые даются в курсах «Физика» и «Математика».

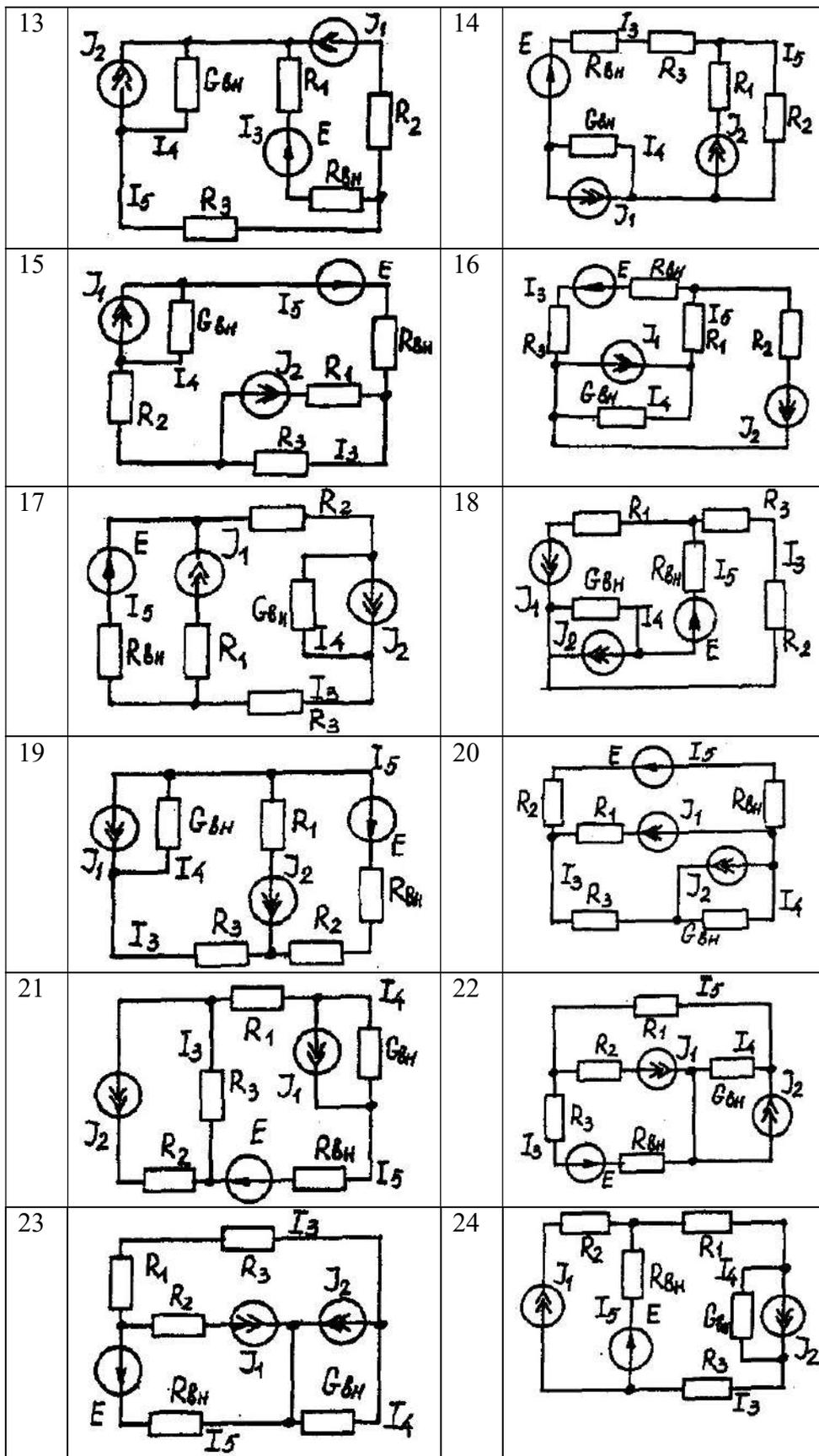
### ***Выполнение контрольных заданий.***

При выполнении контрольных заданий необходимо выполнить следующие требования:

1. Контрольные задания выполняют по данному методическому указанию.
2. Варианты задач в контрольных заданиях определяют по двум последним цифрам номера студенческого билета. Если две последние цифры превышают число 24 (общее количество вариантов), то номер варианта определяется по остатку от целочисленного деления этих цифр на число 24. Например, двум последним цифрам 49-го номера студенческого билета соответствует первый вариант контрольного задания.
3. Контрольные задания выполняют в отдельной тетради, на обложке которой приводят сведения по следующей форме: фамилия, имя, отчество, номер студенческого билета, номер контрольного задания.
4. Графическую часть (схемы, графики) в контрольных заданиях выполняют карандашом, в масштабе, с указанием последнего.
5. Решение каждой задачи контрольного задания следует начинать с новой страницы.
6. Электрические схемы вычерчивают согласно стандарту.
7. Условие задачи выписывают полностью без сокращений.
8. Решения задач сопровождают краткими пояснениями.
9. Контрольные задания представляются для проверки до начала соответствующей лабораторно-экзаменационной сессии.
10. Если контрольное задание не зачтено, студент обязан, исправив ошибки указанные преподавателем, представить задание на повторную рецензию.
11. Студенты, не сдавшие на проверку соответствующих решенных контрольных заданий, к сдаче зачета не допускаются.

Задача 1. РАСЧЕТ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

№	Схема варианта	№	Схема варианта
1		2	
3		4	
5		6	
7		8	
9		10	
11		12	



**Условие задачи.**

Для заданной электрической схемы (табл. 1.1) с известными параметрами (табл. 1.2) определить токи в ветвях цепи следующими методами:

- составления уравнений электрического равновесия по законам Кирхгофа;

- контурных токов;
- наложения;
- узловых потенциалов;
- эквивалентного генератора.

Номер варианта	Значение параметров							
	E, В	J <sub>1</sub> , А	J <sub>2</sub> , А	R <sub>1</sub> , Ом	R <sub>2</sub> , Ом	R <sub>3</sub> , Ом	R <sub>ВН</sub> , Ом	G <sub>ВН</sub> , См
1	42	35	17	10	20	5	7	0,5
2	126	6	8	1	3	2	5	0,25
3	21	5	2	5	9	3	3	0,2
4	29	3	6	2	3	4	4	0,2
5	200	25	25	8	3	1	4	0,5
6	40	10	3	5	8	5	2	0,5
7	50	3	25	3	5	2	3	0,2
8	20	10	8	4	8	2	6	1
9	50	22	6	4	5	2	3	0,1
10	140	20	7	5	1	4	6	0,2
11	104	28	13	5	2	3	2	0,1
12	150	4	6	3	4	6	5	0,2
13	43	4	28	2	5	1	3	0,2
14	82	2	3	6	4	5	6	0,2
15	52	2	1	3	1	2	2	0,2
16	204	1	5	2	3	1	3	0,4
17	110	11	9	2	3	3	2	0,5
18	72	2	1	4	1	3	6	0,2
19	42	2	5	3	3	4	5	0,1
20	8	6	2	6	1	2	2	0,05
21	187	10	6	2	6	7	4	0,5
22	144	5	15	4	3	2	4	0,5
23	84	6	5	3	3	6	3	0,5
24	103	12	6	4	3	1	3	0,5

### *Метод составления уравнений электрического равновесия по законам Кирхгофа*

#### **Методические указания.**

Этот метод основан на составлении и совместном решении системы уравнений электрического равновесия, составленных по первому и второму законам Кирхгофа. Общее число независимых уравнений ( $i$ ) должно быть равно числу неизвестных токов, то есть числу ветвей электрической схемы ( $p$ ) за исключением ветвей, содержащих источник тока.

#### **Последовательность решения.**

Выбрать условное положительное направление токов в ветвях. По первому закону Кирхгофа для схемы, содержащей ( $q$ ) узлов, составить ( $q - 1$ ) уравнений электрического равновесия. По второму закону Кирхгофа составить [ $p - (q - 1)$ ] уравнений электрического равновесия для независимых контуров. При составлении уравнений электрического равновесия следует обратить внимание на знаки. Если заданное или произвольно выбранное направление токов и э. д. с. совпадают с выбранным обходом контуров, то перед ними в уравнениях электрического равновесия ставят знак плюс, знак у падений напряжений берется в соответствии со знаком тока.

Решить полученную систему уравнений электрического равновесия относительно неизвестных токов в ветвях.

Выполнить проверку полученного решения по первому закону Кирхгофа для узлов заданной электрической схемы.

### ***Метод контурных токов***

#### **Методические указания.**

Этот метод заключается в представлении действительных токов в ветвях, являющихся общими для двух или большего числа смежных контуров, алгебраической суммой составляющих, каждая из которых является током, замыкающимся в одном из выбранных контуров. Эти составляющие называются контурными токами. При решении задачи этим методом в расчет вводят контурные токи, составляют уравнения электрического равновесия только на основании второго закона Кирхгофа. Вычислив контурные токи, определяют действительные токи в ветвях.

#### **Последовательность решения.**

Выбрать для рассматриваемой схемы независимые контуры, не содержащие источники тока ( $J$ ).

Задав шись положительными направлениями обхода контуров, составить для выбранных независимых контуров уравнения электрического равновесия по второму закону Кирхгофа, принимая направления контурных токов, совпадающими с выбранным обходом контуров. В уравнениях электрического равновесия учитывать и падения напряжений, обусловленные источниками тока ( $J$ ) на соответствующих сопротивлениях рассматриваемого контура. Определить контурные токи.

Вычислить действительные токи ветвей как алгебраические суммы токов как контурных, так и источников тока, протекающих через рассматриваемую ветвь.

### ***Метод наложения***

#### **Методические указания.**

Этот метод основан на том, что действительный ток в рассматриваемой ветви равен алгебраической сумме составляющих токов в этой ветви, вызванных каждой из э. д. с. и источника тока в отдельности при исключении действия остальных источников э. д. с. и тока.

#### **Последовательность решения.**

Составить (нарисовать) электрические цепи с одним источником э. д. с. или тока, при этом зажимы остальных источников тока размыкать, а источники э. д. с. замыкать накоротко. Задаться положительными направлениями токов в ветвях.

Определить составляющие - токов в ветвях, вызванных рассматриваемым источником.

Определить действительные токи ветвей как алгебраическую сумму составляющих.

### ***Метод узловых потенциалов***

#### **Методические указания.**

Этот метод заключается в определении потенциалов узлов, на основании чего вычисляются токи в ветвях по закону Ома. Потенциалы узлов определяются на основании системы уравнений электрического равновесия (1.1), составленных по первому закону Кирхгофа. При этом токи в уравнениях электрического равновесия выражают через потенциалы согласно закону Ома для участка цепи. Потенциал одного из узлов принимается равным нулю.

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 G_{11} - \varphi_1 G_{12} - \varphi_2 G_{13} &= I_{11} \\ -\varphi_1 G_{21} - \varphi_1 G_{22} - \varphi_2 G_{23} &= I_{22} \\ -\varphi_1 G_{31} - \varphi_1 G_{32} - \varphi_2 G_{33} &= I_{33} \\ \dots &\dots \end{aligned} \right\} (1.1)$$

Где  $\varphi_1, \varphi_2, \dots$  - потенциалы узлов;  $G_{11}, G_{22}, G_{33}, \dots$  - собственная (узловая) проводимость, равная сумме проводимостей всех ветвей, сходящихся в этом узле, без учета проводимостей ветвей с источниками тока;  $G_{11}, G_{12}, G_{13}, G_{21}, G_{22}, G_{23}, \dots$  - взаимная проводимость, равная сумме проводимостей ветвей между двумя узлами, без учета проводимостей ветвей с источниками

тока;  $I_{11}, I_{22}, I_{33}, \dots$  - узловый ток, равный алгебраической сумме токов ( $J$ ) источников тока и произведений ( $G-E$ ) (э. д. с. ветвей, сходящихся в рассматриваемом узле, на их проводимости); эти величины входят в выражения узловых токов со знаком плюс, если токи ( $J$ ) и э. д. с. ( $E$ ) направлены к рассматриваемому узлу.

Последовательность решения.

Пронумеровать узлы. Потенциал одного из узлов принять равным нулю.

Составить систему ( $q - 1$ ) уравнений электрического равновесия (1.1) Вычислить собственные и взаимные проводимости, узловые токи и подставить в систему уравнений электрического равновесия (1.1).

Определить потенциалы узлов, решив систему уравнений электрического равновесия (1.1). Определить токи ветвей по закону Ома.

Ток ветви равняется разности потенциалов двух узлов, деленной на сопротивление ветви,

$$I_{\text{ветви}} = [ (\varphi_k - \varphi_{(k-1)}) ] / \Sigma R_{\text{ветви}} \quad (1.2)$$

### Метод эквивалентного генератора

#### Методические указания.

Этот метод основан на применении теоремы об активном двухполюснике. Согласно теоремы любой активный двухполюсник, содержащий один или несколько источников энергии, можно заменить эквивалентным генератором, э. д. с. которого равна напряжению холостого хода на зажимах выделенной ветви, а внутреннее сопротивление равно входному сопротивлению двухполюсника (рис. 1.1).

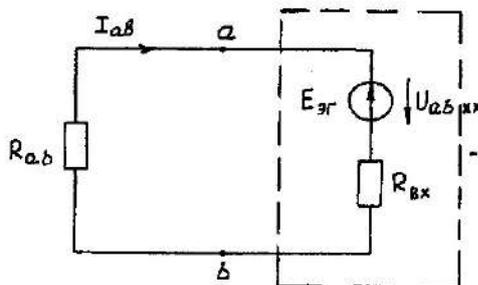


Рис. 1.1. К методу эквивалентного генератора

При определении тока, например, в ветви  $ab$  любой электрической схемы, эту схему представляют в виде двух частей: рассматриваемой ветви  $ab$  и остальной части схемы - эквивалентного генератора ( $E_{эг}$ ). Ток в ветви  $ab$  определяют по формуле:

$$I_{ab} = U_{ab \text{ хх}} / (R_{ab} + R_{вх}) \quad (1.3)$$

где  $U_{ab \text{ хх}}$  - напряжение холостого хода активного двухполюсника (эквивалентного генератора) относительно зажимов рассматриваемой ветви;  $R_{вх}$  - входное сопротивление пассивного двухполюсника относительно зажимов  $ab$ ;  $R_{ab}$  - сопротивление рассматриваемой ветви  $ab$ .

#### Последовательность решения.

Определить напряжение  $U_{ab \text{ хх}}$  с помощью одного из известных методов расчета электрических цепей, согласно исходной схеме без рассматриваемой ветви  $ab$ .

Вычислить входное сопротивление  $R_{вх}$  пассивного двухполюсника, т. е. сопротивление исходной электрической цепи относительно точек  $ab$  без ветви  $ab$ , при замкнутых источниках токов э. д. с. и разомкнутых источниках токов.

Вычислить ток в рассматриваемой ветви  $ab$  (см. рис. 1.1) по формуле (1.3).

#### Пример решения задачи

Для заданной электрической цепи (рис. 1.2) с параметрами:  $E=65,5$  В;  $J_1=3,5$  А;  $J_2 = 8$  А;  $R_1 = 9$  Ом;  $R_2 = 7$  Ом;  $R_3 = 5$  Ом;  $R_{вн} = 3$  Ом;  $G_{вн} = 0,5$  См, определить токи в ветвях.

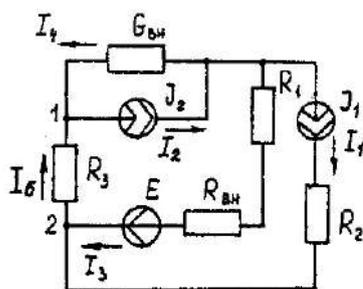


Рис. 1.2. Схема заданной электрической цепи

### Метод составления уравнений электрического равновесия по законам Кирхгофа

В рассматриваемой электрической цепи неизвестными являются три тока ( $I_3, I_4, I_5$ ), для определения этих токов необходимо иметь систему из трех уравнений электрического равновесия, которые составляем по законам Кирхгофа: два уравнения электрического равновесия по первому закону Кирхгофа, предварительно задавшись положительными направлениями токов в ветвях (для узлов 1 и 2); третье уравнение электрического равновесия по второму закону Кирхгофа. Принимаем контур ( $R_3 - G_{ВН} - R_1 - R_{ВН} - E$ ), минуя ветви с источником тока, и задаемся положительным направлением его обхода (см. рис. 1.2.)

$$\left. \begin{aligned} I_4 - J_2 + I_5 &= 0; \\ I_3 + J_1 - I_5 &= 0; \\ I_5 R_3 - I_4 1/G_{ВН} + I_3(R_1 + R_{ВН}) &= E \end{aligned} \right\} (1.4)$$

$$\left. \begin{aligned} I_4 - 8 + I_5 &= 0; \\ I_3 + 3,5 - I_5 &= 0; \\ I_5 5 - I_4 * 1/0,5 + I_3(9 + 3) &= 65,5 \end{aligned} \right\} (1.5)$$

В результате решения системы уравнений (1.5) получим:  $I_3 = 3$  А;  $I_4 = 1,5$  А;  $I_5 = 6,5$  А.

### Метод контурных токов

Для определения трех неизвестных токов выбираем три независимых контура (рис 1.3) и задаемся положительными направлениями их обхода, совмещая положительные направления контурных токов  $I_{11}, I_{22}, I_{33}$  с направлениями их обхода  $I_{11} = J_1 = 3,5$  А ;  $I_{22} = J_2 = 8$  А.

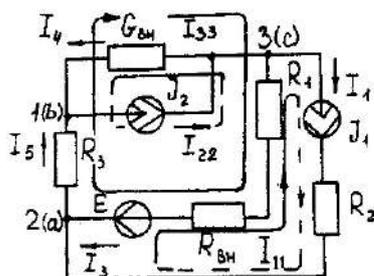


Рис. 1.3. Схема электрической цепи для метода контурных токов

Таким образом, неизвестным является лишь контурный ток  $I_{33}$ . Для третьего контура ( $R_3 - G_{ВН} - R_3 - R_{ВН} - E$ ) составляем уравнение электрического равновесия по второму закону Кирхгофа и определяем контурный ток  $I_{33}$

$$-I_{11}(R_1 + R_{ВН}) - I_{22} * 1/G_{ВН} + I_{33}(R_1 + R_{ВН} + R_3 + 1/G_{ВН}) = E; (1.6)$$

$$-3,5(9 + 3) - 8 * 1/0,5 + I_{33}(9 + 3 + 5 + 1/0,5) = 65,5;$$

отсюда  $I_{33} = 6,5$  А.

Действительные токи в ветвях:

$$I_3 = I_{33} - I_{11} = 6,5 - 3,5 = 3 \text{ А};$$

$$I_4 = I_{22} - I_{33} = 8 - 6,5 = 1,5 \text{ А},$$

$$I_5 = I_{33} = 6,5 \text{ А}.$$

### Метод узловых потенциалов

Заземляем один из узлов (например 3, рис. 1.4), потенциал этого узла ( $\varphi_3$ ) теперь равен нулю. Для определения потенциалов двух других узлов составляем систему из двух уравнений электрического равновесия по первому закону Кирхгофа:

$$\begin{cases} \varphi_1 G_{11} - \varphi_2 G_{12} = I_{11} \\ -\varphi_1 G_{21} - \varphi_2 G_{22} = I_{22} \end{cases} \quad (1.7)$$

$G_{11} = G_{\text{вн}} + 1/R_3 = 0,5 + 1/5 = 0,7 \text{ См}$ ;  $G_{12} = G_{21} = 1/R_3 = 1/5 = 0,2 \text{ См}$ ;  $G_{22} = 1/R_3 + 1/(R_1 + R_{\text{вн}}) = 1/5 + 1/(9 + 3) = 0,28 \text{ См}$ .

$$I_{11} = -J_2 = -8 \text{ А}; \quad I_{22} = J_1 + E/(R_1 + R_{\text{вн}}) = 3,5 + 65/(9 + 3) = 9 \text{ А}.$$

$$\begin{cases} 0,7\varphi_1 - 0,2\varphi_2 = -8; \\ -0,2\varphi_1 - 0,28\varphi_2 = 9; \end{cases}$$

откуда  $\varphi_1 = -3 \text{ В}$ ;  $\varphi_2 = 29,5 \text{ В}$ .

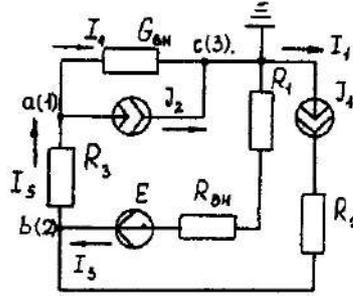


Рис. 1.4. Схема электрической цепи для метода узловых потенциалов

Токи в ветвях:

$$I_3 = [(\varphi_2 - \varphi_1) + E] \cdot 1/(R_1 + R_{\text{вн}}) = [(0 - 29,5) + 65,5] \cdot 1/(9 + 3) = 3 \text{ А};$$

$$I_4 = (\varphi_2 - \varphi_1) \cdot G_{\text{вн}} = (0 + 3) \cdot 0,5 = 1,5 \text{ А};$$

$$I_5 = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot 1/R_3 = (-3 - 29,5) \cdot 1/5 = -6,5 \text{ А}.$$

Знак "-" у тока  $I_5$  указывает на то, что действительное направление тока противоположно выбранному.

### Метод наложения

Определяем составляющие токов в ветвях ( $I_3'$ ,  $I_4'$ ,  $I_5'$ ), вызванные источником э. д. с. (E) при исключении источников тока ( $J_1$ ) и ( $J_2$ ) (рис. 1.5, а). Направление токов в цепи определяется согласно направлению источника э. д. с. (E)

$$I_3' = I_4' = I_5' = E/(R_1 + R_{\text{вн}} + R_3 + 1/G_{\text{вн}}) = 65,5/(9 + 3 + 5 + 1/0,5) = 3,45 \text{ А}.$$

Определяем составляющие токов в ветвях ( $I_3''$ ,  $I_4''$ ,  $I_5''$ ), вызванные источником тока ( $J_1$ ) (рис. 1.5, б) при исключении источника тока ( $J_2$ ) и источника, э. д. с. (E) которого закорачивается. Направление токов в ветвях определяется согласно направлению ( $J_1$ ).

$$I_3 = J_1(R_3 + 1/G_{\text{вн}})/(R_1 + R_{\text{вн}} + R_3 + 1/G_{\text{вн}}) = 3,5(5 + 2)/(9 + 3 + 5 + 2) = 1,3 \text{ А};$$

$$I_4'' = I_5'' = J_1 - I_3'' = 3,5 - 1,3 = 2,2 \text{ А}.$$

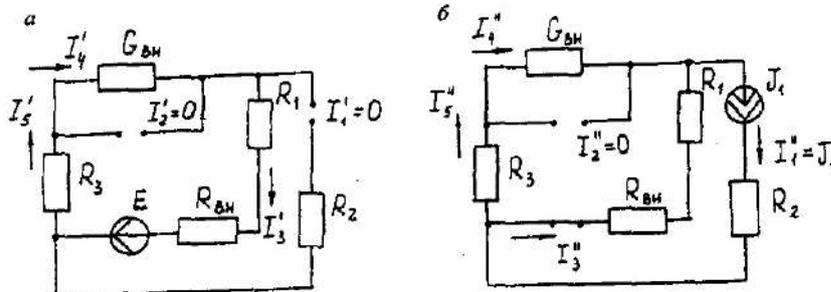


Рис. 1.5. Схема электрической цепи для метода наложения при исключении источника тока (а) и вызванные источником тока (б)

Определяем составляющие токов в ветвях ( $I_3'''$ ,  $I_4'''$ ,  $I_5'''$ ), вызванные источником тока ( $J_2$ ) (рис. 1.6, а) при исключении источника тока ( $J_1$ ) и источника, э. д. с. (E) которого закорачивается. Направление токов в ветвях определяется согласно направлению ( $J_2$ ).

$$I_3''' = I_5''' = J_2(1/G_{\text{вн}})/(R_1 + R_{\text{вн}} + R_3 + 1/G_{\text{вн}}) = 8 \cdot 2/(9 + 3 + 5 + 2) = 0,85 \text{ А};$$

$$I_4''' = J_2 - I_3''' = 8 - 0,85 = 7,15 \text{ A}$$

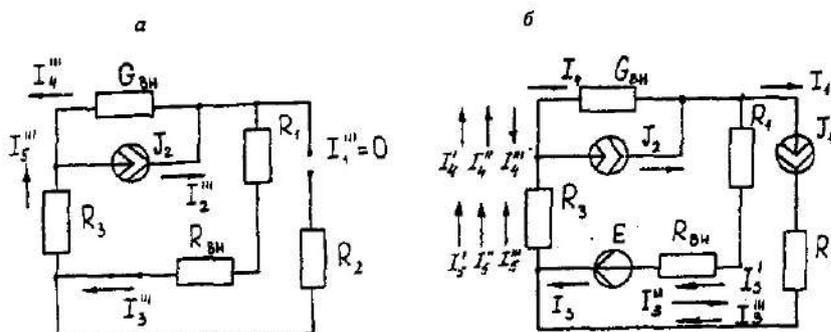


Рис. 1.6. Схема электрической цепи для определения составляющих токов в ветвях, вызванных источником тока (а) и при исключении (б)

Действительные токи в ветвях определяем как алгебраическую сумму составляющих, вызванных каждым из источников энергии (см. рис. 1.6, б):

$$I_3 = I_3' - I_3'' + I_3''' = 3 \text{ A}; I_4 = -I_4' - I_4'' + I_4''' = 1,5 \text{ A};$$

$$I_5 = I_5' + I_5'' + I_5''' = 6,5 \text{ A}$$

Проверку решений выполняем, применяя первый закон Кирхгофа для трех узлов.

### Метод эквивалентного генератора

Определить ток ветви *ab*.

Определяем напряжение  $U_{ab \text{ xx}}$ . При размыкании ветви *ab* исходная схема (см. рис. 1.2) преобразуется в схему, изображенную на рис. 1.7, а.

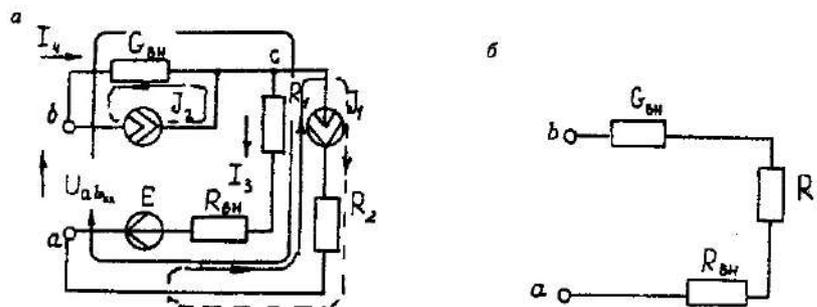


Рис. 1.7. Схема электрической цепи для метода эквивалентного генератора: а - исходная; б - преобразованная

По второму закону Кирхгофа составляем уравнение электрического равновесия для контура *a-b-c-a*, не содержащего источников тока, обходя контур по часовой стрелке,

$$U_{ab \text{ xx}} - J_2 * I / G_{\text{вн}} - J_1 * (R_{\text{вн}} - R_1) = E \quad (1.8)$$

$$U_{ab \text{ xx}} - 8 - 1/0,5 - 3,5 * (9 + 3) = 65,5; U_{ab \text{ xx}} = 123,5 \text{ В.}$$

Определяем входное сопротивление относительно зажимов выделенной ветви  $U_{ab \text{ xx}}$ , при этом зажимы источника э. д. с. закорачиваем, а зажимы источников тока размыкаем. В результате получается электрическая цепь (рис. 1.7,б)

$$U_{ab \text{ xx}} = 1/G_{\text{вн}} + R_1 + R_{\text{вн}} = 17 \text{ Ом};$$

$$I_{ab} = U_{ab \text{ xx}} / (R_{\text{ex } ab} + R_3) = 123,5 / (14 + 5) = 6,5 \text{ A.}$$

## Задача 2. РАСЧЕТ ОДНОФАЗНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

### 2.1. Последовательное соединение в цепи синусоидального тока

На рис.2.1 представлена неразветвленная электрическая цепь.

Исходные данные к задаче 2.1 приведены в табл. 2.1,

Необходимо:

1. Составить комплексное уравнение сопротивлений, построить диаграмму сопротивлений.
2. Составить комплексное уравнение напряжений, построить векторную диаграмму напряжений. Записать полное напряжение цепи в алгебраической и показательной формах.
3. Составить комплексное уравнение мощности, построить диаграмму мощности. Рассчитать:  $P, Q, S, \cos\varphi$ .
4. Записать уравнение для напряжения и тока всей цепи в функции времени. На одном рисунке построить графики напряжения и тока  $i = \int(\omega t), u = \int(\omega t), f = 50 \text{ Гц}, \psi_1 = 0$

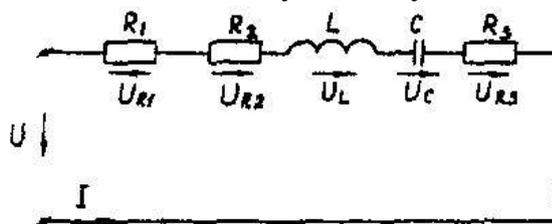


Рис. 2.1. Неразветвленная электрическая цепь

Методические указания

Рекомендуемая последовательность решения и расчетные формулы:

Вычисляют индуктивное и емкостное сопротивления в цепи, Ом

$$\begin{aligned} X_L &= \omega \cdot L \\ X_C &= 1 / \omega \cdot c \end{aligned} \quad (2.1)$$

где  $\omega$  — угловая частота переменного тока,  $\omega = 314 \text{ с}^{-1}$ . (При вычислении  $X_C$  размерность емкости  $C$  — Ф,  $1\text{Ф} = 10^6 \text{ мкФ}$ ).

Вычисляют полное сопротивление цепи в комплексной форме, Ом

$$\underline{Z} = R_1 + R_2 + jX_L - jX_C + R_3 \quad (2.2)$$

Вычисляют действующее значение тока в цепи по закону Ома, А

$$I = \frac{U_{R1}}{R_1} \quad \left( \text{или} \frac{U_{R3}}{R_3} \right) \quad (2.3)$$

Записывают комплекс тока в цепи при начальной фазе  $\psi_1=0$  как  $\dot{I} = I, \text{ А}$ .

Исходные данные к задаче

Таблица 2.1

Вариант	$R_1, \text{ Ом}$	$R_2, \text{ Ом}$	$L, \text{ Гн}$	$C, \text{ мкФ}$	$R_3, \text{ Ом}$	$U_{R1}, \text{ В}$	$U_{R3}, \text{ В}$
1	8	10	0,478	636	10	80	-
2	8	15	0,0318	159	10	80	-
3	10	20	0,0636	318	12	100	-
4	10	25	0,0478	127	12	100	-
5	12	10	0,0318	159	6	120	-
6	12	15	0,0636	636	6	-	60
7	6	25	0,0478	106	8	-	80
8	6	10	0,0636	212	8	-	80
9	8	15	0,0636	79,6	10	-	100
10	8	20	0,0478	318	10	-	100
11	10	20	0,096	79,6	12	100	-
12	10	10	0,636	318	12	100	-
13	12	15	0,636	127	6	120	-
14	6	20	0,096	159	6	120	-
15	6	25	0,0478	159	8	60	-
16	8	10	0,0318	636	8	-	80

17	8	15	0,0636	106	10	-	100
18	10	20	0,0318	636	10	-	100
19	10	25	0,0478	79,6	12	-	120
20	12	10	0,096	212	12	-	120
21	8	10	0,096	212	6	80	-
22	8	15	0,048	636	6	80	-
23	10	20	0,0636	159	8	100	-
24	10	25	0,0478	318	8	100	-

Вычисляют напряжения на отдельных элементах цепи и всей цепи в комплексной форме, В

$$\begin{aligned} \dot{U} = \underline{Z}\dot{I} &= R_1\dot{I} + R_2\dot{I} + jX_L\dot{I} - jX_C\dot{I} + R_3\dot{I} = \\ &= U_{R1} + U_{R2} + jU_L - jU_C + U_{R3} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Вычисляют полную мощность цепи и мощность на элементах цепи в комплексной форме

$$\begin{aligned} S = \dot{U} \cdot \dot{I} = \underline{Z}I^2 &= R_1I^2 + R_2I^2 + jX_LI^2 - jX_CI^2 + \\ &+ R_3I^2 = P_1 + P_2 + jQ_L - jQ_C + P_3 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Строят (раздельно) векторную топографическую диаграмму напряжений, диаграмму сопротивлений и мощностей на комплексной плоскости в соответствии с данными вычислений по формулам (2.4), (2.2), (2.5).

Комплексной плоскостью называется плоскость, проходящая через две взаимно-перпендикулярные оси, ось вещественных и ось мнимых чисел.

При построении диаграммы (например, напряжений) первоначально откладывают в масштабе ( $m_1$ ) комплекс тока  $\dot{I} = I(\psi_1)$  в положительном направлении оси вещественных чисел, затем откладывают в масштабе ( $m_u$ ) напряжения  $U_{R1}$ ,  $U_{R2}$ ,  $+jU_L$ ,  $U_{R3}$ ,  $-jU_C$ . Замыкающий вектор  $\dot{U}$  является вектором напряжения, приложенного к цепи. Он опережает по фазе ток при  $X_L > X_C$  ( $\varphi > 0$ ) и отстает по фазе от тока при  $X_L < X_C$  ( $\varphi < 0$ ).

На рис.2.1,а, рис.2.1,в, рис.2.1,с построены, соответственно диаграмма сопротивлений, векторная топографическая диаграмма напряжений и диаграмма мощностей для произвольно принятый значений сопротивлений цепи.

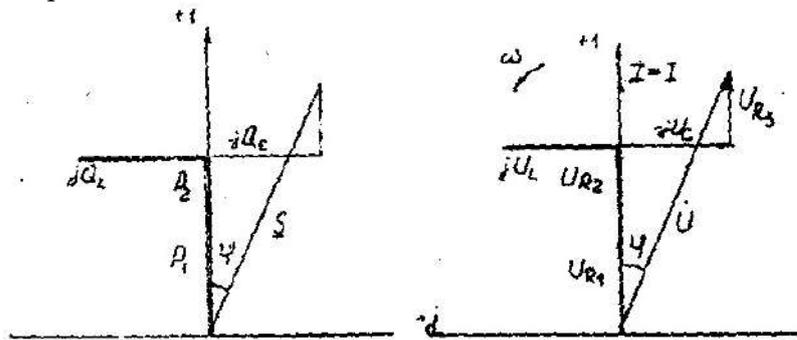


Рис. 2.1,с

Рис. 2.1,в

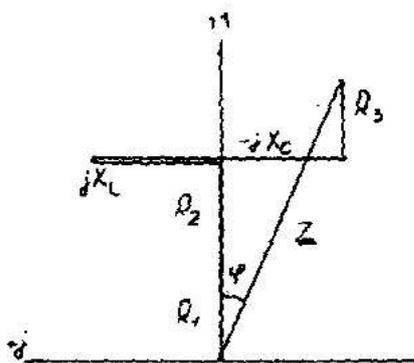


Рис. 2.1,а

## 2.2. Параллельное соединение в цепи синусоидального тока

На рис. 2.2 представлена разветвленная электрическая цепь.

Исходные данные к задаче 2.2 приведены в табл. 2.2.

Необходимо:

1. Составить комплексное уравнение проводимостей. Построить диаграмму проводимостей.
2. Составить комплексное уравнение токов, построить векторную диаграмму токов. Записать ток на входе цепи  $a$  алгебраической и показательной формах.
3. Составить комплексное уравнение мощностей, построить диаграмму мощностей. Рассчитать:  $P, Q, S, \cos\varphi$ .
4. Записать уравнение для напряжения и тока всей цепи в функции времени. На одном рисунке построить графики напряжения и тока  $i = \int(\omega t), u = \int(\omega t), f = 50 \text{ Гц}, \psi_1 = 0$

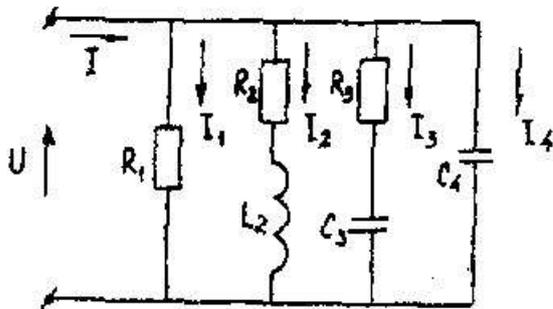


Рис. 2.2. Разветвленная электрическая цепь

Методические указания

Рекомендуемая последовательность решения и расчетные формулы:

Вычисляют комплексы проводимостей параллельных ветвей

$$\underline{Y}_1 = 1/\underline{Z}_1 = 1/R_1 = g_1$$

$$\underline{Y}_2 = 1/\underline{Z}_2 = 1/(R_2 + jX_{L2}) = R_2/Z_2^2 - jX_{L2}/Z_2^2 = g_2 - jb_{L2} \quad (2.6)$$

$$\underline{Y}_3 = 1/\underline{Z}_3 = 1/(R_3 - jX_{C3}) = R_3/Z_3^2 + jX_{C3}/Z_3^2 = g_3 + jb_{C3}$$

$$\underline{Y}_4 = 1/\underline{Z}_4 = 1/(-jX_{C4}) = jb_{C4}$$

где  $g_1, g_2, g_3, b_{L2}, b_{C3}, b_{C4}$  — активная, активная, индуктивная, активная, емкостная, емкостная проводимости ветвей рассматриваемой цепи, См.

Вычисляют полную проводимость цепи в комплексной форме

$$\underline{Y} = g_1 + (g_2 - jb_{L2}) + (g_3 + jb_{C3}) + jb_{C4} \quad (2.7)$$

Записывают комплекс напряжения, приложенного к цепи при начальной фазе  $\psi_u = 0$  как  $\dot{U} = U$

Вычисляют полный ток цепи в комплексной форме (по первому закону Кирхгофа), А

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = U\dot{Y} = U \left[ \begin{array}{l} g_1 + (g_2 - jb_{L2}) + \\ + (g_3 + jb_{C3}) + jb_{C4} \end{array} \right] = \quad (2.8)$$

$$= I_{a1} + (I_{a2} - jI_{L2}) + (I_{a3} + jI_{C3}) + jI_{C4}$$

Исходные данные к задаче

Таблица 2.2

Вариант	R <sub>1</sub> , Ом	R <sub>2</sub> , Ом	L, Гн	C, мкФ	R <sub>3</sub> , Ом	U <sub>R1</sub> , В	U <sub>R3</sub> , В
1	5	3	4	16	12	25	100
2	10	8	6	16	12	20	100
3	16,7	6	8	12	16	16,7	100
4	20	16	12	4	3	10	100
5	25	12	16	3	4	25	100
6	5	12	16	4	3	20	100
7	10	16	12	3	4	16,7	100
8	16,7	6	8	16	12	10	100
9	20	8	6	6	8	5	100
10	25	3	4	6	8	5	100
11	5	4	3	16	12	10	100
12	10	4	3	12	16	16,7	100
13	16,7	3	4	8	6	20	100
14	20	8	6	4	3	25	100
15	25	6	8	12	16	25	100
16	5	16	12	8	6	20	100
17	10	16	12	6	8	16,7	100
18	16,7	12	16	3	4	10	100
19	20	12	16	6	8	10	100
20	25	6	8	3	4	5	100
21	10	6	8	12	16	10	100
22	16,7	16	12	16	3	5	100
23	20	12	6	4	8	15	100
24	25	8	6	3	4	20	100

Вычисляют полную мощность цели в комплексной форме

$$S = \dot{U} \cdot \dot{I} = U \left[ I_{a1} + (I_{a2} + jI_{L2}) + (I_{a3} - jI_{C3}) + jI_{C4} \right] = \quad (2.9)$$

$$= P_1 + (P_2 + jQ_{L2}) + (P_3 - jQ_{C3}) - jQ_{C4}$$

где  $\dot{I}$  - сопряженный комплекс тока. Сопряженный комплекс — это исходный комплекс у которого знак мнимой составляющей меняется на противоположный.

В соответствии с данными вычислений по формулам (2.7), (2.8), (2.9) строят на комплексных плоскостях отдельно диаграммы проводимостей, токов и мощностей.

Первоначально откладывают в масштабе ( $m_u$ ) комплекс напряжений  $\dot{U} = U$  ( $\psi_u=0$ ) в положительном направлении оси вещественных чисел, затем (например для векторной диаграммы токов), откладывают в масштабе ( $m_i$ ) токи  $I_{a1}$ ,  $I_{a2}$ ,  $-jI_{L2}$ ,  $I_{a3}$ ,  $+jI_{C4}$ . Полный ток цепи (замыкающий вектор) отстает по фазе от напряжения при  $b_{L2} > (b_{C3}+b_{C4})$  ( $\varphi > 0$ ) и опережает по фазе напряжение при  $b_{L2} < (b_{C3}+b_{C4})$  ( $\varphi < 0$ )

На рис.2.2,а, рис.2.2,в, рис.2.2,с построенных, соответственно, диаграмма проводимостей, векторная диаграмма токов и диаграмма мощностей для произвольно принятых значений проводимостей цепи.

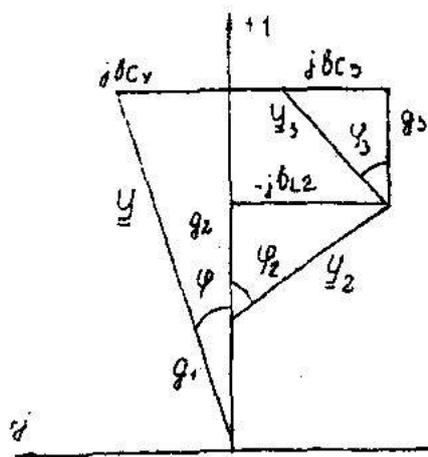


Рис. 2.2.а

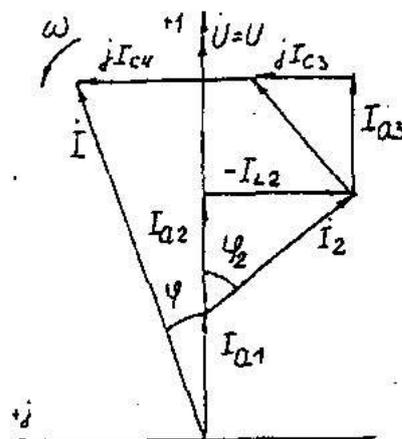


Рис. 2.2.в

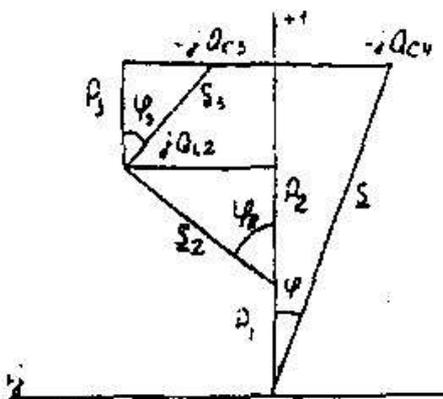


Рис. 2.2.с

### 2.3. Разветвленная цепь синусоидального тока

#### Условие задачи.

Для заданной электрической схемы (табл. 2.3) с известными параметрами (табл. 2.4) определить токи в ветвях и полный ток, напряжение на участках цепи, мощности активные, реактивные и полные отдельных ветвей и всей цепи. Построить векторную диаграмму токов и векторную топографическую диаграмму напряжений цепи.

#### Методические указания.

Решить задачу, используя символический метод расчета для действующих значений напряжений и токов.

Вектор приложенного к цепи напряжения рекомендуется совместить с положительным направлением оси вещественных чисел, т. е.  $U=U$ .

Заданную задачу, можно решить, используя метод составления уравнений электрического равновесия по законам Кирхгофа, метод преобразования электрической схемы или другие известные методы.

Таблица 2.3.

№	Схема варианта	№	Схема варианта
1		13	
2		14	
3		15	
4		16	
5		17	
6		18	
7		19	

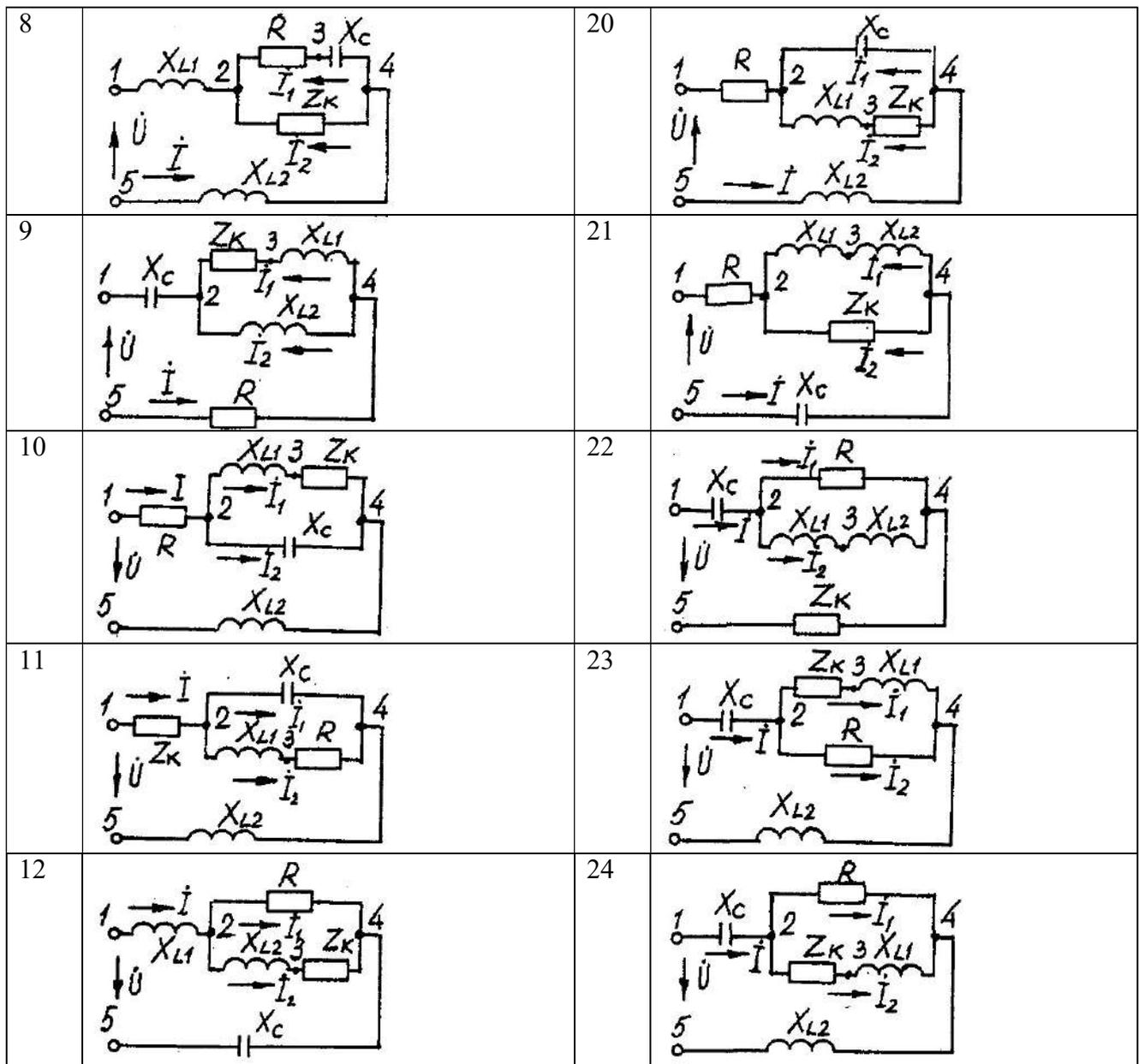


Таблица 2.4

Номер варианта	Значение параметров						
	U, В	R, Ом	X <sub>L1</sub> , Ом	X <sub>L2</sub> , Ом	X <sub>C</sub> , Ом	R <sub>K</sub> , Ом	X <sub>LK</sub> , Ом
1	160	18	23	10	8	15	7
2	180	30	23	18	43	13	12
3	200	12	46	31	18	10	20
4	260	2	14	27	13	9	12
5	100	14	12	15	31	21	14
6	380	19	16	27	15	15	16
7	140	13	62	3	35	12	22
8	120	8	25	3	14	10	11
9	220	3	8	26	4	6	33
10	20	16	40	25	44	6	7
11	400	16	2	35	55	11	16
12	240	31	7	23	14	2	7
13	320	19	22	10	17	9	12
14	380	20	19	20	23	9	42

15	60	21	63	7	29	8	37
16	40	44	32	12	54	16	10
17	300	35	36	27	33	71	27
18	280	11	51	14	7	21	34
19	80	13	64	82	25	12	46
20	240	16	42	11	91	46	9
21	100	16	18	23	13	10	24
22	200	7	5	18	38	14	20
23	180	21	22	14	25	6	11
24	160	24	92	46	85	27	10

### Пример решения задачи

Для заданной электрической цепи (рис. 2.3) с параметрами:  $U=100$  В;  $R_K=6$  Ом;  $X_{L1}=6$  Ом;  $R_1=8$  Ом;  $X_C=6$  Ом;  $X_C=10$  Ом;  $X_{L2}=11$  Ом определить токи в ветвях, напряжения на участках цепи, активные, реактивные и полные мощности. Построить векторную диаграмму токов и векторную топографическую диаграмму напряжений цепи.

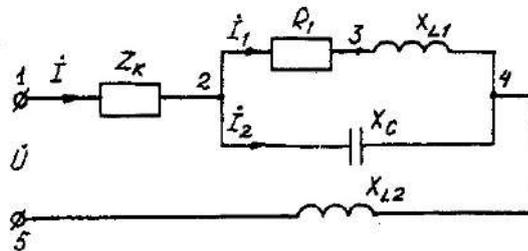


Рис. 2.3. Схема электрической цепи

Задаемся условным положительным направлением токов в ветвях. Выбираем два независимых контура (1-2-3-4-5-1, 2-3-4-2). Для определения трех неизвестных токов ( $\dot{I}$ ,  $\dot{I}_1$ ,  $\dot{I}_2$ ), составляем систему (2.1) из трех уравнений электрического равновесия по законам Кирхгофа (одно по первому и два по второму законам) в комплексной форме:

$$\left. \begin{aligned} \dot{i} - \dot{i}_1 - \dot{i}_2 &= 0 \\ i(R_K + jX_{L_K}) + \dot{i}_1(R_1 + jX_{L1}) + \dot{i}_2 jX_{L2} &= \dot{U}; \\ \dot{i}_1(R_1 + jX_{L1}) - \dot{i}_2(-jX_C) &= 0. \end{aligned} \right\} (2.10)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{i} - \dot{i}_1 - \dot{i}_2 &= 0 \\ i(6 + j6) + \dot{i}_1(8 + j6) + \dot{i}_2 j11 &= 100; \\ \dot{i}_1(8 + j6) - \dot{i}_2(-j10) &= 0. \end{aligned} \right\} (2.11)$$

Определяем токи в ветвях, решая систему уравнений(2.11), А

$$\dot{I}_1 = (-1 - j5,5) = 5,59e^{-j100^\circ} \text{ А},$$

$$\dot{I}_2 = (5 - j2,5) = 5,59e^{j27^\circ} \text{ А},$$

$$\dot{I} = (4 - j3) = 5e^{j37^\circ} \text{ А}.$$

Определяем падения напряжения на отдельных участках цепи, В:

$$\dot{U}_{12} = \dot{I} * Z_K = (4 - j3)(6 + j6) = (42 + j6) = 42,4e^{j8^\circ};$$

$$\dot{U}_{23} = \dot{I}_1 * R_1 = (-1 - j5,5)8 = (8 - j44) = 42e^{j100^\circ};$$

$$\dot{U}_{34} = \dot{I}_1 * jX_{L1} = (-1 - j5,5)j6 = (33 - j6) = 33,54e^{j10^\circ};$$

$$\dot{U}_{24} = (25 - j50) = 55,9e^{j63^\circ};$$

$$\dot{U}_{45} = \dot{I} * jX_{L2} = (4 - j3)j11 = (33 + j44) = 55e^{53^\circ}.$$

Проверка решений, В:

$$\dot{U} = \dot{U}_{12} + \dot{U}_{23} + \dot{U}_{34} + \dot{U}_{45} = 100.$$

Определяем мощности, ВА:

$$\underline{S}_{12} = \dot{U}_{12} \cdot \dot{I} = 42,4 e^{j8^\circ} \cdot 5e^{j37^\circ} = 212e^{j45^\circ} = 150 + j150;$$

$$\underline{S}_{24} = \dot{U}_{24} \dot{I}_1 + \dot{U}_{24} \dot{I}_2 = 55,9e^{j63^\circ} \cdot 5,59e^{j100^\circ} + 55,9e^{j63^\circ} \cdot 5,59e^{j27^\circ} = 313e^{j37^\circ} + 313e^{j90^\circ} = 250 + j188 -$$

$j313;$

$$\underline{S}_{45} = \dot{U}_{45} \cdot \dot{I} = 55 e^{j53^\circ} \cdot 5e^{j37^\circ} = 275e^{j90^\circ} = j275;$$

$$\underline{S} = \underline{S}_{12} + \underline{S}_{24} + \underline{S}_{45} = 150 + j150 + 250 + j188 - j313 + j275 = 400 + j613 - j313 = P + jQ_L - jQ_C.$$

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{\dot{I}} = 100 \cdot 5 e^{j37^\circ} = 500 e^{j37^\circ} = (400 + j300).$$

где  $\underline{\dot{I}}$  - сопряженные комплексы токов.

Строим векторные диаграммы токов и напряжений (рис. 2.4).

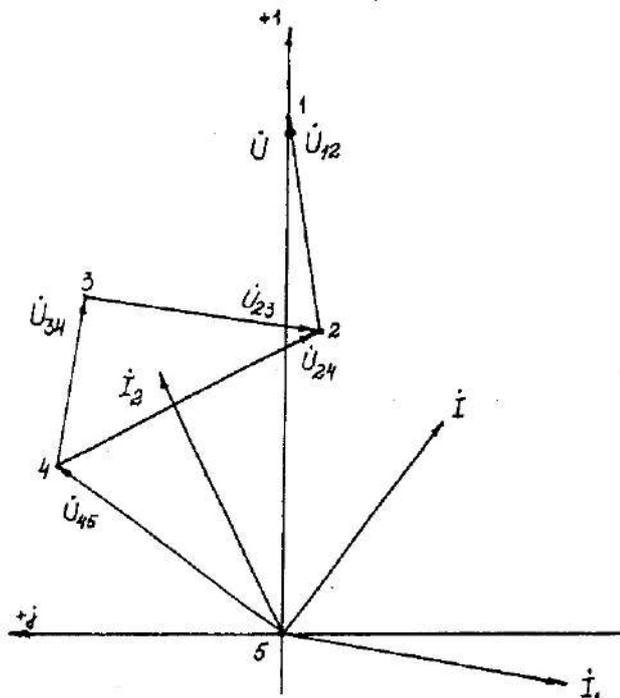


Рис. 2.4. Векторная диаграмма токов и напряжений

### Задача 3. РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

#### 3.1. Расчет трехфазных линейных электрических цепей при соединении фаз приемника звездой

Номер варианта	Значения параметров									
	U <sub>A</sub> , В	Сопротивление фазы «а», Ом			Сопротивление фазы «b», Ом			Сопротивление фазы «с», Ом		
		R	X <sub>L</sub>	X <sub>C</sub>	R	X <sub>L</sub>	X <sub>C</sub>	R	X <sub>L</sub>	X <sub>C</sub>
1	127	10	-	-	-	-	127	3	4	-
2	127	3	-	4	10	-	-	-	12,7	-
3	127	-	-	10	4	3	-	12,7	-	-
4	127	3	4	-	-	-	10	12,7	-	-
5	220	20	-	-	6	8	-	12	-	16
6	220	-	-	22	20	-	-	16	12	-
7	220	20	-	-	6	8	.	8	-	6
8	220	20	-	-	16	-	12	12	16	-
9	380	50	-	-	-	-	30	-	-	190
10	380	-	-	50	16	12	-	-	-	38
11	380	12	16	-	38	-	-	16	12	-
12	380	38	-	-	15	-	20	20	20	-
13	127	-	-	12,7	10	-	-	4	3	.
14	127	12,7	-	-	4	3	-	6	-	8
15	127	3	4	-	-	-	10	-	-	12,7
16	127	8	6	-	3	-	4	12,7	-	-
17	220	20	-	-	-	-	22	8	6	-

18	220	6	-	8	22	-	-	-	-	22
19	220	16	12	-	-	-	20	22	-	-
20	220	-	-	22	-	-	22	22	-	-
21	380	38	-	-	-	-	38	-	38	-
22	380	-	10	-	16	12	-	38	-	-
23	380	20	-	-	-	-	20	-	20	-
24	380	38	-	-	20	15	-	15	-	20

### Условие задачи

Для заданной электрической схемы (рис. 3.1) с известными параметрами (табл. 3.1) определить токи и напряжения в четырехпроводной цепи. Вычислить активную, реактивную и полную мощности цепи. Построить в масштабе векторную диаграмму линейных и фазных напряжений и токов генератора и приемника.

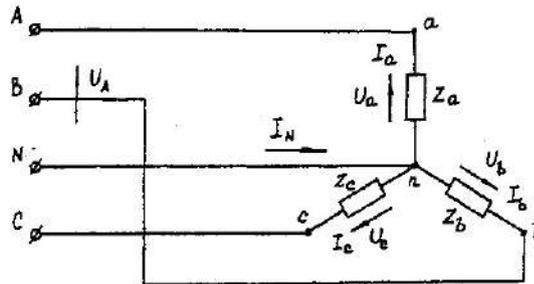


Рис. 3.1. Соединение фаз приемника звездой

Определить фазные напряжения и токи после обрыва нейтрального провода. Построить векторную диаграмму линейных и фазных напряжений и токов генератора и приемника.

Методические указания.

Задачу решить, используя символический метод расчета.

Для четырехпроводной звезды напряжения фаз генератора (источника) и приемника принять равными (т. е. пренебречь потерями в соединительных проводах).

Вектор напряжения фазы "А" генератора рекомендуется совместить с положительным направлением оси вещественных чисел ( $\dot{U}_A = U$ ).

Трехфазную систему фазных и линейных напряжений генератора принять симметричной (т. е. напряжения равны по модулю и сдвинуты друг относительно друга на  $120^\circ$ ).

### Пример решения задачи

Трехфазная нагрузка включена четырехпроводной звездой. Фазное напряжение генератора  $\dot{U}_A = 220 \text{ В}$ ;  $Z_a = 22 \text{ Ом}$ ;  $Z_b = (16 + j12) = 20e^{j37^\circ} \text{ Ом}$ ;  $Z_c = (12 - j16) = 20e^{-j53^\circ} \text{ Ом}$ .

Определить токи в фазах и нейтральном проводе, мощность цепи. Построить векторную диаграмму напряжений и токов. Решение произвести для двух режимов:

а) нейтральный провод исправен; б) нейтральный провод оборван.

а). Нейтральный провод исправен.

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A = 220 \text{ В};$$

$$\dot{U}_b = \dot{U}_B = 220e^{j120^\circ} = (-110 - j190) \text{ В};$$

$$\dot{U}_c = \dot{U}_C = 220e^{j240^\circ} = (-110 + j190) \text{ В}.$$

$$\dot{I}_a = \dot{U}_a / Z_a = 220 / 22 = 10 \text{ А};$$

$$\dot{I}_b = \dot{U}_b / Z_b = 220e^{j120^\circ} / 20e^{j37^\circ} = 11e^{j83^\circ} = (-10,13 - j4,3) \text{ А};$$

$$\dot{I}_c = \dot{U}_c / Z_c = 220e^{j240^\circ} / 20e^{-j53^\circ} = 11e^{j187^\circ} = (-10,92 + j1,34) \text{ А}.$$

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 10 + (-10,13 - j4,3) + (-10,92 + j1,34) = (-11,05 - j2,96) = 11,44e^{-j165^\circ} \text{ А}. \quad (3.1)$$

$$S^{(3)} = S_a + S_b + S_c = \dot{U}_a \dot{I}_a + \dot{U}_b \dot{I}_b + \dot{U}_c \dot{I}_c = 220 \cdot 10 + 220e^{j120^\circ} \cdot 11e^{j83^\circ} + 220e^{j240^\circ} \cdot 11e^{j187^\circ} = 2200 + 2420e^{j203^\circ} + 2420e^{j53^\circ} = 2200 + (1933 + j1456) + (1456 - j1933) = (5589 - j477) = 5610e^{-j5^\circ} \text{ ВА}.$$

Векторная диаграмма напряжений и токов представлена на рис. 3.2.

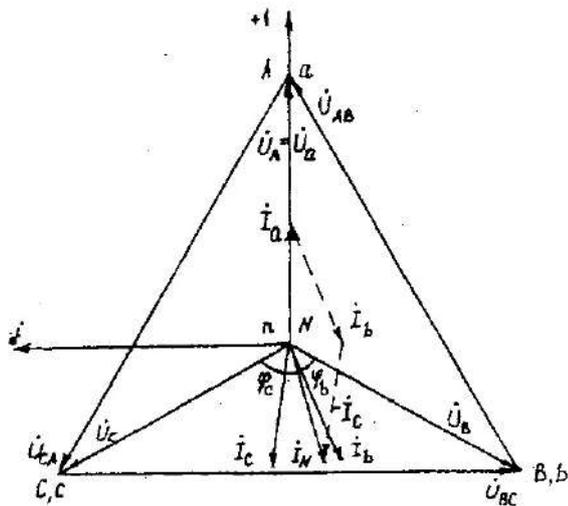


Рис. 3.2. Векторная диаграмма напряжений и токов

б). *Нейтральный провод оборван.*

Четырехпроводная звезда преобразуется в трехпроводную звезду, поэтому между нейтральными точками генератора и несимметричной нагрузки появляется напряжение смещения  $U_{nN}$ , вычисляемое по формуле:

$$U_{nN} = (U_A Y_a + U_B Y_b + U_C Y_c) / (Y_a + Y_b + Y_c). \quad (3.2)$$

Проводимости фаз нагрузки, См

$$Y_a = 1/Z_a = 1/22 = 0,045;$$

$$Y_b = 1/Z_b = 1/20e^{j37^\circ} = 0,05e^{-j37^\circ} = (0,04 - j0,03);$$

$$Y_c = 1/Z_c = 1/20e^{j53^\circ} = 0,05e^{-j53^\circ} = (0,03 + j0,04).$$

Вычисления упрощаются, если в числителе формулы (3.2) использовать значение  $I_N$  из предыдущего расчета при исправном нейтральном проводе

$$\dot{U}_{nN} = (-11,05 - j2,96) / [0,045 + (0,04 - j0,03) + (0,03 + j0,04)] = 11,44e^{-j165^\circ} / 0,1154e^{j5^\circ} = 99e^{-j170^\circ} = (-97,5 - j17,2) \text{ В.}$$

Вычисляем напряжения фаз нагрузки, В

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_{nN} = 220 - (-97,5 - j17,2) = (317,5 + j17,2) = 318 e^{j3^\circ};$$

$$\dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{nN} = (-110 - j190) - (-97,5 - j17,2) = (-12,5 - j172,8) = 173,3e^{-j94^\circ};$$

$$\dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{nN} = (-110 + j190) - (-97,5 - j17,2) = (-12,5 + j207,2) = 207,4e^{j94^\circ}.$$

Векторная диаграмма напряжений генератора и нагрузки представлена на рис. 3.3.

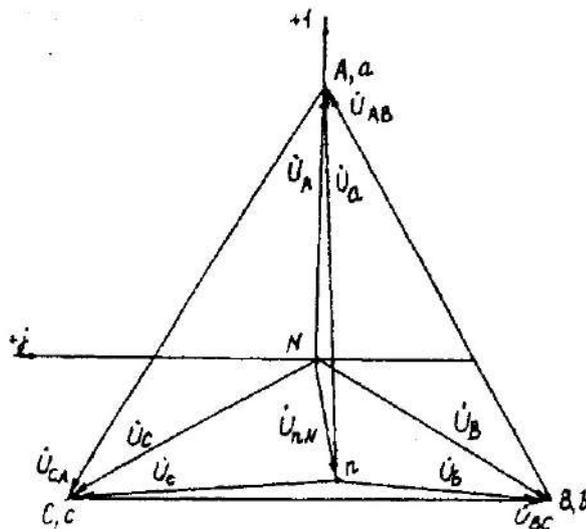


Рис. 3.3. Векторная диаграмма напряжений генератора и нагрузки

### 3.2. Расчет трехфазных линейных электрических цепей при соединении фаз приемника треугольником

Номер варианта	Значения параметров									
	$U_{\Delta}, \text{В}$	Сопротивление фазы «а», Ом			Сопротивление фазы «b», Ом			Сопротивление фазы «с», Ом		
		R	$X_L$	$X_C$	R	$X_L$	$X_C$	R	$X_L$	$X_C$
1	220	6	8	-	-	-	20	22	-	-
2	220	20	-	-	12	16	-	16	-	12
3	220	-	-	10	3	-	4	8	6	-
4	220	-	22	-	-	-	22	22	-	-
5	380	19	-	-	12	-	16	20	15	-
6	380	-	-	38	15	-	20	20	-	-
7	380	20	15	-	38	-	-	24	-	32
8	380	-	38	-	-	-	38	38	-	-
9	220	-	-	22	-	22	-	22	-	-
10	220	20	-	-	20	-	-	-	-	20
11	220	-	-	10	6	8	.	8	-	6
12	220	3	4	-	-	-	5	4	3	-
13	380	12	16	-	16	-	12	20	-	-
14	380	-	-	19	19	-	-	-	19	-
15	380	-	38	-	-	-	38	38	-	-
16	380	20	15	-	15	-	20	20	-	-
17	220	-	-	20	20	-	.	-	20	-
18	220	12	-	16	16	12	-	20	-	-
19	220	-	-	5	6	8	-	8	-	6
20	220	6	8	-	8	-	6	10	-	-
21	380	24	32	-	19	.	-	32	-	24
22	380	-	-	38	32	24	-	24	.	32
23	380	38	-	-	-	38	-	-	-	38
24	380	-	38	-	24	-	32	19	-	-

#### Условие задачи

Для заданной электрической схемы (рис. 3.4) с известными параметрами (табл. 3.2) определить линейные и фазные токи.

Вычислить активную, реактивную и полную мощности трехфазной цепи. Построить векторную диаграмму линейных и фазных напряжений и токов генератора и приемника.

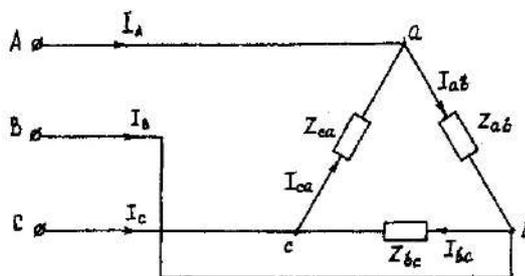


Рис. 3.4. Соединение фаз приемника треугольником

#### Методические указания

Задачу решить, используя символический метод расчета.

Фазные напряжения приемника принять равными линейным напряжениям генератора (т. е. сопротивлениями соединенных проводов пренебречь).

Вектор линейного напряжения  $\dot{U}_{AB}$  рекомендуется совместить с положительным направлением оси вещественных чисел, т. е.  $\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{AB}$

Трехфазную систему линейных и фазных напряжений генератора и приемника принять как симметричную трехфазную систему напряжений (т. е. напряжения равны по модулю и сдвинуты друг относительно друга по фазе на  $120^\circ$ ).

### Последовательность решения

Начертить схему, конкретизируя нагрузку фаз приемника в соответствии с заданием.

Записать комплексы фазных напряжений приемника

$$\begin{aligned}\dot{U}_{ab} &= \dot{U}_{AB} = U \\ \dot{U}_{bc} &= \dot{U}_{BC} = Ue^{j120^\circ} \\ \dot{U}_{ca} &= \dot{U}_{CA} = Ue^{j240^\circ}\end{aligned}$$

Вычислить фазные токи приемника по формулам:

$$\begin{aligned}\dot{I}_{ab} &= \dot{U}_{ab} / \underline{Z}_{ab}; \\ \dot{I}_{bc} &= \dot{U}_{bc} / \underline{Z}_{bc}; \\ \dot{I}_{ca} &= \dot{U}_{ca} / \underline{Z}_{ca}.\end{aligned}$$

Вычислить линейные токи по формулам:

$$\begin{aligned}\dot{I}_A &= \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}; \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}; \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}.\end{aligned}$$

Вычислить активную мощность цепи по формуле

$$P^{(3)} = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca} = \operatorname{Re}(\dot{U}_{ab}\dot{I}_{ab}) + \operatorname{Re}(\dot{U}_{bc}\dot{I}_{bc}) + \operatorname{Re}(\dot{U}_{ca}\dot{I}_{ca})$$

Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

### Пример решения задачи

Трехфазная нагрузка соединена треугольником. Задано линейное напряжение генератора  $\dot{U}_{AB} = 380\text{В}$ ,  $\underline{Z}_{ab} = 22 \text{ Ом}$ ,  $\underline{Z}_{bc} = (16 + j12) \text{ Ом}$ ,  $\underline{Z}_{ca} = (16 - j12) \text{ Ом}$ . Определить фазные и линейные токи, активную мощность цепи. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

Записываем комплексы фазных напряжений приемника, В

$$\begin{aligned}\dot{U}_{ab} &= \dot{U}_{AB} = 380; \\ \dot{U}_{bc} &= \dot{U}_{BC} = 380e^{j120^\circ}; \\ \dot{U}_{ca} &= \dot{U}_{CA} = 380e^{j240^\circ}.\end{aligned}$$

Вычисляем фазные токи приемника по формулам, А:

$$\begin{aligned}\dot{I}_{ab} &= \dot{U}_{ab} / \underline{Z}_{ab} = 380 / 22 = 17,3; \\ \dot{I}_{bc} &= \dot{U}_{bc} / \underline{Z}_{bc} = 380e^{j120^\circ} / (16 + j12) = (-17,5 - j7,5) = 19e^{-j157^\circ}; \\ \dot{I}_{ca} &= \dot{U}_{ca} / \underline{Z}_{ca} = 380e^{j240^\circ} / (16 - j12) = (-17,5 + j7,5) = 19e^{j157^\circ}.\end{aligned}$$

Вычисляем линейные токи по формулам, А:

$$\begin{aligned}\dot{I}_A &= \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = 17,3 - (-17,5 + j7,5) = (34,8 - j7,5) = 35,6e^{-j12^\circ}; \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = (-17,5 + j7,5) - 17,3 = (34,8 - j7,5) = 35,6e^{-j168^\circ}; \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = (-17,5 + j7,5) - (-17,5 + j7,5) = j15.\end{aligned}$$

Вычисляем активную мощность цепи по формуле, Вт:

$$P^{(3)} = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca} = \operatorname{Re}(\dot{U}_{ab}\dot{I}_{ab}) + \operatorname{Re}(\dot{U}_{bc}\dot{I}_{bc}) + \operatorname{Re}(\dot{U}_{ca}\dot{I}_{ca}) = \operatorname{Re}(380 \cdot 17,3) + \operatorname{Re}(380e^{j120^\circ} \cdot 19e^{-j157^\circ}) + \operatorname{Re}(380e^{j240^\circ} \cdot 19e^{j157^\circ}) = 6600 + 5776 + 5776 = 18152.$$

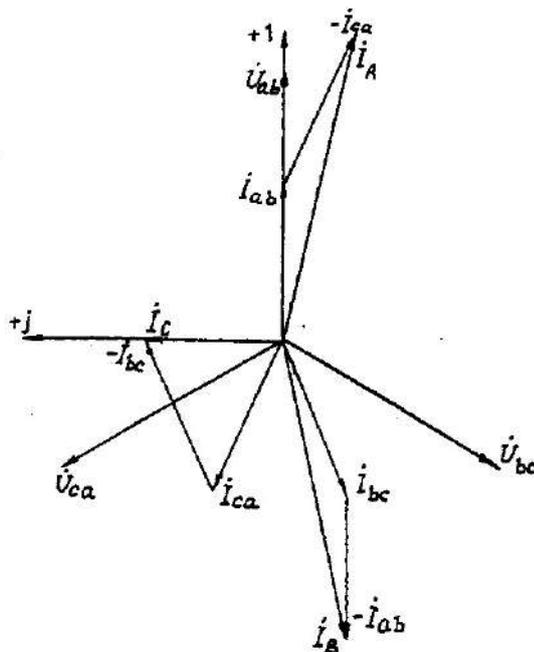


Рис. 3.5. Векторная диаграмма напряжений и токов

#### Задача 4. РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ТРЕХФАЗНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Номер варианта	Исходные данные					
	$U_L, В$	$Z_{Л1}, Ом$	$Z_{Л2}, Ом$	$Z_2, Ом$	$P_1, кВт$	$\cos\varphi_1$
1	127	0,8	$1,4 + j1,0$	$4 + j6$	3	0,7
2	220	0,9	$1,2 + j1,4$	$6 + j8$	5	0,5
3	380	0,7	$1,6 + j1,4$	$9 + j12$	6	0,8
4	660	0,2	$1,8 + j2,0$	$16 + j16$	18	0,9
5	127	1,2	$1,0 + j1,4$	$4 + j3$	4	0,5
6	220	1,1	$1,4 + j1,2$	$6 + j10$	6	0,6
7	380	0,9	$1,6 + j1,2$	$10 + j14$	8	0,7
8	660	0,7	$1,8 + j1,6$	$18 + j16$	16	0,8
9	127	1,0	$1,2 + j1,0$	$2 + j3$	3	0,5
10	220	1,3	$1,4 + j1,8$	$7 + j6$	6	0,5
11	380	0,8	$1,0 + j1,8$	$12 + j16$	10	0,5
12	660	0,3	$1,8 + j1,4$	$16 + j20$	14	0,7
13	127	1,4	$1,4 + j2,0$	$5 + j3$	4	0,6
14	220	1,5	$1,6 + j1,0$	$8 + j6$	5	0,6
15	380	0,6	$1,2 + j1,6$	$16 + j8$	8	0,6
16	660	0,4	$1,8 + j1,2$	$20 + j20$	12	0,6
17	127	0,6	$1,0 + j1,6$	$5 + j4$	2	0,5
18	220	1,6	$1,2 + j2,0$	$9 + j6$	8	0,5
19	380	0,5	$1,8 + j1,0$	$12 + j10$	14	0,8
20	660	0,5	$1,6 + j2,0$	$20 + j24$	10	0,6
21	127	0,4	$1,2 + j1,8$	$6 + j4$	2	0,7
22	220	1,8	$1,2 + j1,6$	$9 + j7$	7	0,8
23	380	0,7	$1,0 + j1,2$	$14 + j10$	12	0,8
24	660	0,6	$1,6 + j1,8$	$18 + j24$	16	0,7

### Условие задачи

К зажимам симметричного трехфазного источника энергии присоединены два симметричных приемника (рис. 4.1). Первый из них соединен по схеме «звезда», потребляет активную мощность  $P_1$  при коэффициенте мощности  $\cos\varphi$  ( $\varphi_1 > 0$ ) и подключен непосредственно к зажимам источника. Второй приемник соединен по схеме "треугольник", имеет нагрузку в каждой фазе  $Z_2$  и подключен к источнику энергии через линию электропередачи с сопротивлением  $Z_{Л2}$ .

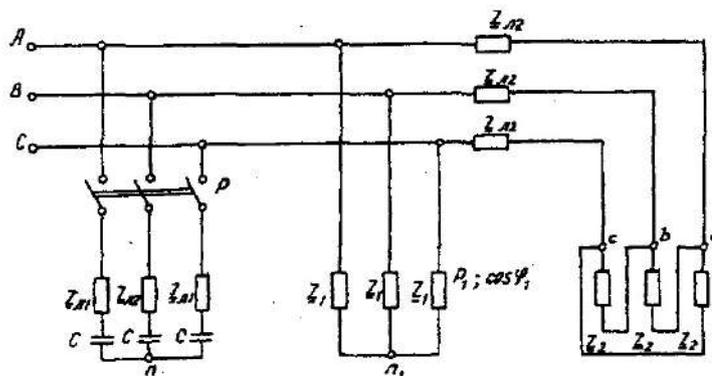


Рис. 4.1. Электрическая схема трехфазных потребителей

Для повышения коэффициента мощности приемников до единицы к тому же источнику через линию электропередачи с сопротивлением  $Z_{Л1}$  в каждой фазе подключается батарея конденсаторов  $C$ , соединенная по схеме "звезда".

Определить линейные и фазные токи и напряжения приемников при отключенной батарее конденсаторов и при включении ее; реактивную мощность в фазе батареи конденсаторов, необходимую для повышения коэффициента мощности приемников до единицы; емкость и ток в фазе батареи конденсаторов. Построить векторную топографическую диаграмму напряжений и векторную диаграмму токов источника и приемников электрической энергии. Исходные данные приведены в табл. 4.1.

### Методические указания

Задачу решить комплексным методом, совместив один из векторов фазного или линейного напряжений источника энергии с положительным направлением оси вещественных чисел. Для определения линейных и фазных токов и напряжений второго приемника рекомендуется провести эквивалентные преобразования треугольника в звезду.

Последовательность решения.

Записать линейные и фазные напряжения источника энергии в комплексной форме. Провести соответствующие эквивалентные преобразования второго приемника. Определить линейные токи приемников при отключенной батарее конденсаторов. Определить падение напряжений в проводах линии электропередачи  $Z_{Л2}$ . Определить фазные токи второго приемника. Определить реактивную мощность в фазе батареи конденсаторов, необходимую для повышения коэффициента мощности приемников до единицы. Определить емкость и ток в фазе батареи конденсаторов. Определить линейные токи источника энергии при включении батареи конденсаторов. Построить векторную топографическую диаграмму напряжений и векторную диаграмму токов источника энергии и приемников.

### Пример решения задачи

Для заданной электрической схемы трехфазных потребителей (рис. 4.1) по известным параметрам:  $U_{л} = 220$  В;  $Z_{Л1} = 1,7$  Ом;  $Z_{Л2} = (1,4 + j1,6)$  Ом;  $Z_2 = (9 + j7)$  Ом;  $P_1 = 4$  Вт;  $\cos\varphi_1 = 0,7$ ; определить линейные и фазные токи и напряжения приемников при отключенной батарее конденсаторов и при включении ее; реактивную мощность в фазе батареи конденсаторов, необходимую для повышения коэффициента мощности приемников до единицы; емкость и ток в фазе батареи конденсаторов. Построить векторную топографическую диаграмму напряжений и векторную диаграмму токов источника и приемников электрической энергии.

1. Выразим линейные и фазные напряжения источника энергии в комплексной форме,

В

$$U_{\phi} = \frac{U_L}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127.$$

Вектор фазного напряжения источника вещественных чисел, тогда, В  
 $\dot{U}_A$  направим по оси вещественных чисел, тогда, В

$$\begin{aligned} \dot{U}_A &= \dot{U}_{\phi} = 127; \\ \dot{U}_B &= \dot{U}_A \cdot e^{-j120^{\circ}} = 127 \cdot e^{-j120^{\circ}}; \\ \dot{U}_C &= \dot{U}_A \cdot e^{j120^{\circ}} = 127 \cdot e^{j120^{\circ}}; \\ \dot{U}_{AB} &= \dot{U}_A - \dot{U}_B = 127 \cdot 127 \cdot e^{-j120^{\circ}} = 220 e^{j30^{\circ}}; \\ \dot{U}_{CA} &= \dot{U}_C - \dot{U}_A = 127 \cdot e^{j120^{\circ}} - 127 = 220 e^{j150^{\circ}}. \end{aligned}$$

2. Преобразуем треугольник сопротивлений  $a, b, c$  второго приемника (рис. 4.2) в эквивалентную звезду, Ом

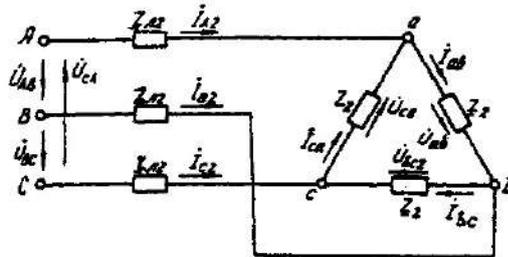


Рис. 4.2. Треугольник сопротивлений второго приемника

Поскольку приемник симметричный, то сопротивление фазы эквивалентной звезды три раза меньше сопротивления фазы треугольника.

Для симметричных приемников, соединенных в звезду, потенциалы нулевых точек должны быть одинаковыми. В связи с этим дальнейший расчет выполним для одной фазы (фазы А) (рис. 4.3).

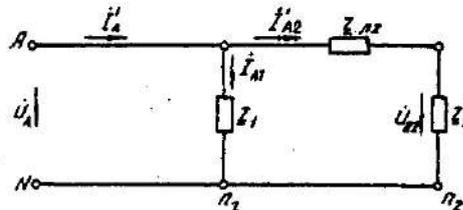


Рис. 4.3. Расчетная схема токов в фазе А

Полное сопротивление фазы эквивалентной звезды с учетом сопротивления линия  $Z_{L12}$  равно, Ом.

3. Определить линейные и фазные токи и напряжения второго приемника, а также полную мощность одной его фазы при отключенной батарее конденсаторов.

Фазные токи эквивалентной звезды, А:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{A2} &= \frac{U_A}{Z_2} = \frac{127}{5,92 e^{j41^{\circ}48'}} = 21,52 e^{-j41^{\circ}48'}; \\ \dot{I}_{B2} &= 21,52 e^{j161^{\circ}48'}; \\ \dot{I}_{C2} &= 21,52 e^{j78^{\circ}12'}. \end{aligned}$$

Фазные токи эквивалентной звезды (рис. 4.4) равны линейным токам треугольника второго приемника (см. рис. 4.2).

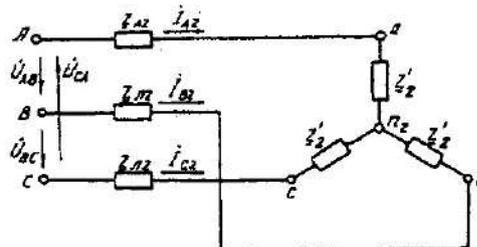


Рис. 4.4. Эквивалентная звезда второго приемника

Фазные напряжения эквивалентной звезды, В:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{a2} &= \dot{U}_A - \dot{I}_{A2} \cdot Z_{\Sigma 2} = 127 - 21,52e^{j41^\circ 48'} \cdot 2,13e^{j48^\circ 49'} = 81,59 - j5,58 = 81,78e^{j3^\circ 55'}; \\ \dot{U}_{b2} &= 81,78e^{j123^\circ 55'}; \\ \dot{U}_{c2} &= 81,78e^{j116^\circ 05'}.\end{aligned}$$

Линейные напряжения эквивалентной звезды, В:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{aB2} &= \dot{U}_{a2} - \dot{U}_{b2} = 81,78e^{j3^\circ 55'} - 81,78e^{j123^\circ 55'} = 141,65e^{j26^\circ 05'}; \\ \dot{U}_{bC2} &= \dot{U}_{b2} - \dot{U}_{c2} = 81,78e^{j123^\circ 55'} - 81,78e^{j116^\circ 05'} = 141,65e^{j93^\circ 55'}; \\ \dot{U}_{cA2} &= \dot{U}_{c2} - \dot{U}_{a2} = 81,78e^{j116^\circ 05'} - 81,78e^{j3^\circ 55'} = 141,65e^{j146^\circ 05'}.\end{aligned}$$

Линейные напряжения эквивалентной звезды равны фазным напряжениям треугольника сопротивлений второго приемника (см. рис. 4.2). Фазные токи второго приемника, А:

$$\begin{aligned}\dot{I}_{ab} &= \frac{\dot{U}_{aB2}}{Z_{\Sigma 2}} = \frac{141,65e^{j26^\circ 05'}}{11,42e^{j47^\circ 13'}} = 12,42e^{j11^\circ 47'}; \\ \dot{I}_{bc} &= 12,42e^{j131^\circ 47'}; \\ \dot{I}_{ca} &= 12,42e^{j108^\circ 13'}.\end{aligned}$$

Полная мощность одной фазы второго приемника с учетом сопротивления линии электропередачи  $Z_{\Sigma 2}$  равна, ВА:

$$\begin{aligned}S_2 &= U_A \cdot I_{A2} = 127 \cdot 21,52e^{j41^\circ 48'} = 2733e^{j41^\circ 48'} = (2037 + j1822); \\ P_2 &= 2037 \text{ Вт}; Q_2 = 1822 \text{ ВА}.\end{aligned}$$

4. Определим линейные и фазные напряжения и токи первого приемника, а также полную мощность одной его фазы при отключенной батарее конденсаторов.

Так как первый приемник подключен напрямую к источнику электрической энергии ( $Z_{\Sigma 1} = 0$ ), то фазные и линейные напряжения приемника равны фазным и линейным напряжениям генератора, В:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{a1} &= \dot{U}_1 = 127; \\ \dot{U}_{b1} &= \dot{U}_B = 127e^{j120^\circ}; \\ \dot{U}_{c1} &= \dot{U}_C = 127e^{j240^\circ}; \\ \dot{U}_{ab} &= \dot{U}_{AB} = 220e^{j30^\circ}; \\ \dot{U}_{bc} &= \dot{U}_{BC} = 220e^{j90^\circ}; \\ \dot{U}_{ca1} &= \dot{U}_{CA} = 220e^{j150^\circ}.\end{aligned}$$

Для приемника, соединенного в звезду, фазные токи равны линейным  $I_\phi = I_L$ . Определяем модуль фазного тока первого приемника, А:

$$I_\phi = \frac{P_1}{U_{\phi 1}} = \frac{4000}{260,0000} = 15,38 \text{ А}$$

Определяем угол сдвига фаз между напряжением и током первого приемника:

$$\cos \varphi_1 = 0,7; \varphi_1 = 45^\circ 34', (\varphi_1 > 0).$$

Записываем выражения фазных токов первого приемника в комплексной форме. Так как угол сдвига фаз между напряжением и током первого приемника известен, то начальная фаза тока, например фазы А, равна

$$\psi_{IA} = \psi_{UA} - \varphi_1 = 0 - 45^\circ 34' = -45^\circ 34'$$

Следовательно,

$$\begin{aligned}\dot{I}_{A1} &= 15 \cdot e^{-j45^\circ 34'}; \\ \dot{I}_{B1} &= 15 \cdot e^{-j165^\circ 34'}; \\ \dot{I}_{C1} &= 15 \cdot e^{-j74^\circ 26'}.\end{aligned}$$

Полная мощность одной фазы первого приемника:

$$\begin{aligned}S_1 &= \dot{U}_A \cdot \dot{I}_{A1} = 127 \cdot 15 \cdot e^{j45^\circ 34'} = 1905 e^{j45^\circ 34'} = (1333 + j360) \text{ ВА}; \\ P_1 &= 1333 \text{ кВт}; Q_1 = 1360 \text{ В} \cdot \text{А}.\end{aligned}$$

5. Определяем фазные (линейные) токи источника энергии при отключенной батарее конденсаторов (см. рис. 4.3), А:

$$\begin{aligned}\dot{I}'_A &= \dot{I}'_{A1} + \dot{I}'_{A2} = 15 \cdot e^{-j45^\circ 34'} + 21,52e^{j41^\circ 48'} = \\ &= 10,5 - j10,7 + 16 - j14,3 = 26,5 - j25 = 36,5e^{j43^\circ 21'}; \\ \dot{I}'_B &= 36,5e^{j163^\circ 21'}; \\ \dot{I}'_C &= 36,5e^{j79^\circ 39'}.\end{aligned}$$

6. Определяем реактивную мощность в фазе батареи конденсаторов, необходимую для повышения коэффициента мощности приемников до единицы, ВА:

$$Q_c = Q_1 + Q_2 = 1360 + 1822 = 3182.$$

7. Определяем емкостное сопротивление в фазе батареи конденсаторов, Ом:

$$Q_c = I^2 X_c = \left(\frac{U}{Z}\right)^2 \cdot X_c = \frac{U^2 X_c}{Z^2} = \frac{U^2 X_c}{R_{\text{ли}}^2 + X_c^2};$$

где  $Z = \sqrt{R_{\text{ли}}^2 + X_c^2}$  - модуль полного сопротивления в фазе батареи конденсаторов с учетом сопротивления линии  $Z_{\text{ли}} = R_{\text{ли}}$ .

$$X_c^2 - \frac{U^2}{Q_c} X_c + R_{\text{ли}}^2 = 0;$$

$$X_{c1,2} = \frac{U^2}{2Q_c} \pm \sqrt{\left(\frac{U^2}{2Q_c}\right)^2 - R_{\text{ли}}^2} = \frac{127^2}{2 \cdot 3182} \pm \sqrt{\left(\frac{127^2}{2 \cdot 3182}\right)^2 - 1,7^2} = (2,53 \pm 1,88);$$

$$X_{c1} = 4,41; X_{c2} = 0,65.$$

Следовательно, режиму полной компенсации реактивной мощности удовлетворяют два значения емкостного сопротивления. Принимаем большее, так как, во-первых, большему сопротивлению соответствует меньший ток в фазе батареи конденсаторов и, соответственно, меньшие потери активной мощности на сопротивлении  $Z_{\text{ли}} = R_{\text{ли}}$ . Во-вторых, большее значение емкостного сопротивления определяет меньшую емкость батареи конденсаторов, необходимую для компенсации реактивной мощности приемников.

8. Определяем емкость в фазе батареи конденсаторов, Ф

$$C = \frac{1}{X_c \cdot \omega} = \frac{1}{X_c \cdot 2\pi f} = \frac{1}{4,41 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 50} = 7,22 \cdot 10^{-4}$$

При этом полное сопротивление в фазе батареи конденсаторов с учетом сопротивления линии  $Z_{\text{ли}}$  (рис. 4.5) равно, Ом:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_{\text{ли}} - jX_c = 1,7 - j4,41 = 4,73e^{-j68^{\circ}55'}$$

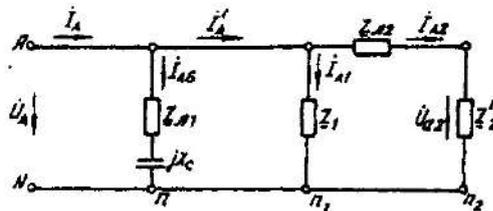


Рис. 4.5. Расчетная схема токов в фазе А с учетом батареи конденсаторов

9. Определяем фазные токи батареи конденсаторов, А:

$$\dot{I}_{A0} = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_0} = \frac{127}{4,73e^{-j68^{\circ}55'}} = 9,66 + j25 = 26,85e^{68^{\circ}55'};$$

$$\dot{I}_{B0} = 26,85e^{j51^{\circ}05'} \text{ А}; \dot{I}_{C0} = 26,85e^{j188^{\circ}55'}$$

10. Определяем фазные (линейные) токи источника энергии при включенной батарее конденсаторов (см. рис. 4.5), А;

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A0} + \dot{I}'_A = 9,66 + j25 + 26,5 - j25 = 36,16;$$

$$\dot{I}_B = 36,16e^{j120^{\circ}}; \dot{I}_C = 36,16e^{j120^{\circ}}.$$

Данные расчета показывают, что фазные токи и напряжения источника совпадают по фазе. Следовательно, параметр емкости  $C$  в фазе батареи конденсаторов, необходимый для повышения коэффициента мощности приемников до единицы, выбран верно.

11. Строим векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений для источника и приемников электрической энергии (рис. 4.6).

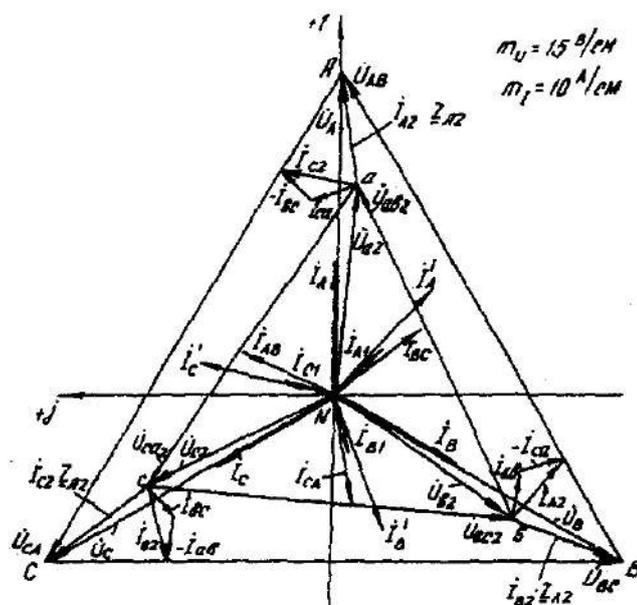


Рис. 4.6. Векторная диаграмма

На комплексной плоскости откладываем комплексные значения токов (векторы токов) и напряжений (векторы напряжений) в выбранных предварительно масштабах. Наиболее удобными в рассматриваемом расчете являются: масштаб напряжений  $m_U = 15 \text{ В/см}$  и масштаб тока  $m_I = 10 \text{ А/см}$ . Векторы токов второго приемника направляем из вершин треугольника напряжений  $a, b, c$ . Все остальные векторы токов - из начала координат.

### Задача 5. РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Номер варианта	Значение параметров						
	$R_1, \text{ Ом}$	$R_2, \text{ Ом}$	$R_3, \text{ Ом}$	$R_4, \text{ Ом}$	$C, \text{ мкФ}$	$L, \text{ мГн}$	$U, \text{ В}$
1	50	-	50	-	170	-	100
2	25	25	25	-	.	125	100
3	25	25	25	-	40	-	100
4	50	50	50	-	-	250	100
5	50	50	50	50	60	-	100
6	50	50	50	-	-	250	100
7	25	25	25	-	180	-	100
8	50	50	50	-	-	125	100
9	25	25	25	25	100	-	100
10	25	25	25	-	-	250	100
11	50	50	50	-	90	-	100
12	25	25	25	-	-	250	100
13	25	25	-	-	110	-	100
14	25	25	-	-	-	125	100
15	20	50	10	50	-	125	100
16	50	10	50	15	260	-	100
17	50	25	50	-	-	125	100
18	50	50	50	-	120	-	100
19	50	50	50	-	-	125	100
20	25	-	25	-	190	-	100
21	25	50	25	-	-	125	100
22	50	50	50	-	-	125	100

23	50	50	50	-	60	-	100
24	50	50	50	-	180	-	100

### Условие задачи

Для заданной электрической схемы из табл. 5.1 с известными параметрами (табл. 5.2) рассчитать переходный процесс классическим и операторным методами, определить законы изменений токов и напряжений во времени. Построить эти зависимости.

### Последовательность решения классическим методом расчета

Составить систему дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа для электрической цепи, получающейся после коммутации, при этом использовать соотношения  $u_L = L di/dt$ ,  $i = C du/dt$ .

Подставить числовые значения заданных параметров в систему уравнений.

Решить систему уравнений относительно тока через индуктивность (напряжения на емкости), в результате получается неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка.

Решением неоднородного дифференциального уравнения является сумма частного (принужденная составляющая) и общего (свободная составляющая) решения однородного дифференциального уравнения.

Принужденная составляющая определяется расчетом в послекоммутационной электрической цепи в установившемся режиме.

Свободная составляющая при решении однородных дифференциальных уравнений первого порядка определяется как

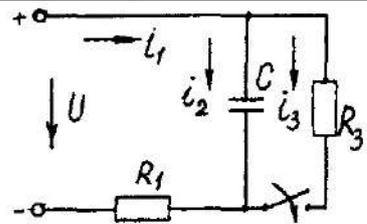
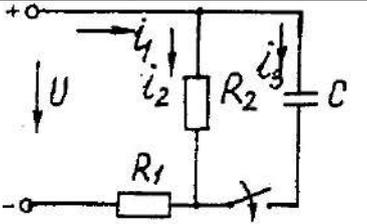
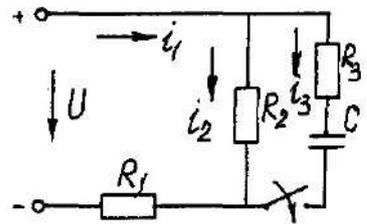
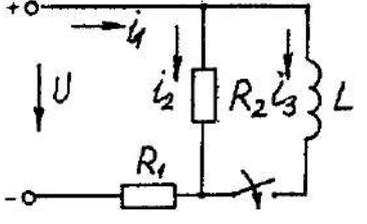
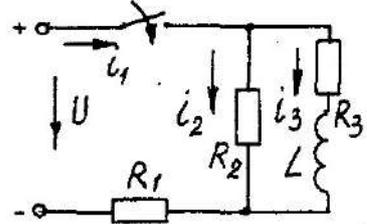
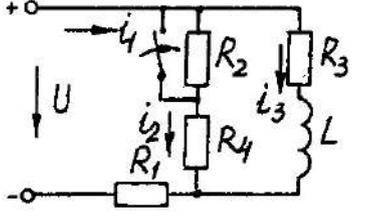
$$Ae^{pt}$$

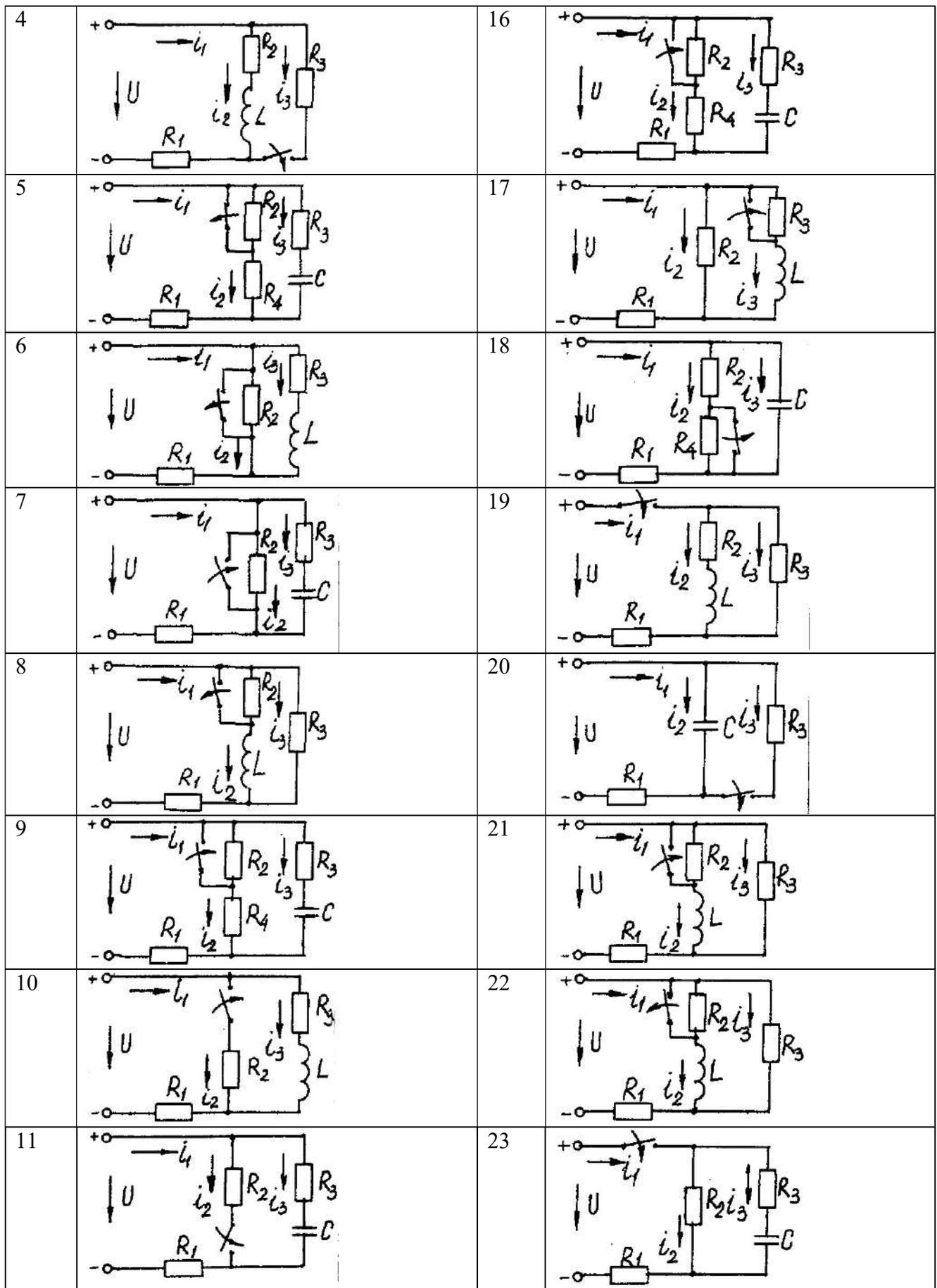
где  $A$  - постоянная интегрирования;  $p$  - корень характеристического уравнения.

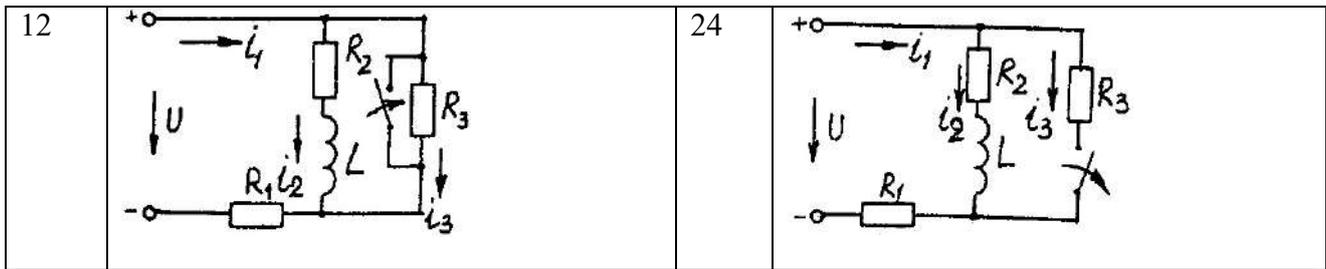
Характеристическое уравнение составляется по однородному дифференциальному уравнению.

### Последовательность решения операторным методом расчета

Расчетные формулы и последовательность решения этим методом приведены в примерах расчета цепей, содержащих индуктивность и емкость.

№	Схема варианта	№	Схема варианта
1		13	
2		14	
3		15	





**Пример расчета цепи, содержащей индуктивность (рис. 5.1)**

Исходные данные:  $U = 100$  В;  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 25$  Ом;  $L = 0,25$  Гн.

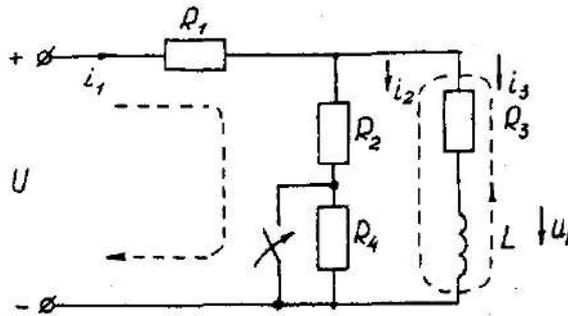


Рис. 5.1. Схема электрической цепи

Определить законы изменения токов, напряжения  $u_L$  при переходе цепи от одного установившегося состояния к другому классическим и операторными методами. Построить эти зависимости.

**Решение классическим методом.**

Составляем систему дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа (три уравнения для определения трех неизвестных токов) для цепи, получающейся после коммутации:

$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_3; \\ i_1 R_1 + i_2 R_2 = U; \\ i_2 R_2 - u_L - i_3 R_3 = 0 \end{cases} \quad (5.1)$$

Решаем систему уравнений относительно тока через индуктивность  $i_3$  (избавляемся от токов  $i_2$  и  $i_1$ )

$$(R_1 + R_2) u_L + [R_1 R_2 + R_1 (R_1 + R_2)] i_3 = R_2 U$$

Решение упрощается, если в систему уравнений (5.1) подставить заданные числовые значения;

$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_3; \\ 25i_1 + 25i_2 = 100; \\ 25i_2 - u_L - 25i_3 = 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

Решая систему уравнений (5,2), получаем

$$2u_L + 75i_3 = 100. \quad (5.3)$$

Подставив соотношение  $u_L = L di_3/dt$  в уравнение (5.3), получим

$$2L di_3/dt + 75i_3 = 100,$$

и окончательно получаем неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка

$$di_3/dt + 150i_3 = 200. \quad (5.4)$$

Решением уравнения (5.4) является сумма принужденной и свободной составляющих тока  $i_3(t)$

$$i_3(t) = i_3(t)_{np} + i_3(t)_{св}. \quad (5.5)$$

Принужденная составляющая тока определяется из уравнения (5.4) как новое установившееся значение по окончании переходного процесса

$$i_3(t)_{np} = 200/150 = 1,33 \text{ А}. \quad (5.6)$$

Запишем однородное дифференциальное уравнение первого порядка

$$di_3/dt + 150 i_3 = 0 \quad (5.7)$$

и характеристическое уравнение

$$p + 150 = 0. \quad (5.8)$$

Свободная составляющая тока определяется как

$$i_3(t)_{св} = A e^{pt}, \quad (5.9)$$

где  $A$  - постоянная интегрирования;  $p$  - корень характеристического уравнения (5.8),  $p = -150$ ;  $\tau$  - постоянная времени электрической цепи,  $\tau = 1/150$ .

Постоянная интегрирования определяется из начальных условий, исходя из первого закона коммутации (ток через индуктивность при коммутациях не меняется скачком).

С учетом уравнений (5.6) и (5.9) уравнение (5.5) запишем как

$$i_3(t) = 1,33 + A e^{-150t}.$$

Значение тока  $i_3(0)$  определяем, рассчитывая цепь до коммутации

$$i_3(0) = 1,6 \text{ А.}$$

По первому закону коммутации  $i_3(0) = i_3(0)_{пр} + i_3(0)_{св} = 1,6 \text{ А}$ ,  $i_3(0) = 1,33 + A e^{-150 \cdot 0} = 1,6$ , откуда  $A = 1,6 - 1,33 = 0,27$ .

Окончательно

$$\begin{aligned} i_3(t) &= 1,33 + 0,27 e^{-150t}; \\ u_L(t) &= L di_3/dt = 0,25 - 0,27(-150) e^{-150t} = -10 e^{-150t}; \\ u_2(t) &= [u_3(t)R_3 + u_L(t)]/R_2 = 1,33 - 0,13 e^{-150t}; \\ i_1(t) &= i_2(t) + i_3(t) = 2,66 + 0,14 e^{-150t}. \end{aligned}$$

### Решение операторным методом

На рис. 5.2 представлена операторная схема замещения цепи (см. рис. 5.1).

Составляется система уравнений в изображениях (в операторной форме)

$$\begin{cases} I_1(p) = I_2(p) + I_3(p); \\ I_1(p)R_1 + I_2(p)R_2 = U/p; \\ I_2(p)R_2 - L[pI_3(p) - i_3(0)] - I_3(p)R_3 = 0. \end{cases} \quad (5.10)$$

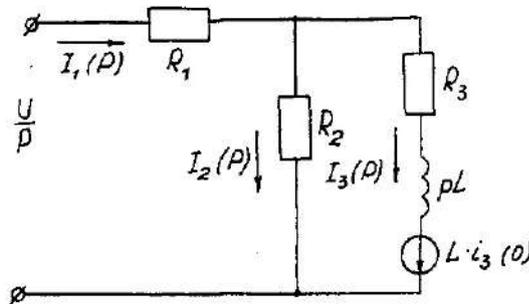


Рис. 5.2. Операторная схема замещения электрической цепи

Система уравнений решается относительно любого тока. Достаточно просто получаем уравнение в изображениях для тока через индуктивность, если использовать дифференциальное уравнение (5.4), из которого следует:

$$\begin{aligned} [pI_3(p) - i_3(0)] + 150I_3(p) &= 200/p; \\ pI_3(p) + 150I_3(p) &= 200/p + i_3(0) = 200/p + 1,6 \end{aligned}$$

и окончательно

$$I_3(p) = (200 + 1,6p)/p(p + 150) = F_1(p)/F_2(p), \quad (5.11)$$

где  $F_1(p)$  - полином числителя;  $F_2(p)$  - полином знаменателя.

Переход от изображения тока  $I_3(p)$  к оригиналу  $i_3(t)$  осуществляем по формуле разложения

$$i_3(t) = \sum ([F_1(p)/F_2(p)] \cdot e^{p_k t}) \quad (5.12)$$

где  $p_k$  - корни характеристического уравнения.

Характеристическим уравнением является полином знаменателя, равный нулю, т. е.  $F_2(p) = 0$ .

В рассматриваемом примере

$$P(p+150)=0,$$

откуда  $p_1=0$ ;  $p_2=-150$ .

Производная полинома знаменателя

$$F_2'(p)=(2p+150),$$

откуда  $F_2'(p_1)=150$ ;  $F_2'(p_2)=-150$ .

Оригинал тока  $i_3(t)$

$$\begin{aligned} i_3(t) &= ([F_1(p_1)/F_2'(p_1)] \cdot e^{p_1 t}) + ([F_1(p_2)/F_2'(p_2)] \cdot e^{p_2 t}) = \\ &= [(200+1,6 \cdot 0) / 150] e^{150t} + [(200+1,6 \cdot (-150)) / (-150)] \cdot e^{-150t} = \\ &= 1,33 + 0,27 e^{-150t}. \end{aligned}$$

На рис. 5.3 представлены переходные характеристики токов и напряжения на индуктивности.

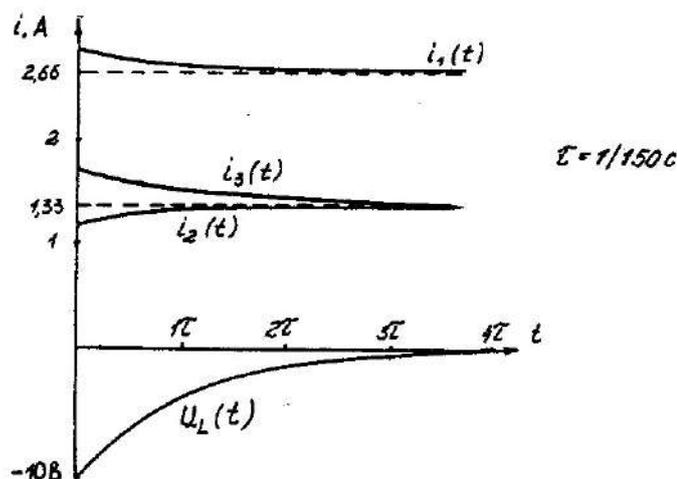


Рис. 5.3. Временные диаграммы токов и напряжения на индуктивности

### Пример расчета цепи содержащей емкость (рис. 5.4)

Исходные данные:  $U = 100$  В;  $R_1 = R_2 = R_3 = 50$  Ом;  $C = 100$  мкФ.

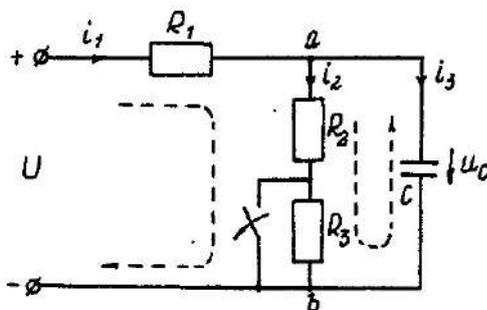


Рис. 5.4. Схема электрической цепи

Определить и построить следующие зависимости:  $u_C(t)$ ,  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$ ,  $u_3(t)$ .

#### Решение классическим методом

Составляем систему дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа (три уравнения для определения трех неизвестных токов) для цепи, получающейся после коммутации

$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_3; \\ i_1 R_1 + i_2 (R_1 + R_2) = U; \\ i_2 (R_2 + R_3) = u_C \end{cases} \quad (5.13)$$

Между током и напряжением на емкости существует соотношение

$$\begin{cases} i_3 = C \frac{du_C}{dt}; \\ i_1 = i_2 + i_3 = i_2 + 100 \cdot 10^{-6} \left( \frac{du_C}{dt} \right); \\ i_1 50 + i_2 (50 + 50) = 100; \\ i_2 (50 + 50) - u_C = 0. \end{cases} \quad (5.14)$$

Решаем систему уравнений (5.14) относительно напряжения на емкости

$$du_c / dt + 300u_c = 20000. \quad (5.15)$$

Уравнение (5.15) - неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка.

Решением уравнения (5.15) является сумма принужденной и свободной составляющих напряжения  $u_c(t)$ . Решение неоднородного дифференциального уравнения первого порядка рассмотрено выше для цепи с индуктивностью. По аналогии имеем

$$u_c(t) = u_c(t)_{\text{пр}} + u_c(t)_{\text{св}}. \quad (5.16)$$

Принужденная составляющая напряжения равна

$$u_c(t)_{\text{пр}} = 20000/300 = 66,7 \text{ В.}$$

Свободную составляющую напряжения находим из уравнения

$$u_c(t)_{\text{св}} = A e^{pt},$$

где  $(p + 300) = 0$  - характеристическое уравнение;  $p = -300$  - корень характеристического уравнения;  $\tau$  - постоянная времени электрической цепи,  $\tau = 1/300$ ;  $u_c(0) = 50$  В, напряжение  $u_c$  в момент коммутации (определяется расчетом рассматриваемой цепи до коммутации):

$$u_c(t) = 66,7 + A e^{-300t};$$

$$u_c(0) = 66,7 + A e^{p \cdot 0} = 50 \text{ В, откуда } A = -16,7.$$

Окончательно имеем:

$$\begin{aligned} u_c(t) &= 66,7 - 16,7 \cdot e^{-300t}; \\ i_3(t) &= C \cdot du_c/dt = 100 \cdot 10^{-6} \cdot (-16,7) \cdot (-300) \cdot e^{-300t} = 0,5 \cdot e^{-300t}; \\ i_2(t) &= u_{\text{аб}}(t) / (R_2 + R_3) = u_c(t) / (R_2 + R_3) = 0,667 - 0,167 \cdot e^{-300t}; \\ i_1(t) &= i_2(t) + i_3(t) = 0,667 + 0,333 \cdot e^{-300t}. \end{aligned}$$

На рис. 5.5 представлены переходные характеристики токов и напряжения на емкости.

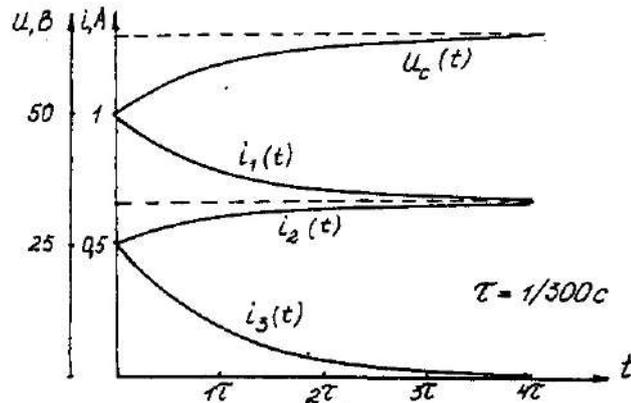


Рис. 5.5. Временные диаграммы токов и напряжения на емкости

### Решение операторным методом

Система уравнений в изображениях (в операторной форме) может быть составлена по операторной схеме замещения (рис. 5.6) или по системе дифференциальных уравнений (5.14)

$$\begin{cases} I_1(p) = I_2(p) + 100 \cdot 10^{-6} [pU_c(p) - u_c(0)]; \\ I_1(p)50 + [I_2(p)(50 + 50)] = \frac{100}{p}; \\ [I_2(p)(50 + 50)] - U_c(p) = 0. \end{cases} \quad (5.17)$$

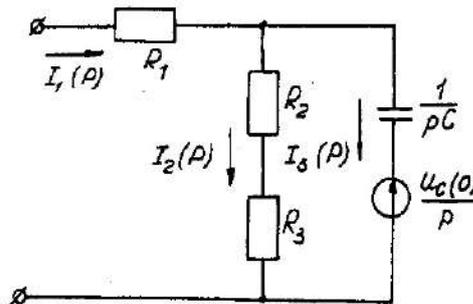


Рис. 5.6. Операторная схема замещения электрической цепи

Решаем систему алгебраических уравнений (5.17) относительно токов или напряжения на емкости  $U_C(p)$ .

Решение относительно напряжения  $U_C(p)$  упрощается, если воспользуемся уравнением (5.15). Уравнение (5.15) преобразуем в уравнение в изображениях:

$$[pU_C(p) - u_C(0)] + 300 \cdot U_C(p) = 20000/p;$$

$$U_C(p)(p + 300) = 20000/p + 50;$$

$$U_C(p) = [20000 + 50p] / p(p + 300) = F_1(p) / F_2(p),$$

где  $F_1(p)$  - полином числителя;  $F_2(p)$  - полином знаменателя.

Переход от изображения напряжения  $U_C(p)$  к оригиналу  $u_C(t)$  осуществляем по формуле разложения

$$U_C(t) = \sum ([F_1(p) / F_2'(p)] \cdot e^{p_k t}), \quad (5.18)$$

где  $p_k$  - корни характеристического уравнения.

Характеристическим уравнением является полином знаменателя равный нулю, т. е.  $F_2(p) = 0$ .

В рассматриваемом примере

$$p(p + 300) = 0,$$

откуда  $p_1 = 0$ ;  $p_2 = -300$ .

Производная полинома знаменателя

$$F_2'(p) = (2p + 300),$$

откуда  $F_2'(p_1) = 300$ ;  $F_2'(p_2) = -300$ .

Оригинал напряжения  $u_C(t)$

$$\begin{aligned} u_C(t) &= ([F_1(p_1) / F_2'(p_1)] \cdot e^{p_1 t}) + ([F_1(p_2) / F_2'(p_2)] \cdot e^{p_2 t}) = \\ &= [(20000 + 50 \cdot 0) / 300] \cdot e^{300 \cdot 0} + [(20000 + 50 \cdot (-300)) / (-300)] \cdot e^{-300t} \\ &= 66,7 - 16,7 \cdot e^{-300t}. \end{aligned}$$

## Задача 6. РАСЧЕТ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ

### Условие задачи

Для заданной электрической схемы (табл. 6.1) с известными параметрами (табл. 6.2) определить токи в ветвях и напряжение на нелинейных элементах (НЭ).

Вольт-амперные характеристики НЭ, симметричные относительно начала координат, приведены на рис. 6.1.

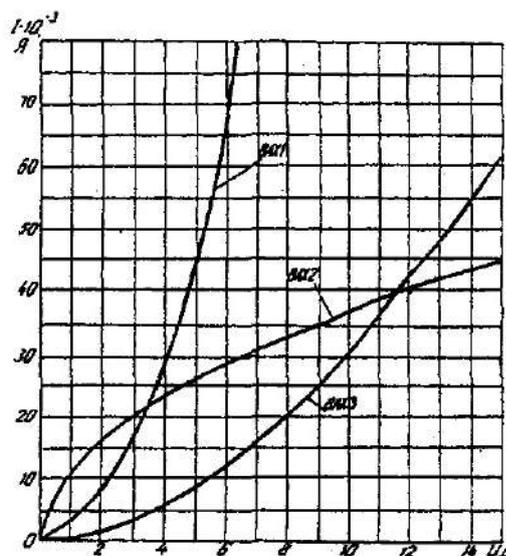


Рис. 6.1. Вольт-амперные характеристики нелинейных элементов

### Методические указания

Для нелинейных электрических цепей (НЭЦ) постоянного тока справедливы оба закона Кирхгофа

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0; \quad \sum_{k=1}^n U_k = 0.$$

Затруднения при рассмотрении НЭЦ с помощью законов Кирхгофа заключаются в том, что в НЭЦ напряжение и токи связаны между собой нелинейными соотношениями. По этой причине для решения задач теории НЭЦ приходится использовать различные приближенные методы решения, к которым относится метод двух узлов.

Расчетные электрические схемы

1		5	
2		6	
3		7	
4		8	

Таблица 6.2. Исходные данные к задаче 6

Вариант	Номер схемы	Значения параметров								
		R <sub>1</sub> , Ом	R <sub>2</sub> , Ом	R <sub>3</sub> , Ом	НЭ1	НЭ2	НЭ3	E <sub>1</sub> , В	E <sub>2</sub> , В	E <sub>3</sub> , В
1	1	600	300	400	ВАХ1	ВАХ3	ВАХ2	24	9	10
2	2	100	200	500	-	ВАХ2	ВАХ3	-	24	12
3	3	-	800	400	ВАХ2	ВАХ2	ВАХ3	-	15	20
4	4	400	300	600	-	ВАХ3	ВАХ1	10	8	14
5	5	-	800	600	ВАХ3	ВАХ2	ВАХ1	15	9	24
6	6	100	700	500	ВАХ1	-	ВАХ3	8	-	10
7	7	200	-	500	ВАХ2	ВАХ3	ВАХ1	6	-	12
8	8	1000	400	700	ВАХ2	-	ВАХ3	16	9	18
9	1	800	-	100	ВАХ1	ВАХ2	ВАХ3	10	15	20

10	3	400	700	200	BAX3	BAX2	BAX1	8	16	-
11	5	100	200		BAX2	BAX3	BAX1	24	12	-
12	7	600	200	400	BAX3	BAX1	-	15	10	20
13	2	500	700	-	BAX1	BAX2	BAX3	16	12	9
14	4	-	-	-	BAX3	BAX1	BAX2	14	20	8
15	6	200	100	-	-	BAX2	BAX3	10	8	15
16	8	-	500	-	BAX1	-	BAX3	12	6	18
17	1	-	-	600	BAX1	BAX3	-	20	-	4
18	2	800	-	-	-	BAX2	BAX3	15	10	5
19	3	-	900	-	BAX1	-	BAX3	6	12	8
20	4	-	-	100	BAX3	BAX1	-	16	18	9
21	5	400	-	200	-	BAX2	BAX3	9	4	10
22	6	-	-	-	BAX1	BAX2	BAX3	-		18
23	7	-	-	500	BAX2	BAX3	-	14	12	6
24	8	-	300	-	BAX1	-	BAX3	-	20	10

Расчет сложной НЭЦ, состоящей из нескольких параллельных ветвей, которые наряду с нелинейными элементами могут содержать и источники постоянной э. д. с, включенные последовательно с нелинейными элементами, сводится к нахождению токов и напряжений на участках цепи с помощью вольт-амперных характеристик.

Для этого предварительно строится вольтамперная характеристика каждой ветви, которая получается смещением соответствующей характеристики НЭ на величину заданной э. д. с. влево или вправо от начала координат, в зависимости от направления э. д. с. Затем, на основании первого закона Кирхгофа, строится результирующая характеристика. Она получается смещенной относительно начала координат на величину э. д. с. ( $E$ ), которую можно рассматривать как э. д. с. эквивалентной цепи.

Так как сумма токов в узле равна нулю, то в эквивалентной цепи ток отсутствует. Следовательно, значение э. д. с. ( $E$ ) равно разности потенциалов верхнего узла относительно нижнего узла исходной схемы.

Отсюда находят напряжение в каждом НЭ

$$U_{HЭк} = E_k - E$$

Ток в каждом НЭ определяется по соответствующей вольт-амперной характеристике.

#### **Последовательность решения задачи**

1. Задаться положительным направлением токов в ветвях схемы.
2. На основании второго закона Кирхгофа построить эквивалентные вольт-амперные характеристики для ветвей.
3. На основании первого закона Кирхгофа построить результирующую вольт-амперную характеристику всей электрической цепи.
4. По результирующей вольт-амперной характеристике определить напряжения на каждом НЭ и токи в каждой ветви по соответствующим вольт-амперным характеристикам.

#### **Пример решения задачи**

Для заданной электрической схемы (рис. 6.2, а) с известными параметрами  $E_1 = 12$  В,  $E_2 = 10$  В,  $E_3 = 3$  В,

$R_l = 200$  Ом, НЭ1, НЭ2 и НЭ3 (вольт-амперные характеристики которых приведены на рис. 6.3) определить токи в ветвях и напряжения на НЭ.

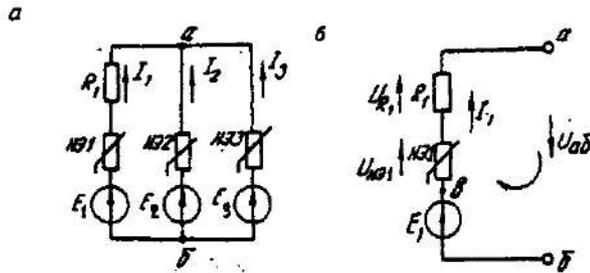


Рис. 6.2. Заданная (а) и расчетная (б) электрические схемы

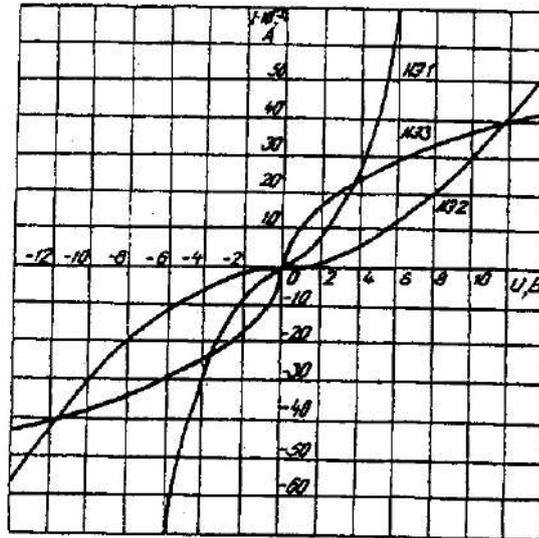


Рис. 6.3. Вольт-амперные характеристики нелинейных элементов

1. Задаемся положительным направлением токов во всех ветвях цепи.
2. Так как каждый из токов является нелинейной функцией падения напряжения на своем НЭ, необходимо выразить его в функции одного переменного напряжения  $U_{ab}$  между узлами  $a$  и  $b$ .

Рассмотрим первую ветвь, содержащую последовательно соединенные резистор  $R_1$ , НЭ1 и источник постоянной э. д. с.  $E_1$  (рис. 6,2, б).

На основании второго закона Кирхгофа для контура, указанного на рис. 6.2, б круговой стрелкой, запишем

$$E_1 = U_{ab} + U_{R1} + U_{H1} \text{ или } U_{ab} = E_1 - (U_{R1} + U_{H1}).$$

Если э. д. с. ( $E_1$ ) действует в направлении выбранного положительного тока, т. е.  $E_1 > 0$ , то при положительном токе она способствует прохождению тока и при  $E_1 < U_{ab}$  уменьшает значение.

На рис. 6.4 изображены характеристики первого нелинейного элемента  $I_1 = f(U_{H1})$ , резистора  $I_1 = f(U_{R1})$ , суммарная

$I_1 = f(U_{ab})$  и прямая, соответствующая  $E_1 > 0$ . Здесь же нанесена результирующая характеристика  $I_1 = f(U_{ab})$ .

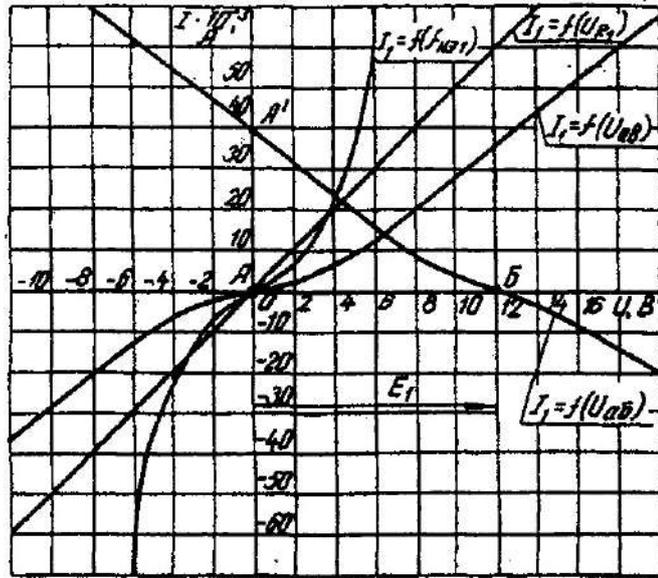


Рис. 6.4. Вольт-амперные характеристики первого нелинейного элемента

Для т. А кривой  $I_1 = f(U_{HЭ1})$  напряжение на первом нелинейном элементе будет равно нулю ( $U_{HЭ1} = 0$ ) при  $I_1 = 0$ . При этом  $U_{aб} = E_1$  т. е. начало) кривой  $I_1 = f(U_{aб})$  сдвинуто в точку Б, в которой  $U_{aб} = E_1$ . Росту  $U_{aб}$ , при  $U_{aб} > 0$  соответствует уменьшение  $U_{aб}$ . Для точки А' при  $U_{aб} = E_1$ ,  $U_{aб} = 0$ . Росту  $U_{aб}$  при  $U_{aб} < 0$  отвечает увеличение  $U_{aб}$ , причем  $U_{aб} > E_1$ .

Аналогичным образом перестраивают кривые  $I_2 = f(U_{HЭ2})$  и  $I_3 = f(U_{HЭ3})$  для других ветвей схемы (рис. 6.5 и 6.6).

3. Нанесем кривые  $I_1 = f(U_{aб})$ ,  $I_2 = f(U_{aб})$  и  $I_3 = f(U_{aб})$  на одном рисунке и построим результирующую вольт-амперную характеристику  $I = f(U_{aб})$  просуммировав ординаты кривых (рис. 6.7).

4. Точка А пересечения кривой  $I = f(U_{aб})$  с осью абсцисс дает значение  $S_{aб}$ , при котором удовлетворяется уравнение

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0.$$

Восстанавливаем в этой точке перпендикуляр к оси абсцисс до пересечения с кривыми  $I_1 = f(U_{aб})$ ,  $I_2 = f(U_{aб})$  и  $I_3 = f(U_{aб})$  и находим токи  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$  как по величине, так и по знаку.

Для рассматриваемого примера имеем (см. рис. 6.7), А

$$\begin{aligned} I_1 &= 15 \cdot 10^{-3}; \\ I_2 &= 5 \cdot 10^{-3}; \\ I_3 &= -20 \cdot 10^{-3} \text{ в} \end{aligned}$$

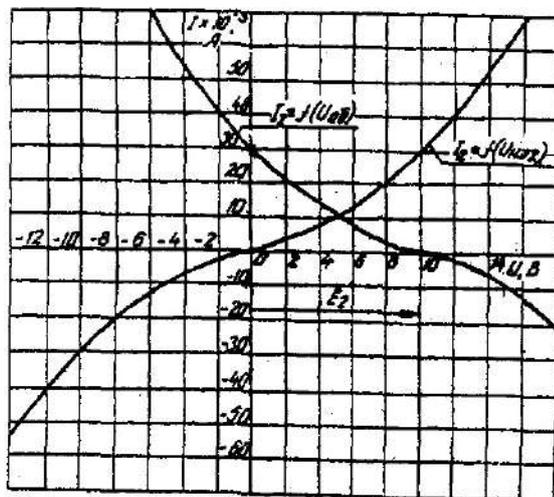


Рис. 6.5. Вольт-амперные характеристики второго нелинейного элемента

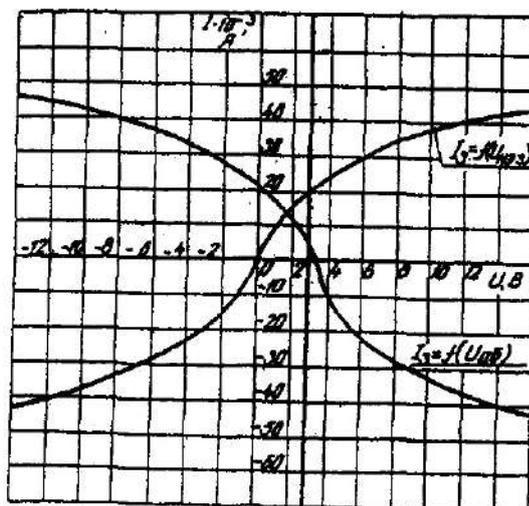


Рис 6.6. Вольт-амперные характеристики третьего нелинейного элемента  
Сделаем проверку

$$I_1 + I_2 + I_3 = 15 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-3} - 20 \cdot 10^{-3} = 0 \text{ A.}$$

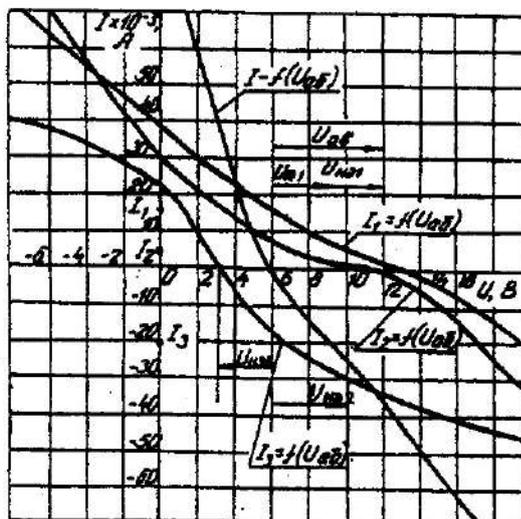


Рис. 6.7. Результирующие вольт-амперные характеристики

Располагая построенными характеристиками, легко находим напряжения на всех нелинейных элементах цепи (см. рис. 6.7):

$$U_{HЭ1} = 3; U_{HЭ2} = 2; U_{HЭ3} = 3.$$

## ЗАДАЧА 7. РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

### 7.1. Неразветвленные магнитные цепи

#### Методические указания

Магнитной цепью называют совокупность магнитодвижущих сил (МДС), ферромагнитных тел или каких-либо иных тел или сред, по которым замыкается магнитный поток.

Магнитные цепи могут быть подразделены на неразветвленные (рис. 1) и разветвленные (рис. 2).

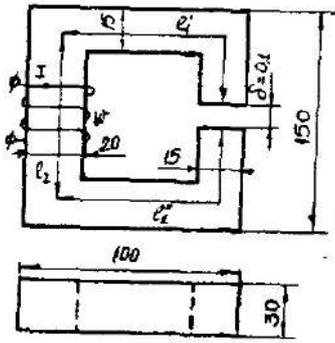


Рис. 7.1. Неразветвленная магнитная цепь

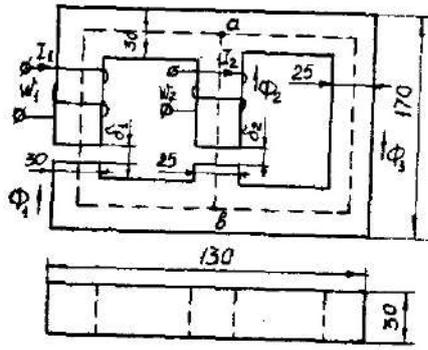


Рис. 7.2. Разветвленная магнитная цепь

Основными величинами, характеризующими магнитное поле и используемыми при расчете к анализу магнитных цепей, являются магнитная индукция  $B$  и напряженность магнитного поля  $H$ .

Эти величины связаны между собой зависимостью:

$$B = \mu_0 \cdot \mu \cdot H$$

где  $\mu_0$  — постоянная, характеризующая свойства вакуума,

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$$

$\mu$  — относительная магнитная проницаемость.

$$H = 0,8 \cdot 10^6 B$$

Магнитную индукцию  $B$  измеряют в теслах ( $1 \text{ Тл} = 1 \text{ Вс/м}^2$ ). Единицей напряженности магнитного поля  $H$  является  $1 \text{ А/м}$ ,

Магнитная индукция и напряженность магнитного поля — векторные величины.

Величиной, служащей для интегральной оценки магнитного поля, является магнитный поток  $\Phi$ , представляющий собой поток вектора магнитной индукции сквозь поверхность  $dS$

$$\Phi = \int_S B dS$$

Если магнитный поток проходит сквозь поверхность, расположенную перпендикулярно линиям магнитной индукции поля, то магнитный поток определяется по формуле

$$\Phi = BS$$

Магнитный поток измеряют в веберах ( $1 \text{ Вб} = 1 \text{ Вс}$ ).

Магнитное поле создается электрическими токами. Напряженность магнитного поля связана с токами, возбуждающими поле, законом полного тока, согласно которому линейный интеграл вектора напряженности магнитного поля вдоль замкнутого контура равен алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром

$$\oint H dl = \sum I$$

где  $l$  — длина участка магнитной цепи, вдоль которого идет интегрирование. Длина участка отсчитывается по средней линии магнитопровода.

Заменив интеграл суммой интегралов по участкам и учитывая, что пределах одного участка магнитная цепь имеет одинаковое поперечное сечение и одинаковую магнитную проницаемость, получим закон полного тока в общем виде

$$\sum_K H_K l_K = \sum I w$$

где  $H_K$  — напряженность магнитного поля на каждом участке магнитной цепи;

$l_K$  — длина каждого участка магнитной цепи;

$w$  — число витков катушки.

Произведение числа витков катушки  $w$  на протекающий по ней ток  $I$  называют магнитодвижущей силой катушки  $F$ .

$$\sum I_w = \sum F$$

МДС вызывает магнитный поток в магнитной цепи подобно тому, как ЭДС вызывает электрический ток в электрической цепи. Как и ЭДС, МДС величина векторная. Положительное направление МДС совпадает с движением острия правого винта, если его вращать по направлению тока в обмотке.

Падением магнитного напряжения  $U_{MAB}$  между точками а и b магнитной цепи, называют произведением  $H_{AB}$ . Здесь  $l$  - длина пути между точками а и b.

Магнитное напряжение измеряют в амперах (А).

Если участок магнитной цепи между точками а и b может быть подразделен на n отдельных частей так, что для каждой части  $H=H_K$  постоянно, то

$$U_{MAB} = \sum_{K=1}^{K=n} H_K l_K$$

Отношение падения магнитного напряжения  $U_M$  к магнитному потоку  $\Phi$  называют магнитным сопротивлением цепи

$$\Phi_w = \Psi = Li$$

$$R_M = \frac{U_M}{\Phi} = \frac{l}{\mu_0 \mu S}$$

Величину, обратную магнитному сопротивлению называют магнитной проводимостью цепи

$$G_M = \frac{1}{R_M} = \frac{\mu_0 \mu S}{l}$$

Соотношение  $\Phi = \frac{U_M}{R_M}$  - называют законом Ома для магнитной цепи.

Надо отметить, что между магнитными и электрическими величинами есть формальная аналогия. Аналогом тока в электрической цепи является поток в магнитной цепи. Аналогом ЭДС — МДС. Аналогом падения напряжения на участке электрической цепи падение магнитного напряжения. Аналогом вольтамперной характеристики нелинейного сопротивления — веберная характеристика участка магнитной цепи.

Соответствие электрических и магнитных величин можно представить в виде таблицы (табл. 7.1).

Таблица 7.1

Таблица соответствия электрических и магнитных величин

Электрические величины	Магнитные величины
I – ток, А	$\Phi$ – магнитный поток, Вб
E – ЭДС, В	F – МДС, А
U – напряжение, В	$U_M$ – магнитное напряжение, А
R – сопротивление, Ом	$R_M$ – магнитное сопротивление, 1/Гн
G – проводимость, 1/Ом	$G_M$ – магнитная проводимость,

При расчете и анализе магнитных цепей используют первый и второй законы Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа: алгебраическая сумма магнитных потоков в любом узле магнитной цепи равна нулю:

$$\sum \Phi = 0$$

Второй закон Кирхгофа: алгебраическая сумма падений магнитного напряжения вдоль любого замкнутого контура равна алгебраической сумме МДС вдоль того же контура:

$$\sum U_M = \sum I_w$$

В качестве примера составим уравнения по законам Кирхгофа для разветвленной магнитной цепи, изображенной на рис. 7.2.

Произвольно выбираем направление потоков в ветвях. Для узла “а” составим уравнение по первому закону Кирхгофа

$$\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0$$

По второму закону Кирхгофа составляем уравнение для контура, состоящего из левой и средней ветвей.

$$H_1 l_1 + H_1 \delta_2 - H_2 l_2 + H_2 \delta_2 = I_1 w_1 - I_2 w_2$$

Под вебер-амперной характеристикой понимают зависимость потока  $\Phi$  по какому-либо участку магнитной цепи от падения магнитного напряжения на этом участке  $U_M$ .

$$\Phi = \int (U_M)$$

Расчет неразветвленной магнитной цепи разделяют на прямую и обратную задачи.

### 7.1.1. Прямая задача. Определить МДС цепи по заданному магнитному потоку

Порядок расчета следующий:

1) магнитная цепь разбивается на участки, имеющие одинаковое сечение и одинаковую магнитную проницаемость;

2) по известным геометрическим размерам магнитного сердечника определяются длины  $l$  и площади поперечного сечения выделенных участков;

3) исходя из постоянства магнитного потока, вдоль всей цепи определяются значения магнитной индукции для выделенных участков магнитной цепи по заданному магнитному потоку;

4) по заданной кривой намагничивания определяются значения напряженности магнитного поля для известных значений магнитной индукции.

Напряженность поля и воздушном зазоре определяется по формуле:

5) подсчитывается сумма падений магнитного напряжения вдоль всей магнитной цепи  $\sum H_K l_K$  и на основании закона полного тока приравнивается эта сумма полному току  $I_w$  или МДС.

$$\sum H_K l_K = I_w$$

Пример. Геометрические размеры магнитной цепи даны на рис. 4. Найти какой ток должен протекать по обмотке с числом витков  $w=500$  чтобы магнитная индукция в воздушном зазоре  $B_\delta=1$  Тл.

Решение. Магнитную цепь разбиваем на три участка:

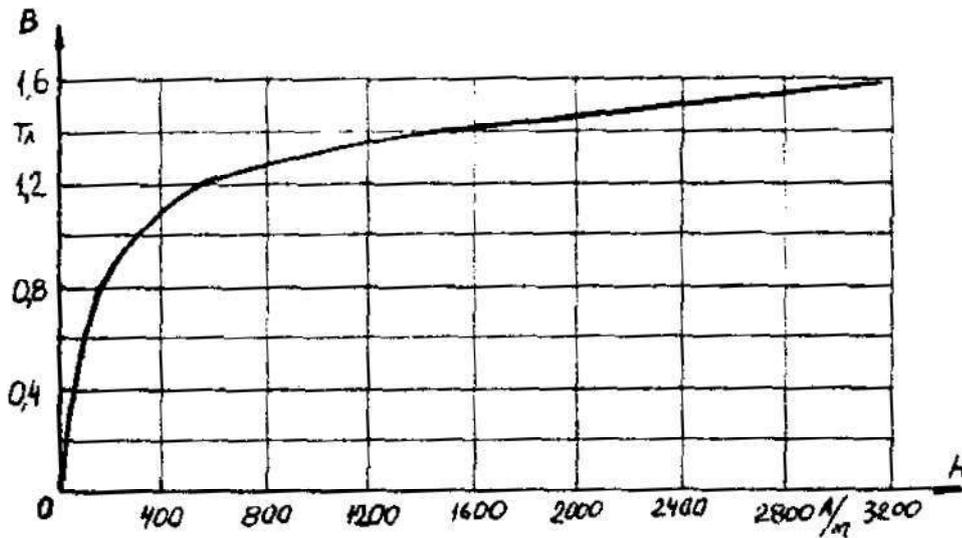


Рис. 7.4. Кривая намагничивания

$$l_1 = l_1 + l_1' = 30 \text{ см}$$

$$S_1 = 4,5 \text{ см}^2$$

$$l_2 = 13,5 \text{ см}$$

$$S_2 = 6 \text{ см}^2$$

Воздушный зазор

$$\delta = 0,01 \text{ см}$$

$$S_2 = S_1 = 4,5 \text{ см}^2$$

Индукция

$$B_1 = B_\delta = 1 \text{ Тл}$$

Индукцию на участке  $l_2$  найдем, разделив поток  $\Phi = B_\delta S_\delta$  на сечение  $S_2$  второго участ-

ка

$$B_2 = \frac{\Phi}{S_2} = \frac{B_\delta S_\delta}{S_2} = \frac{1 \cdot 4,5}{6} = 0,75 \text{ Тл}$$

Напряженности поля на первом и втором участках определяем согласно кривой намагничивания (рис. 4) по известным значениям  $B_1$  и  $B_2$ ;

$$H_1 = 300 \text{ А/м}; H_2 = 115 \text{ А/м}$$

Напряженность поля в воздушном зазоре

$$H_\delta = 0,8 \cdot 10^6 \cdot B_\delta = 0,8 \cdot 10^6 \cdot 1 = 8 \cdot 10^5 \text{ А/м}$$

Определяем падение магнитного напряжения вдоль всей магнитной цепи:

$$\begin{aligned} \sum H_K l_K &= H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_\delta \delta = 300 \cdot 0,3 + 115 \cdot 0,135 + \\ &+ 8 \cdot 10^5 \cdot 10^{-4} = 185,6 \text{ А} \end{aligned}$$

Ток в обмотке

$$I = \frac{\sum H_K l_K}{w} = \frac{185,6}{500} = 0,371 \text{ А}$$

### 7.1.2. Обратная задача. Определить магнитный поток в цепи по заданной МДС

#### Условие задачи:

Для заданной магнитной цепи (рис. 7.2.) с известными параметрами (таб. 7.2.). Найти магнитные потоки в магнитной цепи.

Примечание – геометрические размеры даны в мм, кривая намагничивания дана на рис. 7.4.

#### Порядок решения обратной задачи следующий:

- 1) магнитная цепь разбивается на участки с одинаковыми сечением и магнитной проницаемостью. Определяются длины и сечения этих участков;
- 2) строится вебер-амперная характеристика  $\Phi = \int (U_M)$  цепи;
- 3) пользуясь вебер-амперной характеристикой, по заданной, МДС определяют магнитный поток  $\Phi$ .

Пример. Найти магнитную индукцию в воздушном зазоре магнитной цепи (рис. 7.1), если  $Iw = 350$  А. Кривая намагничивания представлена на рис. 7.4.

Решение. Строим вебер-амперную характеристику. Для этого задаемся значениями  $B_\delta$ ; равными 0,5; 1,1; 1,2 и 1,3 Тл, и для каждого из них определяем параметры, указанные в табл. 1. Так же, как и в предыдущей задаче определяем  $\sum H_K l_K$

Результаты расчетов сводим в табл. 7.2.

Результаты расчетов для построения  $\Phi = \int (U_M)$

Таблица 7.2

$B_\delta$ , Тл	0,5	1,1	1,2	1,3
$B_1$ , Тл	0,5	1,1	1,2	1,3
$B_2$ , Тл	0,375	0,825	0,9	0,975
$H_1$ , А/м	50	460	700	1020
$H_2$ , А/м	25	150	200	300
$H_\delta$ , А/м	$4 \cdot 10^5$	$8,8 \cdot 10^5$	$9,6 \cdot 10^5$	$10,4 \cdot 10^5$
$\sum H_K l_K$ , А	58,3	246,3	333	450,5
$\Phi$ , Вб	$22,5 \cdot 10^{-5}$	$49,5 \cdot 10^{-5}$	$54 \cdot 10^{-5}$	$58,5 \cdot 10^{-5}$

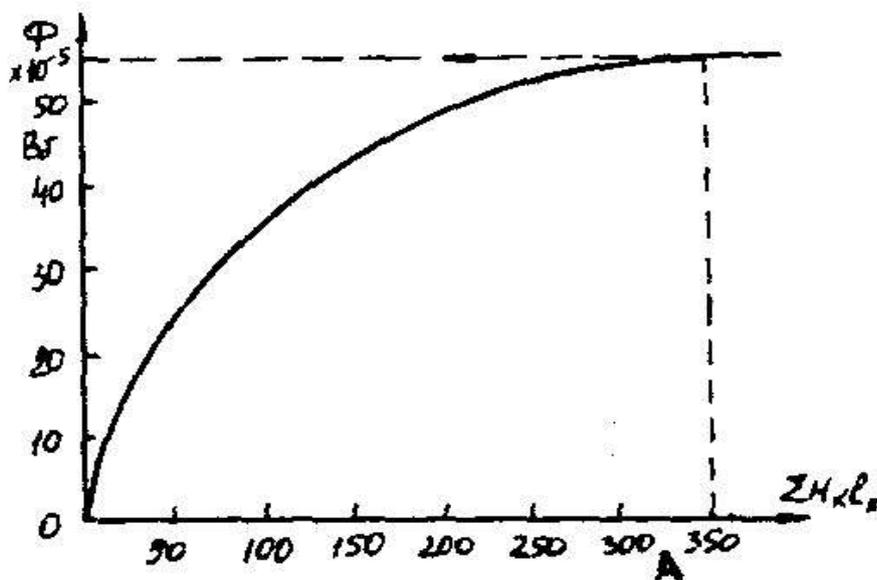


Рис. 7.5. Вебер-амперная характеристика цепи

По данным табл. 7.2 строим вебер-амперную характеристику  $\Phi = \int (U_M)$  (рис. 7.5) и по ней определяем, что при  $Iw = 350 \text{ A}$

$$\Phi = 55 \cdot 10^{-5} \text{ Вб}$$

$$\text{Следовательно, } B_\delta = \frac{\Phi}{S_\delta} = \frac{55 \cdot 10^{-5}}{4,5 \cdot 10^{-4}} = 1,21 \quad \text{Тл}$$

Расчет разветвленной магнитной цепи аналогичен соответствующей электрической с сосредоточенными параметрами.

Так как, магнитные цепи являются нелинейными, то методы их расчета при этих условиях аналогичны методам расчета нелинейных электрических цепей. Все методы расчета электрических цепей с нелинейными сопротивлениями полностью применимы к расчету магнитных цепей, так как и магнитные, к электрические цепи подчиняются одним и тем же законам - законам Кирхгофа.

В качестве примера рассмотрим расчет разветвленной цепи методом двух узлов.

Найти магнитные потоки в ветвях магнитной цепи (рис. 7.2). Геометрические размеры даны в мм. Кривая намагничивания представлена на рис. 4.  $I_1 w_1 = 80 \text{ A}$ ;  $I_1 w_1 = 300 \text{ A}$ ; зазоры  $\delta_1 = 0,05 \text{ мм}$  и  $\delta_2 = 0,22 \text{ мм}$ .

**Решение.** Составим электрическую схему замещения магнитной цепи (рис. 7.6). Узловые точки обозначим буквами «а» и «б».

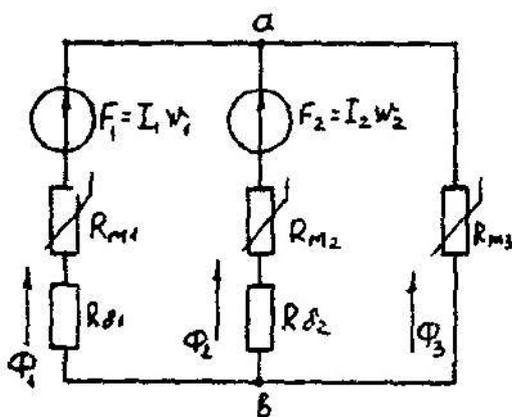


Рис. 7.6. Схема замещения магнитной цепи

Определим длины участков магнитной цепи

$$l_1 = 0,24 \text{ м}; \quad l_2 = 0,138 \text{ м};$$

$$l_3' = 0,1 \text{ м}; \quad l_3'' = 0,14 \text{ м}.$$

Длинам  $l_3'$  и  $l_3''$  участки третьей ветви, имеющей площади сечения 9 и 7,5  $\text{см}^2$ .

Выберем положительные направления магнитных потоков  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  и  $\Phi_3$  к узлу «а».

Построим зависимость потока от падения магнитного напряжения первой ветви  $U_{M1}$ . Для этого произвольно задаемся рядом числовых значений  $\Phi_1$ , для каждого значения находим индукцию  $B_1$  и по кривой намагничивания — напряженность  $H_1$  на пути в стали по первой ветви.

Магнитное напряжение на первом участке

$$U_{M1} = H_1 l_1 + 0,8 \cdot 10^5 B_1 \delta_1$$

Таким образом, для каждого значения потока  $\Phi_1$  подсчитываем  $U_{M1}$  и по точкам строим зависимость  $\Phi_1 = \int (U_{M1})$  (кривая 1 рис. 7.7). Аналогично строим зависимость

$$\Phi_2 = \int (U_{M2}) \quad (\text{кривая 2 рис. 7.7})$$

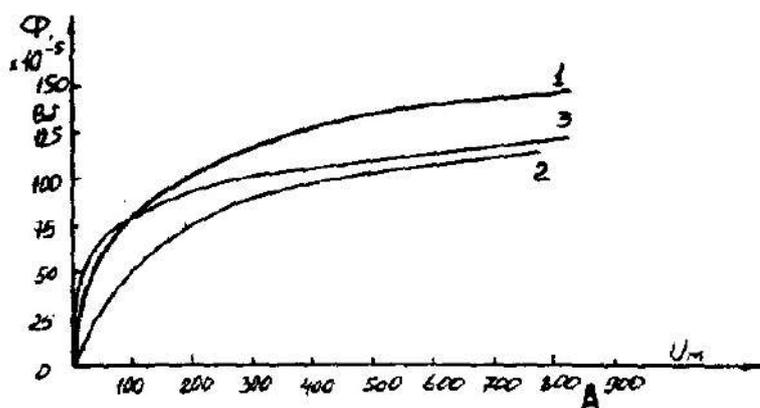


Рис. 7.7. Вебер-амперные характеристики ветвей

Кривая 3 (рис. 7.7) есть зависимость  $\Phi_3 = \int(U_{M3})$

$$U_{M3} = H_3^{\cdot} l_3 + H_3^{\cdot\cdot} l_3^{\cdot\cdot}$$

Для определения потоков  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  и  $\Phi_3$  постройте зависимости этих потоков от магнитного падения напряжения  $U_{Mab}$  между узлами «а» и «б» (рис. 7.6).

Запишем уравнение по второму закону Кирхгофа для первой ветви:

$$F_1 = I_1 w_1 = U_{M1} + U_{Mab}$$

отсюда

$$U_{Mab} = I_1 w_1 - U_{M1}$$

Согласно выражению приведенному выше строим зависимость  $\Phi_1 = \int(U_{Mab})$  (рис.

7.8). Для этого кривую 1 (рис. 7.7) при переносе на рис.7.8 смещаем вправо на величину  $I_1 w_1$  и, так как перед  $U_{M1}$  стоит знак “-“, зеркально отобразим относительно вертикальной оси.

Запишем уравнение по второму закону Кирхгофа для второй ветви

$$I_2 w_2 = U_{M2} + U_{Mab}$$

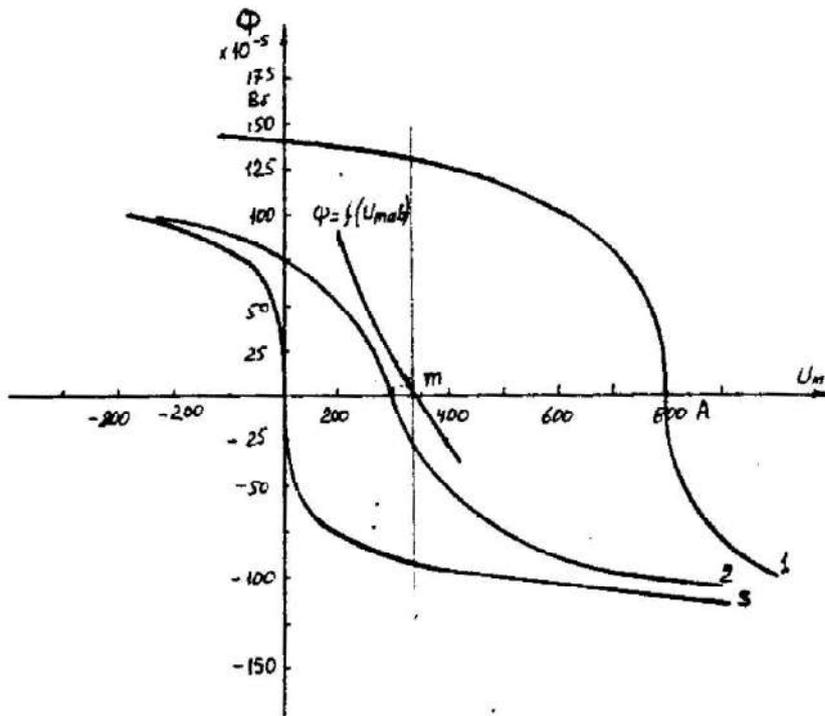


Рис. 7.8. Графическое решение задачи

отсюда

$$U_{Mab} = I_2 w_2 - U_{M2}$$

Построим зависимость  $\Phi_2 = \int(U_{Mab})$  (рис. 7.8). Для этого кривую 2 (рис. 7.7) смещаем вправо от начала координат на величину  $I_2 w_2$  и зеркально отобразим относительно вертикальной оси.

В аналогичном порядке строим зависимость  $\Phi_3 = \int(U_{Mab})$  (рис. 7.8)

$$U_{Mab} = U_{M1}$$

Зависимость

$\Phi_3 = \int(U_{Mab})$  так же, как и кривая 3 (рис. 7.7) проходит через начало координат.

Построим кривую  $\Phi = \int(U_{Mab})$  (рис. 7.8)

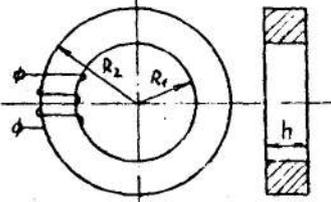
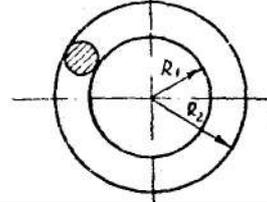
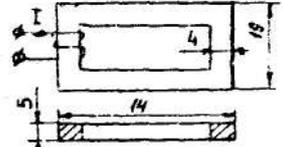
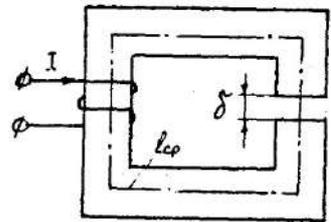
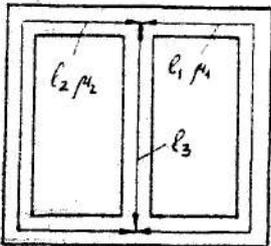
$$\text{Где } \Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3$$

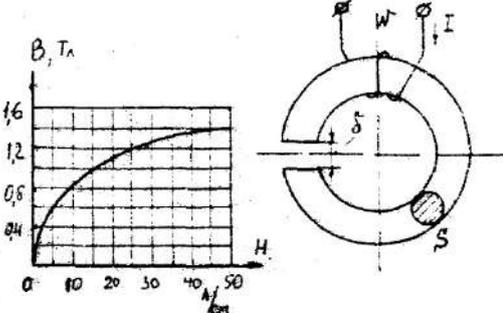
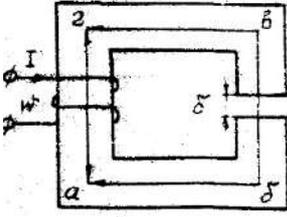
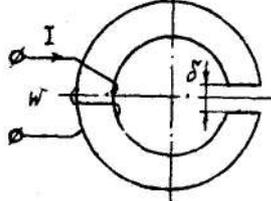
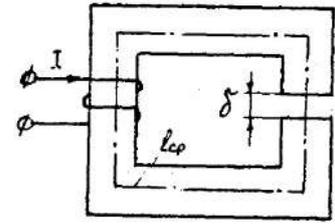
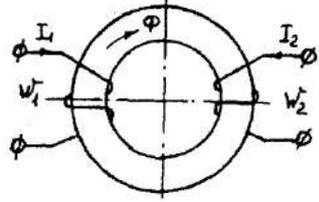
Точка (m) пересечения кривой  $\Phi = \int(U_{Mab})$  с осью абсцисс дает значение  $U_{Mab}$ , удовлетворяющее первому закону Кирхгофа  $\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0$ .

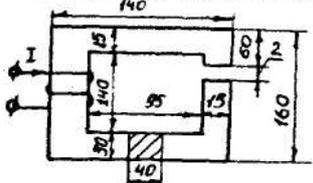
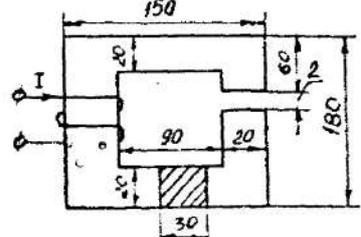
Восстановим в этой точке перпендикуляр к оси абсцисс. Ординаты пересечения перпендикуляра с кривыми дадут значения магнитных потоков в ветвях;

$$\Phi_1 = 126,2 \cdot 10^{-5} \text{ Вб}; \Phi_2 = -25 \cdot 10^{-5} \text{ Вб}; \Phi_3 = -101,2 \cdot 10^{-5} \text{ Вб}.$$

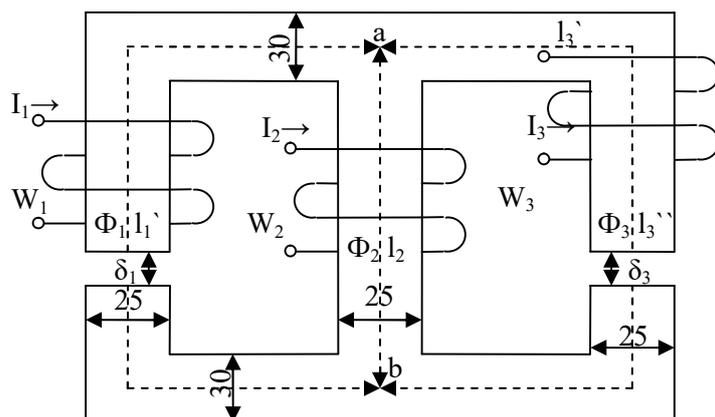
В результате расчета потоки  $\Phi_2$  и  $\Phi_3$ , оказались отрицательными. Это означает, что в действительности они направлены противоположно выбранным ранее для них направлениям, показанным на рис. 7.2 и рис. 7.6.

Номер варианта	Содержание задания	
1	Катушка с количеством витков $w = 1000$ равномерно намотана на ферромагнитный сердечник с размерами: $R_1 = 8$ см; $R_2 = 12$ см, $h = 15$ см. Значение магнитного потока $\Phi = 0,025$ Вб, магнитная проницаемость $\mu = 2080$ . Определить ток в катушке.	
2	На ферромагнитный сердечник равномерно намотана обмотка, $w = 2000$ витков. По обмотке протекает ток $I = 0,1$ А. Магнитная проницаемость $\mu = 1000$ . Определить значение магнитного потока в сердечнике.	
3	Определить ток в катушке, если значение магнитного потока в сердечнике с магнитной проницаемостью $\mu = 1000$ , $\Phi = 0,025$ Вб. Число витков $w = 1500$ .	
4	Катушка равномерно намотана на ферромагнитный сердечник с размерами $R_1 = 8$ см, $R_2 = 12$ см (см. рис. варианта 2). Магнитный поток в сердечнике $\Phi = 50 \cdot 10^{-3}$ Вб создается намагничивающей силой $F = 4000$ А. Определить магнитную проницаемость сердечника $\mu$	
5	В стальном сердечнике, кривая намагничивания которого представлена на рис. варианта 10, магнитная индукция $B = 1,2$ Тл, $l_{cp} = 30$ см. Какой воздушный зазор $\delta$ нужно сделать в сердечнике, чтобы индукция уменьшилась в 1,5 раза. Ток в катушке поддерживается постоянным.	
6	Катушка равномерно намотана на сердечник (см. рис. варианта 1) с размерами: $R_1 = 10$ см; $R_2 = 14$ см. Магнитная проницаемость сердечника $\mu = 1000$ ; число витков обмотки $W = 1000$ ; сила тока в обмотке $I = 0,2$ А. Определить значение магнитного потока в сердечнике.	
7	  <p>Магнитопровод (рис .а) с одинаковым сечением всех ветвей <math>S = 1</math> см<sup>2</sup> имеет размеры: <math>l_1 = l_2 = 125,2</math> см; <math>l_3 = 62,5</math> см; <math>\mu_1 = 200</math>; <math>\mu_2 = 100</math>; <math>\mu_3 = 100</math>. Такой магнитопровод можно заменить эквивалентной схемой (рис б), эквивалентное магнитное сопротивление <math>R_m</math>.</p>	
8	Катушка, намотанная на тороидальный сердечник круглого сечения, имеет $w = 200$ витков. Размеры сердечника (см. рис. варианта 2): $R_1 = 10$ см; $R_2 = 20$ см; $\mu = 800$ . Определить максимальное значение магнитной индукции внутри сердечника, ток в катушке $I = 1$ А.	

9	<p>Определить индуктивность <math>L</math> катушки, если магния проницаемость сердечника <math>\mu = 10^3</math> Гн/м. Число витков <math>W = 100</math>. Размеры сердечника указаны на рис. варианта 3 в сантиметрах.</p>
10	<p>Намагничивающая сила катушки <math>f = 1860</math> А; длина средней линии кольца <math>l_{cp} = 69,9</math> см; сечение <math>S = 10</math> см<sup>2</sup>; зазор <math>\delta = 0,1</math> см. Пользуясь характеристикой стали <math>B = f(H)</math>, вычислить, магнитный поток в кольце.</p> 
11	<p>На участке <math>ab\gamma</math> стальной сердечник имеет сечение <math>S_1 = 12</math> см<sup>2</sup>, длина средней линии на этом участке <math>l = 22</math> см. На участке <math>ag</math> сечение сердечника <math>S_2 = 6</math> см<sup>2</sup>. Намагничивающая сила обмоток <math>F = 450</math> А; магнитный поток <math>\Phi = 6 \cdot 10^{-4}</math> Вб. Кривая намагничивания представлена на рис. Варианта 10. Определить длину участка <math>ag</math>, если величина воздушного зазора <math>\delta = 0,1</math> мм.</p> 
12	<p>Найти <math>R_m</math> воздушного зазора постоянного магнита и магнитный поток, если <math>\delta = 0,5</math> см, площадь поперечного сечения воздушного зазора <math>S = 1,5</math> см<sup>2</sup>. Магнитное напряжение на воздушном зазоре <math>1920</math> А.</p>
13	<p>Длина стальной части сердечника <math>l_{cp} = 138</math> см; воздушный зазор <math>\delta = 0,1</math> мм. Кривая намагничивания материала сердечника представлена на рис. варианта 10. Определить намагничивающую силу <math>F</math> обмотки, которая создала бы в воздушном зазоре индукцию <math>B = 1</math> Тл.</p> 
14	<p>В стальном сердечнике, кривая намагничивания которого представлена на рис. варианта 10, магнитная индукция <math>B = 1</math> Тл, <math>l_{cp} = 20</math> см. Какой воздушный зазор <math>\delta</math> нужно сделать в сердечнике, чтобы индукция уменьшилась в два раза. Ток в катушке поддерживается постоянным.</p> 
15	<p>На стальное кольцо, средняя длина которого, <math>l_{cp} = 120</math> см, намотаны две обмотки: <math>W_1 = 100</math> витков и <math>W_2 = 500</math> витков. Известен ток второй обмотки <math>I_2 = 2</math> А и кривая намагничивания сердечника (см. рис. варианта 10). Определить ток первой обмотки, который обеспечил бы в сердечнике индукцию <math>B = 1,2</math> Тл</p> 

16	<p>Определить МДС и ток обмотки, если в воздушном зазоре цепи требуется получить <math>B_{\delta}=1,4</math> Тл. Число витков обмотки <math>W=1000</math>, кривая намагничивания стали приведена на рис. варианта 10.</p>	
17	<p>для магнитопровода, изображенного на рис. варианта 5, задано: <math>l_1=15</math> см; <math>l_2=5</math> см; <math>\delta=2</math> мм; <math>l_3=l_5=6</math> см, <math>l_4=17</math> см ; <math>l_6=32</math> см; <math>H_1=H_2=H_3=H_4=H_5=H_6=8</math> А/см; <math>W=100</math> витков. Определить ток.</p>	
18	<p>Пользуясь характеристикой стали <math>B=f(H)</math>, изображенной на рис. варианта 10, вычислить магнитный поток в кольце, если намагничивающая сила катушки <math>F=2000</math> А; длина средней линии кольца 75 см; <math>S=10</math> см; зазор <math>\delta=0,1</math> см.</p>	
19	<p>Определить индуктивность <math>L</math> катушки, если абсолютная магнитная проницаемость сердечника <math>\mu = 3 \cdot 10^4</math> Гн/м. Число витков <math>W=200</math>. Размеры сердечника указаны на рис. варианта 3 в сантиметрах.</p>	
20	<p>Катушка намотана на ферромагнитный сердечник (рис. варианта 1). размеры сердечника: <math>R_1=10</math> см; <math>R_2=16</math> см; <math>h=16</math> см. Значение магнитного потока <math>\Phi=0,040</math> Вб, магнитная проницаемость <math>\mu=2080</math>. Определить число витков катушки при токе <math>I=2</math> А.</p>	
21	<p>Длина стальной части сердечника, представленного на рис. варианта 10 <math>l_{cp}=69,9</math> см, воздушный зазор <math>\delta=0,1</math> мм. Кривая намагничивания материала сердечника представлена на рис. варианта 10. Определить намагничивающую силу <math>F</math> обмотки, которая создала бы в воздушном зазоре индукцию <math>B=3</math> Тл.</p>	
22	<p>Определить число витков обмотки, если в воздушном зазоре цепи требуется получить <math>B_{\delta}= 2,6</math> Тл. Ток, протекающий по обмотке, <math>I=10</math> А. Кривая намагничивания стали приведена на рис. варианта 10.</p>	
23	<p>Найти <math>R_m</math>, воздушного зазора постоянного магнита и магнитный поток, если <math>\delta=0,2</math> см, площадь поперечного сечения воздушного зазора <math>S_{\delta}=1,5</math> см<sup>2</sup>. Магнитное напряжение на воздушном зазоре 2400 А.</p>	
24	<p>Определить значение магнитного потока сердечнике, изображенном на рис. варианта 1. Размеры сердечника <math>R_1=12</math> см; <math>R_2=18</math> см; <math>h=10</math> см. По обмотке с числом витков <math>W=3000</math> протекает ток <math>I=2</math> А. Магнитная проницаемость <math>\mu=1000</math>.</p>	

## 2.2. Разветвленная цепь синусоидального тока



$$\begin{array}{lll}
 I_1' = 0,24 \text{ м} & S_1 = 9 \text{ см}^2 & U_{\text{Маb}} - ? \\
 I_2 = 0,138 \text{ м} & S_2 = 7,5 \text{ см}^2 & \Phi = \int (U_{ab}) \\
 I_3'' = 0,14 \text{ м} & S_3'' = 7,5 \text{ см}^2 & \Phi_1, \Phi_2, \Phi_3 - ? \\
 I_3' = 0,1 \text{ м} & S_3' = 9 \text{ см}^2 &
 \end{array}$$

Рис. 7.9.

Таблица 7.4

Варианты	$I_1 w_1, \text{ A}$	$I_2 w_2, \text{ A}$	$I_3 w_3, \text{ A}$	$\delta_1, \text{ мм}$	$\delta_2, \text{ мм}$	$\delta_3, \text{ мм}$
1	300	800	0	0	0,05	0,22
2	0	300	550	0,05	0,11	0
3	600	0	300	0,22	0	0,11
4	800	400	0	0	0,22	0,11
5	0	500	600	0,11	0	0,05
6	600	0	0	0	0,05	0,11
7	300	500	0	0,22	0	0,05
8	0	300	800	0,11	0,22	0
9	800	0	600	0,05	0	0,22
10	600	300	0	0,22	0,11	0
11	0	300	600	0	0,22	0,11
12	400	0	800	0,11	0	0,22
13	500	300	0	0,22	0,05	0
14	0	800	300	0	0,11	0,22
15	800	0	300	0,11	0,05	0
16	400	600	0	0,05	0	0,11
17	0	600	400	0	0,22	0,05
18	800	0	300	0,22	0,11	0
19	500	800	0	0,15	0	0,11
20	0	500	400	0	0,15	0,11
21	550	0	600	0,22	0,15	0
22	500	600	0	0,05	0	0,15
23	0	600	300	0	0,11	0,15
24	300	0	600	0,15	0,05	0

### Задача 8. ТРАНСФОРМАТОРЫ

#### Условие задачи

Паспортные данные трансформатора берут из табл. 8.1, где:

$m$  - число фаз,  $m=3$ ;

ВН/НН- $N$  - схема и группа соединения обмоток;

$S_H$  - номинальная полная мощность;

$U_{\text{лн}}^{\text{ВН}}$  - номинальное (линейное) напряжение обмотки ВН;

$U_{\text{лн}}^{\text{НН}}$  - номинальное (линейное) напряжение обмотки НН;

$P_{\text{он}}$  - потери холостого хода (мощность холостого хода при номинальном напряжении);

$P_{\text{кн}}$  - потери короткого замыкания (мощность короткого замыкания при напряжении короткого замыкания);

$u_k$  - напряжение короткого замыкания, %, где  $u_k = [U_{\text{кн}}/U_H] \cdot 100\%$ ;

$i_0$  - ток холостого хода, %, где  $i_0 = [I_{0\text{н}}/I_{1\text{н}}] \cdot 100\%$ .

При всех расчетах первичной считать обмотку ВН.

### Последовательность решения.

По известным паспортным данным сделать следующие расчеты и построения:

1. Начертить схему соединения обмоток трансформатора заданной группы и построить векторную диаграмму напряжений для доказательства, что начерченная схема соответствует заданной группе.

2. На схеме соединения обмоток трансформатора показать линейные и фазные напряжения и токи,

3. Определить номинальные фазные значения напряжений и токов ВН и НН:  $U_{1\text{н}}$ ,  $U_{2\text{н}}$ ,  $I_{1\text{н}}$ ,  $I_{2\text{н}}$ .

4. Рассчитать коэффициент трансформации -  $K$ .

5. Определить параметры Т-образной электрической схемы замещения трансформатора:  $R_m$ ,  $X_m$ ,  $R_l$ ,  $R'_2$ ,  $X_l$ ,  $X'_2$  (при расчете полагать  $R_l = R_2$  и  $X_l = X'_2$ ). Начертить Т-образную схему замещения с указанием всех параметров и величин.

6. Рассчитать параметры короткого замыкания  $R_K$ ,  $X_K$ ,  $Z_K$ ,  $u_{\text{ка}}$  (%),  $u_{\text{кр}}$  (%).

7. Составить упрощенную электрическую схему замещения трансформатора и определить фазные значения тока  $I_2$  и напряжения  $U_2$  при включении во вторичную цепь обмотки нагрузки  $Z_H$  (см. табл. 8.1). При расчете определить в комплексной форме приведенные значения тока  $I'_2$  и напряжения  $U'_2$  а затем их действующие значения  $I_2$ ,  $U_2$ .

Таблица 8.1

Исходные данные для задачи 8

Номер варианта	ВН/НН- $N$	$S_k$ , кВА	$U_{\text{лн}}^{\text{ВН}}$ , кВ	$U_{\text{лн}}^{\text{НН}}$ , кВ	$P_{\text{он}}$ , Вт	$P_{\text{кн}}$ , Вт	$U_k$ , %	$I_0$ , %	$Z_H$ , Ом
1	Y/ $\Delta$ - 11	160	35	0,4	700	2650	6,5	2,4	$3 + j3$
2	Y/ $Y_N$ - 0	160	35	0,69	700	2650	6,5	2,4	$3 + j2,25$
3	Y/ $\Delta$ - 11	250	35	0,4	1000	3700	6,5	2,3	$3 + j2,25$
4	Y/ $Y_N$ - 0	250	35	0,69	1000	3700	6,5	2,3	$1,6 + j1,2$
5	Y/ $\Delta$ - 11	400	6	0,4	2180	3700	3,5	2,1	$1,2 + j0,9$
6	Y/ $Y_N$ - 0	400	6	0,69	2180	3700	3,5	2,1	$1,1 + j1,0$
7	Y/ $\Delta$ - 11	630	6	0,4	1560	8500	5,5	2,0	$0,8 + j0,6$
8	Y/ $Y_N$ - 0	630	6	0,69	1560	8500	5,5	2,0	$0,7 + j0,7$
9	Y/ $\Delta$ - 11	320	6	0,4	1675	2630	2,5	2,2	$1,6 + j1,2$
10	Y/ $Y_N$ - 0	320	6	0,69	1675	2630	2,5	2,2	$1,4 + j1,4$
11	Y/ $Y_N$ - 0	630	35	0,69	1900	7600	6,5	2,0	$0,7 + j0,7$
12	Y/ $\Delta$ - 11	630	35	0,4	1900	7600	6,5	2,0	$0,6 + j0,8$
13	Y/ $Y_N$ - 0	400	35	0,69	1350	5500	6,5	2,1	$1,0 + j1,0$
14	Y/ $\Delta$ - 11	400	35	0,4	1350	5500	6,5	2,1	$0,6 + j0,8$
15	Y/ $Y_N$ - 0	250	6	0,23	660	3700	4,5	4	$0,2 + j0,15$
16	$\Delta$ / $Y_N$ - 11	250	10	0,69	660	4200	4,7	4	$2 + j1,5$
17	Y/ $\Delta$ - 11	400	10	0,23	920	5500	4,5	3,5	$0,4 + j0,3$

18	$\Delta/Y_N - 11$	400	6	0,69	920	5900	4,5	3,5	$1,2 + j0,9$
19	$Y/Y_N - 0$	630	10	0,4	1310	7600	5,5	3	$0,4 + j0,3$
20	$\Delta/Y_N - 11$	630	6	0,69	1310	8500	5,5	3	$0,8 + j0,6$
21	$Y/\Delta - 11$	200	6	0,4	875	2535	2,8	2,5	$2,4 + j1,8$
22	$Y/Y_N - 0$	200	6	0,69	875	2535	2,8	2,5	$2,4 + j1,8$
23	$Y/Y_N - 0$	250	6	0,4	740	3350	3,4	2,3	$2 + j1,5$
24	$Y/Y_N - 0$	250	6	0,69	740	3350	3,4	2,3	$2 + j1,5$

8. Определить значение коэффициента нагрузки при включении во вторичную цепь нагрузки  $Z_H$  и оптимальные значения коэффициента нагрузки трансформатора  $\beta_{\text{опт}}$ .

9. Рассчитать изменение вторичного напряжения при:

а) включении во вторичную цепь нагрузки  $Z_H$ ;

б) оптимальном коэффициенте нагрузки  $\beta_{\text{опт}}$  и  $\cos\varphi_2 = 0,95$  (созф2 устанавливает предприятию энергоснабжающая организация).

10. Определить КПД трансформатора при:

а) включении во вторичную цепь нагрузки  $Z_H$ ;

б) оптимальном коэффициенте нагрузки  $fW$  и  $\cos\varphi_2 = 0,95$ . Сравнить полученные в пунктах а и б значения к. п. д. и сделать вывод.

#### Методические рекомендации.

При расчете многофазных симметричных электрических цепей переменного тока расчеты выполняют, как правило, на одну фазу, т. е. используя фазные значения напряжений и токов, а все энергетические параметры: мощности на входе и выходе, потери и т. п. обычно рассчитывают на все фазы, паспортные данные по мощности указаны также на все фазы.

Например:

$$S = m \cdot I_\phi \cdot U_\phi; P = m \cdot I_\phi \cdot U_\phi \cdot \cos\varphi_\phi; \Delta P = m \cdot R \cdot I_\phi^2 \text{ и т. д., где } m - \text{ число фаз.}$$

К пункту 7. При переходе от Т-образной электрической схемы замещения приведенного трансформатора к упрощенной пренебрегают током холостого хода ( $I_0 = 0$ ). В этом случае приведенный трансформатор заменяется эквивалентной электрической схемой замещения, представляющей собой комплекс полного сопротивления короткого замыкания

$$Z_K = R_K + jX_K.$$

К пункту 8. Оптимальным называется значение коэффициента нагрузки, соответствующее максимальному к. п. д. трансформатора при заданном коэффициенте мощности.

### Задача 9. АСИНХРОННЫЙ ДВИГАТЕЛЬ С ФАЗНЫМ РОТОРОМ

#### Условие задачи

Известны следующие технические данные асинхронного двигателя с фазным ротором, предназначенного для работы в сети с частотой  $f = 50$  Гц (табл. 9.1):

- число фаз  $m = 3$ ;
- схема соединения фаз обмотки статора  $\Delta/Y$ ;
- число полюсов  $2p$ ;
- номинальная мощность (полезная)  $P_{2H}$ ;
- номинальное линейное напряжение обмотки статора  $U_{\text{лн}}(\Delta)/U_{\text{лн}}(Y) = 220/380$  В (для всех вариантов задачи);
- номинальный к. п. д.  $\eta_H$ ;
- номинальный коэффициент мощности  $\cos\varphi_H$ ;
- номинальная частота вращения  $n_{2H}$ ;
- кратность номинального момента  $K_M = M_{\text{max}}/M_{\text{ном}}$ ;
- активное сопротивление фазы обмотки статора  $R_1$ ;
- активное сопротивления фазы обмотки ротора  $R_2$ ;
- схема соединения фаз обмотки ротора  $Y$ ;

- линейная э. д. с. неподвижного ротора  $E_{2л}$
- индуктивное сопротивление рассеяния фазы обмотки неподвижного ротора  $X_2$ .

### Последовательность решения

1. Определить следующие значения, соответствующие номинальному режиму:

- номинальные полную  $S_H$ , активную  $P_{1H}$  и реактивную  $Q_{1H}$  мощности на зажимах обмотки статора асинхронного двигателя;
- номинальные фазные напряжение  $U_{1H}$  и ток  $I_{1H}$  статора;
- фазную э. д. с. неподвижного ротора  $E_2$ ;
- номинальное скольжение  $S_H$ ;
- номинальный момент на валу  $M_{2H}$ ;

2. Начертить электрические схемы замещения фазы обмотки вращающегося и неподвижного ротора и рассчитать:

а) для вращающегося ротора:

- частоту э. д. с. и тока ротора в номинальном режиме  $f_{2H}$ ;
- номинальную фазную э. д. с. ротора  $E_{2SH}$  индуктивное сопротивление рассеяния фазы ротора в номинальном режиме  $X_{2SH}$ ;

Таблица 9.1

Исходные данные к задаче 9

Номер варианта	Тип двигателя	2р	$P_{2H}$ , кВт	$\eta_H$ , %	$\cos\varphi_H$	$n_{2H}$ , об/мин	$K_M$	$R_1$ , Ом	$E_{2л}$ , В	$R_2$ , Ом	$X_2$ , Ом
0	4АК16034УЗ	4	11,0	86,5	0,86	1438	3,2	0,373	305	0,321	0,576
1	4АК160М4УЗ	4	14,0	88,0	0,87	1448	3,5	0,255	300	0,207	0,385
2	4АК180М4УЗ	4	18,5	89,5	0,88	1457	4,0	0,135	294	0,125	0,232
3	4АК200М4УЗ	4	22,0	90,0	0,87	1467	4,0	0,124	338	0,107	0,309
4	4АК2004УЗ	4	30,0	90,0	0,87	1462	4,0	0,099	349	0,0964	0,281
5	4АК1606УЗ	6	7,7	88,5	0,77	951	3,5	0,664	300	0,518	0,906
6	4АКГ60М6УЗ	6	10,0	84,5	0,76	959	3,8	0,401	310	0,358	0,800
7	4АК180М6УЗ	6	13,0	86,0	0,86	957	4,0	0,267	324	0,317	0,608
8	4АК200М6УЗ	6	18,5	88,5	0,81	971	3,5	0,168	360	0,190	0,387

9	4AK2006Y3	6	22,0	88,0	0,80	969	3,5	0,149	330	0,143	0,308
10	4AK225M6Y3	6	30,0	90,0	0,85	976	2,5	0,106	141	0,015	0,046
11	4AK1608Y3	8	5,5	80,0	0,70	706	2,5	0,887	301	0,861	1,605
12	4AK160M8Y3	8	7,1	82,0	0,70	712	3,0	0,622	290	0,537	1,413
13	4AK180M8Y3	8	11,0	85,5	0,72	718	3,5	0,333	267	0,253	0,684
14	4AK200M8Y3	8	15,0	86,0	0,73	719	3,0	0,233	356	0,322	0,625
15	4AK2008Y3	8	18,5	87,0	0,73	727	3,0	0,187	301	0,1405	0,366
16	4AHK1604Y3	4	14,0	85,0	0,85	1425	3,0	0,358	328	0,349	0,572
17	4AHK160M4Y3	4	17,0	87,5	0,87	1441	3,5	0,229	314	0,210	0,388
18	4AHK1804Y3	4	22,0	87,0	0,86	1423	3,2	0,163	299	0,190	0,315
19	4AHK180M4Y3	4	30,0	90,0	0,86	1450	3,2	0,097	291	0,088	0,164
20	4AHK1806Y3	6	13,0	83,5	0,81	940	3,0	0,363	204	0,173	0,240
21	4AHK180M6Y3	6	18,5	85,0	0,82	941	3,0	0,241	336	0,326	0,466
22	4AHK200M6Y3	6	22,0	89,0	0,81	967	3,0	0,1505	379	0,201	0,514
23	4AHK1808Y3	8	11,0	85,0	0,76	711	3,2	0,417	315	0,431	0,640

24	4АНК180М8У3	8	14,0	86,5	0,77	722	3,5	0,303	307	0,235	0,392
25	4АНК200М8У3	8	18,5	86,5	0,78	721	2,5	0,242	382	0,283	0,734
26	4АНК2008У3	8	22,0	86,0	0,79	713	2,5	0,1905	330	0,244	0,470

- номинальный фазный ток ротора  $I_{2н}$ ;
- приведенный номинальный фазный ток  $I'_{2н}$ ; б) для неподвижного ротора:
- фазный ток ротора  $I_2$ ;
- приведенные значения  $R'_2, X'_2, E'_2, I'_2$ .

Сравнить вычисленные значения фазного тока  $I_{2н}$  и  $I_2$  (или  $I'_{2н}$  и  $I'_2$ ).

3. Рассчитать энергетические параметры асинхронного двигателя, работающего в номинальном режиме:

- номинальные электромагнитную мощность  $P_{эм.н}$  и электромагнитный момент  $M_{эм.н}$ ;
- номинальную полную механическую мощность  $P_{мех.н}$ ;
- сумму потерь  $\Sigma\Delta P$ ;
- построить энергетическую диаграмму преобразования активной энергии при работе двигателя в номинальном режиме.

4. Вычислить значение критического скольжения  $S_{кр}$  при работе асинхронного двигателя с закороченным ротором (без добавочного сопротивления в цепи ротора); определить параметры короткого замыкания  $R_k$  и  $X_k$  асинхронного двигателя.

5. Начертить электрическую схему пуска асинхронного двигателя с фазным ротором.

6. В одной системе координат построить следующие механические характеристики  $n_2 = f(M_{эм})$ .

- естественную при соединении обмотки статора в треугольник и подключении к сети с линейным напряжением 220 В и закороченной обмоткой ротора;
- искусственную при том же соединении обмотки статора и включении в цепь ротора пускового реостата  $R_a$  сопротивление которого необходимо выбрать таким образом, чтобы начальный пусковой момент был равен максимальному ( $M_{п} = M_{max}$ ). Рассчитать значение этого сопротивления.

#### Методические рекомендации

К пункту 2. В связи с тем, что в асинхронном двигателе с фазным ротором число фаз обмотки статора всегда равно числу фаз обмотки ротора ( $m_1 = m_2$ ), коэффициент приведения э. д. с. равен коэффициенту приведения токов ( $K_E = K_I$ ). Коэффициент приведения э. д. с. можно определить из паспортных данных

$$K_E = K_{об1} W_1 / K_{об2} W_2 = U_{1н} / E_2. \quad (9.1)$$

К пункту 3. Добавочные потери в асинхронном двигателе могут быть определены по формуле

$$\Delta P_D = 0,005 P_{1н} (I_1 / I_2)^2. \quad (9.2)$$

К пункту 4. Значение критического скольжения можно рассчитать по упрощенной формуле Клосса

$$M_{эм} / M_{max} = 2 / (S / S_{кр} + S_{кр} / S) = 1 / K_M. \quad (9.3)$$

При решении квадратного уравнения необходимо выбрать корень, удовлетворяющий условию  $S_{кр} > S_H$ .

Также значение критического скольжения можно рассчитать по формуле

$$S_{кр} = R'_2 / \sqrt{R_1^2 + X_H^2}. \quad (9.4)$$

Индуктивное сопротивление  $X_k$  можно определить из

$$M_{\max} = \left( \frac{m_1}{2p} \right) \left( \frac{U_{\text{н}}^2}{R_a + \sqrt{R_a^2 + X_{\text{н}}^2}} \right), \quad (9.5)$$

где  $\Omega_1 = \omega_1/p = 2\pi f_1/p$  - угловая скорость вращения магнитного поля в воздушном зазоре.

### Задача 10. ДВИГАТЕЛЬ ПОСТОЯННОГО ТОКА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ

#### Условие задачи

Известны следующие технические данные двигателя постоянного тока параллельного возбуждения (табл. 10.1):

- номинальная полезная мощность  $P^{\wedge}$ ,
- номинальное напряжение якоря и обмотки возбуждения  $U_{\text{н}}$ ;
- номинальная частота вращения  $n_{\text{н}}$ ;
- номинальный к. п. д. %;
- сопротивление обмотки добавочных полюсов  $R_{\text{дп}}$ ;
- сопротивление обмотки параллельного возбуждения  $r_{\text{в}}$ ;
- падение напряжения на щетках  $\Delta U_{\text{щ}} = 2$  В при  $I_{\text{н}}$ ,  $\Phi = 0$ .

Исходные данные для задачи 10

Таблица 10.1

Номер варианта	$P_{2\text{н}}$ , кВт	$U_{\text{н}}$ , В	$n_{\text{н}}$ , об/мин	$\eta_{\text{н}}$ , %	$R_a$ , Ом	$R_{\text{дп}}$ , Ом	$r_{\text{в}}$ , Ом	$R_p$ , Ом	$r_p$ , Ом
1	1,0	110	3000	71,5	0,6	0,35	365	5 $R_a$	$r_{\text{в}}$
2	0,9	110	2000	73,0	0,64	0,4	340	7 $R_a$	0,5 $r_{\text{в}}$
3	1,3	110	3150	76,0	0,36	0,36	340	9 $R_a$	$r_{\text{в}}$
4	0,55	220	3000	71,0	1,0	0,55	222	10 $R_a$	0,5 $r_{\text{в}}$
5	0,75	110	3000	78,5	0,64	0,4	720	4 $R_a$	$r_{\text{в}}$
6	1,2	220	2200	76,5	0,79	0,33	103	6 $R_a$	0,5 $r_{\text{в}}$
7	2,0	110	3000	78,5	0,2	0,14	265	8 $R_a$	$r_{\text{в}}$
8	1,1	220	1500	74,0	2,2	1,57	81	10 $R_a$	0,5 $r_{\text{в}}$
9	1,7	110	2200	77,0	0,29	0,24	295	5 $R_a$	$r_{\text{в}}$
10	2,2	220	3150	81,0	0,52	0,51	81	7 $R_a$	0,5 $r_{\text{в}}$
11	1,5	110	1590	70,0	0,42	0,36	181	9 $R_a$	$r_{\text{в}}$
12	2,5	220	2200	76,0	0,79	0,68	39,4	4 $R_a$	0,5 $r_{\text{в}}$
13	3,4	110	3350	79,5	0,46	0,05	96,3	6 $R_a$	$r_{\text{в}}$
14	5,3	220	3000	80,0	0,24	0,2	25,3	8 $R_a$	0,5 $r_{\text{в}}$
15	1,4	110	3000	78,5	0,2	0,13	403	10 $R_a$	$r_{\text{в}}$
16	1,6	110	790	68,0	0,47	0,31	134	5 $R_a$	0,5 $r_{\text{в}}$
17	7,0	110	2200	81,0	0,07	0,05	111	7 $R_a$	$r_{\text{в}}$
18	4,0	220	1500	79,0	0,56	0,34	35	9 $R_a$	0,5 $r_{\text{в}}$
19	10,5	440	3000	85,0	0,56	0,34	25,6	4 $R_a$	$r_{\text{в}}$
20	1,9	110	750	71,0	0,32	0,27	138	6 $R_a$	0,5 $r_{\text{в}}$
21	3,0	220	1000	75,5	0,88	0,64	37,5	8 $R_a$	$r_{\text{в}}$
22	5,5	110	1500	80,0	0,88	0,07	101	10 $R_a$	0,5 $r_{\text{в}}$
23	8,5	440	2240	84,5	0,67	0,45	25	5 $R_a$	$r_{\text{в}}$
24	3,7	220	2360	81,0	0,35	0,22	54,5	7 $R_a$	0,5 $r_{\text{в}}$

#### Последовательность решения

1. Начертить электрическую схему двигателя постоянного тока параллельного возбуждения с включением добавочных регулировочных резисторов в цепь якоря  $R_p$  и в цепь обмотки возбуждения  $r_p$ .

2. Определить номинальную мощность на входе двигателя  $P_{1H}$ , номинальные токи якоря  $I_{AH}$  и возбуждения  $i_{BH}$  и номинальный момент на валу двигателя  $M_{2H}$ .

3. Рассчитать и построить в одной системе координат механические характеристики двигателя постоянного тока, включенного в сеть с номинальным напряжением  $U_H$ :

а) естественную ( $R_p = 0$ ;  $r_p = 0$ );

б) искусственную при включении регулировочного реостата в цепь якоря ( $R_p \neq 0$ ;  $r_p = 0$ );

в) искусственную при включении регулировочного реостата в цепь возбуждения ( $R_p = 0$ ;  $r_p \neq 0$ ).

4. Объяснить, что произойдет с работающим двигателем при обрыве в цепи возбуждения, если система автоматической защиты из-за неисправности не отключит вовремя двигатель от сети.

5. Рассчитать максимальные значения сопротивления пускового реостата  $R_{max}$ , включенного в цепь якоря, при реостатном способе пуска двигателя, если известно, что пусковой ток не должен превышать двойного номинального значения ( $I_{АП} \leq 2I_{AH}$ ).

#### **Методические рекомендации**

К пункту 2. В двигателе постоянного тока параллельного возбуждения номинальный ток  $I_H = I_{AH} + i_{BH}$

К пункту 3. Для решения задачи необходимо рассчитать произведение конструктивной постоянной электрической машины на номинальный магнитный поток  $c\Phi$ , при  $U_H$ . Это значение можно определить из паспортных данных двигателя, используя выражения:

$$E_A = c\Phi_H \Omega_H$$

$$E_A = U_H - I_{AH}(R_a + R_{ДП}) - \Delta U_{щ}$$

где  $E_A$  - э.д.с. якоря;  $\Omega_H$  - угловая скорость двигателя постоянного тока;  $R_a$  - сопротивление обмотки якоря.

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бессонов Л. А.** Теоретические основы электротехники. Ч. 1. Электрические цепи. М.: Высшая школа. 1996. 628 с.
2. **Каплянский А. Е., Лысенко А. П., Полотовский Л. С.** Теоретические основы электротехники / Под ред. А. Е. Каплянского. М.: Высшая школа, 1972. 447 с.
3. **Нейман Л.Р., Демирчан К.С.** Теоретические основы электротехники. Т. 1: Ч. 1. Основные понятия и законы теории электромагнитного поля и теории электрических и магнитных цепей. Ч. 2. Теория линейных электрических цепей. Л.: Энергоиздат. Ленинградское отделение, 1981. 533 с.
4. **Нейман Л. Р., Демирчан К. С.** Теоретические основы электротехники. Т. 2: Ч. 3. Теория нелинейных электрических и магнитных цепей. Ч. 4. Теория электромагнитного поля. Л.: Энергоиздат. Ленинградское отделение. 1981. 415 с.
5. **Атабеков Г. И.** Основы теории цепей: Учебник для вузов. М: Энергия, 1969. 424 с.
6. **Атабеков Г. И. и др.** Теоретические основы электротехники. Ч. 2. Нелинейные цепи. М.: Энергия, 1970. 232 с.
7. **Нейман Л. Р., Демирчан К. С.** Теоретические основы электротехники: Учебник для вузов. В 2-х тт. Том 2. 3-е изд., перераб. и доп. Л.: Энергоиздат. Ленинградское отделение, 1981. 416 с.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный технический университет»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому  
комплексу  
С.А.Упоров

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ  
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ  
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**Б1.О.19 ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА**

Направление

**15.03.02 Технологические машины и оборудование**

Направленность (профиль)

**Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов**

Автор: Стожков Д. С., доцент, к.т.н.

Одобрены на заседании кафедры

Электротехники  
(название кафедры)

Зав. кафедрой

Угольников А. В.  
(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 15.09.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

Горно-механического  
(название факультета)

Председатель

Осипов П. А.  
(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА .....	4
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ .....	4
Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса .....	4
Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам .....	5
Подготовка и написание контрольной работы .....	6
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ.....	7
Подготовка к зачёту .....	7

## ВВЕДЕНИЕ

*Самостоятельная работа студентов* – это разнообразные виды деятельности студентов, осуществляемые под руководством, но без непосредственного участия преподавателя в аудиторное и/или внеаудиторное время.

Это особая форма обучения по заданиям преподавателя, выполнение которых требует активной мыслительной, поисково-исследовательской и аналитической деятельности.

Методологическую основу самостоятельной работы студентов составляет деятельностный подход, когда цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, то есть на реальные ситуации, где студентам надо проявить знание конкретной дисциплины, использовать внутрипредметные и межпредметные связи.

Цель самостоятельной работы – закрепление знаний, полученных на аудиторных занятиях, формирование способности принимать на себя ответственность, решать проблему, находить конструктивные выходы из сложных ситуаций, развивать творческие способности, приобретение навыка организовывать своё время

Кроме того самостоятельная работа направлена на обучение студента осмысленно и самостоятельно работать сначала с учебным материалом, затем с научной информацией, заложить основы самоорганизации и самовоспитания с тем, чтобы привить умение в дальнейшем непрерывно повышать свой профессиональный уровень.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирование практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитие исследовательских умений;
- получение навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

*Аудиторная самостоятельная работа* по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

*Внеаудиторная самостоятельная работа* – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

## **ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА**

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

В соответствии с реализацией рабочей программы дисциплины в рамках самостоятельной работы студенту необходимо выполнить следующие виды работ:

*для подготовки ко всем видам текущего контроля:*

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение курса;
- подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам;
- подготовка к контрольной работе, написание контрольной работы;
- выполнение и написание курсовой работы (проекта);

*для подготовки ко всем видам промежуточной аттестации:*

- подготовка к зачёту;
- подготовка к экзамену.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов как online, так и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита контрольных и курсовых работ (проектов), защита зачётных работ в виде доклада с презентацией и др.

Текущий контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

Промежуточный контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного для сдачи экзамена / зачёта.

В методических указаниях по каждому виду контроля представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

### **МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ**

#### **Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса**

Лекционный материал по дисциплине излагается в виде устных лекций преподавателя во время аудиторных занятий. Самостоятельная работа студента во время лекционных аудиторных занятий заключается в ведении записей (конспекта лекций).

Конспект лекций, выполняемый во время аудиторных занятий, дополняется студентом при самостоятельном внеаудиторном изучении некоторых тем курса. Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка основной и дополнительной литературы к дисциплине.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины приведён в рабочей программе дисциплины.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на повторение материала лекций и самостоятельное изучение тем курса:

*для овладения знаниями:*

- конспектирование текста;
- чтение основной и дополнительной литературы;
- составление плана текста;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

*для закрепления и систематизации знаний:*

- работа с конспектом лекций;
- повторная работа над учебным материалом;
- составление таблиц для систематизации учебного материала;
- изучение нормативных материалов;
- составление плана и тезисов ответа на вопросы для самопроверки;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

*для формирования навыков и умений:*

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Вопросы для самопроверки приведены учебной литературе по дисциплине или могут быть предложены преподавателем на лекционных аудиторных занятиях после изучения каждой темы.

### **Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам**

*Практические занятия* по дисциплине выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций, а также умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач.

На практических занятиях происходит закрепление теоретических знаний, полученных в ходе лекций, осваиваются методики и алгоритмы решения типовых задач по образцу и вариантных задач, разбираются примеры применения теоретических знаний для практического использования, выполняются доклады с презентацией по определенным учебно-практическим, учебно-исследовательским или научным темам с последующим их обсуждением.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к практическим занятиям:

*для овладения знаниями:*

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

*для закрепления и систематизации знаний:*

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- подготовка публичных выступлений;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

*для формирования навыков и умений:*

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;

- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

*Лабораторные занятия* по дисциплине выступают средством формирования у студентов навыков работы с использованием лабораторного оборудования, планирования и выполнения экспериментов, оформления отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к лабораторным занятиям:

*для овладения знаниями:*

- изучение методик работы с использованием различных видов и типов лабораторного оборудования;
- изучение правил безопасной эксплуатации лабораторного оборудования;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

*для закрепления и систематизации знаний:*

- составление плана проведения эксперимента;
- составление отчётной документации по результатам экспериментирования;
- аналитическая обработка результатов экспериментов.

*для формирования навыков и умений:*

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- оформление отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

### **Подготовка и написание контрольной работы**

*Контрольная работа* – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся. Контрольная работа является средством проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к контрольной работе:

*для овладения знаниями:*

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

*для закрепления и систематизации знаний:*

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки.

*для формирования навыков и умений:*

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- оформление отчётной документации по выполнению контрольной работы.

Контрольная работа может быть выполнена в виде доклада с презентацией.

*Доклад с презентацией* – это публичное выступление по представлению полученных результатов знаний по определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной теме.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления;
- осуществить сбор материала к выступлению;
- организовать работу с источниками;
- -во время изучения источников следует записывать вопросы, возникающие по мере ознакомления, ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;
- сформулировать возможные вопросы по теме доклада, подготовить тезисы ответов на них;
- обработать материал и представить его в виде законченного доклада и презентации.

При выполнении контрольной работы в виде доклада с презентацией самостоятельная работа студента включает в себя:

*для овладения знаниями:*

- чтение основное и дополнительной литературы по заданной теме доклада;
- составление плана доклада;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей по теме доклада

*для закрепления и систематизации знаний:*

- составление плана и тезисов презентации по теме доклада;
- составление презентации;
- составление библиографического списка по теме доклада;
- подготовка к публичному выступлению;
- составление возможных вопросов по теме доклада и ответов на них.

*для формирования навыков и умений:*

- публичное выступление;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Варианты контрольных работ и темы докладов приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

### **Подготовка к зачёту**

Зачёт по дисциплине может быть проведён в виде теста или включать в себя защиту контрольной работы (доклад с презентацией).

*Тест* – это система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

При самостоятельной подготовке к зачёту, проводимому в виде теста, студенту необходимо:

- проработать информационный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора дополнительной учебной литературы;
- выяснить условия проведения теста: количество вопросов в тесте, продолжительность выполнения теста, систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с тестом, нужно внимательно и до конца прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов, выбрать правильные (их может быть несколько),

на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам.

В процессе выполнения теста рекомендуется применять несколько подходов в решении заданий. Такая стратегия позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант. Не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, а сразу переходить к другим тестовым заданиям, к трудному вопросу можно обратиться в конце. Необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

Зачёт также может проходить в виде защиты контрольной работы (доклад с презентацией). Методические рекомендации по подготовке и выполнению доклада с презентацией приведены в п. «Подготовка и написание контрольной работы».

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебно-методическому  
комплексу  
С.А. Упоров



**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ  
К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**Б1.О.20 ЭКОНОМИКА И УПРАВЛЕНИЕ  
МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫМ ПРОИЗВОДСТВОМ**

Направление подготовки

**15.03.02 Технологические машины и оборудование**

Направленность (профиль)

**Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов**

Форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

год набора: 2024

Автор: Позднякова О. Б., доцент, к.э.н.

Одобрены на заседании кафедры

Экономики и менеджмента

(название кафедры)

Зав. кафедрой

(подпись)

Мочалова Л.А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 04.10.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

Горно-механического

(название факультета)

Председатель

(подпись)

Осипов П.А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

## ВВЕДЕНИЕ

Данные методические рекомендации необходимы для студентов бакалавриата по направлению подготовки 15.03.02 *Технологические машины и оборудование* при организации самостоятельной работы по дисциплине «ЭКОНОМИКА И УПРАВЛЕНИЕ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫМ ПРОИЗВОДСТВОМ» в рамках подготовки и защиты контрольной работы.

В методических рекомендациях содержатся особенности организации подготовки контрольной работы в виде реферата, требования к его оформлению, а также порядок защиты и критерии оценки.

### ОРГАНИЗАЦИЯ ПОДГОТОВКИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РЕФЕРАТА)

#### Общая характеристика реферата

Написание реферата практикуется в учебном процессе в целях приобретения студентом необходимой профессиональной подготовки, развития умения и навыков самостоятельного научного поиска: изучения литературы по выбранной теме, анализа различных источников и точек зрения, обобщения материала, выделения главного, формулирования выводов и т. п. С помощью реферата студент может глубже постигать наиболее сложные проблемы дисциплины, учиться лаконично излагать свои мысли, правильно оформлять работу, докладывать результаты своего труда.

В «Толковом словаре русского языка» дается следующее определение: «**реферат** – краткое изложение содержания книги, статьи, исследования, а также доклад с таким изложением».

Различают два вида реферата:

- *репродуктивный* – воспроизводит содержание первичного текста в форме реферата-конспекта или реферата-резюме. В реферате-конспекте содержится фактическая информация в обобщённом виде, иллюстрированный материал, различные сведения о методах исследования, результатах исследования и возможностях их применения. В реферате-резюме содержатся только основные положения данной темы;

- *продуктивный* – содержит творческое или критическое осмысление реферируемого источника и оформляются в форме реферата-доклада или реферата-обзора. В реферате-докладе, наряду с анализом информации первоисточника, дается объективная оценка проблемы, и он имеет развёрнутый характер. Реферат-обзор составляется на основе нескольких источников и в нем сопоставляются различные точки зрения по исследуемой проблеме.

Студент для изложения материала должен выбрать продуктивный вид реферата.

#### Выбор темы реферата

Студенту предоставляется право выбора темы реферата из рекомендованного преподавателем дисциплины списка. Выбор темы должен быть осознанным и обоснованным с точки зрения познавательных интересов автора, а также полноты освещения темы в имеющейся научной литературе.

Если интересующая тема отсутствует в рекомендованном списке, то по согласованию с преподавателем студенту предоставляется право самостоятельно предложить тему реферата, раскрывающую содержание изучаемой дисциплины. Тема не должна быть слишком общей и глобальной, так как небольшой объем работы (до 20-25 страниц без учёта приложений) не позволит раскрыть ее.

Начинать знакомство с избранной темой лучше всего с чтения обобщающих работ по данной проблеме, постепенно переходя к узкоспециальной литературе. При этом следует сразу же составлять библиографические выходные данные используемых источников (автор, название, место и год издания, издательство, страницы).

На основе анализа прочитанного и просмотренного материала по данной теме следует составить тезисы по основным смысловым блокам, с пометками, собственными суждениями и оценками. Предварительно подобранный в литературных источниках материал может превышать необходимый объем реферата.

### **Формулирование цели и составление плана реферата**

Выбрав тему реферата и изучив литературу, необходимо сформулировать цель работы и составить план реферата.

**Цель** – это осознаваемый образ предвосхищаемого результата. Возможно, формулировка цели в ходе работы будет меняться, но изначально следует ее обозначить, чтобы ориентироваться на нее в ходе исследования. Формулирование цели реферата рекомендуется осуществлять при помощи глаголов: исследовать, изучить, проанализировать, систематизировать, осветить, изложить (представления, сведения), создать, рассмотреть, обобщить и т. д.

Определяясь с целью дальнейшей работы, параллельно необходимо думать над составлением плана, при этом четко соотносить цель и план работы. Правильно построенный план помогает систематизировать материал и обеспечить последовательность его изложения.

Наиболее традиционной является следующая **структура реферата**:

Титульный лист.

Оглавление (план, содержание).

Введение.

1. (полное наименование главы).

1.1. (полное название параграфа, пункта);

1.2. (полное название параграфа, пункта).

2. (полное наименование главы).

2.1. (полное название параграфа, пункта);

2.2. (полное название параграфа, пункта).

} Основная часть

Заключение (выводы).

Библиография (список использованной литературы).

Приложения (по усмотрению автора).

**Титульный лист** оформляется в соответствии с Приложением.

**Оглавление** (план, содержание) включает названия всех глав и параграфов (пунктов плана) реферата и номера страниц, указывающие их начало в тексте реферата.

**Введение.** В этой части реферата обосновывается актуальность выбранной темы, формулируются цель и задачи работы, указываются используемые материалы и дается их краткая характеристика с точки зрения полноты освещения избранной темы. Объем введения не должен превышать 1-1,5 страницы.

**Основная часть** реферата может быть представлена двумя или тремя главами, которые могут включать 2-3 параграфа (пункта).

Здесь достаточно полно и логично излагаются главные положения в используемых источниках, раскрываются все пункты плана с сохранением связи между ними и последовательности перехода от одного к другому.

Автор должен следить за тем, чтобы изложение материала точно соответствовало цели и названию главы (параграфа). Материал в реферате рекомендуется излагать своими словами, не допуская дословного переписывания из литературных источников. В тексте обязательны ссылки на первоисточники, т. е. на тех авторов, у которых взят данный материал в виде мысли, идеи, вывода, числовых данных, таблиц, графиков, иллюстраций и пр.

Работа должна быть написана грамотным литературным языком. Сокращение слов в тексте не допускается, кроме общеизвестных сокращений и аббревиатуры. Каждый раздел рекомендуется заканчивать кратким выводом.

**Заключение** (выводы). В этой части обобщается изложенный в основной части материал, формулируются общие выводы, указывается, что нового лично для себя вынес автор реферата из работы над ним. Выводы делаются с учетом опубликованных в литературе различных точек зрения по проблеме, рассматриваемой в реферате, сопоставления их и личного мнения автора реферата. Заключение по объему не должно превышать 1,5-2 страниц.

**Библиография** (список использованной литературы) – здесь указывается реально использованная для написания реферата литература, периодические издания и электронные источники информации. Список составляется согласно правилам библиографического описания.

**Приложения** могут включать графики, таблицы, расчеты.

## **ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РЕФЕРАТА**

### **Общие требования к оформлению реферата**

Рефераты, как правило, требуют изучения и анализа значительного объема статистического материала, формул, графиков и т. п. В силу этого особое значение приобретает правильное оформление результатов проделанной работы.

Текст реферата должен быть подготовлен в печатном виде. Исправления и пометки не допускаются. Текст работы оформляется на листах формата А4, на одной стороне листа, с полями: левое – 25 мм, верхнее – 20 мм, правое – 15 мм и нижнее – 25 мм. При компьютерном наборе шрифт должен быть таким: тип шрифта Times New Roman, кегль 14, междустрочный интервал 1,5.

Рекомендуемый объем реферата – не менее 20 страниц. Титульный лист реферата оформляется студентом по образцу, данному в приложении 1.

Текст реферата должен быть разбит на разделы: главы, параграфы и т. д. Очередной раздел нужно начинать с нового листа.

Все страницы реферата должны быть пронумерованы. Номер страницы ставится снизу страницы, по центру. Первой страницей является титульный лист, но на ней номер страницы не ставится.

### **Таблицы**

Таблицы по содержанию делятся на аналитические и неаналитические. Аналитические таблицы являются результатом обработки и анализа цифровых показателей. Как правило, после таких таблиц делается обобщение, которое вводится в текст словами: «таблица позволяет сделать вывод о том, что...», «таблица позволяет заключить, что...» и т. п.

В неаналитических таблицах обычно помещаются необработанные статистические данные, необходимые лишь для информации и констатации фактов.

Таблицы размещают после первого упоминания о них в тексте таким образом, чтобы их можно было читать без поворота работы или с поворотом по часовой стрелке.

Каждая таблица должна иметь нумерационный и тематический заголовок. Тематический заголовок располагается по центру таблицы, после нумерационного, размещенного в правой стороне листа и включающего надпись «Таблица» с указанием арабскими цифрами номера таблицы. Нумерация таблиц сквозная в пределах каждой главы. Номер таблицы состоит из двух цифр: первая указывает на номер главы, вторая – на номер таблицы в главе по порядку (например: «Таблица 2.2» – это значит, что представленная таблица вторая во второй главе).

Цифры в графах таблиц должны проставляться так, чтобы разряды чисел во всей графе были расположены один под другим. В одной графе количество десятичных знаков должно быть одинаковым. Если данные отсутствуют, то в графах ставят знак тире. Округление числовых значений величин до первого, второго и т. д. десятичного знака для

различных значений одного и того же наименования показателя должно быть одинаковым.

Таблицу с большим количеством строк допускается переносить на другую страницу, при этом заголовок таблицы помещают только над ее первой частью, а над переносимой частью пишут «Продолжение таблицы» или «Окончание таблицы». Если в работе несколько таблиц, то после слов «Продолжение» или «Окончание» указывают номер таблицы, а само слово «таблица» пишут сокращенно, например: «Продолжение табл. 1.1», «Окончание табл. 1.1».

На все таблицы в тексте курсовой работы должны быть даны ссылки с указанием их порядкового номера, например: «...в табл. 2.2».

### Формулы

Формулы – это комбинации математических знаков, выражающие какие-либо предложения.

Формулы, приводимые в реферате, должны быть наглядными, а обозначения, применяемые в них, соответствовать стандартам.

Пояснения значений символов и числовых коэффициентов следует приводить непосредственно под формулой, в той последовательности, в какой они даны в формуле. Значение каждого символа и числового коэффициента дается с новой строки. Первую строку объяснения начинают со слова «где» без двоеточия после него.

Формулы и уравнения следует выделять из текста свободными строками. Если уравнение не умещается в одну строку, оно должно быть перенесено после знака равенства (=) или после знака (+), минус (-), умножения (x) и деления (:).

Формулы нумеруют арабскими цифрами в пределах всей курсовой работы (реферата) или главы. В пределах реферата используют нумерацию формул одинарную, в пределах главы – двойную. Номер указывают с правой стороны листа на уровне формулы в круглых скобках.

В тексте ссылки на формулы приводятся с указанием их порядковых номеров, например: «...в формуле (2.2)» (второй формуле второй главы).

### Иллюстрации

Иллюстрации позволяют наглядно представить явление или предмет такими, какими мы их зрительно воспринимаем, но без лишних деталей и подробностей.

Основными видами иллюстраций являются схемы, диаграммы и графики.

**Схема** – это изображение, передающее обычно с помощью условных обозначений и без соблюдения масштаба основную идею какого-либо устройства, предмета, сооружения или процесса и показывающее взаимосвязь их главных элементов.

**Диаграмма** – один из способов изображения зависимости между величинами. Наибольшее распространение получили линейные, столбиковые и секторные диаграммы.

Для построения линейных диаграмм используется координатное поле. По горизонтальной оси в изображенном масштабе откладывается время или факториальные признаки, на вертикальной – показатели на определенный момент (период) времени или размеры результативного независимого признака. Вершины ординат соединяются отрезками – в результате получается ломаная линия.

На столбиковых диаграммах данные изображаются в виде прямоугольников (столбиков) одинаковой ширины, расположенных вертикально или горизонтально. Длина (высота) прямоугольников пропорциональна изображенным ими величинам.

Секторная диаграмма представляет собой круг, разделенный на секторы, величины которых пропорциональны величинам частей изображаемого явления.

**График** – это результат обработки числовых данных. Он представляет собой условные изображения величин и их соотношений через геометрические фигуры, точки и линии.

Количество иллюстраций в работе должно быть достаточным для пояснения излагаемого текста.

Иллюстрации обозначаются словом «Рис.» и располагаются после первой ссылки на них в тексте так, чтобы их было удобно рассматривать без поворота работы или с поворотом по часовой стрелке. Иллюстрации должны иметь номер и наименование, расположенные по центру, под ней. Иллюстрации нумеруются в пределах главы арабскими цифрами, например: «Рис. 1.1» (первый рисунок первой главы). Ссылки на иллюстрации в тексте реферата приводят с указанием их порядкового номера, например: «...на рис. 1.1».

При необходимости иллюстрации снабжаются поясняющими данными (подрисуночный текст).

### **Приложения**

Приложение – это часть основного текста, которая имеет дополнительное (обычно справочное) значение, но, тем не менее, необходима для более полного освещения темы. По форме они могут представлять собой текст, таблицы, графики, карты. В приложении помещают вспомогательные материалы по рассматриваемой теме: инструкции, методики, положения, результаты промежуточных расчетов, типовые проекты, имеющие значительный объем, затрудняющий чтение и целостное восприятие текста. В этом случае в тексте приводятся основные выводы (результаты) и делается ссылка на приложение, содержащее соответствующую информацию. Каждое приложение должно начинаться с новой страницы. В правом верхнем углу листа пишут слово «Приложение» и указывают номер приложения. Если в реферате больше одного приложения, их нумеруют последовательно арабскими цифрами, например: «Приложение 1», «Приложение 2» и т. д.

Каждое приложение должно иметь заголовок, который помещают ниже слова «Приложение» над текстом приложения, по центру.

При ссылке на приложение в тексте реферата пишут сокращенно строчными буквами «прил.» и указывают номер приложения, например: «...в прил. 1».

Приложения оформляются как продолжение текстовой части реферата со сквозной нумерацией листов. Число страниц в приложении не лимитируется и не включается в общий объем страниц реферата.

### **Библиографический список**

Библиографический список должен содержать перечень и описание только тех источников, которые были использованы при написании реферата.

В библиографическом списке должны быть представлены монографические издания отечественных и зарубежных авторов, материалы профессиональной периодической печати (экономических журналов, газет и еженедельников), законодательные и др. нормативно-правовые акты. При составлении списка необходимо обратить внимание на достижение оптимального соотношения между монографическими изданиями, характеризующими глубину теоретической подготовки автора, и периодикой, демонстрирующей владение современными экономическими данными.

Наиболее распространенным способом расположения наименований литературных источников является алфавитный. Работы одного автора перечисляются в алфавитном порядке их названий. Исследования на иностранных языках помещаются в порядке латинского алфавита после исследований на русском языке.

Ниже приводятся примеры библиографических описаний использованных источников.

#### **Статья одного, двух или трех авторов из журнала**

*Зотова Л. А., Еременко О. В.* Инновации как объект государственного регулирования // *Экономист.* 2010. № 7. С. 17–19.

### **Статья из журнала, написанная более чем тремя авторами**

*Валютный курс и экономический рост* / С. Ф. Алексашенко, А. А. Клепач, О. Ю. Осипова [и др.] // Вопросы экономики. 2010. № 8. С. 18–22.

### **Книга, написанная одним, двумя или тремя авторами**

*Иохин В. Я. Экономическая теория: учебник.* М.: Юристъ, 2009. 178 с.

### **Книга, написанная более чем тремя авторами**

*Экономическая теория: учебник* / В. Д. Камаев [и др.]. М.: ВЛАДОС, 2011. 143 с.

### **Сборники**

*Актуальные проблемы экономики и управления: сборник научных статей.* Екатеринбург: УГГУ, 2010. Вып. 9. 146 с.

### **Статья из сборника**

*Данилов А. Г. Система ценообразования промышленного предприятия* // Актуальные проблемы экономики и управления: сб. научных статей. Екатеринбург: УГГУ, 2010. Вып. 9. С. 107–113.

### **Статья из газеты**

*Крашаков А. С. Будет ли обвал рубля* // Аргументы и факты. 2011. № 9. С. 3.

## **Библиографические ссылки**

Библиографические ссылки требуется приводить при цитировании, заимствовании материалов из других источников, упоминании или анализе работ того или иного автора, а также при необходимости адресовать читателя к трудам, в которых рассматривался данный вопрос.

Ссылки должны быть затекстовыми, с указанием номера соответствующего источника (на который автор ссылается в работе) в соответствии с библиографическим списком и соответствующей страницы.

### **Пример оформления затекстовой ссылки**

Ссылка в тексте: «При оценке стоимости земли необходимо учесть все возможности ее производственного использования» [17, С. 191].

В списке использованных источников:

17. *Борисов Е. Ф. Основы экономики.* М.: Юристъ, 2008. 308 с.

## **ОРГАНИЗАЦИЯ ЗАЩИТЫ РЕФЕРАТА**

Необходимо заранее подготовить тезисы выступления (план-конспект).

Порядок защиты реферата.

1. Краткое сообщение, характеризующее цель и задачи работы, ее актуальность, полученные результаты, вывод и предложения.

2. Ответы студента на вопросы преподавателя.

3. Отзыв руководителя-консультанта о ходе выполнения работы.

### **Советы студенту:**

• Готовясь к защите реферата, вы должны вспомнить материал максимально подробно, и это должно найти отражение в схеме вашего ответа. Но тут же необходимо выделить главное, что наиболее важно для понимания материала в целом, иначе вы сможете проговорить все 15-20 минут и не раскрыть существа вопроса. Особенно строго следует отбирать примеры и иллюстрации.

- Вступление должно быть очень кратким – 1-2 фразы (если вы хотите подчеркнуть при этом важность и сложность данного вопроса, то не говорите, что он сложен и важен, а покажите его сложность и важность).

- Целесообразнее вначале показать свою схему раскрытия вопроса, а уж потом ее детализировать.

- Рассказывать будет легче, если вы представите себе, что объясняете материал очень способному и хорошо подготовленному человеку, который не знает именно этого раздела, и что при этом вам обязательно нужно доказать важность данного раздела и заинтересовать в его освоении.

- Строго следите за точностью своих выражений и правильностью употребления терминов.

- Не пытайтесь рассказать побольше за счет ускорения темпа, но и не мямлите.

- Не демонстрируйте излишнего волнения и не напрашивайтесь на сочувствие.

- Будьте особенно внимательны ко всем вопросам преподавателя, к малейшим его замечаниям. И уж ни в коем случае его не перебивайте!

- Не бойтесь дополнительных вопросов – чаще всего преподаватель использует их как один из способов помочь вам или сэкономить время. Если вас прервали, а при оценке ставят в вину пропуск важной части материала, не возмущайтесь, а покажите план своего ответа, где эта часть стоит несколько позже того, на чем вы были прерваны.

- Прежде чем отвечать на дополнительный вопрос, необходимо сначала правильно его понять. Для этого нужно хотя бы немного подумать, иногда переспросить, уточнить: правильно ли вы поняли поставленный вопрос. И при ответе следует соблюдать тот же принцип экономности мышления, а не высказывать без разбора все, что вы можете сказать.

- Будьте доброжелательны и тактичны, даже если к ответу вы не готовы (это вина не преподавателя, а ваша).

## **ТЕМЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РЕФЕРАТА)**

1. Стратегический анализ потенциала организации.
2. Анализ внешней и внутренней среды организации.
3. Функционально-стоимостной анализ на примере горного предприятия
4. Технологии и трудовые процессы горного предприятия.
5. Изменение численности работников при реинженеринге бизнес-процессов на горном предприятии.
6. Использование норм при планировании основных технико-экономических показателей предприятия.
7. Философия оплаты труда на современном промышленном предприятии.
8. Философия оплаты труда на современном машиностроительном предприятии.
9. Государственное регулирование патентов.
10. Почему при организации оплаты следует учитывать нематериальные факторы?

## Критерии оценивания

достижение поставленной цели и задач исследования (новизна и актуальность поставленных в реферате проблем, правильность формулирования цели, определения задач исследования, правильность выбора методов решения задач и реализации цели; соответствие выводов решаемым задачам, поставленной цели, убедительность выводов);

уровень эрудированности автора по изученной теме (знание автором состояния изучаемой проблематики, цитирование источников, степень использования в работе результатов исследований);

личные заслуги автора реферата (новые знания, которые получены помимо основной образовательной программы, новизна материала и рассмотренной проблемы, научное значение исследуемого вопроса);

культура письменного изложения материала (логичность подачи материала, грамотность автора);

культура оформления материалов работы (соответствие реферата всем стандартным требованиям);

знания и умения на уровне требований стандарта данной дисциплины: знание фактического материала, усвоение общих понятий и идей;

степень обоснованности аргументов и обобщений (полнота, глубина, всестороннее раскрытие темы, корректность аргументации и системы доказательств, характер и достоверность примеров, иллюстративного материала, наличие знаний интегрированного характера, способность к обобщению);

качество и ценность полученных результатов (степень завершенности реферативного исследования, спорность или однозначность выводов);

использование профессиональной терминологии;

использование литературных источников.

**Образец оформления титульного листа контрольной работы (реферата)**

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Уральский государственный горный университет»

Инженерно-экономический факультет

Кафедра экономики и менеджмента

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА (РЕФЕРАТ)**

по дисциплине  
«Экономика и управление машиностроительным производством»

на тему:

**АНАЛИЗ ВНЕШНЕЙ И ВНУТРЕННЕЙ СРЕДЫ  
ОРГАНИЗАЦИИ**

**Руководитель:**  
доц., к. э. н. Позднякова О. Б.  
**Студент** гр. ТМО-24  
Артёмова Елена Юрьевна

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу  
С.А. Упоров

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

### Б1.О.20 ЭКОНОМИКА И УПРАВЛЕНИЕ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫМ ПРОИЗВОДСТВОМ

Направление подготовки

*15.03.02 Технологические машины и оборудование*

Направленность (профиль)

*Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов*

форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

год набора: **2024**

Автор: Позднякова О. Б., доцент, к. э. н.

Одобрены на заседании кафедры

Экономики и менеджмента

*(название кафедры)*

Зав. кафедрой

Мочалова Л. А.

*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 2 от 04.09.2023

*(Дата)*

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

Горно-механического

*(название факультета)*

Председатель

*(подпись)*

Осипов П. А.

*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 2 от 20.10.2023

*(Дата)*

Екатеринбург

## ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа в высшем учебном заведении - это часть учебного процесса, метод обучения, прием учебно-познавательной деятельности, комплексная целевая стандартизованная учебная деятельность с запланированными видом, типом, формами контроля.

Самостоятельная работа представляет собой плановую деятельность обучающихся по поручению и под методическим руководством преподавателя.

Целью самостоятельной работы студентов является закрепление тех знаний, которые они получили на аудиторных занятиях, а также способствование развитию у студентов творческих навыков, инициативы, умению организовать свое время.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- предполагает освоение курса дисциплины;
- помогает освоению навыков учебной и научной работы;
- способствует осознанию ответственности процесса познания;
- способствует углублению и пополнению знаний студентов, освоению ими навыков и умений;
- формирует интерес к познавательным действиям, освоению методов и приемов познавательного процесса,
- создает условия для творческой и научной деятельности обучающихся;
- способствует развитию у студентов таких личных качеств, как целеустремленность, заинтересованность, исследование нового.

Самостоятельная работа обучающегося выполняет следующие функции:

- развивающую (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);
- информационно-обучающую (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях, неподкрепленная самостоятельной работой, становится мало результативной);
- ориентирующую и стимулирующую (процессу обучения придается ускорение и мотивация);
- воспитательную (формируются и развиваются профессиональные качества бакалавра и гражданина);
- исследовательскую (новый уровень профессионально-творческого мышления).

Организация самостоятельной работы студентов должна опираться на определенные требования, а, именно:

- сложность осваиваемых знаний должна соответствовать уровню развития студентов;
- стандартизация заданий в соответствии с логической системой курса дисциплины;
- объем задания должен соответствовать уровню студента;
- задания должны быть адаптированными к уровню студентов.

Содержание самостоятельной работы студентов представляет собой, с одной стороны, совокупность теоретических и практических учебных заданий, которые должен выполнить студент в процессе обучения, объект его деятельности; с другой стороны – это способ деятельности студента по выполнению соответствующего теоретического или практического учебного задания.

Свое внешнее выражение содержание самостоятельной работы студентов находит во всех организационных формах аудиторной и внеаудиторной деятельности, в ходе самостоятельного выполнения различных заданий.

Функциональное предназначение самостоятельной работы студентов в процессе лекций, практических занятий по овладению специальными знаниями заключается в самостоятельном прочтении, просмотре, прослушивании, наблюдении, конспектировании, осмыслении, запоминании и воспроизведении определенной информации. Цель и планирование самостоятельной работы студента определяет преподаватель. Вся информация осуществляется на основе ее воспроизведения.

Так как самостоятельная работа тесно связана с учебным процессом, ее необходимо рассматривать в двух аспектах:

1. аудиторная самостоятельная работа – лекционные, практические занятия;

2. внеаудиторная самостоятельная работа – дополнение лекционных материалов, подготовка к практическим занятиям, подготовка к участию в деловых играх и дискуссиях, выполнение письменных домашних заданий, Контрольных работ (рефератов и т.п.) и курсовых работ (проектов), докладов и др.

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

Таким образом, самостоятельная работа студентов является важнейшей составной частью процесса обучения.

Методические указания по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся по дисциплине «Экономика и управление машиностроительным производством» обращают внимание студента на главное, существенное в изучаемой дисциплине, помогают выработать умение анализировать явления и факты, связывать теоретические положения с практикой, а также облегчают подготовку к выполнению *контрольной работы* и сдаче *экзамена*.

Настоящие методические указания позволят студентам самостоятельно овладеть фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю подготовки, опытом творческой и исследовательской деятельности, и направлены на формирование компетенций, предусмотренных учебным планом поданному профилю.

Видами самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Экономика и управление машиностроительным производством» являются:

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение тем курса (в т.ч. рассмотрение основных категорий дисциплины, работа с литературой);
- ответы на вопросы для самопроверки (самоконтроля);
- подготовка к практическим (семинарским) занятиям (в т.ч. подготовка доклада с презентацией, подготовка к дискуссии, подготовка к выполнению практико-ориентированного задания, подготовка к деловой игре);
- подготовка контрольной работы (реферата);
- подготовка к экзамену.

В методических указаниях представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

## ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Дайте определение следующим понятиям. Предприятие. Юридическое лицо. Субъект хозяйствования.
2. Основные цели и задачи создания предприятия.
3. Охарактеризуйте основные направления деятельности горнодобывающих предприятий.
4. Перечислите основные законодательные акты регламентирующие деятельность предприятия.
5. В чем отличие юридического лица от физического?
6. Назовите основные формы собственности организаций.
7. Опишите основные классификации предприятий.
8. Что такое организационная структура предприятия, основные виды структур?
9. Перечислите добровольные и институциональные объединения предприятий (организаций). Дайте их характеристику.
10. Что такое рыночная среда хозяйствования?
11. Что такое рынок? Виды рынков.
12. Основные функции рынка.
13. Состав и классификация основного капитала и основных фондов
14. Перечислите виды оценки и методы переоценки основных фондов
15. Основные виды износ основных фондов
16. Перечислите основные показатели состояния, движения и использования основных фондов
17. Что такое нематериальные активы предприятия
18. Основные понятия, состав, источники формирования и классификация оборотных средств
19. Опишите процесс оценки оборотных производственных фондов
20. Раскройте порядок нормирования оборотных средств
21. Определение потребности предприятия в оборотных средствах
22. Перечислите показатели использования оборотных средств
23. Охарактеризуйте рынок труда в РФ
24. Дайте определение трудовые ресурсы, кадры, персонал предприятия, их состав
25. Раскройте основные понятия и показатели производительности труда
26. Перечислите факторы и резервы роста производительности труда
27. Перечислите основные формы и системы оплаты труда
28. Группировка затрат по экономическим элементам
29. Смета затрат на производство и реализацию продукции. Структура затрат
30. Группировка затрат по калькуляционным статьям
31. Классификация затрат
32. Методы калькулирования продукции
33. Экономическая оценка снижения себестоимости продукции

34. Доходы, расходы и прибыль предприятия
35. Рентабельность: виды и показатели
36. Раскройте сущность финансов
37. Перечислите основные финансовые ресурсы предприятия и их источники
38. Раскройте основные понятия и функции цены
39. Формирование цен на продукцию
40. Что такое ценовая политика на различных рынках?
41. Перечислите методы ценообразования
42. Основные понятия налогообложение и налоги
43. Перечислите основные налоги, уплачиваемые предприятиями
44. Дайте определение производственной мощности предприятия
45. Расчет производственной мощности
46. Виды, показатели и пути улучшения использования производственной мощности
47. Дайте определение производственному процессу и производственной структуре.
48. Перечислите основные цели и принципы планирования
49. Классификация планов предприятия
50. Перечислите основные методы планирования
51. Сущность организации управления предприятием
52. Перечислите типы организационных структур управления предприятием
53. Раскройте механизм управления предприятием
54. Сущность и свойства инноваций
55. Классификация инноваций и их специфика
56. Что такое инновационная политика?
57. Дайте характеристику понятий инвестиции и инвестиционная деятельность предприятия
58. Суть инвестиционной политики предприятия
59. Перечислите методы оценки эффективности инвестиционных проектов

## **ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Раздел 1. ОСНОВЫ ЭКОНОМИКИ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНОГО ПРОИЗВОДСТВА**

**Тема 1.1. Место науки «Экономика и управление машиностроительным производством»**

Производственное предприятие – центральное звено отраслевых и территориальных комплексов. Предпринимательские права и обязанности предприятий. Классификация и структура предприятий.

#### **Тема 1.2. Ресурсы предприятия**

Основной капитал. Оборотный капитал. Кадры машиностроительного предприятия.

#### **Тема 1.3. Результаты хозяйственной деятельности предприятия**

Себестоимость – важнейший экономический показатель работы производства. Сущность прибыли и рентабельности.

#### **Тема 1.4. Инвестиционная деятельность**

Инвестиции. Нововведения. Обоснование проектных решений. Управление проектами нововведений. Патентные исследования.

## **Раздел 2. УПРАВЛЕНИЕ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫМ ПРОИЗВОДСТВОМ**

### **Тема 2.1. Три типа производства: единичное, серийное и массовое**

Сравнительная характеристика типов производства. Объекты управления в составе технических систем производства.

### **Тема 2.2. Основные процессы, предназначенные для выполнения миссии предприятия**

Основные процессы, вспомогательные и обслуживающие. Принципы организации производственного процесса: упорядочение, приведение в строгую систему любого объекта. Организация производственного процесса, факторов производства в основном, вспомогательном и обслуживающем производствах в пространстве и во времени. Принципы организации производственного процесса в условиях рынка: специализации и кооперирования; пропорциональности; непрерывности и параллельности; прямоточности; повторяемости; гибкости; комплексности и системности.

### **Тема 2.3. Организация производственного цикла**

Продолжительность производственного цикла. Факторы экзогенные (вид экономической деятельности предприятия, степень сложности продукции); факторы косвенного влияния (это массовость производства, определяемая потребностями рынка и уровнем стандартизации и унификации выпускаемой продукции); факторы, непосредственно обусловленные менеджментом (прогрессивность оборудования и технологических процессов, формы специализации производственных подразделений, особенности его организации, в частности параллельность осуществления операций технологического процесса).

### **Тема 2.4. Производственная структура**

Классификация видов производственной структуры предприятия. Производственно-технологическая структура предприятия: предметная, технологическая, смешанная. Бизнес – структура: структура по центрам ответственности, процессная структура.

## **Раздел 3. ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ**

### **Тема 3.1. Экономическая эффективность проектов**

Сущность инвестиционных проектов. Планирование результатов и затрат. Определение технического уровня проектируемых изделий. Методы экономического обоснования инвестиционных проектов: «затраты – выгоды»,

«затраты – эффективность». Экономическая эффективность проектов. Учет фактора времени.

### **Тема 3.2. Предварительное технико-экономическое обоснование проектных решений**

Жизненный цикл инвестиционного проекта. Содержание прединвестиционной, инвестиционной и эксплуатационной фаз. Технико-экономическое обоснование инвестиционного проекта: основные разделы, требования к содержанию, порядок утверждения.

## **Раздел 4. ПАТЕНТНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И ОЦЕНКА ПАТЕНТОСПОСОБНОСТИ ПРОЕКТНЫХ РЕШЕНИЙ**

### **Тема 4.1. Правовые основы патентных исследований**

Уровни и источники правового патентного регулирования. Система патентного законодательства. Юридическая ответственность за нарушение законодательства.

### **Тема 4.2. Методы управления патентной чистотой новых проектных решений**

Государственное управление. Классификация

## **САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ**

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебными и научными изданиями профессиональной и общекультурной тематики – это важнейшее условие формирования научного способа познания.

Основные приемы работы с литературой можно свести к следующим:

- составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;
- перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и выпускных квалификационных работ (ВКР), а что выходит за рамки официальной учебной деятельности, и расширяет общую культуру);
- обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и выпускных квалификационных работ это позволит экономить время);
- определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;
- при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и руководителями ВКР, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;
- все прочитанные монографии, учебники и научные статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);

- если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;

- следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать). Таким образом, чтение текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того, насколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьезный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студентам с этой целью рекомендуется заводить специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);

- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);

- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);

- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;

- просмотрное – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;

- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц; цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;

- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;

- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым, или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной и научной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках образовательной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис - это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта - основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование - наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

## ПОДГОТОВКА ДОКЛАДА С ПРЕЗЕНТАЦИЕЙ

Одной из форм текущего контроля является доклад с презентацией, который представляет собой продукт самостоятельной работы студента.

Доклад с презентацией - это публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы.

Как правило, в основу доклада ложится анализ литературы по проблеме. Он должен носить характер краткого, но в то же время глубоко аргументированного устного сообщения. В нем студент должен, по возможности, полно осветить различные точки зрения на проблему, выразить собственное мнение, сделать критический анализ теоретического и практического материала.

Подготовка доклада с презентацией является обязательной для обучающихся, если доклад презентацией указан в перечне форм текущего контроля успеваемости в рабочей программе дисциплины.

Доклад должен быть рассчитан на 7-10 минут.

Презентация (от англ. «presentation» - представление) - это набор цветных слайдов на определенную тему, который хранится в файле специального формата с расширением PP.

Целью презентации - донести до целевой аудитории полноценную информацию об объекте презентации, изложенной в докладе, в удобной форме.

Перечень примерных тем докладов с презентацией представлен в рабочей программе дисциплины, он выдается обучающимся заблаговременно вместе с методическими указаниями по подготовке. Темы могут распределяться студентами самостоятельно (по желанию), а также закрепляться преподавателем дисциплины.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления.

Для этого, остановитесь на теме, которая вызывает у Вас больший интерес; определите цель выступления; подумайте, достаточно ли вы знаете по выбранной теме или проблеме и сможете ли найти необходимый материал;

- осуществить сбор материала к выступлению.

Начинайте подготовку к докладу заранее; обращайтесь к справочникам, энциклопедиям, научной литературе по данной проблеме; записывайте необходимую информацию на отдельных листах или тетради;

- организовать работу с литературой.

При подборе литературы по интересующей теме определить конкретную цель поиска: что известно по данной теме? что хотелось бы узнать? для чего нужна эта информация? как ее можно использовать в практической работе?

- во время изучения литературы следует: записывать вопросы, которые возникают по мере ознакомления с источником, а также ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;

- обработать материал.

Учитывайте подготовку и интересы слушателей; излагайте правдивую информацию; все мысли должны быть взаимосвязаны между собой.

При подготовке доклада с презентацией особо необходимо обратить внимание на следующее:

- подготовка доклада начинается с изучения источников, рекомендованных к соответствующему разделу дисциплины, а также специальной литературы для докладчика, список которой можно получить у преподавателя;

- важно также ознакомиться с имеющимися по данной теме монографиями, учебными пособиями, научными информационными статьями, опубликованными в периодической печати.

Относительно небольшой объем текста доклада, лимит времени, отведенного для публичного выступления, обуславливает потребность в тщательном отборе материала, умелом выделении главных положений в содержании доклада, использовании наиболее доказательных фактов и убедительных примеров, исключении повторений и многословия.

Решить эти задачи помогает составление развернутого плана.

План доклада должен содержать следующие главные компоненты: краткое вступление, вопросы и их основные тезисы, заключение, список литературы.

После составления плана можно приступить к написанию текста. Во вступлении важно показать актуальность проблемы, ее практическую значимость. При изложении вопросов темы раскрываются ее основные положения. Материал содержания вопросов полезно располагать в таком порядке: тезис; доказательство тезиса; вывод и т. д.

Тезис - это главное основополагающее утверждение. Он обосновывается путем привлечения необходимых цитат, цифрового материала, ссылок на статьи. При изложении содержания вопросов особое внимание должно быть обращено на раскрытие причинно-следственных связей, логическую последовательность тезисов, а также на формулирование окончательных выводов. Выводы должны быть краткими, точными, достаточно аргументированными всем содержанием доклада.

В процессе подготовки доклада студент может получить консультацию у преподавателя, а в случае необходимости уточнить отдельные положения.

### *Выступление*

При подготовке к докладу перед аудиторией необходимо выбрать способ выступления:

- устное изложение с опорой на конспект (опорой могут также служить заранее подготовленные слайды);

- чтение подготовленного текста.

Чтение заранее написанного текста значительно уменьшает влияние выступления на аудиторию. Запоминание написанного текста заметно сковывает выступающего и привязывает к заранее составленному плану, не давая возможности откликаться на реакцию аудитории.

Короткие фразы легче воспринимаются на слух, чем длинные.

Необходимо избегать сложных предложений, причастных и деепричастных оборотов. Излагая сложный вопрос, нужно постараться передать информацию по частям.

Слова в речи надо произносить четко и понятно, не надо говорить слишком быстро или, наоборот, растягивать слова. Надо произнести четко особенно ударную гласную, что оказывает наибольшее влияние на разборчивость речи.

Пауза в устной речи выполняет ту же роль, что знаки препинания в письменной. После сложных выводов или длинных предложений необходимо сделать паузу, чтобы слушатели могли вдуматься в сказанное или правильно понять сделанные выводы. Если выступающий хочет, чтобы его понимали, то не следует говорить без паузы дольше, чем пять с половиной секунд.

Особое место в выступлении занимает обращение к аудитории. Известно, что обращение к собеседнику по имени создает более доверительный контекст деловой беседы. При публичном выступлении также можно использовать подобные приемы. Так, косвенными обращениями могут служить такие выражения, как «Как Вам известно», «Уверен, что Вас это не оставит равнодушными». Выступающий показывает, что слушатели интересны ему, а это самый простой путь достижения взаимопонимания.

Во время выступления важно постоянно контролировать реакцию слушателей. Внимательность и наблюдательность в сочетании с опытом позволяют оратору уловить настроение публики. Возможно, рассмотрение некоторых вопросов придется сократить или вовсе отказаться от них.

После выступления нужно быть готовым к ответам на возникшие у аудитории вопросы.

Стоит обратить внимание на вербальные и невербальные составляющие общения. Небрежность в жестах недопустима. Жесты могут быть приглашающими, отрицающими, вопросительными, они могут подчеркнуть нюансы выступления.

### *Презентация*

Презентация наглядно сопровождает выступление.

Этапы работы над презентацией могут быть следующими:

- осмыслите тему, выделите вопросы, которые должны быть освещены в рамках данной темы;

- составьте тезисы собранного материала. Подумайте, какая часть информации может быть подкреплена или полностью заменена изображениями, какую информацию можно представить в виде схем;
- выберите иллюстративный материал к презентации: фотографии, рисунки, фрагменты художественных и документальных фильмов, материалы кинохроники, разработайте необходимые схемы;
- подготовленный материал систематизируйте и «упакуйте» в отдельные блоки, которые будут состоять из собственно текста (небольшого по объему), схем, графиков, таблиц и т.д.;
- создайте слайды презентации в соответствии с необходимыми требованиями;
- просмотрите презентацию, оцените ее наглядность, доступность, соответствие языковым нормам.

### *Требования к оформлению презентации*

Компьютерную презентацию, сопровождающую выступление докладчика, удобнее всего подготовить в программе MS PowerPoint.

Презентация как документ представляет собой последовательность сменяющих друг друга слайдов. Чаще всего демонстрация презентации проецируется на большом экране, реже – раздается собравшимся как печатный материал.

Количество слайдов должно быть пропорционально содержанию и продолжительности выступления (например, для 5-минутного выступления рекомендуется использовать не более 10 слайдов).

На первом слайде обязательно представляется тема выступления и сведения об авторах.

Следующие слайды можно подготовить, используя две различные стратегии их подготовки:

1-я стратегия: на слайды выносятся опорный конспект выступления и ключевые слова с тем, чтобы пользоваться ими как планом для выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- объем текста на слайде – не больше 7 строк;
- маркированный/нумерованный список содержит не более 7 элементов;
- отсутствуют знаки пунктуации в конце строк в маркированных и нумерованных списках;
- значимая информация выделяется с помощью цвета, кегля, эффектов анимации.

Особо внимательно необходимо проверить текст на отсутствие ошибок и опечаток. Основная ошибка при выборе данной стратегии состоит в том, что выступающие заменяют свою речь чтением текста со слайдов.

2-я стратегия: на слайды помещается фактический материал (таблицы, графики, фотографии и пр.), который является уместным и достаточным сред-

ством наглядности, помогает в раскрытии стержневой идеи выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- выбранные средства визуализации информации (таблицы, схемы, графики и т. д.) соответствуют содержанию;
- использованы иллюстрации хорошего качества (высокого разрешения), с четким изображением (как правило, никто из присутствующих не заинтересован вчитываться в текст на ваших слайдах и всматриваться в мелкие иллюстрации).

Максимальное количество графической информации на одном слайде – 2 рисунка (фотографии, схемы и т.д.) с текстовыми комментариями (не более 2 строк к каждому). Наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана.

Обычный слайд, без эффектов анимации, должен демонстрироваться на экране не менее 10 - 15 секунд. За меньшее время аудитория не успеет осознать содержание слайда.

Слайд с анимацией в среднем должен находиться на экране не меньше 40 – 60 секунд (без учета времени на случайно возникшее обсуждение). В связи с этим лучше настроить презентацию не на автоматический показ, а на смену слайдов самим докладчиком.

Особо тщательно необходимо отнестись к оформлению презентации. Для всех слайдов презентации по возможности необходимо использовать один и тот же шаблон оформления, кегль – для заголовков - не меньше 24 пунктов, для информации - не менее 18.

В презентациях не принято ставить переносы в словах.

Наилучшей цветовой гаммой для презентации являются контрастные цвета фона и текста (белый фон – черный текст; темно-синий фон – светло-желтый текст и т. д.).

Лучше не смешивать разные типы шрифтов в одной презентации.

Рекомендуется не злоупотреблять прописными буквами (они читаются хуже).

## **ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ**

Практико-ориентированные задания выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций. Это могут быть ситуации, требующие применения умений и навыков, специфичных для соответствующего профиля обучения (знания содержания предмета), ситуации, требующие организации деятельности, выбора её оптимальной структуры личностно-ориентированных ситуаций (нахождение нестандартного способа решения).

Кроме этого, они выступают средством формирования у студентов умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач. Они строятся на основе ситуаций, возникающих на

различных уровнях осуществления практики и формулируются в виде производственных поручений (заданий).

Под практико-ориентированными заданиями понимают задачи из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием элементов производственных процессов.

Цель практико-ориентированных заданий – приобретение умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Задачи практико-ориентированных заданий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний студентов при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- обучение приемам решения практических задач;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Важными отличительными особенностями практико-ориентированных заданий от стандартных задач (предметных, межпредметных, прикладных) являются:

- значимость (познавательная, профессиональная, общекультурная, социальная) получаемого результата, что обеспечивает познавательную мотивацию обучающегося;
- условие задания сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задания;
- информация и данные в задании могут быть представлены в различной форме (рисунок, таблица, схема, диаграмма, график и т.д.), что потребует распознавания объектов;
- указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задания.

Кроме выделенных четырех характеристик, практико-ориентированные задания имеют следующие:

1. по структуре эти задания – нестандартные, т.е. в структуре задания не все его компоненты полностью определены;
2. наличие избыточных, недостающих или противоречивых данных в условии задания, что приводит к объемной формулировке условия;
3. наличие нескольких способов решения (различная степень рациональности), причем данные способы могут быть неизвестны учащимся, и их потребуется сконструировать.

При выполнении практико-ориентированных заданий следует руководствоваться следующими общими рекомендациями:

- для выполнения практико-ориентированного задания необходимо внимательно прочитать задание, повторить лекционный материал по соответствующей теме, изучить рекомендуемую литературу, в т.ч. дополнительную;

- выполнение практико-ориентированного задания включает постановку задачи, выбор способа решения задания, разработку алгоритма практических действий, программы, рекомендаций, сценария и т. п.;

- если практико-ориентированное задание выдается по вариантам, то получить номер варианта исходных данных у преподавателя; если нет вариантов, то нужно подобрать исходные данные самостоятельно, используя различные источники информации;

- для выполнения практико-ориентированного задания может использоваться метод малых групп. Работа в малых группах предполагает решение определенных образовательных задач в рамках небольших групп с последующим обсуждением полученных результатов. Этот метод развивает навыки сотрудничества, достижения компромиссного решения, аналитические способности.

### *Примерные практико-ориентированные задания*

**Задача 1.** Рассчитать и сравнить размер амортизационных отчислений за 3 месяца при линейном и нелинейном методах начисления по следующим данным:

Основные фонды	Балансовая стоимость, руб.	Нормативный срок службы, мес.
1. Рабочее оборудование	3700000	144
2. Транспортные средства	12650000	78
3. Оргтехника	1780000	54
4. Здание производственное	546102000	300

**Задача 2.** Рассчитать размер ежегодных и общую сумму лизинговых платежей по следующим данным:

- стоимость оборудования, взятого в лизинг – 625000 руб.;
- нормативный срок службы, лет - 12 лет;
- договор лизинга заключен на 5 лет;
- процентная ставка за кредит – 10,5% годовых (от среднегодовой стоимости);
- комиссионные выплаты по лизингу – 4,0% (от среднегодовой стоимости);
- НДС – 20%

Амортизационные отчисления производятся линейным методом.

**Задача 3.** Удельный расход сырья на единицу выпускаемой продукции 0,25 т/т; выпуск продукции составил 90000 т/год; годовой фонд рабочего времени предприятия 360 дней; цена сырья 150 руб./кг; число поставок за год -12. Определить норматив оборотных средств по производственным запасам сырья с учетом текущего запаса, руб.

**Задача 4.** Продолжительность оборота оборотных средств в предыдущем году – 60 дней, в отчетном году – 55 дней. При объеме выпуска продукции в отчетном периоде – 720 млн. руб. определить относительное высвобождение оборотных средств (млн. руб.).

**Задача 5.** Определить явочный, списочный штат персонала, среднемесячный ФЗП по следующим данным:

- категория персонала – нормируемые рабочие;
- плановый годовой объем выпуска продукции - 1 520 000 ед. продукции в год,
- сменная норма выработки - 5,6 ед. продукции / в смену,
- годовой фонд рабочего времени предприятия - непрерывный,
- продолжительность рабочей недели – 6 дней,
- продолжительность отпуска – 36 дней
- число плановых невыходов – 3 дня,
- продолжительность раб. дня - 8 час.
- средняя заработная плата - 23400 руб./ мес.

**Задача 6.** Рассчитать заработную плату (за месяц) рабочего V разряда, находящегося на повременной оплате труда по следующим данным:

- тарифная ставка по V разряду 143,2 руб./ час
- отработано - 24 смены за месяц;
- в т.ч.: - 36 ч - отработано в ночное время (размер доплат - % к тарифу);
- 24 ч – отработано в праздничные дни (оплата по двойному тарифу);
- продолжительность смены – 12 часов,

План производства выполнен на 110%. По положению о премировании за 100% выполнение плана % премии – 45%, за каждый % перевыполнения премия – 5%.

**Задача 7.**

Производственная мощность предприятия 1000 ед. продукции;

Цена единицы продукции – 20 тыс. руб.;

Постоянные затраты - 4 000 тыс. руб.;

Переменные расходы на единицу продукции – 12 тыс. руб.

Определить:

- маржинальный доход;
- долю маржинального дохода в выручке;
- безубыточный объем продукции в натуральном и стоимостном выражении;
- запас финансовой прочности, %;
- объем реализации продукции для получения заданной прибыли.

**Задача 8.** На основе рассчитанной калькуляции затраты на производство единицы продукции составляют 1500 руб. Затраты на реализацию единицы продукции составляют 250 руб. Рентабельность продукции определена на уровне 25 % по отношению к полной себестоимости. Ставка НДС 20 %. Определить планируемую отпускную цену единицы изделия на основе затратного подхода.

**Задача 9.** Имеются два варианта организации производства и реализации продукции А и В, со следующими показателями:

Показатели по вариантам проектов	Данные по вариантам проектов	
	А	В
Объем спроса, ед. продукции в год.	1200	5000
Цена продукции, тыс. руб./ед.	10	10
Постоянные затраты, тыс. руб.	4500	10000
Переменные затраты на единицу продукции, руб./ед.	7200	6700

Обосновать и выбрать лучший вариант проекта по критерию безубыточности и доле покрытия затрат.

**Задача 10.** Определить ЧДД и ИД проекта за расчетный период по следующим данным:

год	1	2	3	4	5
Доходы, тыс. руб.	120	150	290	200	350
Инвестиции, тыс. руб.	600	200	100	-	-

Реальная норма доходности  $E_{\text{реал}} = 14\%$ .

**Задача 11.** Имеются три варианта вложения средств в инвестиционный проект, в котором предполагается получить доход:

1 год – 38,5 млн. руб.;

2 год – 46,2 млн. руб.;

3 год – 77,0 млн. руб.

Поступления доходов происходит в конце соответствующего года; прогнозируемая норма доходности составляет соответственно:

1 год – 11 %;

2-й год – 13,5%;

3 год – 20%.

Какой из вариантов строительства является наиболее выгодным, если инвестиции в течение 1-го года составят по вариантам:

1 вариант – 107,8 млн. руб.;

2 вариант – 115,5 млн. руб.

3 вариант - 123,2 млн. руб.

**Задача 12.** Собственные средства предприятия (Капитал резервы) 4766 тыс. руб.;

внеоборотные активы 11322 тыс. руб.;

запасы и затраты 1016 тыс. руб.;

долгосрочные обязательства 1918 тыс. руб.;

краткосрочные обязательства 11135 тыс. руб.

Определить показатели финансовой устойчивости ( $\Phi_c$ ,  $\Phi_m$ ,  $\Phi_o$ ) и сделать вывод по типу устойчивости предприятия.

## ПОДГОТОВКА К ТЕСТИРОВАНИЮ

Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, четкий ответ на имеющиеся эталоны ответов. При самостоятельной подготовке к тестированию студенту необходимо:

1. готовясь к тестированию, проработать информационный материал по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора учебной литературы;

2. четко выяснить все условия тестирования заранее. Студент должен знать, сколько тестов ему будет предложено, сколько времени отводится на тестирование, какова система оценки результатов и т. д.;

3. приступая к работе с тестами, внимательно и до конца нужно прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов; выбрать правильные (их

может быть несколько); на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам;

- в процессе решения желательно применять несколько подходов в решении задания. Это позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант;

- не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, нужно переходить к другим тестовым заданиям; к трудному вопросу можно обратиться в конце;

- обязательно необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

## ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Аккордная система оплаты труда предполагает оплату за...

1. законченный объем работ
2. выполнение определенных функций
3. фактически отработанное время
4. выполнение определенных работ

2. Амортизационные отчисления – это ...

1. затраты на поддержание основных средств в рабочем состоянии
2. затраты на обновление основных средств
3. денежное выражение физического износа
4. перенос стоимости основных средств на себестоимость продукции

3. В результате увеличения норм выработки при сохранении объема выпуска продукции увеличится(-атся)

1. фонд оплаты труда
2. нормы выработки
3. производительность
4. численность

4. Группировка затрат по статьям сырье и материалы, топливо и энергия на технологические цели является частью ...

1. предельных издержек
2. переменных издержек
3. сметы
4. калькуляции

5. Затраты на управление и организацию производства являются...

1. косвенными
2. непроизводительными
3. прямыми :
4. основными

6. Капитальные вложения - это вложения в..
1. пополнение оборотных средств ;
  2. подготовку персонала
  3. рекламу
  4. оборудование
7. К категории специалистов относятся...
1. начальники цехов
  2. бригадиры
  3. сменные мастера
  4. экономисты цехов
8. Количество оборотов, выполненных оборотными средствами за период, характеризует...
1. коэффициент закрепления средств в обороте
  2. рентабельность оборотных средств
  3. коэффициент связывания средств в обороте
  4. коэффициент оборачиваемости
9. К поступлениям от внереализационной деятельности относятся...
1. поступления от операций с ценными бумагами
  2. поступления от продажи излишних активов
  3. поступления от сдачи в аренду основных средств
  4. выручка от реализации не основной продукции, работ, услуг
10. К промышленно - производственному персоналу относятся (-ится)...
1. специалисты бухгалтерии предприятия
  2. персонал профилактория предприятия
  3. сотрудники спортивной базы предприятия
  4. сотрудники ДК предприятия
11. Маржинальный доход предприятия - это разница между \_\_\_ затратами.
1. выручкой и переменными
  2. переменными и постоянными
  3. выручкой и постоянными
  4. общими затратами и постоянными
12. На сумму амортизационных отчислений влияют затраты на \_\_\_\_\_ оборудования.
1. содержание
  2. текущий ремонт
  3. капитальный ремонт
  4. модернизацию
13. Основными факторами реального роста производительности труда на фирме являются...

1. повышение технического уровня производства, совершенствование управления и организации производства
  2. увеличение количества персонала предприятия
  3. увеличение заработной платы работников
  4. делегирование полномочий, авторитарный стиль управления
14. Показатель фондоотдачи характеризует...
1. прибыль, приходящуюся на каждый рубль основных средств
  2. уровень технической оснащенности труда
  3. выпуск товарной продукции на 1 рубль основных средств
  4. стоимость основных средств, необходимых для выпуска продукции на 1 рубль
15. Показатель рентабельности продаж характеризует величину
1. прибыли от реализации продукции, приходящуюся на 1 руб. капитала
  2. прибыли от реализации продукции, о приходящуюся на 1 руб. выручки от реализации продукции
  3. выручки от продаж продукции, приходящуюся на 1 руб. затрат
  4. дохода, приходящуюся на 1 руб. затрат
16. Расходы, образующиеся в связи с организацией, обслуживанием производства и управлением им, называются ...
1. цеховыми
  2. накладными
  3. единовременными
  4. прямыми
17. Сдельная расценка равна отношению часовой тарифной ставки и нормы...
1. часовой выработка
  2. времени
  3. обслуживания
  4. управляемости
18. Цеховая себестоимость продукции - это затраты...
1. предприятия на производство данного вида продукции
  2. цеха на выполнение технологических операций
  3. цеха на выполнение технологических операций и управление цехом
  4. цеха на управление производством
19. Для групп основных фондов, непосредственно связанных с отработкой месторождения, амортизационные отчисления рассчитываются:
1. по тонной ставке
  2. по нормам амортизации
  3. с учетом поправочных коэффициентов
20. Какой показатель используется для начисления налога на прибыль:

1. балансовая или валовая прибыль;
2. прибыль от реализации;
3. чистая прибыль;
4. льготы;
5. прибыль от реализации имущества.

## ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к экзамену по дисциплине *«Экономика и управление машиностроительным производством»* обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины *«Экономика и управление машиностроительным производством»*.

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на экзамене особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на экзамене (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

4. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к экзамену на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебно-методическому комплексу  
СА Упоров

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ  
К КОНТРОЛЬНОЙ (РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ) РАБОТЕ**

**Б1.О.21 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА**

Направление подготовки

**15.03.02 Технологические машины и оборудование**

Направленность (профиль)

**Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов**

форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

год набора: **2024**

Автор: Волков Е. Б., доцент, к. т. н.

Одобрены на заседании кафедры

Технической механики

(название кафедры)

Зав. кафедрой

(подпись)

Волков Е. Б.

(Фамилия И. О.)

Протокол № 1 от 15.09.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

Горно-механического

(название факультета)

Председатель

(подпись)

Осипов П. А.

(Фамилия И. О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

# КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

## Расчетно-графическая работа по темам 1-4

### С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел

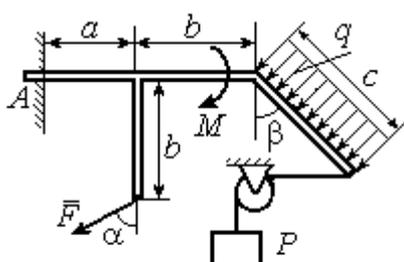
Каждый вариант задания включает две задачи по темам: «Равновесие произвольной плоской системы сил» и «Равновесие системы тел».

В задачах требуется определить реакции связей конструкции исходя из условия равновесия произвольной плоской системы сил. Весом стержневых подпорок, поддерживающих балочные конструкции, и блоков, через которые перекинута невесомые нити, пренебречь.

Из таблицы исходных данных выбираются значения тех параметров, которые указаны на схемах.

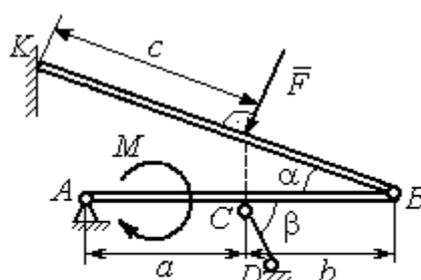
#### Варианты № 1, 11, 21

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке  $A$

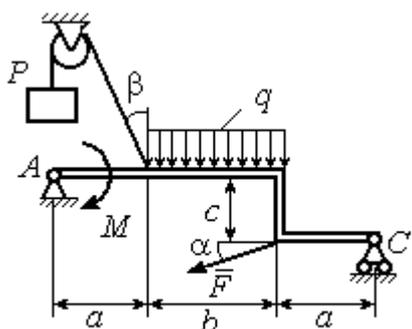
Задача 2



Найти реакции шарниров  $A, B$ , реакцию стержня  $CD$  и реакцию опоры в точке  $K$

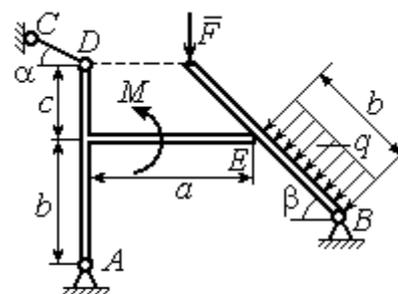
#### Варианты № 2, 12, 22

Задача 1



Найти реакции шарниров  $A$  и  $C$

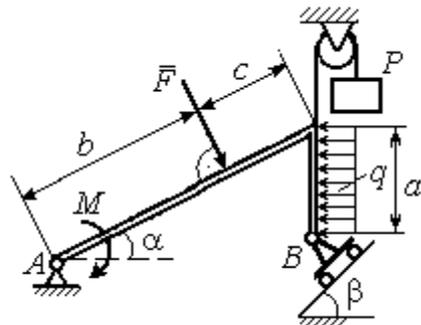
Задача 2



Найти реакции шарниров  $A, B$ , реакцию опоры в точке  $E$  и реакцию стержня  $CD$

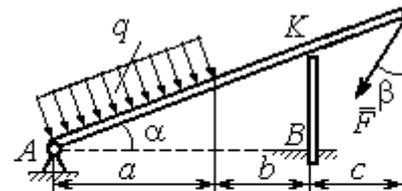
Варианты № 3, 13, 23

Задача 1



Найти реакцию шарниров  $A$  и  $B$

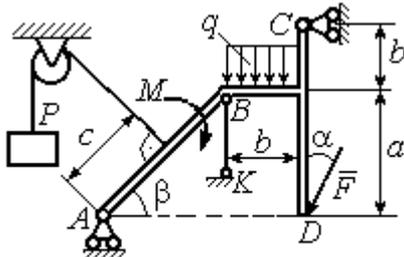
Задача 2



Найти реакцию шарнира  $A$ , реакцию опоры в точке  $K$  и реакцию жесткой заделки в точке  $B$

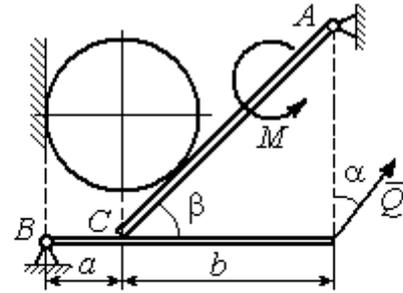
Варианты № 4, 14, 24

Задача 1



Найти усилие в стержне  $BK$  и реакцию шарниров  $A, C$

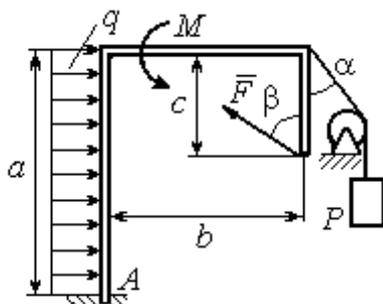
Задача 2



Вес шара  $P$ . Найти реакцию шарниров  $A, B$ , давление шара на балку и стенку, реакцию опоры балки в точке  $C$  и уравновешивающую силу  $Q$

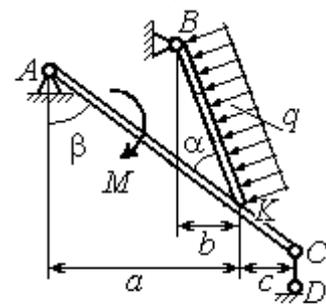
Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке  $A$

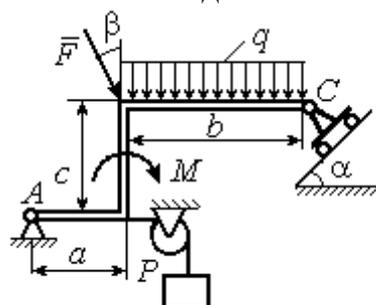
Задача 2



Найти реакцию шарниров  $A, B$ , реакцию стержня  $CD$  и реакцию опоры в точке  $K$

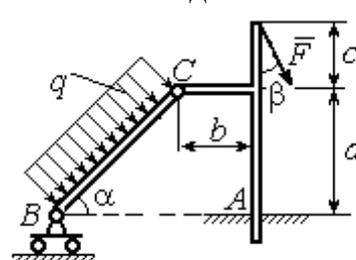
Варианты № 6, 16, 26

Задача 1



Найти реакции шарниров  $A$  и  $C$

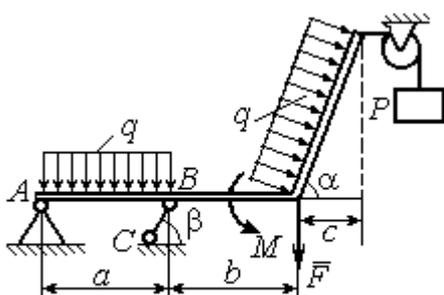
Задача 2



Найти реакцию жесткой заделки в точке  $A$  и реакции шарниров  $B$  и  $C$

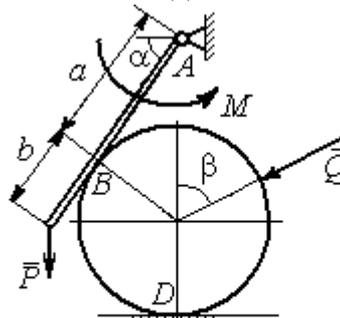
Варианты № 7, 17, 27

Задача 1



Найти реакцию стержня  $BC$  и реакцию шарнира  $A$

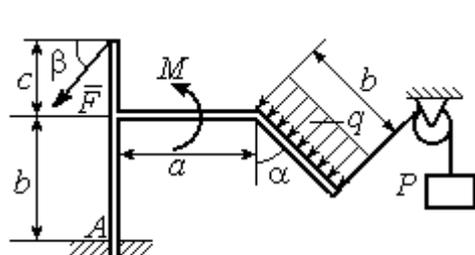
Задача 2



Найти реакцию шарнира  $A$ , давление балки на шар, реакцию опоры шара в точке  $D$  и уравновешивающую силу  $Q$

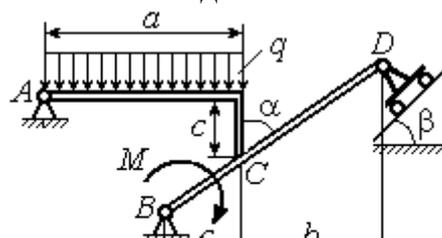
Варианты № 8, 18, 28

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке  $A$

Задача 2



Найти реакцию шарниров  $A, B$  и  $D$  и реакцию опоры в точке  $C$

**Варианты № 9, 19, 29**

<p align="center"><b>Задача 1</b></p> <p align="center">Найти реакцию стержня <math>BC</math> и реакцию шарнира <math>A</math></p>	<p align="center"><b>Задача 2</b></p> <p align="center">Найти реакцию жесткой заделки в точке <math>A</math>, реакцию шарнира <math>B</math> и реакцию опоры в точке <math>C</math></p>
--	---

**Варианты № 10, 20, 30**

<p align="center"><b>Задача 1</b></p> <p align="center">Найти реакцию жесткой заделки в точке <math>A</math></p>	<p align="center"><b>Задача 2</b></p> <p align="center">Найти реакцию шарниров <math>A, B</math>, реакцию опоры в точке <math>C</math> и уравновешивающую силу <math>Q</math></p>
--	---

**Исходные данные задания С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел.**

Номер варианта задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$P$ , кН	6	5	6	12	6	6	10	3	8	5	10	4	8	10	8
$F$ , кН	12	6	10	5	12	8	6	5	6	2	12	8	12	6	10
$q$ , кН/м	5	4	2	3	6	3	5	2	2	4	6	2	3	4	5
$M$ , кН·м	12	8	6	8	12	5	12	8	4	6	8	12	10	6	10
$\alpha$ , град	45	60	30	60	30	30	45	60	30	30	45	30	60	45	60
$\beta$ , град	60	30	45	30	60	90	60	60	30	45	30	45	30	60	30
$a$ , м	3	4	3	4	3	4	3	4	1	2	2	3	2	3	4
$b$ , м	3	3	4	3	2	4	3	3	2	3	3	3	4	3	2
$c$ , м	4	2	2	2	3	2	2	1	5	4	4	2	1	2	2

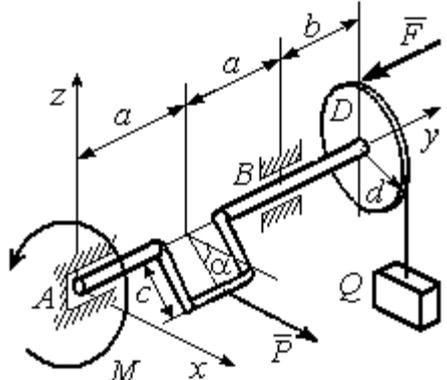
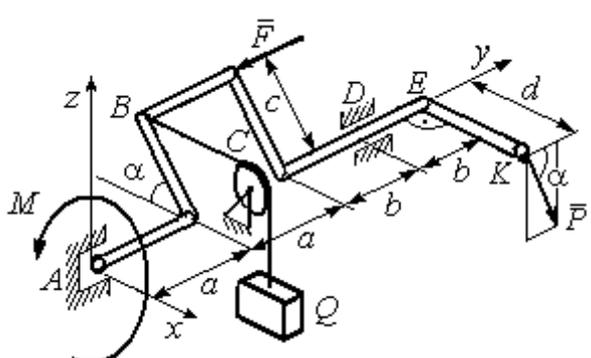
Номер варианта задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$P$ , кН	10	8	10	6	4	6	12	10	5	6	8	6	8	4	6
$F$ , кН	6	12	12	8	3	14	10	8	15	10	12	8	10	10	2
$q$ , кН/м	5	3	4	3	2	3	2	5	4	2	3	4	5	2	4
$M$ , кН·м	10	6	8	6	5	12	4	6	8	10	12	10	6	4	8
$\alpha$ , град	60	60	30	45	60	30	60	45	30	60	45	30	30	30	45
$\beta$ , град	45	30	30	60	60	45	30	60	30	45	90	30	60	45	30
$a$ , м	3	4	3	1	2	2	4	1	4	3	4	3	2	1	2
$b$ , м	2	4	3	3	4	1	4	3	2	2	2	2	2	2	2
$c$ , м	3	2	2	4	5	4	2	2	1	1	1	2	1	3	5

### Задание С2. Равновесие пространственной системы сил

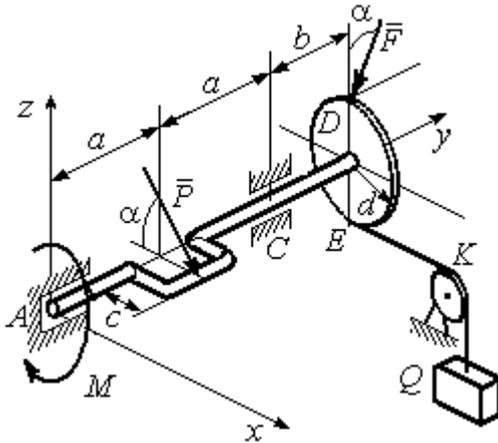
В заданиях рассматривается равновесие однородной плиты или вала (прямого или с «ломаной» осью) с насаженным на него шкивом.

Вал закреплен подпятником и подшипником и удерживается в равновесии. На вал действуют сила  $\vec{F}$ , пара сил с моментом  $M$  и сила  $\vec{P}$ . На шкив вала намотана нить, к свободному концу которой, перекинутому через невесомый блок, подвешен груз весом  $Q$ . Для вала определить реакции подшипника и подпятника и величину уравнивающей силы  $Q$  (или момента  $M$ ).

Плита весом  $P$  закреплена пространственным шарниром, подшипником и удерживается в заданном положении невесомым стержнем. На плиту действуют силы  $\vec{F}$ ,  $\vec{Q}$  и пара сил с моментом  $M$ . Для плиты найти реакции сферического и цилиндрического шарниров и реакцию стержня.

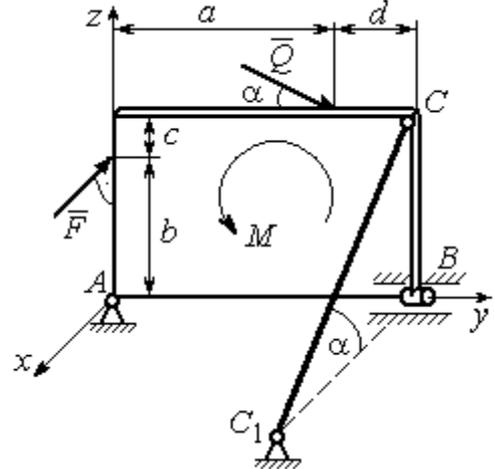
Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
 <p>Сила <math>\vec{F}</math> параллельна оси <math>Ay</math>; сила <math>\vec{P}</math> параллельна оси <math>Ax</math>; нить, удерживающая груз, сходит со шкива вертикально. Найти реакции подпятника и подшипника в точках <math>A</math> и <math>B</math> и величину уравнивающего груза <math>Q</math></p>	 <p>Сила <math>\vec{F}</math> параллельна оси <math>Ay</math>; сила <math>\vec{P}</math> лежит в плоскости, параллельной <math>zAy</math>; отрезок нити <math>BC</math> параллелен оси <math>Ax</math>; рукоять вала <math>EK</math> параллельна оси <math>Ax</math>. Найти реакции подпятника и подшипника в точках <math>A</math> и <math>D</math> и величину уравнивающего момента <math>M</math></p>

**Варианты № 3, 13, 23**



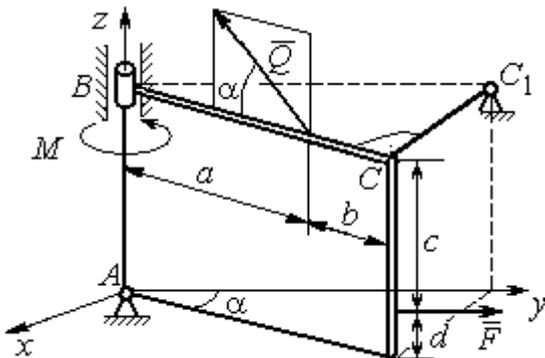
Сила  $\vec{F}$ , лежит в плоскости  $zAy$ ; сила  $\vec{P}$  лежит в плоскости, параллельной  $zAx$ , отрезок нити  $EK$  параллелен оси  $Ax$ .  
Найти реакции подпятника и подшипника в точках  $A$  и  $C$ , а также величину уравновешивающего груза  $Q$

**Варианты № 4, 14, 24**



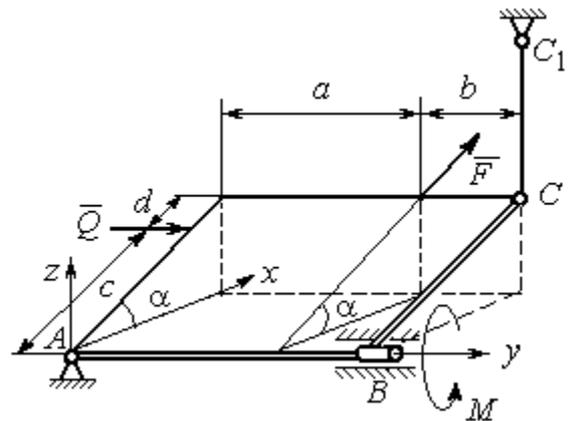
Плита весом  $P$  расположена в плоскости  $zAy$ ; пара сил с моментом  $M$  действует в плоскости плиты; стержень  $CC_1$  расположен в плоскости, параллельной  $zAx$ ; сила  $\vec{Q}$  действует в плоскости плиты; сила  $\vec{F}$  перпендикулярна плоскости плиты.  
Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках  $A$  и  $B$  и реакцию стержня  $CC_1$

**Варианты № 5, 15, 25**



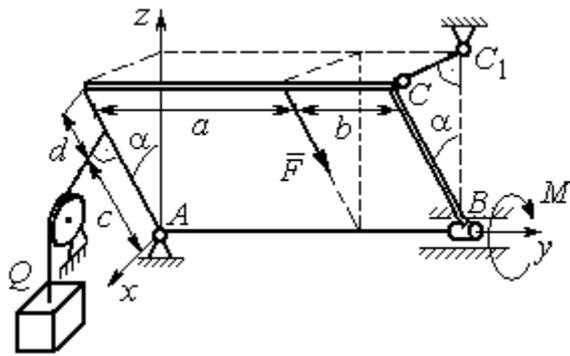
Плита весом  $P$  отклонена на угол  $\alpha$  от вертикальной плоскости  $zAy$ ; сила  $\vec{Q}$  лежит в плоскости плиты; сила  $\vec{F}$  параллельна оси  $Ay$ ; стержень  $CC_1$  перпендикулярен плоскости плиты.  
Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках  $A$  и  $B$  и реакцию стержня  $CC_1$

**Варианты № 6, 16, 26**



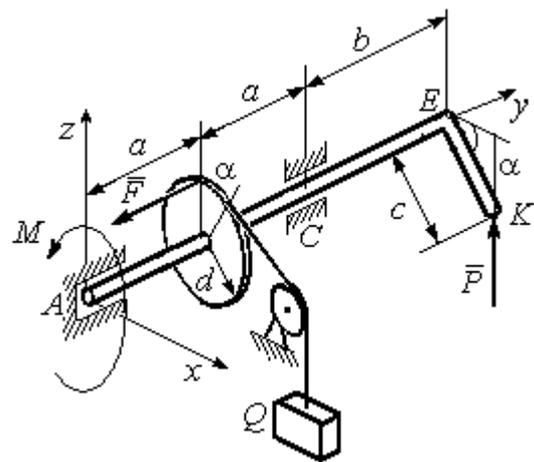
Плита весом  $P$  отклонена на угол  $\alpha$  от горизонтальной плоскости  $xAy$ ; сила  $\vec{Q}$  перпендикулярна боковой стенке плиты и параллельна оси  $Ay$ ; сила  $\vec{F}$  расположена в плоскости плиты и параллельна её боковым стенкам; стержень  $CC_1$  параллелен оси  $Az$ .  
Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках  $A$  и  $B$  и реакцию стержня  $CC_1$

**Варианты № 7, 17, 27**



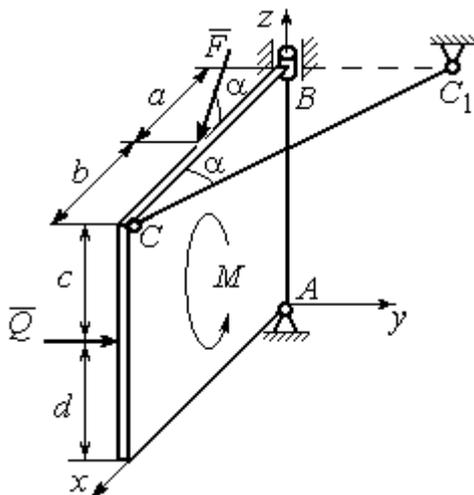
Плита весом  $P$  отклонена на угол  $\alpha$  от вертикальной плоскости  $zAy$ ; нить, удерживающая груз  $Q$ , находится в плоскости  $zAx$ , прикреплена к боковой стенке плиты и перпендикулярна ей; сила  $\vec{F}$  параллельна боковым стенкам плиты; стержень  $CC_1$  перпендикулярен плоскости  $zAy$ .  
Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках  $A$  и  $B$  и реакцию стержня  $CC_1$

**Варианты № 8, 18, 28**



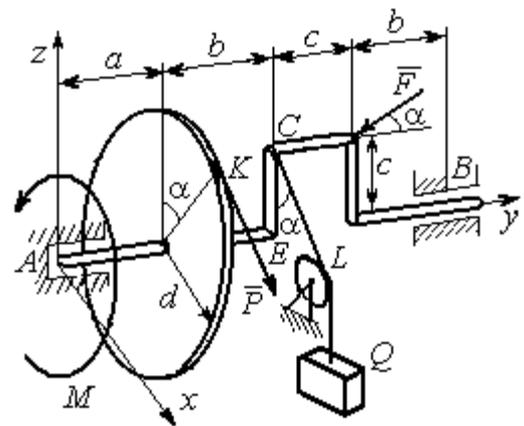
Рукоять  $EK$  перпендикулярна оси вала и наклонена под углом  $\alpha$  к горизонтальной плоскости  $xAy$ ; сила  $\vec{P}$  параллельна оси  $Az$ ; сила  $\vec{F}$  параллельна оси  $Ay$ ; нить, удерживающая груз  $Q$ , сходит со шкива по касательной.  
Найти реакции подпятника  $A$ , подшипника  $C$ , и величину уравновешивающего груза  $Q$

**Варианты № 9, 19, 29**



Плита весом  $P$  находится в вертикальной плоскости  $zAx$ ; стержень  $CC_1$  расположен в плоскости, параллельной  $xAy$ ; пара сил с моментом  $M$  действует в плоскости плиты; сила  $\vec{Q}$  перпендикулярна плоскости плиты; сила  $\vec{F}$  лежит в плоскости плиты.  
Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках  $A$  и  $B$  и реакцию стержня  $CC_1$

**Варианты № 10, 20, 30**



Сила  $\vec{F}$  находится в плоскости  $zAy$ ; стойка  $CE$  находится в плоскости  $zAy$ ; отрезок  $CL$  нити, удерживающей груз, находится в плоскости параллельной  $xAz$ ; сила  $\vec{P}$  находится в плоскости шкива и направлена по касательной к ободу в точке  $K$ .  
Найти реакции подпятника  $A$ , подшипника  $B$  и величину уравновешивающего момента  $M$

**Исходные данные для задания С2.**

### Равновесие пространственной системы сил

Номер варианта задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P$ , кН	5	4	6	10	16	15	12	10	15	14
$F$ , кН	8	6	12	6	10	10	8	12	12	10
$Q$ , кН	–	12	–	12	8	12	10	–	10	12
$M$ , кН·м	12	–	10	8	12	6	8	6	8	–
$\alpha$ , град	60	30	30	30	60	60	60	30	30	60
$a$ , м	1,2	0,8	1,4	0,6	1,2	0,9	1,4	0,4	0,8	0,8
$b$ , м	1,0	0,6	1,1	0,4	0,8	0,4	0,6	1,2	0,2	0,6
$c$ , м	0,8	0,5	0,8	0,3	1,4	0,8	1,2	0,8	0,4	0,4
$d$ , м	0,4	0,4	0,6	0,2	0,4	0,2	0,4	0,6	0,6	0,6

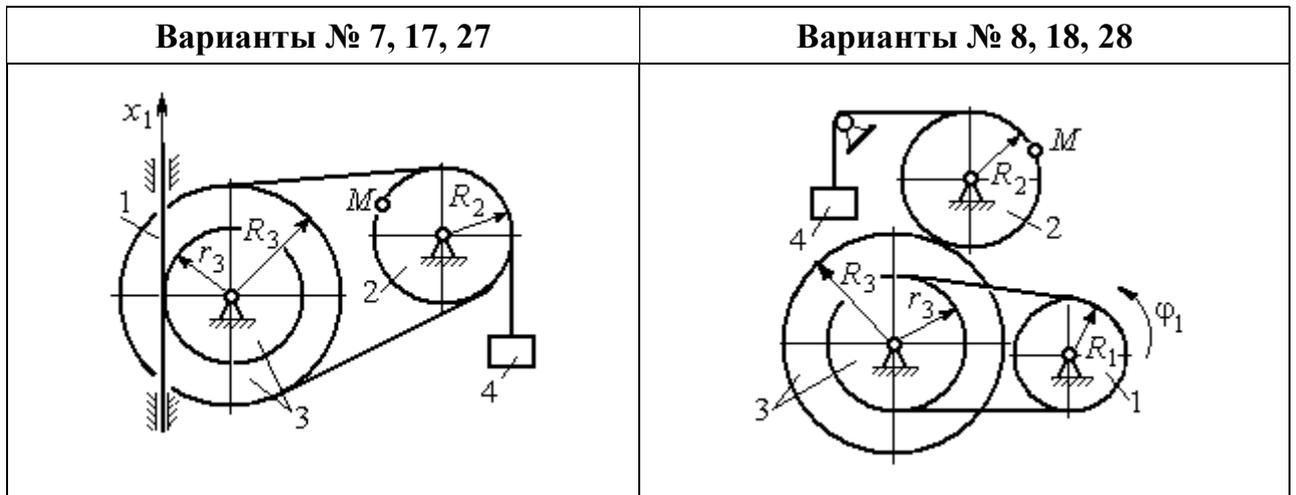
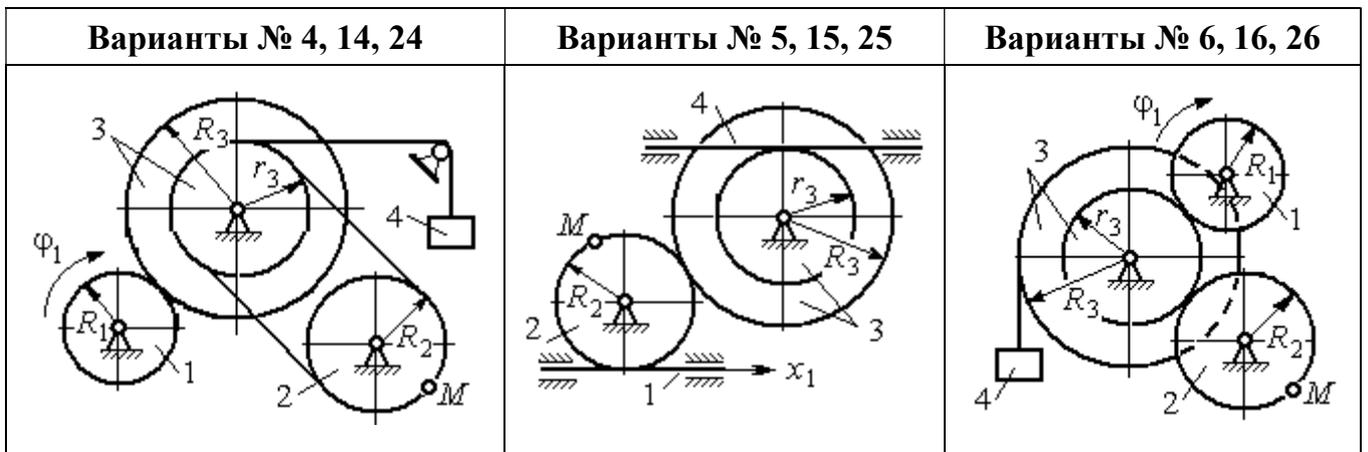
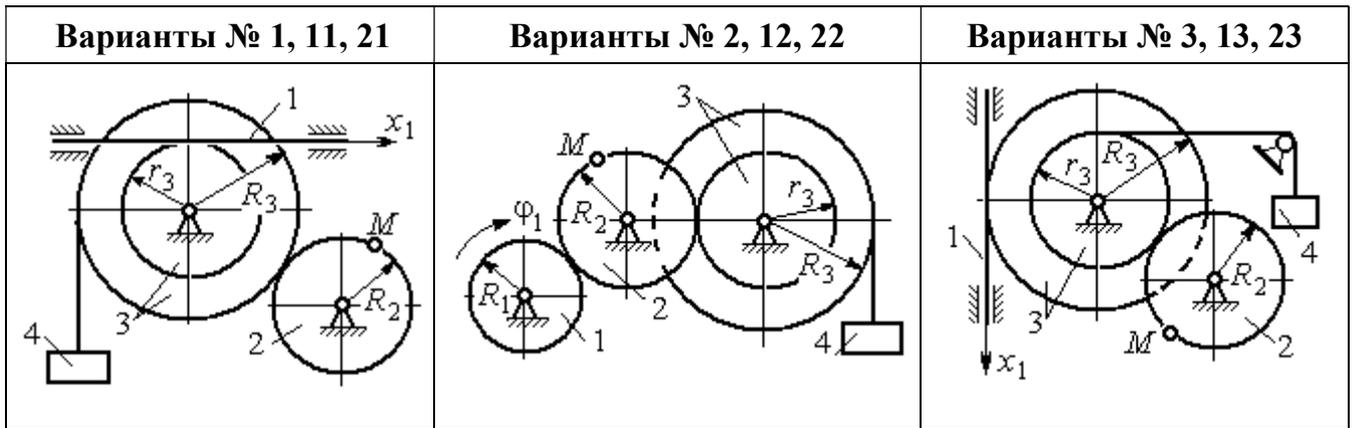
Номер варианта задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$P$ , кН	8	10	10	15	14	10	16	9	10	12
$F$ , кН	6	12	16	8	12	14	10	15	8	10
$Q$ , кН	–	14	–	10	10	12	14	–	12	14
$M$ , кН·м	10	–	12	12	12	8	10	10	10	–
$\alpha$ , град	30	60	60	60	30	30	30	60	60	30
$a$ , м	0,8	1,3	0,9	0,5	1,3	1,2	1,6	0,6	0,9	1,2
$b$ , м	0,6	1,1	0,6	0,4	0,9	0,6	0,8	1,2	0,3	0,8
$c$ , м	0,4	0,8	0,5	0,2	1,5	0,9	1,2	0,4	0,6	0,6
$d$ , м	0,2	0,4	0,4	0,1	0,5	0,4	0,6	0,2	0,2	0,8

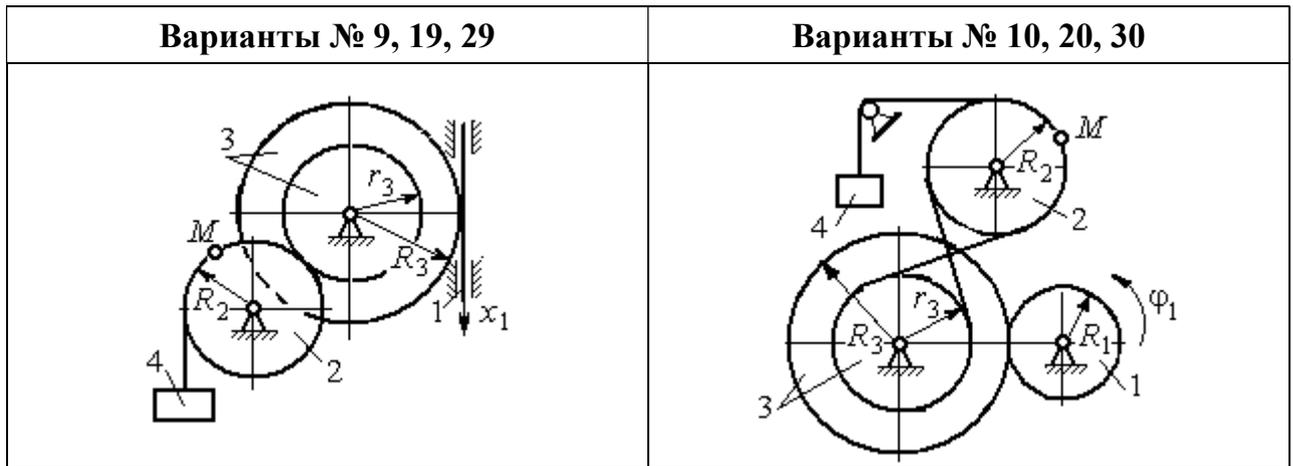
Номер варианта задания	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$P$ , кН	10	12	5	8	10	14	18	12	14	10
$F$ , кН	12	8	15	10	12	8	10	15	9	8
$Q$ , кН	–	10	–	12	14	10	16	–	12	6
$M$ , кН·м	12	–	16	14	8	10	8	12	10	–
$\alpha$ , град	90	30	60	30	45	30	30	60	60	30
$a$ , м	0,6	0,8	1,1	1,2	1,5	0,8	1,0	0,8	1,2	0,9
$b$ , м	0,8	0,6	0,9	1,0	0,9	0,6	0,8	1,4	0,6	0,4
$c$ , м	0,4	1,2	0,8	0,6	1,5	0,9	1,1	0,5	0,8	0,6
$d$ , м	0,4	1,5	0,5	0,2	0,4	0,3	0,3	0,4	0,6	0,5

#### Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при поступательном и вращательном движениях

По заданному движению одного из звеньев механизма  $x_1 = x_1(t)$  (варианты 1, 3, 5, 7, 9) или  $\varphi_1 = \varphi_1(t)$  (варианты 2, 4, 6, 8, 10) найти в момент времени  $t_1$  скорость, касательное, нормальное и полное ускорения точки  $M$  звена механизма, совершающего враща-

тельное движение, а также скорость и ускорение звена 4, совершающего поступательное движение.





**Исходные данные вариантов задания К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела**

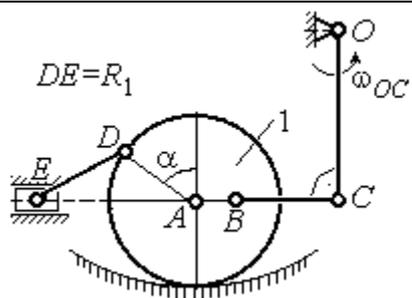
Номер варианта задания	$R_1, \text{см}$	$R_2, \text{см}$	$R_3, \text{см}$	$r_3, \text{см}$	$x_1(t), \text{см}$ $\varphi_1(t), \text{рад}$	$t_1, \text{с}$
1	–	40	45	35	$x_1(t) = (3t - 1)^2$	2
2	10	20	38	18	$\varphi_1(t) = t^2 + 6\cos(\pi t/6)$	3
3	–	30	42	18	$x_1(t) = 5t^2 - 2\cos(\pi t/2)$	1
4	15	30	45	20	$\varphi_1(t) = 5t^2 + \cos(\pi t/2)$	2
5	–	30	40	20	$x_1(t) = 6t - \cos(\pi t/3)$	3
6	10	20	30	10	$\varphi_1(t) = t^3 - \cos(\pi t/2)$	1
7	–	30	40	30	$x_1(t) = 2\sin(\pi t/2) + \cos(\pi t/2)$	2
8	8	10	30	25	$\varphi_1(t) = 5t + \cos(\pi t/2)$	2
9	–	18	30	18	$x_1(t) = 5t + \cos(\pi t/3)$	3
10	15	30	50	20	$\varphi_1(t) = 2t^2 + \sin(\pi t/4)$	2
11	–	30	40	25	$x_1(t) = (t^2 - 3t)$	2
12	12	20	40	28	$\varphi_1(t) = 3t^2 + 6\sin(\pi t/6)$	3
13	–	25	60	42	$x_1(t) = 2t^2 + \cos(\pi t/2)$	1
14	10	30	45	30	$\varphi_1(t) = 3t^2 + 2\cos(\pi t/2)$	2
15	–	20	30	20	$x_1(t) = 3t^2 - \cos(\pi t/3)$	3
16	12	18	40	20	$\varphi_1(t) = 2t^3 + \cos(\pi t/2)$	1
17	–	20	35	15	$x_1(t) = 2\sin(\pi t/2) - \cos(\pi t/2)$	2
18	15	18	40	25	$\varphi_1(t) = 5t + \cos(\pi t/2)$	1

Номер варианта задания	$R_1, \text{см}$	$R_2, \text{см}$	$R_3, \text{см}$	$r_3, \text{см}$	$x_1(t), \text{см}$ $\varphi_1(t), \text{рад}$	$t_1, \text{с}$
19	–	22	50	18	$x_1(t) = t^2 + \cos(\pi t/3)$	3
20	10	20	45	10	$\varphi_1(t) = 2t^2 + \sin(\pi t/4)$	4
21	–	20	40	20	$x_1(t) = t + (3t - 4)^2$	2
22	8	18	42	18	$\varphi_1(t) = 2t^2 + 12\cos(\pi t/6)$	3
23	–	45	60	40	$x_1(t) = 4t^2 + \sin(\pi t/2)$	1
24	5	15	30	20	$\varphi_1(t) = 2t^2 + 4\cos(\pi t/2)$	2
25	–	15	35	25	$x_1(t) = 2t^2 + \cos(\pi t/3)$	3
26	18	20	35	20	$\varphi_1(t) = 2t^3 + \sin(\pi t/2)$	1
27	–	15	35	15	$x_1(t) = 2\sin(\pi t/2) - \cos(\pi t/2)$	1
28	10	12	40	25	$\varphi_1(t) = 2t^2 + \cos(\pi t/2)$	1
29	–	35	50	10	$x_1(t) = t^3 - \cos(\pi t/2)$	1
30	10	20	40	10	$\varphi_1(t) = 2t^2 + \cos(\pi t/4)$	4

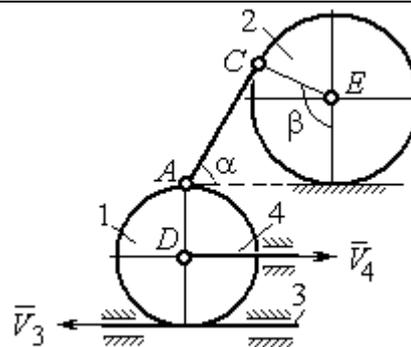
**Задание К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении**

Для заданного положения плоского механизма определить скорости точек и угловые скорости звеньев механизма.

Варианты № 1, 11, 21							Варианты № 2, 12, 22						
<p>Найти: <math>V_A, V_B, V_C, \omega_{AB}, \omega_{BC}, \omega_1, \omega_{BD}</math></p>							<p>Найти: <math>V_A, V_B, V_K, \omega_1, \omega_{AB}, \omega_{OA}, \omega_{BE}, \omega_{BK}</math></p>						
Номер варианта задания	$R_1, \text{см}$	$r_1, \text{см}$	$AD, \text{см}$	$\alpha, \text{град}$	$V_2, \text{см/с}$	$V_3, \text{см/с}$	Номер варианта задания	$R_1, \text{см}$	$OA, \text{см}$	$OE, \text{см}$	$\alpha, \text{град}$	$\beta, \text{град}$	$V_C, \text{см/с}$
1	10	5	20	30	8	10	2	3	5	4	30	60	10
11	12	8	25	45	10	4	12	4	8	6	45	90	8
21	10	6	15	60	5	5	22	5	12	2	60	120	12
Варианты № 3, 13, 23							Варианты № 4, 14, 24						



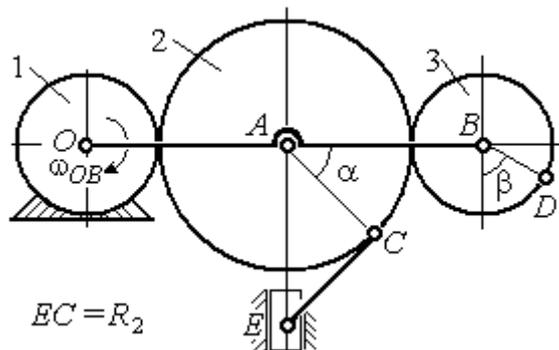
Найти:  $V_A, V_B, V_C, V_D, V_E,$   
 $\omega_{BC}, \omega_1, \omega_{DE}$



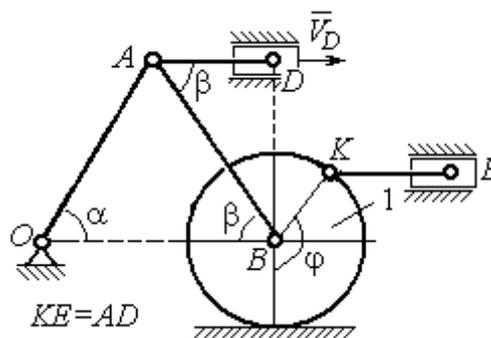
Найти:  $V_A, V_C, V_E,$   
 $\omega_1, \omega_2, \omega_{AC}$

Номер варианта задания	$R_1,$ см	$OC,$ см	$AB,$ см	$BC,$ см	$\alpha,$ град	$\omega_{OC},$ рад/с	Номер варианта задания	$R_1,$ см	$R_2,$ см	$\alpha,$ град	$\beta,$ град	$V_3,$ см/с	$V_4,$ см/с
3	12	18	10	35	60	4	4	10	15	30	60	8	4
13	10	15	10	25	90	8	14	6	10	45	90	4	6
23	15	20	5	20	120	6	24	10	12	60	120	3	3

**Варианты № 5, 15, 25**



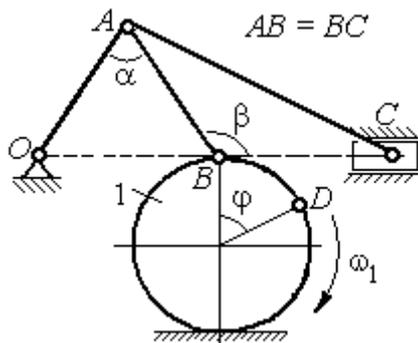
Найти:  $V_A, V_B, V_C, V_D, V_E, \omega_2, \omega_3, \omega_{EC}$



Найти:  $V_A, V_B, V_K, V_E,$   
 $\omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AD}, \omega_{KE}$

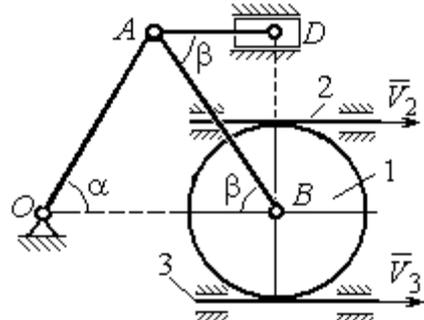
Номер варианта задания	$R_1,$ см	$R_2,$ см	$R_3,$ см	$\alpha,$ град	$\beta,$ град	$\omega_{OB},$ рад/с	Номер варианта задания	$R_1,$ см	$OA,$ см	$\alpha,$ град	$\beta,$ град	$\varphi,$ град	$V_D,$ см/с
5	10	20	12	60	0	6	6	10	20	30	60	60	12
15	6	18	10	90	90	8	16	12	26	30	30	90	8
25	20	25	15	120	180	4	26	15	30	60	60	120	15

Варианты № 7, 17, 27



Найти:  $V_A, V_B, V_C, \omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AC}$

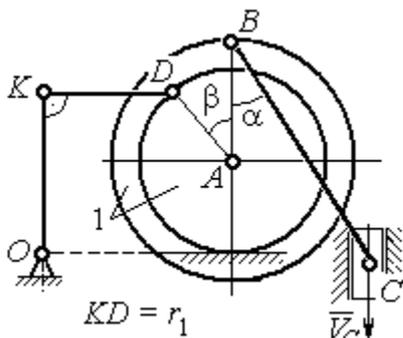
Варианты № 8, 18, 29



Найти:  $V_A, V_B, V_D, \omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AD}$

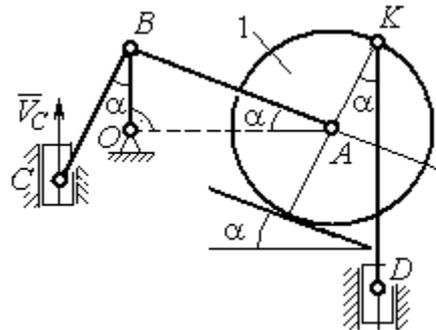
Номер варианта задания	$R_1$ , см	$AB$ , см	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$\varphi$ , град	$V_D$ , см/с	Номер варианта задания	$R_1$ , см	$OA$ , см	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$V_2$ , см/с	$V_3$ , см/с
7	10	20	30	60	60	12	8	10	20	30	60	12	4
17	12	25	60	120	90	16	18	12	26	30	30	8	2
27	8	16	30	60	120	10	28	15	30	60	60	6	3

Варианты № 9, 19, 29



Найти:  $\omega_{OK}, \omega_{KD}, \omega_{BC}, \omega_1, V_A, V_B, V_K, V_D$

Варианты № 10, 20, 30



Найти:  $V_A, V_B, V_D, V_K, \omega_{CB}, \omega_1, \omega_{OB}, \omega_{AB}, \omega_{KD}$

Номер варианта задания	$R_1$ , см	$r_1$ , см	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$BC$ , см	$V_C$ , см/с	Номер варианта задания	$R_1$ , см	$CB$ , см	$OB$ , см	$KD$ , см	$\alpha$ , град	$V_C$ , см/с
9	20	12	45	60	60	8	10	10	20	30	60	30	4
19	24	16	60	90	50	4	20	12	26	30	50	45	2
29	16	10	30	120	40	6	30	15	30	60	60	60	3

**Задание К3. Определение ускорений точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении**

Для заданного положения плоского механизма определить ускорения точек звеньев механизма и угловые ускорения звеньев.

Варианты № 1, 11, 21								Варианты № 2, 12, 22							
<p>Найти: <math>a_A, a_K, \varepsilon_{AB}</math></p>								<p>Найти: <math>a_C, a_B, \varepsilon_{AC}</math></p>							
Номер варианта задания	AB, см	AK, см	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$R_1$ , см	$V_C$ , см/с	$a_C$ , см/с <sup>2</sup>	Номер варианта задания	$R_1$ , см	OA, см	AC, см	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$\omega_{OA}$ , рад/с	$\varepsilon_{OA}$ , рад/с <sup>2</sup>
1	16	10	60	120	10	12	6	2	5	10	12	30	60	2	4
11	20	16	30	60	8	10	8	12	8	24	20	30	120	1	2
21	18	10	60	180	6	8	4	22	6	12	15	60	90	2	3

Варианты № 3, 13, 23								Варианты № 4, 14, 24							
<p>Найти: <math>a_C, a_B, \varepsilon_{BC}</math></p>								<p>Найти: <math>a_A, a_D, \varepsilon_{DA}</math></p>							
Номер варианта задания	BC, см	AO, см	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$R_1$ , см	$\omega_{OA}$ , рад/с	$\varepsilon_{OA}$ , рад/с <sup>2</sup>	Номер варианта задания	$R_1$ , см	OA, см	DC, см	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$V_C$ , см/с	$a_C$ , см/с <sup>2</sup>
3	16	15	60	90	10	2	3	4	10	28	5,78	60	30	10	2
13	18	12	90	60	8	3	2	14	8	24	4,62	30	90	8	3
23	14	12	30	120	10	2	4	24	6	20	6	45	45	12	2

Варианты № 5, 15, 25								Варианты № 6, 16, 26							
<p>Найти: <math>a_D, a_B, \epsilon_{BD}</math></p>								<p>Найти: <math>a_B, a_D, \epsilon_{BC}</math></p>							
Номер варианта задания	OA, см	BD, см	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$R_1$ , см	$\omega_{OA}$ , рад/с	$\epsilon_{OA}$ , рад/с <sup>2</sup>	Номер варианта задания	$R_1$ , см	AB, см	$\phi$ , град	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$\omega_{OA}$ , рад/с	$\epsilon_{OA}$ , рад/с <sup>2</sup>
5	16	10	60	30	10	4	3	6	6	18	60	30	30	2	3
15	18	8	90	45	12	2	4	16	8	20	90	60	30	2	4
25	14	12	30	60	8	3	2	26	5	16	120	30	60	3	4

Варианты № 7, 17, 27								Варианты № 8, 18, 28							
<p>Найти: <math>a_E, a_C, \epsilon_{BC}</math></p>								<p>Найти: <math>a_D, a_B, \epsilon_{BD}</math></p>							
Номер варианта задания	BC, см	BE, см	$\alpha$ , град	$R_1$ , см	$R_2$ , см	$\omega_{OA}$ , рад/с	$\epsilon_{OA}$ , рад/с <sup>2</sup>	Номер варианта задания	$R_1$ , см	BD, см	AC, см	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$V_C$ , см/с	$a_C$ , см/с <sup>2</sup>
7	22	10	60	2	10	2	3	8	4	5	12	60	60	12	5
17	28	15	30	3	6	3	4	18	6	10	16	45	90	10	8
27	20	8	45	4	8	2	2	28	8	8	16	30	120	8	6

Варианты № 9, 19, 29									Варианты № 10, 20, 30							
<p>Найти: <math>a_C, a_B, \varepsilon_{AB}</math></p>									<p>Найти: <math>a_A, a_B, \varepsilon_{CB}</math></p>							
Номер варианта задания	$OA$ , см	$DC$ , см	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$R_1$ , см	$\omega_{OA}$ , рад/с	$\varepsilon_{OA}$ , рад/с <sup>2</sup>	Номер варианта задания	$R_1$ , см	$BC$ , см	$\varphi$ , град	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$V_C$ , см/с	$a_C$ , см/с <sup>2</sup>	
9	18	10	30	120	4	2	3	10	6	14	60	30	120	15	3	
19	20	12	60	60	6	3	4	20	5	18	45	60	90	10	5	
29	18	8	60	90	4	2	3	30	4	16	30	45	60	12	4	

#### Задание К4. Определение скорости и ускорения точки при сложном движении

Задание включает две задачи с вращательным и поступательным видами переносного движения точки.

**Задача 1.** Вращение тела относительно неподвижной оси задается законом изменения угла поворота:  $\varphi_e = \varphi_e(t)$  или законом изменения его угловой скорости:  $\omega_e = \omega_e(t)$ . Движение точки относительно тела отсчитывается от её начального положения в точке  $C$  и задается законом изменения длины дуги окружности или отрезка прямой линии:  $CM = S_r = S_r(t)$ .

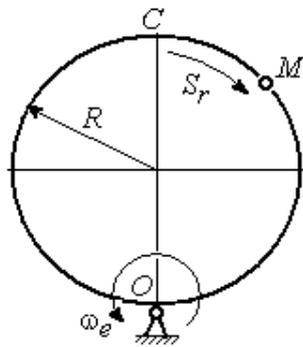
Определить абсолютные скорость и ускорение точки в заданный момент времени  $t_1$ .

**Задача 2.** Поступательное движение тела, несущего точку, задается законом изменения координаты  $x_e = x_e(t)$ . Движение точки относительно тела отсчитывается от её начального положения в точке  $C$  и задается законом изменения длины дуги окружности или отрезка прямой линии:  $CM = y_r = y_r(t)$ .

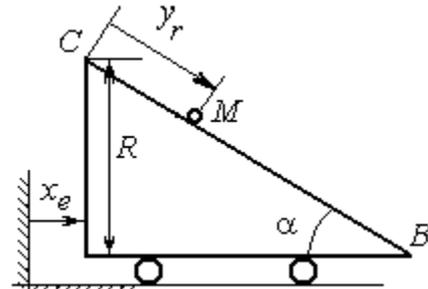
Определить абсолютные скорость и ускорение точки в момент времени  $t_2$ , который либо задаётся в исходных данных задачи, либо на схеме описаны условия, из которых он находится.

Варианты № 1, 11, 21

Задача 1



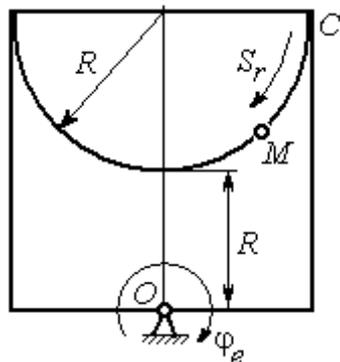
Задача 2



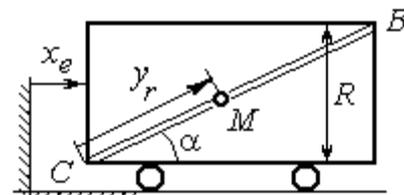
В момент  $t = t_2$  точка  $M$  прошла половину пути  $CB$

Варианты № 2, 12, 22

Задача 1



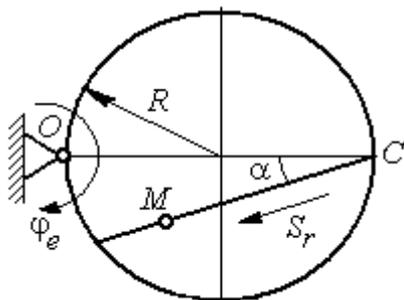
Задача 2



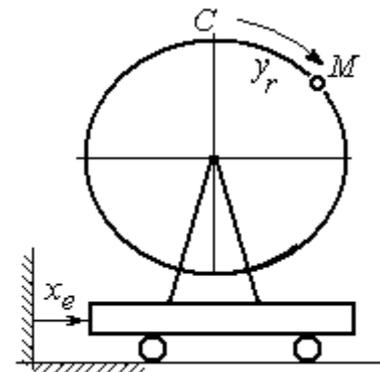
В момент  $t = t_2$  точка  $M$  прошла  $2/3$  пути  $CB$

Варианты № 3, 13, 23

Задача 1

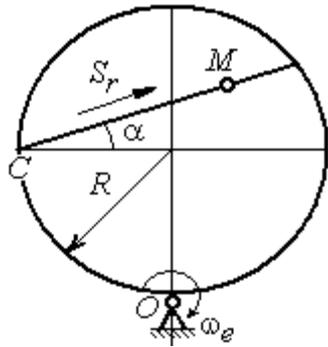


Задача 2

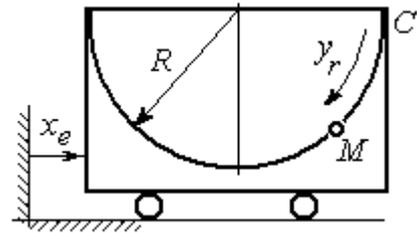


Варианты № 4, 14, 24

Задача 1

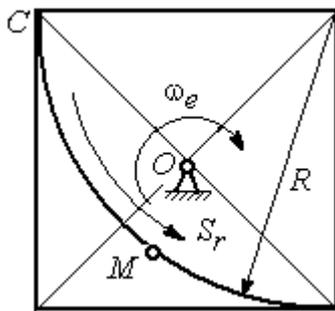


Задача 2

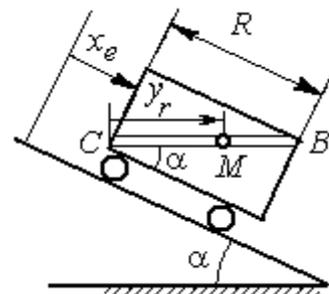


Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



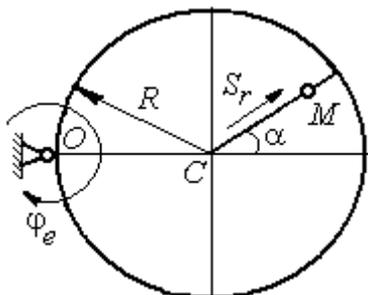
Задача 2



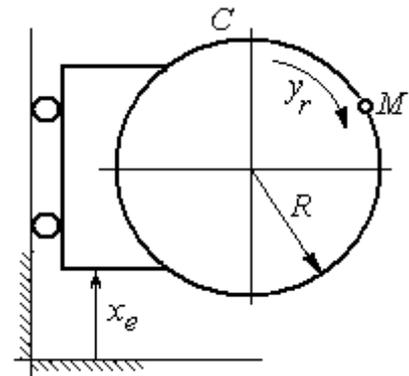
В момент  $t = t_2$  точка  $M$  прошла путь  $CB$

Варианты № 6, 16, 26

Задача 1

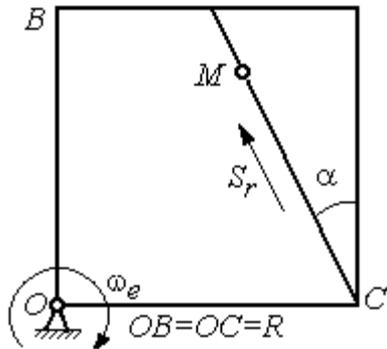


Задача 2

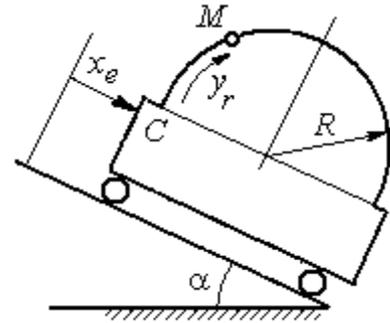


Варианты № 7, 17, 27

Задача 1

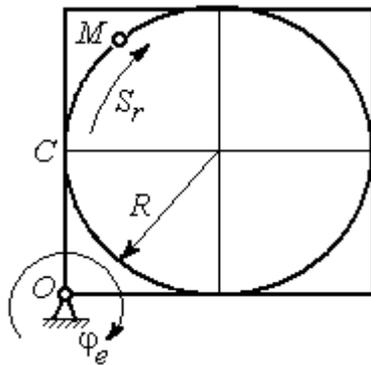


Задача 2

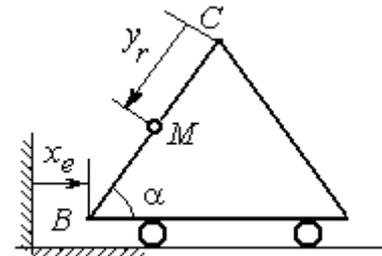


Варианты № 8, 18, 28

Задача 1



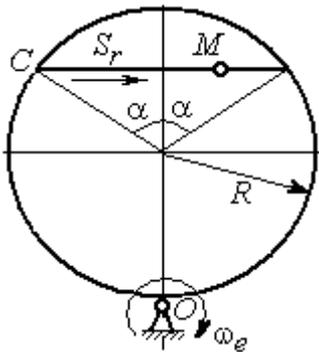
Задача 2



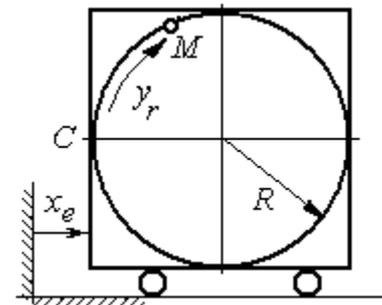
В момент  $t = t_2$  точка  $M$  прошла половину пути  $CB = R$

Варианты № 9, 19, 29

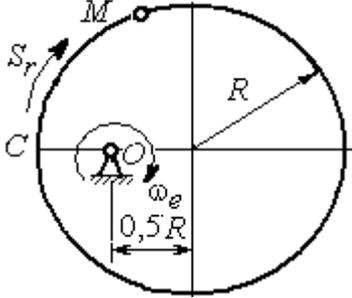
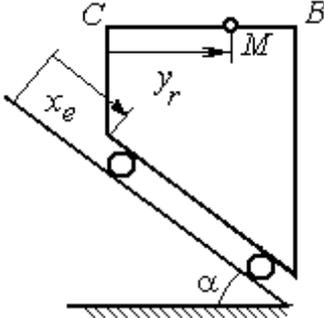
Задача 1



Задача 2



**Варианты № 10, 20, 30**

<p><b>Задача 1</b></p> 	<p><b>Задача 2</b></p>  <p>В момент <math>t = t_2</math> точка <math>M</math> прошла половину пути <math>CB = R</math></p>
--	---

**Исходные данные для заданий по сложному движению точки**

Номер варианта задания	Номер задачи	$R$ , см	$\alpha$ , град	$\overset{\sim}{CM} = S_r(t)$ , см	$\varphi_e(t)$ , рад; $\omega_e(t)$ , рад/с	$t_1$ , с $t_2$ , с
				$\overset{\sim}{CM} = y_r(t)$ , см	$x_e(t)$ , см	
<b>1</b>	1	3	–	$S_r = 2\pi\sin(\pi t/6)$	$\omega_e = 4t^2$	1
	2	4	30	$y_r = 4t^2$	$x_e = 2\cos(\pi t/6)$	–
<b>2</b>	1	2	–	$S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/6)$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/3)$	1
	2	3	60	$y_r = t^2 + t$	$x_e = 1 + \cos(\pi t)$	–
<b>3</b>	1	4	30	$S_r = 2\sqrt{3}[t + \sin(\pi t/2)]$	$\varphi_e = 4t - t^2$	1
	2	6	–	$y_r = \pi[2t + \sin\pi t]$	$x_e = 5t - t^2$	1
<b>4</b>	1	4	60	$S_r = 2(t^3 + t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	3	–	$y_r = \pi[2t + \cos(\pi t/2)]$	$x_e = t^3 - 4t$	1
<b>5</b>	1	6	–	$S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/6)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/3)$	1
	2	2	30	$y_r = t^2 + 2t$	$x_e = t^2 - 4t$	–
<b>6</b>	1	6	60	$S_r = t + 10\sin(\pi t/6)$	$\varphi_e = 2t^2 - 5t$	1
	2	3	–	$y_r = 4\pi\sin(\pi t/6)$	$x_e = [1 - \cos(\pi t/4)]$	1
<b>7</b>	1	8	30	$S_r = 2(t^3 + 3t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	4	30	$y_r = 2\pi t^2$	$x_e = t^3 - 5t$	1
<b>8</b>	1	8	–	$S_r = 2\pi[t^2 + \sin\pi t]$	$\varphi_e = t^2 - 5t$	2
	2	6	30	$y_r = t(t + 1)$	$x_e = \cos\pi t$	–

Номер варианта задания	Номер задачи	$R$ , см	$\alpha$ , град	$\check{C}\check{M} = S_r(t)$ , см $\check{C}\check{M} = y_r(t)$ , см	$\varphi_e(t)$ , рад; $\omega_e(t)$ , рад/с $x_e(t)$ , см	$t_1$ , с $t_2$ , с
9	1	8	30	$S_r = 2t^2$	$\omega_e = \cos(\pi t/8)$	2
	2	3	–	$y_r = 4\pi \sin^2(\pi t/4)$	$x_e = (3 - 2t)^2$	1
10	1	6	–	$S_r = \pi(2t^3 + \sin \pi t)$	$\omega_e = 5t - 2t^3$	1
	2	4	30	$y_r = t^2 + 2t$	$x_e = 1 + \cos \pi t$	–
11	1	6	–	$S_r = 8\pi \sin(\pi t/12)$	$\omega_e = 2 + \cos(\pi t/4)$	2
	2	6	60	$y_r = 4\sin \pi t$	$x_e = t^2 - 2t$	–
12	1	18	–	$S_r = \pi(2t^2 + 2t)$	$\varphi_e(t) = 3t - t^2$	2
	2	6	30	$y_r = 2t^2 + t$	$x_e = 1 + \cos(\pi t)$	–
13	1	10	60	$S_r = t^3 + t$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/6)$	2
	2	6	–	$y_r = 6\pi \cos(\pi t/3)$	$x_e = t(t + 1)$	1
14	1	4	30	$S_r = 8\sqrt{3}\sin(\pi t/12)$	$\omega_e = (3 - 2t)^2$	2
	2	3	–	$y_r = 2\pi \sin(\pi t/6)$	$x_e = 2t^2 - 5t$	1
15	1	8	–	$S_r = 4\pi \sin^2(\pi t/4)$	$\omega_e = 2 + \cos(\pi t/4)$	1
	2	5	60	$y_r = 5t + t^2$	$x_e = \cos(\pi t/6)$	–
16	1	12	90	$S_r = 3[t + \sin(\pi t/2)]$	$\varphi_e = 2t - 3t^2$	1
	2	15	–	$y_r = \pi(4t + t^2)$	$x_e = 6\sin(\pi t/3)$	1
17	1	6	45	$S_r = 3\sqrt{2}[t^2 + 2\sin \pi t]$	$\omega_e(t) = 4t^2 - 6$	1
	2	6	60	$y_r = 8\pi \sin(\pi t/12)$	$x_e = \sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	2
18	1	8	–	$S_r = 4\pi\sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	$\varphi_e = 18t - 4t^2$	2
	2	8	60	$y_r = 3t + 2t^2$	$x_e = \sin \pi t$	–
19	1	8	60	$S_r = 2\sqrt{3}[t + \sin(\pi t/2)]$	$\omega_e = 5t - t^2$	1
	2	9	–	$y_r = 6\pi \cos(\pi t/3)$	$x_e = \cos(\pi t/6)$	1
20	1	4	–	$S_r = 4\pi \sin(\pi t/6)$	$\omega_e = 3t - 5$	1
	2	6	60	$y_r = 3t + 2t^2$	$x_e = \pi \sin \pi t$	–
21	1	3	–	$S_r = 4\pi\sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	$\omega_e = 6t - 14$	2
	2	8	45	$y_r = (t^2 + 3t)$	$x_e = t + 2\sin \pi t$	–
22	1	4	–	$S_r = 2\pi(t^2 + 2t)$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	9	60	$y_r = 8\sin \pi t$	$x_e = 5t - t^2$	–
	1	6	45	$S_r = 12\sin(\pi t/8)$	$\varphi_e = t^2 + \cos(\pi t/4)$	2

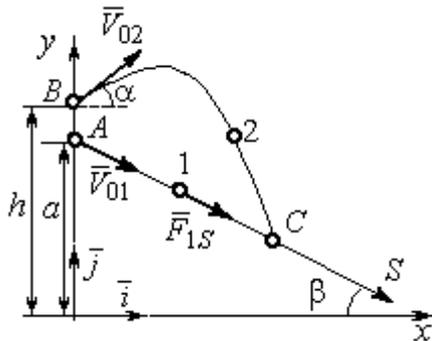
Номер варианта задания	Номер задачи	$R$ , см	$\alpha$ , град	$\overset{\sim}{C}\overset{\sim}{M} = S_r(t)$ , см $\overset{\sim}{C}\overset{\sim}{M} = y_r(t)$ , см	$\varphi_e(t)$ , рад; $\omega_e(t)$ , рад/с $x_e(t)$ , см	$t_1$ , с $t_2$ , с
23	2	6	–	$y_r = 6\pi[t + \sin(\pi t/6)]$	$x_e = 5t - t^2$	1
24	1	6	45	$S_r = 12\sin(\pi t/8)$	$\omega_e = t + 4\cos(\pi t/4)$	2
	2	6	–	$y_r = \pi(t^2 + 2t)$	$x_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
25	1	6	–	$S_r = 2\pi t^2$	$\omega_e = 3\sin(\pi t/3)$	1
	2	4	45	$y_r = 2t(t + 3t)$	$x_e = 2(t^3 - 3t)$	–
26	1	6	120	$S_r = t^2 + t$	$\varphi_e = 12\cos(\pi t/12)$	2
	2	9	–	$y_r = \pi\sqrt{3}\sin(\pi t/3)$	$x_e = 2(t^2 - 3t)$	1
27	1	10	60	$S_r = \sqrt{3}(t^2 + t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	2
	2	9	30	$y_r = \sqrt{3}\pi\sin(\pi t/3)$	$x_e = t + 4\cos(\pi t/4)$	1
28	1	2	–	$S_r = 6\pi\sin(\pi t/6)$	$\varphi_e = 2t + \cos(\pi t/2)$	1
	2	6		$y_r = 2t + 3t^2$	$x_e = t + \sin\pi t$	–
29	1	8	30	$S_r = (t^2 + 2t)$	$\omega_e = 6\sin(\pi t/12)$	2
	2	3	–	$y_r = 2\pi\sqrt{3}\sin(\pi t/3)$	$x_e = 5t - t^2$	1
30	1	2	–	$\pi(t^2 + 2t)$	$\omega_e(t) = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	3	60	$y_r = t + t^2$	$x_e = t + \sin\pi t$	–

### Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки

Две материальные точки движутся в вертикальной плоскости  $xOy$ . Точка 1 массой  $m_1$ , получив в начальном положении  $A$  скорость  $V_{01}$ , движется вдоль гладкой оси  $AS$ , наклоненной под углом  $\beta$  к горизонту. Во время движения на точку 1 действуют сила тяжести и постоянная сила  $\vec{F}_1$ , направленная вдоль оси  $AS$ . Направление вектора проекции силы на ось  $\vec{F}_{1S}$  показано на схеме.

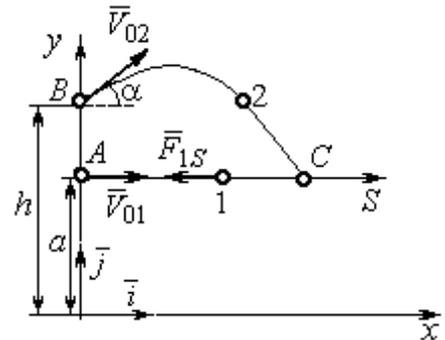
Одновременно с точкой 1 начинает движение точка 2 массой  $m_2$  из положения  $B$  на оси  $y$ . На точку 2 действуют сила тяжести и постоянная сила  $\vec{F}_2$ . Направление вектора силы  $\vec{F}_2$  определяется его разложением по единичным векторам  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  координатных осей  $x$ ,  $y$ . Определить величину и направление (угол  $\alpha$ ) начальной скорости  $V_{02}$  точки 2, чтобы в момент времени  $t_1$  точки 1 и 2 встретились на оси  $AS$  в точке  $C$ . Момент времени  $t_1$  задаётся в условиях задачи или определяется по дополнительным условиям встречи.

**Варианты № 1, 11, 21**



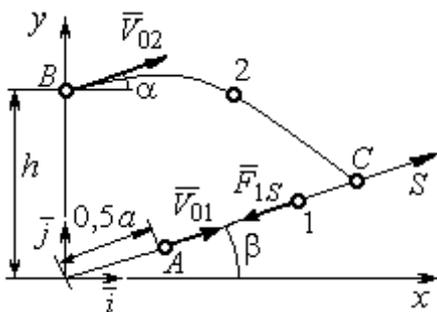
Встреча в точке  $C$  в момент, когда скорость точки 1 увеличилась в 1,5 раза относительно начальной

**Варианты № 2, 12, 22**



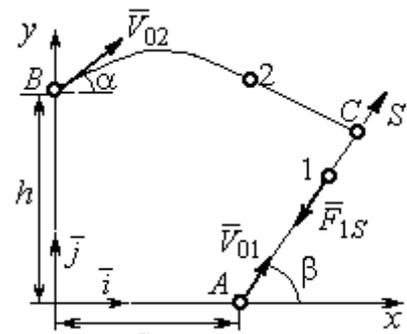
Встреча в точке  $C$  в момент, когда точка 1 максимально удалась от места старта

**Варианты № 3, 13, 23**



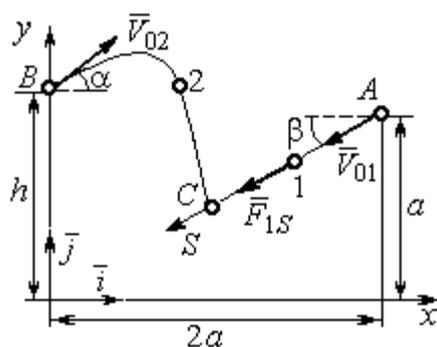
Встреча в точке  $C$  в момент, когда скорость точки 1 уменьшилась в 2 раза относительно начальной

**Варианты № 4, 14, 24**



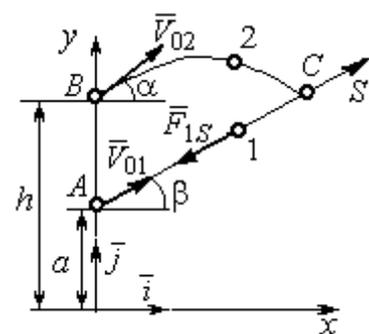
Встреча в точке  $C$  в момент времени  $t_1 = 0,5$  с

**Варианты № 5, 15, 25**

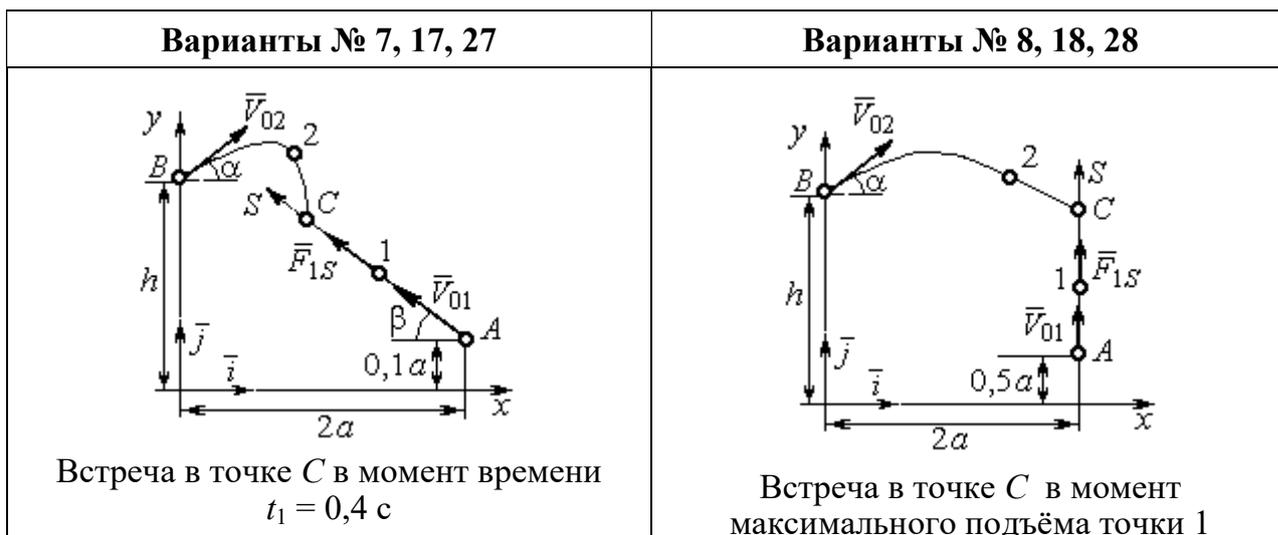


Встреча в точке  $C$  в момент, когда скорость точки 1 увеличилась в 1,5 раза относительно начальной

**Варианты № 6, 16, 26**



Встреча в точке  $C$ , когда точка 1 максимально удалась от места старта



**Исходные данные задания Д1. Интегрирование уравнений движения точки**

Номер варианта задания	$m_1$ , кг	$F_{1S}$ , Н	$V_{01}$ , м/с	$\beta$ , град	$m_2$ , кг	$\vec{F}_2$ , Н	$a$ , м	$h$ , м
1	1	3	3	30	2	$7\vec{i}$	2	4
2	3	6	2	0	2	$4\vec{i} + 12\vec{j}$	1,5	1
3	2	5	4	35	1,5	$10\vec{i} + 4\vec{j}$	2	2,5
4	1	10	2	60	2	$4\vec{i} + 8\vec{j}$	2,2	2
5	1	3	3	30	2	$5\vec{i}$	3	4,5
6	0,8	6	6	50	3	$3\vec{i} + 12\vec{j}$	1,5	4
7	2	5	4,5	40	1	$10\vec{i} + 2\vec{j}$	3	2,5
8	1	2	3,5	90	2	$6\vec{i} + 8\vec{j}$	1,2	2
9	2	4	4	0	1	$3\vec{i} + 2\vec{j}$	2	2,5

Номер варианта задания	$m_1$ , кг	$F_{1S}$ , Н	$V_{01}$ , м/с	$\beta$ , град	$m_2$ , кг	$\vec{F}_2$ , Н	$a$ , м	$h$ , м
10	1	3	3	55	1,5	$4\vec{i}$	1	1,5
11	0,5	2	3	60	2	$3\vec{i} + 8\vec{j}$	1,5	2,5
12	0,2	3	4	0	1	$5\vec{i} - 2\vec{j}$	1	2,5
13	1	2	6	50	1,5	$6\vec{i} - 4\vec{j}$	0,8	2
14	0,5	6	4	35	1	$3\vec{i} - 2\vec{j}$	2,5	2
15	0,2	3	3	50	2	$2\vec{i} - 2\vec{j}$	3	4
16	2	4	6	40	2	$3\vec{i} + 12\vec{j}$	1	1,5
17	1	6	5	60	1,5	$5\vec{i} + 4\vec{j}$	3	2,5
18	1	2	2	90	2	$4\vec{i} + 4\vec{j}$	2	2
19	1	3	2	2	2	$2\vec{i} + 10\vec{j}$	1	1,5
20	5	4	2	30	1	$3\vec{i} - 2\vec{j}$	1,5	1,5
21	0,2	4	4	45	1	$6\vec{i} - 2\vec{j}$	1	3
22	0,4	3	2	0	2	$4\vec{i} + 6\vec{j}$	1,5	2,5
23	1	3	8	60	2	$4\vec{i} + 2\vec{j}$	1,2	1,5
24	0,5	8	3	30	2	$6\vec{i} + 7\vec{j}$	2	1,5
25	2	4	4	60	1	$2\vec{i} - 2\vec{j}$	3,5	4
26	1	3	5	50	2	$4\vec{i} + 6\vec{j}$	0,5	1,5
27	1,5	3	6	30	2	$4\vec{i} + 4\vec{j}$	2	2,5
28	2	5	3	90	2	$6\vec{i} + 7\vec{j}$	2	1,5
29	2	4	4	0	1	$5\vec{i} - 2\vec{j}$	1,5	2
30	1	3	2,5	70	2	$4\vec{i} + 6\vec{j}$	1	1

### Задание Д2. Исследование колебаний точки

Задание Д2 на исследование колебаний точки включает две задачи.

#### Задача 1. Исследование гармонических колебаний точки.

Найти уравнение движения груза массой  $m_1$  (или одновременно двух грузов массой  $m_1$  и  $m_2$ ) на пружине жесткостью  $c_1$  (или на двух пружинах жесткостью  $c_1$  и  $c_2$ ). Расположение грузов на пружине и описание условий, при которых начались колебания, приведено на схемах. Определить амплитуду и частоту колебаний.

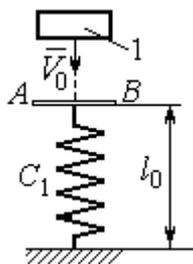
#### Задача 2. Исследование вынужденных колебаний точки.

Груз движется на пружинах, расположенных вертикально или горизонтально. При движении груза по горизонтальной поверхности трение не учитывается. Жёсткость пружин  $c_1$  и  $c_2$ . Направление возмущающего усилия  $F = F(t)$ , приложенного к грузу, или возмущающего движения точки крепления пружин  $S = S(t)$ , а также описание условий начала колебаний приведено на схемах. В задачах, где на схемах присутствует амортизатор, создающий сопротивление движению груза, сила сопротивления пропорциональна скорости движения груза и находится по формуле:  $\vec{R} = -\mu\vec{V}$  Н, где  $\mu$  – коэффициент

сопротивления;  $V$  – скорость груза. Определить уравнение колебаний груза, амплитуды собственных и вынужденных колебаний.

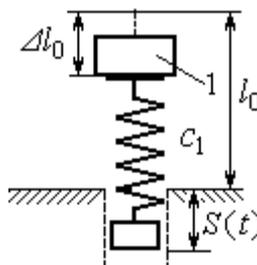
### Варианты № 1, 11, 21

#### Задача 1



Невесомая пластина  $AB$  укреплена на нерастянутой пружине. Груз 1, получив начальную скорость  $V_0$ , падает вертикально вниз. Через 1 с после начала падения груз достигает пластины и продолжает движение вместе с ней

#### Задача 2

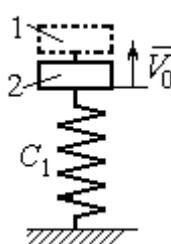


К верхнему концу пружины, сжатой на величину  $\Delta l_0$ , прикрепляют груз 1 и отпускают без начальной скорости. Одновременно нижний конец пружины начинает двигаться по закону  $S = S(t)$

К верхнему концу пружины, сжатой на величину  $\Delta l_0$ , прикрепляют груз 1 и отпускают без начальной скорости. Одновременно нижний конец пружины начинает

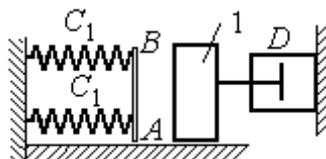
### Варианты № 2, 12, 22

#### Задача 1



В положении статического равновесия двух грузов (1 и 2), установленных на пружине, груз 1 убрали, а грузу 2 сообщили скорость  $V_0$ , направленную вверх

#### Задача 2

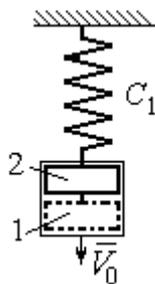


Груз 1 движется по гладкой горизонтальной поверхности с начальной скоростью  $V_0$ . Через 1 с груз упирается в площадку  $AB$ , укрепленную на недеформированных пружинах, соединённых параллельно, и продолжает движение вместе с ней. Во время движения (до упора в площадку  $AB$  и вместе с ней) груз испытывает сопротивление, создаваемое демпфером  $D$

Груз 1 движется по гладкой горизонтальной поверхности с начальной

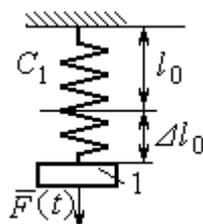
### Варианты № 3, 13, 23

#### Задача 1



В положении статического равновесия груза 2, укрепленного на пружине, к нему присоединили груз 1 и оба груза толкнули вниз со скоростью  $V_0$

#### Задача 2

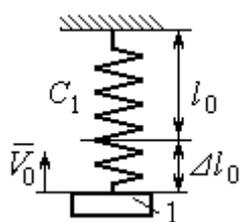


Недеформированную пружину оттянули вниз на расстояние  $\Delta l_0$ , подцепили груз 1 и отпустили без начальной скорости. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила  $\vec{F}(t)$

Недеформированную пружину оттянули вниз на расстояние  $\Delta l_0$ , подцепили груз 1 и отпустили без начальной скорости. Одновременно на груз стала

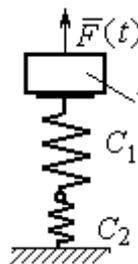
Варианты № 4, 14, 24

Задача 1



К недеформированной пружине подцепили груз 1, оттянули его вниз на расстояние  $\Delta l_0$  и сообщили скорость  $V_0$ , направленную вверх

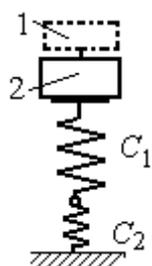
Задача 2



Грузу 1, укрепленному на двух последовательно соединенных пружинах в положении статического равновесия, сообщили начальную скорость  $V_0$ , направленную вниз. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила  $\vec{F}(t)$

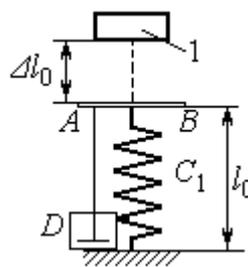
Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



В положении статического равновесия грузов 1 и 2, укрепленных на двух вертикальных последовательно соединенных пружинах, убрали груз 1, а груз 2 отпустили без начальной скорости

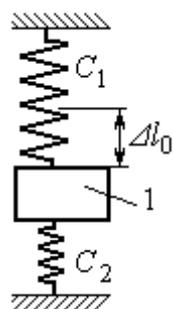
Задача 2



Груз 1 падает с высоты  $\Delta l_0$  на площадку  $AB$ , установленную на недеформированной пружине, и продолжает движение вместе с ней. Демпфер  $D$  создаёт сопротивление движению груза на пружине

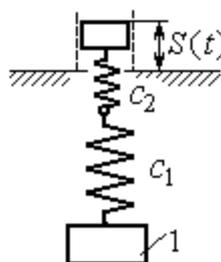
Варианты № 6, 16, 26

Задача 1



Груз 1 поместили между двумя недеформированными пружинами, затем оттянули вниз на расстояние  $\Delta l_0$  и отпустили без начальной скорости

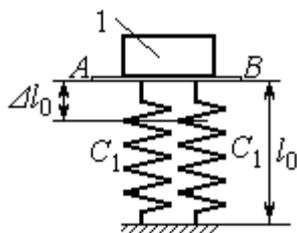
Задача 2



К недеформированным пружинам, соединенным последовательно, подцепили груз 1 и толкнули его вниз со скоростью  $V_0$ . Одновременно верхний конец пружины начинает двигаться по закону  $S = S(t)$

**Варианты № 7, 17, 27**

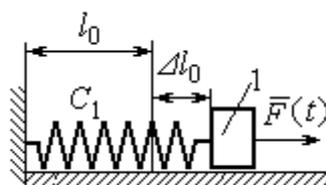
**Задача 1**



скорость  $V_0$ , направленную вниз

К недеформированным пружинам приложили груз 1, переместили его вниз на величину  $\Delta l_0$  и сообщили

**Задача 2**

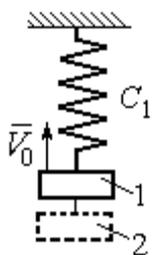


К нерастянутой пружине, расположенной на горизонтальной гладкой поверхности, подцепили груз 1, оттянули его на расстояние  $\Delta l_0$  и отпустили. Одновременно на груз стала действовать горизонтальная возмущающая сила  $\vec{F}(t)$

К нерастянутой пружине, расположенной на горизонтальной гладкой поверхности, подцепили

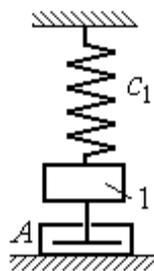
**Варианты № 8, 18, 28**

**Задача 1**



Грузы 1 и 2 находятся на пружине в положении статического равновесия. Груз 2 удаляют, а грузу 1 сообщают скорость  $V_0$ , направленную вверх

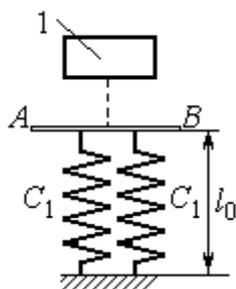
**Задача 2**



В положении статического равновесия груза 1 ему сообщили скорость  $V_0$ , направленную вниз. Демпфер  $A$  создаёт сопротивление движению груза

**Варианты № 9, 19, 29**

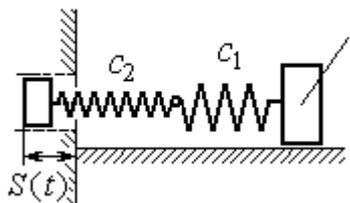
**Задача 1**



дальше движется вместе с ней

Груз 1 без начальной скорости падает вниз. Пройдя путь 1 м, груз достигает невесомой пластины  $AB$ , укрепленной на недеформированных, параллельно соединённых пружинах, и

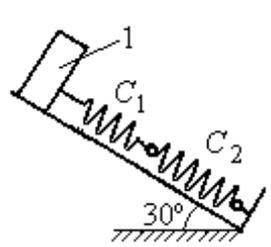
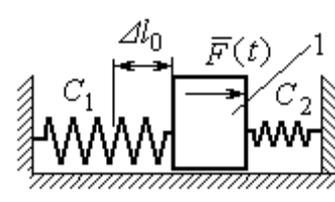
**Задача 2**



К двум горизонтальным пружинам, соединённым последовательно, в положении нерастянутого состояния прицепили груз 1 и сообщили ему горизонтальную скорость  $V_0$ , направленную в сторону сжатия пружин. Одновременно левый конец пружинной системы начинает двигаться по закону  $S = S(t)$

К двум горизонтальным пружинам, соединённым последовательно, в положении

**Варианты № 10, 20, 30**

Задача 1	Задача 2
 <p>В положении статического равновесия груза 1, укрепленного на двух последовательно соединенных пружинах, сообщили скорость <math>V_0</math>, направленную вниз по наклонной плоскости</p>	 <p>Между двумя горизонтальными недеформированными пружинами на гладкую поверхность поместили груз 1, оттянули его влево на расстояние <math>\Delta l_0</math> и отпустили без начальной скорости. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила <math>\vec{F}(t)</math></p>

**Исходные данные задания Д2. Исследование колебаний точки**

Номер варианта задания	Номер задачи	$m_1$ , кг	$m_2$ , кг	$V_0$ , м/с	$c_1$ , Н/м	$c_2$ , Н/м	$\Delta l_0$ , м	$\mu$ , Н·с/м	$F(t)$ , Н	$S(t)$ , м
<b>1</b>	1	2,5	—	2,0	200	—	—	—	—	—
	2	2,0	—	—	210	—	0,1	—	—	$0,02\sin 12t$
<b>2</b>	1	1,5	2,0	4	250	—	—	—	—	—
	2	2,0	—	4	220	—	—	1,0	—	—
<b>3</b>	1	2,0	1,5	3	250	—	—	—	—	—
	2	1,2	—	—	200	—	0,14	—	$12\sin 5t$	—
<b>4</b>	1	2,0	—	3	180	—	0,1	—	—	—
	2	1,5	—	2	150	120	—	—	$8\sin 12t$	—
<b>5</b>	1	1,0	2,0	—	120	100	—	—	—	—
	2	1,0	—	—	50	—	0,5	18	—	—
<b>6</b>	1	1,2	—	—	120	180	0,12	—	—	—
	2	1,4	—	2,4	120	180	—	—	—	$0,03\sin 14t$
<b>7</b>	1	1,6	—	3,2	140	—	0,15	—	—	—
	2	1,5	—	—	120	—	0,12	—	$12\sin 6t$	—
<b>8</b>	1	1,0	2,0	3,0	150	—	—	—	—	—
	2	2,0	—	3,5	120	—	—	15	—	—
<b>9</b>	1	1,5	—	—	100	—	—	—	—	—
	2	1,4	—	2,0	100	110	—	—	—	$0,015\sin 8t$
<b>10</b>	1	2,5	—	2,5	110	100	—	—	—	—
	2	2,0	—	—	110	52	0,08	—	$5\sin 9t$	—
<b>11</b>	1	2,0	—	4,0	300	—	—	—	—	—

Номер варианта задания	Номер задачи	$m_1$ , кг	$m_2$ , кг	$V_0$ , м/с	$c_1$ , Н/м	$c_2$ , Н/м	$\Delta l_0$ , м	$\mu$ , Н·с/м	$F(t)$ , Н	$S(t)$ , м
	2	1,0	–	–	200	–	0,12	–	–	$0,01\sin 4t$
<b>12</b>	1	1,8	2,4	4	220	–	–	–	–	–
	2	1,0	–	5	240	–	–	0,6	–	–
<b>13</b>	1	1,5	1,5	2	200	–	–	–	–	–
	2	1,8	–	–	180	–	0,08	–	$10\sin 10t$	–
<b>14</b>	1	2,0	–	2	200	–	0,12	–	–	–
	2	2,0	–	2	150	120	–	–	$10\sin 8t$	–
<b>15</b>	1	1,5	2,0	–	120	250	–	–	–	–
	2	1,5	–	–	120	–	0,4	4	–	–
<b>16</b>	1	2,0	–	–	150	75	0,1	–	–	–
	2	2,0	–	2,5	150	75	–	–	–	$0,01\sin 5t$
<b>17</b>	1	1,5	–	2,1	160	–	0,11	–	–	–
	2	1,8	–	–	150	–	0,1	–	$8\sin 12t$	–
<b>18</b>	1	2,0	1,0	2,5	80	–	–	–	–	–
	2	1,5	–	2,5	50	–	–	21	–	–
<b>19</b>	1	1,6	–	–	120	–	–	–	–	–
	2	1,2	–	2,0	85	120	–	–	–	$0,015\sin 7t$
<b>20</b>	1	2,0	–	2,0	90	100	–	–	–	–
	2	2,5	–	–	100	90	0,12	–	$6\sin 10t$	–
<b>21</b>	1	2,0	–	1,6	220	–	–	–	–	–
	2	2,5	–	–	250	–	0,14	–	–	$0,01\sin 10t$
<b>22</b>	1	2,2	1,5	3	180	–	–	–	–	–
	2	1,5	–	4	280	–	–	0,8	–	–
<b>23</b>	1	2,2	1,2	2	220	–	–	–	–	–
	2	1,6	–	–	200	–	0,12	–	$5\sin 7t$	–
<b>24</b>	1	1,6	–	2,4	160	–	0,13	–	–	–
	2	1,0	–	3	150	300	–	–	$6\sin 10t$	–
<b>25</b>	1	0,8	1,2	–	120	80	–	–	–	–
	2	0,8	–	–	180	–	0,4	12	–	–
<b>26</b>	1	1,4	–	–	100	120	0,15	–	–	–
	2	1,8	–	2,2	150	120	–	–	–	$0,015\sin 8t$
<b>27</b>	1	2	–	4,0	150	–	0,12	–	–	–
	2	2	–	–	162	–	0,13	–	$5\sin 9t$	–
<b>28</b>	1	1,5	2,0	2,0	140	–	–	–	–	–

Номер варианта задания	Номер задачи	$m_1$ , кг	$m_2$ , кг	$V_0$ , м/с	$c_1$ , Н/м	$c_2$ , Н/м	$\Delta l_0$ , м	$\mu$ , Н·с/м	$F(t)$ , Н	$S(t)$ , м
	2	1,5	–	3,1	180	–	–	12	–	–
<b>29</b>	1	1,0	–	–	140	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	2,4	75	150	–	–	–	$0,08\sin 5t$
<b>30</b>	1	1,6	–	3	75	150	–	–	–	–
	2	1,5	–	3	80	70	0,15	–	$8\sin 10t$	–

**Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии**

Тонкий стержень с надетым на него шариком массой  $m$  расположен в вертикальной плоскости и состоит из дуг окружностей радиусами  $r$  и  $R = 2r$ , соединённых прямолинейным отрезком  $EK$ , сопряжённым с дугами окружностей в точках  $E$  и  $K$ . В этих точках шарик переходит с одного участка стержня на другой, не изменяя величины и направления скорости. Длина отрезка  $EK = a$ .

В точке  $A$ , положение которой на дуге окружности определяется углом  $\alpha$ , шарик сообщают начальную скорость  $V_0$ . По дугам окружностей шарик скользит без трения, а при движении по прямолинейному отрезку  $EK$  на него действует постоянная сила трения с коэффициентом трения  $f$ . На участках с вертикальным отрезком  $EK$  считать, что шарик прижимается к стержню силой, равной половине веса шарика.

Достигнув на дуге окружности точки  $D$ , шарик упирается в недеформированную пружину жёсткостью  $c$  и, продолжая движение по сопряженной прямой, сжимает её. Положение точки  $D$  определяется углом  $\varphi$ .

Определить величину максимального сжатия пружины, если шарик проходит высшее положение траектории – точку  $B$  со скоростью  $V_B = kV_0$ . При найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке  $C$ , положение которой на дуге определяется углом  $\beta$ .



Варианты № 4, 14, 24	Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
Варианты № 7, 17, 27		Варианты № 8, 18, 28
Варианты № 9, 19, 29	Варианты № 10, 20, 30	

**Исходные данные задания Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии**

Номер варианта задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$m$ , кг	0,8	0,5	0,6	0,4	1,0	0,6	0,9	0,5	0,3	0,4	0,8	0,6	0,5	0,3	1,0
$\alpha$ , град	30	45	0	30	30	0	0	45	30	0	60	30	30	45	60
$\beta$ , град	60	30	60	0	60	30	60	60	30	45	30	60	60	30	30
$\varphi$ , град	0	60	30	0	0	30	45	0	30	45	30	30	0	30	45
$r$ , м	0,4	0,4	0,5	0,3	0,6	0,5	0,3	0,6	0,4	0,5	0,3	0,5	0,4	0,5	0,8
$a$ , м	0,5	0,6	0,9	1,4	0,8	1,2	0,5	0,5	1,4	0,5	0,8	0,5	0,8	0,6	0,6
$f$	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,5	0,3	0,4	0,3	0,4	0,5	0,3	0,4	0,3
$k$	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3	0,4
$c$ , Н/м	100	80	90	80	120	100	90	80	60	80	90	60	80	60	110

Номер варианта задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$m$ , кг	0,6	0,5	0,6	0,4	0,8	0,5	0,4	1,0	0,6	0,5	0,4	0,8	0,4	0,6	0,8
$\alpha$ , град	60	30	0	45	60	90	90	60	60	90	30	60	60	45	90
$\beta$ , град	60	30	45	90	60	45	90	60	60	30	30	60	60	0	60
$\varphi$ , град	45	60	60	60	30	90	0	90	45	60	60	90	30	60	0
$r$ , м	0,6	0,4	0,8	0,5	0,6	0,6	0,6	0,4	0,6	0,8	0,4	0,4	0,8	0,6	0,4
$a$ , м	0,4	1,2	0,9	1,2	1,2	0,9	0,6	1,5	1,4	0,8	1,2	0,9	0,6	0,8	0,5
$f$	0,3	0,4	0,4	0,5	0,3	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4
$k$	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,3
$c$ , Н/м	80	60	90	60	100	90	80	110	80	60	60	80	60	80	100

**Задание Д4. Динамический расчет механической системы**

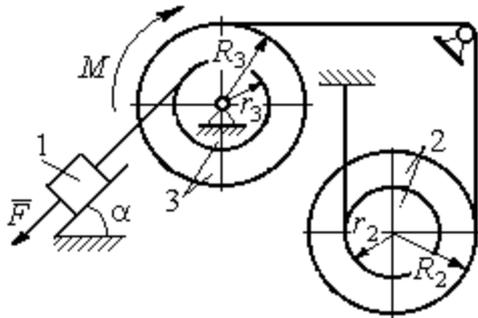
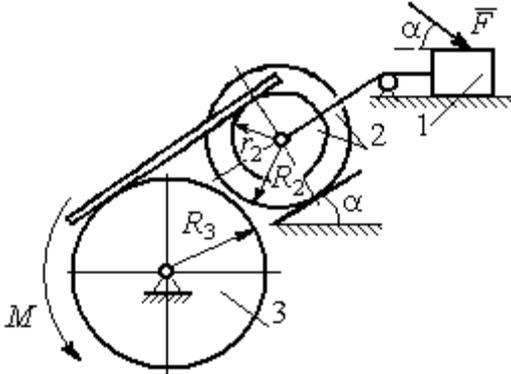
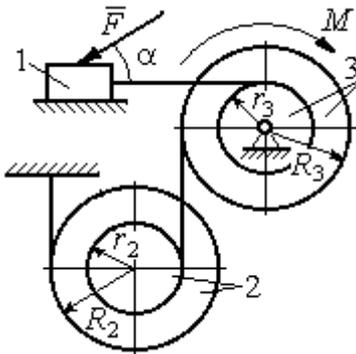
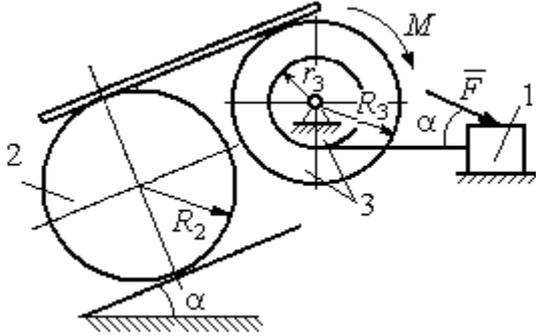
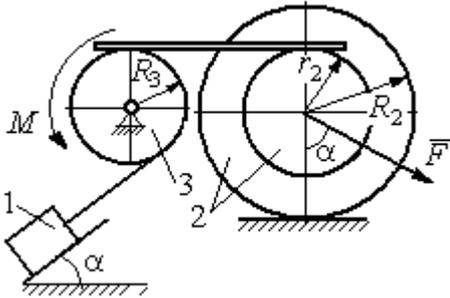
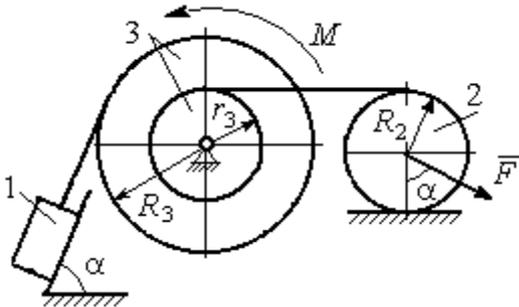
Механизм состоит из трёх тел – груза 1, катка 2 и блока 3, соединенных нерастяжимыми нитями или невесомыми стержнями.

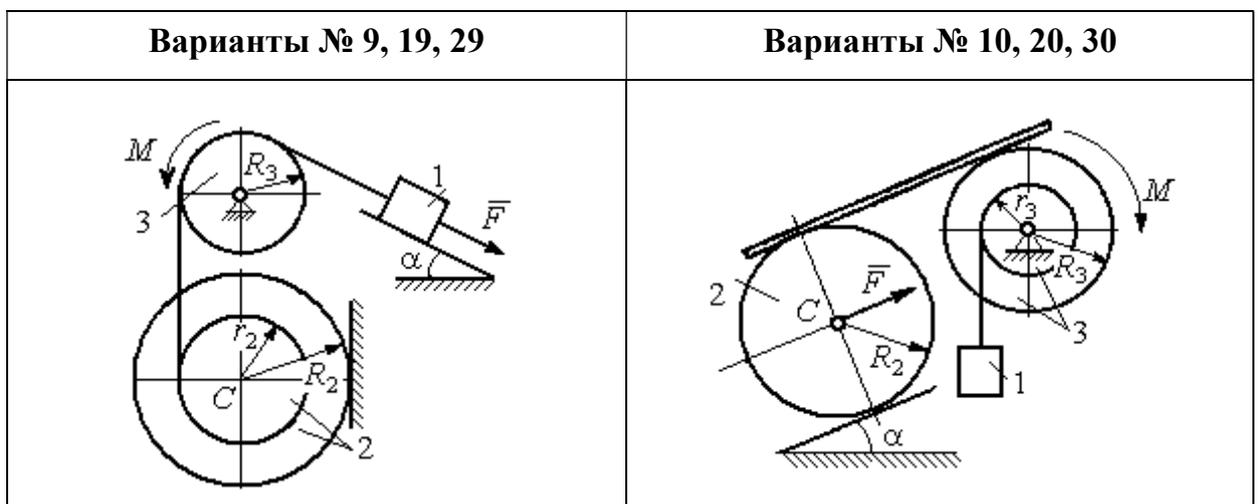
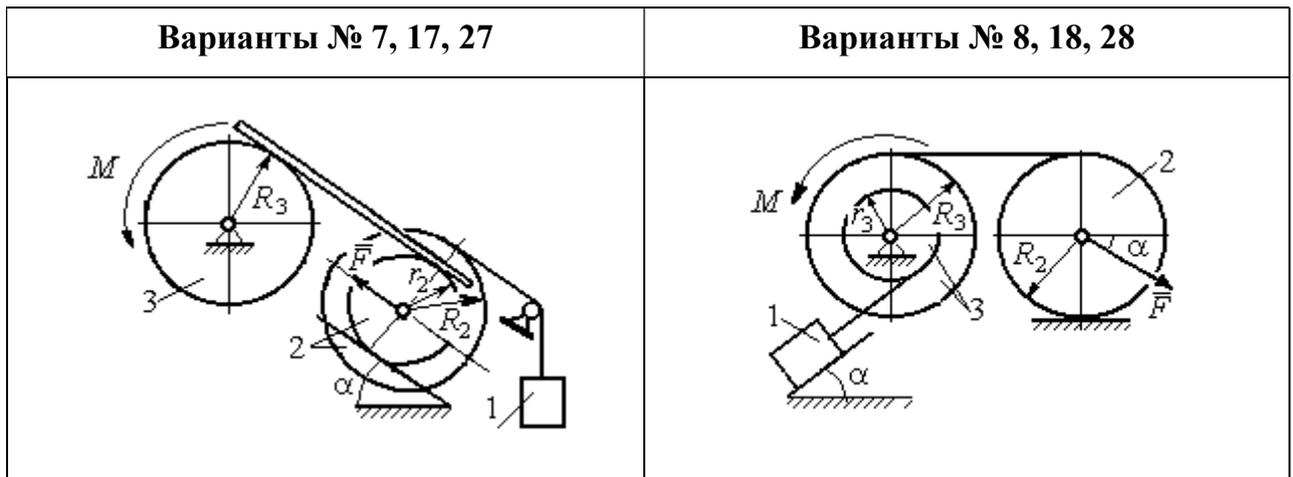
Движение механизма происходит в вертикальной плоскости под действием сил тяжести  $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3$ , силы  $\vec{F}$  и пары сил с моментом  $M$ . Направление действия силы  $\vec{F}$  определяется углом  $\alpha$ . Качение катка 2 происходит без скольжения. Проскальзывание между дисками и соединяющими их невесомыми стержнями или нитями отсутствует.

Радиусы ступеней катка 2 и блока 3 на схемах обозначены  $R_2, r_2$  и  $R_3, r_3$ .

Сплошные диски считать однородными. Радиусы инерции неоднородных (ступенчатых) дисков относительно осей, проходящих через центры масс перпендикулярно плоскости движения, равны  $i_{z2}, i_{z3}$ .

Найти ускорение груза 1 и динамические реакции, действующие на ось блока 3.

<p align="center"><b>Варианты № 1, 11, 21</b></p>	<p align="center"><b>Варианты № 2, 12, 22</b></p>
	
<p align="center"><b>Варианты № 3, 13, 23</b></p>	<p align="center"><b>Варианты № 4, 14, 24</b></p>
	
<p align="center"><b>Варианты № 5, 15, 25</b></p>	<p align="center"><b>Варианты № 6, 16, 26</b></p>
	



**Исходные данные задания Д4. Динамический расчёт механической системы**

Номер варианта задания	$P_1, \text{ Н}$	$P_2, \text{ Н}$	$P_3, \text{ Н}$	$F, \text{ Н}$	$M, \text{ Н}\cdot\text{м}$	$\alpha, \text{ град}$	$R_2, \text{ м}$	$r_2, \text{ м}$	$R_3, \text{ м}$	$r_3, \text{ м}$	$i_{z2}, \text{ м}$	$i_{z3}, \text{ м}$
<b>1</b>	$P$	$P$	$2P$	$P$	$2Pr$	60	$3r$	$r$	$2r$	$r$	$2r$	$r\sqrt{2}$
<b>2</b>	$3P$	$P$	$3P$	$3P$	$Pr$	30	$2r$	$r$	$2r$	—	$2r$	—
<b>3</b>	$4P$	$3P$	$4P$	$2P$	$2Pr$	60	$2r$	$r$	$2r$	$r$	$2r$	$2r$
<b>4</b>	$2P$	$2P$	$4P$	$P$	$4Pr$	45	$3r$	—	$3r$	$r$	—	$r\sqrt{2}$
<b>5</b>	$P$	$3P$	$3P$	$2P$	$3Pr$	30	$3r$	$r$	$r$	—	$2r$	—
<b>6</b>	$P$	$2P$	$4P$	$4P$	$6Pr$	60	$3r$	—	$3r$	$r$	—	$r\sqrt{2}$
<b>7</b>	$P$	$2P$	$3P$	$2P$	$3Pr$	45	$3r$	$r$	$r$	—	$r\sqrt{3}$	—
<b>8</b>	$2P$	$3P$	$3P$	$P$	$3Pr$	30	$2r$	—	$2r$	$r$	—	$r\sqrt{3}$
<b>9</b>	$3P$	$P$	$3P$	$P$	$2Pr$	30	$2r$	$r$	$2r$	—	$r\sqrt{2}$	—
<b>10</b>	$P$	$P$	$3P$	$P$	$2Pr$	60	$3r$	—	$3r$	$r$	—	$r\sqrt{3}$
<b>11</b>	$P$	$P$	$3P$	$2P$	$3Pr$	30	$3r$	$2r$	$2r$	$r$	$r\sqrt{2}$	$r\sqrt{2}$
<b>12</b>	$2P$	$P$	$2P$	$4P$	$Pr$	60	$3r$	$r$	$3r$	—	$r\sqrt{3}$	—

Номер варианта задания	$P_1, \text{ Н}$	$P_2, \text{ Н}$	$P_3, \text{ Н}$	$F, \text{ Н}$	$M, \text{ Н}\cdot\text{м}$	$\alpha, \text{ град}$	$R_2, \text{ м}$	$r_2, \text{ м}$	$R_3, \text{ м}$	$r_3, \text{ м}$	$i_{z2}, \text{ м}$	$i_{z3}, \text{ м}$
13	$3P$	$P$	$3P$	$3P$	$2Pr$	30	$3r$	$2r$	$2r$	$r$	$2r$	$r\sqrt{2}$
14	$2P$	$P$	$3P$	$2P$	$4Pr$	60	$2r$	–	$3r$	$2r$	–	$2r$
15	$P$	$2P$	$4P$	$P$	$4Pr$	45	$3r$	$2r$	$2r$	–	$r\sqrt{3}$	–
16	$P$	$3P$	$4P$	$2P$	$3Pr$	30	$2r$	–	$2r$	$r$	–	$r\sqrt{2}$
17	$P$	$P$	$3P$	$2P$	$6Pr$	60	$3r$	$r$	$3r$	–	$r\sqrt{3}$	
18	$2P$	$2P$	$3P$	$P$	$3Pr$	60	$2r$	–	$3r$	$r$	–	$r\sqrt{2}$
19	$2P$	$P$	$2P$	$3P$	$4Pr$	30	$3r$	$r$	$3r$	–	$2r$	–
20	$P$	$P$	$3P$	$P$	$2Pr$	45	$2r$	–	$2r$	$r$	–	$r\sqrt{3}$
21	$2P$	$P$	$4P$	$2P$	$4Pr$	60	$2r$	$r$	$3r$	$r$	$r\sqrt{2}$	$2r$
22	$P$	$P$	$2P$	$5P$	$2Pr$	45	$3r$	$2r$	$2r$	–	$2r$	–
23	$2P$	$2P$	$3P$	$3P$	$2Pr$	60	$3r$	$r$	$2r$	$r$	$2r$	$r\sqrt{2}$
24	$4P$	$P$	$3P$	$P$	$3Pr$	30	$2r$	–	$3r$	$r$	–	$r\sqrt{3}$
25	$P$	$3P$	$2P$	$P$	$2Pr$	60	$3r$	$r$	$r$	–	$r\sqrt{3}$	–
26	$P$	$3P$	$4P$	$3P$	$3Pr$	45	$2r$	–	$3r$	$2r$	–	$r\sqrt{3}$
27	$P$	$P$	$4P$	$2P$	$4Pr$	30	$2r$	$r$	$2r$	–	$r\sqrt{3}$	
28	$2P$	$3P$	$3P$	$P$	$6Pr$	30	$2r$	–	$3r$	$2r$	–	$r\sqrt{2}$
29	$2P$	$P$	$2P$	$2P$	$2Pr$	45	$2r$	$r$	$r$	–	$2r$	–
30	$P$	$P$	$4P$	$P$	$4Pr$	60	$3r$	–	$3r$	$2r$	–	$2r$

**Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии**

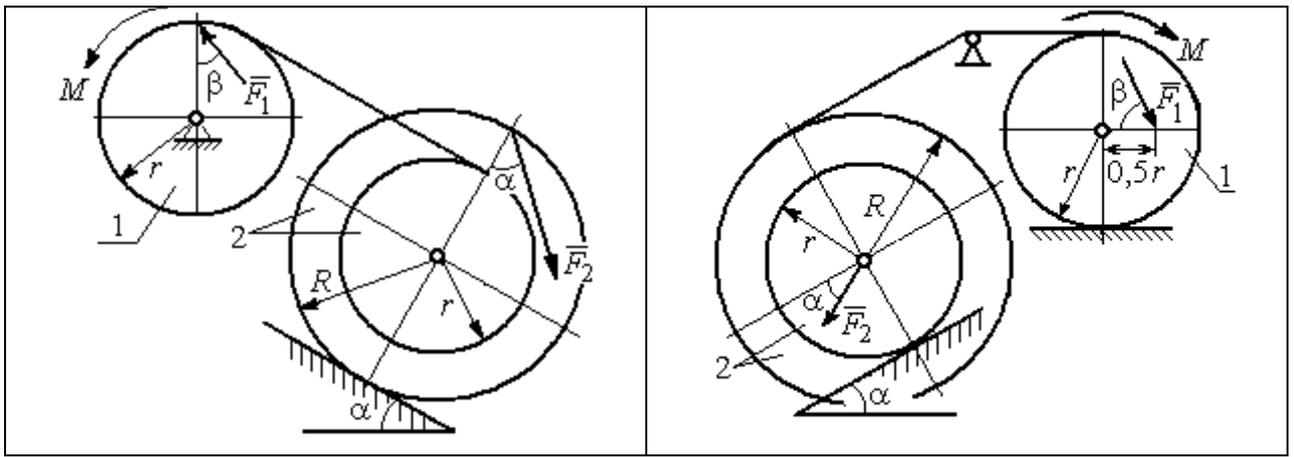
Неизменяемая механическая система состоит из ступенчатого и однородного дисков, соединённых нерастяжимой нитью или невесомым стержнем. Нити и стержни, соединяющие диски, параллельны плоскостям качения дисков. Качение дисков без скольжения. Скольжение между невесомым стержнем и дисками отсутствует.

Вес дисков  $P_1$  и  $P_2$ . Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести  $\vec{P}_1, \vec{P}_2$ , сил  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  и пары сил с моментом  $M$ . Направления действия сил  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  и наклон плоскости (если он есть) определяются углами  $\alpha$  или  $\beta$ , показанными на схемах механизмов.

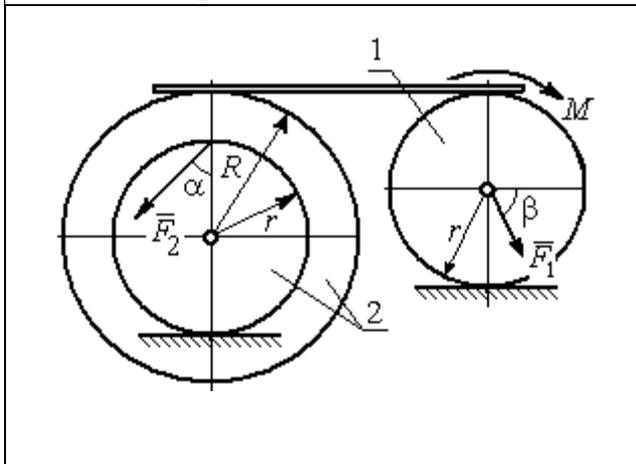
Радиус однородного диска  $r$ . Радиусы ступеней ступенчатого диска  $R$  и  $r$ . Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен  $i_z$ .

1. Найти ускорение центра масс диска 2.
2. Найти реакцию опоры диска 2 на плоскость (её нормальную составляющую и силу сцепления диска с плоскостью).

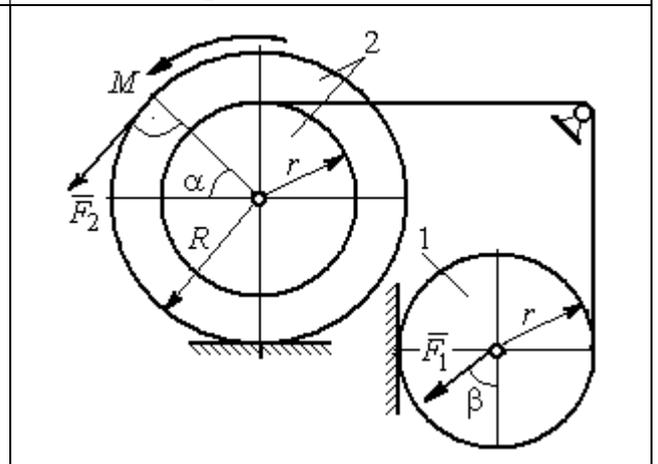
<b>Варианты № 1, 11, 21</b>	<b>Варианты № 2, 12, 22</b>
-----------------------------	-----------------------------

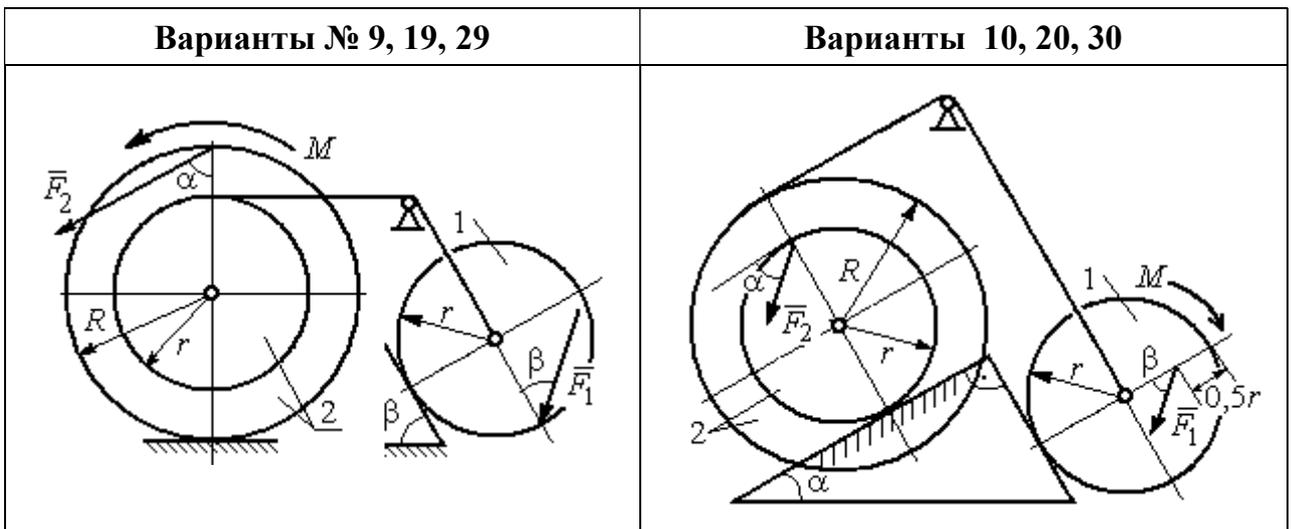
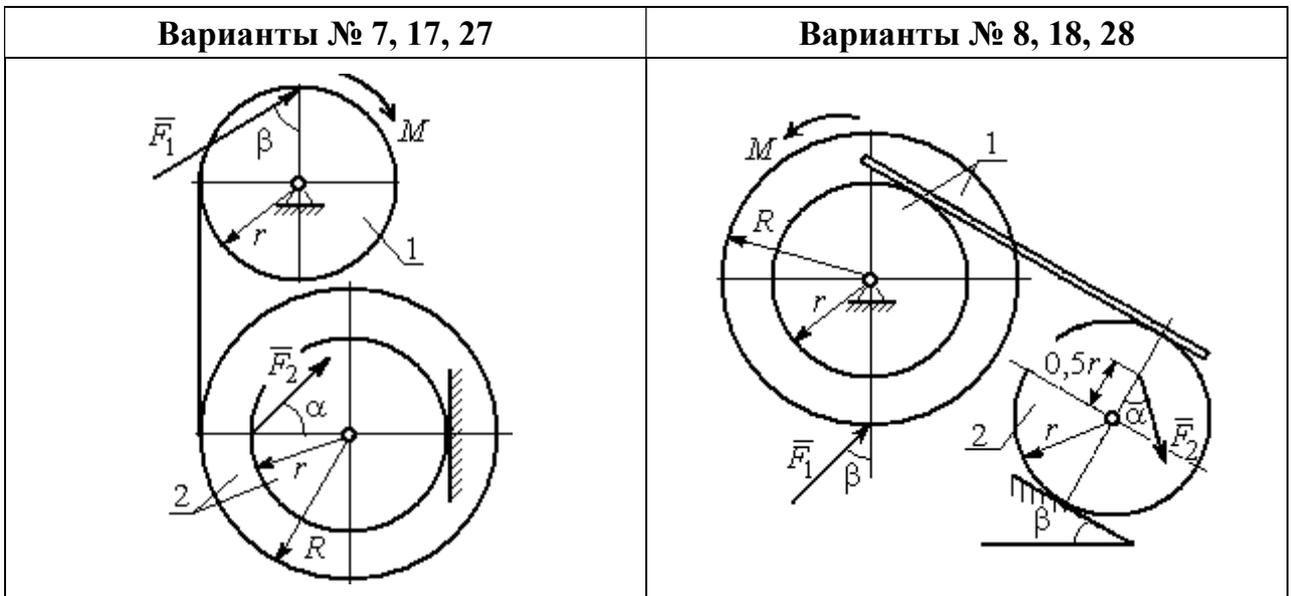
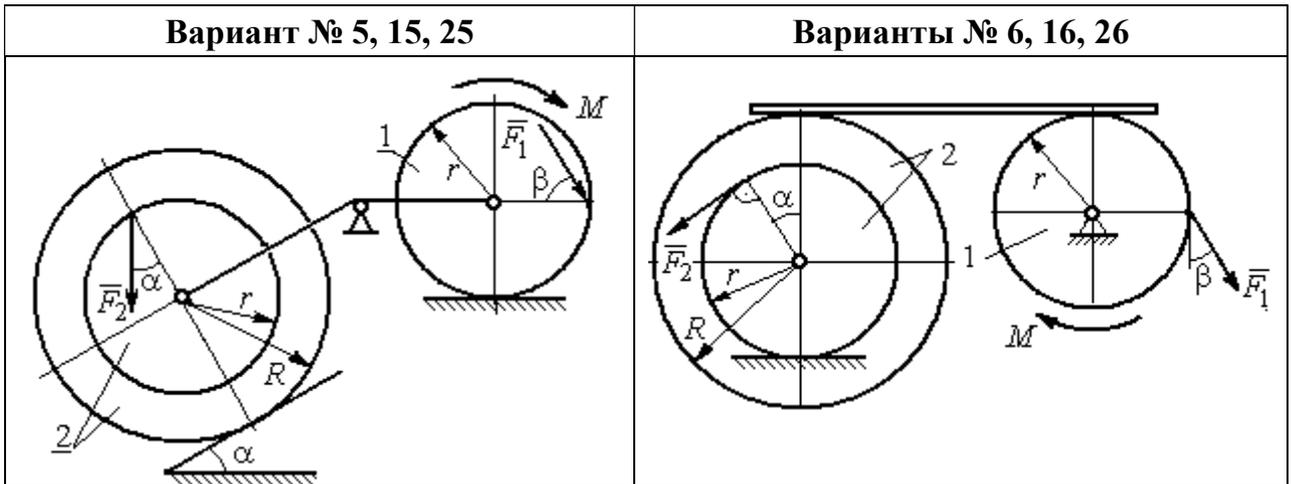


Варианты № 3, 13, 23



Варианты № 4, 14, 24





**Исходные данные задания Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии**

Номер варианта задания	$P_1$ , Н	$P_2$ , Н	$F_1$ , Н	$F_2$ , Н	$M$ , Н·м	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$R$ , м	$r$ , м	$i_z$ , м
1	10	20	15	20	25	30	60	0,4	0,3	0,3
2	20	30	10	20	20	60	30	0,6	0,3	0,4
3	10	15	12	20	25	60	60	1,2	0,6	0,8
4	12	25	20	25	35	30	30	1,5	0,5	1,2
5	15	20	10	20	30	60	30	0,8	0,4	0,7
6	18	20	18	22	22	45	60	1,2	0,4	0,9
7	15	25	10	8	20	45	45	0,9	0,6	0,7
8	25	22	10	12	30	45	60	1,0	0,8	0,9
9	12	25	18	10	32	30	30	0,8	0,6	0,7
10	10	15	8	10	28	60	30	1,4	0,7	1,2
11	15	22	20	25	30	60	45	0,6	0,4	0,5
12	20	25	15	40	30	30	60	0,8	0,4	0,6
13	10	20	10	25	30	45	30	1,0	0,5	0,9
14	12	15	18	15	25	30	30	0,9	0,3	0,8
15	20	25	20	20	30	45	60	1,0	0,5	0,8
16	10	15	10	15	16	60	45	1,2	0,4	1,1
17	18	25	12	10	30	30	30	1,5	0,9	1,3
18	25	20	10	15	20	60	60	0,8	0,5	0,7
19	12	25	10	10	32	60	60	1,2	0,9	1,1
20	15	20	8	20	25	30	45	0,8	0,4	0,7
21	10	25	25	15	30	45	30	0,7	0,5	0,6
22	18	20	20	20	35	60	45	1,4	0,7	0,9
23	10	15	10	30	30	30	30	1,4	0,7	0,8
24	10	15	12	20	20	30	30	1,2	0,4	0,8
25	12	18	20	18	30	60	30	1,2	0,6	1,1
26	10	12	12	15	15	30	30	0,9	0,3	0,8
27	15	22	10	12	20	45	60	0,8	0,6	0,7
28	22	20	8	16	8	30	45	0,6	0,2	0,4
29	18	25	10	8	32	60	60	1,2	0,8	1,1
30	20	25	8	20	28	30	30	0,8	0,4	0,6

**Задание Д6. Исследование механической системы с применением общего уравнения динамики**

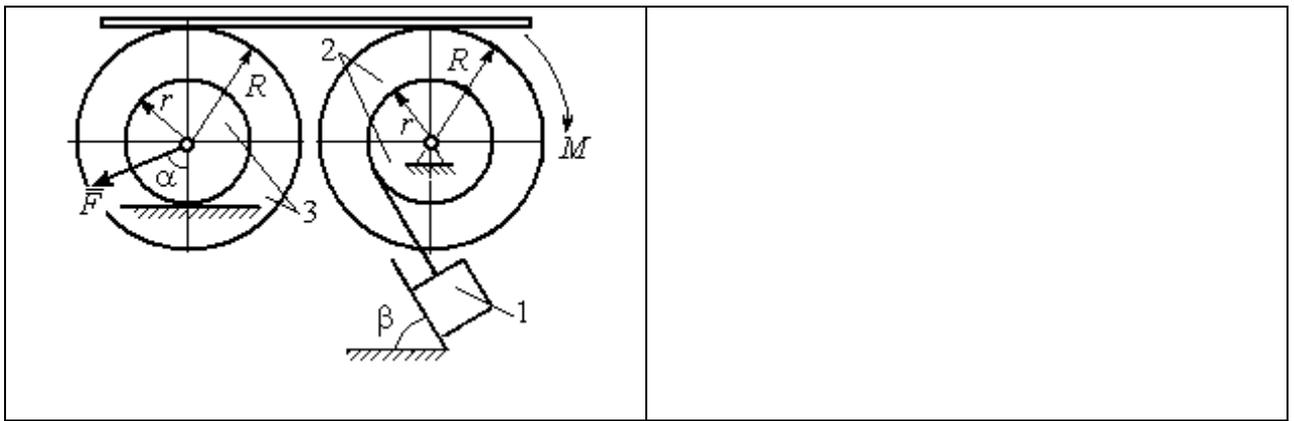
Механическая система с идеальными связями включает груз и два диска – однородного радиусом  $R$  или  $r$  и ступенчатого. Ступенчатый диск состоит из двух одноосных цилиндров радиусом  $R$  и  $r$ . Радиусы дисков указаны на схеме. Тела соединены нерастяжимыми нитями или невесомыми стержнями. Система движется в вертикальной плоскости из состояния покоя под действием сил тяжести, постоянной силы  $\vec{F}$ , а также пары сил с переменным моментом  $M$ . Направление действия силы  $\vec{F}$  и наклон плоскости движущихся тел определяются углами  $\alpha$  и  $\beta$ . Радиус инерции ступенчатого диска

относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен  $i_z$ .

Качение дисков без проскальзывания. Скольжение между невесомым стержнем и дисками отсутствует. Движение грузов по плоскости без трения. Нити и стержни, соединяющие груз и диски, параллельны соответствующим плоскостям, по которым двигаются тела.

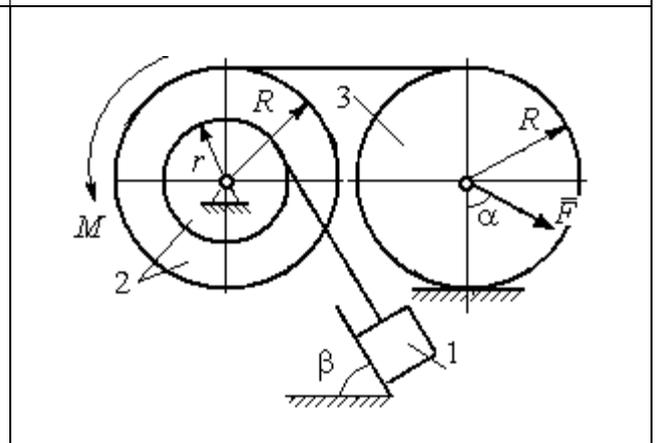
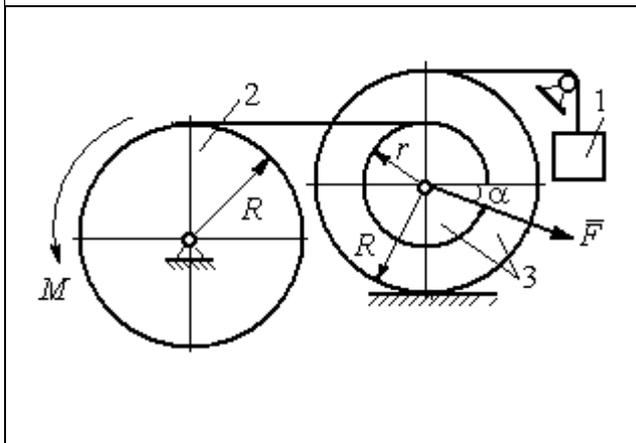
Найти уравнение движения центра масс диска 3. Определить реакцию шарнира диска 2 в момент времени  $t = 1$  с.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
Варианты 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26



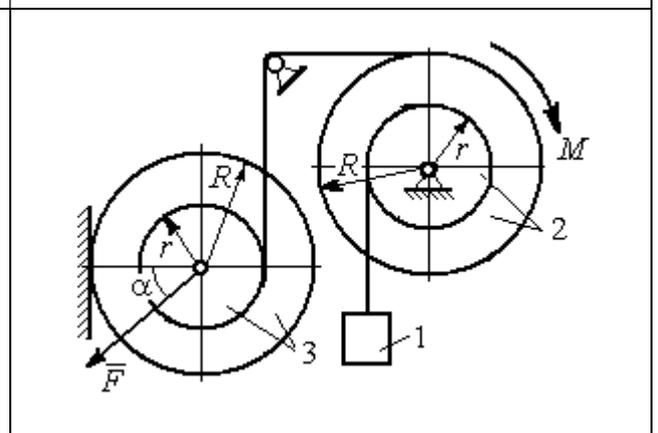
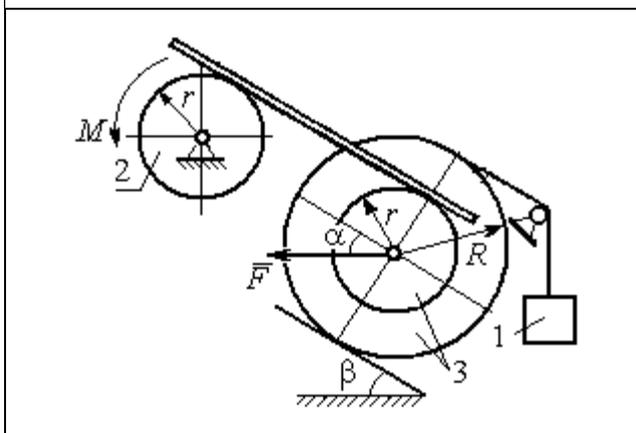
Варианты № 7, 17, 27

Варианты № 8, 18, 28



Варианты № 9, 19, 29

Варианты № 10, 20, 30



**Исходные данные задания Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики**

Номер варианта задания	$P_1$ , Н	$P_2$ , Н	$P_3$ , Н	$F$ , Н	$M$ , Н·м	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$R$ , м	$r$ , м	$i_2$ , м
1	10	20	8	20	$3(2+t^2)$	30	60	0,6	0,3	0,4
2	10	22	15	15	$4(t+3)$	30	30	0,8	0,4	0,6
3	5	18	10	6	$8(t^2+1)$	90	30	0,4	0,3	0,3

4	5	22	10	5	$14(t^2+t+1)$	30	–	0,6	0,5	0,6
5	5	20	16	9	$3(t^2+4)$	45	60	0,6	0,3	0,5
6	10	16	14	15	$4(5+t)$	60	30	1,0	0,6	0,8
7	6	20	20	8	$9(3t^2+2)$	45	–	0,8	0,6	0,8
8	16	25	15	12	$5(t^2+4)$	30	60	1,2	0,6	0,8
9	5	20	12	8	$4(3+5t)$	60	30	0,6	0,4	0,5
10	6	25	8	10	$5(3t+6)$	30	–	1,0	0,8	0,9
11	4	22	8	15	$2+t^2$	45	45	0,8	0,4	0,6
12	15	18	15	10	$5(t+3)$	30	60	1,0	0,5	0,7
13	6	20	10	4	$5(t^2+2)$	30	60	0,6	0,5	0,4
14	10	25	15	8	$16(t+2)$	60	–	0,8	0,6	0,7
15	8	18	20	10	$6(t+2)$	30	90	1,2	0,6	1,0
16	8	18	12	12	$5(3+t^2)$	90	60	0,8	0,6	0,7
17	5	20	10	10	$2t^2+20$	60	–	0,9	0,6	0,8
18	20	15	20	15	$3(t+4)$	60	30	0,8	0,4	0,7
19	8	20	12	10	$4(3+t)$	45	45	1,2	0,4	0,8
20	12	20	10	6	$6(3t+4)$	45	–	1,0	0,6	0,9
21	15	25	12	12	$6+t^2$	60	60	0,6	0,3	0,5
22	20	22	18	15	$2(2t+9)$	45	45	0,8	0,4	0,6
23	8	24	12	8	$7(3t^2+2)$	30	45	0,8	0,5	0,6
24	12	20	18	10	$6(t+4)$	90	–	0,5	0,3	0,4
25	5	20	12	12	$9(2+t^2)$	60	30	1,4	0,7	1,2
26	10	12	10	8	$6(2+t)$	30	45	1,2	0,8	0,9
27	6	18	16	14	$8(2t^2+3)$	30	–	0,8	0,2	0,6
28	10	20	20	20	$3(t^2+3)$	45	30	0,6	0,3	0,5
29	10	18	8	12	$5(4+tt+t^2)$	30	60	1,2	0,8	0,9
30	8	18	10	15	$8(t^2+5)$	60	–	1,0	0,8	0,9

**Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа**

Механическая система состоит из трёх тел – бруса 1, блока 2, катка 3 и невесомой пружины жесткостью  $c$ . Брус 1, соединяющий каток 3 с блоком 2, расположен параллельно линии качения катка 3. Радиусы ступеней ступенчатого диска и радиус однородного диска указаны на схеме.

Качение катка 3 происходит без проскальзывания. Скольжение между брусом и дисками отсутствует. В задачах, где пружина соединяется с блоком 2, передача движения блоку 2 производится посредством невесомого стержня без скольжения.

Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен  $i_z$ .

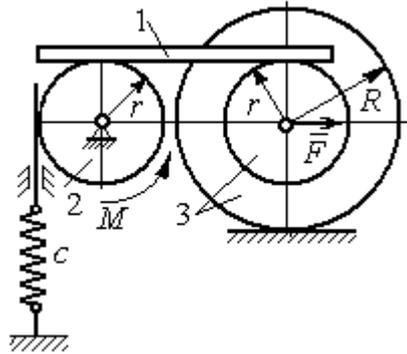
Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести  $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3$ , силы  $\vec{F}$  и пары сил с моментом  $M$ .

Определить закон движения бруса 1 и закон угловых колебаний блока 2, если в начальный момент пружина находилась в нерастянутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость  $\omega_{20}$ , направленную в сторону заданного момента пары сил.

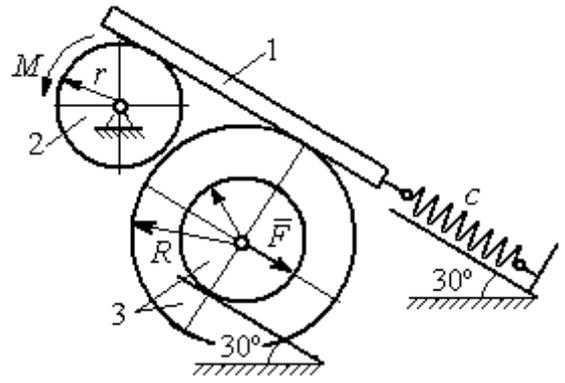
Варианты заданий даны на рис. 6.9, 6.10. Варианты исходных данных в табл. 6.2. Отрицательные значения величин  $F$  или  $M$  в табл. 6.2 означают, что при заданных

модулях силы или момента направление вектора силы  $\vec{F}$  или момента  $M$  на схеме следует изменить на противоположные.

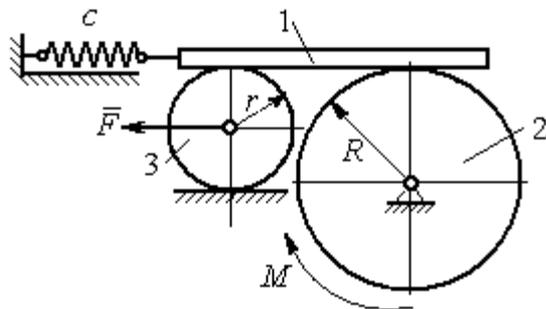
Варианты № 1, 11, 21



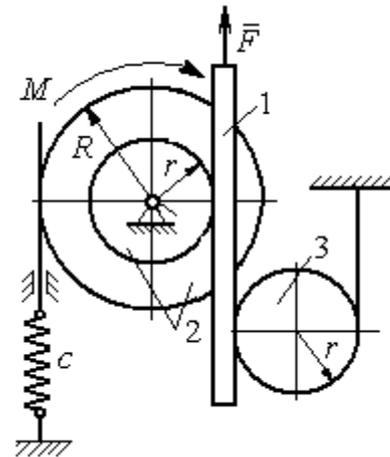
Варианты № 2, 12, 22



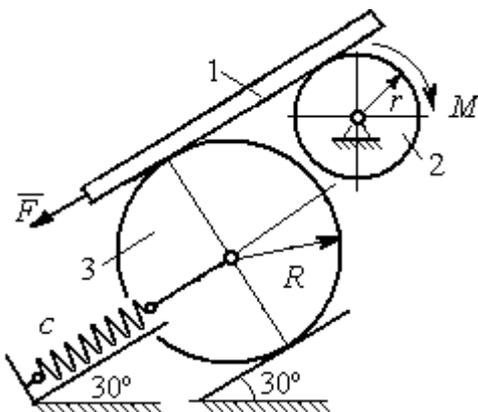
Варианты № 3, 13, 23



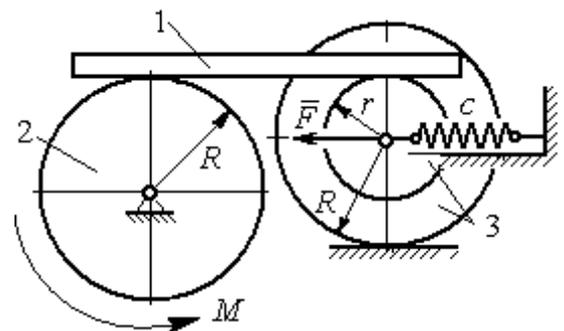
Варианты № 4, 14, 24

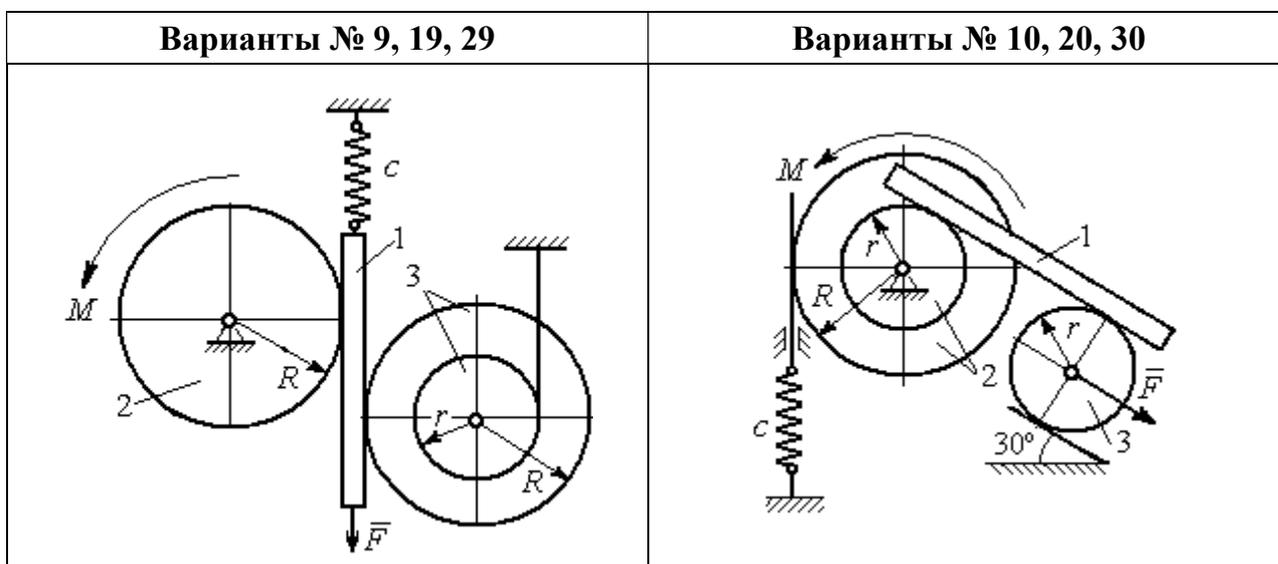
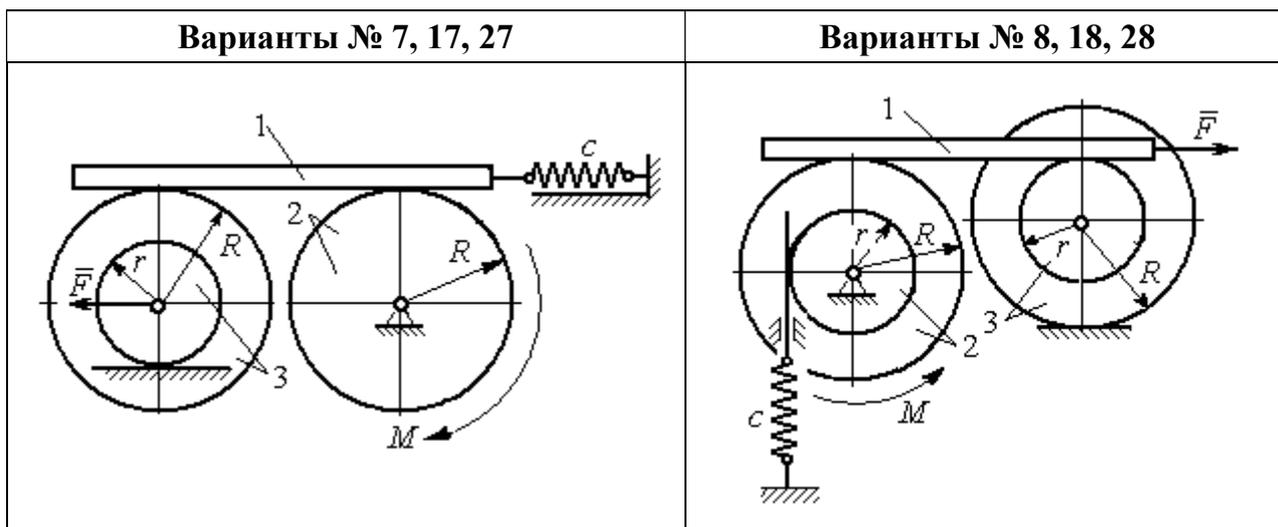


Варианты № 5, 15, 25



Варианты № 6, 16, 26





**Исходные данные задания Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа**

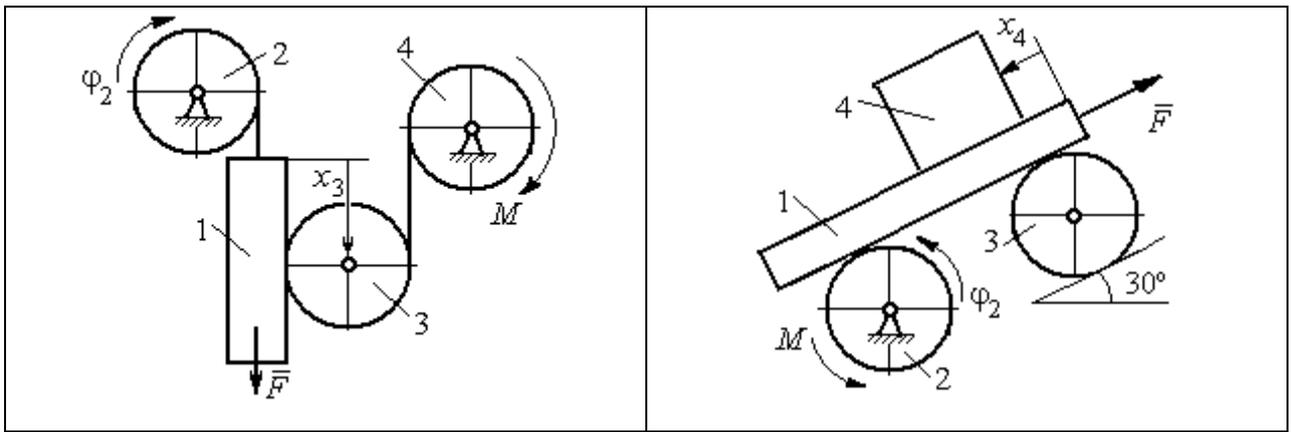
Номер варианта задания	$P_1, \text{Н}$	$P_2, \text{Н}$	$P_3, \text{Н}$	$F, \text{Н}$	$M, \text{Н}\cdot\text{м}$	$c, \text{Н/м}$	$\omega_{20}, \text{рад/с}$	$R, \text{м}$	$r, \text{м}$	$i_2, \text{м}$
<b>1</b>	8	12	18	15	3	50	0,3	0,6	0,3	0,4
<b>2</b>	10	8	15	12	5	55	0,4	0,8	0,5	0,6
<b>3</b>	5	18	10	8	4	60	0,2	0,5	0,3	—
<b>4</b>	5	20	12	10	6	70	0,5	0,6	0,5	0,6
<b>5</b>	5	8	16	8	8	65	0,2	0,6	0,3	—
<b>6</b>	8	10	14	6	2	50	0,1	1,0	0,6	0,8
<b>7</b>	10	12	15	12	3	65	0,2	0,8	0,6	0,7
<b>8</b>	12	15	15	6	2	50	0,3	1,2	0,6	0,8
<b>9</b>	5	20	12	8	4	75	0,1	0,6	0,4	0,5
<b>10</b>	6	25	8	5	12	60	0,4	1,0	0,8	0,9

Номер варианта задания	$P_1, \text{Н}$	$P_2, \text{Н}$	$P_3, \text{Н}$	$F, \text{Н}$	$M, \text{Н}\cdot\text{м}$	$c, \text{Н/м}$	$\omega_{20}, \text{рад/с}$	$R, \text{м}$	$r, \text{м}$	$i_2, \text{м}$
11	4	10	12	-10	-2	60	0,2	0,8	0,4	0,6
12	5	8	15	-8	3	50	0,5	1,0	0,5	0,7
13	6	15	8	-12	-4	65	0,4	0,6	0,5	-
14	10	25	10	6	10	55	0,1	0,8	0,6	0,7
15	8	6	20	-10	2	70	0,2	1,2	0,6	-
16	10	12	12	-5	6	60	0,3	0,8	0,6	0,7
17	12	16	12	-6	-2	55	0,4	0,9	0,6	0,8
18	10	20	20	10	4	60	0,1	0,8	0,4	0,7
19	8	20	12	-10	6	65	0,2	1,2	0,4	0,8
20	12	20	10	-3	6	50	0,24	1,0	0,6	0,9
21	5	12	15	12	-3	55	0,3	0,6	0,5	0,55
22	10	15	18	6	-2	65	0,1	0,8	0,4	0,6
23	8	20	12	-8	2	45	0,2	0,8	0,6	-
24	12	20	18	-4	-8	70	0,4	0,5	0,3	0,4
25	6	10	15	-6	-2	60	0,1	1,4	0,7	-
26	8	12	10	10	-3	65	0,2	1,2	0,8	0,9
27	6	18	16	5	-3	70	0,2	0,8	0,2	0,6
28	8	12	12	-6	2	65	0,3	0,6	0,3	0,5
29	10	18	20	-10	4	60	0,2	1,2	0,8	0,9
30	8	18	10	8	6	75	0,1	1,0	0,8	0,9

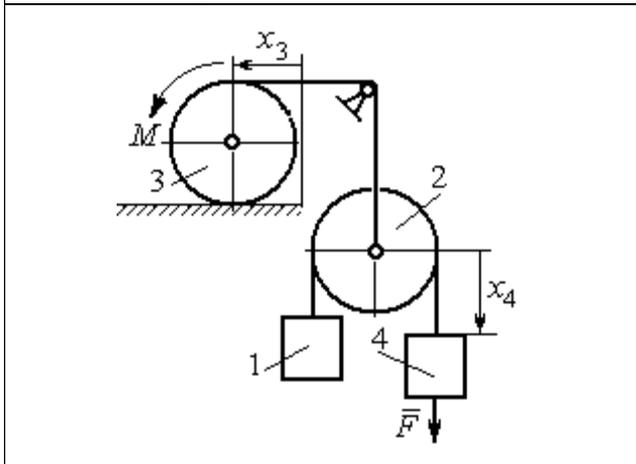
**Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы**

Механическая система, состоящая из четырёх тел, из состояния покоя движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести  $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3, \vec{P}_4$ , силы  $\vec{F}$  и пары сил с моментом  $M$ . Качение тел во всех случаях происходит без проскальзывания, скольжение грузов по поверхностям – без трения. Радиусы дисков одинаковы и равны  $R$ . Найти уравнения движения системы в обобщённых координатах.

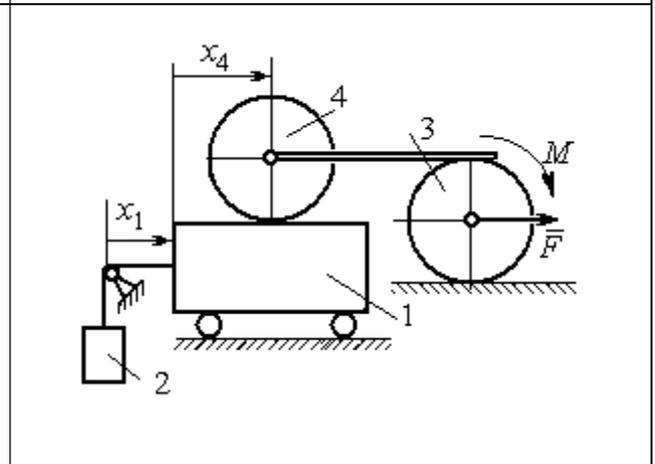
Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24



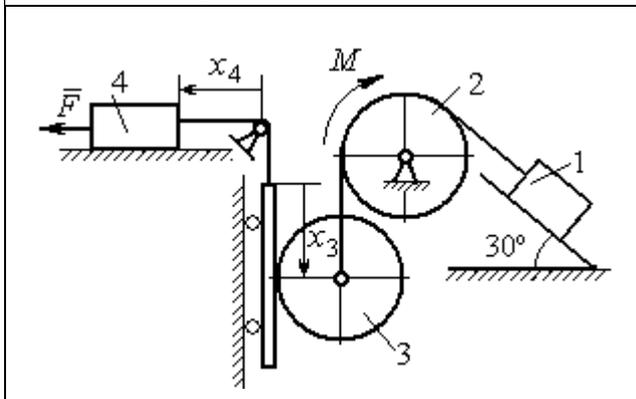
**Варианты № 5, 15, 25**



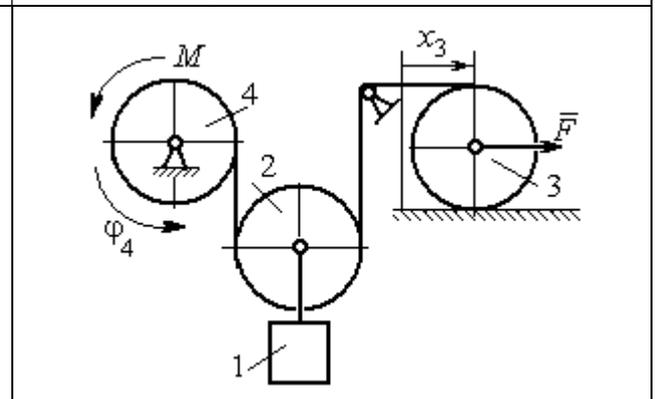
**Варианты № 6, 16, 26**

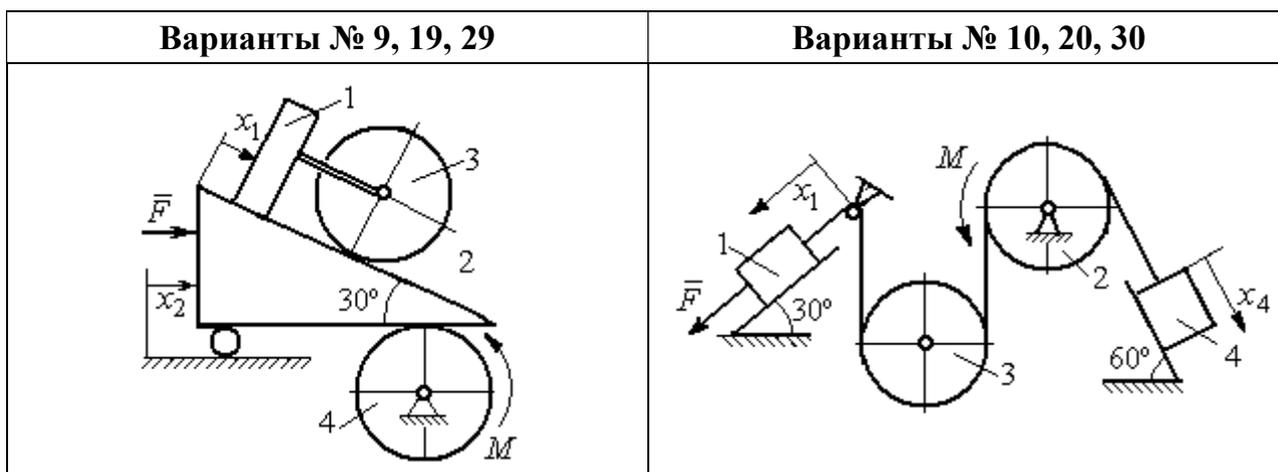


**Варианты № 7, 17, 27**



**Варианты № 8, 18, 28**





**Исходные данные задания Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы**

Номер варианта задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$P_1, Н$	$P$	$2P$	$P$	$1,5P$	$P$	$3P$	$P$	$1,2P$	$3P$	$P$	$2P$	$P$	$P$	$2P$	$P$
$P_2, Н$	$3P$	$3P$	$4P$	$3P$	$2P$	$P$	$2P$	$3P$	$P$	$2P$	$3P$	$2P$	$3P$	$4P$	$3P$
$P_3, Н$	$2P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$2P$	$3P$	$P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$2P$	$P$	$2P$
$P_4, Н$	$2P$	$P$	$P$	$2P$	$3P$	$3P$	$P$	$P$	$2P$	$P$	$P$	$P$	$2P$	$2P$	$2P$
$R, м$	$2r$	$1,5r$	$2,5r$	$1,2r$	$2r$	$r$	$1,5r$	$r$	$2r$	$r$	$1,5r$	$1,2r$	$2r$	$2r$	$2r$
$F, Н$	$P$	$2P$	$P$	$3P$	$P$	$P$	$2P$	$4P$	$P$	$2P$	$P$	$2P$	$1,5P$	$4P$	$2P$
$M, Н·м$	$2Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$3Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$2Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$3Pr$	$3Pr$	$2Pr$

Номер варианта задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$P_1, Н$	$4P$	$1,5P$	$P$	$2P$	$P$	$P$	$1,5P$	$1,5P$	$2P$	$P$	$P$	$2P$	$1,2P$	$3P$	$1,2P$
$P_2, Н$	$2P$	$2P$	$2P$	$4P$	$3P$	$4P$	$3P$	$4P$	$3P$	$2P$	$2P$	$1,2P$	$2P$	$3P$	$2P$
$P_3, Н$	$2P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$P$	$2P$	$3P$	$2P$	$P$	$P$	$3P$
$P_4, Н$	$1,5P$	$2P$	$3P$	$P$	$2P$	$2P$	$2P$	$P$	$2P$	$3P$	$P$	$P$	$2P$	$P$	$2P$
$R, м$	$1,5r$	$r$	$1,5r$	$2r$	$r$	$1,2r$	$2r$	$1,5r$	$2r$	$r$	$1,5r$	$2r$	$r$	$1,2r$	$2r$
$F, Н$	$2P$	$2P$	$P$	$3P$	$4P$	$2P$	$3P$	$2P$	$3P$	$P$	$3P$	$1,5P$	$4P$	$2P$	$3P$
$M, Н·м$	$3Pr$	$2Pr$	$4Pr$	$Pr$	$4Pr$	$4Pr$	$2Pr$	$Pr$	$4Pr$	$2Pr$	$4Pr$	$2Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$2Pr$

**УТВЕРЖДАЮ**  
Зав. кафедрой технической механики  
  
В. М. Таугер

## КОМПЛЕКТ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Направление

*15.03.02 Технологические машины и оборудование*

Профиль

*«Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов»*

квалификация выпускника: **бакалавр**

Автор: [Волков Е.Б., доцент, к.т.н., Казаков Ю.М., доцент, к.т.н.]

Одобен на заседании кафедры  
Технической механики

---

*(название кафедры)*

Протокол № 6 от 15.05.2018

---

*(Дата)*

Екатеринбург  
2018

<i>Оценочное средство</i>	<i>Оцениваемые компетенции</i>	<i>Составляющая компетенции, подлежащая оцениванию</i>	<i>Другие оценочные средства</i>	
			<i>вид</i>	<i>количество</i>
экзамен:	<b>ОК-7</b> <b>СПК-2</b>	знания, умения, владения		
теоретический вопрос	<b>ОК-7</b>	знания и умения	вопросы	30
практико-ориентированное задание	<b>ОК-7</b> <b>СПК-2</b>	умения и владения	задания	30 30

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

### дисциплина ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

**Теоретические вопросы, направленные на оценку знаний, формирующих компетенцию ОК-7.**

1. Аксиомы статики. Связи и их реакции. Условия равновесия системы сходящихся сил.

2. Момент силы. Пара сил. Сложение пар сил. Условие равновесия системы пар сил.

3. Плоская система сил. Приведение системы сил к центру. Условие равновесия произвольной плоской системы сил. Равновесие систем тел.

4. Способы задания движения точки. Скорость и ускорение точки при векторном, координатном и естественном способах задания движения.

5. Понятие абсолютно твердого тела. Скорость и ускорение точек тела, движущегося поступательно. Скорость и ускорение точек вращающегося твердого тела.

6. Плоскопараллельное движение твердого тела. Векторный способ определения скоростей точек плоской фигуры. Определение скоростей точек с помощью мгновенного центра скоростей.

7. Сложное движение точки. Относительное, переносное и абсолютное движения точки. Теоремы о сложении скоростей и ускорений.

8. Законы динамики. Уравнения движения точки. Уравнения несвободного движения точки. Способы решения задач динамики точки.

9. Гармонические колебания точки.

10. Понятие о механической системе. Теорема о движении центра масс механической системы. Закон сохранения движения центра масс.

11. Количество движения механической системы. Теорема об изменении количества движения. Закон сохранения количества движения.

12. Момент количества движения механической системы. Теорема об изменении момента количества движения механической системы.

13. Приложение общих теорем к динамике твердого тела. Дифференциальные уравнения поступательного, вращательного и плоскопараллельного движений твердого тела.

14. Работа силы. Кинетическая энергия. Теорема об изменении кинетической энергии механической системы.

15. Силы инерции. Принцип Даламбера для точки и системы. Динамические реакции, действующие на ось вращающегося твердого тела.

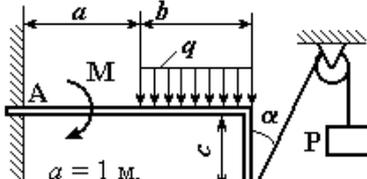
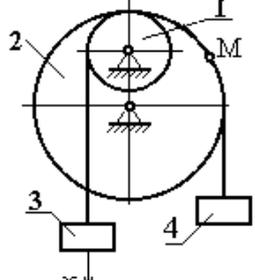
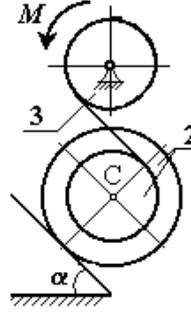
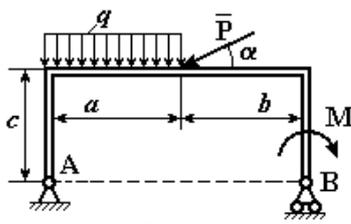
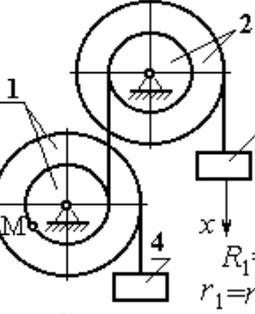
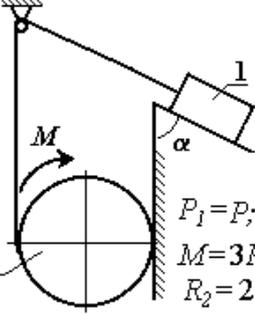
16. Возможные перемещения. Принцип возможных перемещений. Общее уравнение динамики.

17. Обобщённые координаты. Обобщённые силы. Уравнения Лагранжа II рода.

## ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ

### ДИСЦИПЛИНА ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Практико-ориентированные задания, направленные на оценку умений и навыков, формирующих компетенции ОК-7 и СПК-2.

 <p> <math>a = 1 \text{ м},</math>  <math>P = 3 \text{ кН}, q = 0,5 \text{ кН/м},</math>  <math>M = 1 \text{ кНм}, \alpha = 30^\circ, b = 2 \text{ м}</math>                      Найти реакцию жесткой заделки балки в т. А.                 </p>	 <p> <math>R_1 = r,</math>  <math>R_2 = 3r,</math>  <math>x_3 = 2 \sin \pi t \text{ см}, t_1 = \frac{1}{3} \text{ с.}</math>                      Найти скорость и ускорение т. М и груза 4                 </p>	 <p> <math>P_2 = P_3 = P;</math>  <math>M = Pr;</math>  <math>R_2 = R_3 = 2r;</math>  <math>r_2 = r;</math>  <math>i_2 = r\sqrt{2};</math>  <math>\alpha = 30^\circ.</math>                      Найти ускорение т. С                 </p>
 <p> <math>a = 2 \text{ м}, b = 3 \text{ м}, c = 2 \text{ м},</math>  <math>P = 10 \text{ кН}, M = 5 \text{ кНм},</math>  <math>q = 5 \text{ кН/м}, \alpha = 30^\circ</math>                      Найти реакцию шарниров                 </p>	 <p> <math>R_1 = R_2 = 2r;</math>  <math>r_1 = r; r_2 = 1,5r;</math>  <math>x_3 = t^2 - 4t \text{ см} t_1 = 1 \text{ с.}</math>                      Найти скорость и ускорение т. М и груза 4                 </p>	 <p> <math>P_1 = P; P_2 = 3P;</math>  <math>M = 3Pr;</math>  <math>R_2 = 2r;</math>  <math>\alpha = 60^\circ.</math>                      Найти ускорение груза 1                 </p>

$a=3$  м,  $b=2$  м,  
 $P=2$  кН,  $F=4$  кН,  
 $M=3$  кНм,  $q=2$  кН/м.  
 Найти реакцию шарниров  
 в точках А и D

$R_1=5$  см,  $r_1=3$  см,  $BC=10$  см,  
 $V_1=V_2=4$  см/с.  
 Найти:  $V_B, V_C, \omega_1, \omega_{BD}, \omega_{BC}$

$M=6Pr, F=2P,$   
 $P_1=P, P_2=3P,$   
 $i_2=r\sqrt{2},$   
 $R_2=R_1=3r, r_2=2r.$   
 Найти ускорение груза 1  
 и натяжение нити.

$a=1$  м,  
 $b=3$  м,  $c=2$  м,  $P=1$  кН,  
 $M=3$  кНм,  $q=5$  кН/м.  
 Найти реакцию шарниров  
 в точках А и В

$V_1=2$  см/с,  $V_2=4$  см/с,  
 $AB=10$  см,  $R_3=3$  см.  
 Найти:  $\omega_{OA}, \omega_{AC}, \omega_{AB}, \omega_3,$   
 $V_B, V_A, V_C$

$P_1=2P, P_2=P_3=P, F=5P,$   
 $R_2=3r, r_2=r, i_2=r\sqrt{3}.$   
 Найти ускорение груза 3  
 и натяжение нити

$b=2$  м,  
 $c=1$  м,  
 $\alpha=30^\circ,$   
 $M=3$  кНм,  $q=2$  кН/м  $P=2$  кН,  
 Найти реакцию шарниров

$R_1=r; R_2=3r; r_2=2r;$   
 $x_3 = t^2 - 3t$  см  $t_1=1$  с.  
 Найти скорость и ускорение т. М  
 и груза 4

$P_1=P_3=P;$   
 $P_2=2P;$   
 $M=Pr;$   
 $R_2=2r; r_2=r;$   
 $i_2=r\sqrt{2}; \alpha=60^\circ$   
 Найти ускорение тела 1

$a=3 \text{ м}, b=2 \text{ м}, c=2 \text{ м},$   
 $P=5 \text{ кН}, M=3 \text{ кНм},$   
 $q=5 \text{ кН/м}.$

Найти усилия в стержневых подпорках  $AD, BK, CE$

$CD=CB=BE=AB=4 \text{ см},$   
 $\omega_{OA}=2 \text{ рад/с}.$

Найти:  $\omega_{AC}, \omega_{CD}, \omega_{BE},$   
 $V_B, V_A, V_C, V_D$

$P_1=2P, P_2=P_3=P,$   
 $M=4Pr, F=2P, R_1=2r.$

Найти ускорение груза 3 и натяжение нити

$a=3 \text{ м}, b=2 \text{ м},$   
 $c=1 \text{ м}, P=2 \text{ кН}, F=4 \text{ кН},$   
 $M=5 \text{ кНм}, q=2 \text{ кН/м}.$

Найти реакцию шарниров в точках  $A$  и  $D$

$\omega_1=2 \text{ рад/с},$   
 $R_3=8 \text{ см},$   
 $BO=BC=15 \text{ см}.$

Найти:  $\omega_2, \omega_3, V_B, V_C, V_D$

$M=4Pr,$   
 $P_1=P_2=2P, P_3=4P,$   
 $R_2=3r, r_2=r, i_2=r\sqrt{3}.$

Найти ускорение груза 1

$b=2 \text{ м}, c=1 \text{ м}, a=3 \text{ м},$   
 $F=8 \text{ кН}, P=2 \text{ кН},$   
 $M=3 \text{ кНм}, q=2 \text{ кН/м}.$

Найти реакцию жесткой заделки в точке  $A$

$R_2=R_1=4 \text{ см}, AB=10 \text{ см},$   
 $\omega_2=2 \text{ рад/с}.$

Найти  $V_A, V_B, V_C, V_D,$   
 $\omega_{AB}, \omega_1$

$F=P, M=Pr,$   
 $P_1=P_2=P,$   
 $R_1=R_2=r.$

Найти ускорение точки  $C$  и натяжение нити

$P = 2 \text{ кН}$ ,  $M = 3 \text{ кНм}$ ,  
 $q = 2 \text{ кН/м}$ ,  
 Найти реакцию стержней АК и BD и реакцию шарнира

$R = 2 \text{ см}$ ,  
 $\tilde{OM} = S_r = 2\pi \sin \frac{\pi}{6} t \text{ см}$ ,  
 $\omega_e = (t^2 - 3) \text{ рад/с}$ ,  $t_1 = 1 \text{ с}$ .

$P_1 = P_2 = P$ ,  
 $P_3 = 2P$ ,  
 $R_2 = R_3 = 2r$ ,  $M = 4Pr$ .  
 Найти ускорение груза 1 и натяжение нити

$F = 8 \text{ кН}$ ,  $M = 3 \text{ кНм}$ ,  $q = 5 \text{ кН/м}$ .  
 Найти реакции шарниров А и D

$R_1 = 4 \text{ см}$ ,  $OC = 5 \text{ см}$ ,  
 $BC = 12 \text{ см}$ ,  $\omega_1 = 6 \text{ рад/с}$ .  
 Найти:  $\omega_2$ ,  $\omega_3$ ,  $V_B$ ,  $V_A$ ,  $V_C$ ,  $V_E$

$P_1 = 2P$ ,  $P_2 = P_3 = P$ ,  
 $F = 4P$ ,  $R_1 = r$ .  
 Найти ускорение груза 3 и натяжение нити

$a = 4 \text{ м}$ ,  $b = 3 \text{ м}$ ,  $c = 1 \text{ м}$ ,  
 $P = 5 \text{ кН}$ ,  $M = 4 \text{ кНм}$ ,  
 $q = 5 \text{ кН/м}$ .  
 Найти реакции шарниров А и D

$R = 5 \text{ см}$ ,  $BM = S_r = 10 t^2 \text{ см}$ ,  
 $\varphi_e = (2t^2 - 5t) \text{ рад}$ ,  $t_1 = 1 \text{ с}$ .  
 Найти скорость и ускорение т. М

$P_2 = 2P$ ,  
 $P_1 = P_3 = P$ ,  
 $R_3 = 2r$ ,  $r_3 = r$ ,  $i_3 = r\sqrt{3}$ ,  
 $M = 6Pr$ ,  $F = P$ .  
 Найти ускорение груза 1 и натяжение нити

$\alpha=1 \text{ м}, b=2 \text{ м}, c=1 \text{ м},$   
 $P=2 \text{ кН}, F=4 \text{ кН},$   
 $M=3 \text{ кНм}, q=2 \text{ кН/м}.$

Найти реакцию жесткой заделки в точке А

$OA=AB=2BC=10 \text{ см},$   
 $V_D=5 \text{ см/с}.$

Найти  $\omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_1, V_A, V_B, V_C$

$P_1=P, P_2=2P, M=5Pr,$   
 $R_1=2r, R_2=r.$

Найти ускорение центра масс диска 1 и натяжение нити

$\alpha=1 \text{ м}, b=3 \text{ м}, c=2 \text{ м},$   
 $P=4 \text{ кН}, M=3 \text{ кНм},$   
 $q=2 \text{ кН/м}.$

Найти реакцию шарниров в точках А и В

$R_1=2 \text{ см},$   
 $V_D=5 \text{ см/с}, AB=10 \text{ см}.$

Найти:  $\omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_1, V_B, V_A, V_C$

$P_1=P_3=P, P_2=2P, F=6P.$

Найти ускорение центра масс диска 2 и натяжение нити груза 1

$b=1 \text{ м}, \alpha=3 \text{ м}, P=2 \text{ кН},$   
 $M=3 \text{ кНм}, q=2 \text{ кН/м}, \alpha=60^\circ$

Найти усилие в стержне КС и реакцию шарнира

$OA=5 \text{ см}, O_1C=CB=10 \text{ см},$   
 $V_B=5 \text{ см/с}.$

Найти  $\omega_{AB}, \omega_{BC}, \omega_{OC}, V_A, V_C$

$F=2P, M=Pr,$   
 $P_1=P_3=P, P_2=2P,$   
 $R_2=3r, R_3=2r.$

Найти ускорение груза 1 и натяжение нити.





Министерство образования и науки РФ  
ФГБОУ ВО  
«Уральский государственный  
горный университет»

**Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков**

## **ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА**

*Учебно-методическое пособие  
для самостоятельной работы студентов*

**Екатеринбург  
2017**

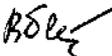


Министерство образования и науки РФ  
ФГБОУ ВО  
«Уральский государственный горный университет»

**ОДОБРЕНО**

Методической комиссией  
горно-механического факультета  
«15» декабря 2017 г.

Председатель комиссии

 проф. В. П. Барановский

Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков

**ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА**

*Учебно-методическое пособие  
для самостоятельной работы студентов*

Рецензент: *Н. М. Суслов*, д-р техн. наук, заведующий кафедрой ГМК  
Уральского государственного горного университета

Учебно-методическое пособие рассмотрено на заседании кафедры технической механики от 19.12.2016 г. (протокол № 2) и рекомендовано для издания в УГГУ.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета Уральского государственного горного университета.

**Волков Е. Б., Казаков Ю. М.**

**В67 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА:** Учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов. / Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков, Уральский государственный горный университет. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2017. 156 с.

Учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов содержит краткие методические указания, контрольные задания и примеры выполнения заданий по темам: «Статика твердого тела. Равновесие произвольной плоской и пространственной систем сил», «Кинематика вращательного и плоскопараллельного движений твердого тела. Определение скоростей и ускорений точек твёрдого тела», «Сложное движение точки», «Динамика точки. Дифференциальные уравнения движения точки. Гармонические и вынужденные колебания точки. Применение теоремы об изменении кинетической энергии при исследовании движения точки», «Применение общих теорем динамики к исследованию движения механической системы», «Принципы механики. Применение общего уравнения динамики к исследованию движения механической системы», «Уравнения Лагранжа II рода».

Учебно-методическое пособие для студентов всех специальностей очной формы обучения.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1. СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА.....	4
1.1. Основные виды связей и их реакции.....	4
1.2. Моменты силы относительно центра и относительно оси. Пара сил. Момент пары.....	5
1.3. Условия равновесия систем сил.....	7
1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел.....	8
1.5. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.....	17
2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЕРДОГО ТЕЛА.....	26
2.1. Кинематика точки. Основные параметры движения точки.....	26
2.2. Вращение тела вокруг неподвижной оси.....	28
2.3. Плоскопараллельное движение твёрдого тела.....	29
2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек твёрдого тела при поступательном и вращательном движениях.....	32
2.5. Задание К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении.....	38
2.6. Задание К3. Определение ускорений точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении.....	46
3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ.....	57
3.1. Основные понятия сложного движения точки.....	57
3.2. Задание К4. Определение скорости и ускорения точки при сложном движении.....	60
4. ДИНАМИКА ТОЧКИ.....	73
4.1. Дифференциальные уравнения движения точки.....	73
4.2. Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки ...	73
4.3. Колебания материальной точки.....	80
4.4. Задание Д2. Исследование колебаний точки.....	84
4.5. Теорема об изменении кинетической энергии точки.....	95
4.6. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии.....	96
5. ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ.....	103
5.1. Описание движений твёрдых тел на основе общих теорем динамики системы.....	103
5.2. Задание Д4. Динамический расчет механической системы.....	104
5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы.....	112
5.4. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии.....	114
6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА.....	124
6.1. Принципы механики. Общее уравнение динамики.....	124
6.2. Задание Д6. Исследование механической системы с применением общего уравнения динамики.....	126
6.3. Уравнения Лагранжа II рода.....	136
6.4. Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа.....	137
6.5. Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы.....	145
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	155

# 1. СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

**Статика** представляет раздел теоретической механики, в котором изучаются условия равновесия твердых тел под действием системы сил.

## 1.1. Основные виды связей и их реакции

**Опора тела на гладкую плоскость (поверхность) без трения.** Реакция приложена в точке касания и направлена перпендикулярно к общей касательной соприкасающихся поверхностей. При опоре углом, или на угол (рис. 1.1, *a*), реакция направлена по нормали к одной из поверхностей.

**Гибкая связь.** Если на тело наложена связь в виде гибкой нерастяжимой нити (каната, троса), то реакция связи  $\vec{T}$ , равная натяжению нити, приложена к телу и направлена вдоль нити (рис. 1.1, *b*).

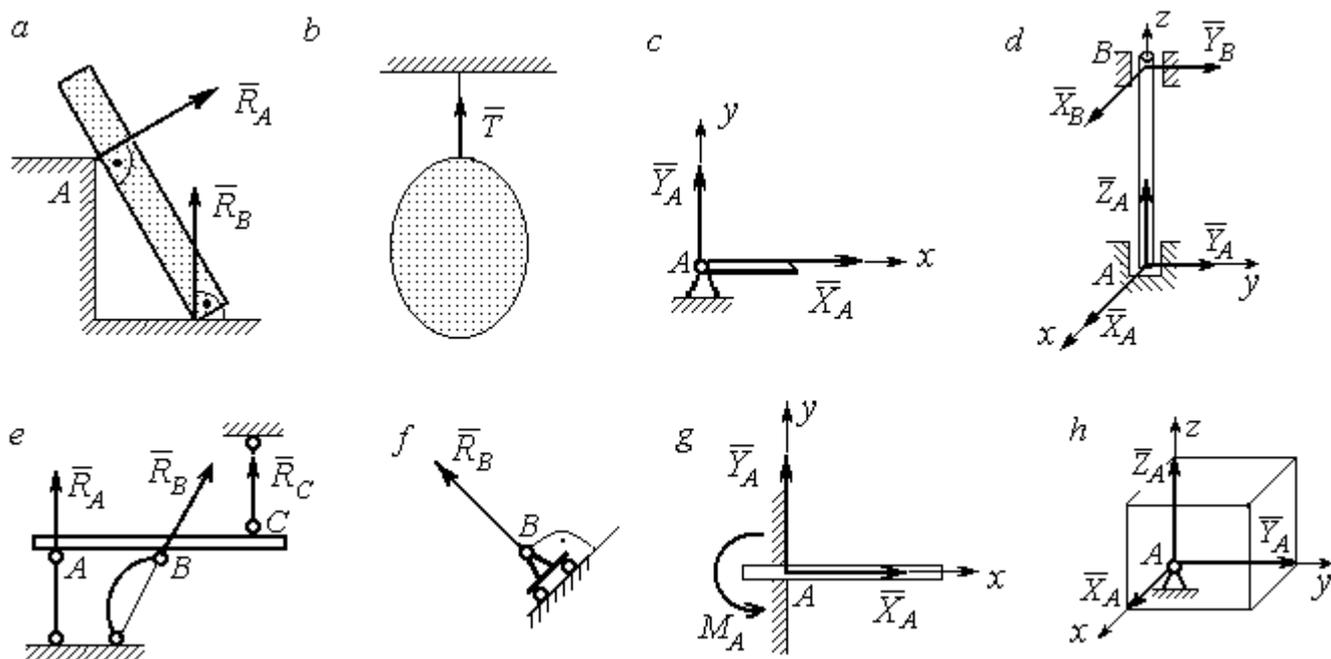


Рис. 1.1. Виды связей и их реакции:

- a* – реакция опоры тела на гладкую поверхность без трения; *b* – реакция связи гибкой нерастяжимой нити; *c* – реакция цилиндрического шарнира; *d* – реакция подшипника и подпятника; *e* – реакция невесомого стержня; *f* – реакция подвижной опоры; *g* – реакция жесткой заделки; *h* – реакция пространственного шарнира

**Цилиндрический шарнир (подшипник)** создает соединение, при котором одно тело может вращаться по отношению к другому. Реакция цилиндрического шарнира лежит в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. При решении задач реакцию цилиндрического шарнира  $\vec{R}_A$  изображают ее составляющими  $\vec{X}_A$  и  $\vec{Y}_A$ , взятыми по направлениям координатных осей (рис. 1.1, *c*). Реакция подшипника  $\vec{R}_B$  (рис. 1.1, *d*) также изображается своими составляющими  $\vec{X}_B$  и  $\vec{Y}_B$ , взятыми по направлениям координатных осей в плоскости, перпендикулярной оси вращения подшипника. Величина реакции определяется по формуле:  $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$ . **Реакция прямолинейного невесомого стержня с шарнирными соединениями на краях** направлена вдоль самого стержня, а криволинейного – вдоль линии, соединяющей точки крепления стержня (рис. 1.1, *e*). **Реакция подвижной опоры**  $\vec{R}_B$  (рис. 1.1, *f*) направлена по нормали к поверхности, на которую опираются катки опоры. **Жесткая заделка** (рис. 1.1, *g*) препятствует не только линейным перемещениям тела, но и повороту. Реакция заделки состоит из силы реакции  $\vec{R}_A$  и пары сил с моментом  $M_A$ . При решении задач силу реакции жесткой заделки  $\vec{R}_A$  изображают ее составляющими  $\vec{X}_A$  и  $\vec{Y}_A$ , взятыми по направлениям координатных осей. Модуль реакции определяется по формуле  $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$ . Виды связей и их реакции показаны на рис. 1.1.

## 1.2. Моменты силы относительно центра и относительно оси. Пара сил. Момент пары

Алгебраическим моментом силы  $F$  относительно центра  $O$   $M_O(\vec{F})$ , или просто **моментом силы**  $\vec{F}$  относительно центра  $O$ , называют взятое с соответствующим знаком произведение модуля силы  $\vec{F}$  на кратчайшее расстояние  $h$  от центра  $O$  до линии действия силы:  $M_O(\vec{F}) = \pm Fh$  (рис. 1.2, *a*).

Величину  $h$  называют **плечом силы**. Момент силы относительно центра считается положительным, если сила стремится повернуть тело вокруг центра против хода часовой стрелки, и отрицательным – в обратном случае.

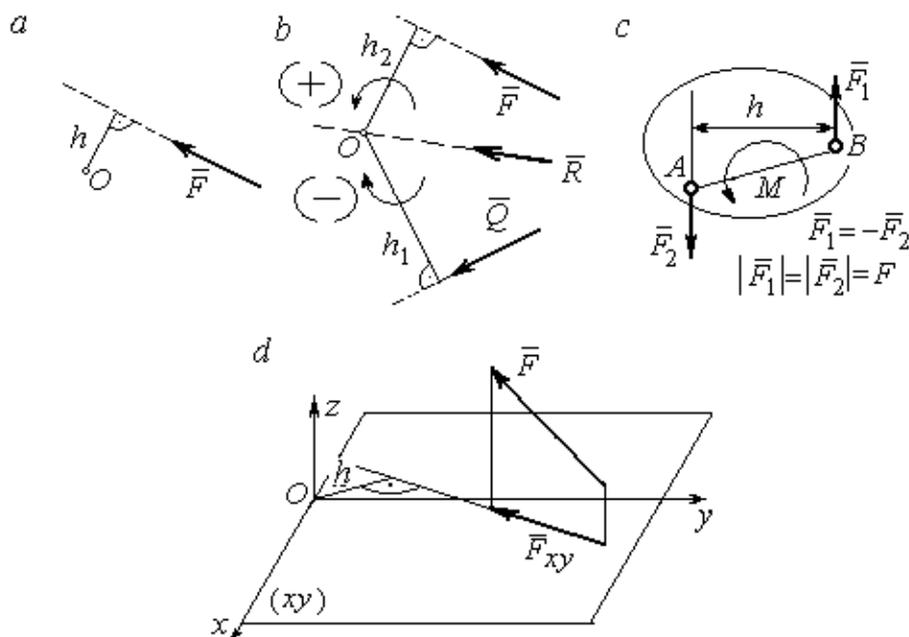


Рис. 1.2. Схемы для вычисления моментов сил:  
 a, b – момент силы относительно центра; c – момент пары сил;  
 d – момент силы относительно оси

На рис. 1.2, b показано, что момент силы  $\vec{F}$  относительно центра  $O$  положительный, а момент силы  $\vec{Q}$  относительно того же центра – отрицательный. Момент силы  $\vec{R}$  относительно центра  $O$  равен нулю, так как линия действия этой силы проходит через центр  $O$  и плечо силы равно нулю.

**Парой сил**, или просто парой (рис.1.2, c), называют систему двух равных по модулю сил, параллельных, направленных в противоположные стороны и не лежащих на одной прямой. Алгебраическим моментом пары сил, или **моментом пары**, называют взятое со знаком плюс или минус произведение модуля одной из сил пары на плечо пары – кратчайшее расстояние между линиями действия ее сил. Правило знаков такое же, как и для момента силы. На рисунках пару часто изображают дуговой стрелкой, показывающей направление поворота твердого тела под действием пары (см.  $M$  на рис. 1.2, c).

**Моментом силы относительно оси** называют момент проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения оси с этой плоскостью. На рис. 1.2, *d* показано вычисление момента силы  $F$  относительно оси  $z$ :  $M_z(\vec{F}) = F_{xy}h$ , где  $F_{xy}$  – проекция силы  $\vec{F}$  на плоскость  $xy$ , перпендикулярную оси  $z$ ,  $h$  – плечо проекции  $F_{xy}$  относительно центра  $O$  – точки пересечения оси  $z$  и плоскости  $xOy$ .

### 1.3. Условия равновесия систем сил

**Плоской системой сил** называется система сил, расположенных в одной плоскости.

**Основная форма условий равновесия плоской системы сил.** Для равновесия плоской системы сил, приложенных к твердому телу, необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух осей прямоугольной системы координат, расположенной в плоскости действия сил, были равны нулю и сумма моментов сил относительно любого центра, находящегося в плоскости действия сил, также была равна нулю:

$$\sum F_{kx} = 0, \quad \sum F_{ky} = 0, \quad \sum M_A(\vec{F}_k) = 0,$$

где  $F_{kx}, F_{ky}$  – проекции всех сил на координатные оси;  $M_A(\vec{F}_k)$  – моменты всех сил относительно произвольно выбранного центра  $A$ .

**Пространственной системой сил** называется система сил, расположенных произвольно в пространстве.

Для равновесия пространственной системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на оси прямоугольной системы координат были равны нулю и суммы моментов всех сил относительно тех же осей также были равны нулю:

$$\sum F_{kx} = 0, \quad \sum F_{ky} = 0, \quad \sum F_{kz} = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0, \quad \sum M_y(\vec{F}_k) = 0, \quad \sum M_z(\vec{F}_k) = 0,$$

где  $F_{kx}, F_{ky}, F_{kz}$  – проекции всех сил на координатные оси  $x, y, z$ ;  $M_x(\vec{F}_k), M_y(\vec{F}_k), M_z(\vec{F}_k)$  – моменты всех сил относительно выбранных осей.

### Равновесие систем тел

Связи, соединяющие части конструкции, называют **внутренними**, в отличие от **внешних** связей, скрепляющих конструкцию с внешними телами, не входящими в данную конструкцию. Одним из способов решения задач на равновесие сил, действующих на сочленённую конструкцию с внутренними связями, является **разбиение конструкции на отдельные тела** и составление уравнений равновесия для каждого из тел, входящих в конструкцию. При этом в уравнения равновесия должны входить только силы, непосредственно приложенные к тому телу, равновесие которого рассматривается.

#### 1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел

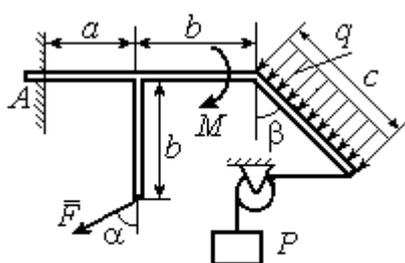
Каждый вариант задания включает две задачи по темам: «Равновесие произвольной плоской системы сил» и «Равновесие системы тел».

В задачах требуется определить реакции связей конструкции исходя из условия равновесия произвольной плоской системы сил. Весом стержневых подпорок, поддерживающих балочные конструкции, и блоков, через которые перекинуты невесомые нити, пренебречь.

Варианты заданий даны на рис. 1.3 – 1.6. Исходные данные приведены в табл. 1.1. Из таблицы исходных данных выбираются значения тех параметров, которые указаны на схемах.

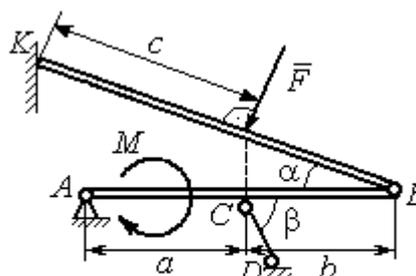
Варианты № 1, 11, 21

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке  $A$

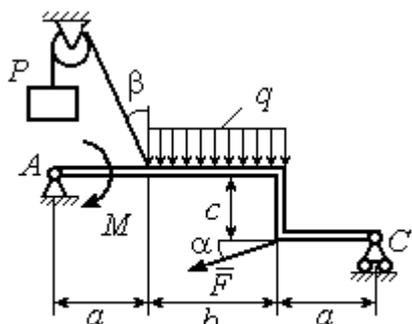
Задача 2



Найти реакции шарниров  $A, B$ , реакцию стержня  $CD$  и реакцию опоры в точке  $K$

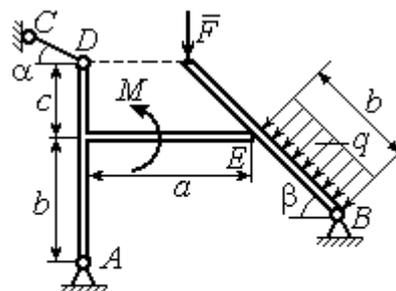
Варианты № 2, 12, 22

Задача 1



Найти реакции шарниров  $A$  и  $C$

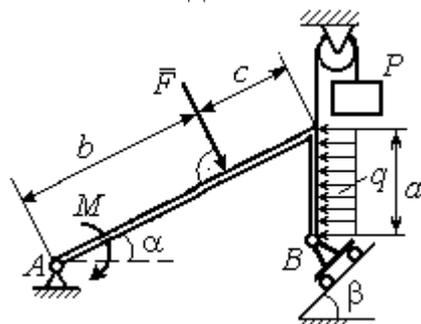
Задача 2



Найти реакции шарниров  $A, B$ , реакцию опоры в точке  $E$  и реакцию стержня  $CD$

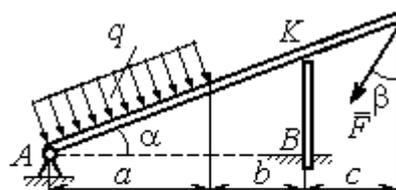
Варианты № 3, 13, 23

Задача 1



Найти реакцию шарниров  $A$  и  $B$

Задача 2

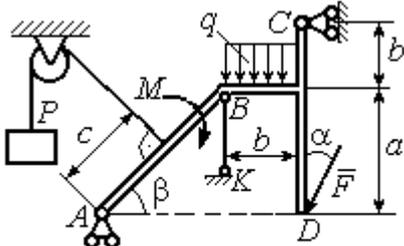


Найти реакцию шарнира  $A$ , реакцию опоры в точке  $K$  и реакцию жесткой заделки в точке  $B$

Рис. 1.3. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

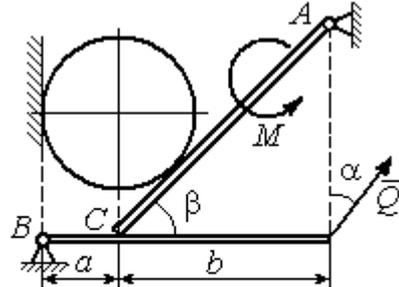
Варианты № 4, 14, 24

Задача 1



Найти усилие в стержне  $BK$  и реакцию шарниров  $A, C$

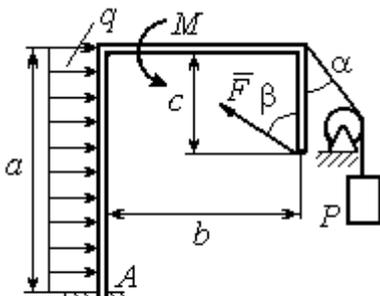
Задача 2



Вес шара  $P$ . Найти реакцию шарниров  $A, B$ , давление шара на балку и стенку, реакцию опоры балки в точке  $C$  и уравнивающую силу  $Q$

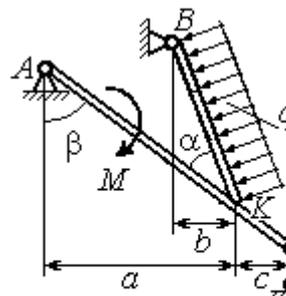
Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке  $A$

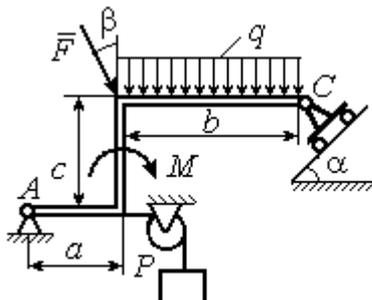
Задача 2



Найти реакцию шарниров  $A, B$ , реакцию стержня  $CD$  и реакцию опоры в точке  $K$

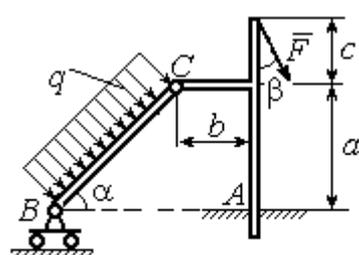
Варианты № 6, 16, 26

Задача 1



Найти реакции шарниров  $A$  и  $C$

Задача 2



Найти реакцию жесткой заделки в точке  $A$  и реакции шарниров  $B$  и  $C$

Рис. 1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 4 – 6, 14 – 16, 24 – 26

<b>Варианты № 7, 17, 27</b>	
<p><b>Задача 1</b></p> <p>Найти реакцию стержня <math>BC</math> и реакцию шарнира <math>A</math></p>	<p><b>Задача 2</b></p> <p>Найти реакцию шарнира <math>A</math>, давление балки на шар, реакцию опоры шара в точке <math>D</math> и уравновешивающую силу <math>Q</math></p>
<b>Варианты № 8, 18, 28</b>	
<p><b>Задача 1</b></p> <p>Найти реакцию жесткой заделки в точке <math>A</math></p>	<p><b>Задача 2</b></p> <p>Найти реакцию шарниров <math>A, B</math> и <math>D</math> и реакцию опоры в точке <math>C</math></p>
<b>Варианты № 9, 19, 29</b>	
<p><b>Задача 1</b></p> <p>Найти реакцию стержня <math>BC</math> и реакцию шарнира <math>A</math></p>	<p><b>Задача 2</b></p> <p>Найти реакцию жесткой заделки в точке <math>A</math>, реакцию шарнира <math>B</math> и реакцию опоры в точке <math>C</math></p>

Рис. 1.5. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

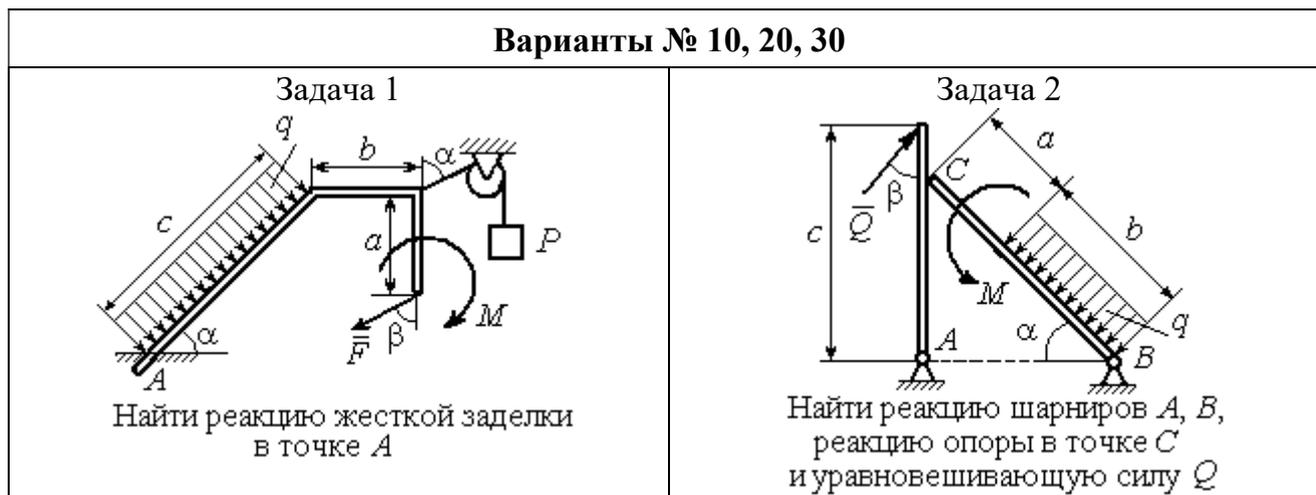


Рис. 1.6. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 10, 20, 30

Таблица 1.1

**Исходные данные задания С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел.**

Номер варианта задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$P$ , кН	6	5	6	12	6	6	10	3	8	5	10	4	8	10	8
$F$ , кН	12	6	10	5	12	8	6	5	6	2	12	8	12	6	10
$q$ , кН/м	5	4	2	3	6	3	5	2	2	4	6	2	3	4	5
$M$ , кН·м	12	8	6	8	12	5	12	8	4	6	8	12	10	6	10
$\alpha$ , град	45	60	30	60	30	30	45	60	30	30	45	30	60	45	60
$\beta$ , град	60	30	45	30	60	90	60	60	30	45	30	45	30	60	30
$a$ , м	3	4	3	4	3	4	3	4	1	2	2	3	2	3	4
$b$ , м	3	3	4	3	2	4	3	3	2	3	3	3	4	3	2
$c$ , м	4	2	2	2	3	2	2	1	5	4	4	2	1	2	2

Номер варианта задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$P$ , кН	10	8	10	6	4	6	12	10	5	6	8	6	8	4	6
$F$ , кН	6	12	12	8	3	14	10	8	15	10	12	8	10	10	2
$q$ , кН/м	5	3	4	3	2	3	2	5	4	2	3	4	5	2	4
$M$ , кН·м	10	6	8	6	5	12	4	6	8	10	12	10	6	4	8
$\alpha$ , град	60	60	30	45	60	30	60	45	30	60	45	30	30	30	45
$\beta$ , град	45	30	30	60	60	45	30	60	30	45	90	30	60	45	30
$a$ , м	3	4	3	1	2	2	4	1	4	3	4	3	2	1	2
$b$ , м	2	4	3	3	4	1	4	3	2	2	2	2	2	2	2
$c$ , м	3	2	2	4	5	4	2	2	1	1	1	2	1	3	5

## Пример выполнения задания С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел.

**Задача 1.** Рама  $ACE$  (рис. 1.7) в точке  $A$  закреплена на цилиндрической шарнирной опоре, а в точке  $B$  поддерживается вертикальным невесомым стержнем  $BK$ . На раму действуют: пара с моментом  $M = 8$  Нм, сила  $F = 10$  Н, приложенная в точке  $D$  под углом  $60^\circ$  к раме, и равномерно распределенная нагрузка интенсивностью  $q = 2$  Н/м, приложенная на отрезке  $AB$ . В точке  $E$  под прямым углом к участку балки  $CE$  прикреплен трос, несущий груз  $P = 20$  Н. Пренебрегая весом балки, определить реакцию шарнира  $A$  и реакцию стержневой опоры  $BK$ , если  $a = 2$  м.

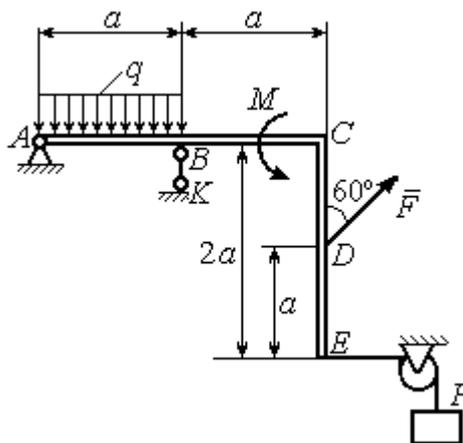


Рис. 1.7. Конструкция рамы

### Решение

Выбираем систему координат  $xAy$ , например, как показано на рис. 1.8. Заменяем действие связей их реакциями. Изображаем реакцию шарнира  $A$  двумя ее составляющими  $\vec{X}_A$  и  $\vec{Y}_A$ , направленными вдоль горизонтальной и вертикальной осей (см. рис. 1.8). Реакция  $\vec{R}_B$  невесомой стержневой опоры  $BK$  приложена в точке  $B$  и направлена вдоль стержня  $BK$ . Заменяем распределенную нагрузку её равнодействующей  $\vec{Q}$ . Сила  $\vec{Q}$  приложена в середине отрезка  $AB$  и по модулю равна

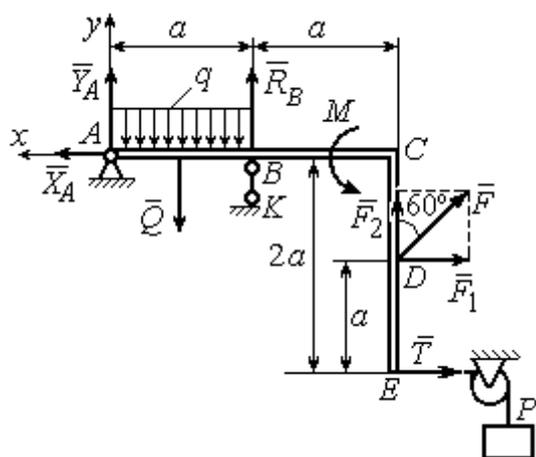


Рис. 1.8. Силы и реакции связей, действующие на раму при её равновесии

$Q = qa = 4$  Н. Действие груза  $P$  на раму изображается реакцией  $\vec{T}$ , равной по величине весу груза.

При равновесии рамы действующие на неё силы составляют уравновешенную произвольную плоскую систему. Условия равновесия системы сил имеют вид:  $\sum F_{kx} = 0$ ,  $\sum F_{ky} = 0$ ,  $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$ . Вычисляя проекции сил на оси  $x$ ,  $y$ , и моменты сил относительно центра  $A$ , уравнения равновесия получим в виде:

$$\sum F_{kx} = X_A - F \cos 30^\circ - T = 0, \quad \sum F_{ky} = Y_A - Q + R_B + F \cos 60^\circ = 0.$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -Q \frac{a}{2} + R_B a + M + F \cos 60^\circ \cdot 2a + F \cos 30^\circ \cdot a + T 2a = 0.$$

Здесь для вычисления момента силы  $\vec{F}$  относительно центра  $A$  использована теорема Вариньона:  $M_A(\vec{F}) = M_A(\vec{F}_1) + M_A(\vec{F}_2) = F_1 \cdot a + F_2 \cdot 2a$ , где  $F_1 = F \cos 30^\circ$ ,  $F_2 = F \cos 60^\circ$  (см. рис. 1.8).

Подставляя в уравнения равновесия исходные данные задачи, получим систему уравнений относительно неизвестных  $X_A, Y_A, R_B$ :

$$X_A - 28,66 = 0, \quad Y_A + R_B + 1 = 0, \quad R_B \cdot 2 + 121,32 = 0.$$

Решая систему, найдем  $X_A = 28,66$  Н,  $Y_A = 59,66$  Н,  $R_B = -60,66$  Н.

Отрицательное значение величины  $R_B$  означает, что фактическое направление реакции  $R_B$  стержневой опоры  $BK$  противоположно направлению, показанному на рис. 1.8. Численное значение реакции шарнира

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{28,66^2 + 59,66^2} = 66,18 \text{ Н.}$$

**Задача 2.** Балка  $ABLC$  с вертикальной частью  $AB$  и горизонтальной переключиной  $LC$  закреплена в точке  $A$  с помощью жесткой заделки (рис. 1.9). Наклонная балка  $EC$  с углом наклона к горизонту  $60^\circ$  в точке  $C$  шарнирно прикреплена к горизонтальной переключине  $CL$ , а в точке  $E$  закреплена на шарнирно-подвижной опоре, установленной на горизонтальной поверхности. На конструкцию действуют равномерно распределенная на отрезках  $BL$  и  $DE$  нагрузка с одинаковой интенсивностью  $q = 2$  кН/м, сила  $\vec{F}$ , приложенная в точке  $D$  перпендикулярно балке  $EC$  и равная по величине  $F = 10$  кН, и пара сил

с моментом  $M = 5 \text{ кН}\cdot\text{м}$ . Определить реакцию жесткой заделки  $A$  и реакции шарниров  $C$  и  $E$ , если  $a = 2 \text{ м}$ .

*Решение*

Разделяем систему на две части по шарниру  $C$  и рассмотрим равновесие балок  $ABLC$  и  $EC$  отдельно. Изобразим обе балки и расставим внешние силы и реакции связей (рис. 1.10). Рассмотрим балку  $ABLC$  (рис. 1.10,  $a$ ). Заменяем распределенную нагрузку эквивалентной силой  $\bar{Q}_1$ , приложенной в середине отрезка  $BL$ , направленной в сторону действия нагрузки и равной  $Q_1 = q \cdot a = 4 \text{ кН}$ . Кроме силы  $\bar{Q}_1$  и пары сил с моментом  $M$  на балку действуют реакция

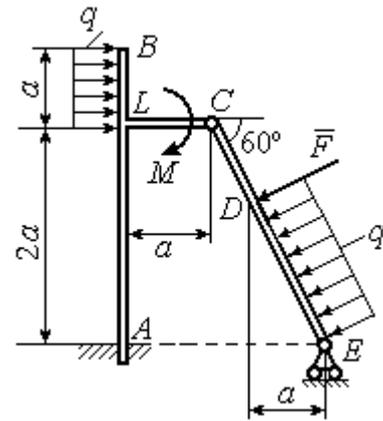


Рис. 1.9. Равновесие конструкции двух балок, соединённых шарниром

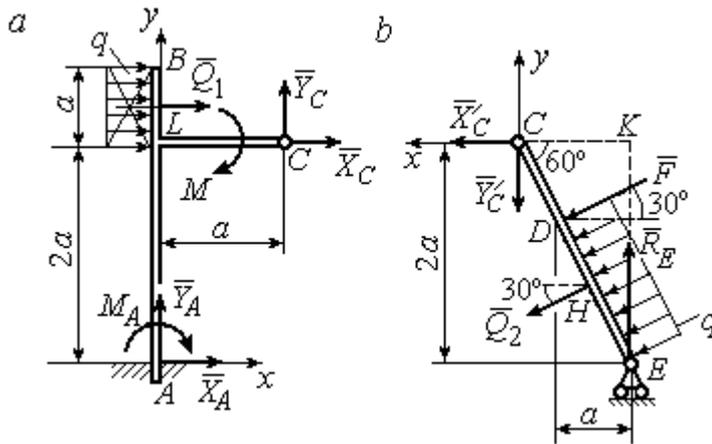


Рис. 1.10. Равновесие частей конструкции:  
 $a$  - силы и реакции связей, действующие на балку  $ABLC$ ;  
 $b$  - силы и реакции связей, действующие на балку  $CE$

жёсткой заделки в точке  $A$ , имеющая своими составляющими силы  $\bar{X}_A$ ,  $\bar{Y}_A$  и пару сил с моментом  $M_A$ , а также реакция шарнира  $C$ , разложенная на составляющие  $\bar{X}_C$ ,  $\bar{Y}_C$  (см. рис. 1.10,  $a$ ). Действующие на раму силы составляют уравновешенную плоскую систему сил.

Выберем систему координат  $xAy$ , как показано на рис. 1.10,  $a$ , и составим уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = X_A + Q_1 + X_C = 0, \quad \sum F_{ky} = Y_A + Y_C = 0,$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -M_A - Q_1 \cdot \left(2a + \frac{a}{2}\right) - M + Y_C a - X_C 2a = 0.$$

Рассмотрим равновесие балки  $EC$ . Заменяем равномерную нагрузку эквивалентной силой  $\vec{Q}_2$ , приложенной в середине отрезка  $ED$ , направленной в сторону действия нагрузки и равной по модулю  $Q_2 = q \cdot 2a = 8 \text{ кН}$ . На балку кроме сил  $\vec{Q}_2$ ,  $\vec{F}$  действуют реакции связей:  $\vec{R}_E$  – реакция шарнирно-подвижной опоры в точке  $E$  и  $\vec{X}'_C$ ,  $\vec{Y}'_C$  – составляющие реакции шарнира  $C$ . Силы  $\vec{X}'_C$ ,  $\vec{Y}'_C$  направлены противоположно силам  $\vec{X}_C$ ,  $\vec{Y}_C$  и равны им по модулю  $X_C = X'_C$ ,  $Y_C = Y'_C$  (см. рис. 1.10,  $a$ ,  $b$ ). Действующие на балку  $EC$  силы образуют плоскую уравновешенную систему сил. Выберем систему координат  $xCy$ , как показано на рис. 1.10,  $b$ , и составим уравнения равновесия. При этом центром, относительно которого будем считать моменты сил, выберем точку  $C$ . Получим:

$$\sum F_{kx} = Q_2 \sin 60^\circ + F \cos 30^\circ + \vec{X}'_C = 0, \quad \sum F_{ky} = R_E - Q_2 \cos 60^\circ - F \sin 30^\circ - Y'_C = 0, \\ \sum M_C(\vec{F}_k) = -F \cdot CD - Q_2 \cdot CH + R_E \cdot CK = 0.$$

Здесь плечи сил:  $CD = \frac{2a}{\cos 30^\circ} - 2a$ ,  $CH = \frac{2a}{\cos 30^\circ} - a$ ,  $CK = 2a \operatorname{tg} 30^\circ$ . Заменяя в уравнениях величины  $X'_C$  на  $X_C$ , а  $Y'_C$  на  $Y_C$  и подставляя исходные данные, получим систему уравнений:

$$X_A + X_C + 4 = 0, \quad Y_A + Y_C = 0, \quad -M_A - 4X_C + 2Y_C - 25 = 0, \\ X_C + 15,59 = 0, \quad -Y_C + R_E - 9 = 0, \quad 2,31R_E - 27,14 = 0,$$

откуда найдём величины реакции жесткой заделки и реакции шарниров:

$$X_A = 11,59 \text{ кН}, \quad Y_A = -2,76 \text{ кН}, \quad M_A = 42,87 \text{ кН} \cdot \text{м}, \\ X_C = -15,59 \text{ кН}, \quad Y_C = 2,76 \text{ кН}, \quad R_E = 11,76 \text{ кН}.$$

Модули реакций жесткой заделки  $A$  и шарнира  $C$ :

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 11,91 \text{ кН}, \quad R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} = 15,83 \text{ кН}.$$

## 1.5. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил

В заданиях рассматривается равновесие однородной плиты или вала (прямого или с «ломаной» осью) с насаженным на него шкивом.

Вал закреплен подпятником и подшипником и удерживается в равновесии. На вал действуют сила  $\vec{F}$ , пара сил с моментом  $M$  и сила  $\vec{P}$ . На шкив вала намотана нить, к свободному концу которой, перекинутому через невесомый блок, подвешен груз весом  $Q$ . Для вала определить реакции подшипника и подпятника и величину уравновешивающей силы  $Q$  (или момента  $M$ ).

Плита весом  $P$  закреплена пространственным шарниром, подшипником и удерживается в заданном положении невесомым стержнем. На плиту действуют силы  $\vec{F}$ ,  $\vec{Q}$  и пара сил с моментом  $M$ . Для плиты найти реакции сферического и цилиндрического шарниров и реакцию стержня.

Варианты задания даны на рис. 1.11 – 1.13. Исходные данные для выполнения задания приведены в табл. 1.2.

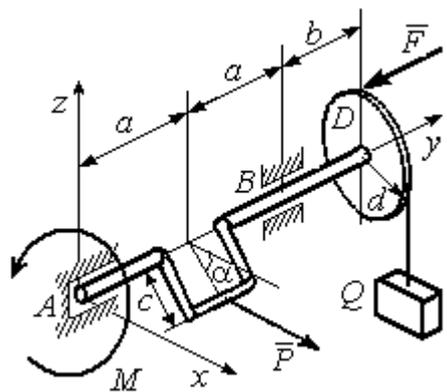
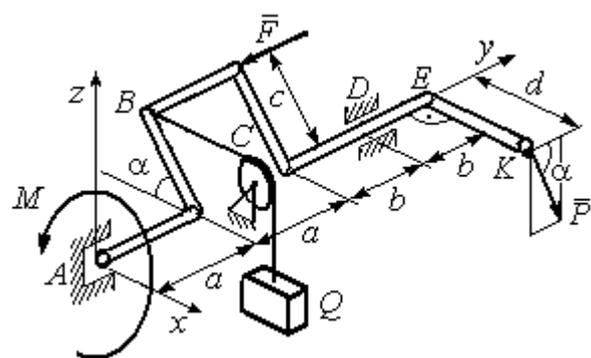
Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
 <p>Сила <math>\vec{F}</math> параллельна оси <math>Ay</math>; сила <math>\vec{P}</math> параллельна оси <math>Ax</math>; нить, удерживающая груз, сходит со шкива вертикально.</p> <p>Найти реакции подпятника и подшипника в точках <math>A</math> и <math>B</math> и величину уравновешивающего груза <math>Q</math></p>	 <p>Сила <math>\vec{F}</math> параллельна оси <math>Ay</math>; сила <math>\vec{P}</math> лежит в плоскости, параллельной <math>zAy</math>; отрезок нити <math>BC</math> параллелен оси <math>Ax</math>; рукоять вала <math>EK</math> параллельна оси <math>Ax</math>.</p> <p>Найти реакции подпятника и подшипника в точках <math>A</math> и <math>D</math> и величину уравновешивающего момента <math>M</math></p>

Рис. 1.11. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.  
Номера вариантов задания 1 – 2, 11 – 12, 21 – 22

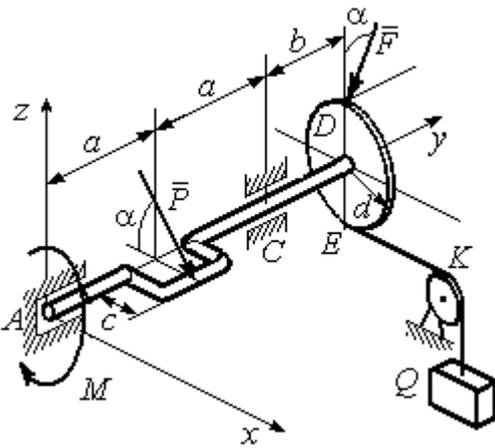
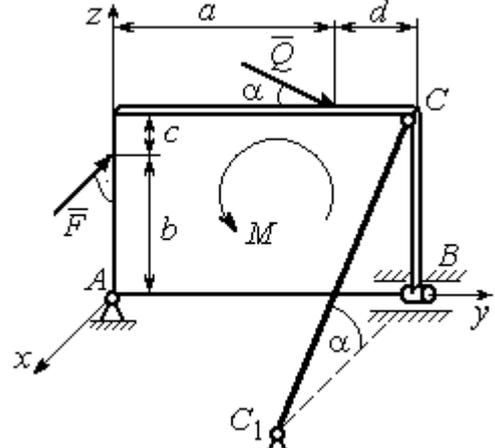
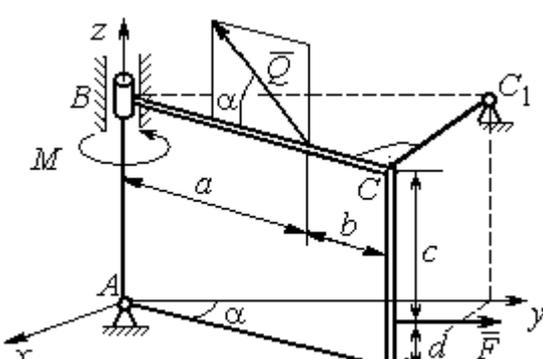
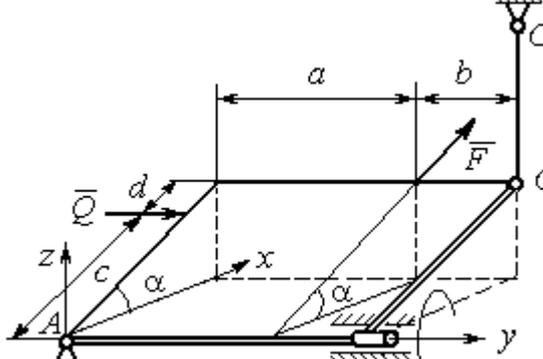
Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
 <p>Сила <math>\vec{F}</math>, лежит в плоскости <math>zAy</math>; сила <math>\vec{P}</math> лежит в плоскости, параллельной <math>zAx</math>, отрезок нити <math>EK</math> параллелен оси <math>Ax</math>. Найти реакции подпятника и подшипника в точках <math>A</math> и <math>C</math>, а также величину уравновешивающего груза <math>Q</math></p>	 <p>Плита весом <math>P</math> расположена в плоскости <math>zAy</math>; пара сил с моментом <math>M</math> действует в плоскости плиты; стержень <math>CC_1</math> расположен в плоскости, параллельной <math>zAx</math>; сила <math>\vec{Q}</math> действует в плоскости плиты; сила <math>\vec{F}</math> перпендикулярна плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках <math>A</math> и <math>B</math> и реакцию стержня <math>CC_1</math></p>
<p><b>Варианты № 5, 15, 25</b></p>  <p>Плита весом <math>P</math> отклонена на угол <math>\alpha</math> от вертикальной плоскости <math>zAy</math>; сила <math>\vec{Q}</math> лежит в плоскости плиты; сила <math>\vec{F}</math> параллельна оси <math>Ay</math>; стержень <math>CC_1</math> перпендикулярен плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках <math>A</math> и <math>B</math> и реакцию стержня <math>CC_1</math></p>	<p><b>Варианты № 6, 16, 26</b></p>  <p>Плита весом <math>P</math> отклонена на угол <math>\alpha</math> от горизонтальной плоскости <math>xAy</math>; сила <math>\vec{Q}</math> перпендикулярна боковой стенке плиты и параллельна оси <math>Ay</math>; сила <math>\vec{F}</math> расположена в плоскости плиты и параллельна её боковым стенкам; стержень <math>CC_1</math> параллелен оси <math>Az</math>. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках <math>A</math> и <math>B</math> и реакцию стержня <math>CC_1</math></p>

Рис. 1.12. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.

Номера вариантов задания 3 – 6, 13 – 16, 23 – 26

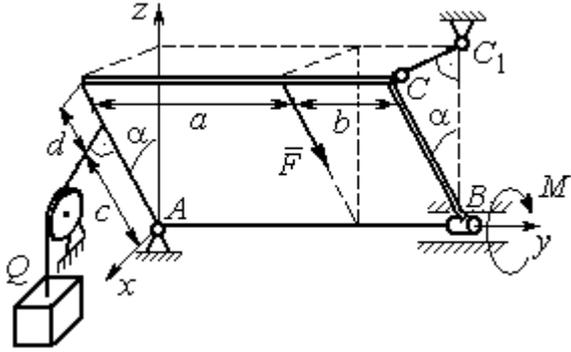
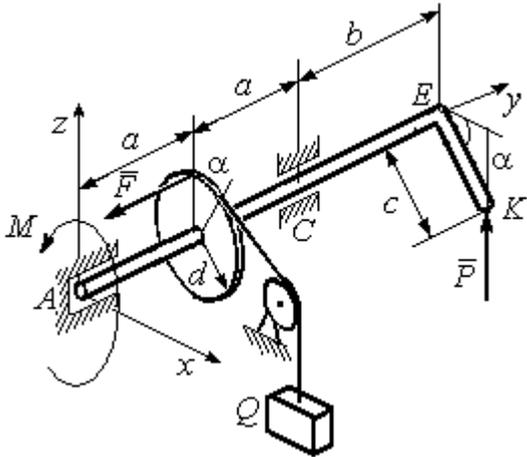
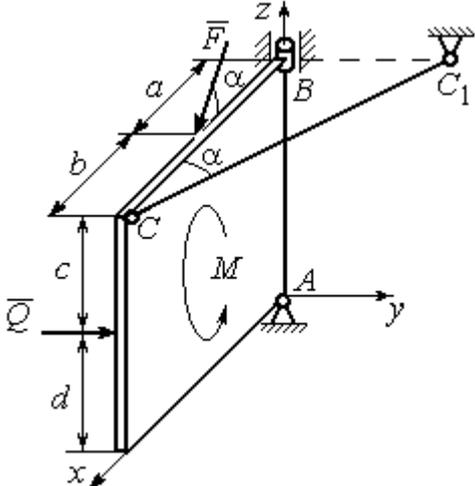
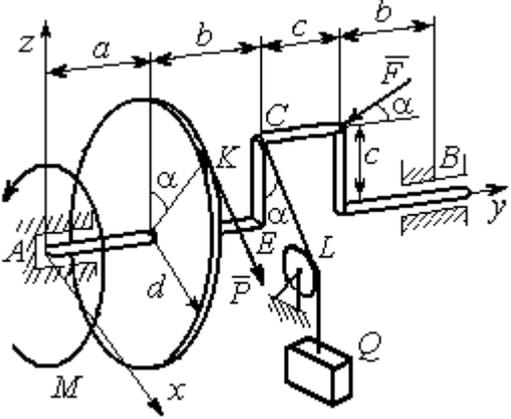
Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28
 <p>Плита весом <math>P</math> отклонена на угол <math>\alpha</math> от вертикальной плоскости <math>zAy</math>; нить, удерживающая груз <math>Q</math>, находится в плоскости <math>zAx</math>, прикреплена к боковой стенке плиты и перпендикулярна ей; сила <math>\vec{F}</math> параллельна боковым стенкам плиты; стержень <math>CC_1</math> перпендикулярен плоскости <math>zAy</math>. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках <math>A</math> и <math>B</math> и реакцию стержня <math>CC_1</math></p>	 <p>Рукоять <math>EK</math> перпендикулярна оси вала и наклонена под углом <math>\alpha</math> к горизонтальной плоскости <math>xAy</math>; сила <math>\vec{P}</math> параллельна оси <math>Az</math>; сила <math>\vec{F}</math> параллельна оси <math>Ay</math>; нить, удерживающая груз <math>Q</math>, сходит со шкива по касательной. Найти реакции подпятника <math>A</math>, подшипника <math>C</math>, и величину уравновешивающего груза <math>Q</math></p>
 <p>Плита весом <math>P</math> находится в вертикальной плоскости <math>zAx</math>; стержень <math>CC_1</math> расположен в плоскости, параллельной <math>xAy</math>; пара сил с моментом <math>M</math> действует в плоскости плиты; сила <math>\vec{Q}</math> перпендикулярна плоскости плиты; сила <math>\vec{F}</math> лежит в плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках <math>A</math> и <math>B</math> и реакцию стержня <math>CC_1</math></p>	 <p>Сила <math>\vec{F}</math> находится в плоскости <math>zAy</math>; стойка <math>SE</math> находится в плоскости <math>zAy</math>; отрезок <math>CL</math> нити, удерживающей груз, находится в плоскости параллельной <math>xAz</math>; сила <math>\vec{P}</math> находится в плоскости шкива и направлена по касательной к ободу в точке <math>K</math>. Найти реакции подпятника <math>A</math>, подшипника <math>B</math> и величину уравновешивающего момента <math>M</math></p>

Рис. 1.13. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.  
Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

**Исходные данные для задания С2.  
Равновесие пространственной системы сил**

Номер варианта задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P$ , кН	5	4	6	10	16	15	12	10	15	14
$F$ , кН	8	6	12	6	10	10	8	12	12	10
$Q$ , кН	–	12	–	12	8	12	10	–	10	12
$M$ , кН·м	12	–	10	8	12	6	8	6	8	–
$\alpha$ , град	60	30	30	30	60	60	60	30	30	60
$a$ , м	1,2	0,8	1,4	0,6	1,2	0,9	1,4	0,4	0,8	0,8
$b$ , м	1,0	0,6	1,1	0,4	0,8	0,4	0,6	1,2	0,2	0,6
$c$ , м	0,8	0,5	0,8	0,3	1,4	0,8	1,2	0,8	0,4	0,4
$d$ , м	0,4	0,4	0,6	0,2	0,4	0,2	0,4	0,6	0,6	0,6

Номер варианта задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$P$ , кН	8	10	10	15	14	10	16	9	10	12
$F$ , кН	6	12	16	8	12	14	10	15	8	10
$Q$ , кН	–	14	–	10	10	12	14	–	12	14
$M$ , кН·м	10	–	12	12	12	8	10	10	10	–
$\alpha$ , град	30	60	60	60	30	30	30	60	60	30
$a$ , м	0,8	1,3	0,9	0,5	1,3	1,2	1,6	0,6	0,9	1,2
$b$ , м	0,6	1,1	0,6	0,4	0,9	0,6	0,8	1,2	0,3	0,8
$c$ , м	0,4	0,8	0,5	0,2	1,5	0,9	1,2	0,4	0,6	0,6
$d$ , м	0,2	0,4	0,4	0,1	0,5	0,4	0,6	0,2	0,2	0,8

Номер варианта задания	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$P$ , кН	10	12	5	8	10	14	18	12	14	10
$F$ , кН	12	8	15	10	12	8	10	15	9	8
$Q$ , кН	–	10	–	12	14	10	16	–	12	6
$M$ , кН·м	12	–	16	14	8	10	8	12	10	–
$\alpha$ , град	90	30	60	30	45	30	30	60	60	30
$a$ , м	0,6	0,8	1,1	1,2	1,5	0,8	1,0	0,8	1,2	0,9
$b$ , м	0,8	0,6	0,9	1,0	0,9	0,6	0,8	1,4	0,6	0,4
$c$ , м	0,4	1,2	0,8	0,6	1,5	0,9	1,1	0,5	0,8	0,6
$d$ , м	0,4	1,5	0,5	0,2	0,4	0,3	0,3	0,4	0,6	0,5

## Примеры решения задания С2. Равновесие пространственной системы сил

**Задача 1.** Горизонтальный вал (рис. 1.14) закреплен в подпятнике  $C$  и подшипнике  $K$ . Вал имеет шкив I радиуса  $R$  и шкив II радиуса  $r$ , перпендикулярные оси вала. Рукоять  $AE$  параллельна оси  $Cx$ . Нить, удерживающая груз  $Q$ , сходит со шкива I по касательной вертикально вниз. На вал действуют силы  $\vec{F}$ ,  $\vec{P}$  и пара сил с моментом  $M$ , закручивающая вал

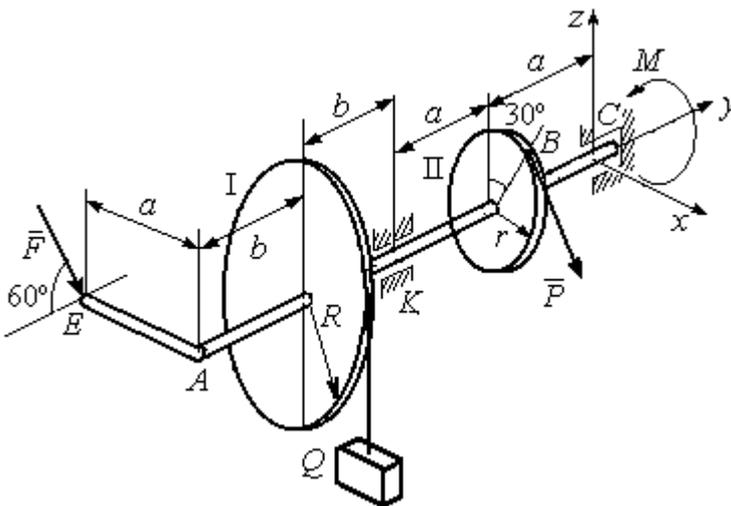


Рис. 1.14. Схема вала и его нагрузка

вокруг оси  $Cy$ . Сила  $\vec{F}$  находится в плоскости, параллельной  $zCy$ , и составляет угол  $60^\circ$  с направлением оси  $Cy$ . Сила  $\vec{P}$  приложена в точке  $B$  шкива II, определяемой центральным углом  $30^\circ$ , и направлена по касательной. Определить величину уравновешивающего момента  $M$  и реакции подшипника и подпятника, если  $P = 4$  кН,  $F = 2$  кН,  $Q = 3$  кН,  $R = 0,6$  м,  $r = 0,3$  м,  $a = 0,8$  м,  $b = 0,4$  м.

### Решение

Рассмотрим равновесие вала. На вал действуют внешние силы  $\vec{F}$ ,  $\vec{P}$ , пара сил с моментом  $M$  и реакции связей. Связями являются нить, натянутая грузом  $Q$ , подпятник  $C$  и подшипник  $K$ .

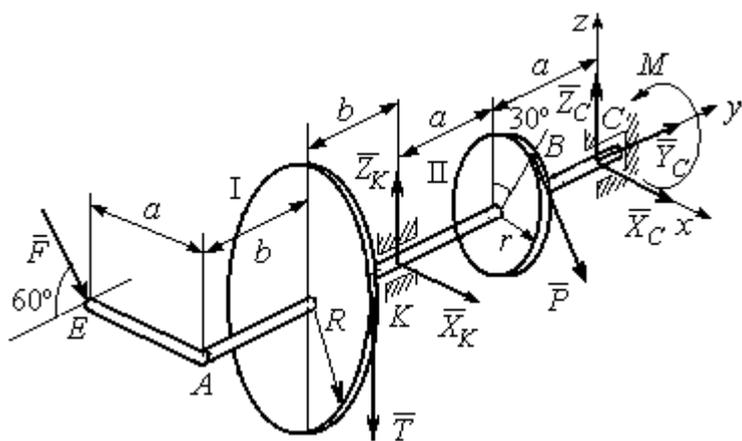


Рис. 1.15. Внешние силы и реакции связей вала

Освобождаем вал от связей, заменяя их действие реакциями. Реакцию подпятника  $C$  раскладываем на три со-

ставляющие:  $\vec{X}_C, \vec{Y}_C, \vec{Z}_C$ , направленные вдоль координатных осей. Реакция подшипника  $K$  лежит в плоскости, перпендикулярной оси вала, и ее составляющими будут вектора  $\vec{X}_K, \vec{Z}_K$ , направленные вдоль координатных осей  $x, z$ . Реакция нити  $\vec{T}$  направлена вдоль нити от точки  $K$  и по модулю равна весу груза. Действие на вал внешних сил и реакций связи показано на рис. 1.15.

Внешние силы, действующие на вал, и реакции связей составляют произвольную пространственную систему сил, эквивалентную нулю  $(\vec{P}, \vec{F}, \vec{X}_K, \vec{Z}_K, \vec{T}, \vec{X}_C, \vec{Y}_C, \vec{Z}_C, M) \infty 0$ , для которой уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0, \sum F_{ky} = 0, \sum F_{kz} = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0, \sum M_y(\vec{F}_k) = 0, \sum M_z(\vec{F}_k) = 0.$$

Для удобства при составлении уравнений равновесия изобразим вал вместе с действующими на него силами в проекциях на координатные плоскости (рис. 1.16)

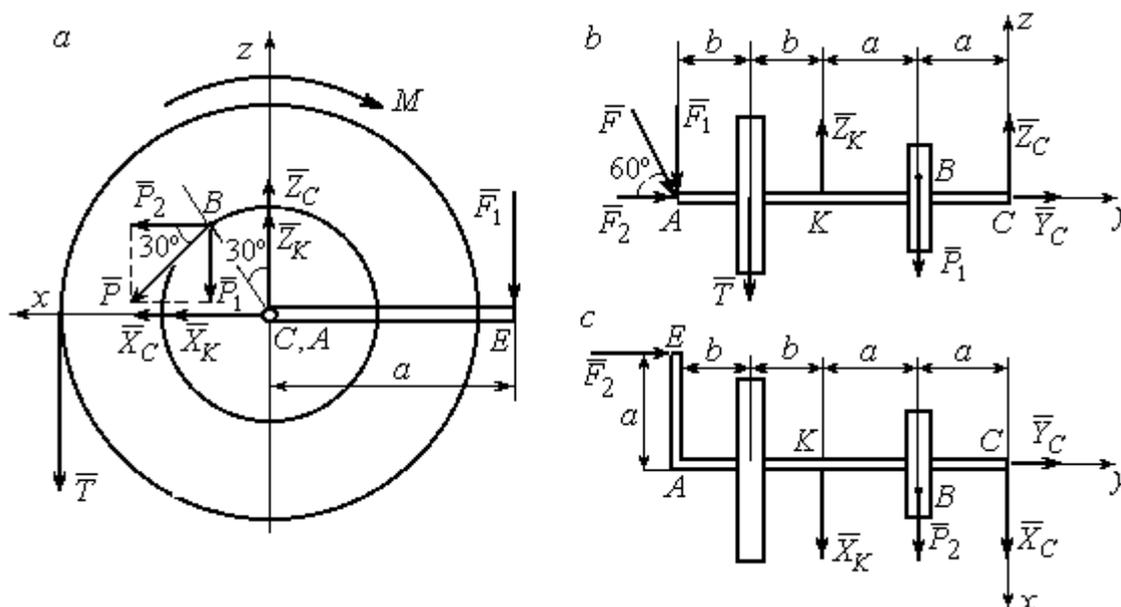


Рис. 1.16. Вал и действующие на него силы в проекциях на координатные плоскости:

- $a$  – вид вала в проекции на плоскость  $zCx$  с положительного конца оси  $y$ ;
- $b$  – вид вала в проекции на плоскость  $zCy$  с положительного конца оси  $x$ ;
- $c$  – вид вала в проекции на плоскость  $xCy$  с положительного конца оси  $z$ .

На рис. 1.16, *a* показаны проекции всех сил на плоскость  $zCx$ . Вычисляя моменты проекций этих сил относительно точки  $C$ , получим значения моментов исходных сил относительно оси  $y$ .

Для вычисления моментов сил относительно оси  $x$  достаточно найти моменты проекций сил на плоскость  $zCy$  относительно точки  $C$  (см. рис. 1.16, *b*), а вычисляя моменты проекций сил на плоскость  $xCy$  относительно точки  $C$ , получим значения моментов сил относительно оси  $z$ .

Составляем уравнения равновесия:

$$\begin{aligned}\sum F_{kx} &= P_2 + X_K + X_C = 0, \quad \sum F_{ky} = F_2 + Y_C = 0, \\ \sum F_{kz} &= -P_1 + Z_K - T + Z_C - F_1 = 0, \\ \sum M_x(\vec{F}_k) &= P_1 a - Z_K 2a - T(2a + b) + F_1(2a + 2b) = 0, \\ \sum M_y(\vec{F}_k) &= -F_1 a + TR + Pr - M = 0, \\ \sum M_z(\vec{F}_k) &= P_2 a + X_K 2a - F_2 a = 0.\end{aligned}$$

Подставляя исходные данные задачи, с учётом того, что

$$P_1 = P \cos 60^\circ = 0,5P, \quad P_2 = P \cos 30^\circ = 0,87P,$$

$$F_1 = F \cos 30^\circ = 0,87F, \quad F_2 = F \cos 60^\circ = 0,5F \quad (\text{см. рис. 1.16 } a, b),$$

получим систему уравнений:

$$\begin{aligned}0,87 \cdot 4 + X_K + X_C &= 0, \quad 2 \cdot 0,5 + Y_C = 0, \quad -4 \cdot 0,5 + Z_K - 3 + Z_C - 2 \cdot 0,87 = 0, \\ 0,5 \cdot 4 \cdot 0,8 - 1,6Z_K - 3 \cdot 0,87(2 \cdot 0,8 + 0,4) + 2 \cdot 0,87(2 \cdot 0,8 + 2 \cdot 0,4) &= 0, \\ -0,87 \cdot 0,8 + 3 \cdot 0,6 + 4 \cdot 0,3 - M &= 0, \quad 0,87 \cdot 4 \cdot 0,8 + 1,6 \cdot X_K - 2 \cdot 0,5 \cdot 0,8 = 0.\end{aligned}$$

Решая систему, найдём:  $X_C = -2,24$  кН,  $Y_C = -1$  кН,  $Z_C = 6,39$  кН,  $X_K = -1,24$  кН,  $Z_K = 0,35$  кН,  $M = 2,3$  кН·м.

Окончательно, реакция подпятника  $R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2} = 6,84$  кН,

реакция подшипника  $R_K = \sqrt{X_K^2 + Z_K^2} = 1,29$  кН.

**Задача 2.** Плита весом  $P$  расположена в вертикальной плоскости  $zAy$ . В точке  $A$  плита закреплена пространственным шарниром, а в точке  $B$  на оси  $y$

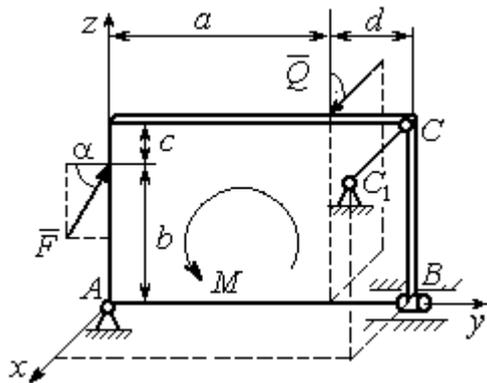


Рис. 1.17. Равновесие плиты

опирается на цилиндрический шарнир (подшипник). Плита удерживается в равновесии при помощи невесомого стержня  $CC_1$ , прикреплённого шарниром к плите в её верхнем углу, в точке  $C$  перпендикулярно плоскости плиты (рис. 1.17).

На плиту действует сила  $\bar{Q}$ , приложенная на краю плиты перпендикулярно её плоскости, и сила  $\bar{F}$ , лежащая в плоскости плиты и направленная под углом  $\alpha$  к горизонту (см. рис. 1.17). Кроме того, в плоскости плиты на неё действует пара сил с моментом  $M$ . Найти реакции шарниров  $A$  и  $B$  и усилие в стержневой подпорке  $CC_1$  при равновесии плиты, если параметры нагрузки:  $P = 1$  кН,

$Q = 500$  Н,  $F = 400$  Н,  $M = 300$  Н·м,  $\alpha = 35^\circ$ ,  $a = 2$  м,  $b = 1,5$  м,  $c = 0,2$  м,  $d = 0,4$  м.

### Решение

Заменим связи плиты их реакциями. Реакция шарнира  $A$  раскладывается на три составляющие:  $\bar{X}_A$ ,  $\bar{Y}_A$ ,  $\bar{Z}_A$  по направлениям координатных осей. Направления координатных осей показаны на рис. 1.17. Реакция подшипника  $B$  лежит в плоскости, перпендикулярной оси подшипника, и ее составляющими будут вектора  $\bar{X}_B$ ,  $\bar{Z}_B$ ,

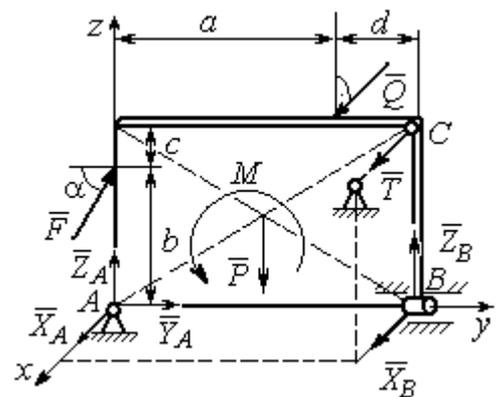


Рис. 1.18. Действие сил и реакций при равновесии плиты

направленные вдоль координатных осей  $x$ ,  $z$ . Реакция стержня  $\bar{T}$  направлена вдоль стержня. Действие сил и реакций показано на рис.1.18.

Пространственная система сил, действующих на плиту, является уравновешенной:  $(\vec{P}, \vec{F}, \vec{X}_B, \vec{Z}_B, \vec{T}, \vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A, M) \infty 0$ . Уравнения равновесия:

$$\begin{aligned} \sum F_{kx} &= 0, \quad \sum F_{ky} = 0, \quad \sum F_{kz} = 0, \\ \sum M_x(\vec{F}_k) &= 0, \quad \sum M_y(\vec{F}_k) = 0, \quad \sum M_z(\vec{F}_k) = 0. \end{aligned}$$

В вычислениях моментов сил относительно осей будем считать момент положительным, если при взгляде со стороны положительного направления оси, сила вращает тело (плиту) против хода часовой стрелки. Получим:

$$\begin{aligned} \sum F_{kx} &= 0, \quad X_A + Q + X_B + T = 0, \\ \sum F_{ky} &= 0, \quad Y_A + F \cos \alpha = 0, \\ \sum F_{kz} &= 0, \quad Z_A + F \sin \alpha - P + Z_B = 0 \\ \sum M_x(\vec{F}_k) &= 0, \quad -F \cos \alpha \cdot b - P \cdot 0,5(a+d) + Z_B(a+d) + M = 0, \\ \sum M_y(\vec{F}_k) &= 0, \quad Q \cdot (b+c) + T \cdot (b+c) = 0, \\ \sum M_z(\vec{F}_k) &= 0, \quad -Q \cdot a - T \cdot (a+d) - X_B \cdot (a+d) = 0. \end{aligned}$$

Подставив исходные данные задачи, получим систему уравнений:

$$\begin{aligned} X_A + 500 + X_B + T &= 0, \quad Y_A + 400 \cdot 0,82 = 0, \quad Z_A + 400 \cdot 0,57 - 1000 + Z_B = 0, \\ -400 \cdot 0,82 \cdot 1,5 - 1000 \cdot 0,5 \cdot 2,4 + Z_B \cdot 2,4 + 300 &= 0, \\ 500 \cdot 1,7 + T \cdot 1,7 &= 0, \quad -500 \cdot 2 - T \cdot 2,4 - X_B \cdot 2,4 = 0, \end{aligned}$$

откуда находим значения составляющих реакций:

$$\begin{aligned} T &= -500 \text{ Н}, \quad X_B = 83,33 \text{ Н}, \quad Z_B = 580 \text{ Н}, \\ X_A &= -83,33 \text{ Н}, \quad Y_A = -328 \text{ Н}, \quad Z_A = 192 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Полные реакции пространственного шарнира  $A$ :

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2} = 389,09 \text{ Н},$$

цилиндрического шарнира  $B$ :  $R_B = \sqrt{X_B^2 + Z_B^2} = 585,95 \text{ Н}.$

## 2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЕРДОГО ТЕЛА

**Кинематикой** называется раздел механики, в котором изучаются свойства движения материальных тел без учета их масс и действующих на них сил.

### 2.1. Кинематика точки. Основные параметры движения точки

Кривая, которую описывает движущаяся точка, называется **траекторией** точки. Движение точки может быть задано **векторным, координатным** или **естественным** способами.

**Векторный способ** основан на определении положения точки ее радиусом-вектором в виде векторного уравнения  $\vec{r} = \vec{r}(t)$ . При **координатном способе** задания движения точки положение точки определяется ее координатами, заданными для каждого момента времени:  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$ ,  $z = z(t)$ . **Естественный способ** задания движения используется, если заранее известна траектория движения точки. Тогда положение точки однозначно определяется длиной дуги  $OM = S(t)$ , отсчитываемой от некоторой фиксированной точки  $O$ , принятой за начало отсчета.

**Мгновенная скорость**, или скорость точки в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от радиуса-вектора точки:  $\vec{V} = \dot{\vec{r}}$ . Вектор скорости точки  $\vec{V}$  всегда направлен по касательной к траектории в сторону движения точки.

При координатном способе задания движения величины проекций вектора скорости  $\vec{V}$  на координатные оси определяются как производные по времени от соответствующих координат:  $V_x = \dot{x}$ ,  $V_y = \dot{y}$ ,  $V_z = \dot{z}$ . Модуль вектора скорости:  $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$ . При естественном способе задания движения вектор скорости точки определяется равенством:  $\vec{V} = \dot{S}\vec{\tau}$ , где  $S = S(t)$  – закон измене-

ния длины дуги,  $\vec{\tau}$  – единичный вектор касательной к траектории движения, направленный в сторону возрастающих расстояний.

Величина  $V = |\dot{S}|$  называется алгебраической скоростью точки. При  $\dot{S} > 0$  вектор скорости  $\vec{V}$  направлен по единичному вектору  $\vec{\tau}$  – в сторону возрастающих расстояний. При  $\dot{S} < 0$  он имеет направление, противоположное единичному вектору  $\vec{\tau}$ , т. е. в сторону убывающих расстояний.

**Мгновенное ускорение**, или ускорение точки в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от вектора скорости точки или как вторая производная от радиус-вектора точки:

$\vec{a} = \dot{\vec{V}} = \ddot{\vec{r}}$ . При координатном способе проекции вектора ускорения  $\vec{a}$  на координатные оси – величины  $a_x, a_y, a_z$  – определяются равенствами:  $a_x = \dot{V}_x = \ddot{x}$ ,  $a_y = \dot{V}_y = \ddot{y}$ ,  $a_z = \dot{V}_z = \ddot{z}$ . Модуль вектора ускорения равен:  $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$ .

При естественном способе задания движения вектор ускорения точки  $\vec{a}$  раскладывается на две взаимно перпендикулярные составляющие  $\vec{a}_n$  и  $\vec{a}_\tau$ , параллельные осям  $n$  и  $\tau$  естественной системы координат, и представляется в виде равенства  $\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n}$ , или  $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ , где  $\vec{\tau}$  – единичный направляющий вектор оси, касательной к траектории (касательная ось);  $\vec{n}$  – единичный направляющий вектор главной нормали траектории. Величина  $a_n$  называется

**нормальным ускорением** точки и вычисляется по формуле:  $a_n = \frac{V^2}{\rho}$ , где  $\rho$  – радиус кривизны траектории. (У окружности радиус кривизны равен её радиусу, у прямой линии – бесконечности.) Вектор  $\vec{a}_n$  нормальной составляющей ускорения всегда направлен к центру кривизны траектории. При движении по окружности радиус кривизны траектории равен радиусу окружности, а центр кривизны траектории совпадает с центром окружности. Величина  $a_\tau$  называется **касательным ускорением** и равна модулю второй производной от заданно-

го закона изменения длины дуги:  $a_\tau = |\ddot{S}|$ , где  $S = S(t)$  – закон изменения длины дуги. Направление вектора касательного ускорения  $\vec{a}_\tau$  зависит от знака второй производной  $\ddot{S}$ . При  $\ddot{S} > 0$  вектор  $\vec{a}_\tau$  в направлен в сторону возрастающих расстояний, по направлению единичного вектора  $\vec{\tau}$ , при  $\ddot{S} < 0$  – в сторону убывающих расстояний (противоположно единичному вектору  $\vec{\tau}$ ). Вектор полного ускорения  $\vec{a}$  направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах  $\vec{a}_n$  и  $\vec{a}_\tau$ . Модуль вектора ускорения:  $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$ .

## 2.2. Вращение тела вокруг неподвижной оси

Движение тела, при котором все точки некоторой его прямой остаются неподвижными, называется **вращательным**, а указанная прямая называется осью вращения. Вращение тела задается углом поворота  $\varphi = \varphi(t)$  подвижной плоскости, связанной с телом, относительно некоторого ее начального положения. Направление вращения с возрастанием угла поворота считается положительным.

Величина **угловой скорости** вращения тела равна модулю производной от угла поворота тела по времени:  $\omega = |\dot{\varphi}|$ . Направление угловой скорости вращения тела зависит от знака производной  $\dot{\varphi}$ . При  $\dot{\varphi} > 0$  вращение происходит в положительном направлении, в сторону возрастания угла поворота, при  $\dot{\varphi} < 0$  – в отрицательном. Направление угловой скорости обычно показывают дуговой стрелкой вокруг оси вращения. Вектор угловой скорости  $\vec{\omega}$  направлен вдоль оси вращения в сторону, откуда вращение тела видно против хода часовой стрелки.

Величина **углового ускорения** при вращении тела равна модулю второй производной от угла поворота тела по времени:  $\varepsilon = |\ddot{\varphi}|$ . Если  $\ddot{\varphi}$  одного знака с

$\dot{\varphi}$ , то угловое ускорение ускоряет вращение тела, если разных знаков, то угловое ускорение замедляет вращение.

При вращательном движении тела все его точки движутся по окружностям, радиусы которых равны расстояниям от выбранной точки до неподвижной оси. **Скорость точки вращающегося твердого тела** (в отличие от угловой скорости тела) называют **линейной**, или **окружной скоростью** точки. Величина скорости рассчитывается по формуле:  $V = \omega h$ , где  $\omega$  – величина угловой скорости тела;  $h$  – расстояние от точки до оси вращения. Вектор скорости точки лежит в плоскости описываемой точкой окружности и направлен по касательной к ней в сторону вращения тела. Отношение скоростей двух точек вращающегося тела равно отношению расстояний от этих точек до

оси: 
$$\frac{V_{M1}}{V_{M2}} = \frac{h_1}{h_2}.$$

**Ускорение точки вращающегося твердого тела** рассчитывается как ускорение точки при естественном способе задания движения в виде суммы векторов касательного и нормального ускорений:  $\vec{a}_M = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ . Величины касательного, нормального и полного ускорений точки вращающегося тела, соответственно:  $a_\tau = \varepsilon h$ ,  $a_n = \omega^2 h$ ,  $a_M = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$ , где  $\omega$ ,  $\varepsilon$  – угловая скорость и угловое ускорение тела;  $h$  – расстояние от точки до оси вращения.

### 2.3. Плоскопараллельное движение твёрдого тела

**Плоскопараллельным, или плоским движением твердого тела**, называется такое движение, при котором все точки тела движутся параллельно некоторой неподвижной плоскости. Плоское движение представляется в виде суммы мгновенного поступательного движения, при котором все точки плоской фигуры движутся со скоростью выбранной точки-полюса, и мгновенного вращательного движения вокруг этого полюса.

**Скорость** любой точки  $M$  плоской фигуры равна векторной сумме вектора скорости точки-полюса и вектора скорости точки  $M$  при вращении тела вокруг этого полюса:  $\vec{V}_M = \vec{V}_A + \vec{V}_{MA}$ , где  $\vec{V}_M$  – скорость точки  $M$ ;  $\vec{V}_A$  – скорость полюса  $A$ ;  $\vec{V}_{MA}$  – вектор скорости точки  $M$  при вращении тела вокруг полюса  $A$ , модуль скорости  $V_{MA} = \omega \cdot MA$ , где  $\omega$  – угловая скорость мгновенного вращательного движения тела вокруг полюса;  $MA$  – расстояние между полюсом  $A$  и точкой  $M$ .

**Мгновенным центром скоростей** называется такая точка  $P$  плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю. Выбрав в качестве полюса мгновенный центр скоростей, скорость любой точки плоской фигуры находят так, как если бы мгновенное движение фигуры было вращательным вокруг мгновенного центра скоростей.

### Способы построения мгновенного центра скоростей

1. Если известны направления скоростей  $\vec{V}_A$  и  $\vec{V}_B$  каких-нибудь двух точек  $A$  и  $B$  плоской фигуры, то мгновенный центр скоростей находится в точке пересечения перпендикуляров, восстановленных из этих точек к векторам скоростей (рис. 2.1, *a*).

2. Если скорости  $\vec{V}_A$  и  $\vec{V}_B$  двух точек  $A$  и  $B$  плоской фигуры известны и параллельны друг другу, а линия  $AB$  перпендикулярна  $\vec{V}_A$  (и, конечно,  $\vec{V}_B$ ), то мгновенный центр скоростей определяется как точка пересечения линий, проведенных через основания и вершины векторов скоростей (построение показано на рис. 2.1, *b, c*).

3. Если скорости  $\vec{V}_A$  и  $\vec{V}_B$  двух точек  $A$  и  $B$  параллельны друг другу, но линия  $AB$ , соединяющая эти точки, не перпендикулярна векторам скоростей (рис. 2.1, *d*), то мгновенная угловая скорость тела равна нулю и движение тела

в данный момент времени является мгновенным поступательным. В этом случае скорости всех точек равны по величине и направлению.

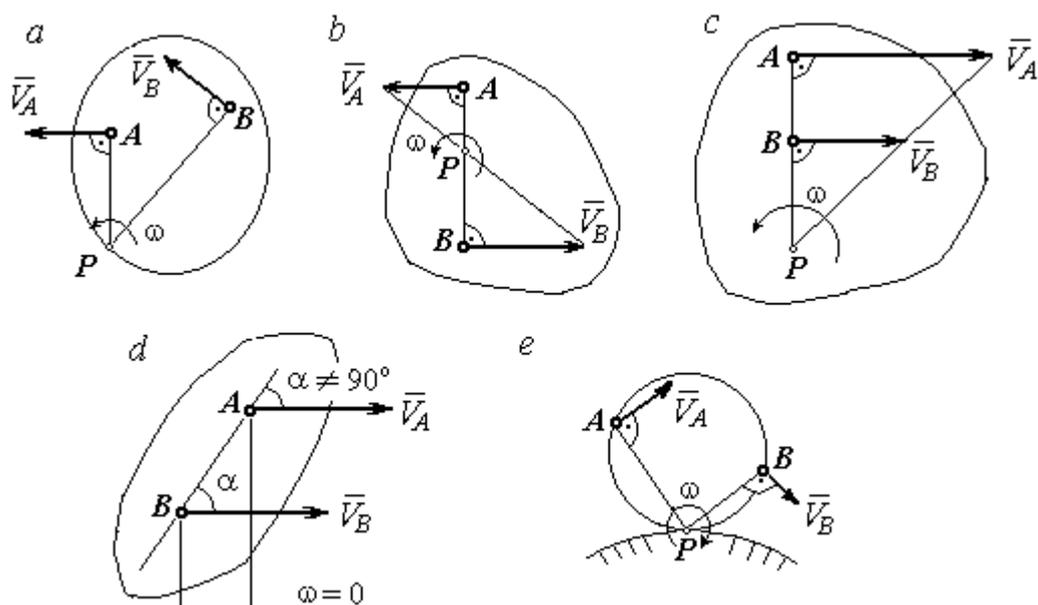


Рис. 2.1. Способы построения мгновенного центра скоростей

4. Если плоскопараллельное движение осуществляется путем качения без скольжения одного тела по неподвижной поверхности другого, то мгновенный центр скоростей расположен в точке касания катящегося тела с неподвижной поверхностью (рис. 2.1, e).

**Ускорение любой точки  $M$  плоской фигуры** при плоскопараллельном движении твердого тела представляется как сумма векторов – ускорения полюса и ускорения точки  $M$  при вращении фигуры вокруг полюса. Учитывая, что ускорение точки вращающегося тела представляется как сумма нормального и касательного ускорений, получим:

$$\vec{a}_M = \vec{a}_A + \vec{a}_{MA}^{\tau} + \vec{a}_{MA}^n,$$

где  $\vec{a}_A$  – ускорение полюса  $A$ ;  $\vec{a}_{MA}^{\tau}$ ,  $\vec{a}_{MA}^n$  – касательная и нормальная составляющие ускорения точки  $M$  при вращении фигуры вокруг полюса  $A$ .

Вектор нормального ускорения  $\vec{a}_{MA}^n$  всегда направлен от точки  $M$  к полюсу  $A$ . Вектор касательного ускорения  $\vec{a}_{MA}^\tau$  направлен перпендикулярно отрезку  $AM$  в сторону вращения, если оно ускоренное (рис. 2.2, *a*), и против вращения, если оно замедленное (рис. 2.2, *b*). Численно величины касательного и

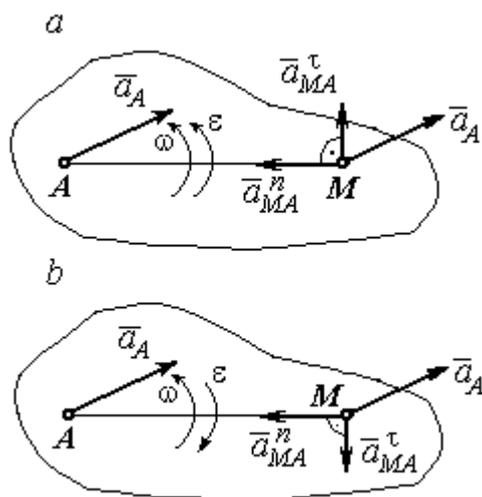


Рис. 2.2. Ускорение точки плоской фигуры:

*a* – ускоренное движение;  
*b* – замедленное движение

нормального составляющих ускорения точки  $M$  определяются по формулам:

$$a_{MA}^\tau = \varepsilon \cdot AM, \quad a_{MA}^n = \omega^2 \cdot AM,$$

где  $\omega$ ,  $\varepsilon$  – угловая скорость и угловое ускорение тела (плоской фигуры);  $AM$  – расстояние от точки  $M$  до полюса  $A$  (см. рис. 2.2).

Если при движении плоской фигуры известны траектории движения полюса  $A$  и точки  $M$ , то для определения ускорения точки  $M$  используется векторное равенство

$$\vec{a}_M^\tau + \vec{a}_M^n = \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_A^n + \vec{a}_{MA}^\tau + \vec{a}_{MA}^n,$$

где  $\vec{a}_M^\tau$ ,  $\vec{a}_M^n$ ,  $\vec{a}_A^\tau$ ,  $\vec{a}_A^n$  – касательная и нормальная составляющие ускорения точки  $M$  и полюса  $A$  при движении их по заданным траекториям.

#### 2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при поступательном и вращательном движениях

По заданному движению одного из звеньев механизма  $x_1 = x_1(t)$  (варианты 1, 3, 5, 7, 9) или  $\varphi_1 = \varphi_1(t)$  (варианты 2, 4, 6, 8, 10) найти в момент времени  $t_1$  скорость, касательное, нормальное и полное ускорения точки  $M$  звена механизма, совершающего вращательное движение, а также скорость и ускорение звена 4, совершающего поступательное движение.

Варианты заданий даны на рис. 2.3, 2.4. Исходные данные представлены в табл. 2.1.

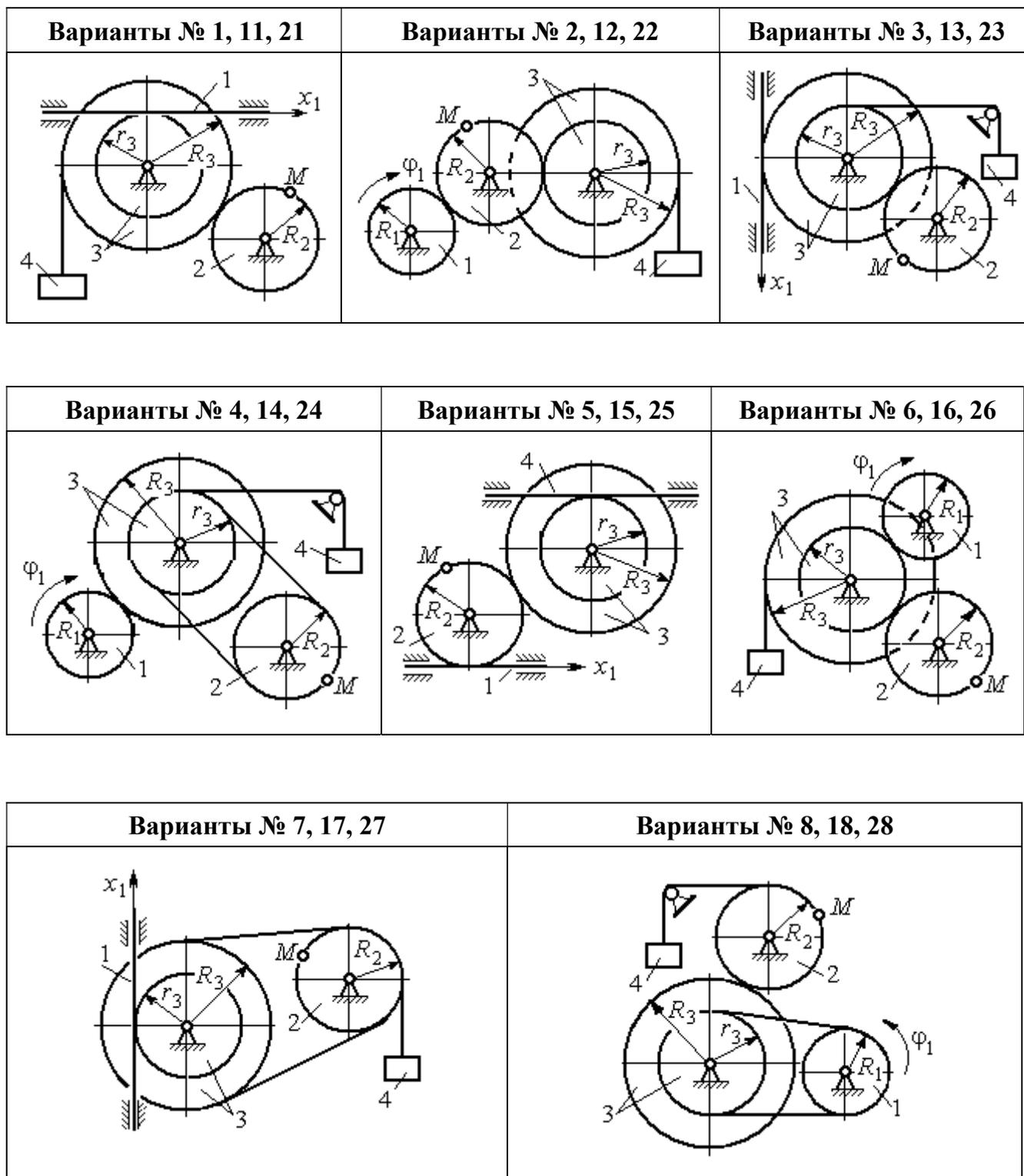


Рис. 2.3. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела.

Номера вариантов задания 1 – 8, 11 – 18, 21 – 28

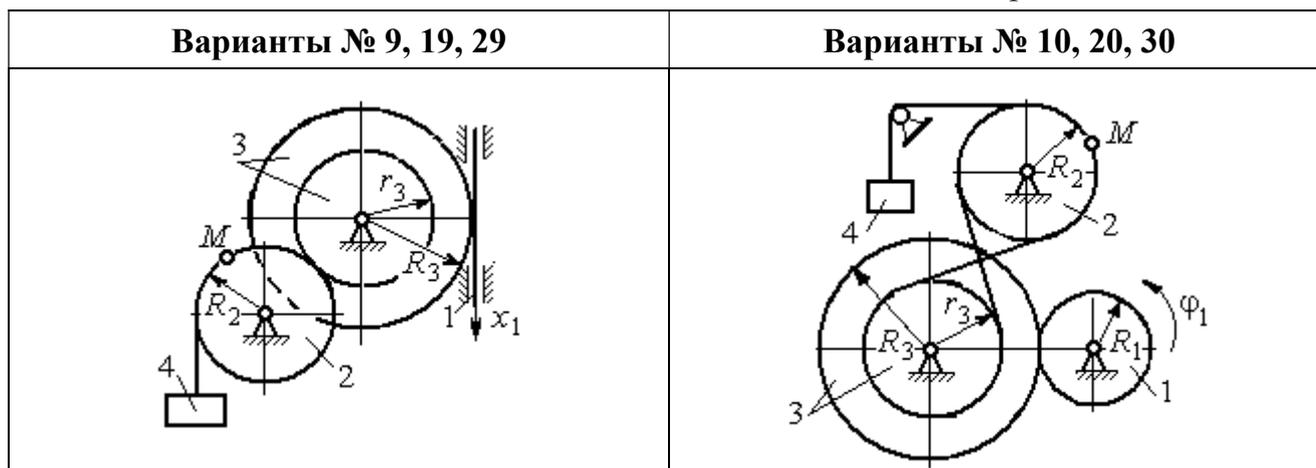


Рис. 2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела.  
Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

Таблица 2.1

**Исходные данные вариантов задания К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела**

Номер варианта задания	$R_1, \text{см}$	$R_2, \text{см}$	$R_3, \text{см}$	$r_3, \text{см}$	$x_1(t), \text{см}$ $\varphi_1(t), \text{рад}$	$t_1, \text{с}$
1	–	40	45	35	$x_1(t) = (3t - 1)^2$	2
2	10	20	38	18	$\varphi_1(t) = t^2 + 6\cos(\pi t/6)$	3
3	–	30	42	18	$x_1(t) = 5t^2 - 2\cos(\pi t/2)$	1
4	15	30	45	20	$\varphi_1(t) = 5t^2 + \cos(\pi t/2)$	2
5	–	30	40	20	$x_1(t) = 6t - \cos(\pi t/3)$	3
6	10	20	30	10	$\varphi_1(t) = t^3 - \cos(\pi t/2)$	1
7	–	30	40	30	$x_1(t) = 2\sin(\pi t/2) + \cos(\pi t/2)$	2
8	8	10	30	25	$\varphi_1(t) = 5t + \cos(\pi t/2)$	2
9	–	18	30	18	$x_1(t) = 5t + \cos(\pi t/3)$	3
10	15	30	50	20	$\varphi_1(t) = 2t^2 + \sin(\pi t/4)$	2
11	–	30	40	25	$x_1(t) = (t^2 - 3t)$	2
12	12	20	40	28	$\varphi_1(t) = 3t^2 + 6\sin(\pi t/6)$	3
13	–	25	60	42	$x_1(t) = 2t^2 + \cos(\pi t/2)$	1
14	10	30	45	30	$\varphi_1(t) = 3t^2 + 2\cos(\pi t/2)$	2

Номер варианта задания	$R_1, \text{см}$	$R_2, \text{см}$	$R_3, \text{см}$	$r_3, \text{см}$	$x_1(t), \text{см}$ $\varphi_1(t), \text{рад}$	$t_1, \text{с}$
15	–	20	30	20	$x_1(t) = 3t^2 - \cos(\pi t/3)$	3
16	12	18	40	20	$\varphi_1(t) = 2t^3 + \cos(\pi t/2)$	1
17	–	20	35	15	$x_1(t) = 2 \sin(\pi t/2) - \cos(\pi t/2)$	2
18	15	18	40	25	$\varphi_1(t) = 5t + \cos(\pi t/2)$	1
19	–	22	50	18	$x_1(t) = t^2 + \cos(\pi t/3)$	3
20	10	20	45	10	$\varphi_1(t) = 2t^2 + \sin(\pi t/4)$	4
21	–	20	40	20	$x_1(t) = t + (3t - 4)^2$	2
22	8	18	42	18	$\varphi_1(t) = 2t^2 + 12 \cos(\pi t/6)$	3
23	–	45	60	40	$x_1(t) = 4t^2 + \sin(\pi t/2)$	1
24	5	15	30	20	$\varphi_1(t) = 2t^2 + 4 \cos(\pi t/2)$	2
25	–	15	35	25	$x_1(t) = 2t^2 + \cos(\pi t/3)$	3
26	18	20	35	20	$\varphi_1(t) = 2t^3 + \sin(\pi t/2)$	1
27	–	15	35	15	$x_1(t) = 2 \sin(\pi t/2) - \cos(\pi t/2)$	1
28	10	12	40	25	$\varphi_1(t) = 2t^2 + \cos(\pi t/2)$	1
29	–	35	50	10	$x_1(t) = t^3 - \cos(\pi t/2)$	1
30	10	20	40	10	$\varphi_1(t) = 2t^2 + \cos(\pi t/4)$	4

### Пример выполнения задания К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела

По заданному уравнению движения звена 1 механизма (рис. 2.5, а) определить скорость, нормальное, касательное и полное ускорения точки  $M$  на момент времени  $t_1$ , а также скорость и ускорение звена 4, если значения радиусов колес механизма и закон движения звена 1:  $R_2 = 20$  см,  $r_2 = 5$  см,  $R_3 = 8$  см,  $r_3 = 4$  см,  $x_1 = 2t^2 - 5t$  см,  $t_1 = 1$  с.

#### Решение

Отметим на схеме положительные направления отсчета углов поворота дисков 2 и 3, соответствующие заданному положительному направлению движения звена 1.

Направления показаны на рис 2.5,  $b$  дуговыми стрелками  $\phi_2$ ,  $\phi_3$ , а положительное направление движения звена 4 – направлением оси  $x_4$ .

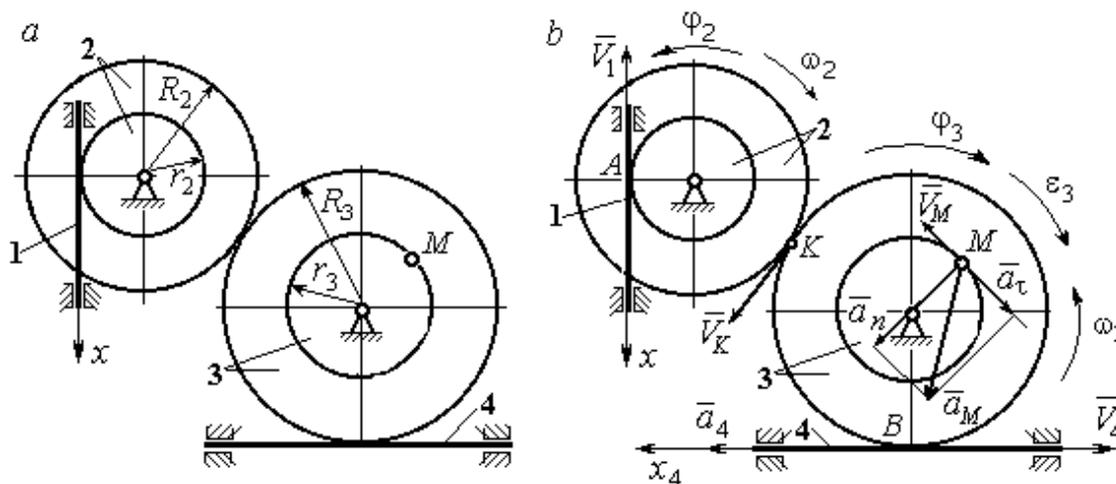


Рис. 2.5. Кинематика вращательного движения твердого тела:  
 $a$  – схема механизма;  $b$  – расчетная схема для определения скоростей и ускорений точек механизма

Звено 1 движется поступательно. Движение задано координатным способом в виде закона изменения координаты  $x$ . Дифференцируем по времени уравнение движения:  $\dot{x} = 4t - 5$  см/с. В момент времени  $t_1 = 1$  с значение производной:  $\dot{x}(1) = -1$  см/с. Отрицательное значение производной  $\dot{x}$  показывает, что в данный момент времени звено 1 движется в отрицательном направлении оси  $x$ . Скорость звена 1 равна модулю производной:  $V_1 = |\dot{x}|$ . На рис. 2.5,  $b$  направление движения звена 1 в момент времени  $t_1 = 1$  с показано вектором скорости  $\vec{V}_1$ , направленным в сторону, противоположную положительному направлению оси  $x$ . Эту же скорость будет иметь точка  $A$  – точка контакта звена 1 с диском 2, лежащая на расстоянии  $r_2$  от оси вращения диска. Следовательно,  $V_1 = V_A = \omega_2 r_2$ , где  $\omega_2$  – угловая скорость диска 2. Отсюда угловая скорость диска:  $\omega_2 = \frac{V_A}{r_2} = \frac{|4t - 5|}{5} = |\dot{\phi}_2|$  рад/с. При  $t_1 = 1$  с значение производной отрицательно:  $\dot{\phi}_2(1) = -0,2$  рад/с. Это означает, что в заданный момент времени вращение диска 2 с угловой скоростью  $\omega_2(1) = |\dot{\phi}_2(1)| = 0,2$  рад/с происходит

в отрицательном для диска 2 направлении. На рис. 2.5, *b* направление вращения диска 2 показано дуговой стрелкой  $\omega_2$  в сторону, противоположную положительному направлению отсчета угла  $\varphi_2$ . При передаче вращения диска 2 диску 3 величины угловых скоростей дисков обратно пропорциональны радиусам дисков, которым принадлежит точка контакта:  $\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{R_3}{R_2}$ . Тогда, угловая скорость диска 3  $\omega_3 = \omega_2 \frac{R_2}{R_3} = |2t - 2,5| = |\dot{\varphi}_3|$  рад/с.

В момент времени  $t_1 = 1$  с значение производной  $\dot{\varphi}_3$  отрицательно:  $\dot{\varphi}_3(1) = -0,5$  рад/с, и, следовательно, вращение диска 3 в данный момент времени с угловой скоростью  $\omega_3(1) = |\dot{\varphi}_3(1)| = 0,5$  рад/с происходит в сторону, противоположную положительному направлению отсчета угла  $\varphi_3$ , как показано на рис. 2.5, *b*. Величина (модуль) скорости точки  $M$  рассчитывается по формуле:  $V_M = \omega_3 r_3$ . В момент времени  $t_1 = 1$  с модуль скорости  $V_M(1) = 2$  см/с. Вектор скорости  $\vec{V}_M$  расположен по касательной к траектории движения точки  $M$  (окружности) и направлен в сторону вращения диска 3 (см. рис. 2.5, *b*).

Звено 4 движется поступательно. Скорость звена 4 равна скорости точки касания его с диском 3:  $V_4 = V_B = \omega_3 R_3 = |2t - 2,5| \cdot 8 = |\dot{x}_4|$ . В момент времени  $t_1 = 1$  с значение производной от координаты движения звена 4 отрицательно:  $\dot{x}_4(1) = -4$  см/с. В результате, вектор скорости  $\vec{V}_4(1)$ , равный по модулю  $V_4(1) = 4$  см/с, направлен вдоль оси  $x_4$  в сторону, противоположную ее положительному направлению (см. рис. 2.5, *b*).

Угловое ускорение диска 3:  $\varepsilon_3(t) = |\dot{\omega}_3| = |\ddot{\varphi}_3| = 2$  рад/с<sup>2</sup>. Из того, что угловая скорость  $\omega_3$  и угловое ускорение  $\dot{\omega}_3$  диска 3 имеют разные знаки, следует, что вращение диска 3 замедленное. Угловое ускорение диска направлено в сторону положительного направления отсчета угла поворота  $\varphi_3$ , диска 3 (см. рис. 2.5, *b*).

Касательное ускорение  $a_\tau$  точки  $M$  рассчитывается по формуле  $a_\tau = \varepsilon_3 r_3$  и в момент времени  $t_1 = 1$  с:  $a_\tau = 8$  см/с<sup>2</sup>. Так как вращение диска 3 замедленное, вектор касательного ускорения точки  $M$   $\vec{a}_\tau(t)$  направлен в сторону, противоположную вектору скорости  $\vec{V}_M(1)$  (см. рис. 2.5, *b*). Нормальное ускорение  $a_n$  точки  $M$  рассчитывается как  $a_n = \omega_3^2 r_3$ . В момент времени  $t_1 = 1$  с величина нормального ускорения:  $a_n(1) = 1$  см/с<sup>2</sup>. Вектор нормального ускорения  $\vec{a}_n(1)$  направлен по радиусу к центру диска 3 (см. рис. 2.5, *b*). Полное ускорение точки  $M$  в заданный момент времени:  $a_M(1) = \sqrt{a_\tau^2(1) + a_n^2(1)} = 8,06$  см/с<sup>2</sup>. Вектор полного ускорения  $\vec{a}_M$  направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах  $\vec{a}_n$  и  $\vec{a}_\tau$ .

Ускорение  $a_4$  звена 4 находится из условия, что звено 4 движется поступательно и прямолинейно. При прямолинейном движении нормальная составляющая ускорения равна нулю. Тогда  $a_4 = a_{4\tau} = \dot{V}_4 = \dot{V}_B = |\dot{\omega}_3| R_3 = \varepsilon_3 R_3$ .

Так как угловое ускорение диска 3 является постоянной величиной, ускорение  $a_4$  не зависит от времени:  $a_4 = 16$  см/с<sup>2</sup>. Вектор ускорения  $\vec{a}_4$  направлен вдоль оси  $x_4$  в сторону положительных значений.

## **2.5. Задание К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении**

Для заданного положения плоского механизма определить скорости точек и угловые скорости звеньев механизма.

Варианты заданий показаны на рис. 2.6 – 2.8. Исходные данные вариантов заданий выбираются из таблиц, приведённых на рисунках схем механизмов.

Варианты № 1, 11, 21							Варианты № 2, 12, 22						
<p>Найти: <math>V_A, V_B, V_C, \omega_{AB}, \omega_{BC}, \omega_1, \omega_{BD}</math></p>							<p>Найти: <math>V_A, V_B, V_K, \omega_1, \omega_{AB}, \omega_{OA}, \omega_{BE}, \omega_{BK}</math></p>						
Номер варианта задания	$R_1$ , см	$r_1$ , см	$AD$ , см	$\alpha$ , град	$V_2$ , см/с	$V_3$ , см/с	Номер варианта задания	$R_1$ , см	$OA$ , см	$OE$ , см	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$V_C$ , см/с
<b>1</b>	10	5	20	30	8	10	<b>2</b>	3	5	4	30	60	10
<b>11</b>	12	8	25	45	10	4	<b>12</b>	4	8	6	45	90	8
<b>21</b>	10	6	15	60	5	5	<b>22</b>	5	12	2	60	120	12

Варианты № 3, 13, 23							Варианты № 4, 14, 24						
<p>Найти: <math>V_A, V_B, V_C, V_D, V_E, \omega_{BC}, \omega_1, \omega_{DE}</math></p>							<p>Найти: <math>V_A, V_C, V_E, \omega_1, \omega_2, \omega_{AC}</math></p>						
Номер варианта задания	$R_1$ , см	$OC$ , см	$AB$ , см	$BC$ , см	$\alpha$ , град	$\omega_{OC}$ , рад/с	Номер варианта задания	$R_1$ , см	$R_2$ , см	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$V_3$ , см/с	$V_4$ , см/с
<b>3</b>	12	18	10	35	60	4	<b>4</b>	10	15	30	60	8	4
<b>13</b>	10	15	10	25	90	8	<b>14</b>	6	10	45	90	4	6
<b>23</b>	15	20	5	20	120	6	<b>24</b>	10	12	60	120	3	3

Рис. 2.6. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

Варианты № 5, 15, 25							Варианты № 6, 16, 26						
<p>Найти: <math>V_A, V_B, V_C, V_D, V_E, \omega_2, \omega_3, \omega_{EC}</math></p>							<p>Найти: <math>V_A, V_B, V_K, V_E, \omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AD}, \omega_{KE}</math></p>						
Номер варианта задания	$R_1$ , см	$R_2$ , см	$R_3$ , см	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$\omega_{OB}$ , рад/с	Номер варианта задания	$R_1$ , см	$OA$ , см	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$\phi$ , град	$V_D$ , см/с
5	10	20	12	60	0	6	6	10	20	30	60	60	12
15	6	18	10	90	90	8	16	12	26	30	30	90	8
25	20	25	15	120	180	4	26	15	30	60	60	120	15

Варианты № 7, 17, 27							Варианты № 8, 18, 29						
<p>Найти: <math>V_A, V_B, V_C, \omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AC}</math></p>							<p>Найти: <math>V_A, V_B, V_D, \omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AD}</math></p>						
Номер варианта задания	$R_1$ , см	$AB$ , см	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$\phi$ , град	$V_D$ , см/с	Номер варианта задания	$R_1$ , см	$OA$ , см	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$V_2$ , см/с	$V_3$ , см/с
7	10	20	30	60	60	12	8	10	20	30	60	12	4
17	12	25	60	120	90	16	18	12	26	30	30	8	2
27	8	16	30	60	120	10	28	15	30	60	60	6	3

Рис. 2.7. Задание K2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 5 – 8, 15 – 18, 25 – 28

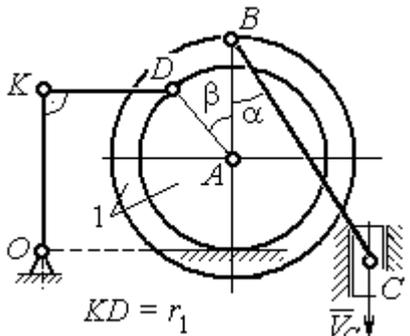
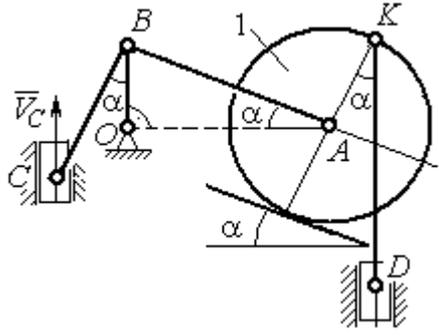
Варианты № 9, 19, 29							Варианты № 10, 20, 30						
 <p>Найти: <math>\omega_{OK}, \omega_{KD}, \omega_{BC}, \omega_1,</math> <math>V_A, V_B, V_K, V_D</math></p>							 <p>Найти: <math>V_A, V_B, V_D, V_K,</math> <math>\omega_{CB}, \omega_1, \omega_{OB}, \omega_{AB}, \omega_{KD}</math></p>						
Номер варианта задания	$R_1,$ см	$r_1,$ см	$\alpha,$ град	$\beta,$ град	$BC,$ см	$V_C,$ см/с	Номер варианта задания	$R_1,$ см	$CB,$ см	$OB,$ см	$KD,$ см	$\alpha,$ град	$V_C,$ см/с
9	20	12	45	60	60	8	10	10	20	30	60	30	4
19	24	16	60	90	50	4	20	12	26	30	50	45	2
29	16	10	30	120	40	6	30	15	30	60	60	60	3

Рис. 2.8. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

### Пример выполнения задания К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

**Задача 1.** Плоский механизм (рис. 2.9) состоит из стержня  $OC$  и подвижных дисков 2 и 3 радиусами  $r_2, r_3$ , шарнирно закрепленными на стержне, соответственно, в точках  $A$  и  $C$ . Стержень  $OC$  вращается вокруг неподвижного центра  $O$  с угловой скоростью  $\omega_{OC}$ . Диск 2, увлекаемый стержнем  $OC$ , катится без проскальзывания по неподвижной поверхности диска 1 радиусом  $r_1$ . Диск 3, также увлекаемый стержнем  $OC$ , катится без проскальзыва-

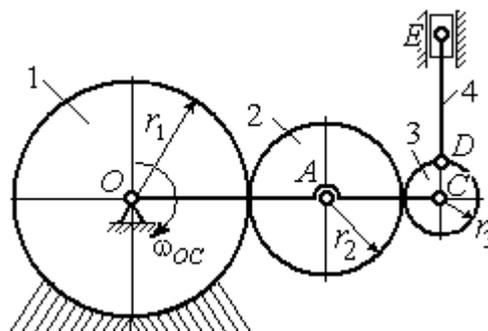


Рис. 2.9. Схема плоского механизма

ния по подвижному диску 2. В точке  $D$ , расположенной на краю диска 3, шарнирно прикреплен стержень 4, к которому в точке  $E$  шарнирно прикреплен поршень  $E$ , способный совершать только вертикальное перемещение. Для заданного положения механизма (см. рис. 2.9), когда стержень  $OC$  горизонтален, стержень  $DE$  направлен по линии вертикального диаметра диска 3, найти скорости точек  $A$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ , угловые скорости дисков 2, 3 и стержня 4, если:  $r_1 = 6$  см,  $r_2 = 4$  см,  $r_3 = 2$  см,  $DE = 10$  см,  $\omega_{OC} = 1$  рад/с.

### Решение

Определим скорость точки  $A$ , общей для стержня  $OC$  и диска 2:  
 $V_A = \omega_{OC}(r_1 + r_2) = 10$  см/с. Вектор скорости  $\vec{V}_A$  перпендикулярен стержню  $OC$

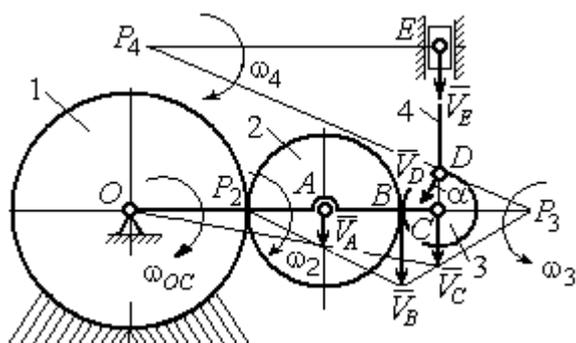


Рис. 2.10. Расчетная схема для определения скоростей точек механизма и угловых скоростей его звеньев

и направлен в сторону его вращения (рис. 2.10).

Диск 2 катится по неподвижной поверхности диска 1. Точка касания диска 2 с неподвижным диском 1 является мгновенным центром скоростей диска 2. На рис. 2.10 центр скоростей диска 2 обозначен точкой  $P_2$ . В этом случае скорость точки  $A$  может быть

определена через угловую скорость диска  $\omega_2$  следующим образом:

$V_A = \omega_2 \cdot AP_2 = 4\omega_2$ . Так как  $V_A = 10$  см/с, получим  $\omega_2 = 2,5$  рад/с.

Для того чтобы найти угловую скорость диска 3, необходимо определить положение его мгновенного центра скоростей. С этой целью вычислим скорости точек  $B$  и  $C$ . Скорость точки  $B$  может быть найдена через угловую скорость диска 2:  $V_B = \omega_2 \cdot BP_2 = 20$  см/с. Вектор скорости  $\vec{V}_B$  перпендикулярен отрезку  $BP_2$  и направлен в сторону мгновенного вращения диска 2 вокруг своего центра скоростей  $P_2$ .

Скорость точки  $C$  определяется через угловую скорость стержня  $OC$ :  
 $V_C = \omega_{OC}(r_1 + 2r_2 + r_3) = 16$  см/с. Вектор скорости  $\vec{V}_C$  перпендикулярен стержню  $OC$  и направлен в сторону его вращения (см. рис. 2.10).

Построение мгновенного центра скоростей  $P_3$  диска 3 по известным скоростям  $\vec{V}_B$  и  $\vec{V}_C$  показано на рис. 2.10. Его положение определяется из условия, что отношение скоростей двух точек тела, совершающего плоскопараллельное движение, равно отношению расстояний от этих точек до мгновенного центра скоростей:

скоростей:  $\frac{V_B}{V_C} = \frac{r_3 + CP_3}{CP_3}$ . Разрешая пропорцию относительно неизвестной величины  $CP_3$ , получим:  $CP_3 = 8$  см. Скорость точки  $C$  выражается через угловую

скорость диска 3  $V_C = \omega_3 \cdot CP_3$ . Отсюда величина угловой скорости диска 3:

$\omega_3 = \frac{V_C}{CP_3} = 2$  рад/с. Направление мгновенного вращения диска 3 вокруг своего

центра скоростей определяется известными направлениями скоростей точек  $C$  и  $B$ , принадлежащих диску 3 (см. рис. 2.10). Скорость точки  $D$   $V_D = \omega_3 \cdot DP_3 = 2 \cdot \sqrt{2^2 + 8^2} = 16,5$  см/с. Вектор скорости  $\vec{V}_D$  перпендикулярен отрезку  $DP_3$  и направлен в сторону мгновенного вращения диска 3 вокруг центра  $P_3$ .

Для определения скорости поршня  $E$  воспользуемся теоремой о проекциях скоростей точек плоской фигуры, согласно которой проекции скоростей двух точек плоской фигуры на ось, проходящую через эти точки, равны между собой. Проведем ось через точки  $D$  и  $E$ . По построению, угол  $\alpha$  между вектором  $\vec{V}_D$  и осью  $DE$  равен углу  $\angle DP_3C$  (см. рис. 2.10). Тогда,

$\cos \alpha = \frac{CP_3}{DP_3} = \frac{8}{\sqrt{2^2 + 8^2}} = 0,97$ , откуда  $\alpha = 14^\circ$ . На основании теоремы о проекциях

скоростей точек плоской фигуры имеем равенство:  $V_D \cos \alpha = V_E \cos 0$ , откуда скорость точки  $E$ :  $V_E = 16$  см/с.

Мгновенный центр скоростей стержня 4 – точка  $P_4$  – определяется как точка пересечения перпендикуляров к векторам скоростей  $\vec{V}_D$  и  $\vec{V}_E$ , восстановленных, соответственно, из точек  $D$  и  $E$  (см. рис. 2.10). Угловая скорость стержня 4, совершающего мгновенный поворот вокруг своего центра скоростей, равна:  $\omega_4 = \frac{V_E}{EP_4}$ , где  $EP_4$  – расстояние от точки  $E$  до мгновенного центра скоростей звена 4,  $EP_4 = DE \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 40$  см. В результате,  $\omega_4 = 0,4$  рад/с. Направление мгновенного вращения звена 4 вокруг своего центра скоростей определяется направлением скорости точки  $D$ .

**Задача 2.** В плоском стержневом механизме (рис. 2.11) кривошипы  $OA$  и  $ED$  вращаются вокруг неподвижных центров  $O$  и  $E$ . В крайней точке  $D$  кривошипа  $ED$  к нему прикреплен шатун  $DB$ , второй конец которого в точке  $B$  прикреплен к кривошипу  $OA$ . Шатун  $AC$  прикреплен в точке  $A$  к кривошипу  $AO$ , а другим своим концом – к ползуну  $C$ , способному совершать только вертикальное движение. Все соединения шарнирные. В заданном положении механизма кривошип  $OA$  вертикален, шатун  $DB$  расположен горизонтально, кривошип  $ED$  наклонен под углом  $60^\circ$  к горизонтали, а шатун  $AC$  отклонен на угол  $30^\circ$  от вертикального положения кривошипа  $AO$ . Найти скорости всех отмеченных на схеме точек и угловые скорости всех звеньев, если линейные размеры звеньев механизма  $AC = 6$  см,  $AB = 2$  см,  $BO = 8$  см,  $DB = 10$  см и скорость ползуна в данный момент  $V_C = 4$  см/с.

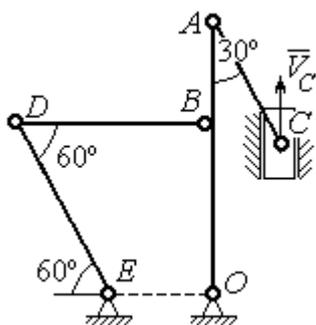


Рис. 2.11. Стержневой механизм

Решение

Кривошипы  $OA$  и  $ED$  совершают вращательные движения вокруг неподвижных центров. Скорости  $\vec{V}_A$  и  $\vec{V}_B$  точек  $A$  и  $B$  перпендикулярны кривоши-

пу  $OA$ , а скорость  $\vec{V}_D$  точки  $D$  перпендикулярна кривошипу  $ED$ . Направления векторов скоростей точек показаны на рис. 2.12.

Шатун  $AC$  совершает плоскопараллельное движение. Его мгновенный центр скоростей  $P_1$  находится как точка пересечения перпендикуляров к скоростям  $\vec{V}_A$  и  $\vec{V}_C$ . Угловая скорость звена  $AC$  равна

$$\omega_{AC} = \frac{V_C}{P_1C} = \frac{V_C}{AC \cdot \sin 30^\circ} = \frac{4}{3} \text{ рад/с.}$$

Далее, полагая, что точка  $A$  принадлежит шатуну  $AC$ , найдем её скорость:

$$V_A = \omega_{AC} \cdot P_1A = \frac{4}{3} AC \cdot \cos 30^\circ = 4\sqrt{3} \text{ см/с.}$$

Теперь, исходя из того, что точка  $A$  принадлежит как шатуну  $AC$ , так и кривошипу  $OA$ , найдём его угловую скорость:  $\omega_{AO} = \frac{V_A}{AO} = 0,4\sqrt{3} \text{ рад/с.}$  Скорость точки  $B$  кривошипа  $V_B = \omega_{AO} \cdot OB = 3,2\sqrt{3} \text{ см/с.}$

Шатун  $DB$  совершает плоскопараллельное движение. Зная направления скоростей точек  $B$  и  $D$ , построим мгновенный центр скоростей  $P_2$  звена  $DB$  как точку пересечения перпендикуляров к скоростям  $\vec{V}_B$  и  $\vec{V}_D$  (см. рис. 2.12). Тогда, угловая скорость шатуна  $DB$

$$\omega_{DB} = \frac{V_B}{P_2B} = \frac{3,2\sqrt{3}}{DB \cdot \operatorname{tg} 60^\circ} = 0,32 \text{ рад/с.}$$

Скорость точки  $D$   $V_D = \omega_{DB} \cdot P_2D = 0,32 \frac{DB}{\sin 30^\circ} = 6,4 \text{ см/с.}$  Угловая скорость кривошипа

$$\omega_{DE} = \frac{V_D}{DE} = \frac{6,4}{(OB / \sin 60^\circ)} = 0,69 \text{ рад/с.}$$

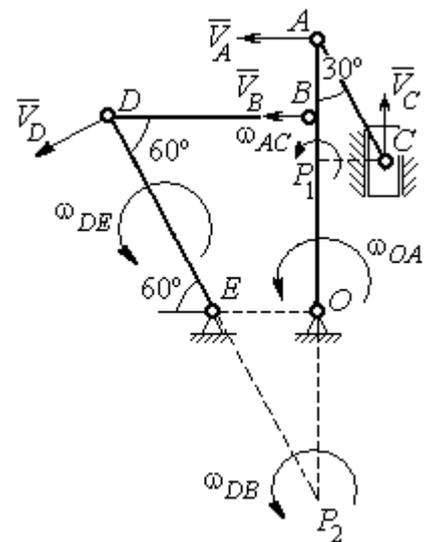
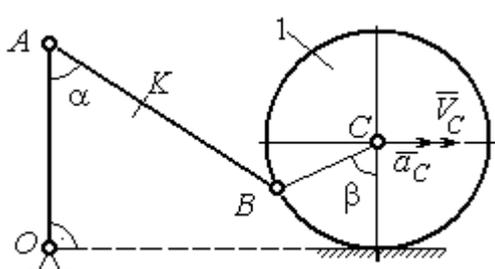
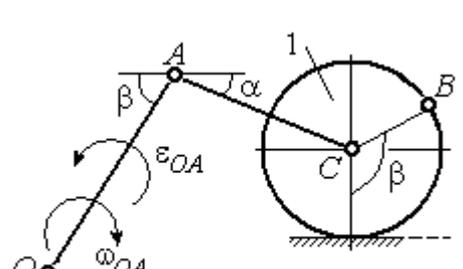


Рис. 2.12. Расчётная схема определения скоростей точек механизма и угловых скоростей его звеньев

## 2.6. Задание К3. Определение ускорений точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Для заданного положения плоского механизма определить ускорения точек звеньев механизма и угловые ускорения звеньев. Варианты заданий и исходные данные приведены на рис. 2.13 – 2.15.

Варианты № 1, 11, 21								Варианты № 2, 12, 22							
 <p style="text-align: center;">Найти: <math>a_A, a_K, \varepsilon_{AB}</math></p>								 <p style="text-align: center;">Найти: <math>a_C, a_B, \varepsilon_{AC}</math></p>							
Номер варианта задания	$AB$ , см	$AK$ , см	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$R_1$ , см	$V_C$ , см/с	$a_C$ , см/с <sup>2</sup>	Номер варианта задания	$R_1$ , см	$OA$ , см	$AC$ , см	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$\omega_{OA}$ , рад/с	$\varepsilon_{OA}$ , рад/с <sup>2</sup>
<b>1</b>	16	10	60	120	10	12	6	<b>2</b>	5	10	12	30	60	2	4
<b>11</b>	20	16	30	60	8	10	8	<b>12</b>	8	24	20	30	120	1	2
<b>21</b>	18	10	60	180	6	8	4	<b>22</b>	6	12	15	60	90	2	3

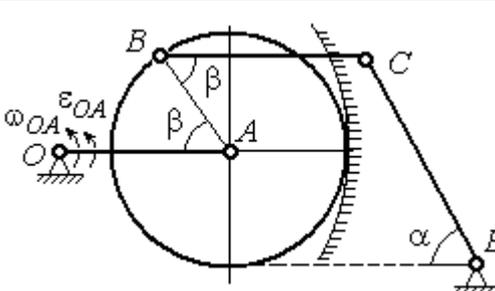
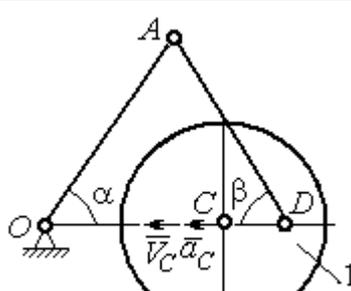
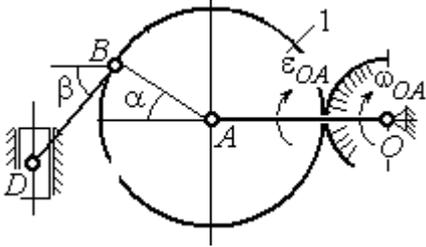
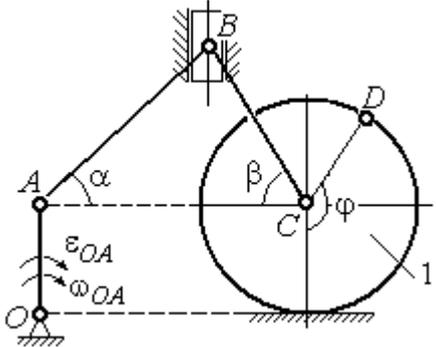
Варианты № 3, 13, 23								Варианты № 4, 14, 24							
 <p style="text-align: center;">Найти: <math>a_C, a_B, \varepsilon_{BC}</math></p>								 <p style="text-align: center;">Найти: <math>a_A, a_D, \varepsilon_{DA}</math></p>							
Номер варианта задания	$BC$ , см	$AO$ , см	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$R_1$ , см	$\omega_{OA}$ , рад/с	$\varepsilon_{OA}$ , рад/с <sup>2</sup>	Номер варианта задания	$R_1$ , см	$OA$ , см	$DC$ , см	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$V_C$ , см/с	$a_C$ , см/с <sup>2</sup>
<b>3</b>	16	15	60	90	10	2	3	<b>4</b>	10	28	5,78	60	30	10	2
<b>13</b>	18	12	90	60	8	3	2	<b>14</b>	8	24	4,62	30	90	8	3
<b>23</b>	14	12	30	120	10	2	4	<b>24</b>	6	20	6	45	45	12	2

Рис. 2.13. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

Варианты № 5, 15, 25								Варианты № 6, 16, 26							
 <p>Найти: <math>a_D, a_B, \epsilon_{BD}</math></p>								 <p>Найти: <math>a_B, a_D, \epsilon_{BC}</math></p>							
Номер варианта задания	$OA$ , см	$BD$ , см	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$R_1$ , см	$\omega_{OA}$ , рад/с	$\epsilon_{OA}$ , рад/с <sup>2</sup>	Номер варианта задания	$R_1$ , см	$AB$ , см	$\phi$ , град	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$\omega_{OA}$ , рад/с	$\epsilon_{OA}$ , рад/с <sup>2</sup>
5	16	10	60	30	10	4	3	6	6	18	60	30	30	2	3
15	18	8	90	45	12	2	4	16	8	20	90	60	30	2	4
25	14	12	30	60	8	3	2	26	5	16	120	30	60	3	4

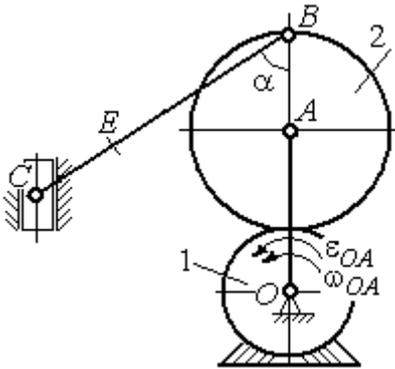
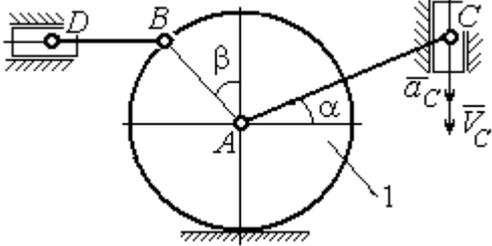
Варианты № 7, 17, 27								Варианты № 8, 18, 28							
 <p>Найти: <math>a_E, a_C, \epsilon_{BC}</math></p>								 <p>Найти: <math>a_D, a_B, \epsilon_{BD}</math></p>							
Номер варианта задания	$BC$ , см	$BE$ , см	$\alpha$ , град	$R_1$ , см	$R_2$ , см	$\omega_{OA}$ , рад/с	$\epsilon_{OA}$ , рад/с <sup>2</sup>	Номер варианта задания	$R_1$ , см	$BD$ , см	$AC$ , см	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$V_C$ , см/с	$a_C$ , см/с <sup>2</sup>
7	22	10	60	2	10	2	3	8	4	5	12	60	60	12	5
17	28	15	30	3	6	3	4	18	6	10	16	45	90	10	8
27	20	8	45	4	8	2	2	28	8	8	16	30	120	8	6

Рис. 2.14. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 5 – 8, 15 – 18, 25 – 28

Варианты № 9, 19, 29								Варианты № 10, 20, 30							
<p>Найти: <math>a_C, a_B, \epsilon_{AB}</math></p>								<p>Найти: <math>a_A, a_B, \epsilon_{CB}</math></p>							
Номер варианта задания	$OA, \text{ см}$	$DC, \text{ см}$	$\alpha, \text{ град}$	$\beta, \text{ град}$	$R_1, \text{ см}$	$\omega_{OA}, \text{ рад/с}$	$\epsilon_{OA}, \text{ рад/с}^2$	Номер варианта задания	$R_1, \text{ см}$	$BC, \text{ см}$	$\varphi, \text{ град}$	$\alpha, \text{ град}$	$\beta, \text{ град}$	$V_C, \text{ см/с}$	$a_C, \text{ см/с}^2$
9	18	10	30	120	4	2	3	10	6	14	60	30	120	15	3
19	20	12	60	60	6	3	4	20	5	18	45	60	90	10	5
29	18	8	60	90	4	2	3	30	4	16	30	45	60	12	4

Рис. 2.15. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

**Примеры решения задания К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении**

**Задача 1.** Ступенчатый барабан 1 с радиусами ступенек  $R = 0,5 \text{ м}$  и  $r = 0,3 \text{ м}$  катится окружностью малой ступеньки по горизонтальной поверхности без скольжения (рис. 2.16). Барабан приводится в движение шатуном  $AC$ , один конец которого соединён с центром барабана в точке  $A$ , а другой – с ползуном  $C$ , перемещающимся вертикально.

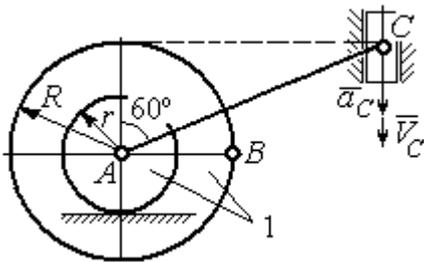


Рис. 2.16. Схема движения плоского механизма

В положении механизма, когда шатун  $AC$  отклонён от вертикали на угол  $60^\circ$ , найти ускорение точки  $B$  барабана, лежащей на его горизонтальном диаметре, если заданы скорость и ускорение ползуна  $C$ :  $V_C = 9 \text{ м/с}$ ,  $a_C = 4 \text{ м/с}^2$ .

В положении механизма, когда шатун  $AC$  отклонён от вертикали на угол  $60^\circ$ , найти ускорение точки  $B$  барабана, лежащей на его горизонтальном диаметре, если заданы скорость и ускорение ползуна  $C$ :  $V_C = 9 \text{ м/с}$ ,  $a_C = 4 \text{ м/с}^2$ .

### Решение

Найдём угловые скорости  $\omega_{AC}$ ,  $\omega_1$  шатуна  $AC$  и барабана 1. Шатун совершает плоское движение. Его мгновенный центр скоростей  $P_2$  находится на пересечении перпендикуляров к скоростям  $\vec{V}_A$  и  $\vec{V}_C$  (рис. 2.17). По условию, скорость точки  $C$  направлена вертикально вниз. Точка  $A$  принадлежит как шатуну  $AC$ , так и барабану 1. При качении барабана по горизонтальной поверхности скорость его центра – точки  $A$  параллельна поверхности качения барабана.

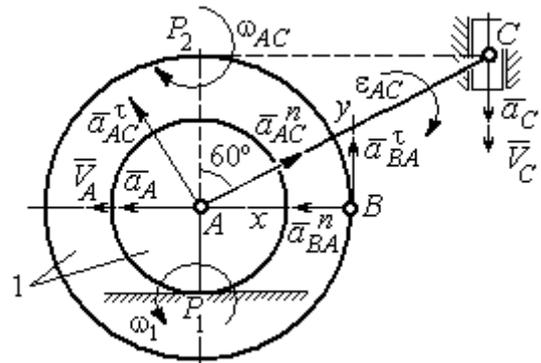


Рис. 2.17. Расчётная схема определения скоростей и ускорений точек механизма

Угловая скорость шатуна

$$\omega_{AC} = \frac{V_C}{CP_2} = \frac{9}{R \operatorname{tg} 60^\circ} = 6\sqrt{3} \text{ рад/с.}$$

Скорость точки  $A$  шатуна

$$V_A = \omega_{AC} \cdot AP_2 = 3\sqrt{3} \text{ м/с. Угловая скорость барабана 1 } \omega_1 = \frac{V_A}{AP_1} = 10\sqrt{3} \text{ рад/с.}$$

При расчёте угловой скорости барабана учтено, что качение барабана по неподвижной поверхности представляет собой плоское движение, при котором мгновенный центр скоростей находится в точке касания с поверхностью (в точке  $P_1$  на рис. 2.17).

Выразим ускорение  $\vec{a}_A$  точки  $A$  через полюс  $C$  на основании векторного равенства:  $\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}_{AC}^\tau + \vec{a}_{AC}^n$ , где  $\vec{a}_C$  – ускорение точки  $C$ , выбранной в качестве полюса;  $\vec{a}_{AC}^\tau$ ,  $\vec{a}_{AC}^n$  – касательная и нормальная составляющие ускорения точки  $A$  при вращении шатуна  $AC$  вокруг полюса  $C$ . Вектор нормального ускорения  $\vec{a}_{AC}^n$  направлен вдоль шатуна  $AC$  от точки  $A$  к полюсу  $C$  и равен по величине  $a_{AC}^n = \omega_{AC}^2 \cdot AC = (6\sqrt{3})^2 \cdot 2R = 108 \text{ м/с}^2$ . Вектор касательного ускорения

$\vec{a}_{AC}^{\tau}$ , модуль которого вычисляется по формуле  $a_{AC}^{\tau} = \varepsilon_{AC} \cdot AC$ , направлен перпендикулярно отрезку  $AC$ .

На данном этапе величина вектора касательного ускорения не может быть вычислена, поскольку угловое ускорение шатуна  $AC$   $\varepsilon_{AC}$  неизвестно. На рис. 2.17 направление вектора касательного ускорения  $\vec{a}_{AC}^{\tau}$  выбрано из предположения, что вращение шатуна ускоренное и направление углового ускорения совпадает с направлением его угловой скорости.

Направление вектора  $\vec{a}_A$  ускорения точки  $A$  определяется из того, что центр барабана движется по прямой, параллельной горизонтальной поверхности качения. На рис. 2.17 направление вектора ускорения  $\vec{a}_A$  выбрано из предположения, что качение барабана ускоренное.

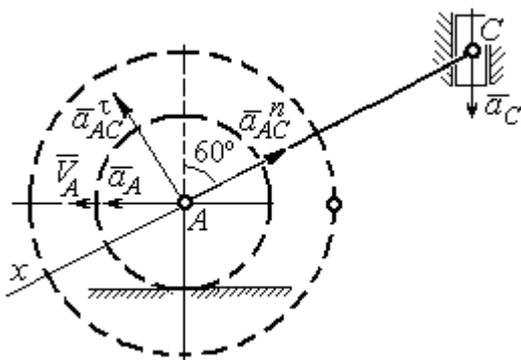


Рис. 2.18. Схема для определения ускорения центра барабана

Выберем ось  $x$  вдоль линии  $AC$  (рис. 2.18) и спроектируем векторное равенство  $\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}_{AC}^{\tau} + \vec{a}_{AC}^n$  на эту ось. При таком выборе оси проекция неизвестного ускорения  $\vec{a}_{AC}^{\tau}$  обращается в нуль. Получим  $a_A \cos 30^\circ = a_C \cos 60^\circ - a_{AC}^n$ . Отсюда найдём ускорение центра барабана

$$a_A = \frac{1}{\cos 30^\circ} (a_C \cos 60^\circ - a_{AC}^n) = -122,4 \text{ м/с}^2.$$

Отрицательное значение ускорения точки  $A$  означает, что на рис. 2.17, 2.18 вектор ускорения  $\vec{a}_A$  должен иметь противоположное направление. Таким образом, вектор ускорения  $\vec{a}_A$  направлен в сторону, противоположную вектору скорости  $\vec{V}_A$ , и движение барабана замедленное.

Для того чтобы найти ускорение точки  $B$ , выразим его через полюс  $A$  на основании векторного равенства  $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^{\tau} + \vec{a}_{BA}^n$ , где  $\vec{a}_A$  – ускорение

точки  $A$ , выбранной в качестве полюса;  $\vec{a}_{BA}^\tau$ ,  $\vec{a}_{BA}^n$  – касательная и нормальная составляющие ускорения точки  $B$  при вращении барабана вокруг полюса  $A$ .

Модуль вектора нормального ускорения  $\vec{a}_{BA}^n$  равен по величине  $a_{BA}^n = \omega_1^2 \cdot BA = (10\sqrt{3})^2 \cdot R = 150 \text{ м/с}^2$ . Вектор направлен вдоль радиуса барабана от точки  $B$  к полюсу  $A$  (см. рис. 2.17).

Модуль вектора касательного ускорения  $\vec{a}_{BA}^\tau$  вычисляется по формуле  $a_{BA}^\tau = \varepsilon_1 \cdot BA$ , где  $\varepsilon_1$  – угловое ускорение барабана. Значение углового ускорения катящегося барабана (в отличие от углового ускорения  $\varepsilon_{AC}$  шатуна  $AC$ ) может быть найдено. Расчёт основан на том, что при движении барабана расстояние  $AP_1$  от точки  $A$  до центра скоростей барабана  $P_1$  остаётся постоянным, равным  $r$ . Тогда выражение  $V_A = \omega_1 \cdot AP_1 = \omega_1 \cdot r$  для расчёта скорости точки  $A$  можно продифференцировать. Получим  $\frac{dV_A}{dt} = \frac{d\omega_1}{dt} \cdot r$ . Так как точка  $A$  движется по прямой, производная от скорости точки равна её полному ускорению, а производная от угловой скорости барабана равна его угловому ускорению. Тогда имеем:  $a_A = \varepsilon_1 \cdot r$ , откуда находим угловое ускорение  $\varepsilon_1 = \frac{a_A}{r} = 40,8 \text{ рад/с}^2$ , а затем и модуль вектора касательного ускорения  $a_{BA}^\tau = \varepsilon_1 \cdot BA = 20,4 \text{ м/с}^2$ .

Заметим, что для вычисления углового ускорения  $\varepsilon_{AC}$  шатуна  $AC$  подобные рассуждения неприменимы. Формулу  $V_A = \omega_{AC} \cdot AP_2$  невозможно продифференцировать, так как при движении механизма расстояние  $AP_2$  от точки  $A$  до центра скоростей  $P_2$  шатуна  $AC$  является неизвестной функцией времени.

Выберем систему координат  $xBy$  как показано на рис. 2.17, и спроецируем на эти оси векторное равенство  $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^\tau + \vec{a}_{BA}^n$ . Полагая, что движение барабана ускоренное (т. е. вектора ускорений  $\vec{a}_A$  и  $\vec{a}_{BA}^\tau$  направлены, как показано на рис. 2.17), получим значения составляющих ускорения точки  $B$ :

$a_{Bx} = a_A + a_{BA}^n$ ,  $a_{By} = a_{BA}^\tau$ . Подставляя значения ускорений, найдём  $a_{By} = 20,4 \text{ м/с}^2$ ,  $a_{Bx} = -122,4 + 150 = 27,6 \text{ м/с}^2$ . Вектор полного ускорения точки  $B$  направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах  $\vec{a}_{Bx}$ ,  $\vec{a}_{By}$ . Величина ускорения точки  $B$ :  $a_B = \sqrt{a_{Bx}^2 + a_{By}^2} = 34,32 \text{ м/с}^2$ .

**Задача 2.** В плоском механизме (рис. 2.19) кривошип  $OA$  вращается вокруг оси  $O$  с угловой скоростью  $\omega_{OA}$  и угловым ускорением  $\varepsilon_{OA}$ . Диск 2, шарнирно присоединённый к кривошипу в точке  $A$ , катится без проскальзывания по неподвижному диску 1.

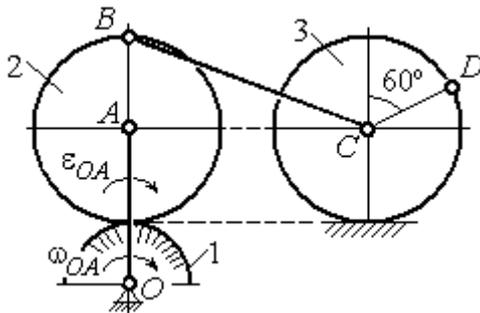


Рис. 2.19. Схема движения плоского механизма

радиально присоединённый к кривошипу в точке  $A$ , катится без проскальзывания по неподвижному диску 1. Радиусы дисков  $R_1$  и  $R_2$ . На краю диска 2 в точке  $B$  шарнирно прикреплен стержень  $BC$ , соединенный с центром  $C$  диска 3. Радиус диска 3 равен радиусу диска 2:

$R_3 = R_2$ . Диск 3 катится без скольжения по горизонтальной поверхности, по прямой. Для положения механизма, изображенного на рис. 2.19, определить ускорение точки  $D$  и угловое ускорение стержня  $BC$ , если  $\omega_{OA} = 4 \text{ рад/с}$ ,  $\varepsilon_{OA} = 2 \text{ рад/с}^2$ ,  $R_1 = 4 \text{ см}$ ,  $R_2 = 8 \text{ см}$ . Длина стержня  $BC = 20 \text{ см}$ .

### Решение

#### Определение угловых скоростей звеньев механизма.

Рассмотрим вращательное движение кривошипа  $OA$ . Скорость точки  $A$ :  $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 48 \text{ см/с}$ . Вектор скорости  $\vec{V}_A$  направлен перпендикулярно кривошипу  $OA$  в сторону движения кривошипа (рис. 2.20).

При движении диска 2 точка  $P_2$  соприкосновения второго диска с неподвижным первым является мгновенным центром скоростей диска 2. Угловая

скорость диска 2:  $\omega_2 = \frac{V_A}{AP_2} = \frac{48}{8} = 6 \text{ рад/с}$ .

Скорость точки  $B$  диска 2:  $V_B = \omega_2 BP_2 = 6 \cdot 16 = 96 \text{ см/с}$ .

Для определения угловой скорости стержня  $BC$  заметим, что скорости двух точек стержня  $\vec{V}_B$  и  $\vec{V}_C$  параллельны, но точки  $B$  и  $C$  не лежат на общем перпендикуляре к скоростям. В этом случае мгновенный центр скоростей стержня  $BC$  отсутствует (бесконечно удалён), угловая скорость стержня равна нулю:  $\omega_{BC} = 0$ , а стержень совершает мгновенное поступательное движение. В результате имеем:  $V_C = V_B = 96$  см/с.

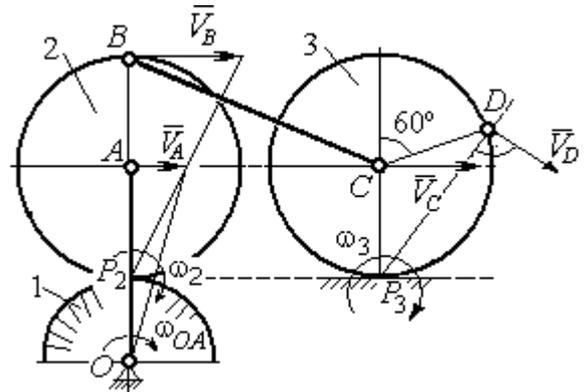


Рис. 2.20. Расчетная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

При качении диска 3 по неподвижной поверхности без проскальзывания точка  $P_3$  касания его с поверхностью является мгновенным центром скоростей.

Тогда угловая скорость диска 3:  $\omega_3 = \frac{V_C}{CP_3} = 12$  рад/с. Скорость точки  $D$  диска 3:

$V_D = \omega_3 \cdot DP_3$ . Величину  $DP_3$  находим из треугольника  $P_3DC$ . В результате  $DP_3 = 2R_3 \cos 30^\circ = 13,8$  см и  $V_D = 165,6$  см/с. Вектор скорости  $\vec{V}_D$  направлен в сторону движения диска 3 перпендикулярно линии  $DP_3$  и (см. рис. 2.20).

### Определение ускорений точек механизма.

Представим ускорение  $\vec{a}_C$  точки  $C$  векторной суммой  $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}^n + \vec{a}_{CB}^\tau$ , где  $\vec{a}_B$  – ускорение точки  $B$ , выбранной в качестве полюса;  $\vec{a}_{CB}^n$ ,  $\vec{a}_{CB}^\tau$  – нормальная и касательная составляющие ускорения точки  $C$  при вращении стержня  $BC$  вокруг полюса  $B$ ,  $a_{CB}^n = \omega_{CB}^2 \cdot CB$ ,  $a_{CB}^\tau = \varepsilon_{CB} \cdot CB$ .

Нормальная составляющая ускорения точки  $C$   $a_{CB}^n = 0$ , так как стержень  $CB$  совершает мгновенное поступательное движение и  $\omega_{BC} = 0$ .

Направление касательной составляющей  $\vec{a}_{CB}^\tau$  неизвестно, так как неизвестно направление углового ускорения стержня  $\varepsilon_{CB}$ . Для определённости выберем направление углового ускорения стержня  $BC$  в сторону против хода часовой стрелки. На рис. 2.21 это направление показано дуговой стрелкой  $\varepsilon_{CB}$ .

В соответствии с выбранным направлением углового ускорения вектор  $\vec{a}_{CB}^\tau$  строится перпендикулярно линии стержня  $BC$  в сторону углового ускорения  $\varepsilon_{CB}$  (см. рис. 2.21).

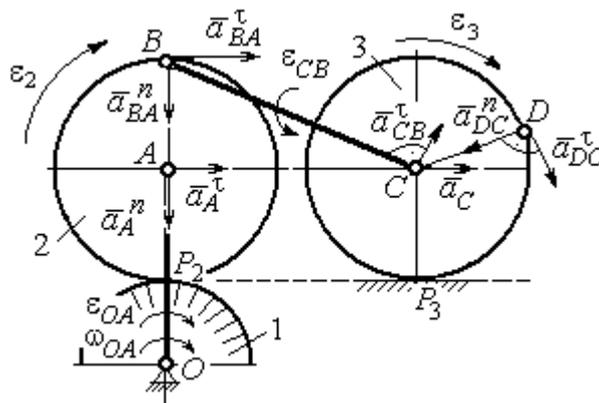


Рис. 2.21. Расчетная схема для определения ускорений точек механизма и угловых ускорений его звеньев

Выразим ускорение точки  $B$  через полюс  $A$ :  $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau$ , где

$\vec{a}_A$  – ускорение полюса  $A$ ;  $\vec{a}_{BA}^n$ ,  $\vec{a}_{BA}^\tau$  – нормальная и касательная составляющие ускорения точки  $B$  при вращении диска 2 вокруг полюса  $A$ . Величина нормальной составляющей ускорения точки  $B$   $a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot BA = 288 \text{ см/с}^2$ . Вектор  $\vec{a}_{BA}^n$  направлен вдоль радиуса  $BA$  от точки  $B$  к полюсу  $A$  (см. рис. 2.21). Касательное ускорение точки  $B$  при вращении диска 2 вокруг полюса  $A$  вычисляется по формуле  $a_{BA}^\tau = \varepsilon_2 \cdot BA$ . Для определения углового ускорения  $\varepsilon_2$  диска 2 заметим, что во время движения диска 2 расстояние  $AP_2$  остается постоянным, равным  $R_2$ . Дифференцируя равенство  $V_A = \omega_2 \cdot AP_2 = \omega_2 R_2$ , получим:

$$\frac{dV_A}{dt} = \frac{d\omega_2}{dt} R_2, \text{ или } a_A^\tau = \varepsilon_2 R_2, \text{ откуда } \varepsilon_2 = \frac{a_A^\tau}{R_2}.$$

Для того чтобы найти величину  $a_A^\tau$ , рассмотрим вращательное движение кривошипа  $OA$  вокруг неподвижной оси  $O$ . Ускорение точки  $A$  представляется в виде векторного равенства  $\vec{a}_A = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau$ , где  $\vec{a}_A^n$  и  $\vec{a}_A^\tau$  – известные

нормальная и касательная составляющие ускорения точки  $A$  кривошипа  $OA$ :  
 $a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 192 \text{ см/с}^2$ ,  $a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 24 \text{ см/с}^2$ . Направления векторов нормального ускорения  $\vec{a}_A^n$  и касательного ускорения  $\vec{a}_A^\tau$  показаны на рис. 2.21.

Теперь найдём величину углового ускорения диска 2 и модуль касательного ускорения  $a_{BA}^\tau$  точки  $B$  при вращении диска 2 вокруг полюса  $A$ :  $\varepsilon_2 = \frac{a_A^\tau}{R_2} = 3 \text{ рад/с}^2$ ,  $a_{BA}^\tau = \varepsilon_2 \cdot BA = 24 \text{ см/с}^2$ .

Для определения ускорения точки  $C$  имеем векторное равенство  $\vec{a}_C = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau + \vec{a}_{CB}^\tau$ . Выберем оси  $Cx$ ,  $Cy$ , как показано на рис. 2.22, – вдоль отрезка  $BC$  и перпендикулярно ему и спроецируем на них имеющееся векторное равенство. Получим:

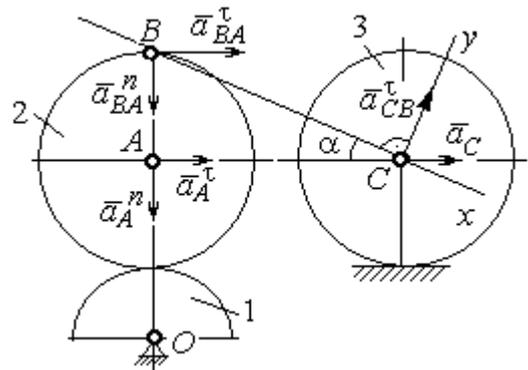


Рис. 2.22. Расчетная схема для вычисления ускорения точки  $C$

$$a_C \cos\alpha = a_A^n \sin\alpha + a_A^\tau \cos\alpha + a_{BA}^n \sin\alpha + a_{BA}^\tau \cos\alpha;$$

$$a_C \sin\alpha = a_A^n \cos\alpha + a_A^\tau \sin\alpha + a_{BA}^n \cos\alpha + a_{BA}^\tau \sin\alpha + a_{CB}^\tau,$$

где  $\alpha$  – угол между стержнем  $BC$  и линией центров  $AC$ ;  $\sin\alpha = \frac{AB}{BC} = 0,4$ ;

$\cos\alpha = 0,92$ . Решая систему, найдём:  $a_C = 256,7 \text{ см/с}^2$ ,  $a_{CB}^\tau = -358,12 \text{ см/с}^2$ .

Модуль углового ускорения стержня  $BC$ :  $\varepsilon_{CB} = \frac{|a_{CB}^\tau|}{BC} = 17,9 \text{ рад/с}^2$ .

Знак «минус» величины  $a_{CB}^\tau$  означает, что вектор касательного ускорения  $\vec{a}_{CB}^\tau$  на рис. 2.21 – 2.22 следует направить в противоположную сторону. Направление углового ускорения стержня  $BC$ , показанное на рис. 2.21 дуговой стрелкой  $\varepsilon_{CB}$ , также следует заменить на противоположное.

Выразим ускорение точки  $D$  через полюс  $C$ :  $\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}_{DC}^n + \vec{a}_{DC}^\tau$ , где  $\vec{a}_C$  – известное ускорение точки  $C$ ;  $\vec{a}_{DC}^n$ ,  $\vec{a}_{DC}^\tau$  – нормальное и касательное составляющие ускорения точки  $D$  при вращении диска 3 вокруг полюса  $C$ . Величина нормального ускорения точки  $D$ :  $a_{DC}^n = \omega_3^2 \cdot DC = 1152 \text{ см/с}^2$ . Вектор ускорения  $\vec{a}_{DC}^n$  направлен по радиусу от точки  $D$  к полюсу  $C$  (рис. 2.23).

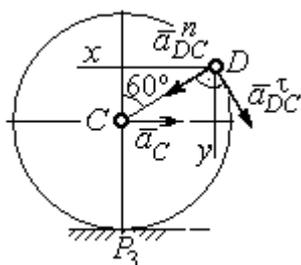


Рис.2.23. Расчетная схема для определения ускорения точки  $D$

Для расчёта касательной составляющей  $a_{DC}^\tau$  ускорения точки  $D$  найдём угловое ускорение диска 3. Продифференцируем по времени равенство  $V_C = \omega_3 \cdot CP_3 = \omega_3 R_3$ . Получим:  $\frac{dV_C}{dt} = \frac{d\omega_3}{dt} R_3$ , или  $a_C = \varepsilon_3 R_3$ . Угловое ускорение диска 3:  $\varepsilon_3 = \frac{a_C}{R_3} = 32,09 \text{ рад/с}^2$ . Тогда величина

касательной составляющей ускорения точки  $D$ :  $a_{DC}^\tau = \varepsilon_3 \cdot DC = 256,7 \text{ см/с}^2$ .

Направление вектора  $\vec{a}_{DC}^\tau$  соответствует ускоренному движению диска 3.

Проведём оси  $Dx$  и  $Dy$ , как показано на рис. 2.23, и спроецируем векторное равенство ускорения точки  $D$  на оси:

$$a_{Dx} = -a_C + a_{DC}^n \cos 30^\circ - a_{DC}^\tau \cos 60^\circ, \quad a_{Dy} = a_{DC}^n \cos 60^\circ + a_{DC}^\tau \cos 30^\circ.$$

Решая систему, находим значения проекций модуля ускорения  $a_{Dx} = 612,5 \text{ см/с}^2$ ,  $a_{Dy} = 798,3 \text{ см/с}^2$ . Величина ускорения точки  $D$ :

$$a_D = \sqrt{a_{Dx}^2 + a_{Dy}^2} = 1006,2 \text{ см/с}^2.$$

### 3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

#### 3.1. Основные понятия сложного движения точки

В неподвижной системе координат рассматривается подвижное твердое тело и точка, перемещающаяся относительно тела.

Траектория точки в её движении относительно тела называется **относительной траекторией**. Скорость точки в этом движении называют **относительной скоростью**, ускорение – **относительным ускорением**.

Траектория точки, перемещающейся вместе с телом, называется переносной траекторией точки, скорость точки при таком её движении – **переносной скоростью**, а ускорение – **переносным ускорением**.

Суммарное движение точки вместе с телом и относительно тела называется **сложным движением**. Траектория точки относительно неподвижной системы координат называется **абсолютной траекторией точки**, скорость и ускорение – **абсолютной скоростью и абсолютным ускорением**.

При вычислении абсолютной скорости используется теорема о сложении скоростей: **при сложном движении абсолютная скорость точки равна геометрической сумме относительной и переносной скоростей**:  $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$ , где  $\vec{V}$ ,  $\vec{V}_e$ ,  $\vec{V}_r$  – вектора абсолютной, переносной и относительной скоростей точки.

В случае, когда относительное движение точки задается естественным способом в виде закона изменения пути  $S = S(t)$ , величина относительной скорости точки равна модулю производной:  $V_r = |\dot{S}_r|$ . Если переносное движение точки есть вращение тела вокруг неподвижной оси, скорость точки в переносном движении будет:  $V_e = \omega_e h_e$ , где  $\omega_e$  – величина угловой скорости вращения тела;  $h_e$  – кратчайшее расстояние от места положения точки на теле до оси вращения тела.

При вычислении абсолютного ускорения используется теорема Кориолиса о сложении ускорений: **при сложном движении абсолютное ускорение точки равно геометрической сумме трех ускорений – относительного, переносного и ускорения Кориолиса**

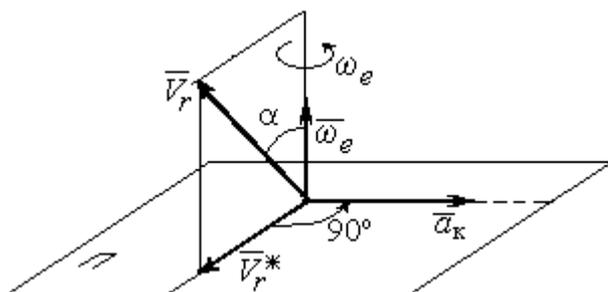


Рис. 3.1. Определение направления ускорения Кориолиса по правилу Жуковского

**ускорения Кориолиса**  
 $\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_k$ , где  $\vec{a}$  – вектор абсолютного ускорения точки;  $\vec{a}_e, \vec{a}_r$  – вектора соответственно переносного и относительного ускорений точки;  $\vec{a}_k$  – вектор ускорения Кориолиса. (Иногда его называют поворотным ускорением.)

Вектор ускорения Кориолиса определяется векторным произведением  $\vec{a}_k = 2(\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r)$ , где  $\vec{\omega}_e$  – вектор угловой скорости переносного движения;  $\vec{V}_r$  – вектор относительной скорости точки. Модуль ускорения Кориолиса:  $|\vec{a}_k| = 2|\vec{\omega}_e| \cdot |\vec{V}_r| \sin \alpha$ , где  $\alpha$  – угол между вектором угловой скорости переносного движения и вектором относительной скорости точки (см. рис. 3.1). Направление вектора ускорения Кориолиса может быть получено по правилу построения вектора векторного произведения.

На рис. 3.1 показана последовательность выбора направления вектора ускорения Кориолиса по правилу Н. Е. Жуковского. Правило состоит в следующем: пусть имеется точка, движущаяся с относительной скоростью  $\vec{V}_r$ . Построим плоскость  $\Pi$ , перпендикулярную вектору переносной угловой скорости  $\vec{\omega}_e$ , и спроецируем вектор  $\vec{V}_r$  на эту плоскость. Проекцию обозначим  $\vec{V}_r^*$  (см. рис. 3.1). Чтобы получить направление ускорения Кориолиса, следует вектор проекции относительной скорости  $\vec{V}_r^*$  повернуть на  $90^\circ$  в плоскости  $\Pi$  вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения.

Если сложное движение точки происходит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения, направление ускорения Кориолиса можно получить простым поворотом вектора относительной скорости на угол  $90^\circ$  вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения.

Относительное ускорение  $\vec{a}_r$  представляется как сумма векторов относительного касательного  $\vec{a}_r^\tau$  и относительного нормального  $\vec{a}_r^n$  ускорений:  $\vec{a}_r = \vec{a}_r^\tau + \vec{a}_r^n$ . Переносное ускорение точки  $\vec{a}_e$  тела имеет своими составляющими переносное касательное  $\vec{a}_e^\tau$  и переносное нормальное  $\vec{a}_e^n$  ускорения так, что  $\vec{a}_e = \vec{a}_e^\tau + \vec{a}_e^n$ .

Таким образом, абсолютное ускорение точки в сложном движении можно представить в виде векторного равенства

$$\vec{a} = \vec{a}_r^\tau + \vec{a}_r^n + \vec{a}_e^\tau + \vec{a}_e^n + \vec{a}_k.$$

Модули относительного касательного и относительного нормального ускорений при естественном способе задания относительного движения точки

равны:  $a_r^\tau = |\dot{V}_r|$ ,  $a_r^n = \frac{V_r^2}{\rho}$ , где  $\rho$  – радиус кривизны относительной траектории.

При движении точки по окружности радиус кривизны равен радиусу окружности, при движении по прямой – бесконечности, и в этом случае  $a_r^n = 0$ .

При вращательном переносном движении точки значения переносного касательного и нормального ускорений вычисляются по формулам:  $a_e^\tau = \varepsilon_e h_e$ ,  $a_e^n = \omega_e^2 h_e$ , где  $\varepsilon_e$  – угловое ускорение вращательного переносного движения,  $\varepsilon_e = |\dot{\omega}_e|$ ;  $h_e$  – расстояние от точки до оси вращения тела;  $\omega_e$  – величина угловой скорости вращения тела.

Вектора ускорений строятся по общим правилам построения векторов нормального и касательного ускорений.

При поступательном переносном движении ускорение Кориолиса и переносное нормальное ускорение равны нулю:  $a_k = 0$ ,  $a_e^n = 0$ . Абсолютное ускорение точки при поступательном переносном движении можно представить в виде векторного равенства  $\vec{a} = \vec{a}_r^\tau + \vec{a}_r^n + \vec{a}_e^\tau$ .

### 3.2. Задание К4. Определение скорости и ускорения точки при сложном движении

Задание включает две задачи с вращательным и поступательным видами переносного движения точки.

**Задача 1.** Вращение тела относительно неподвижной оси задается законом изменения угла поворота:  $\varphi_e = \varphi_e(t)$  или законом изменения его угловой скорости:  $\omega_e = \omega_e(t)$ . Движение точки относительно тела отсчитывается от её начального положения в точке  $C$  и задается законом изменения длины дуги окружности или отрезка прямой линии:  $CM = S_r = S_r(t)$ .

Определить абсолютные скорость и ускорение точки в заданный момент времени  $t_1$ .

**Задача 2.** Поступательное движение тела, несущего точку, задается законом изменения координаты  $x_e = x_e(t)$ . Движение точки относительно тела отсчитывается от её начального положения в точке  $C$  и задается законом изменения длины дуги окружности или отрезка прямой линии:  $CM = y_r = y_r(t)$ .

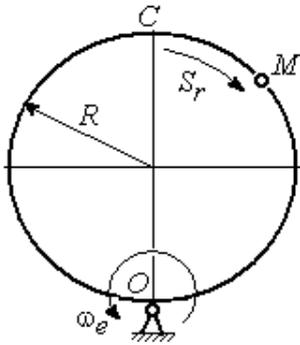
Определить абсолютные скорость и ускорение точки в момент времени  $t_2$ , который либо задаётся в исходных данных задачи, либо на схеме описаны условия, из которых он находится.

Номера вариантов заданий даны на рис. 3.2 – 3.5.

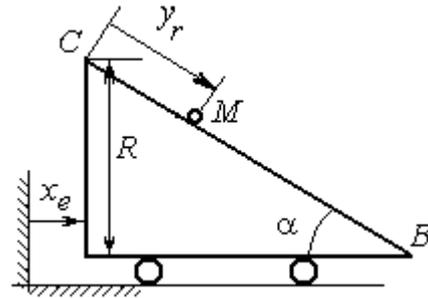
Варианты исходных данных приведены в табл. 3.1.

Варианты № 1, 11, 21

Задача 1



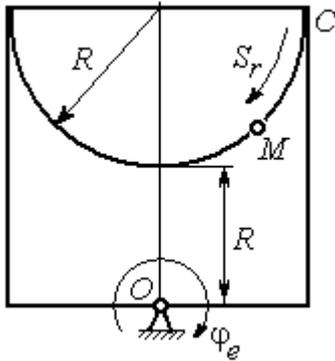
Задача 2



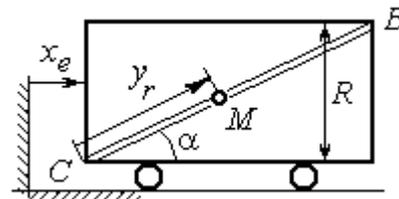
В момент  $t = t_2$  точка  $M$  прошла половину пути  $CB$

Варианты № 2, 12, 22

Задача 1



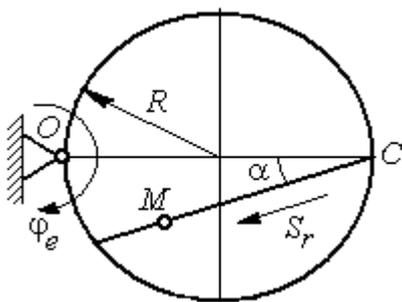
Задача 2



В момент  $t = t_2$  точка  $M$  прошла  $2/3$  пути  $CB$

Варианты № 3, 13, 23

Задача 1



Задача 2

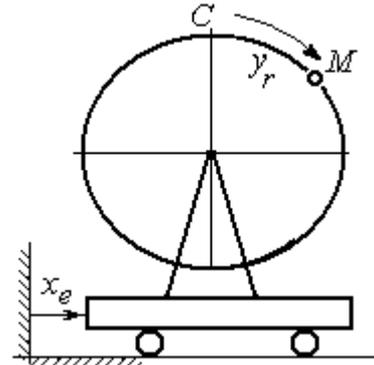
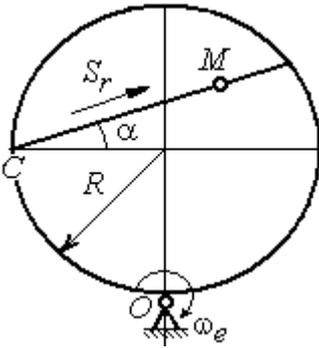
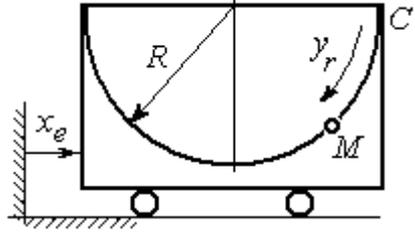
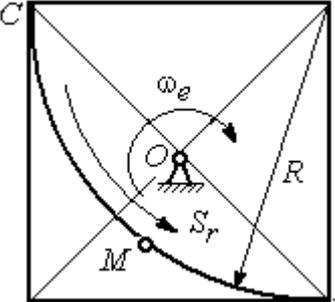
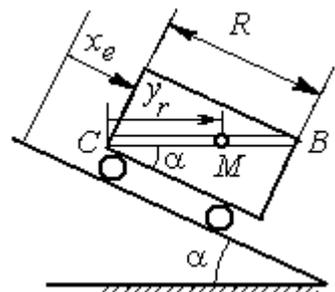


Рис. 3.2. Задание К4. Сложное движение точки.  
Номера вариантов задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

<b>Варианты № 4, 14, 24</b>	
Задача 1	Задача 2
	

<b>Варианты № 5, 15, 25</b>	
Задача 1	Задача 2
	 <p style="text-align: center;">В момент <math>t = t_2</math> точка <math>M</math> прошла путь <math>CB</math></p>

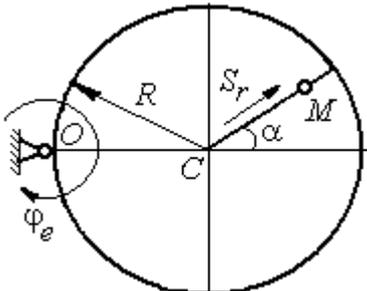
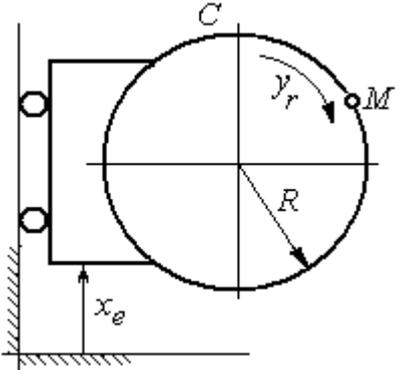
<b>Варианты № 6, 16, 26</b>	
Задача 1	Задача 2
	

Рис. 3.3. Задание К4. Сложное движение точки.  
Номера вариантов задания 4 – 6, 14 – 16, 24 – 26

**Варианты № 7, 17, 27**

<p><b>Задача 1</b></p>	<p><b>Задача 2</b></p>
------------------------	------------------------

**Варианты № 8, 18, 28**

<p><b>Задача 1</b></p>	<p><b>Задача 2</b></p> <p>В момент <math>t = t_2</math> точка <math>M</math> прошла половину пути <math>CB = R</math></p>
------------------------	---

**Варианты № 9, 19, 29**

<p><b>Задача 1</b></p>	<p><b>Задача 2</b></p>
------------------------	------------------------

Рис. 3.4. Задание К4. Сложное движение точки.  
Номера вариантов задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

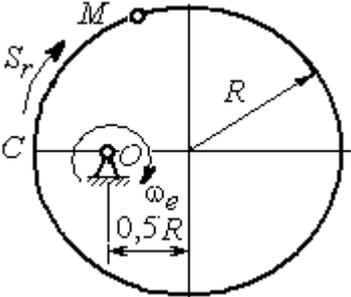
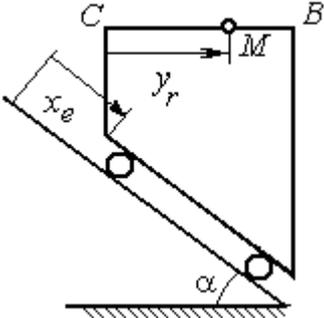
<b>Варианты № 10, 20, 30</b>	
<p style="text-align: center;">Задача 1</p> 	<p style="text-align: center;">Задача 2</p>  <p style="text-align: center;">В момент <math>t = t_2</math> точка <math>M</math> прошла половину пути <math>CB = R</math></p>

Рис. 3.5. Задание К4. Сложное движение точки.  
Номера вариантов задания 10, 20, 30

Таблица 3.1

**Исходные данные для заданий по сложному движению точки**

Номер варианта задания	Номер задачи	$R$ , см	$\alpha$ , град	$\dot{CM} = S_r(t)$ , см	$\varphi_e(t)$ , рад; $\omega_e(t)$ , рад/с	$t_1$ , с $t_2$ , с
				$\dot{CM} = y_r(t)$ , см	$x_e(t)$ , см	
1	1	3	–	$S_r = 2\pi\sin(\pi t/6)$	$\omega_e = 4t^2$	1
	2	4	30	$y_r = 4t^2$	$x_e = 2\cos(\pi t/6)$	–
2	1	2	–	$S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/6)$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/3)$	1
	2	3	60	$y_r = t^2 + t$	$x_e = 1 + \cos(\pi t)$	–
3	1	4	30	$S_r = 2\sqrt{3}[t + \sin(\pi t/2)]$	$\varphi_e = 4t - t^2$	1
	2	6	–	$y_r = \pi[2t + \sin\pi t]$	$x_e = 5t - t^2$	1
4	1	4	60	$S_r = 2(t^3 + t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	3	–	$y_r = \pi[2t + \cos(\pi t/2)]$	$x_e = t^3 - 4t$	1
5	1	6	–	$S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/6)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/3)$	1
	2	2	30	$y_r = t^2 + 2t$	$x_e = t^2 - 4t$	–
6	1	6	60	$S_r = t + 10\sin(\pi t/6)$	$\varphi_e = 2t^2 - 5t$	1
	2	3	–	$y_r = 4\pi\sin(\pi t/6)$	$x_e = [1 - \cos(\pi t/4)]$	1
7	1	8	30	$S_r = 2(t^3 + 3t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	4	30	$y_r = 2\pi t^2$	$x_e = t^3 - 5t$	1

Продолжение табл. 3.1

Номер варианта задания	Номер задачи	R, см	$\alpha$ , град	$\vec{CM} = S_r(t)$ , см	$\varphi_e(t)$ , рад; $\omega_e(t)$ , рад/с	$t_1$ , с $t_2$ , с
				$\vec{CM} = y_r(t)$ , см	$x_e(t)$ , см	
8	1	8	–	$S_r = 2\pi[t^2 + \sin\pi t]$	$\varphi_e = t^2 - 5t$	2
	2	6	30	$y_r = t(t+1)$	$x_e = \cos\pi t$	–
9	1	8	30	$S_r = 2t^2$	$\omega_e = \cos(\pi t/8)$	2
	2	3	–	$y_r = 4\pi\sin^2(\pi t/4)$	$x_e = (3-2t)^2$	1
10	1	6	–	$S_r = \pi(2t^3 + \sin\pi t)$	$\omega_e = 5t - 2t^3$	1
	2	4	30	$y_r = t^2 + 2t$	$x_e = 1 + \cos\pi t$	–
11	1	6	–	$S_r = 8\pi\sin(\pi t/12)$	$\omega_e = 2 + \cos(\pi t/4)$	2
	2	6	60	$y_r = 4\sin\pi t$	$x_e = t^2 - 2t$	–
12	1	18	–	$S_r = \pi(2t^2 + 2t)$	$\varphi_e(t) = 3t - t^2$	2
	2	6	30	$y_r = 2t^2 + t$	$x_e = 1 + \cos(\pi t)$	–
13	1	10	60	$S_r = t^3 + t$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/6)$	2
	2	6	–	$y_r = 6\pi\cos(\pi t/3)$	$x_e = t(t+1)$	1
14	1	4	30	$S_r = 8\sqrt{3}\sin(\pi t/12)$	$\omega_e = (3-2t)^2$	2
	2	3	–	$y_r = 2\pi\sin(\pi t/6)$	$x_e = 2t^2 - 5t$	1
15	1	8	–	$S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/4)$	$\omega_e = 2 + \cos(\pi t/4)$	1
	2	5	60	$y_r = 5t + t^2$	$x_e = \cos(\pi t/6)$	–
16	1	12	90	$S_r = 3[t + \sin(\pi t/2)]$	$\varphi_e = 2t - 3t^2$	1
	2	15	–	$y_r = \pi(4t + t^2)$	$x_e = 6\sin(\pi t/3)$	1
17	1	6	45	$S_r = 3\sqrt{2}[t^2 + 2\sin\pi t]$	$\omega_e(t) = 4t^2 - 6$	1
	2	6	60	$y_r = 8\pi\sin(\pi t/12)$	$x_e = \sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	2
18	1	8	–	$S_r = 4\pi\sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	$\varphi_e = 18t - 4t^2$	2
	2	8	60	$y_r = 3t + 2t^2$	$x_e = \sin\pi t$	–
19	1	8	60	$S_r = 2\sqrt{3}[t + \sin(\pi t/2)]$	$\omega_e = 5t - t^2$	1
	2	9	–	$y_r = 6\pi\cos(\pi t/3)$	$x_e = \cos(\pi t/6)$	1
20	1	4	–	$S_r = 4\pi\sin(\pi t/6)$	$\omega_e = 3t - 5$	1
	2	6	60	$y_r = 3t + 2t^2$	$x_e = \pi\sin\pi t$	–
21	1	3	–	$S_r = 4\pi\sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	$\omega_e = 6t - 14$	2
	2	8	45	$y_r = (t^2 + 3t)$	$x_e = t + 2\sin\pi t$	–

Номер варианта задания	Номер задачи	$R$ , см	$\alpha$ , град	$\vec{CM} = S_r(t)$ , см	$\varphi_e(t)$ , рад; $\omega_e(t)$ , рад/с	$t_1$ , с $t_2$ , с
				$\vec{CM} = y_r(t)$ , см	$x_e(t)$ , см	
22	1	4	–	$S_r = 2\pi(t^2 + 2t)$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	9	60	$y_r = 8\sin\pi t$	$x_e = 5t - t^2$	–
23	1	6	45	$S_r = 12\sin(\pi t/8)$	$\varphi_e = t^2 + \cos(\pi t/4)$	2
	2	6	–	$y_r = 6\pi[t + \sin(\pi t/6)]$	$x_e = 5t - t^2$	1
24	1	6	45	$S_r = 12\sin(\pi t/8)$	$\omega_e = t + 4\cos(\pi t/4)$	2
	2	6	–	$y_r = \pi(t^2 + 2t)$	$x_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
25	1	6	–	$S_r = 2\pi t^2$	$\omega_e = 3\sin(\pi t/3)$	1
	2	4	45	$y_r = 2t(t + 3t)$	$x_e = 2(t^3 - 3t)$	–
26	1	6	120	$S_r = t^2 + t$	$\varphi_e = 12\cos(\pi t/12)$	2
	2	9	–	$y_r = \pi\sqrt{3}\sin(\pi t/3)$	$x_e = 2(t^2 - 3t)$	1
27	1	10	60	$S_r = \sqrt{3}(t^2 + t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	2
	2	9	30	$y_r = \sqrt{3}\pi\sin(\pi t/3)$	$x_e = t + 4\cos(\pi t/4)$	1
28	1	2	–	$S_r = 6\pi\sin(\pi t/6)$	$\varphi_e = 2t + \cos(\pi t/2)$	1
	2	6		$y_r = 2t + 3t^2$	$x_e = t + \sin\pi t$	–
29	1	8	30	$S_r = (t^2 + 2t)$	$\omega_e = 6\sin(\pi t/12)$	2
	2	3	–	$y_r = 2\pi\sqrt{3}\sin(\pi t/3)$	$x_e = 5t - t^2$	1
30	1	2	–	$\pi(t^2 + 2t)$	$\omega_e(t) = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	3	60	$y_r = t + t^2$	$x_e = t + \sin\pi t$	–

### Пример выполнения задания К4. Сложное движение точки

**Задача 1.** Фигура, состоящая из половины диска и равнобедренного тре-

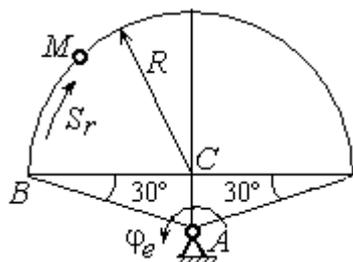


Рис. 3.6. Схема сложного движения точки

угольника (рис. 3.6), вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости фигуры и проходящей через вершину  $A$  треугольника. Вращательное движение задается законом изменения угла поворота фигуры  $\varphi_e = 5t - 2t^2$  рад.

Положительное направление вращения отмечено на схеме дуговой стрелкой  $\varphi_e$ . По ободу диска от точки  $B$  движется точка  $M$ . Движение точки относительно диска задается законом изменения длины дуги окружности:  $\overset{\cup}{BM} = S_r = 9\pi t^2$  см. Положительное направление движения точки  $M$  на рис. 3.6 показано дуговой стрелкой  $S_r$ . Радиус диска  $R = 9$  см.

Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки  $M$  в момент времени  $t_1 = 1$  с.

### Решение

Вращение фигуры будет для точки  $M$  переносным движением. Относительное движение точки  $M$  – её движение по окружности обода диска.

Для определения **положения точки  $M$**  на ободу диска вычислим расстояние, которое она прошла на заданный момент времени. Длина дуги окружности, пройденной точкой за 1 с:  $S_r(1) = 9\pi$  см. Положение точки  $M$  определяется **центральным углом**  $\alpha = \frac{S_r(1)}{R} = \frac{9\pi}{9} = \pi$ . Положение точки в момент времени  $t_1 = 1$  с отмечено на рис. 3.7 точкой  $M_1$ .

Для определения **скорости переносного движения** точки вычисляем значение производной:  $\dot{\varphi}_e = 5 - 4t$ . Угловая скорость вращения фигуры:  $\omega_e = |\dot{\varphi}_e|$ . При  $t_1 = 1$  с  $\dot{\varphi}_e(1) = 1$  рад/с. Положительная величина производной  $\dot{\varphi}_e(1)$  показывает, что вращение фигуры в данный момент происходит в положительном направлении, что отмечено дуговой стрелкой  $\omega_e$  на рис. 3.7.

В момент времени  $t_1 = 1$  с точка  $M$  находится в положении  $M_1$ . Скорость  $V_e$  переносного движения точки в момент времени  $t_1 = 1$  с  $V_e(1) = \omega_e(1)h_e$ , где

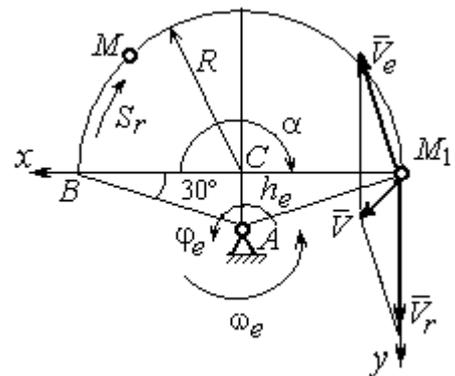


Рис. 3.7. Расчетная схема для вычисления абсолютной скорости точки при сложном движении

расстояние от точки  $M_1$  до оси вращения фигуры  $h_e = AM_1 = \frac{R}{\cos 30^\circ} = 6\sqrt{3}$  см.

Тогда  $V_e(1) = 6\sqrt{3}$  см/с.

Вектор скорости переносного движения точки  $\vec{V}_e$  перпендикулярен линии  $AM_1$  и направлен в сторону вращения фигуры (см. рис. 3.7).

Относительное движение точки задано естественным способом, как закон изменения длины дуги  $BM$ . В этом случае **скорость относительного движения** точки  $V_r = |\dot{S}_r| = |18\pi t|$ . При  $t_1 = 1$  с  $V_r(1) = |\dot{S}_r(1)| = 18\pi = 56,5$  см/с. Положительное значение производной  $\dot{S}_r(1)$  указывает, что относительное движение точки в положении  $M_1$  происходит в положительном направлении, указанном на рис. 3.7 дуговой стрелкой  $S_r$ . Вектор  $\vec{V}_r$  относительной скорости точки в положении  $M_1$  направлен по касательной к траектории относительного движения в сторону положительного направления движения (см. рис. 3.7).

**Абсолютную скорость точки** находим по теореме сложения скоростей  $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$ . Направление вектора абсолютной скорости, полученное по правилу сложения векторов, показано на рис. 3.5. Для определения величины абсолютной скорости выбираем прямоугольные оси координат  $M_1xy$  (см. рис. 3.7) и проецируем обе части векторного равенства теоремы сложения скоростей на эти оси. Получим:

$$V_x = V_e \cos 60^\circ = 3\sqrt{3} = 5,2 \text{ см/с};$$

$$V_y = -V_e \cos 30^\circ + V_r = -6\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 56,5 = 29,5 \text{ см/с}.$$

Модуль абсолютной скорости:  $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{5,2^2 + 29,5^2} = 29,95$  см/с.

**Абсолютное ускорение точки** определяем по теореме Кориолиса, которая при вращательном переносном движении имеет вид:

$$\vec{a} = \vec{a}_r^\tau + \vec{a}_r^n + \vec{a}_e^\tau + \vec{a}_e^n + \vec{a}_k.$$

**Относительное касательное ускорение**  $a_r^\tau$  вычисляется по формуле:  $a_r^\tau = |\ddot{S}_r|$ . По условию задачи вторая производная  $\ddot{S}_r = 18\pi = 56,5 \text{ см/с}^2$  – постоянная величина. Так как значение второй производной  $\ddot{S}_r$  положительно, вектор ускорения  $\vec{a}_r^\tau$  направлен по касательной к траектории относительного движения в точке  $M_1$  в сторону положительного направления относительного движения, отмеченного дуговой стрелкой  $S_r$ .

**Относительное нормальное ускорение** точки вычисляется по формуле

$$a_r^n = \frac{V_r^2}{R} \text{ и в момент } t_1 = 1 \text{ с равно:}$$

$$a_r^n(1) = \frac{V_r^2(1)}{R} = \frac{(18\pi)^2}{9} = 355,3 \text{ см/с}^2. \text{ Вектор}$$

ускорения  $\vec{a}_r^n$  направлен по радиусу диска к центру  $C$  (см. рис. 3.8).

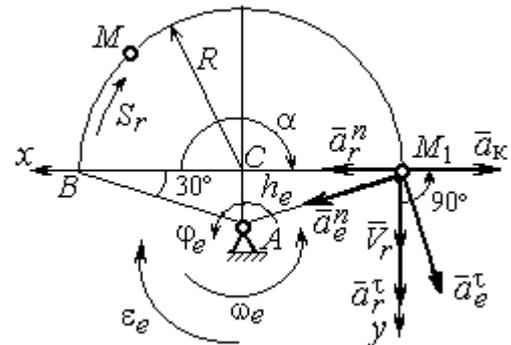


Рис. 3.8. Расчетная схема для определения абсолютного ускорения точки

**Переносное касательное ускорение** вычисляется по формуле:  $a_e^\tau = \varepsilon_e h_e$ , где угловое ускорение  $\varepsilon_e = |\ddot{\phi}_e|$ . Вычислим производную  $\ddot{\phi}_e = -4 \text{ рад/с}^2$ . Угловое ускорение  $\varepsilon_e = |\ddot{\phi}_e| = 4 \text{ рад/с}^2$  постоянно и не зависит от времени.

Отрицательное значение производной  $\ddot{\phi}_e < 0$  при условии, что расчетная величина угловой скорости положительна:  $\dot{\phi}_e > 0$ , означает, что вращательное движение замедленное и переносное угловое ускорение  $\varepsilon_e$  направлено в сторону, противоположную направлению вращения.

Вектор  $\vec{a}_e^\tau$  переносного касательного ускорения точки в её положении  $M_1$  перпендикулярен линии  $AM_1$  и направлен противоположно вектору переносной скорости  $\vec{V}_e$  (см. рис. 3.8). Модуль переносного касательного ускорения:  $a_e^\tau = a_e^\tau = \varepsilon_e h_e = 24\sqrt{3} = 41,6 \text{ см/с}^2$ .

**Переносное нормальное ускорение**  $a_e^n$  рассчитывается по формуле:  $a_e^n = \omega_e^2 h_e$  и в момент времени  $t_1 = 1$  с  $a_e^n(1) = \omega_e^2(1)h_e = 6\sqrt{3} = 10,4$  см/с<sup>2</sup>. Вектор переносного нормального ускорения  $\vec{a}_e^n$  направлен по линии  $AM_1$  к оси вращения (см. рис. 3.8).

По условию задачи вектор скорости относительного движения точки  $\vec{V}_r$  лежит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения, то есть перпендикулярен вектору угловой скорости переносного движения  $\vec{\omega}_e$ . Тогда модуль ускорения Кориолиса при  $t_1 = 1$  с  $a_k = 2\omega_e V_r = 2 \cdot 1 \cdot 18\pi = 113,1$  см/с<sup>2</sup>.

Так как вектор относительной скорости точки  $\vec{V}_r \perp \vec{\omega}_e$ , то по правилу Жуковского для определения направления ускорения Кориолиса достаточно повернуть вектор относительной скорости точки  $\vec{V}_r$  на  $90^\circ$  в сторону переносного движения вокруг оси, параллельной оси вращения и проходящей через точку  $M_1$  (см. рис. 3.8). Для определения абсолютного ускорения спроецируем на прямоугольные оси  $xM_1y$  (см. рис. 3.8) векторное равенство  $\vec{a} = \vec{a}_r^\tau + \vec{a}_r^n + \vec{a}_e^\tau + \vec{a}_e^n + \vec{a}_k$ . Получим:  $a_y = a_e^\tau \cos 30^\circ + a_e^n \cos 60^\circ + a_r^\tau = 97,9$  см/с<sup>2</sup>,  $a_x = -a_e^\tau \cos 60^\circ + a_e^n \cos 30^\circ + a_r^n - a_k = 228,4$  см/с<sup>2</sup>. Модуль абсолютного ускоре-

ния:  $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 248,5$  см/с<sup>2</sup>.

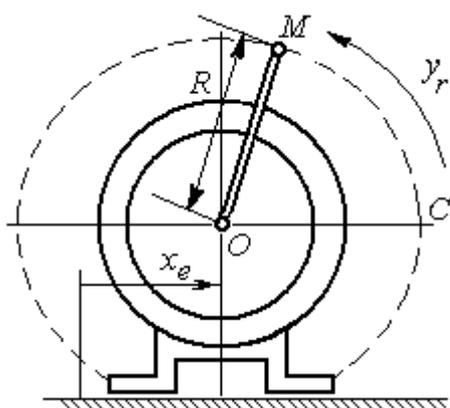


Рис. 3.9. Схема движения точки стержня, укрепленного на электромоторе

**Задача 2.** К вращающемуся валу электромотора прикреплен стержень  $OM$  длины  $R = 6$  см. Во время работы электромотора точка  $M$  стержня из начального положения  $C$  перемещается по дуге окружности согласно уравнению  $CM = y_r = \pi t^2$  см. При этом электромотор, установленный без креплений, совершает горизонтальные гармонические колебания на фундаменте по закону

$x_e = 5\sin(\pi t/3)$  см. Определить абсолютное ускорение точки  $M$  в момент времени  $t_1 = 1$  с.

### Решение

Точка  $M$  совершает сложное движение – относительно электродвигателя и вместе с ним. Относительным движением точки будет её движение по дуге окружности радиуса  $R$ , переносным – поступательное горизонтальное, прямолинейное движение электродвигателя.

Найдём положение точки относительно электродвигателя в заданный момент времени. Угол  $\alpha$ , отсчитываемый стержнем  $OM$  от начального положения  $OC$ , в момент времени  $t_1 = 1$  с составляет  $\alpha = \frac{y_r(t_1)}{R} = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$ . Положение точки в момент времени  $t_1 = 1$  с отмечено на рис. 3.10 буквой  $M_1$ .

Относительное движение точки задано естественным способом, как закон изменения длины дуги. Относительная скорость  $V_r = \dot{y}_r = 2\pi t$ . В момент времени  $t_1 = 1$  с  $V_r = 6,28$  см/с. Вектор  $\vec{V}_r$  относительной скорости направлен перпендикулярно стержню  $OM_1$ .

Скорость точки в переносном движении – это скорость горизонтального движения электродвигателя:

$$V_e = \dot{x}_e = \frac{5\pi}{3} \cos(\pi t/3).$$

В момент времени  $t_1 = 1$  с

$$V_e = \frac{5\pi}{3} \cos 60^\circ = 2,62 \text{ см/с.}$$

Вектор  $\vec{V}_e$  переносной скорости точки  $M$  направлен параллельно линии движения электродвигателя (см. рис. 3.10).

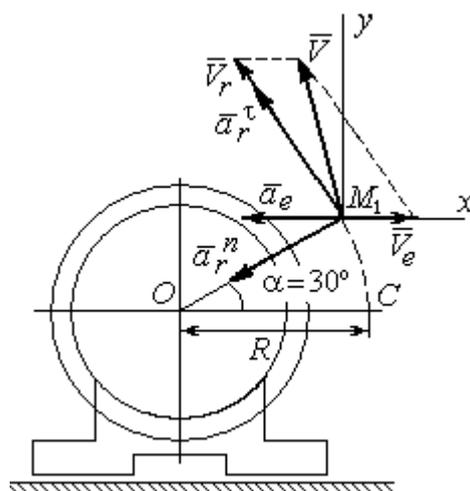


Рис. 3.10. Расчётная схема вычисления абсолютной скорости и абсолютного ускорения точки

Абсолютная скорость точки определяется на основании теоремы сложения скоростей при сложном движении:  $\vec{V}_M = \vec{V}_e + \vec{V}_r$ . Для того чтобы найти величину абсолютной скорости, выберем оси  $xM_1y$ , как показано на рис. 3.10, и спроецируем векторное равенство сложения скоростей на эти оси. Получим:  $V_{Mx} = V_e - V_r \cos 60^\circ = -0,52$  см/с (проекция направлена в отрицательную сторону оси  $x$ ),  $V_{My} = V_r \cos 30^\circ = 5,44$  см/с. Модуль абсолютной скорости  $V_M = \sqrt{V_{Mx}^2 + V_{My}^2} = 5,46$  см/с. Вектор абсолютной скорости направлен по диагонали параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{V}_e$  и  $\vec{V}_r$ .

При поступательном переносном движении точки  $\omega_e = 0$  и потому  $a_k = 0$ . Относительное ускорение точки при движении по окружности раскладывается на две составляющие  $\vec{a}_r = \vec{a}_r^\tau + \vec{a}_r^n$ , направленные вдоль стержня  $OM$  и перпендикулярно ему. Кроме того, при прямолинейном относительном движении  $a_e^n = 0$ . В результате, теорема о сложении ускорений принимает вид  $\vec{a}_M = \vec{a}_r^\tau + \vec{a}_r^n + \vec{a}_e$ , где модули векторов вычисляются по формулам  $a_r^\tau = \dot{V}_r$ ,  $a_r^n = \frac{V_r^2}{R}$ ,  $a_e = a_e^\tau = \dot{V}_e = -\frac{5\pi^2}{9} \sin(\pi t/3)$  и в момент времени  $t_1 = 1$  с равны  $a_r^\tau = 6,28$  см/с<sup>2</sup>,  $a_r^n = 6,57$  см/с<sup>2</sup>,  $a_e = -4,75$  см/с<sup>2</sup>. Направления векторов ускорений показаны на рис. 3.10. Для вычисления модуля абсолютного ускорения точки спроецируем векторное равенство сложения ускорений на оси выбранной ранее системы координат  $xM_1y$ . Получим:

$$a_{Mx} = -a_r^\tau \cos 60^\circ - a_r^n \cos 30^\circ - a_e = -4,08 \text{ см/с}^2;$$

$$a_{My} = a_r^\tau \cos 30^\circ - a_r^n \cos 60^\circ = 2,15 \text{ см/с}^2.$$

Величина абсолютного ускорения  $a_M = \sqrt{a_{Mx}^2 + a_{My}^2} = 4,61$  см/с<sup>2</sup>.

## 4. ДИНАМИКА ТОЧКИ

### 4.1. Дифференциальные уравнения движения точки

Движение точки под действием системы сил  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_K$  в прямоугольной декартовой системе координат  $Oxyz$  описывается **дифференциальными уравнениями**:  $m \frac{d^2x}{dt^2} = \sum F_{kx}, m \frac{d^2y}{dt^2} = \sum F_{ky}, m \frac{d^2z}{dt^2} = \sum F_{kz}$  или, обозначая вторые производные от координат по времени двумя точками, уравнениями:  $m \ddot{x} = \sum F_{kx}, m \ddot{y} = \sum F_{ky}, m \ddot{z} = \sum F_{kz}$ , где  $m$  – масса точки;  $x, y, z$  – текущие координаты точки;  $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$  – проекции вектора ускорения точки на оси координат;  $\sum F_{kx}, \sum F_{ky}, \sum F_{kz}$  – алгебраические суммы проекций сил на оси координат.

Интегрирование дифференциальных уравнений производится в зависимости от их вида методами, известными из курса математики.

### 4.2. Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки

Две материальные точки движутся в вертикальной плоскости  $xOy$ . Точка 1 массой  $m_1$ , получив в начальном положении  $A$  скорость  $V_{01}$ , движется вдоль гладкой оси  $AS$ , наклоненной под углом  $\beta$  к горизонту. Во время движения на точку 1 действуют сила тяжести и постоянная сила  $\vec{F}_1$ , направленная вдоль оси  $AS$ . Направление вектора проекции силы на ось  $\vec{F}_{1S}$  показано на схеме.

Одновременно с точкой 1 начинает движение точка 2 массой  $m_2$  из положения  $B$  на оси  $y$ . На точку 2 действуют сила тяжести и постоянная сила  $\vec{F}_2$ . Направление вектора силы  $\vec{F}_2$  определяется его разложением по единичным векторам  $\vec{i}, \vec{j}$  координатных осей  $x, y$ .

Определить величину и направление (угол  $\alpha$ ) начальной скорости  $V_{02}$  точки 2, чтобы в момент времени  $t_1$  точки 1 и 2 встретились на оси  $AS$  в точке  $C$ . Момент времени  $t_1$  задаётся в условиях задачи или определяется по дополнительным условиям встречи.

Варианты заданий представлены на рис. 4.1, 4.2. Исходные данные приведены в табл. 4.1.

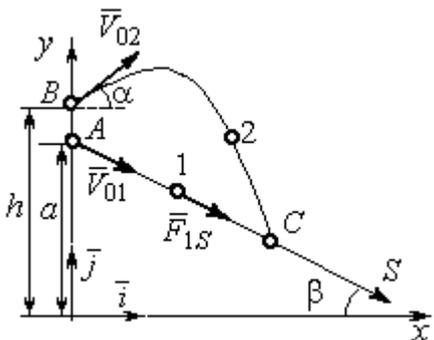
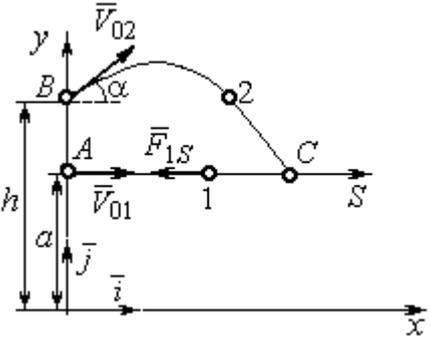
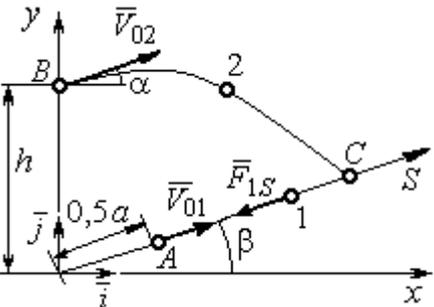
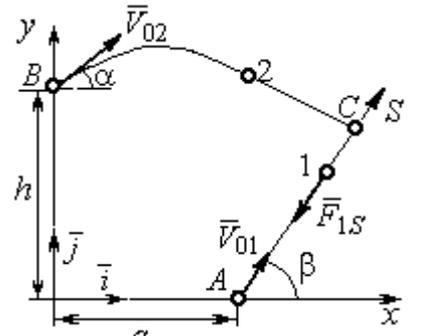
Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
 <p data-bbox="172 1070 766 1176">Встреча в точке <math>C</math> в момент, когда скорость точки 1 увеличилась в 1,5 раза относительно начальной</p>	 <p data-bbox="813 1059 1444 1131">Встреча в точке <math>C</math> в момент, когда точка 1 максимально удалилась от места старта</p>
Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
 <p data-bbox="172 1653 766 1758">Встреча в точке <math>C</math> в момент, когда скорость точки 1 уменьшилась в 2 раза относительно начальной</p>	 <p data-bbox="853 1702 1404 1780">Встреча в точке <math>C</math> в момент времени <math>t_1 = 0,5</math> с</p>

Рис. 4.1. Задание Д1. Интегрирование уравнений движения точки.  
Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

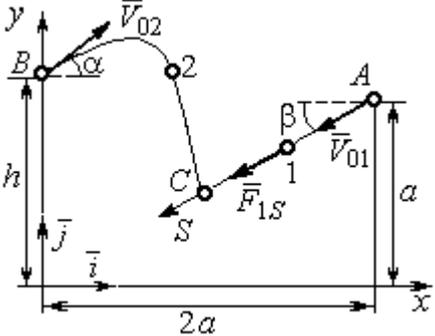
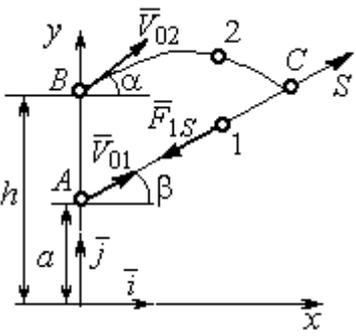
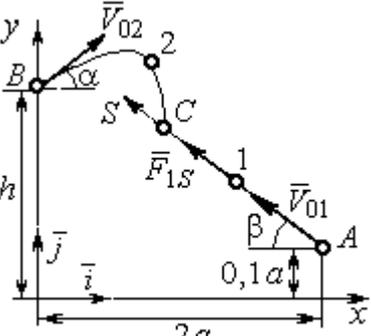
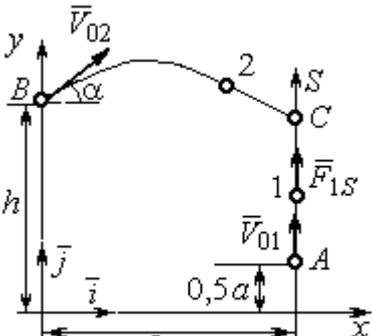
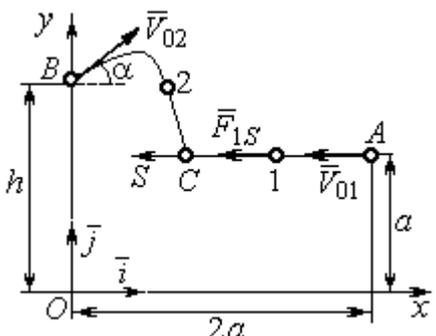
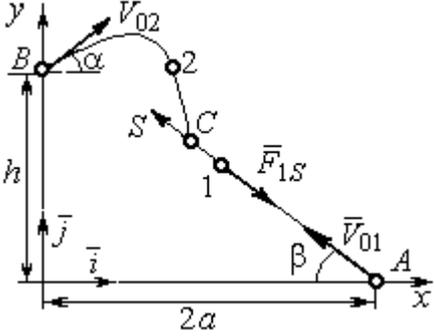
<p style="text-align: center;"><b>Варианты № 5, 15, 25</b></p>  <p>Встреча в точке <math>C</math> в момент, когда скорость точки 1 увеличилась в 1,5 раза относительно начальной</p>	<p style="text-align: center;"><b>Варианты № 6, 16, 26</b></p>  <p>Встреча в точке <math>C</math>, когда точка 1 максимально удалилась от места старта</p>
<p style="text-align: center;"><b>Варианты № 7, 17, 27</b></p>  <p>Встреча в точке <math>C</math> в момент времени <math>t_1 = 0,4</math> с</p>	<p style="text-align: center;"><b>Варианты № 8, 18, 28</b></p>  <p>Встреча в точке <math>C</math> в момент максимального подъёма точки 1</p>
<p style="text-align: center;"><b>Варианты № 9, 19, 29</b></p>  <p>Встреча в точке <math>C</math> в момент времени <math>t_1 = 0,6</math> с</p>	<p style="text-align: center;"><b>Варианты № 10, 20, 30</b></p>  <p>Встреча в точке <math>C</math> в момент, когда точка 1 достигла максимальной высоты подъёма</p>

Рис. 4.2. Задание Д1. Интегрирование уравнений движения точки.  
Номера вариантов задания 5 – 10, 15 – 20, 25 – 30

Таблица 4.1

## Исходные данные задания Д1. Интегрирование уравнений движения точки

Номер варианта задания	$m_1$ , кг	$F_{1S}$ , Н	$V_{01}$ , м/с	$\beta$ , град	$m_2$ , кг	$\vec{F}_2$ , Н	$a$ , м	$h$ , м
1	1	3	3	30	2	$7\vec{i}$	2	4
2	3	6	2	0	2	$4\vec{i}+12\vec{j}$	1,5	1
3	2	5	4	35	1,5	$10\vec{i}+4\vec{j}$	2	2,5
4	1	10	2	60	2	$4\vec{i}+8\vec{j}$	2,2	2
5	1	3	3	30	2	$5\vec{i}$	3	4,5
6	0,8	6	6	50	3	$3\vec{i}+12\vec{j}$	1,5	4
7	2	5	4,5	40	1	$10\vec{i}+2\vec{j}$	3	2,5
8	1	2	3,5	90	2	$6\vec{i}+8\vec{j}$	1,2	2
9	2	4	4	0	1	$3\vec{i}+2\vec{j}$	2	2,5
10	1	3	3	55	1,5	$4\vec{i}$	1	1,5
11	0,5	2	3	60	2	$3\vec{i}+8\vec{j}$	1,5	2,5
12	0,2	3	4	0	1	$5\vec{i}-2\vec{j}$	1	2,5
13	1	2	6	50	1,5	$6\vec{i}-4\vec{j}$	0,8	2
14	0,5	6	4	35	1	$3\vec{i}-2\vec{j}$	2,5	2
15	0,2	3	3	50	2	$2\vec{i}-2\vec{j}$	3	4
16	2	4	6	40	2	$3\vec{i}+12\vec{j}$	1	1,5
17	1	6	5	60	1,5	$5\vec{i}+4\vec{j}$	3	2,5
18	1	2	2	90	2	$4\vec{i}+4\vec{j}$	2	2
19	1	3	2	2	2	$2\vec{i}+10\vec{j}$	1	1,5
20	5	4	2	30	1	$3\vec{i}-2\vec{j}$	1,5	1,5
21	0,2	4	4	45	1	$6\vec{i}-2\vec{j}$	1	3
22	0,4	3	2	0	2	$4\vec{i}+6\vec{j}$	1,5	2,5
23	1	3	8	60	2	$4\vec{i}+2\vec{j}$	1,2	1,5
24	0,5	8	3	30	2	$6\vec{i}+7\vec{j}$	2	1,5
25	2	4	4	60	1	$2\vec{i}-2\vec{j}$	3,5	4
26	1	3	5	50	2	$4\vec{i}+6\vec{j}$	0,5	1,5
27	1,5	3	6	30	2	$4\vec{i}+4\vec{j}$	2	2,5
28	2	5	3	90	2	$6\vec{i}+7\vec{j}$	2	1,5
29	2	4	4	0	1	$5\vec{i}-2\vec{j}$	1,5	2
30	1	3	2,5	70	2	$4\vec{i}+6\vec{j}$	1	1

## Пример выполнения задания Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки

На рис. 4.3 представлена схема движения материальных точек в вертикальной плоскости  $xOy$ . Точка 1 массой  $m_1 = 2$  кг, получив в начальном положении  $A$  скорость  $V_{01} = 4$  м/с, движется вдоль гладкой оси  $AS$  с углом наклона  $\beta = 30^\circ$ . Во время движения на точку 1 действуют сила тяжести  $\vec{P}_1$  и постоянная сила  $\vec{F}_1$ , проекция которой на ось  $AS$  равна  $F_{1S} = 4,5$  Н. Направление вектора проекции силы  $\vec{F}_{1S}$  на ось  $AS$  показано на рис. 4.3.

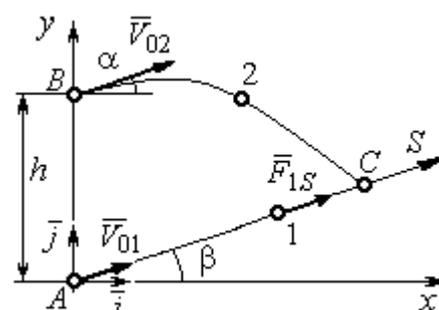


Рис. 4.3. Схема совместного движения точек

Одновременно с началом движения точки 1 из положения  $B$  на оси  $y$  высотой  $h = 1$  м начинает движение точка 2 массой  $m_2 = 1,2$  кг. На точку 2 действуют сила тяжести  $\vec{P}_2$  и сила  $\vec{F}_2$ , направление которой определяется разложением по единичным векторам  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  осей  $x$ ,  $y$  декартовой системы координат:  $\vec{F}_2 = 2,4\vec{i} + 4,5\vec{j}$ , Н. Определить величину и направление (угол  $\alpha$ ) начальной скорости  $V_{02}$  точки 2, чтобы в момент времени  $t_1$ , когда скорость точки 1 уменьшилась в 2 раза по сравнению с начальным значением, обе они встретились на оси  $AS$  в точке  $C$ .

### Решение

Рассмотрим движение точки 1. В текущий момент времени на точку 1 действует сила тяжести  $\vec{P}_1$ , нормальная реакция  $\vec{N}_1$  наклонной оси  $AS$  и сила  $\vec{F}_1$ , величина проекции которой на ось  $AS$  равна  $F_{1S}$  (рис. 4.4). Дифференциальное уравнение движения точки 1  $m_1\ddot{S} = F_{1S} - P_1\sin\beta$ , или  $m_1\frac{dV_{1S}}{dt} = 4,5 - m_1g\sin\beta$ . С учетом исходных данных, полагая ускорение свободного падения  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup>, дифференциальное уравнение движения точки 1

приводится к виду:  $\frac{dV_{1S}}{dt} = -2,66$ . Разделим переменные, представив дифференциальное уравнение в виде  $dV_{1S} = -2,66dt$ . Проинтегрировав его, получим

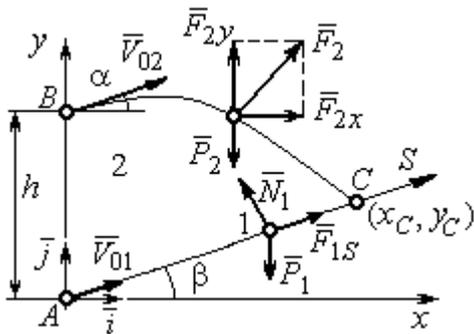


Рис. 4.4. Силы, действующие на точки 1 и 2, во время их движения

зависимость скорости точки 1 от времени:  $V_{1S} = -2,66t + C_1$ . Для того чтобы определить закон движения точки 1, представим скорость точки как производную от координаты  $V_{1S} = \frac{dS}{dt}$ . Получим дифференциальное уравнение  $\frac{dS}{dt} = -2,66t + C_1$ , проин-

тегрировав которое, найдём уравнение движения точки 1:

$S = -1,33t^2 + C_1t + C_2$ . Константы интегрирования  $C_1, C_2$  находятся из начальных условий: при  $t = 0, S = 0, \dot{S} = V_{1S} = V_{01} = 4$  м/с. Подставляя первое из условий в уравнение движения точки 1, получим  $C_2 = 0$ . Подставим начальное значение скорости в уравнение  $\dot{S} = -2,66t + C_1$ , выражающее зависимость скорости точки 1 от времени. Получим  $C_1 = 4$ . Таким образом, движение точки 1 вдоль оси  $AS$  описывается уравнением:  $S = -1,33t^2 + 4t$ .

По условию задачи встреча двух точек происходит в момент времени  $t_1$ , когда скорость первой точки уменьшилась в 2 раза по сравнению с начальной:

$V_{1S}(t_1) = \frac{V_{01}}{2} = 2$  м/с. Подставляя это условие в уравнение, выражающее зависимость скорости точки 1 от времени, получим:  $2 = -2,66t_1 + 4$ , откуда найдём момент времени встречи  $t_1 = 0,75$  с. Расстояние  $AC$ , пройденное точкой 1 до встречи, определяется как путь, пройденный этой точкой за время  $t_1 = 0,75$  с,  $AC = S(t_1) = -1,33 \cdot 0,75^2 + 4 \cdot 0,75 = 2,25$  м. Координаты точки встречи  $x_C, y_C$  определяются из равенств:  $x_C = S(t_1)\cos 30^\circ = 1,95$  м;  $y_C = S(t_1)\sin 30^\circ = 1,12$  м.

Рассмотрим движение точки 2. В текущий момент времени на нее действует сила тяжести  $\vec{P}_2$  и сила  $\vec{F}_2 = 2,4\vec{i} + 4,5\vec{j}$ , проекции которой на оси координат  $F_{2x} = 2,4$  Н,  $F_{2y} = 4,5$  Н. Дифференциальные уравнения движения точки 2 в проекциях на оси координат  $x, y$  имеют вид:

$$m_2\ddot{x} = F_{2x} = 2,4, \quad m_2\ddot{y} = -P_2 + F_{2y} = -m_2g + 4,5,$$

или после подстановки исходных данных:  $\ddot{x} = 2, \quad \ddot{y} = -6,06$ .

Представим в первом уравнении проекцию ускорения точки 2 на ось  $x$  как производную от соответствующей проекции скорости  $\ddot{x} = \frac{dV_{2x}}{dt}$ . После разделения переменных получим дифференциальное уравнение  $dV_{2x} = 2dt$ . Проинтегрируем его и найдем зависимость горизонтальной составляющей скорости точки 2 от времени:  $V_{2x} = 2t + C_3$ . Заменяем в этом уравнении проекцию скорости точки на ось  $x$  на производную от координаты  $V_{2x} = \frac{dx}{dt}$ . После интегрирования получим уравнение, описывающее движение точки 2 вдоль оси  $x$ ,  $x = t^2 + C_3t + C_4$ . Для того чтобы найти постоянные  $C_3$  и  $C_4$ , воспользуемся граничными условиями движения точки 2 – известной начальной координатой движения точки и вычисленной координатой точки встречи, то есть при  $t = 0$ ,  $x = 0$ , а при  $t_1 = 0,75$  с  $x(t_1) = x_C = 1,95$  м. Подставляя граничные условия в уравнение движения точки 2, получим  $C_4 = 0$ ,  $C_3 = 1,85$ . Таким образом, уравнение движения точки 2 вдоль оси  $x$ :  $x = t^2 + 1,85t$ .

Закон движения точки 2 вдоль оси  $y$  находим путем интегрирования второго дифференциального уравнения. Его представим в виде:  $\frac{dV_{2y}}{dt} = -6,06$ . После разделения переменных и первого интегрирования получим зависимость проекции скорости точки 2 на ось  $y$  от времени:  $V_{2y} = -6,06t + C_5$ . Заменяя проекцию скорости точки 2 на ось  $y$  производной от координаты  $V_{2y} = \frac{dy}{dt}$ , вто-

рично проинтегрируем. В результате движение точки 2 вдоль оси  $y$  описывается уравнением:  $y = -3,03t^2 + C_5t + C_6$ . Для определения констант  $C_5$  и  $C_6$  используем граничные условия: при  $t = 0$   $y(0) = h = 1$  м, а при  $t_1 = 0,75$  с  $y(t_1) = y_C = 1,12$  м. Получим  $C_6 = 1$ ,  $C_5 = 2,43$ . Таким образом, точка 2 движется вдоль оси  $y$  по закону:  $y = -3,03t^2 + 2,43t + 1$ .

Проекции скорости точки 2 на оси координат как функции времени имеют вид:  $V_{2x}(t) = \dot{x} = 2t + 1,85$ ,  $V_{2y}(t) = \dot{y} = -6,06t + 2,43$ . Значения проекций при  $t = 0$ :  $V_{02x} = V_{2x}(0) = 1,85$  м/с,  $V_{02y} = V_{2y}(0) = 2,43$  м/с. Величина начальной скорости:  $V_{02} = \sqrt{V_{02x}^2 + V_{02y}^2} = 3,05$  м/с.

Угол наклона вектора скорости в начальный момент определяется из равенства:  $\operatorname{tg}\alpha = \frac{V_{02y}}{V_{02x}} = \frac{2,43}{1,85} = 1,31$ . Откуда  $\alpha = 52,64^\circ$ .

### 4.3. Колебания материальной точки

Силы, возникающие при отклонении материальной точки от положения равновесия и направленные так, чтобы вернуть точку в это положение, называются **восстанавливающими**. Восстанавливающие силы, линейно зависящие от расстояния от точки до положения её равновесия, называются **линейными восстанавливающими силами**. Так, сила упругости пружины  $F = c\Delta\ell$ , где  $c$  – коэффициент жесткости (или просто жёсткость) пружины;  $\Delta\ell$  – удлинение пружины, является линейной восстанавливающей силой.

Дифференциальное уравнение движения материальной точки массой  $m$  вдоль оси  $Ox$  под действием линейной восстанавливающей силы, представляет собой уравнение гармонических колебаний и имеет вид:

$$m\ddot{x} + cx = 0, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2x = 0,$$

где  $x$  – отклонение точки от положения равновесия, куда поместили начало

координат;  $\omega$  – угловая частота колебаний,  $\omega^2 = \frac{c}{m}$ . Единица измерения угловой частоты – рад/с.

Решение дифференциального уравнения свободных колебаний представляется суммой  $x = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t$ , где постоянные интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  находятся из начальных условий. **Амплитуда свободных колебаний**

$A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ . Промежуток времени, в течение которого точка совершает одно полное колебание, называется **периодом колебаний**:  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ . Величина, об-

ратная периоду  $\nu = \frac{1}{T}$  определяет число полных колебаний точки за 1 с и называется **частотой колебаний**. Частота колебаний измеряется в герцах (Гц). Частота, равная 1 Гц, соответствует одному полному колебанию в секунду. Угловая частота связана с частотой колебаний соотношением  $\omega = 2\pi\nu$ .

Если на материальную точку кроме восстанавливающей силы действует сила сопротивления движению, пропорциональная скорости точки,  $\vec{R} = -\mu\vec{V}$ , где  $\mu$  – коэффициент сопротивления, то дифференциальное уравнение движения точки с сопротивлением относительно положения равновесия имеет вид

$$m\ddot{x} + \mu\dot{x} + cx = 0, \text{ или } \ddot{x} + 2n\dot{x} + \omega^2 x = 0, \text{ где } n - \text{коэффициент затухания, } n = \frac{\mu}{2m};$$

$\omega$  – угловая частота собственных колебаний точки без учёта сопротивления,  $\omega^2 = \frac{c}{m}$ .

При  $n < \omega$  движение точки представляет затухающие колебания. Общее решение дифференциального уравнения колебаний с сопротивлением  $x = e^{-nt}(C_1 \cos \omega_1 t + C_2 \sin \omega_1 t) = Ae^{-nt} \sin(\omega_1 t + \alpha)$ , где  $C_1$  и  $C_2$  – постоянные интегрирования;  $\omega_1$  – угловая частота затухающих колебаний,  $\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - n^2}$ ;

$A_1 = Ae^{-nt}$  – амплитуда затухающих колебаний,  $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ ;  $\alpha$  – начальная фаза колебаний,  $\operatorname{tg}\alpha = \frac{C_1}{C_2}$ .

При  $n > \omega$  движение точки аperiodическое, затухающее. Общее решение дифференциального уравнения движения точки с таким сопротивлением имеет вид  $x = e^{-nt}(C_1e^{\omega_2 t} + C_2e^{-\omega_2 t})$ , где  $\omega_2 = \sqrt{n^2 - \omega^2}$ .

При  $n = \omega$  движение точки происходит согласно уравнению  $x = e^{-nt}(C_1t + C_2)$ .

Если кроме восстанавливающей силы на материальную точку действует переменная возмущающая сила, колебания точки называются **вынужденными**.

При действии гармонической возмущающей силы  $F = H\sin pt$ , где  $H$ ,  $p$  – амплитуда и угловая частота колебаний возмущающей силы, дифференциальное уравнение вынужденных колебаний материальной точки относительно положения равновесия и при отсутствии сил сопротивления имеет вид

$$m\ddot{x} + cx = H\sin pt, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = h\sin pt,$$

где  $\omega$  – угловая частота собственных гармонических колебаний,  $\omega^2 = \frac{c}{m}$ ;  $h$  –

относительная амплитуда возмущающей силы,  $h = \frac{H}{m}$ .

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения вынужденных колебаний представляется как сумма общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного.

При отсутствии резонанса, когда частота собственных колебаний не совпадает с частотой возмущающей силы  $p \neq \omega$ , решение имеет вид:

$$x = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t + \frac{h}{\omega^2 - p^2} \sin pt, \text{ а в случае резонанса, когда } p = \omega, \text{ – вид:}$$

$$x = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t - \frac{ht}{2p} \cos pt. \text{ Значения произвольных постоянных } C_1 \text{ и } C_2$$

определяются из общего решения неоднородного уравнения с учетом начальных условий движения. Амплитуда собственных колебаний груза  $A_{\text{соб}} = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ . Амплитуда вынужденных колебаний при отсутствии резонанса  $A_{\text{вын}} = \frac{h}{\omega^2 - p^2}$ . При резонансе амплитуда вынужденных колебаний растет как линейная функция времени  $A_{\text{вын}} = \frac{ht}{2p}$ .

Если возмущающее воздействие заключается в **принудительном гармоническом колебании точки подвеса пружины**, например, по закону  $S = a \sin pt$ , где  $a$ ,  $p$  – амплитуда и угловая частота колебаний точки подвеса пружины, дифференциальное уравнение вынужденных колебаний материальной точки относительно положения равновесия при отсутствии сил сопротивления имеет вид  $\ddot{x} + \omega^2 x = h \sin pt$ , где  $\omega$  – угловая частота собственных гармонических колебаний,  $\omega^2 = \frac{c}{m}$ ;  $h$  – относительная амплитуда возмущающего ко-

лебания,  $h = \frac{ca}{m}$ . Общее решение неоднородного дифференциального уравнения вынужденных колебаний при принудительном гармоническом колебании точки подвеса пружины может быть получено аналогично случаю возмущения гармонической силой.

Система пружин заменяется одной с эквивалентной жесткостью. Так, колебания груза на двух параллельных пружинах с коэффициентами жесткости  $c_1$  и  $c_2$  (рис. 4.5, *a*) можно рассматривать как колебания груза на одной пружине эквивалент-

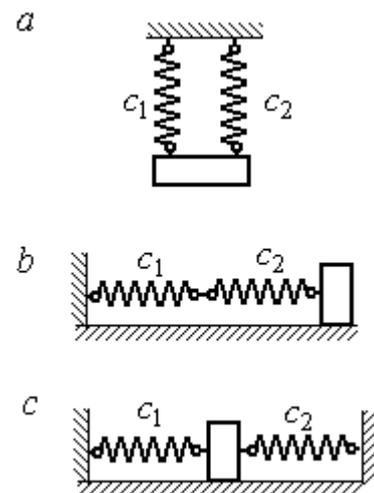


Рис. 4.5. Способы крепления груза на двух пружинах:  
*a* – две параллельные пружины;  
*b* – последовательно соединённые пружины; *c* – крепление груза между пружинами

ной жесткости  $c_{\text{экв}} = c_1 + c_2$ , где  $c_{\text{экв}}$  – коэффициент жесткости эквивалентной пружины. При последовательном соединении пружин (рис. 4.5, *b*) коэффициент жесткости эквивалентной пружины  $c_{\text{экв}} = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$ . Если груз расположен между двумя пружинами (рис. 4.5, *c*), тогда  $c_{\text{экв}} = c_1 + c_2$ . Коэффициент жесткости эквивалентной пружины равен сумме коэффициентов жесткости пружин.

#### 4.4. Задание Д2. Исследование колебаний точки

Задание Д2 на исследование колебаний точки включает две задачи.

**Задача 1.** Исследование гармонических колебаний точки.

Найти уравнение движения груза массой  $m_1$  (или одновременно двух грузов массой  $m_1$  и  $m_2$ ) на пружине жесткостью  $c_1$  (или на двух пружинах жесткостью  $c_1$  и  $c_2$ ). Расположение грузов на пружине и описание условий, при которых начались колебания, приведено на схемах. Определить амплитуду и частоту колебаний.

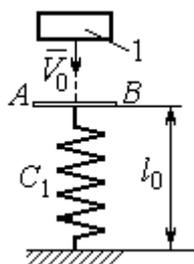
**Задача 2.** Исследование вынужденных колебаний точки.

Груз движется на пружинах, расположенных вертикально или горизонтально. При движении груза по горизонтальной поверхности трение не учитывается. Жёсткость пружин  $c_1$  и  $c_2$ . Направление возмущающего усилия  $F = F(t)$ , приложенного к грузу, или возмущающего движения точки крепления пружин  $S = S(t)$ , а также описание условий начала колебаний приведено на схемах. В задачах, где на схемах присутствует амортизатор, создающий сопротивление движению груза, сила сопротивления пропорциональна скорости движения груза и находится по формуле:  $\vec{R} = -\mu \vec{V}$  Н, где  $\mu$  – коэффициент сопротивления;  $V$  – скорость груза. Определить уравнение колебаний груза, амплитуды собственных и вынужденных колебаний.

Варианты заданий даны на рис. 4.6 – 4.9. Исходные данные в табл. 4.2.

Варианты № 1, 11, 21

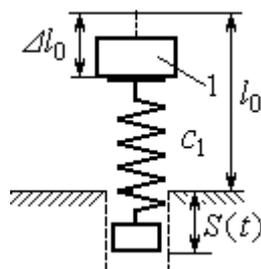
Задача 1



Невесомая пластина  $AB$  укреплена на нерастянутой пружине. Груз 1, получив начальную скорость  $V_0$ , падает вертикально вниз. Через 1 с после начала падения груз достигает пластины и продолжает движение вместе с ней

пластины и продолжает движение вместе с ней

Задача 2

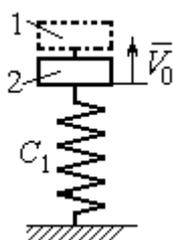


К верхнему концу пружины, сжатой на величину  $\Delta l_0$ , прикрепляют груз 1 и отпускают без начальной скорости. Одновременно нижний конец пружины начинает двигаться по закону  $S = S(t)$

начинает двигаться по закону  $S = S(t)$

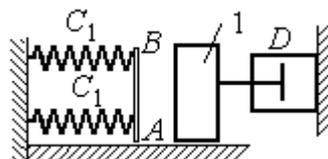
Варианты № 2, 12, 22

Задача 1



В положении статического равновесия двух грузов (1 и 2), установленных на пружине, груз 1 убрали, а грузу 2 сообщили скорость  $V_0$ , направленную вверх

Задача 2

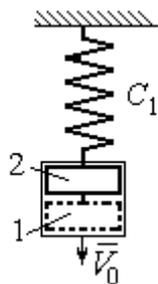


Груз 1 движется по гладкой горизонтальной поверхности с начальной скоростью  $V_0$ . Через 1 с груз упирается в площадку  $AB$ , укрепленную на недеформированных пружинах, соединённых параллельно, и продолжает движение вместе с ней. Во время движения (до упора в площадку  $AB$  и вместе с ней) груз испытывает сопротивление, создаваемое демпфером  $D$

Через 1 с груз упирается в площадку  $AB$ , укрепленную на недеформированных пружинах, соединённых параллельно, и продолжает движение вместе с ней. Во время движения (до упора в площадку  $AB$  и вместе с ней) груз испытывает сопротивление, создаваемое демпфером  $D$

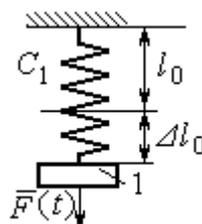
Варианты № 3, 13, 23

Задача 1



В положении статического равновесия груза 2, укрепленного на пружине, к нему присоединили груз 1 и оба груза толкнули вниз со скоростью  $V_0$

Задача 2



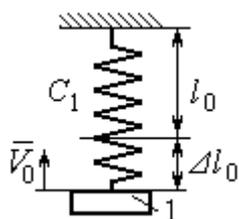
Недеформированную пружину оттянули вниз на расстояние  $\Delta l_0$ , подцепили груз 1 и отпустили без начальной скорости. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила  $\vec{F}(t)$

возмущающая сила  $\vec{F}(t)$

Рис. 4.6. Задание Д2. Исследование колебаний точки. Варианты задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

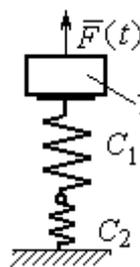
Варианты № 4, 14, 24

Задача 1



К недеформированной пружине подцепили груз 1, оттянули его вниз на расстояние  $\Delta l_0$  и сообщили скорость  $V_0$ , направленную вверх

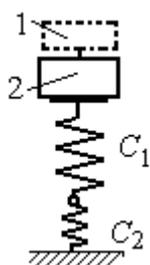
Задача 2



Грузу 1, укрепленному на двух последовательно соединённых пружинах в положении статического равновесия, сообщили начальную скорость  $V_0$ , направленную вниз. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила  $\vec{F}(t)$

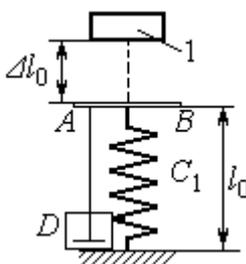
Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



В положении статического равновесия грузов 1 и 2, укрепленных на двух вертикальных последовательно соединённых пружинах, убрали груз 1, а груз 2 отпустили без начальной скорости

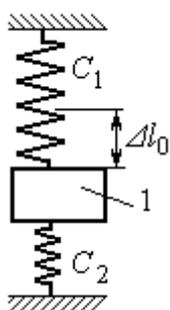
Задача 2



Груз 1 падает с высоты  $\Delta l_0$  на площадку  $AB$ , установленную на недеформированной пружине, и продолжает движение вместе с ней. Демпфер  $D$  создаёт сопротивление движению груза на пружине

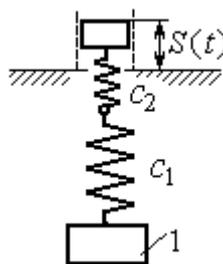
Варианты № 6, 16, 26

Задача 1



Груз 1 поместили между двумя недеформированными пружинами, затем оттянули вниз на расстояние  $\Delta l_0$  и отпустили без начальной скорости

Задача 2

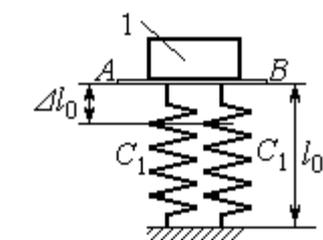


К недеформированным пружинам, соединённым последовательно, подцепили груз 1 и толкнули его вниз со скоростью  $V_0$ . Одновременно верхний конец пружины начинает двигаться по закону  $S = S(t)$

Рис. 4.7. Задание Д2. Исследование колебаний точки.  
Варианты задания 4 – 6, 14 – 16, 24 – 26

Варианты № 7, 17, 27

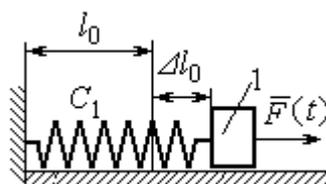
Задача 1



К недеформированным пружинам приложили груз 1, переместили его вниз на величину  $\Delta l_0$  и сообщили скорость  $V_0$ , направленную вниз

К недеформированным пружинам приложили груз 1, переместили его вниз на величину  $\Delta l_0$  и сообщили скорость  $V_0$ , направленную вниз

Задача 2

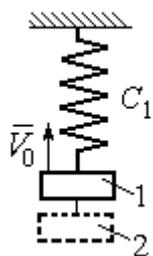


К нерастянутой пружине, расположенной на горизонтальной гладкой поверхности, подцепили груз 1, оттянули его на расстояние  $\Delta l_0$  и отпустили. Одновременно на груз стала действовать горизонтальная возмущающая сила  $\vec{F}(t)$

К нерастянутой пружине, расположенной на горизонтальной гладкой поверхности, подцепили груз 1, оттянули его на расстояние  $\Delta l_0$  и отпустили. Одновременно на груз стала действовать горизонтальная возмущающая сила  $\vec{F}(t)$

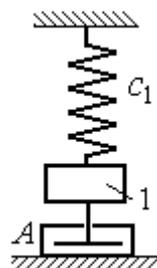
Варианты № 8, 18, 28

Задача 1



Грузы 1 и 2 находятся на пружине в положении статического равновесия. Груз 2 удаляют, а грузу 1 сообщают скорость  $V_0$ , направленную вверх

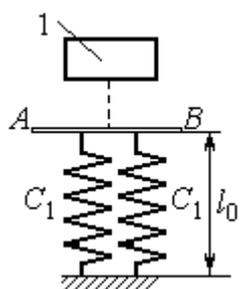
Задача 2



В положении статического равновесия груза 1 ему сообщили скорость  $V_0$ , направленную вниз. Демпфер  $A$  создаёт сопротивление движению груза

Варианты № 9, 19, 29

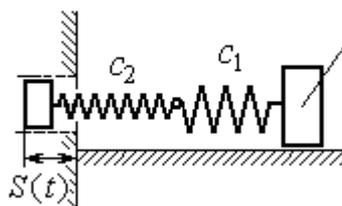
Задача 1



Груз 1 без начальной скорости падает вниз. Пройдя путь 1 м, груз достигает невесомой пластины  $AB$ , укрепленной на недеформированных, параллельно соединённых пружинах, и дальше движется вместе с ней

Груз 1 без начальной скорости падает вниз. Пройдя путь 1 м, груз достигает невесомой пластины  $AB$ , укрепленной на недеформированных, параллельно соединённых пружинах, и дальше движется вместе с ней

Задача 2



К двум горизонтальным пружинам, соединённым последовательно, в положении их нерастянутого состояния прицепили груз 1 и сообщили ему горизонтальную скорость  $V_0$ , направленную в сторону сжатия пружин. Одновременно левый конец пружинной системы начинает двигаться по закону  $S = S(t)$

К двум горизонтальным пружинам, соединённым последовательно, в положении их нерастянутого состояния прицепили груз 1 и сообщили ему горизонтальную скорость  $V_0$ , направленную в сторону сжатия пружин. Одновременно левый конец пружинной системы начинает двигаться по закону  $S = S(t)$

Рис. 4.8. Задание Д2. Исследование колебаний точки. Варианты задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

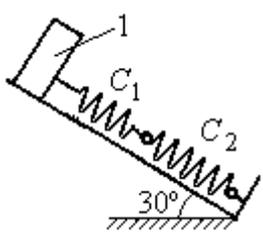
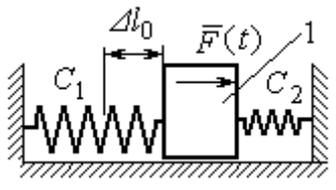
Варианты № 10, 20, 30	
<p>Задача 1</p>  <p>В положении статического равновесия груза 1, укрепленного на двух последовательно соединенных пружинах, сообщили скорость <math>V_0</math>, направленную вниз по наклонной плоскости</p>	<p>Задача 2</p>  <p>Между двумя горизонтальными недеформированными пружинами на гладкую поверхность поместили груз 1, оттянули его влево на расстояние <math>\Delta l_0</math> и отпустили без начальной скорости. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила <math>\vec{F}(t)</math></p>

Рис. 4.9. Задание Д2. Исследование колебаний точки.  
Варианты задания 10, 20, 30

Таблица 4.2

## Исходные данные задания Д2. Исследование колебаний точки

Номер варианта задания	Номер задачи	$m_1$ , кг	$m_2$ , кг	$V_0$ , м/с	$c_1$ , Н/м	$c_2$ , Н/м	$\Delta l_0$ , м	$\mu$ , Н·с/м	$F(t)$ , Н	$S(t)$ , м
1	1	2,5	—	2,0	200	—	—	—	—	—
	2	2,0	—	—	210	—	0,1	—	—	$0,02\sin 12t$
2	1	1,5	2,0	4	250	—	—	—	—	—
	2	2,0	—	4	220	—	—	1,0	—	—
3	1	2,0	1,5	3	250	—	—	—	—	—
	2	1,2	—	—	200	—	0,14	—	$12\sin 5t$	—
4	1	2,0	—	3	180	—	0,1	—	—	—
	2	1,5	—	2	150	120	—	—	$8\sin 12t$	—
5	1	1,0	2,0	—	120	100	—	—	—	—
	2	1,0	—	—	50	—	0,5	18	—	—
6	1	1,2	—	—	120	180	0,12	—	—	—
	2	1,4	—	2,4	120	180	—	—	—	$0,03\sin 14t$
7	1	1,6	—	3,2	140	—	0,15	—	—	—
	2	1,5	—	—	120	—	0,12	—	$12\sin 6t$	—
8	1	1,0	2,0	3,0	150	—	—	—	—	—
	2	2,0	—	3,5	120	—	—	15	—	—

Продолжение табл. 4.2

Номер варианта задания	Номер задачи	$m_1$ , КГ	$m_2$ , КГ	$V_0$ , М/С	$c_1$ , Н/М	$c_2$ , Н/М	$\Delta\ell_0$ , М	$\mu$ , Н·С/М	$F(t)$ , Н	$S(t)$ , М
<b>9</b>	1	1,5	–	–	100	–	–	–	–	–
	2	1,4	–	2,0	100	110	–	–	–	$0,015\sin 8t$
<b>10</b>	1	2,5	–	2,5	110	100	–	–	–	–
	2	2,0	–	–	110	52	0,08	–	$5\sin 9t$	–
<b>11</b>	1	2,0	–	4,0	300	–	–	–	–	–
	2	1,0	–	–	200	–	0,12	–	–	$0,01\sin 4t$
<b>12</b>	1	1,8	2,4	4	220	–	–	–	–	–
	2	1,0	–	5	240	–	–	0,6	–	–
<b>13</b>	1	1,5	1,5	2	200	–	–	–	–	–
	2	1,8	–	–	180	–	0,08	–	$10\sin 10t$	–
<b>14</b>	1	2,0	–	2	200	–	0,12	–	–	–
	2	2,0	–	2	150	120	–	–	$10\sin 8t$	–
<b>15</b>	1	1,5	2,0	–	120	250	–	–	–	–
	2	1,5	–	–	120	–	0,4	4	–	–
<b>16</b>	1	2,0	–	–	150	75	0,1	–	–	–
	2	2,0	–	2,5	150	75	–	–	–	$0,01\sin 5t$
<b>17</b>	1	1,5	–	2,1	160	–	0,11	–	–	–
	2	1,8	–	–	150	–	0,1	–	$8\sin 12t$	–
<b>18</b>	1	2,0	1,0	2,5	80	–	–	–	–	–
	2	1,5	–	2,5	50	–	–	21	–	–
<b>19</b>	1	1,6	–	–	120	–	–	–	–	–
	2	1,2	–	2,0	85	120	–	–	–	$0,015\sin 7t$
<b>20</b>	1	2,0	–	2,0	90	100	–	–	–	–
	2	2,5	–	–	100	90	0,12	–	$6\sin 10t$	–
<b>21</b>	1	2,0	–	1,6	220	–	–	–	–	–
	2	2,5	–	–	250	–	0,14	–	–	$0,01\sin 10t$
<b>22</b>	1	2,2	1,5	3	180	–	–	–	–	–
	2	1,5	–	4	280	–	–	0,8	–	–
<b>23</b>	1	2,2	1,2	2	220	–	–	–	–	–
	2	1,6	–	–	200	–	0,12	–	$5\sin 7t$	–

Номер варианта задания	Номер задачи	$m_1$ , кг	$m_2$ , кг	$V_0$ , м/с	$c_1$ , Н/м	$c_2$ , Н/м	$\Delta\ell_0$ , м	$\mu$ , Н·с/м	$F(t)$ , Н	$S(t)$ , м
24	1	1,6	—	2,4	160	—	0,13	—	—	—
	2	1,0	—	3	150	300	—	—	$6\sin 10t$	—
25	1	0,8	1,2	—	120	80	—	—	—	—
	2	0,8	—	—	180	—	0,4	12	—	—
26	1	1,4	—	—	100	120	0,15	—	—	—
	2	1,8	—	2,2	150	120	—	—	—	$0,015\sin 8t$
27	1	2	—	4,0	150	—	0,12	—	—	—
	2	2	—	—	162	—	0,13	—	$5\sin 9t$	—
28	1	1,5	2,0	2,0	140	—	—	—	—	—
	2	1,5	—	3,1	180	—	—	12	—	—
29	1	1,0	—	—	140	—	—	—	—	—
	2	2,0	—	2,4	75	150	—	—	—	$0,08\sin 5t$
30	1	1,6	—	3	75	150	—	—	—	—
	2	1,5	—	3	80	70	0,15	—	$8\sin 10t$	—

### Пример выполнения задания Д2. Исследование колебаний точки

**Задача 1.** Груз 1 весом  $P = 20$  Н, лежащий на гладкой наклонной плоскости,

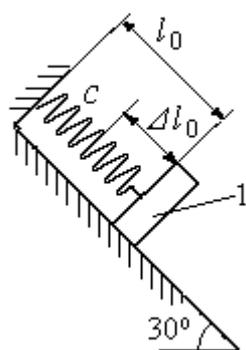


Рис. 4.10. Схема крепления груза и условия начала колебаний

прикреплён к недеформированной пружине, расположенной параллельно плоскости (рис. 4.10). Угол наклона плоскости к горизонту  $30^\circ$ , коэффициент жесткости пружины  $c = 400$  Н/м. В начальный момент груз переместили вверх по наклонной плоскости (сжали пружину) на расстояние  $\Delta\ell_0 = 0,1$  м относительно нерастянутой пружины и отпустили без начальной скорости.

Определить уравнение колебаний груза 1, а также частоту и амплитуду колебаний.

### Решение

Расчетная схема колебаний груза 1 показана на рис. 4.11. Направим ось  $Ox$ , вдоль которой происходят колебания груза, вниз вдоль наклонной плоскости. Начало отсчёта координаты  $x$  выберем в положении статического равновесия груза (см. рис. 4.11). В произвольном положении груза, обозначенном координатой  $x$ , к нему приложены три силы: сила тяжести  $\vec{P}$ , реакция опоры наклонной плоскости  $\vec{N}$  и сила упругости пружины  $\vec{F}_{\text{упр}}$ . Проекция силы упругости пружины на ось  $Ox$ :  $F_{\text{упр},x} = -c\Delta\ell$ , где  $\Delta\ell$  – удлинение пружины относительно её нерастянутого положения, включающее её растяжение  $x$  относительно выбранного начала координат и растяжение  $\lambda_{\text{ст}}$  при статическом равновесии груза на наклонной плоскости.

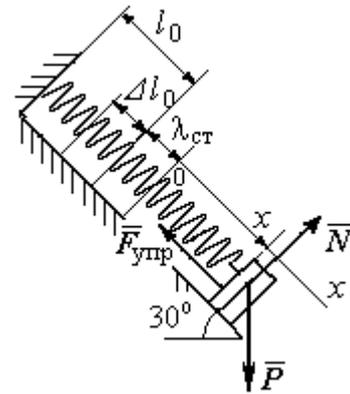


Рис. 4.11. Расчётная схема колебаний груза

С учетом выражения силы упругости получим дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось  $Ox$ :

$$m\ddot{x} = P\sin 30^\circ - c(x + \lambda_{\text{ст}}).$$

В положении статического равновесия сила упругости уравновешивается силой, равной проекции силы тяжести на ось  $x$ :  $P\sin 30^\circ - c\lambda_{\text{ст}} = 0$ . Подставляя это выражение условия статического равновесия груза в уравнение движения, получим дифференциальное уравнение колебаний груза:

$$m\ddot{x} = -cx, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = 0,$$

где  $\omega$  – угловая частота колебаний;  $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}} = 14,01 \text{ рад/с}$ .

Общее решение уравнения колебаний  $x = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t$ .

Для определения произвольных постоянных  $C_1$  и  $C_2$  вычислим координату  $x_0$  начального положения груза на оси  $Ox$ .

Растяжение пружины в положении статического равновесия

$$\lambda_{\text{ст}} = \frac{P \sin 30^\circ}{c} = 0,025 \text{ м.}$$

Координата начального положения груза определяется величиной сжатия пружины и, поскольку начало отсчёта координаты  $x$  выбрано в положении статического равновесия груза, равна (со знаком!):  $x_0 = -(\Delta \ell_0 + \lambda_{\text{ст}}) = -0,125 \text{ м}$  (см. рис. 4.11).

Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения колебаний при  $t = 0$ , получим  $C_1 = -0,125 \text{ м}$ . Для определения второй константы вычислим скорость груза в произвольный момент времени:  $\dot{x} = -C_1 \omega \sin \omega t + C_2 \omega \cos \omega t$ . Подставим сюда начальное значение скорости груза при  $t = 0$   $\dot{x} = V_0 = 0$ , получим  $C_2 = 0$ . Окончательно уравнение движения груза 1 относительно положения статического растяжения пружины:

$$x(t) = -0,125 \cos 14,01 t \text{ м.}$$

Амплитуда колебаний груза  $A = 0,125 \text{ м}$ .

**Задача 2.** Груз 1 весом  $P = 20 \text{ Н}$  подвешен на недеформированной вертикальной пружине (рис. 4.12). Жесткость пружины  $c = 800 \text{ Н/м}$ . В начальный

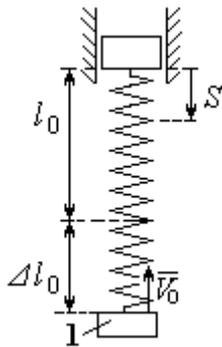


Рис. 4.12. Схема крепления груза и условия начала колебаний

момент груз был оттянут вниз в положение, при котором пружина растянулась на расстояние  $\Delta \ell_0 = 0,1 \text{ м}$ , и в этом положении ему сообщена начальная скорость  $V_0 = 2 \text{ м/с}$ , направленная вверх.

Одновременно с началом движения груза верхний конец пружины стал совершать гармонические колебания по закону

$$S = a \sin 10 t, \text{ где } a = 0,02 \text{ м.}$$

Определить уравнение колебаний груза 1, а также частоту и амплитуду собственных колебаний.

### Решение

Расчетная схема колебаний груза 1 показана на рис. 4.13. Направим ось  $Ox$ , вдоль которой происходят колебания груза, вертикально вниз. Начало отсчёта координаты  $x$  выберем в положении статического равновесия груза (см. рис. 4.13,  $c, d$ ). В произвольном положении груза, обозначенном координатой  $x$ ,

к нему приложены две силы: сила тяжести  $\vec{P}$  и сила упругости пружины  $\vec{F}_{\text{упр}}$ .

Проекция силы упругости пружины на ось  $Ox$

$$F_{\text{упр}x} = -c\Delta\ell = -c(x + \lambda_{\text{ст}} - S),$$

где  $\Delta\ell$  – удлинение пружины, включающее её растяжение  $x$  относительно начала координат, растяжение  $\lambda_{\text{ст}}$  при статическом равновесии груза и уменьшение растяжения при смещении верхнего конца,  $\Delta\ell = (x + \lambda_{\text{ст}} - S)$ .

С учетом выражения силы упругости получим дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось  $Ox$ :

$$m\ddot{x} = P - c(x + \lambda_{\text{ст}} - S).$$

В положении статического равновесия выполняется условие равенства сил:  $P - c\lambda_{\text{ст}} = 0$ .

После подстановки его в уравнение движения груза получаем дифференциальное уравнение вынужденных колебаний:

$$m\ddot{x} = -cx + cS, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = h \sin pt,$$

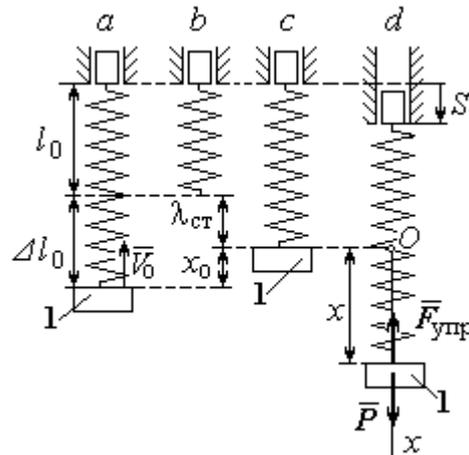


Рис. 4.13. Расчётная схема вынужденных колебаний груза:  $a$  – положение груза на начало колебаний;  $b$  – недеформированная пружина;  $c$  – статическое растяжение пружины под действием веса груза;  $d$  – положение груза в произвольный момент времени и перемещение точки подвеса пружины

где  $\omega$  – угловая частота собственных колебаний,  $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$ ,  $\omega = 19,81$  рад/с;

$h$  – относительная амплитуда вынужденных колебаний,  $h = \frac{ca}{m} = 7,85$  м/с<sup>2</sup>;

$p$  – угловая частота вынужденных колебаний,  $p = 10$  рад/с.

При отсутствии резонанса (здесь  $\omega \neq p$ ) общее решение уравнения вынужденных колебаний имеет вид  $x = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t + \frac{h}{\omega^2 - p^2} \sin pt$ .

Для определения произвольных постоянных  $C_1$  и  $C_2$  вычислим координату  $x_0$  начального положения груза на оси  $Ox$ . Координата начального положения груза (см. рис. 4.13, *b*)  $x_0 = \Delta \ell_0 - \lambda_{ст}$ . Растяжение пружины в положении статического равновесия  $\lambda_{ст} = \frac{P}{c} = 0,02$  м, тогда  $x_0 = 0,08$  м. Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения вынужденных колебаний при  $t = 0$ , получим:  $C_1 = x_0 = 0,08$  м.

Для определения второй константы вычислим скорость груза в произвольный момент времени:  $\dot{x} = -C_1 \omega \sin \omega t + C_2 \omega \cos \omega t + \frac{hp}{\omega^2 - p^2} \cos pt$ . Проекция скорости груза в начальный момент на ось  $Ox$   $V_{0x} = -V_0$ . Подставив начальное значение скорости груза при  $t = 0$   $\dot{x} = V_{0x} = -V_0$ , получим:

$C_2 = -\frac{V_0}{\omega} - \frac{hp}{\omega(\omega^2 - p^2)} = -0,11$  м. Окончательно уравнение движения груза 1 относительно положения статического равновесия, м.

$$x(t) = 0,08 \cos 19,82t - 0,11 \sin 19,82t - 0,03 \sin 10t.$$

Амплитуда вынужденных колебаний  $A_{вын} = \frac{h}{\omega^2 - p^2} = 0,03$  м. Амплиту-

да собственных колебаний груза  $A_{соб} = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} = 0,14$  м.

## 4.5. Теорема об изменении кинетической энергии точки

**Работой**  $A(\vec{F})$  силы  $\vec{F}$ , постоянной по модулю и направлению, на конечном прямолинейном перемещении  $S_1$  точки приложения силы называется величина  $A(\vec{F}) = FS_1 \cos \alpha$ . Если угол  $\alpha$  острый, работа силы положительна. Если угол  $\alpha$  тупой, – отрицательна. При  $\alpha = 90^\circ$  сила перпендикулярна перемещению точки и работа силы равна нулю.

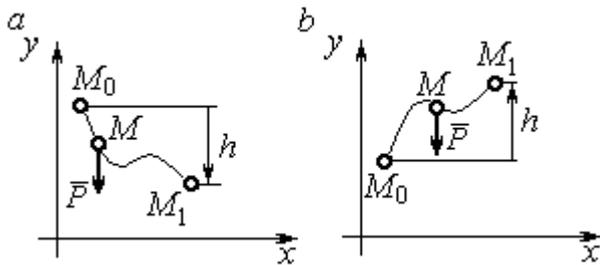


Рис. 4.14. Схема для вычисления работы силы тяжести:  
 а – перемещение точки сверху вниз;  
 б – перемещение точки снизу вверх

**Работа силы тяжести** материальной точки (вертикальной силы) при перемещении точки из положения  $M_0$  в положение  $M_1$  равна произведению модуля силы тяжести на вертикальное перемещение точки

$$A_{(M_0M_1)} = \pm Ph, \text{ где } P \text{ – величина си-}$$

лы тяжести точки;  $h$  – величина вертикального перемещения точки (рис. 4.14). Работа силы тяжести положительная, если начальная точка движения выше конечной, и отрицательная, – если ниже.

**Работа силы упругости пружины** на прямолинейном перемещении вдоль линии действия силы из положения недеформированной пружины на расстояние  $h$  определяется формулой  $A(F_{\text{упр}}) = -\frac{ch^2}{2}$ , где  $c$  – коэффициент жесткости (или просто жёсткость) пружины.

**Кинетической энергией материальной точки** называется скалярная величина  $T = \frac{1}{2}mV^2$ , где  $m$  – масса точки;  $V$  – её скорость. **Теорема об изменении кинетической энергии точки** заключается в том, что изменение кинетической энергии точки за конечный промежуток времени равно алгебраической

сумме работ всех действующих на неё сил:  $\frac{mV_1^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = \sum A_{(M_0M_1)}$ , где  $V_0$ ,

$V_1$  – скорость точки в начальном положении  $M_0$  и в положении  $M_1$ ;  
 $\sum A_{(M_0M_1)}$  – сумма работ всех сил, действующих на точку, при её перемещении из положения  $M_0$  в положение  $M_1$ .

При несвободном движении точки сумма работ сил включает работу реакций связи. Если движение происходит без трения по неподвижной гладкой поверхности, то реакция связи направлена по нормали к поверхности и её работа при любом перемещении точки равна нулю.

Для определения реакций связи при несвободном движении точки используются уравнения движения точки в проекциях на оси естественной системы координат – касательную и нормальную:  $m \frac{dV}{dt} = \sum F_\tau$ ,  $m \frac{V^2}{\rho} = \sum F_n$ , где  $\sum F_\tau$ ,  $\sum F_n$  – суммы проекций сил на касательную и нормальную оси естественной системы координат;  $\rho$  – радиус кривизны траектории точки.

#### **4.6. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии**

Тонкий стержень с надетым на него шариком массой  $m$  расположен в вертикальной плоскости и состоит из дуг окружностей радиусами  $r$  и  $R = 2r$ , соединённых прямолинейным отрезком  $EK$ , сопряжённым с дугами окружностей в точках  $E$  и  $K$ . В этих точках шарик переходит с одного участка стержня на другой, не изменяя величины и направления скорости. Длина отрезка  $EK = a$ .

В точке  $A$ , положение которой на дуге окружности определяется углом  $\alpha$ , шариком сообщают начальную скорость  $V_0$ . По дугам окружностей шарик скользит без трения, а при движении по прямолинейному отрезку  $EK$  на него действует постоянная сила трения с коэффициентом трения  $f$ . На участках с вертикальным отрезком  $EK$  считать, что шарик прижимается к стержню силой, равной половине веса шарика.

Достигнув на дуге окружности точки  $D$ , шарик упирается в недеформированную пружину жёсткостью  $c$  и, продолжая движение по сопряженной прямой, сжимает её. Положение точки  $D$  определяется углом  $\varphi$ .

Определить величину максимального сжатия пружины, если шарик проходит наивысшее положение траектории – точку  $B$  со скоростью  $V_B = kV_0$ . При найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке  $C$ , положение которой на дуге определяется углом  $\beta$ .

Варианты заданий приведены на рис. 4.15, 4.16. Исходные данные задания в табл. 4.3.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22	Варианты № 3, 13, 23
Варианты № 4, 14, 24	Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26

Рис. 4.15. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии.

Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

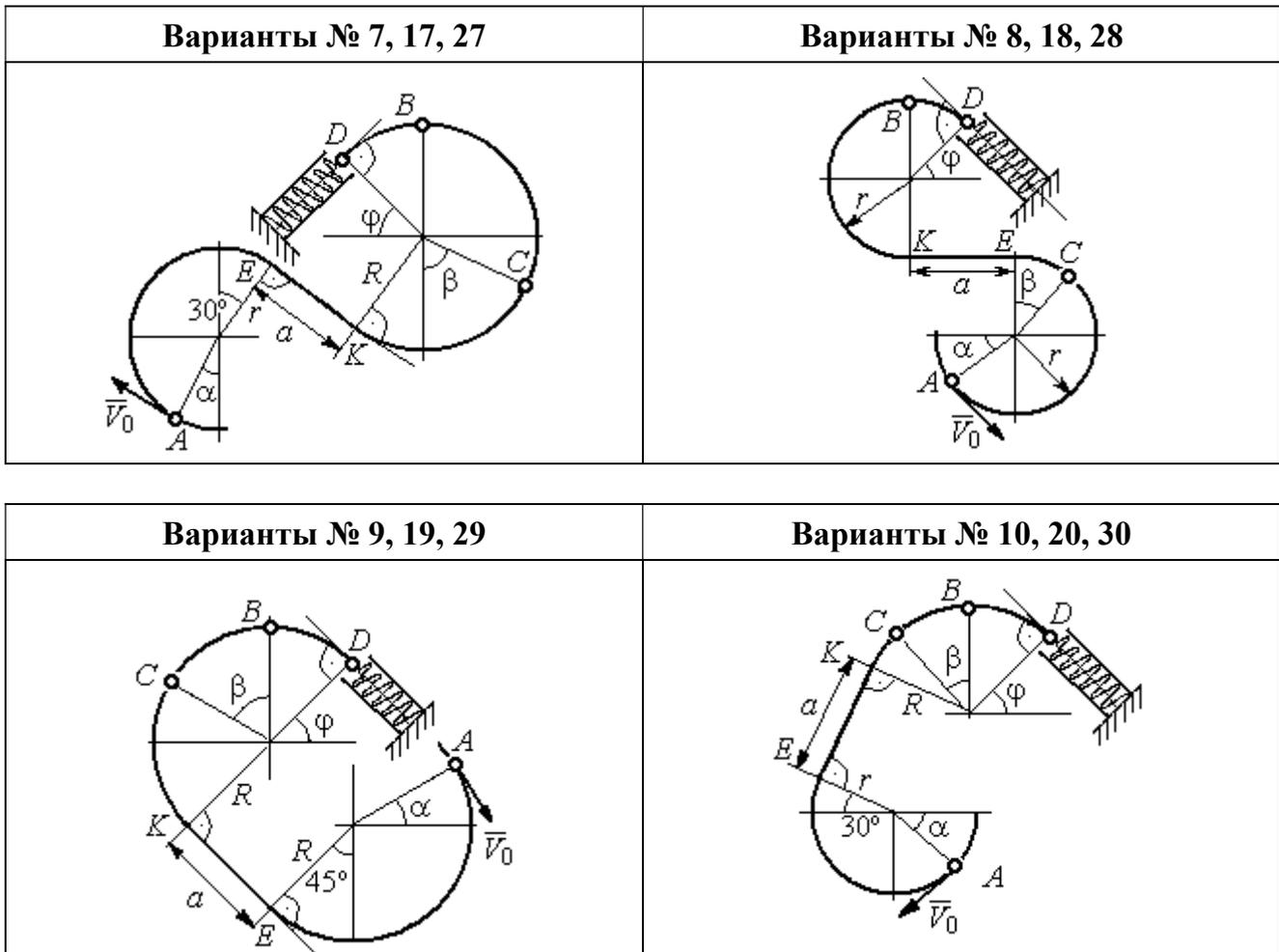


Рис. 4.16. Задание ДЗ. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии.

Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 4.3

**Исходные данные задания ДЗ. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии**

Номер варианта задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$m$ , кг	0,8	0,5	0,6	0,4	1,0	0,6	0,9	0,5	0,3	0,4	0,8	0,6	0,5	0,3	1,0
$\alpha$ , град	30	45	0	30	30	0	0	45	30	0	60	30	30	45	60
$\beta$ , град	60	30	60	0	60	30	60	60	30	45	30	60	60	30	30
$\varphi$ , град	0	60	30	0	0	30	45	0	30	45	30	30	0	30	45
$r$ , м	0,4	0,4	0,5	0,3	0,6	0,5	0,3	0,6	0,4	0,5	0,3	0,5	0,4	0,5	0,8
$a$ , м	0,5	0,6	0,9	1,4	0,8	1,2	0,5	0,5	1,4	0,5	0,8	0,5	0,8	0,6	0,6
$f$	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,5	0,3	0,4	0,3	0,4	0,5	0,3	0,4	0,3
$k$	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3	0,4
$c$ , Н/м	100	80	90	80	120	100	90	80	60	80	90	60	80	60	110

Номер варианта задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$m$ , кг	0,6	0,5	0,6	0,4	0,8	0,5	0,4	1,0	0,6	0,5	0,4	0,8	0,4	0,6	0,8
$\alpha$ , град	60	30	0	45	60	90	90	60	60	90	30	60	60	45	90
$\beta$ , град	60	30	45	90	60	45	90	60	60	30	30	60	60	0	60
$\varphi$ , град	45	60	60	60	30	90	0	90	45	60	60	90	30	60	0
$r$ , м	0,6	0,4	0,8	0,5	0,6	0,6	0,6	0,4	0,6	0,8	0,4	0,4	0,8	0,6	0,4
$a$ , м	0,4	1,2	0,9	1,2	1,2	0,9	0,6	1,5	1,4	0,8	1,2	0,9	0,6	0,8	0,5
$f$	0,3	0,4	0,4	0,5	0,3	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4
$k$	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,3
$c$ , Н/м	80	60	90	60	100	90	80	110	80	60	60	80	60	80	100

### Пример выполнения задания Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Тонкий стержень, расположенный в вертикальной плоскости, состоит из двух дуг окружностей, сопряженных в точках  $E$  и  $K$  с прямолинейным отрезком  $EK$  длиной  $a = 0,6$  м (рис. 4.17). Радиусы окружностей  $R = 1$  м и  $r = 0,5$  м.

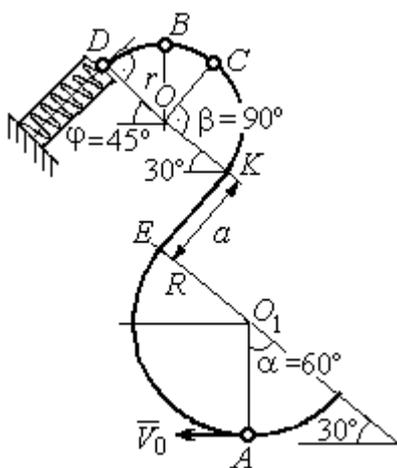


Рис. 4.17. Схема движения шарика

Диаметры дуг окружностей, проведённые в точках  $E$  и  $K$ , составляют с горизонтом угол  $30^\circ$ . На стержень надет шарик массой  $m = 0,5$  кг. В точке  $A$ , положение которой на дуге радиуса  $R$  определяется углом  $\alpha = 60^\circ$  (см. рис. 4.17), шарик сообщают начальную скорость  $V_0$ , после чего он начинает движение. По дугам окружностей шарик скользит без трения. При движении по прямой  $EK$  на него действует постоянная сила трения с коэффициентом трения  $f = 0,2$ . До-

стигнув точки  $D$  на верхней дуге, шарик упирается в пружину жесткостью  $c = 100$  Н/м и, двигаясь по сопряжённой прямой без трения, сжимает её. Найти величину максимального сжатия пружины, если наивысшее положение на траектории (точку  $B$ ) шарик проходит со скоростью  $V_B = kV_0$  при  $k = 0,3$ . При

найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке  $C$ , положение которой на дуге определяется углом  $\beta = 90^\circ$ .

### Решение

Рассмотрим движение шарика по стержню из начального положения  $A$  в наивысшее положение – точку  $B$ .

При движении шарика по дугам окружностей работу совершает только сила тяжести. Реакция гладкой поверхности стержня в любой момент времени перпендикулярна поверхности стержня, и потому её работа при перемещении шарика равна нулю.

На участке движения шарика по прямой  $EK$  на него действуют сила тяжести  $\vec{P}$ , нормальная реакция опоры  $\vec{N}_{EK}$  и сила трения  $\vec{F}_{тр}$  (рис. 4.18,  $b$ ). Ра-

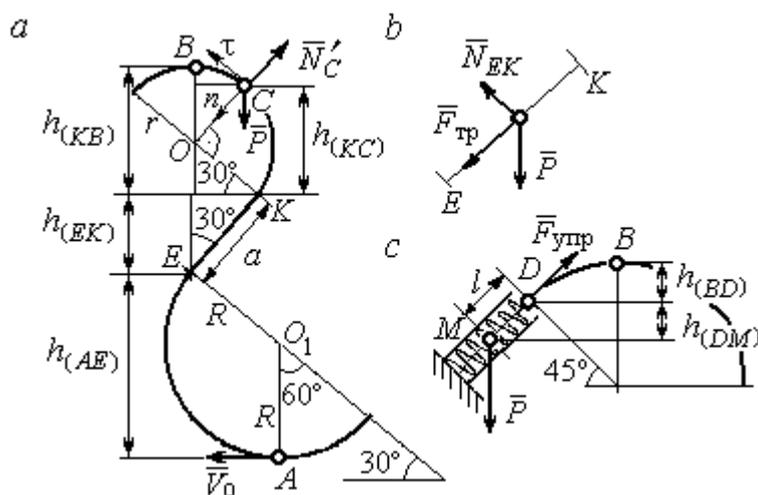


Рис. 4.18. Силы, действующие на шарик во время движения и перепады высот

боту совершают сила тяжести и сила трения. Работа реакции опоры стержня равна нулю.

Обозначим  $h_{(AB)}$  – перепад высот точек  $A$  и  $B$  на траектории;  $V_A$  – начальная скорость шарика в точке  $A$ ,  $V_A = V_0$ ;  $V_B$  – его скорость в точке  $B$ ,  $V_B = 0,3 V_0$ .

Для вычисления перепада высот точек  $A$  и  $B$  имеем выражение (рис. 4.18,  $a$ ):

$$h_{(AB)} = h_{(AE)} + h_{(EK)} + h_{(KB)} = R(1 + \sin 30^\circ) + a \cos 30^\circ + r(1 + \sin 30^\circ).$$

Будем считать шарик материальной точкой. Применяя теорему об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из положения  $A$  в

положение  $B$ , получим:  $\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = A(\vec{P}) + A(\vec{F}_{тр})$ , где  $A(\vec{P}) = -Ph_{(AB)}$ ,

$A(\vec{F}_{\text{тр}}) = -F_{\text{тр}}a$  – работы, соответственно, силы тяжести на участке движения  $AB$  и силы трения на отрезке  $EK$ . Сила трения равна  $F_{\text{тр}} = f \cdot N_{EK} = f \cdot mg \cos 60^\circ$  (рис. 4.18,  $a, b$ ).

В результате, теорема об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из начального положения  $A$  в конечное положение  $B$  принимает вид:  $\frac{m(0,3V_0)^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = -mg[(R+r)(1 + \sin 30^\circ) + a(\cos 30^\circ + f \cdot \cos 60^\circ)]$ .

После подстановки данных задачи, получим:  $0,91V_0^2 = 55,517$ , откуда находим необходимое значение начальной скорости шарика:  $V_0 = 7,81$  м/с.

Найдём давление шарика на стержень в точке  $C$ .

Проведём в точке  $C$  оси естественной системы координат – касательную  $Ct$  и нормаль  $Cn$  (рис. 4.18,  $a$ ). Уравнение движения шарика в точке  $C$  в проекции на нормальную ось имеет вид:  $m \frac{V_C^2}{r} = P \cos 30^\circ - N'_C$ , где  $V_C$  – скорость шарика в точке  $C$ ,  $N'_C$  – реакция стержня, приложенная к шарика. Направление реакции на рис. 4.18,  $a$  соответствует предположению, что шарик давит на стержень в направлении центра дуги окружности.

Для определения скорости шарика в точке  $C$  воспользуемся тем, что скорость шарика в точке  $B$  уже известна, и применим теорему об изменении кинетической энергии при движении шарика из начального положения  $C$  в конечное положение  $B$ . На этом участке движения работу совершает только сила тяжести шарика. Получим  $\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_C^2}{2} = -Ph_{(CB)}$ , где  $V_C, V_B$  – значения скорости шарика в точках  $C$  и  $B$ ;  $h_{(CB)}$  – перепад высот точек  $C$  и  $B$ ;

$h_{(CB)} = r(1 - \sin 30^\circ) = 0,5r$  (см. рис. 4.18,  $a$ ). В результате теорема об изменении кинетической энергии принимает вид:  $mV_C^2 = mV_B^2 + 2mgh_{(CB)}$  или  $V_C^2 = V_B^2 + gr$ . Отсюда, при условии  $V_B = 0,3V_0 = 2,34$  м/с, найдём  $V_C = 3,22$  м/с.

Реакция опоры шарика:  $N'_C = P \cos 30^\circ - m \frac{V_C^2}{r} = -6,12 \text{ Н.}$

Отрицательное значение реакции опоры шарика означает, что вектор реакции  $\vec{N}'_C$  в точке  $C$  (см. рис. 4.18, *a*) направлен в противоположную сторону. Давление шарика на стержень в точке  $C$  равно модулю реакции опоры.

Найдём величину максимального сжатия пружины.

Рассмотрим движение шарика на участке от точки  $B$  до положения максимально сжатой пружины – точки  $M$ . Движение на этом участке происходит по дуге окружности  $BD$  и по прямой  $DM$ . При этом сила тяжести совершает работу на всём участке движения, а сила упругости – на отрезке сжатия пружины. Обозначим величину максимального сжатия пружины  $MD = l$ .

По теореме об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из положения  $B$  в  $M$  получим:  $\frac{mV_M^2}{2} - \frac{mV_B^2}{2} = A(\vec{P}) + A(\vec{F}_{\text{упр}})$ , где  $V_M$ ,

$V_B$  – скорость шарика в точках  $M$  и  $B$ . Работа силы тяжести  $A(\vec{P}) = Ph_{(BM)} = P[h_{(BD)} + h_{(DM)}] = mg[r(1 - \cos 45^\circ) + l \cos 45^\circ]$ . Работа силы упругости на пря-

молинейном участке  $DM$  длиной  $l$ :  $A(\vec{F}_{\text{упр}}) = -\frac{cl^2}{2}$ . Условие максимального

сжатия пружины означает, что в точке  $M$  скорость шарика обращается в нуль:  $V_M = 0$ , тогда теорема об изменении кинетической энергии точки принимает

вид:  $-\frac{mV_B^2}{2} = mg[r(1 - \cos 45^\circ) + l \cos 45^\circ] - \frac{cl^2}{2}$ . Подставляя данные задачи и с

учётом того, что скорость шарика в наивысшей точке  $B$  найдена из предыдущих рассуждений  $V_B = 2,34 \text{ м/с}$ , получим квадратное уравнение для определения величины максимального сжатия пружины  $50l^2 - 3,468l - 2,085 = 0$ . В качестве ответа принимается положительный корень уравнения  $l = 0,24 \text{ м}$ .

## 5. ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

### 5.1. Описание движений твёрдых тел на основе общих теорем динамики системы

**Поступательное движение твёрдого тела** описывается теоремой о движении центра масс механической системы. В проекциях на координатные оси дифференциальные уравнения поступательного движения твёрдого тела имеют вид:  $m\ddot{x}_C = \sum F_{kx}^e$ ,  $m\ddot{y}_C = \sum F_{ky}^e$ ,  $m\ddot{z}_C = \sum F_{kz}^e$ , где  $m$  – масса тела;  $x_C, y_C, z_C$  – координаты центра масс тела;  $F_{kx}^e, F_{ky}^e, F_{kz}^e$  – проекции на оси координат внешних сил, действующих на твёрдое тело.

**Вращательное движение твёрдого тела** относительно неподвижной оси  $z$  описывается теоремой об изменении кинетического момента.

Дифференциальное уравнение вращательного движения тела имеет вид:

$$J_z \frac{d\omega}{dt} = \sum M_z(\vec{F}_k^e) \quad \text{или} \quad J_z \ddot{\varphi} = \sum M_z(\vec{F}_k^e),$$

где  $\omega$  – угловая скорость тела;  $\omega = \dot{\varphi}$ ;  $\varphi$  – угол поворота тела;  $\sum M_z(\vec{F}_k^e)$  – моменты внешних сил относительно оси  $z$ ;  $J_z$  – момент инерции тела относительно оси  $z$ .

Уравнение вращательного движения можно представить в алгебраической форме:  $J_z \varepsilon = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$ , где  $\varepsilon$  – угловое ускорение тела;  $\varepsilon = \dot{\omega}$ .

**Плоскопараллельное движение твёрдого тела** описывается на основании теорем о движении центра масс и изменении кинетического момента относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения. В проекции на координатные оси уравнения плоскопараллельного движения тела имеют вид:

$$ma_{Cx} = \sum F_{kx}^e, \quad ma_{Cy} = \sum F_{ky}^e, \quad J_{zC} \varepsilon = \sum M_{zC}(\vec{F}_k^e),$$

где  $a_{Cx}, a_{Cy}$  – проекции ускорения центра масс тела на координатные оси;  $F_{kx}^e,$

$F_{ky}^e$  – проекции на оси координат внешних сил, действующих на тело;  $J_{zC}$  – момент инерции тела относительно оси  $z$ , проходящей через центр масс, перпендикулярно плоскости движения;  $\varepsilon$  – угловое ускорение тела;  $M_{zC}(\vec{F}_k^e)$  – моменты внешних сил относительно оси, проходящей через центр масс.

Проводя динамический расчет механической системы, следует рассматривать движение тел системы в отдельности, предварительно освободив их от связей и заменив действие связей реакциями. Далее на основании общих теорем динамики системы следует составить уравнения движения каждого тела.

## 5.2. Задание Д4. Динамический расчет механической системы

Механизм состоит из трёх тел – груза 1, катка 2 и блока 3, соединённых нерастяжимыми нитями или невесомыми стержнями.

Движение механизма происходит в вертикальной плоскости под действием сил тяжести  $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3$ , силы  $\vec{F}$  и пары сил с моментом  $M$ . Направление действия силы  $\vec{F}$  определяется углом  $\alpha$ . Качение катка 2 происходит без скольжения. Проскальзывание между дисками и соединяющими их невесомыми стержнями или нитями отсутствует.

Радиусы ступеней катка 2 и блока 3 на схемах обозначены  $R_2, r_2$  и  $R_3, r_3$ .

Сплошные диски считать однородными. Радиусы инерции неоднородных (ступенчатых) дисков относительно осей, проходящих через центры масс перпендикулярно плоскости движения, равны  $i_{z2}, i_{z3}$ .

Найти ускорение груза 1 и динамические реакции, действующие на ось блока 3.

Варианты заданий представлены на рис. 5.1, 5.2. Исходные данные приведены в табл. 5.1.

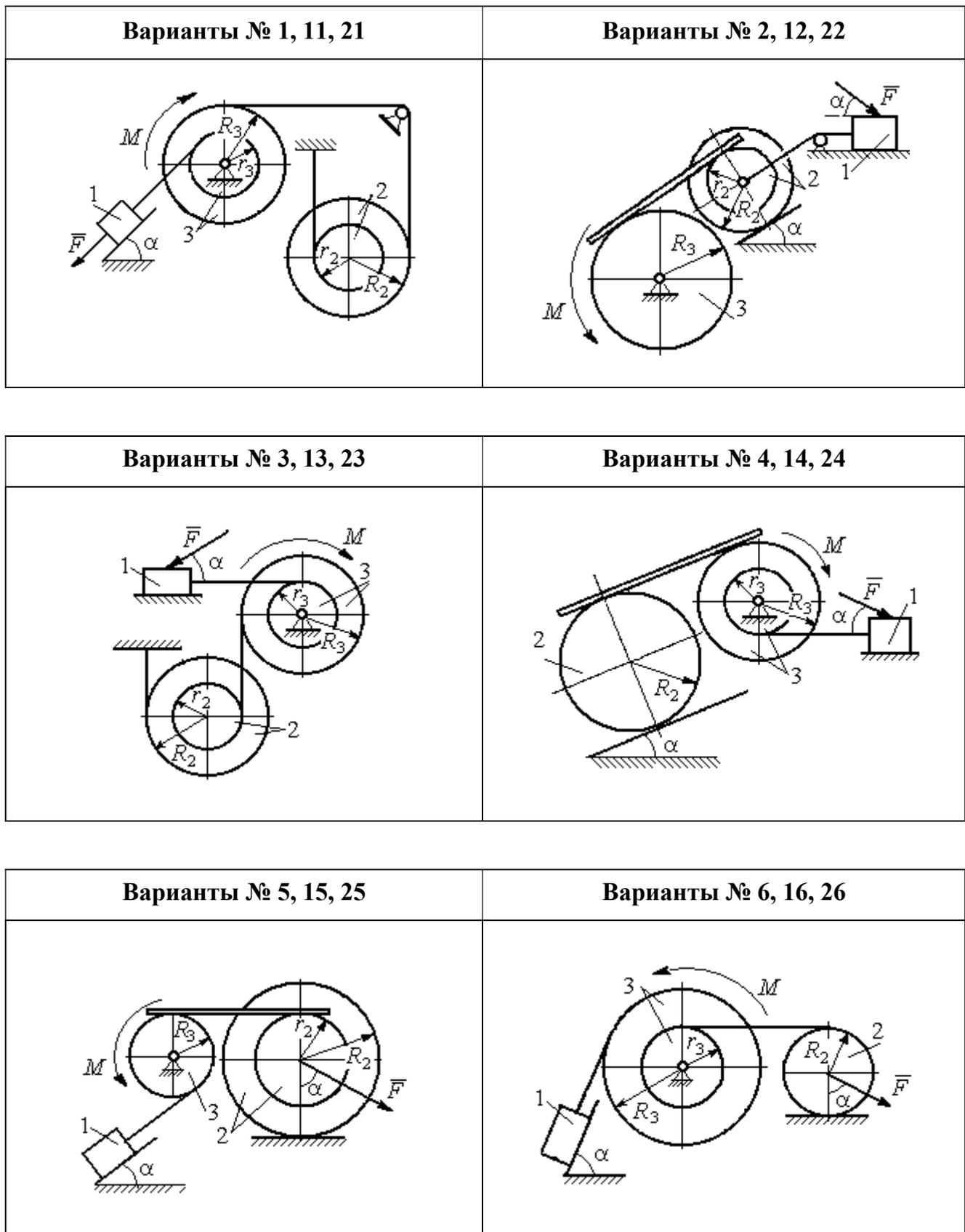


Рис. 5.1. Задание Д4. Динамический расчёт механической системы.  
 Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

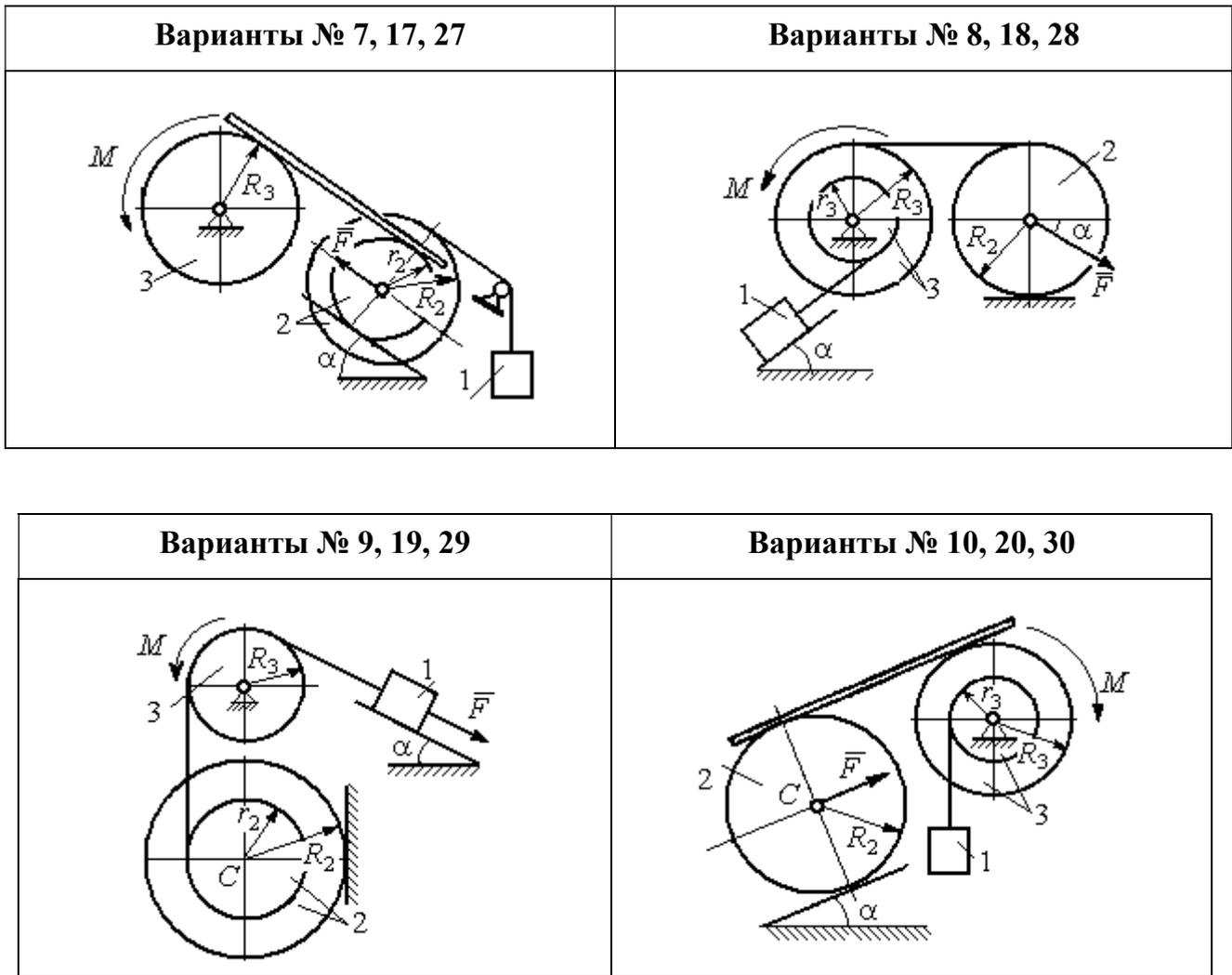


Рис. 5.2. Задание Д4. Динамический расчёт механической системы.  
 Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 5.1

**Исходные данные задания Д4. Динамический расчёт механической системы**

Номер варианта задания	$P_1, \text{Н}$	$P_2, \text{Н}$	$P_3, \text{Н}$	$F, \text{Н}$	$M, \text{Н}\cdot\text{м}$	$\alpha, \text{град}$	$R_2, \text{м}$	$r_2, \text{м}$	$R_3, \text{м}$	$r_3, \text{м}$	$i_{z_2}, \text{м}$	$i_{z_3}, \text{м}$
1	$P$	$P$	$2P$	$P$	$2Pr$	60	$3r$	$r$	$2r$	$r$	$2r$	$r\sqrt{2}$
2	$3P$	$P$	$3P$	$3P$	$Pr$	30	$2r$	$r$	$2r$	–	$2r$	–
3	$4P$	$3P$	$4P$	$2P$	$2Pr$	60	$2r$	$r$	$2r$	$r$	$2r$	$2r$
4	$2P$	$2P$	$4P$	$P$	$4Pr$	45	$3r$	–	$3r$	$r$	–	$r\sqrt{2}$
5	$P$	$3P$	$3P$	$2P$	$3Pr$	30	$3r$	$r$	$r$	–	$2r$	–
6	$P$	$2P$	$4P$	$4P$	$6Pr$	60	$3r$	–	$3r$	$r$	–	$r\sqrt{2}$
7	$P$	$2P$	$3P$	$2P$	$3Pr$	45	$3r$	$r$	$r$	–	$r\sqrt{3}$	–

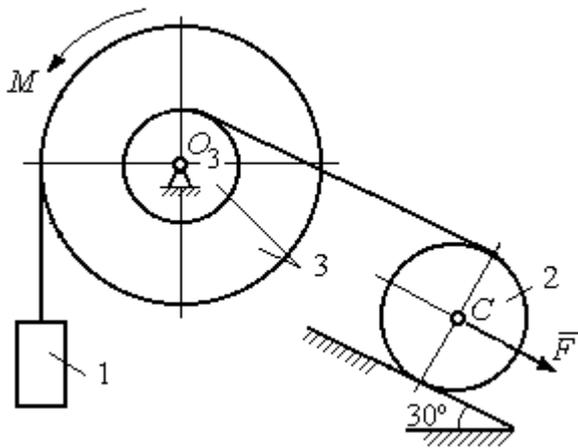
Номер варианта задания	$P_1, Н$	$P_2, Н$	$P_3, Н$	$F, Н$	$M, Н·м$	$\alpha, град$	$R_2, м$	$r_2, м$	$R_3, м$	$r_3, м$	$i_{z_2}, м$	$i_{z_3}, м$
8	$2P$	$3P$	$3P$	$P$	$3Pr$	30	$2r$	–	$2r$	$r$	–	$r\sqrt{3}$
9	$3P$	$P$	$3P$	$P$	$2Pr$	30	$2r$	$r$	$2r$	–	$r\sqrt{2}$	–
10	$P$	$P$	$3P$	$P$	$2Pr$	60	$3r$	–	$3r$	$r$	–	$r\sqrt{3}$
11	$P$	$P$	$3P$	$2P$	$3Pr$	30	$3r$	$2r$	$2r$	$r$	$r\sqrt{2}$	$r\sqrt{2}$
12	$2P$	$P$	$2P$	$4P$	$Pr$	60	$3r$	$r$	$3r$	–	$r\sqrt{3}$	–
13	$3P$	$P$	$3P$	$3P$	$2Pr$	30	$3r$	$2r$	$2r$	$r$	$2r$	$r\sqrt{2}$
14	$2P$	$P$	$3P$	$2P$	$4Pr$	60	$2r$	–	$3r$	$2r$	–	$2r$
15	$P$	$2P$	$4P$	$P$	$4Pr$	45	$3r$	$2r$	$2r$	–	$r\sqrt{3}$	–
16	$P$	$3P$	$4P$	$2P$	$3Pr$	30	$2r$	–	$2r$	$r$	–	$r\sqrt{2}$
17	$P$	$P$	$3P$	$2P$	$6Pr$	60	$3r$	$r$	$3r$	–	$r\sqrt{3}$	
18	$2P$	$2P$	$3P$	$P$	$3Pr$	60	$2r$	–	$3r$	$r$	–	$r\sqrt{2}$
19	$2P$	$P$	$2P$	$3P$	$4Pr$	30	$3r$	$r$	$3r$	–	$2r$	–
20	$P$	$P$	$3P$	$P$	$2Pr$	45	$2r$	–	$2r$	$r$	–	$r\sqrt{3}$
21	$2P$	$P$	$4P$	$2P$	$4Pr$	60	$2r$	$r$	$3r$	$r$	$r\sqrt{2}$	$2r$
22	$P$	$P$	$2P$	$5P$	$2Pr$	45	$3r$	$2r$	$2r$	–	$2r$	–
23	$2P$	$2P$	$3P$	$3P$	$2Pr$	60	$3r$	$r$	$2r$	$r$	$2r$	$r\sqrt{2}$
24	$4P$	$P$	$3P$	$P$	$3Pr$	30	$2r$	–	$3r$	$r$	–	$r\sqrt{3}$
25	$P$	$3P$	$2P$	$P$	$2Pr$	60	$3r$	$r$	$r$	–	$r\sqrt{3}$	–
26	$P$	$3P$	$4P$	$3P$	$3Pr$	45	$2r$	–	$3r$	$2r$	–	$r\sqrt{3}$
27	$P$	$P$	$4P$	$2P$	$4Pr$	30	$2r$	$r$	$2r$	–	$r\sqrt{3}$	
28	$2P$	$3P$	$3P$	$P$	$6Pr$	30	$2r$	–	$3r$	$2r$	–	$r\sqrt{2}$
29	$2P$	$P$	$2P$	$2P$	$2Pr$	45	$2r$	$r$	$r$	–	$2r$	–
30	$P$	$P$	$4P$	$P$	$4Pr$	60	$3r$	–	$3r$	$2r$	–	$2r$

#### Пример выполнения задания Д4. Динамический расчёт механической системы

Механизм (рис. 5.3) состоит из груза 1, однородного диска – катка 2 и неоднородного диска – блока 3, соединённых друг с другом нерастяжимыми нитями. Система движется в вертикальной плоскости из состояния покоя.

Движение происходит под действием сил тяжести  $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3$ , равных по модулю:  $P_1 = 2P, P_2 = 2P, P_3 = 3P$ , силы  $\vec{F}$ , приложенной в центре масс катка 2, равной по величине:  $F = 3P$ , и пары сил с моментом  $M = Pr$ ,

приложенных к блоку 3. Механизм является неизменяемой механической си-



стемой. Радиус катка 2  $R_2 = 2r$ . Каче-  
ние катка по наклонной плоскости  
происходит без проскальзывания. Ра-  
диусы ступенчатого блока 3:  $R_3 = 3r$ ,  
 $r_3 = r$ . Радиус инерции блока 3  
 $i_3 = r\sqrt{3}$ .

Применяя метод динамического  
расчета механической системы найти

Рис. 5.3. Схема механической системы

ускорение груза 1 и динамические реакции, действующие на ось вращающего-  
ся блока 3.

### Решение

Освобождаем систему от связей. На рис. 5.4 изображены внешние силы,  
действующие на каждое тело, после освобождения его от связей.

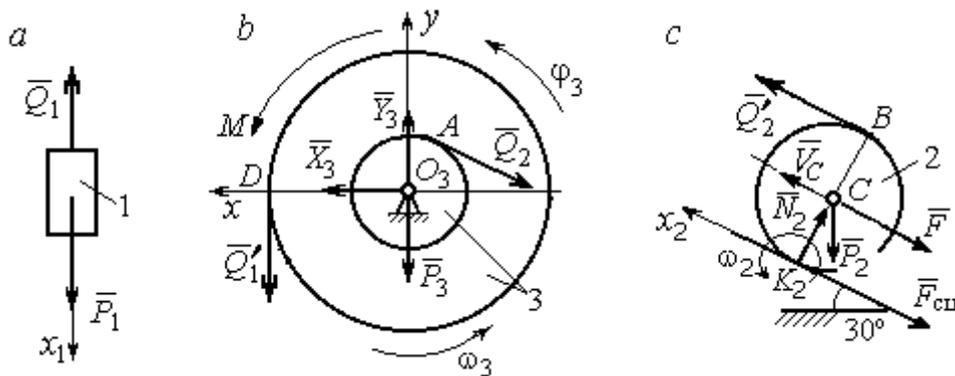


Рис. 5.4. Расчетные схемы для описания движения тел, входящих в систему:

- a* – поступательное движение груза 1;
- b* – вращательное движение блока 3;
- c* – плоское движение катка 2

Груз 1 совершает поступательное движение. К нему приложены сила тя-  
жести  $\vec{P}_1$  и реакция нити  $\vec{Q}_1$  (рис. 5.4, *a*). Предположим, груз 1 движется вниз, и  
направим ось  $x_1$  в сторону движения груза.

Уравнение движения груза в проекции на ось  $x_1$  в соответствии с теоре-  
мой о движении центра масс механической системы имеет вид:

$$m_1 a_1 = \sum F_{kx} = P_1 - Q_1 = 2P - Q_1,$$

где  $m_1$ ,  $a_1$  – соответственно, масса груза 1 и его ускорение,  $m_1 = \frac{P_1}{g} = \frac{2P}{g}$ .

Блок 3 вращается вокруг неподвижной оси  $z$ , проходящей через его центр масс  $O_3$ , перпендикулярно плоскости диска. Направление вращения блока, соответствующее выбранному движению вниз груза 1, показано на рис. 5.4, *b* дуговой стрелкой  $\omega_3$ .

На блок действуют сила тяжести  $\vec{P}_3$ , силы реакции подшипника  $\vec{X}_3$ ,  $\vec{Y}_3$ , момент  $M$  и реакции нитей  $\vec{Q}'_1$  и  $\vec{Q}_2$  (см. рис. 5.4, *b*). При составлении уравнения вращательного движения блока 3 моменты сил считаем положительными, если они поворачивают блок в сторону его вращения.

Уравнение вращения блока 3 имеет вид:

$$J_{zO_3} \varepsilon_3 = \sum M_{zO_3} (F_k) = Q'_1 R_3 + M - Q_2 r_3 = Q_1 3r + Pr - Q_2 r,$$

где  $J_{zO_3}$  – момент инерции блока 3 относительно оси  $z$ ;  $\varepsilon_3$  – угловое ускорение

$$\text{диска 3, } J_{zO_3} = m_3 i_3^2 = \frac{P_3}{g} (r\sqrt{3})^2 = \frac{9Pr^2}{g}.$$

Каток 2 совершает плоскопараллельное движение. К нему приложены сила тяжести  $\vec{P}_2$ , сила  $\vec{F}$ , реакция нити  $\vec{Q}'_2$  и реакция наклонной плоскости, состоящая из нормальной реакции опоры  $\vec{N}_2$  и силы сцепления катка с поверхностью  $\vec{F}_{\text{сц}}$ . Согласно принципу равенства действия и противодействия, модули сил  $\vec{Q}_2$  и  $\vec{Q}'_2$  равны. На рис. 5.4, *c* показаны направления действия сил, приложенных к диску 2. В соответствии с направлением движения груза 1, центр масс катка 2 движется вверх параллельно наклонной плоскости. Направление движения центра масс катка 2 показано направлением оси  $x_2$ . Направление вращения катка 2 показано дуговой стрелкой угловой скорости  $\omega_2$  (см. рис 5.4, *c*).

Плоскопараллельное движение катка 2 описывается уравнением движения его центра масс и уравнением вращения вокруг оси, проходящей через

центр масс, перпендикулярно плоскости диска. Составляя уравнение движения, получим:

$$m_2 a_C = Q'_2 - F - F_{\text{сц}} - P_2 \cos 60^\circ = Q_2 - 3P - F_{\text{сц}} - P,$$

$$J_C \varepsilon_2 = Q'_2 R_2 + F_{\text{сц}} R_2 = Q_2 2r + F_{\text{сц}} 2r,$$

где  $m_2$  – масса катка 2,  $m_2 = \frac{P_2}{g} = \frac{2P}{g}$ ;  $a_C$ ,  $\varepsilon_2$  – ускорение центра масс и угловое

ускорение катка 2;  $J_C$  – момент инерции однородного катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс, перпендикулярно плоскости диска,

$J_C = \frac{m_2 R_2^2}{2} = \frac{PR_2^2}{g} = \frac{4Pr^2}{g}$ . В уравнении вращательного движения диска мо-

мент силы считается положительным, если создаваемый им поворот направлен в сторону вращения диска,

К системе четырех уравнений, описывающих движения тел в системе, необходимо добавить уравнения связей. Если предположить, что скорость центра масс катка 2 равна  $V_C$ , то угловая скорость катка определится по формуле:

$\omega_2 = \frac{V_C}{CK_2} = \frac{V_C}{R_2}$ , где  $CK_2$  – расстояние от центра масс катка 2 до его мгновен-

ного центра скоростей (см. рис. 5.4, с). Продифференцировав по времени последнее равенство, получим уравнение связи между ускорением центра масс

катка 2 и его угловым ускорением:  $\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \frac{\dot{V}_C}{R_2} = \frac{a_C}{R_2} = \frac{a_C}{2r}$ .

Скорость точки  $B$  катка 2 (см. рис. 5.4, с)  $V_B = \omega_2 \cdot BK_2 = \frac{V_C}{R_2} 2R_2 = 2V_C$ .

Точка  $B$  катка 2 и точка  $A$  блока 3 соединены нитью (см. рис. 5.3), поэтому их скорости равны. Приравняв скорости точек  $A$  и  $B$ , получим равенство:

$2V_C = V_B = V_A = \omega_3 r_3 = \omega_3 r$ , откуда  $\omega_3 = \frac{2V_C}{r}$ . После дифференцирования по-

следнего выражения найдём соотношение между ускорениями:  $\varepsilon_3 = \frac{2a_C}{r}$ .

Скорость груза 1 связана со скоростью центра масс диска 2 следующим образом:  $V_1 = V_D = \omega_3 R_3 = \frac{2V_C}{r} 3r = 6V_C$ . Тогда  $a_1 = 6a_C$ .

В результате получены четыре уравнения, описывающие движение тел в системе:

$$\frac{2P}{g} a_1 = 2P - Q_1, \quad \frac{9Pr^2}{g} \varepsilon_3 = Q_1 3r + Pr - Q_2 r;$$

$$\frac{2P}{g} a_C = Q_2 - 3P - F_{\text{сц}} - P, \quad \frac{4Pr^2}{g} \varepsilon_2 = Q_2 2r + F_{\text{сц}} 2r$$

и три уравнения связей:  $\varepsilon_2 = \frac{a_C}{2r}$ ,  $\varepsilon_3 = \frac{2a_C}{r}$ ,  $a_1 = 6a_C$ .

После подстановки уравнений связи в уравнения движения тел получим систему четырёх уравнений с четырьмя неизвестными:

$$\frac{12P}{g} a_C = 2P - Q_1, \quad \frac{18P}{g} a_C = 3Q_1 + P - Q_2,$$

$$\frac{2P}{g} a_C = Q_2 - 4P - F_{\text{сц}}, \quad \frac{P}{g} a_C = Q_2 + F_{\text{сц}},$$

которая может быть решена любым известным из курса математики способом.

Например, исключив из первых двух уравнений величину  $Q_1$ , а из третьего и четвёртого уравнений – величину  $F_{\text{сц}}$ , получим систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\frac{54P}{g} a_C = 7P - Q_2, \quad \frac{3P}{g} a_C = 2Q_2 - 4P,$$

откуда  $a_C = \frac{10}{111} g$ ,  $Q_2 = \frac{79}{37} P$ . Величину натяжения нити  $Q_1$  находим из перво-

го уравнения исходной системы:  $Q_1 = \frac{34}{37} P$ .

Для вычисления динамической реакции  $R_3$  оси блока 3 заметим, что центр масс блока 3 неподвижен и его ускорение равно нулю,  $\vec{a}_{O_3} = 0$ . Тогда уравнения движения центра масс блока 3 в проекциях на оси  $x$ ,  $y$  имеют вид :

$$m_3 a_{O_3x} = X_3 - Q_2 \cos 30^\circ = 0, \quad m_3 a_{O_3y} = Y_3 - Q_1 - P_3 - Q_2 \cos 60^\circ = 0,$$

где  $X_3, Y_3$ , – проекции реакции  $R_3$  оси вращающегося блока 3 на оси  $x, y$  (см. рис. 5.4, *b*). Отсюда, с учетом значений  $Q_1 = 0,919P$  и  $Q_2 = 2,135P$ , проекции динамической реакции оси блока 3:  $X_3 = Q_2 \cos 30^\circ = 1,85P$ ,  $Y_3 = Q_1 + P_3 + Q_2 \cos 60^\circ = 4,98P$ . Полная величина динамической реакции оси блока 3:  $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2} = 5,31P$ .

### 5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы

**Кинетическая энергия тела при поступательном движении:**

$$T = \frac{1}{2} m V_C^2, \text{ где } m \text{ – масса тела; } V_C \text{ – скорость центра масс тела.}$$

**Кинетическая энергия тела при вращательном движении** вокруг неподвижной оси  $z$ :

$$T = \frac{1}{2} J_z \omega^2, \text{ где } J_z \text{ – момент инерции тела относительно оси } z; \quad \omega \text{ – угловая}$$

скорость тела. Для дисков с равномерно распределённой массой момент инер-

ции относительно оси  $z$ , проходящей через центр масс:  $J_z = \frac{1}{2} m R^2$ , где  $R$  – ра-

диус диска. Для тел с неравномерно распределённой массой  $J_z = m i_z^2$ , где  $i_z$  –

радиус инерции. **Кинетическая энергия тела при плоскопараллельном**

**движении:**  $T = \frac{1}{2} m V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega^2$ , где  $m$  – масса тела;  $V_C, \omega$  – скорость центра

масс и угловая скорость тела;  $J_{zC}$  – момент инерции тела относительно оси  $z$ ,

проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения.

**Работа постоянной по модулю и направлению силы  $\vec{F}$**  на конечном прямолинейном перемещении  $S$  точки приложения силы:  $A(F) = F S \cos \alpha$ , где  $\alpha$  – угол между вектором силы и перемещением. Если угол  $\alpha$  острый, работа

положительна. Если тупой – отрицательна. При  $\alpha = 90^\circ$  сила перпендикулярна перемещению точки и работа силы равна нулю.

**Работа пары сил с постоянным моментом  $M$**  при повороте тела на конечный угол  $\varphi$ :  $A = \pm M\varphi$ , где  $\varphi$  – угол поворота тела. Работа считается положительной, если пара сил стремится повернуть тело в направлении его вращения, и отрицательной – в противном случае.

**Мощностью силы  $\vec{F}$**  называют величину  $N(F)$ , равную скалярному произведению силы на скорость точки её приложения:  $N(F) = \vec{F} \cdot \vec{V} = F \cdot V \cos\alpha$ , где  $V$  – скорость точки приложения силы;  $\alpha$  – угол между вектором силы и вектором скорости точки приложения силы.

При плоском движении тела мощность силы выражается суммой скалярных произведений векторов:  $N = \vec{F} \cdot \vec{V}_O + \vec{M}_O(\vec{F}) \cdot \vec{\omega} = F \cdot V_O \cos\alpha \pm Fh_O\omega$ , где  $\vec{V}_O$  – вектор скорости точки, выбранной полюсом;  $\vec{\omega}$  – вектор угловой скорости тела;  $\vec{M}_O$  – вектор момента силы  $\vec{F}$  относительно полюса;  $h_O$  – плечо силы  $\vec{F}$  относительно полюса  $O$ .

**Теорема об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной форме.** Производная по времени от кинетической энергии системы равна сумме мощностей внешних и внутренних сил  $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e) + \sum N(\vec{F}_k^i)$ , где  $T$  – кинетическая энергия системы;  $\sum N(\vec{F}_k^e)$ ,  $\sum N(\vec{F}_k^i)$  – сумма мощностей, соответственно, внешних и внутренних сил.

**Теорема об изменении кинетической энергии системы на конечном перемещении.** Изменение кинетической энергии системы на её конечном перемещении равно сумме работ внешних и внутренних сил, действующих на систему  $T - T_0 = \sum A(\vec{F}_k^e) + \sum A(\vec{F}_k^i)$ , где  $T$ ,  $T_0$  – кинетическая энергия системы, соответственно, в текущем и начальном состояниях;  $\sum A(\vec{F}_k^e)$ ,  $\sum A(\vec{F}_k^i)$  – сум-

ма работ внешних и внутренних сил при перемещении системы из начального состояния в текущее.

Механические системы, состоящие из абсолютно твердых тел, соединенных гибкими нерастяжимыми нитями, называются **неизменяемыми**. В неизменяемых системах сумма работ внутренних сил и, следовательно, сумма мощностей этих сил равны нулю. Поэтому для таких систем в теореме об изменении кинетической энергии достаточно учитывать только внешние силы.

#### **5.4. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии**

Неизменяемая механическая система состоит из ступенчатого и однородного дисков, соединённых нерастяжимой нитью или невесомым стержнем. Нити и стержни, соединяющие диски, параллельны плоскостям качения дисков. Качение дисков без скольжения. Скольжение между невесомым стержнем и дисками отсутствует.

Вес дисков  $P_1$  и  $P_2$ . Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести  $\vec{P}_1, \vec{P}_2$ , сил  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  и пары сил с моментом  $M$ . Направления действия сил  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  и наклон плоскости (если он есть) определяются углами  $\alpha$  или  $\beta$ , показанными на схемах механизмов.

Радиус однородного диска  $r$ . Радиусы ступеней ступенчатого диска  $R$  и  $r$ . Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен  $i_z$ .

1. Найти ускорение центра масс диска 2.
2. Найти реакцию опоры диска 2 на плоскость (её нормальную составляющую и силу сцепления диска с плоскостью).

Варианты задания приведены на рис. 5.5, 5.6, исходные данные представлены в табл. 5.2.

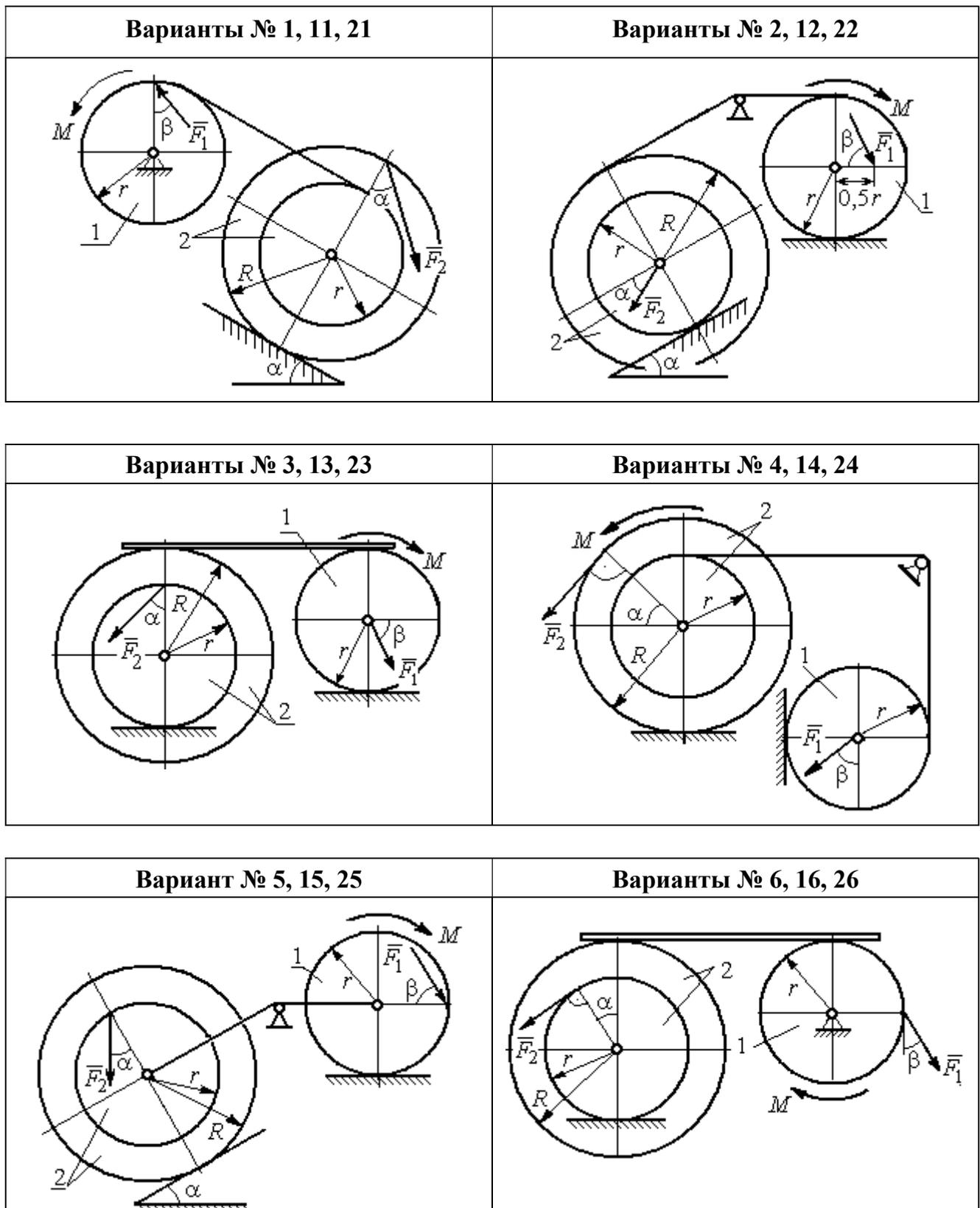


Рис. 5.5. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии.  
 Варианты задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

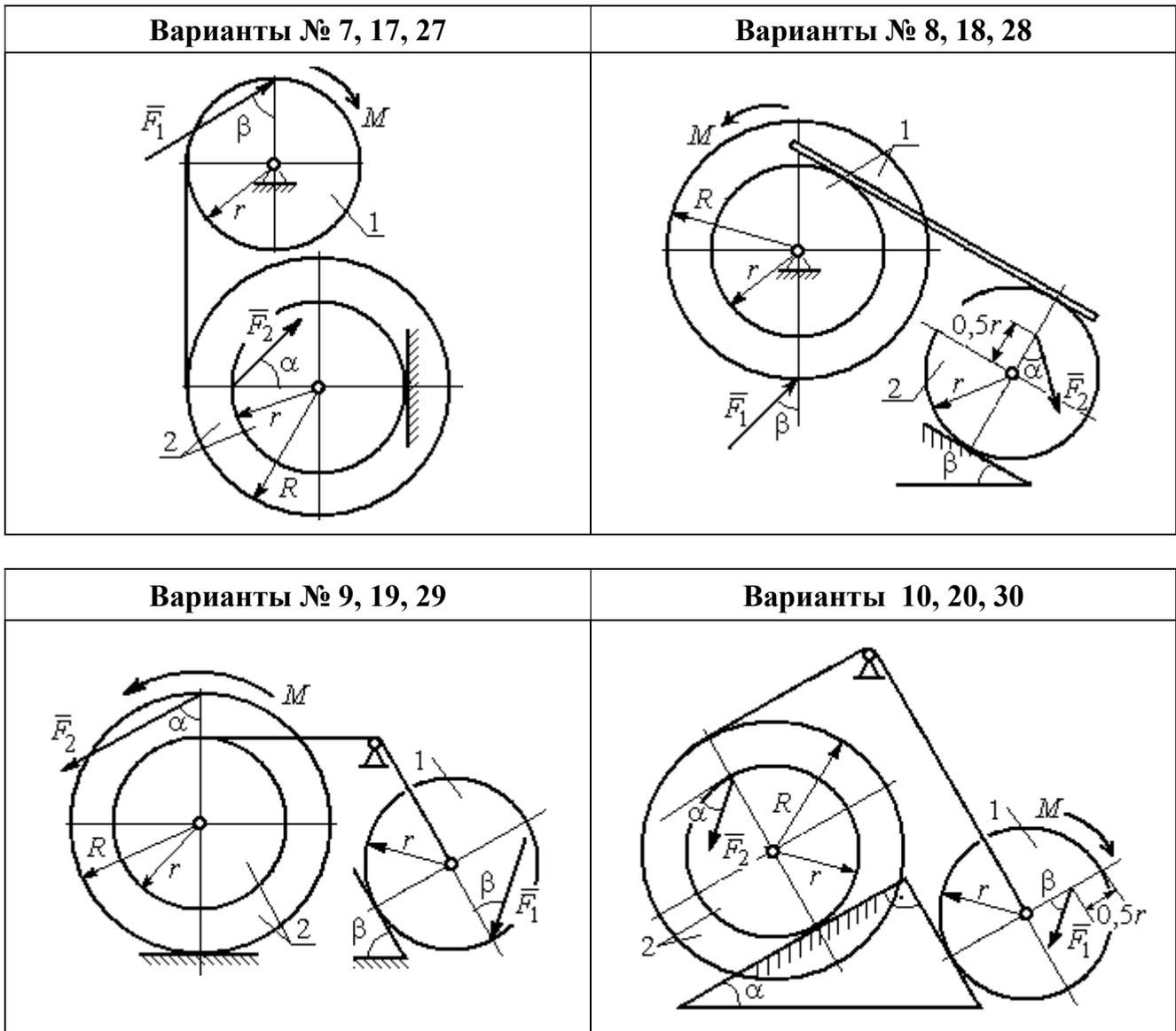


Рис. 5.6. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии. Варианты задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 5.2

**Исходные данные задания Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии**

Номер варианта задания	$P_1$ , Н	$P_2$ , Н	$F_1$ , Н	$F_2$ , Н	$M$ , Н·м	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$R$ , м	$r$ , м	$i_z$ , м
1	10	20	15	20	25	30	60	0,4	0,3	0,3
2	20	30	10	20	20	60	30	0,6	0,3	0,4
3	10	15	12	20	25	60	60	1,2	0,6	0,8
4	12	25	20	25	35	30	30	1,5	0,5	1,2

Номер варианта задания	$P_1$ , Н	$P_2$ , Н	$F_1$ , Н	$F_2$ , Н	$M$ , Н·м	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$R$ , м	$r$ , м	$i_z$ , м
5	15	20	10	20	30	60	30	0,8	0,4	0,7
6	18	20	18	22	22	45	60	1,2	0,4	0,9
7	15	25	10	8	20	45	45	0,9	0,6	0,7
8	25	22	10	12	30	45	60	1,0	0,8	0,9
9	12	25	18	10	32	30	30	0,8	0,6	0,7
10	10	15	8	10	28	60	30	1,4	0,7	1,2
11	15	22	20	25	30	60	45	0,6	0,4	0,5
12	20	25	15	40	30	30	60	0,8	0,4	0,6
13	10	20	10	25	30	45	30	1,0	0,5	0,9
14	12	15	18	15	25	30	30	0,9	0,3	0,8
15	20	25	20	20	30	45	60	1,0	0,5	0,8
16	10	15	10	15	16	60	45	1,2	0,4	1,1
17	18	25	12	10	30	30	30	1,5	0,9	1,3
18	25	20	10	15	20	60	60	0,8	0,5	0,7
19	12	25	10	10	32	60	60	1,2	0,9	1,1
20	15	20	8	20	25	30	45	0,8	0,4	0,7
21	10	25	25	15	30	45	30	0,7	0,5	0,6
22	18	20	20	20	35	60	45	1,4	0,7	0,9
23	10	15	10	30	30	30	30	1,4	0,7	0,8
24	10	15	12	20	20	30	30	1,2	0,4	0,8
25	12	18	20	18	30	60	30	1,2	0,6	1,1
26	10	12	12	15	15	30	30	0,9	0,3	0,8
27	15	22	10	12	20	45	60	0,8	0,6	0,7
28	22	20	8	16	8	30	45	0,6	0,2	0,4
29	18	25	10	8	32	60	60	1,2	0,8	1,1
30	20	25	8	20	28	30	30	0,8	0,4	0,6

### Пример выполнения задания Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Механическая система состоит из ступенчатого и однородного дисков, соединённых невесомым стержнем (рис. 5.7). Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести, сил  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  и пары сил с моментом  $M$ . Направления действия сил  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  определяются углами  $\alpha$  и  $\beta$ .

Диск 1 вращается вокруг неподвижной оси  $O_1$ . Диск 2 катится прямолинейно по горизонтальной поверхности. Качение диска 2 без проскальзывания.

Невесомый стержень, соединяющий диски, расположен горизонтально. Скольжение между стержнем и дисками отсутствует.

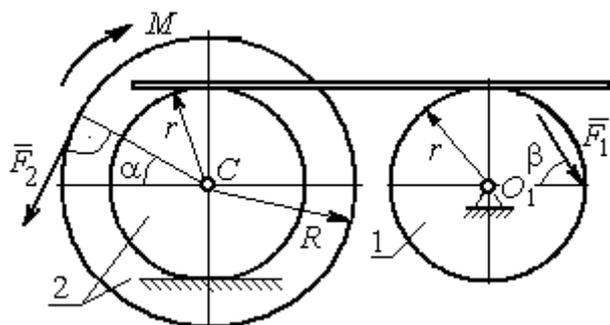


Рис. 5.7. Схема движения механической системы

Определить ускорение центра масс диска 2, угловое ускорение дисков, усилие в стержне, динамическую реакцию шарнира  $O_1$ , реакцию опоры диска 2 (её нормальную составляющую и силу сцепления диска с поверхностью качения), если модули сил тяжести  $P_1 = 40$  Н,

$P_2 = 60$  Н, модули сил  $F_1 = 80$  Н,  $F_2 = 30$  Н, величина момента  $M = 35$  Н·м, углы наклона сил  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$ , радиусы дисков  $R = 0,8$  м,  $r = 0,6$  м, радиус инерции диска 2  $i_z = 0,4$  м.

### Решение

Предположим, что во время движения системы диск 1 вращается по ходу часовой стрелки. Угловые скорости  $\omega_1$  и  $\omega_2$  дисков 1 и 2 и скорость центра масс диска 2 показаны на рис. 5.8.

На диск 1 действуют силы:  $\vec{F}_1$ , сила тяжести  $\vec{P}_1$  и реакция шарнира  $O_1$ , разложенная на составляющие  $\vec{X}_1$ ,  $\vec{Y}_1$ . На диск 2: сила  $\vec{F}_2$ , сила тяжести  $\vec{P}_2$ , пара сил с моментом  $M$ , нормальная реакция опоры  $\vec{N}$  и сила сцепления диска 2 с поверхностью  $\vec{F}_{\text{сц}}$ . Направления действия сил показаны на рис. 5.8.

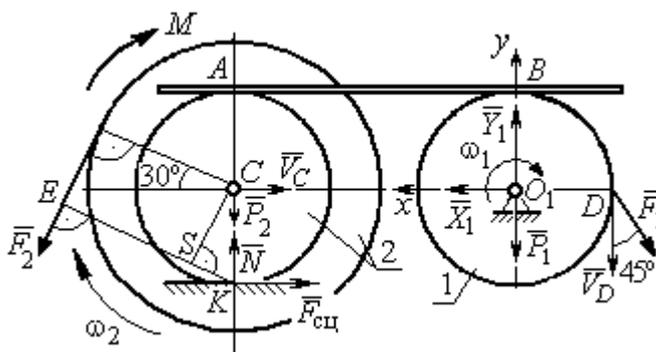


Рис. 5.8. Расчетная схема для исследования движения системы

Для решения задачи воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной форме. По условию задачи рассматриваемая система неизменяемая и, следовательно, сумма мощностей внутренних сил равна нулю. В этом случае теорема об изменении кинетической энергии системы принимает вид  $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e)$ , где  $T$  – энергия системы в текущем положении;  $\sum N(\vec{F}_k^e)$  – суммарная мощность внешних сил.

Найдём кинетическую энергию системы и выразим её через скорость центра масс диска 2.

Кинетическая энергия вращательного движения диска 1:  $T_1 = \frac{1}{2} J_{zO_1} \omega_1^2$ , где  $\omega_1$  – угловая скорость диска 1;  $J_{zO_1}$  – осевой момент инерции диска 1,  $J_{zO_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$ . Диск 2 движется плоскопараллельно. Его кинетическая энергия определяется по формуле:  $T_2 = \frac{1}{2} m_2 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_2^2$ , где  $V_C$ ,  $\omega_2$  – скорость центра масс и угловая скорость диска 2;  $J_{zC}$  – момент инерции ступенчатого диска 2 относительно оси  $z$ , проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска,  $J_{zC} = m_2 i_z^2$ .

У диска 2 мгновенный центр скоростей находится в точке касания его с неподвижной поверхностью (точка  $K$  на рис. 5.8). Тогда скорость точки  $C$  определяется по формуле  $V_C = \omega_2 \cdot CK = \omega_2 r$ , откуда  $\omega_2 = \frac{V_C}{r}$ . Скорость точки  $A$   $V_A = \omega_2 \cdot AK = \omega_2 2r$ , или  $V_A = 2V_C$ .

Так как нет проскальзывания между стержнем и дисками, скорость точки  $A$  на диске 2 равна скорости точки  $B$  на диске 1, причём  $V_B = \omega_1 r$ . Приравнивая скорости  $V_B = V_A$ , найдем  $\omega_1 = \frac{2V_C}{r}$ .

С учетом найденных зависимостей кинетические энергии дисков 1 и 2 и суммарная энергия системы имеют вид

$$T_1 = \frac{1}{2} J_{zO_1} \omega_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_1 r^2}{2g} \left( \frac{2V_C}{r} \right)^2 = \frac{P_1}{g} V_C^2;$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_2}{g} V_C^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{P_2}{g} i_z^2 \left( \frac{V_C}{r} \right)^2;$$

$$T = T_1 + T_2 = \frac{P_1}{g} V_C^2 + \frac{1}{2} \frac{P_2}{g} \left( 1 + \frac{i_z^2}{r^2} \right) V_C^2.$$

Производная по времени от кинетической энергии системы

$$\frac{dT}{dt} = 2V_C \frac{dV_C}{dt} \left[ \frac{P_1}{g} + \frac{P_2}{2g} \left( 1 + \frac{i_z^2}{r^2} \right) \right].$$

Найдем сумму мощностей внешних сил. Отметим, что мощности силы тяжести  $\vec{P}_1$  и сил реакции  $\vec{X}_1, \vec{Y}_1$  подшипника  $O_1$  равны нулю, так как нет перемещения точек приложения этих сил. Мощности сил  $\vec{N}$  и  $\vec{F}_{\text{сц}}$  – нормальной реакции опоры диска 2 и силы сцепления диска с плоскостью также равны нулю, так как точкой приложения этих сил является мгновенный центр скоростей диска 2, скорость которого равна нулю. Мощность силы  $\vec{P}_2$  равна нулю, так как угол между вектором силы и скоростью точки приложения силы – точки  $C$  – равен  $90^\circ$  (см. рис. 5.8). Для определения мощности силы  $\vec{F}_2$ , приложенной к диску 2, воспользуемся формулой расчета мощности силы при плоскопараллельном движении тела. Выберем в качестве полюса точку  $K$  – мгновенный центр скоростей диска 2, скорость которого  $V_K = 0$  (см. рис. 5.8). В этом случае мощность силы  $\vec{F}_2$  равна:  $N(\vec{F}_2) = \vec{M}_K \cdot \vec{\omega}_2 = -F_2 h_K \omega_2$ , где  $\vec{M}_K = M_K(\vec{F}_2)$  – вектор момента силы  $\vec{F}_2$  относительно центра  $K$ ;  $\vec{\omega}_2, \omega_2$  – вектор и модуль угловой скорости диска 2;  $h_K$  – плечо силы  $\vec{F}_2$  относительно центра  $K$ . Мощ-

ность силы  $\vec{F}_2$  отрицательная, так как направление момента силы  $\vec{F}_2$  относительно точки  $K$  противоположно направлению угловой скорости диска 2.

В результате, мощность силы  $\vec{F}_2$ :

$$N(\vec{F}_2) = -F_2 h_K \omega_2 = -F_2 (R + r \cos 60^\circ) \omega_2 = -F_2 V_C \left( \frac{1}{2} + \frac{R}{r} \right).$$

Здесь  $h_K = EK = ES + SK = R + r \cos 60^\circ$  (см. рис. 5.8).

Заметим, что для вычисления мощности силы  $F_2$  можно использовать в качестве полюса центр масс диска – точку  $C$ . Имеем:

$$N(\vec{F}_2) = \vec{F}_2 \cdot \vec{V}_C + \vec{M}_C(F_2) \cdot \vec{\omega}_2 = F_2 V_C \cos 120^\circ - F_2 R \omega_2 = -F_2 V_C \left( \frac{1}{2} + \frac{R}{r} \right).$$

Момент  $M$  направлен в сторону вращения диска 2. Его мощность положительная:  $N(M) = M \omega_2 = M \frac{V_C}{r}$ . Мощность силы  $\vec{F}_1$ , приложенной в точке  $D$ ,

$N(\vec{F}_1) = F_1 V_D \cos 45^\circ = F_1 V_C \sqrt{2}$ . Здесь учтено очевидное равенство  $V_D = V_A = 2V_C$  (см. рис. 5.8).

Суммарная мощность внешних сил:

$$\sum N(F^e) = -F_2 V_C \left( \frac{1}{2} + \frac{R}{r} \right) + M \frac{V_C}{r} + F_1 V_C \sqrt{2}.$$

В результате теорема об изменении кинетической энергии системы приводится к виду

$$2V_C \frac{dV_C}{dt} \left[ \frac{P_1}{g} + \frac{P_2}{2g} \left( 1 + \frac{i_z^2}{r^2} \right) \right] = -F_2 V_C \left( \frac{1}{2} + \frac{R}{r} \right) + M \frac{V_C}{r} + F_1 V_C \sqrt{2},$$

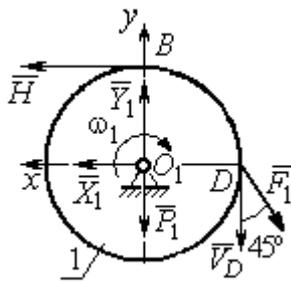
откуда ускорение центра масс диска 2:

$$a_C = \frac{dV_C}{dt} = \frac{\left[ -F_2 \left( \frac{1}{2} + \frac{R}{r} \right) + \frac{M}{r} + F_1 \sqrt{2} \right] g}{\left[ 2P_1 + P_2 \left( 1 + \frac{i_z^2}{r^2} \right) \right]}.$$

Подставляя исходные данные задачи, получим:  $a_C = 6,85 \text{ м/с}^2$ .

Для определения углового ускорения диска 2 продифференцируем по времени равенство  $\omega_2 = \frac{V_C}{CK} = \frac{V_C}{r}$ . Дифференцирование здесь допустимо, так как во время движения диска 2 расстояние от точки  $C$  до мгновенного центра скоростей диска 2 – точки  $K$  – не меняется.

Найдем  $\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \frac{\dot{V}_C}{r} = \frac{a_C}{r} = 11,42 \text{ рад/с}^2$ . Угловое ускорение диска 1



находится путём дифференцирования равенства  $\omega_1 = 2\omega_2$ . Имеем:  $\varepsilon_1 = 2\varepsilon_2 = 22,84 \text{ рад/с}^2$ .

Для того чтобы определить реакцию стержня, освобождаемся от стержня, заменяем его реакцией  $\vec{H}$  и составляем уравнения движения дисков 1 и 2.

Рис. 5.9. Силы, действующие на диск 1 во время движения

Силы, действующие на диск 1 во время движения, показаны на рис. 5.9. Уравнение вращательного движения диска 1 в алгебраической форме:

$J_{zO_1} \varepsilon_1 = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$ , где  $\varepsilon_1$  – угловое ускорение диска;  $J_{zO_1}$  – момент инерции диска 1 относительно оси  $z$ , проходящей через точку  $O_1$  перпендикулярно плоскости диска,  $J_{zO_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$ ;  $\sum M_{zO_1}(\vec{F}_k^e)$  – сумма моментов внешних сил относительно оси  $z$ .

Считая моменты сил положительными, если они создают поворот диска в сторону его вращения, составим сумму моментов внешних сил относительно оси  $z$ :  $\sum M_{zO_1}(\vec{F}_k^e) = F_1 r \cos 45^\circ - Hr$ . В результате уравнение вращательного

движения диска 1 принимает вид:  $\frac{P_1 r^2}{2g} \varepsilon_1 = F_1 r \cos 45^\circ - Hr$ .

Подставляя в уравнение исходные данные задачи с учетом найденного значения углового ускорения диска 1  $\varepsilon_1 = 22,84 \text{ рад/с}^2$ , найдем реакцию стержня  $H = 28,63 \text{ Н}$ .

Для определения динамической реакции шарнира  $O_1$  диска 1 применим теорему о движении центра масс. Выберем оси координат  $O_1x$  и  $O_1y$ , как показано на рис. 5.9, и составим уравнение движения центра масс диска 1 в проекциях на оси координат с учётом того, что сам центр масс неподвижен и его ускорение равно нулю.

Получим систему:

$$H + X_1 - F_1 \sin 45^\circ = 0, \quad Y_1 - P_1 - F_1 \cos 45^\circ = 0.$$

Отсюда, с учётом найденной величины усилия в стержне  $H = 28,63$  Н, находим составляющие динамической реакции шарнира:  $X_1 = 27,94$  Н,  $Y_1 = 96,57$  Н. Полная реакция шарнира  $R_{O_1} = \sqrt{X_1^2 + Y_1^2} = 100,53$  Н.

Для определения величины силы сцепления диска 2 с поверхностью качения и нормальной составляющей реакции опоры диска используем теорему о движении центра масс. Силы, приложенные к диску 2, и выбранная система координат  $xCy$  показаны на рис. 5.10. Уравнения движения центра масс диска 2 в проекциях на оси  $x, y$  имеют вид:

$$m_2 a_C = H + F_{\text{сц}} - F_2 \cos 60^\circ;$$

$$0 = -F_2 \cos 30^\circ - P_2 + N.$$

С учетом найденных значений реакции стержня  $H = 28,63$  Н и ускорения центра масс диска 2  $a_C = 6,85$  м/с<sup>2</sup>, находим силу сцепления и нормальную реакцию опоры:  $F_{\text{сц}} = 28,27$  Н,  $N = 85,98$  Н.

Полная реакция опоры  $R_K = \sqrt{N^2 + F_{\text{сц}}^2} = 90,51$  Н.

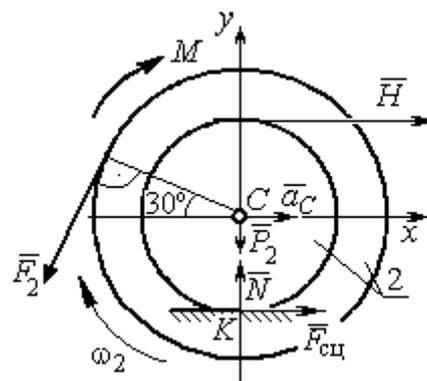


Рис. 5.10. Силы, действующие на диск 2 во время движения

## 6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

### 6.1. Принципы механики. Общее уравнение динамики

**Силой инерции** материальной точки называют векторную величину, модуль которой равен произведению массы точки на модуль её ускорения,

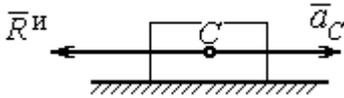


Рис. 6.1. Главный вектор сил инерции при поступательном движении твердого тела

направленную противоположно этому ускорению  $\vec{R}^И = -m\vec{a}$ , где  $m$  – масса точки;  $\vec{a}$  – вектор ускорения точки.

При поступательном движении тела с ускорением центра масс  $\vec{a}_c$  система сил инерции, приложенных к каждой точке тела, приводится к главному вектору сил инерции  $\vec{R}^И$ , равному по величине  $R^И = ma_c$ , приложенному в центре масс тела и направленному в сторону, противоположную ускорению  $\vec{a}_c$  (рис. 6.1).

При вращении тела вокруг неподвижной оси  $z$ , проходящей через центр масс, главный вектор сил инерции, приведённый к центру масс тела, обращается в нуль (так как ускорение центра масс равно нулю). Таким образом, система сил инерции приводится к паре сил с моментом  $\vec{M}^И$ , равным главному моменту сил инерции относительно оси вращения. Величина главного момента сил инерции  $M^И = J_z \varepsilon$ , где  $J_z$  – момент инерции тела относительно оси  $z$ ;  $\varepsilon$  – угловое ускорение тела. Направлен главный момент сил инерции в сторону, противоположную угловому ускорению (рис. 6.2).

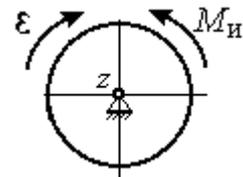


Рис. 6.2. Главный момент сил инерции при вращении тела вокруг оси, проходящей через центр масс

При плоскопараллельном движении тела с ускорением центра масс  $\vec{a}_c$  и угловым ускорением  $\varepsilon$  система сил инерции, приложенных к каждой точке тела, приводится к силе  $\vec{R}^И$ , равной главному вектору сил инерции, и паре сил с моментом  $\vec{M}^И$ , равным главному моменту сил инерции относительно оси,

проходящей через центр масс тела перпендикулярно плоскости движения (рис. 6.3). Главный вектор сил инерции равен по модулю произведению массы тела на ускорение его центра масс:  $R^и = ma_c$ , приложен в центре масс тела и направлен в сторону, противоположную ускорению  $\vec{a}_c$  центра масс. Главный момент сил инерции равен по величине произведению момента инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, на угловое ускорение тела:

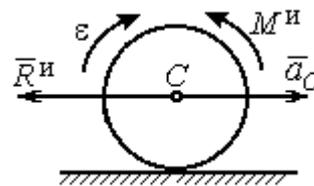


Рис. 6.3. Главный вектор и главный момент сил инерции при плоскопараллельном движении твердого тела

$M^и = J_c \varepsilon$ , где  $J_c$  – момент инерции тела. Направлен главный момент сил инерции в сторону, противоположную угловому ускорению (см. рис. 6.3).

**Принцип Даламбера для системы.** Если в любой момент времени к каждой из точек системы кроме действующих на нее внешних и внутренних сил присоединить соответствующие силы инерции, то полученная система сил будет уравновешенной. Принцип Даламбера даёт возможность составлять уравнения движения механической системы в виде уравнений равновесия:

$$\sum \vec{F}_k^e + \vec{R}^и = 0, \quad \sum \vec{M}_O(\vec{F}_k^e) + \vec{M}_O^и = 0,$$

где  $\vec{F}_k^e$  – внешние силы, приложенные к системе;  $\vec{R}^и$  – главный вектор сил инерции;  $\vec{M}_O(\vec{F}_k^e)$  – момент внешних сил, приложенных к системе, относительно произвольного центра  $O$ ;  $\vec{M}_O^и$  – главный момент сил инерции относительно центра  $O$ .

Силы, действующие на систему, можно подразделить на активные и реакции связей. **Идеальными связями** в механической системе называют такие связи, для которых сумма элементарных работ их реакций на любом возможном перемещении равна нулю.

**Принцип возможных перемещений.** Для равновесия механической системы с идеальными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма

элементарных работ всех активных сил, приложенных к точкам системы, была равна нулю на любом возможном перемещении системы:  $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = 0$ , где  $\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}})$  – элементарная работа активных сил на возможном перемещении.

Совместное применение принципа Даламбера и принципа возможных перемещений приводит к формулировке общего уравнения динамики.

**Общее уравнение динамики.** При движении механической системы с идеальными связями в каждый момент времени сумма элементарных работ всех приложенных активных сил и сил инерции на любом возможном перемещении равна нулю:  $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0$ , где  $\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}})$ ,  $\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}})$  – элементарные работы активных сил и сил инерции, приложенных к системе, на её возможном перемещении.

При вычислении элементарных работ активных сил и сил инерции используют обычные формулы для вычисления работы сил на элементарном перемещении точек их приложения. При этом переменные силы на элементарном перемещении точек их приложения считаются постоянными.

## 6.2. Задание Д6. Исследование механической системы с применением общего уравнения динамики

Механическая система с идеальными связями включает груз и два диска – однородного радиусом  $R$  или  $r$  и ступенчатого. Ступенчатый диск состоит из двух одноосных цилиндров радиусом  $R$  и  $r$ . Радиусы дисков указаны на схеме. Тела соединены нерастяжимыми нитями или невесомыми стержнями. Система движется в вертикальной плоскости из состояния покоя под действием сил тяжести, постоянной силы  $\vec{F}$ , а также пары сил с переменным моментом  $M$ . Направление действия силы  $\vec{F}$  и наклон плоскости движущихся тел определяются углами  $\alpha$  и  $\beta$ . Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен  $i_z$ .

Качение дисков без проскальзывания. Скольжение между невесомым стержнем и дисками отсутствует. Движение грузов по плоскости без трения. Нити и стержни, соединяющие груз и диски, параллельны соответствующим плоскостям, по которым двигаются тела.

Найти уравнение движения центра масс диска 3. Определить реакцию шарнира диска 2 в момент времени  $t = 1$  с.

Варианты задания приведены на рис. 6.4, 6.5. Исходные данные выбираются из табл. 6.1.

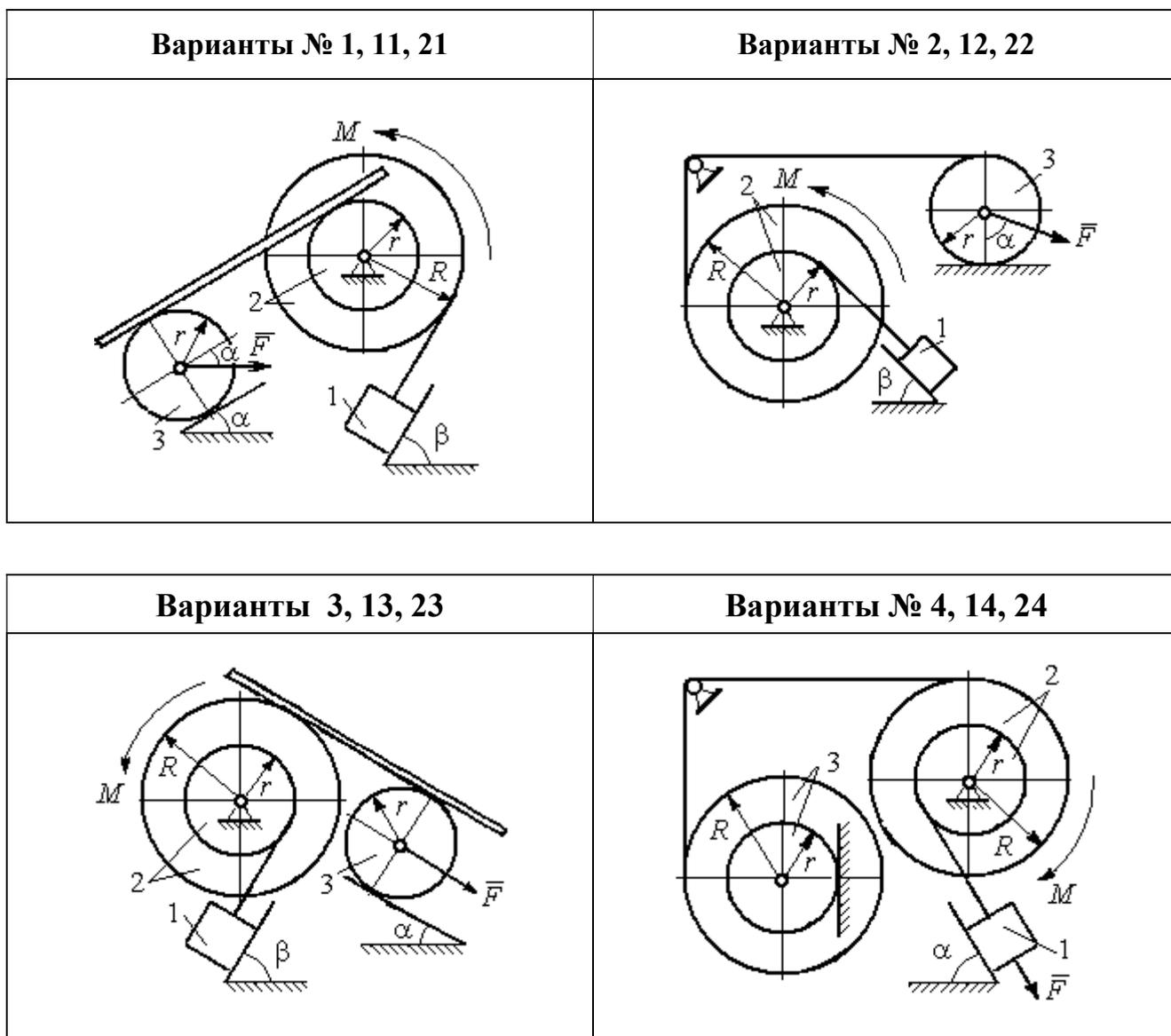


Рис. 6.4. Задание Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики.  
Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

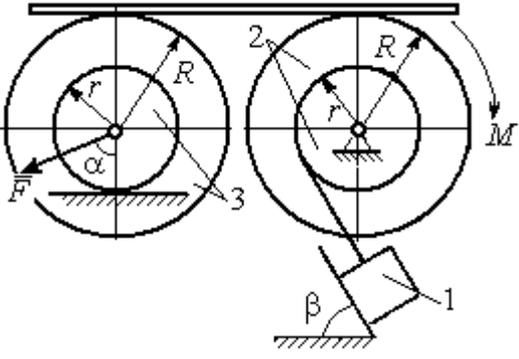
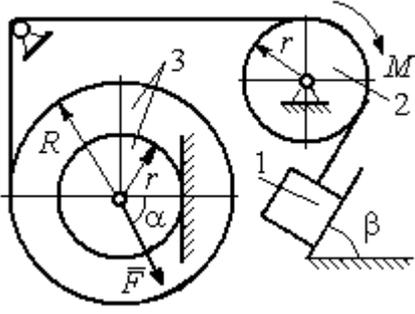
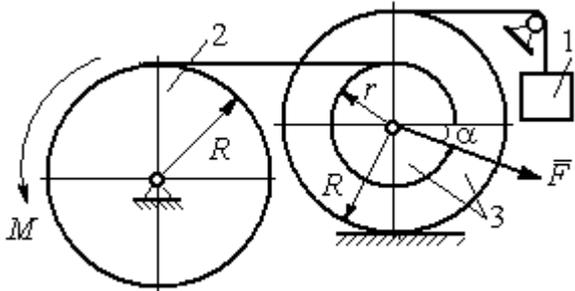
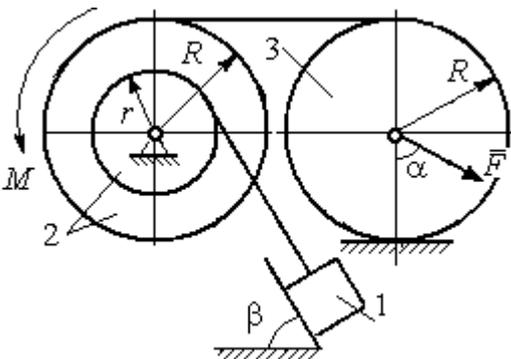
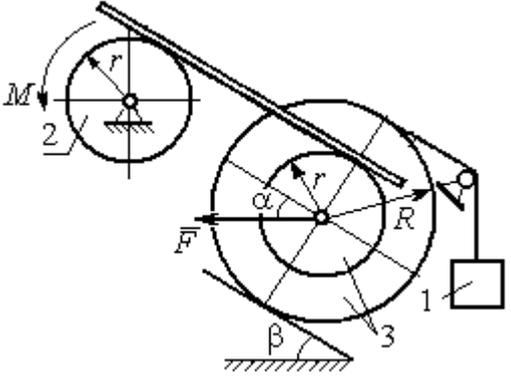
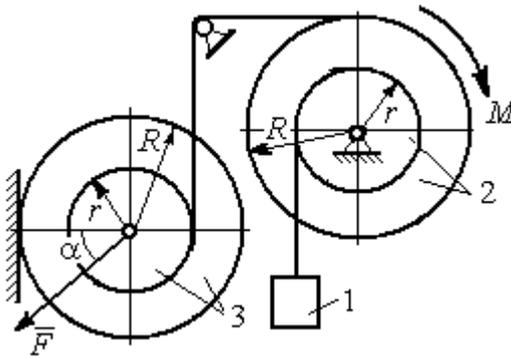
<p style="text-align: center;"><b>Варианты № 5, 15, 25</b></p> 	<p style="text-align: center;"><b>Варианты № 6, 16, 26</b></p> 
<p style="text-align: center;"><b>Варианты № 7, 17, 27</b></p> 	<p style="text-align: center;"><b>Варианты № 8, 18, 28</b></p> 
<p style="text-align: center;"><b>Варианты № 9, 19, 29</b></p> 	<p style="text-align: center;"><b>Варианты № 10, 20, 30</b></p> 

Рис. 6.5. Задание Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики.  
 Номера вариантов задания 5 – 10, 15 – 20, 25 – 30

**Исходные данные задания Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики**

Номер варианта задания	$P_1$ , Н	$P_2$ , Н	$P_3$ , Н	$F$ , Н	$M$ , Н·м	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	$R$ , м	$r$ , м	$i_z$ , м
1	10	20	8	20	$3(2+t^2)$	30	60	0,6	0,3	0,4
2	10	22	15	15	$4(t+3)$	30	30	0,8	0,4	0,6
3	5	18	10	6	$8(t^2+1)$	90	30	0,4	0,3	0,3
4	5	22	10	5	$14(t^2+t+1)$	30	–	0,6	0,5	0,6
5	5	20	16	9	$3(t^2+4)$	45	60	0,6	0,3	0,5
6	10	16	14	15	$4(5+t)$	60	30	1,0	0,6	0,8
7	6	20	20	8	$9(3t^2+2)$	45	–	0,8	0,6	0,8
8	16	25	15	12	$5(t^2+4)$	30	60	1,2	0,6	0,8
9	5	20	12	8	$4(3+5t)$	60	30	0,6	0,4	0,5
10	6	25	8	10	$5(3t+6)$	30	–	1,0	0,8	0,9
11	4	22	8	15	$2+t^2$	45	45	0,8	0,4	0,6
12	15	18	15	10	$5(t+3)$	30	60	1,0	0,5	0,7
13	6	20	10	4	$5(t^2+2)$	30	60	0,6	0,5	0,4
14	10	25	15	8	$16(t+2)$	60	–	0,8	0,6	0,7
15	8	18	20	10	$6(t+2)$	30	90	1,2	0,6	1,0
16	8	18	12	12	$5(3+t^2)$	90	60	0,8	0,6	0,7
17	5	20	10	10	$2t^2+20$	60	–	0,9	0,6	0,8
18	20	15	20	15	$3(t+4)$	60	30	0,8	0,4	0,7
19	8	20	12	10	$4(3+t)$	45	45	1,2	0,4	0,8
20	12	20	10	6	$6(3t+4)$	45	–	1,0	0,6	0,9
21	15	25	12	12	$6+t^2$	60	60	0,6	0,3	0,5
22	20	22	18	15	$2(2t+9)$	45	45	0,8	0,4	0,6
23	8	24	12	8	$7(3t^2+2)$	30	45	0,8	0,5	0,6
24	12	20	18	10	$6(t+4)$	90	–	0,5	0,3	0,4
25	5	20	12	12	$9(2+t^2)$	60	30	1,4	0,7	1,2
26	10	12	10	8	$6(2+t)$	30	45	1,2	0,8	0,9
27	6	18	16	14	$8(2t^2+3)$	30	–	0,8	0,2	0,6
28	10	20	20	20	$3(t^2+3)$	45	30	0,6	0,3	0,5
29	10	18	8	12	$5(4+t+t^2)$	30	60	1,2	0,8	0,9
30	8	18	10	15	$8(t^2+5)$	60	–	1,0	0,8	0,9

**Пример выполнения задания Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики**

Механическая система состоит из груза 1, движущегося поступательно, ступенчатого диска 2 (каток), катящегося по неподвижной поверхности цилиндра.

дрической ступенькой, и однородного диска 3 (блок), вращающегося вокруг неподвижной оси, проходящей через центр масс блока (рис. 6.6). Качение катка 2 без проскальзывания, скольжение груза 1 – без трения. Движение системы происходит под действием сил

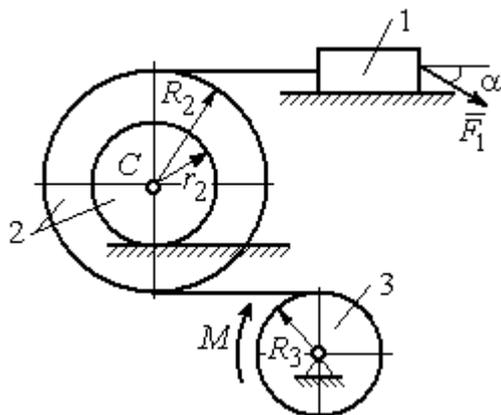


Рис. 6.6. Схема движения механической системы

тяжести, силы  $\vec{F}$ , приложенной к грузу 1 и пары сил с моментом  $M$ , приложенной к диску 3.

Найти уравнение движения центра масс катка 2 если движение системы началось из состояния покоя.

Определить реакцию шарнира диска 3 в момент  $t = 1$  с, если:  $P_1 = 10$  Н;  $P_2 = 20$  Н;  $P_3 = 15$  Н;  $F = 5(t+1)$  Н;  $M = 6(1+2t)$  Н·м;  $R_2 = 0,8$  м;  $r_2 = 0,2$  м;  $R_3 = 0,4$  м;  $i_{2C} = 0,6$  м.

### Решение

В рассматриваемой механической системе активными силами являются силы тяжести  $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3$ , сила  $\vec{F}$  и пара сил с моментом  $M$  (рис. 6.7). Связи идеальные, так как скольжение груза 1 происходит по гладкой поверхности без трения, качение диска 2 без проскальзывания, а ось вращения блока 3 неподвижна.

Предположим, направление движения в системе задаёт пара сил с моментом  $M$ , приложенная к блоку 3. Обозначим  $\omega_3, \varepsilon_3$  – угловая скорость и угловое ускорение блока 3,  $V_C, a_C$  – скорость и ускорение центра масс катка 2,  $V_1, a_1$  – скорость и ускорение груза 1. Направления векторов скоростей и ускорений точек и угловых скоростей и ускорений тел в соответствии с выбранным направлением движения системы показаны на рис. 6.7.

Общее уравнение динамики имеет вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0.$$

Присоединим к телам системы силы инерции. Груз 1 движется поступательно. Главный вектор сил инерции груза 1  $\vec{R}_1^и$  приложен в центре масс груза и направлен в сторону, противоположную ускорению  $\vec{a}_1$  груза 1. Модуль главного вектора сил инерции груза 1  $R_1^и = m_1 a_1$ , где  $m_1$  – масса груза 1;  $a_1$  – величина ускорения груза 1.

Система сил инерции катка 2, приводятся к силе, равной главному вектору сил инерции  $\vec{R}_2^и$ , приложенному в центре масс катка 2, и паре сил с моментом, равным главному моменту сил инерции  $\vec{M}_2^и$  относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения.

Главный вектор сил инерции направлен в сторону, противоположную ускорению  $\vec{a}_C$ , и составляет  $R_2^и = m_2 a_C$ , где  $m_2$  – масса катка 2;  $a_C$  – величина ускорения центра масс. Главный момент сил инерции:  $M_2^и = J_{2C} \varepsilon_2$ , где  $J_{2C}$  – момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения;  $\varepsilon_2$  – угловое ускорение катка 2. Направлен главный момент сил инерции  $M_2^и$  в сторону, противоположную угловому ускорению  $\varepsilon_2$ .

Главный вектор сил инерции, приложенных к блоку 3 и приведённых к центру масс блока, равен нулю, так как блок вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через центр масс, и ускорение центра масс блока равно нулю. В результате силы инерции блока 3 приводятся к паре сил, момент которой ра-

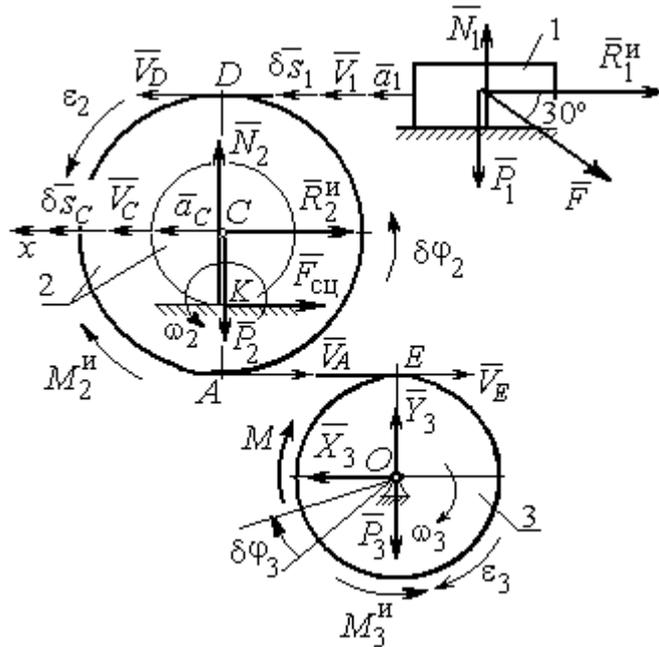


Рис. 6.7. Расчётная схема исследования движения механической системы

вен главному моменту сил инерции  $\vec{M}_3^И$  относительно оси вращения. Главный момент сил инерции блока 3 равен по величине  $M_3^И = J_{3O}\varepsilon_3$ , где  $J_{3O}$  – момент инерции блока 3 относительно оси вращения;  $\varepsilon_3$  – угловое ускорение блока 3, и направлен в сторону, противоположную угловому ускорению  $\varepsilon_3$ . Главные векторы и главные моменты сил инерции показаны на рис. 6.8.

Определим кинематические соотношения между скоростями точек системы и выразим их через скорость  $V_C$  центра масс катка 2. Каток 2 катится по неподвижной поверхности без скольжения. Мгновенный центр скоростей катка находится в точке  $K$  касания катка с поверхностью (см. рис. 6.7). Угловая скорость катка 2

$\omega_2 = \frac{V_C}{CK} = \frac{V_C}{r_2}$ . Скорость точки  $A$  катка 2:

$V_A = \omega_2 \cdot AK = \omega_2(R_2 - r_2) = V_C \frac{R_2 - r_2}{r_2}$ . Скорость точки  $E$  блока 3 равна скорости точки  $A$  катка 2,  $V_E = V_A$ . Тогда угловая скорость блока 3:

$$\omega_3 = \frac{V_E}{R_3} = \frac{V_A}{R_3} = V_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Скорость груза 1 равна скорости точки  $D$  катка 2:

$$V_1 = V_D = \omega_2 \cdot DK = \omega_2(R_2 + r_2) = V_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}.$$

Соотношения между ускорениями определяются путем дифференцирования установленных кинематических равенств:

$$a_1 = a_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{a_C}{r_2}, \quad \varepsilon_3 = a_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Для того чтобы найти соотношения между перемещениями, выразим кинематические равенства между скоростями в дифференциальном виде и, полагая, что действительное перемещение является возможным, т. е.  $ds = \delta s$ ,  $d\varphi = \delta\varphi$ , получим соотношения между возможными перемещениями:

$$\delta s_1 = \delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \quad \delta \varphi_2 = \frac{\delta s_C}{r_2}, \quad \delta \varphi_3 = \delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Сообщим системе возможное перемещение, совпадающее с действительным. Элементарная работа реакций связи на любом возможном перемещении системы равна нулю, так как связи в системе идеальные.

Найдем элементарные работы активных сил и выразим их через перемещение центра масс катка 2. Прежде заметим, что элементарные работы сил тяжести груза 1 и катка 2 равны нулю, так как направления перемещений точек приложения этих сил перпендикулярны векторам сил:

$$\delta A(\vec{P}_1) = P_1 \delta s_1 \cos 90^\circ = 0, \quad \delta A(\vec{P}_2) = P_2 \delta s_C \cos 90^\circ = 0.$$

Элементарная работа силы тяжести блока 3 равна нулю, так как точка приложения силы тяжести блока 3 не перемещается:  $\delta A(\vec{P}_3) = 0$ .

Элементарная работа пары сил с моментом  $M$ , приложенных к блоку 3:

$$\delta A(\vec{M}) = M \delta \varphi_3 = M \delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Элементарная работа силы  $\vec{F}$ :

$$\delta A(\vec{F}) = F \delta s_1 \cos 150^\circ = -F \delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2} \cos 30^\circ.$$

Сумма элементарных работ всех активных сил:

$$\begin{aligned} \sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) &= \delta A(\vec{M}) + \delta A(\vec{F}) = M \delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2} - F \delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2} \cos 30^\circ = \\ &= \left[ 6(1 + 2t) \left( \frac{0,8 - 0,2}{0,4 \cdot 0,2} \right) - 5(t + 1) \left( \frac{0,8 + 0,2}{0,2} \right) 0,866 \right] \delta s_C = (23,35 + 68,35t) \delta s_C. \end{aligned}$$

Определим модули главных векторов и главных моментов сил инерции в зависимости от ускорения  $a_C$  центра масс катка 2:

$$R_1^{\text{и}} = m_1 a_1 = \frac{P_1}{g} a_1 = \frac{P_1 (R_2 + r_2)}{g r_2} a_C, \quad R_2^{\text{и}} = m_2 a_C = \frac{P_2 a_C}{g},$$

$$M_2^{\text{и}} = J_{2C} \varepsilon_2 = m_2 i_{2C}^2 \varepsilon_2 = \frac{P_2 i_{2C}^2 a_C}{g r_2},$$

$$M_3^H = J_{3O} \varepsilon_3 = \frac{m_3 R_3^2}{2} \varepsilon_3 = \frac{P_3 R_3^2 (R_2 - r_2)}{2g R_3 r_2} a_C = \frac{P_3 R_3 (R_2 - r_2)}{2g r_2} a_C,$$

где  $J_{2C}$  – момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения,  $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$ ;  $i_{2C}$  – радиус инерции катка 2;  $J_{3O}$  – момент инерции блока 3 относительно оси вращения, проходящей через его центр масс,  $J_{3O} = \frac{m_3 R_3^2}{2}$ .

Найдем элементарные работы сил инерции на возможном перемещении системы и выразим их в зависимости от перемещения  $\delta s_C$  центра масс катка 2:

$$\delta A(\vec{R}_1^H) = R_1^H \delta s_1 \cos 180^\circ = - \frac{P_1 (R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2} \delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{R}_2^H) = R_2^H \delta s_C \cos 180^\circ = - \frac{P_2 a_C}{g} \delta s_C, \quad \delta A(\vec{M}_2^H) = -M_2^H \delta \varphi_2 = - \frac{P_2 i_2^2 a_C}{g r_2^2} \delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{M}_3^H) = -M_3^H \delta \varphi_3 = - \frac{P_3 (R_2 - r_2)^2 a_C}{2g r_2^2} \delta s_C.$$

Сумма элементарных работ сил инерции:

$$\begin{aligned} \sum \delta A(\vec{R}_k^H) &= - \frac{P_1 (R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2} \delta s_C - \frac{P_2 a_C}{g} \delta s_C - \frac{P_2 i_2^2 a_C}{g r_2^2} \delta s_C - \frac{P_3 (R_2 - r_2)^2 a_C}{2g r_2^2} \delta s_C = \\ &= - \frac{a_C \delta s_C}{g} \left[ \frac{10(0,8 + 0,2)^2}{0,2^2} + 20 + \frac{20 \cdot 0,6^2}{0,2^2} + \frac{15(0,8 - 0,2)^2}{2 \cdot 0,2^2} \right] = - 52,75 a_C \delta s_C, \end{aligned}$$

где  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ .

С учетом проделанных вычислений общее уравнение динамики принимает вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^H) = (23,35 + 68,35t) \delta s_C - 52,75 a_C \delta s_C = 0,$$

откуда ускорение центра масс катка 2:

$$a_C = 0,44 + 1,29t.$$

Выберем ось  $x$  по направлению движения центра масс катка 2 (см. рис. 6.7). Проектируя вектор  $\vec{a}_C$  ускорения точки  $C$  на ось  $x$ , получим дифференциальное уравнение  $a_C = \ddot{x}_C = 0,44 + 1,29t$ . Интегрируя дважды это уравнение, найдём закон движения:  $x_C = 0,44\frac{t^2}{2} + 1,29\frac{t^3}{6} + C_1t + C_2$ . Подставляя сюда начальные условия:  $t = 0, V_C = 0, x_C = 0$ , найдём константы интегрирования:  $C_1 = C_2 = 0$ . Окончательно уравнение движения центра масс диска 2 представим в виде:

$$x_C = 0,22t^2 + 0,21t^3.$$

Рассмотрим вращательное движение блока 3, освободив его от связей. На блок действуют сила тяжести  $\vec{P}_3$ , реакция подшипника, разложенная на составляющие  $\vec{X}_3, \vec{Y}_3$ , пара сил с моментом  $M$  и реакция нити  $\vec{H}_3$  (см. рис. 6.8). Реакция нити, равная силе натяжения нити, приложена к блоку 3, направлена вдоль нити, связывающей каток 2 и блок 3. Присоединим к блоку 3 силы инерции. Направления сил, моментов пар сил и главного момента сил инерции, действующих на блок 3, показаны на рис. 6.8.

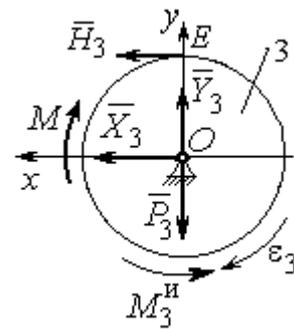


Рис. 6.8. Расчётная схема определения натяжения нити и реакции шарнира блока 3

По принципу Даламбера система сил, приложенных к блоку 3, включая силы инерции, находится в равновесии. Составим уравнение равновесия в виде равенства нулю суммарного момента всех сил (включая силы инерции) относительно оси вращения. Получим  $M - H_3R_3 - M_3^И = 0$ , где  $M_3^И = J_{3O}\varepsilon_3 = \frac{P_3R_3(R_2 - r_2)a_C}{2gr_2}$ . Из уравнения находим величину натяжения нити:

$$H_3 = \frac{M}{R_3} - \frac{P_3(R_2 - r_2)a_C}{2gr_2} = \frac{6(1 + 2t)}{R_3} - \frac{P_3(R_2 - r_2)}{2gr_2}(0,44 + 1,29t) = 13,99 + 27,04t.$$

В момент времени  $t = 1$  с натяжение нити:  $H_3 = 41,04$  Н.

Так как главный вектор сил инерции блока 3 равен нулю, то составленные по принципу Даламбера уравнения равновесия блока 3 в виде проекций сил на вертикальную и горизонтальную оси содержат только внешние силы. Имеем:  $X_3 + H_3 = 0$ ,  $Y_3 - P_3 = 0$  (см. рис. 6.8). Отсюда находим составляющие реакции шарнира блока 3 в момент времени  $t = 1$  с:  $X_3 = -H_3 = -41,04$  Н,  $Y_3 = P_3 = 15$  Н. Отрицательное значение горизонтальной составляющей реакции шарнира  $X_3$  означает её противоположное направление.

Полная реакция шарнира  $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2} = 43,69$  Н.

### 6.3. Уравнения Лагранжа II рода

**Обобщенными координатами** механической системы называется совокупность любых  $s$  независимых параметров  $q_1, q_2, \dots, q_s$ , однозначно определяющих положение системы в любой момент времени.

Если системе сообщить возможное перемещение, при котором все обобщенные координаты изменяются на элементарные (бесконечно малые) величины  $\delta q_1, \delta q_2, \dots, \delta q_s$ , называемые вариациями обобщенных координат, то все действующие активные силы совершат элементарную работу, которая может быть представлена в виде  $\delta A = Q_1 \cdot \delta q_1 + Q_2 \cdot \delta q_2 + \dots + Q_s \cdot \delta q_s$ . Величина  $Q_k$ , равная коэффициенту при вариации  $\delta q_k$  обобщенной координаты, называется **обобщенной силой**, соответствующей данной обобщенной координате. Расчет обобщенных сил осуществляется путем последовательного придания системе возможных перемещений, при которых варьируется только одна из обобщенных координат, а вариации остальных координат равны нулю.

Для материальной системы с идеальными связями дифференциальные уравнения движения в обобщенных координатах – **уравнения Лагранжа II рода** – имеют вид:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k, \quad k = 1, 2, \dots, s,$$

где  $T$  – кинетическая энергия системы;  $q_1, q_2, \dots, q_s$  – обобщенные координаты;  $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_s$  – обобщенные скорости;  $s$  – число степеней свободы системы.

#### 6.4. Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Механическая система состоит из трёх тел – бруса 1, блока 2, катка 3 и невесомой пружины жесткостью  $c$ . Брус 1, соединяющий каток 3 с блоком 2, расположен параллельно линии качения катка 3. Радиусы ступеней ступенчатого диска и радиус однородного диска указаны на схеме.

Качение катка 3 происходит без проскальзывания. Скольжение между бруском и дисками отсутствует. В задачах, где пружина соединяется с блоком 2, передача движения блоку 2 производится посредством невесомого стержня без скольжения.

Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен  $i_z$ .

Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести  $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3$ , силы  $\vec{F}$  и пары сил с моментом  $M$ .

Определить закон движения бруса 1 и закон угловых колебаний блока 2, если в начальный момент пружина находилась в нерастянутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость  $\omega_{20}$ , направленную в сторону заданного момента пары сил.

Варианты заданий даны на рис. 6.9, 6.10. Варианты исходных данных в табл. 6.2. Отрицательные значения величин  $F$  или  $M$  в табл. 6.2 означают, что при заданных модулях силы или момента направление вектора силы  $\vec{F}$  или момента  $M$  на схеме следует изменить на противоположные.

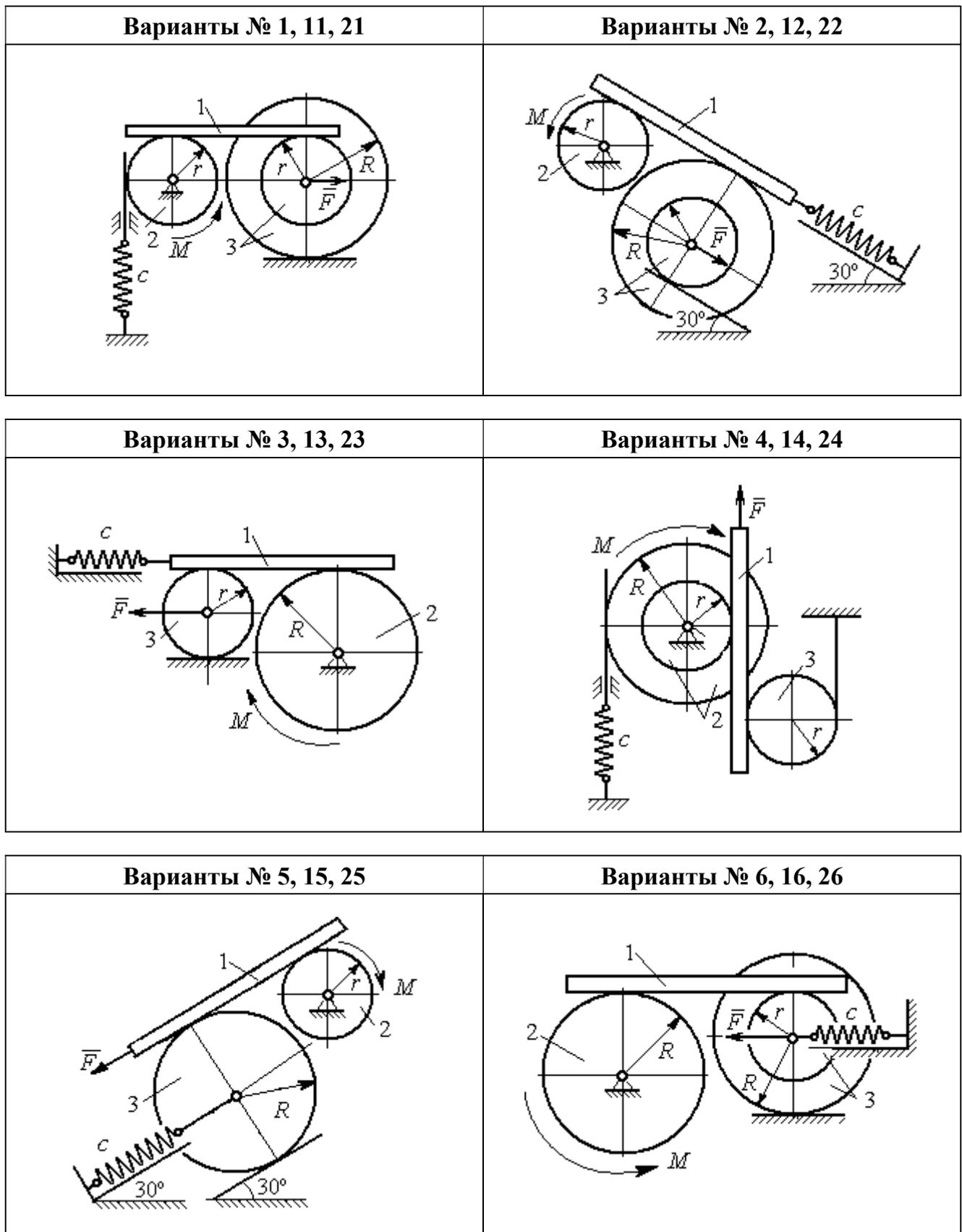


Рис. 6.9. Задание Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы. Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

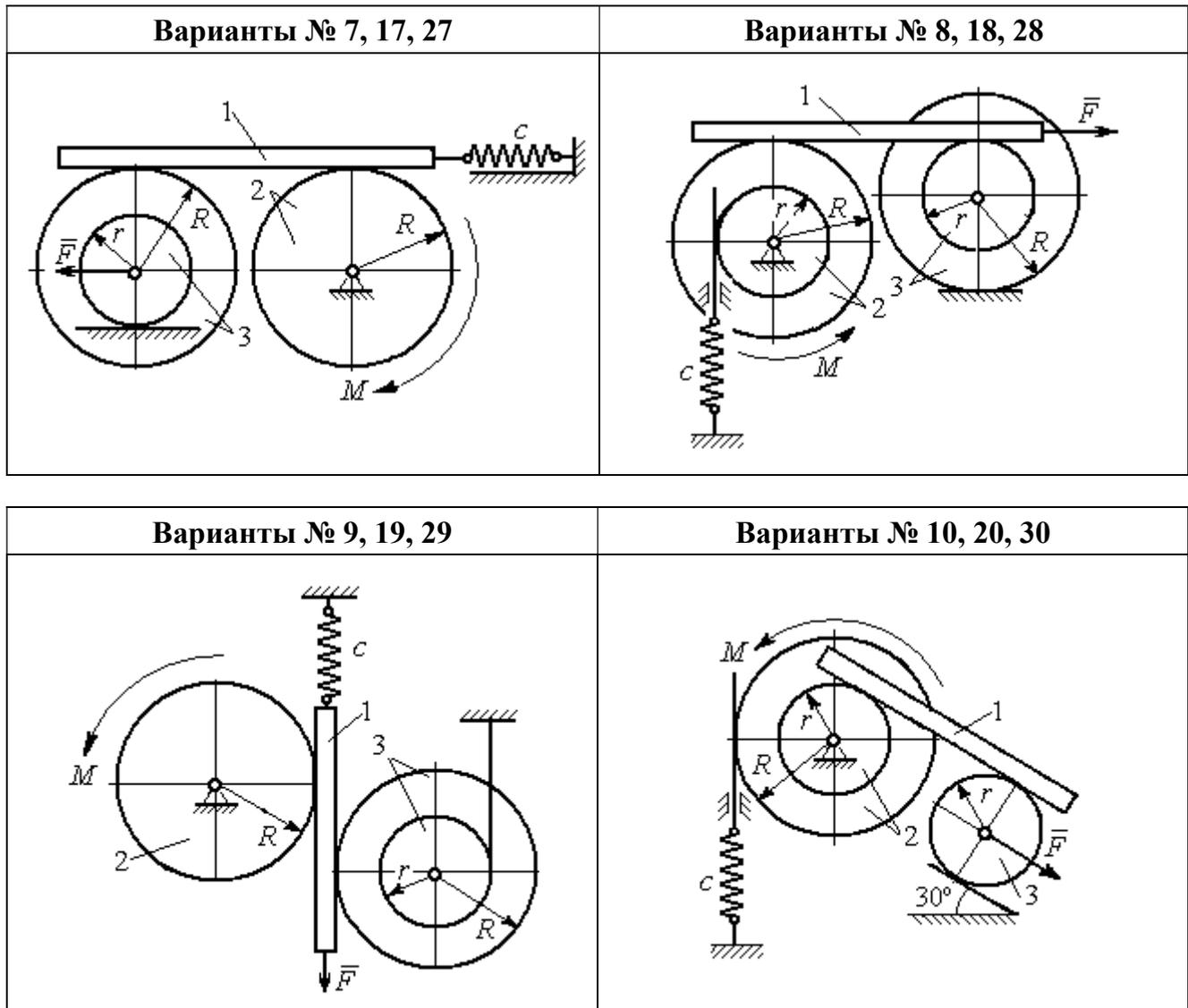


Рис. 6.10. Задание Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы. Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 6.2

**Исходные данные задания Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа**

Номер варианта задания	$P_1, \text{Н}$	$P_2, \text{Н}$	$P_3, \text{Н}$	$F, \text{Н}$	$M, \text{Н}\cdot\text{м}$	$c, \text{Н/м}$	$\omega_{20}, \text{рад/с}$	$R, \text{м}$	$r, \text{м}$	$i_z, \text{м}$
1	8	12	18	15	3	50	0,3	0,6	0,3	0,4
2	10	8	15	12	5	55	0,4	0,8	0,5	0,6
3	5	18	10	8	4	60	0,2	0,5	0,3	–
4	5	20	12	10	6	70	0,5	0,6	0,5	0,6
5	5	8	16	8	8	65	0,2	0,6	0,3	–

Номер варианта задания	$P_1, \text{Н}$	$P_2, \text{Н}$	$P_3, \text{Н}$	$F, \text{Н}$	$M, \text{Н}\cdot\text{м}$	$c, \text{Н/м}$	$\omega_{20}, \text{рад/с}$	$R, \text{м}$	$r, \text{м}$	$i_z, \text{м}$
6	8	10	14	6	2	50	0,1	1,0	0,6	0,8
7	10	12	15	12	3	65	0,2	0,8	0,6	0,7
8	12	15	15	6	2	50	0,3	1,2	0,6	0,8
9	5	20	12	8	4	75	0,1	0,6	0,4	0,5
10	6	25	8	5	12	60	0,4	1,0	0,8	0,9
11	4	10	12	-10	-2	60	0,2	0,8	0,4	0,6
12	5	8	15	-8	3	50	0,5	1,0	0,5	0,7
13	6	15	8	-12	-4	65	0,4	0,6	0,5	-
14	10	25	10	6	10	55	0,1	0,8	0,6	0,7
15	8	6	20	-10	2	70	0,2	1,2	0,6	-
16	10	12	12	-5	6	60	0,3	0,8	0,6	0,7
17	12	16	12	-6	-2	55	0,4	0,9	0,6	0,8
18	10	20	20	10	4	60	0,1	0,8	0,4	0,7
19	8	20	12	-10	6	65	0,2	1,2	0,4	0,8
20	12	20	10	-3	6	50	0,24	1,0	0,6	0,9
21	5	12	15	12	-3	55	0,3	0,6	0,5	0,55
22	10	15	18	6	-2	65	0,1	0,8	0,4	0,6
23	8	20	12	-8	2	45	0,2	0,8	0,6	-
24	12	20	18	-4	-8	70	0,4	0,5	0,3	0,4
25	6	10	15	-6	-2	60	0,1	1,4	0,7	-
26	8	12	10	10	-3	65	0,2	1,2	0,8	0,9
27	6	18	16	5	-3	70	0,2	0,8	0,2	0,6
28	8	12	12	-6	2	65	0,3	0,6	0,3	0,5
29	10	18	20	-10	4	60	0,2	1,2	0,8	0,9
30	8	18	10	8	6	75	0,1	1,0	0,8	0,9

### Пример выполнения задания Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Механическая система состоит из трёх тел – бруса 1, блока 2, катка 3 и невесомой пружины жесткостью  $c$ . Брус, соединяющий каток 3 с блоком 2, расположен параллельно линии качения катка 3 (рис. 6.11). Радиусы ступеней ступенчатого диска  $R$  и  $r$ , радиус однородного диска  $r$ . Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести  $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3$ , силы  $\vec{F}$  и пары сил с моментом  $M$ . Движение катка 3 по неподвижной поверхности происходит без проскальзывания. Скольжение между бруском и дисками отсутствует.

Передача движения от пружины блоку 2 производится посредством невесомого вертикального стержня без скольжения. Радиус инерции блока 2 относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения,  $i_z$ .

Исходные данные задачи:  $P_1 = P$  Н,  $P_2 = 2P$  Н,  $P_3 = P$  Н,  $F = 2P$  Н,  $M = Pr$  Н·м,  $R = 1,5r$  м,  $i_z = r\sqrt{2}$  м,  $c = P/r$  Н/м.

Определить законы движения блока 2 и бруса 1 при  $P = 10$  Н,  $r = 0,2$  м, если в начальный момент пружина находилась в нерастяннутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость  $\omega_0 = 0,5$  рад/с, направленную в сторону заданного момента пары сил.

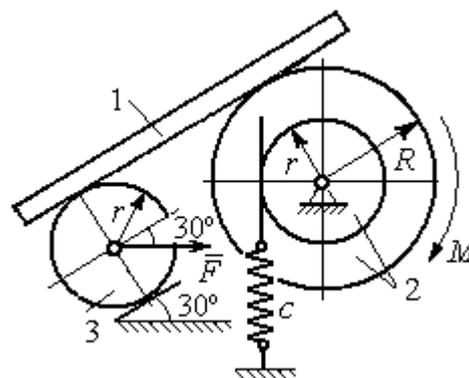


Рис. 6.11. Механическая система с одной степенью свободы

### Решение

Рассматриваемая механическая система (рис. 6.11) имеет одну степень свободы, так как в системе не допускается независимое друг от друга движение тел. В качестве обобщённой координаты  $q$  выберем перемещение  $x$  верхнего края пружины, отсчитываемого от уровня, при котором пружина длиной  $l_0$  находилась в нерастяннутом состоянии (рис. 6.12). Обобщённая скорость  $\dot{q} = \dot{x}$ .

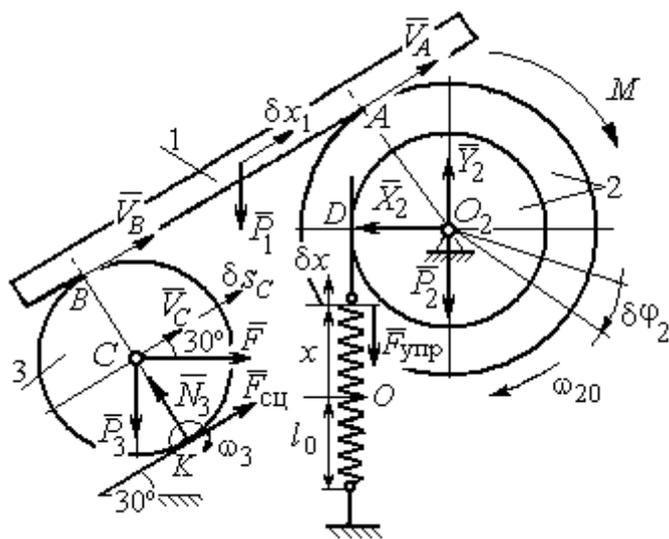


Рис. 6.12. Расчётная схема колебаний механической системы с одной степенью свободы

Уравнение Лагранжа II рода, описывающее движение системы с одной степенью свободы, имеет вид  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_x$ , где  $T$  –

кинетическая энергия системы,  $Q_x$  – обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате  $x$ .

Вычислим кинетическую энергию системы как сумму кинетических энергий бруса, блока и катка:  $T = T_1 + T_2 + T_3$ . Кинетическая энергия поступательного движения бруса 1:  $T_1 = \frac{1}{2}m_1V_1^2$ , где  $m_1$ ,  $V_1$  – масса и скорость бруса.

Энергия вращательного движения блока 2:  $T_2 = \frac{1}{2}J_{2z}\omega_2^2$ , где  $\omega_2$  – угловая скорость блока,  $J_{2z}$  – момент инерции блока 2 относительно оси  $z$ ,  $J_{2z} = m_2i_z^2$ .

Каток 3 совершает плоскопараллельное движение. Его кинетическая энергия  $T_3 = \frac{1}{2}m_3V_C^2 + \frac{1}{2}J_{zC}\omega_3^2$ , где  $V_C$  – скорость центра масс катка 3;  $J_{zC}$  – момент инерции катка относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения,  $J_{zC} = \frac{1}{2}m_3r^2$ ;  $r$  – радиус катка;  $\omega_3$  – угловая скорость катка.

Выразим скорость  $V_1$  бруса 1, угловые скорости  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  блока 2 и катка 3, а также скорость  $V_C$  центра масс катка 3 через обобщенную скорость  $\dot{x}$ .

Заметим, что скорость точки  $D$  блока 2 равна скорости верхнего края пружины  $V_D = \dot{x}$ . Угловая скорость блока 2  $\omega_2 = \frac{V_D}{r} = \frac{\dot{x}}{r}$ . Скорость бруса 1

равна скорости точки  $A$  блока 2 и вычисляется по формуле  $V_1 = V_A = \omega_2 R = \frac{\dot{x}R}{r}$ .

Так как брус совершает поступательное движение, то  $V_B = V_1$ . Угловая скорость

катка 3  $\omega_3 = \frac{V_B}{2r} = \frac{V_1}{2r} = \frac{\dot{x}R}{2r^2}$ . Здесь при определении угловой скорости катка 3

учтено, что точка  $K$  касания катка 3 с неподвижной поверхностью является

мгновенным центром скоростей катка. Скорость центра катка 3  $V_C = \frac{V_B}{2} = \frac{\dot{x}R}{2r}$ .

Подставляя исходные данные задачи с учётом найденных кинематических соотношений, получим кинетическую энергию тел системы

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 = \frac{P}{2g} \left( \frac{\dot{x}R}{r} \right)^2 = 1,125 \frac{P}{g} \dot{x}^2, \quad T_2 = \frac{1}{2} J_{2z} \omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2P}{g} (r\sqrt{2})^2 \left( \frac{\dot{x}}{r} \right)^2 = 2 \frac{P}{g} \dot{x}^2,$$

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_3^2 = \frac{1}{2} \frac{P}{g} \left( \frac{\dot{x}R}{2r} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{Pr^2}{2g} \left( \frac{\dot{x}R}{2r^2} \right)^2 = 0,422 \frac{P}{g} \dot{x}^2.$$

Тогда полная кинетическая энергия системы:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = 3,547 \frac{P}{g} \dot{x}^2.$$

Произвольное положение системы определяется обобщённой координатой  $x$ , показывающей растяжение пружины. Дадим пружине, находящейся в произвольном положении, возможное (бесконечно малое) перемещение  $\delta x$  в положительном направлении оси  $x$  (см. рис. 6.12). При этом блок 2 повернётся на угол  $\delta\varphi_2$ :  $\delta\varphi_2 = \frac{\delta x}{r}$ , брус 1 переместится на расстояние  $\delta x_1$ :  $\delta x_1 = \frac{\delta x R}{r}$ ,

центр масс катка 3 сдвинется на расстояние  $\delta S_C$ :  $\delta S_C = \frac{\delta x R}{2r}$ . Все перемещения

получены из установленных ранее кинематических соотношений и показаны на рис. 6.12.

При заданном возможном перемещении системы работу совершают силы тяжести  $\vec{P}_1$ ,  $\vec{P}_3$  бруса 1 и катка 3, пара сил с моментом  $M$ , сила  $\vec{F}$  и сила упругости пружины (см. рис. 6.12). Элементарная работа вращающего момента  $M$ , приложенного к блоку 2, будет  $\delta A(M) = M \delta\varphi_2 = M \frac{\delta x}{r}$ . Работа силы тяжести

бруса 1 определяется равенством  $\delta A(P_1) = P_1 \delta x_1 \cos 120^\circ = -P_1 \delta x_1 \cos 60^\circ = -\frac{P_1 \delta x R}{2r}$ .

Работы силы тяжести катка 3 и силы  $F$ :  $\delta A(P_3) = P_3 \delta S_C \cos 120^\circ = -P_3 \frac{\delta x R}{4r}$ ,

$\delta A(F) = F \frac{\delta x R}{2r} \cos 30^\circ$ . Модуль силы упругости пружины, растянутой из неде-

формированного положения на расстояние  $x$ :  $F_{\text{упр}} = cx$ . Сила  $\vec{F}_{\text{упр}}$  упругости направлена в сторону, противоположную растяжению (см. рис. 6.12). Работа силы упругости при перемещении вдоль линии действия на расстояние  $\delta x$  вычисляется по формуле  $\delta A(\vec{F}_{\text{упр}}) = F_{\text{упр}} \delta x \cos 180^\circ = -cx \delta x$ .

Сумма работ сил на рассматриваемом возможном перемещении системы с учётом данных задачи составляет

$$\begin{aligned} \delta A &= \delta A(M) + \delta A(P_1) + \delta A(P_3) + \delta A(F) + \delta A(F_{\text{упр}}) = \\ &= M \frac{\delta x}{r} - \frac{P_1 \delta x R}{2r} - P_3 \frac{\delta x R}{4r} + F \frac{\delta x R}{2r} \cos 30^\circ - cx \delta x = P(1,174 - 5x) \delta x, \end{aligned}$$

откуда обобщённая сила  $Q_x = P(1,174 - 5x)$ .

Составим уравнения Лагранжа. Вычислим частные производные от кинетической энергии по обобщенной скорости  $\dot{x}$  и координате  $x$ :  $\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = 7,094 \frac{P}{g} \dot{x}$ ,

$\frac{\partial T}{\partial x} = 0$ . Определим полную производную по времени:  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) = 7,094 \frac{P}{g} \ddot{x}$ . Ре-

зультаты расчетов подставим в уравнения Лагранжа II рода и получим дифференциальное уравнение колебаний верхнего края пружины:

$$7,094 \frac{P}{g} \ddot{x} = P(1,174 - 5x), \text{ или при } g = 9,81 \text{ м/с}^2, \quad \ddot{x} + 6,91x = 1,62.$$

Решение дифференциального уравнения представляется в виде суммы общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного:  $x = x_{\text{одн}} + x_{\text{частн}}$ . Общее решение однородного уравнения имеет вид  $x_{\text{одн}} = C_1 \sin kt + C_2 \cos kt$ , где  $C_1, C_2$  – произвольные постоянные;  $k$  – круговая частота собственных колебаний пружины,  $k = \sqrt{6,91} = 2,63$  рад/с. Частное решение неоднородного уравнения ищется в виде константы  $x_{\text{частн}} = b$ . Подставив его в уравнение колебаний, получим  $b = 0,23$ . Таким образом, общее решение неоднородного уравнения имеет вид  $x(t) = C_1 \sin 2,63t + C_2 \cos 2,63t + 0,23$ .

Произвольные постоянные  $C_1, C_2$  находятся из начальных условий. По условию задачи в начальный момент пружина была в нерастянтом состоянии. Тогда начальная координата пружины (её верхнего края)  $x(0) = 0$ . Скорость верхнего края пружины в начальный момент времени  $\dot{x}(0)$  равна начальной скорости  $V_D(0)$  точки  $D$  блока 2. Поскольку в начальный момент времени блоку 2 сообщили угловую скорость  $\omega_{20}$ , то  $\dot{x}(0) = V_D(0) = \omega_{20}r = 0,1$  м/с.

Подставляя значение начальной координаты в общее решение неоднородного уравнения при  $t = 0$ , получим  $C_2 = -0,23$ .

Вычисляем скорость движения пружины, взяв производную:  $\dot{x}(t) = 2,63C_1 \cos 2,63t - 2,63C_2 \sin 2,63t$ . Подставляя начальное значение скорости, получим  $C_1 = 0,038$ . Окончательно уравнение движения верхнего края пружин:  $x(t) = 0,038 \sin 2,63t - 0,23 \cos 2,63t + 0,23$  м.

Уравнения колебательных движений бруса 1 и блока 2 найдём из ранее полученных кинематических соотношений:

$$x_1 = \frac{xR}{r} = 1,5 x(t) = 0,057 \sin 2,63t - 0,34 \cos 2,63t + 0,34 \text{ м;}$$

$$\varphi_2 = \frac{x}{r} = 5 x(t) = 0,19 \sin 2,63t - 1,15 \cos 2,63t + 1,15 \text{ рад.}$$

Амплитуда колебаний бруса  $A = \sqrt{0,057^2 + 0,34^2} = 0,35$  м.

### 6.5. Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы

Механическая система, состоящая из четырёх тел, из состояния покоя движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести  $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3, \vec{P}_4$ , силы  $\vec{F}$  и пары сил с моментом  $M$ . Качение тел во всех случаях происходит без проскальзывания, скольжение грузов по поверхностям – без трения. Радиусы дисков одинаковы и равны  $R$ . Найти уравнения движения системы в обоб-

щённых координатах. Варианты заданий и рекомендуемые обобщённые координаты даны на рис. 6.13, 6.14, варианты исходных данных – в табл. 6.3.

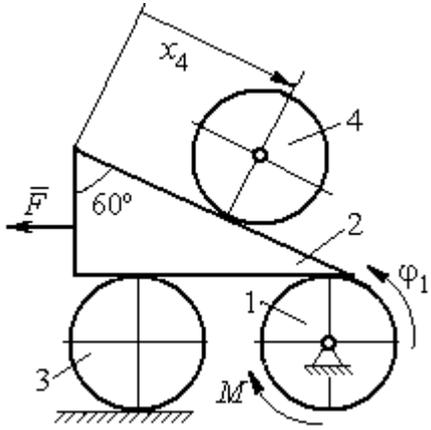
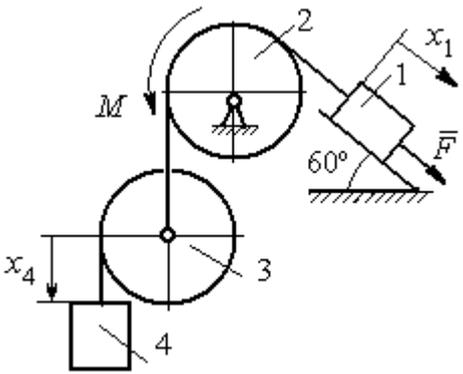
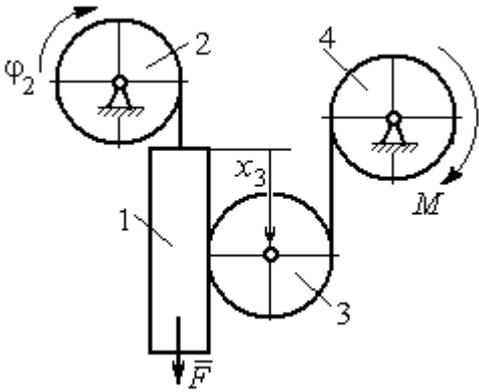
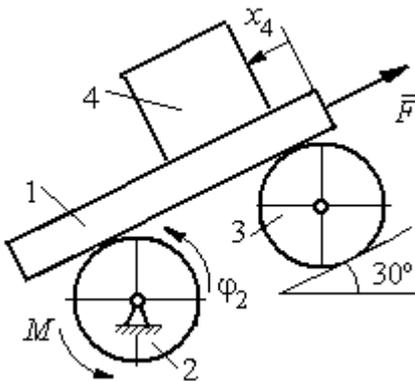
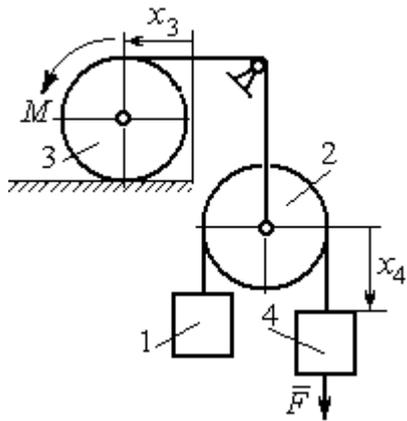
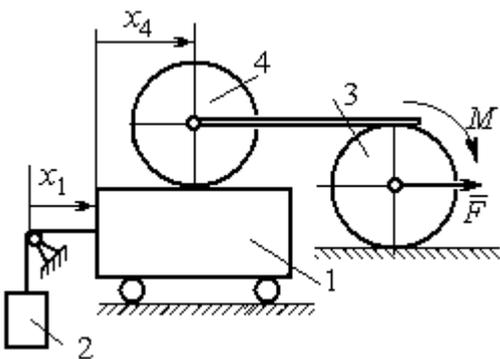
Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
	
Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
	
Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	

Рис. 6.13. Задание Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы. Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

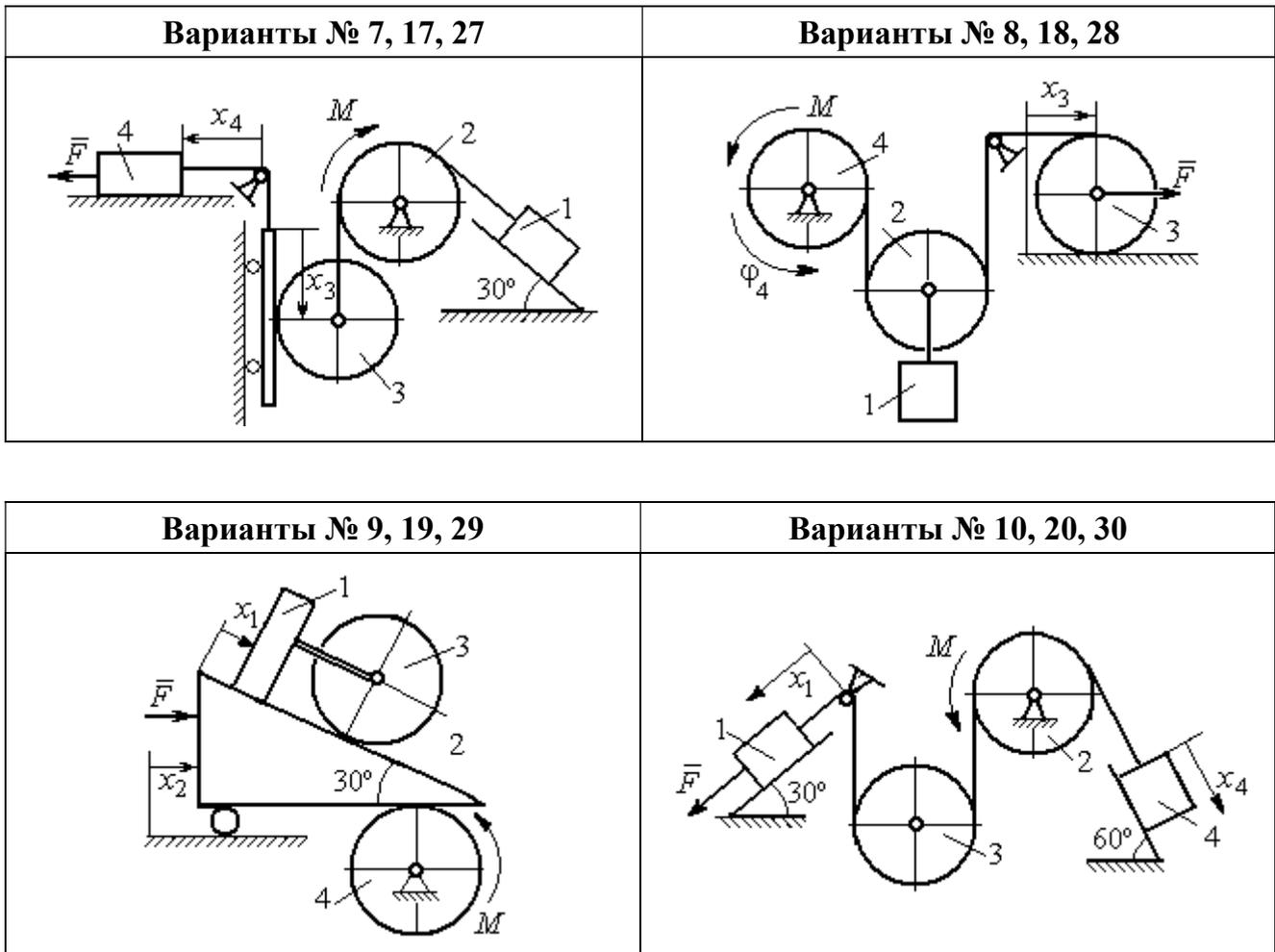


Рис. 6.14. Задание Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы. Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 6.3

**Исходные данные задания Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы**

Номер варианта задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$P_1, Н$	$P$	$2P$	$P$	$1,5P$	$P$	$3P$	$P$	$1,2P$	$3P$	$P$	$2P$	$P$	$P$	$2P$	$P$
$P_2, Н$	$3P$	$3P$	$4P$	$3P$	$2P$	$P$	$2P$	$3P$	$P$	$2P$	$3P$	$2P$	$3P$	$4P$	$3P$
$P_3, Н$	$2P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$2P$	$3P$	$P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$2P$	$P$	$2P$
$P_4, Н$	$2P$	$P$	$P$	$2P$	$3P$	$3P$	$P$	$P$	$2P$	$P$	$P$	$P$	$2P$	$2P$	$2P$
$R, м$	$2r$	$1,5r$	$2,5r$	$1,2r$	$2r$	$r$	$1,5r$	$r$	$2r$	$r$	$1,5r$	$1,2r$	$2r$	$2r$	$2r$
$F, Н$	$P$	$2P$	$P$	$3P$	$P$	$P$	$2P$	$4P$	$P$	$2P$	$P$	$2P$	$1,5P$	$4P$	$2P$
$M, Н·м$	$2Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$3Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$2Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$3Pr$	$3Pr$	$2Pr$

Номер варианта задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$P_1, Н$	$4P$	$1,5P$	$P$	$2P$	$P$	$P$	$1,5P$	$1,5P$	$2P$	$P$	$P$	$2P$	$1,2P$	$3P$	$1,2P$
$P_2, Н$	$2P$	$2P$	$2P$	$4P$	$3P$	$4P$	$3P$	$4P$	$3P$	$2P$	$2P$	$1,2P$	$2P$	$3P$	$2P$
$P_3, Н$	$2P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$P$	$2P$	$3P$	$2P$	$P$	$P$	$3P$
$P_4, Н$	$1,5P$	$2P$	$3P$	$P$	$2P$	$2P$	$2P$	$P$	$2P$	$3P$	$P$	$P$	$2P$	$P$	$2P$
$R, м$	$1,5r$	$r$	$1,5r$	$2r$	$r$	$1,2r$	$2r$	$1,5r$	$2r$	$r$	$1,5r$	$2r$	$r$	$1,2r$	$2r$
$F, Н$	$2P$	$2P$	$P$	$3P$	$4P$	$2P$	$3P$	$2P$	$3P$	$P$	$3P$	$1,5P$	$4P$	$2P$	$3P$
$M, Н·м$	$3Pr$	$2Pr$	$4Pr$	$Pr$	$4Pr$	$4Pr$	$2Pr$	$Pr$	$4Pr$	$2Pr$	$4Pr$	$2Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$2Pr$

### Пример выполнения задания Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы

Платформа 3 лежит горизонтально на катке 5 и блоке 4 одинакового радиуса  $R$  (рис. 6.15). На платформу действует горизонтальная сила  $\vec{F}$ . К блоку 4,

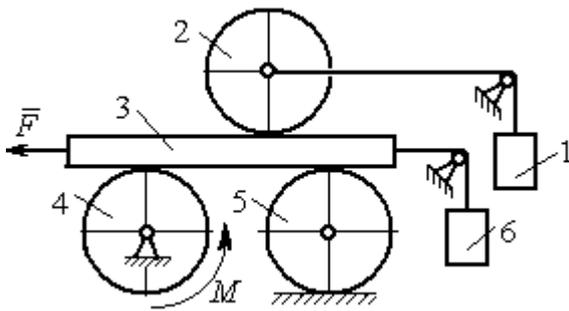


Рис. 6.15. Механическая система с двумя степенями свободы

вращающемуся вокруг неподвижной оси, приложена пара сил с моментом  $M$ . Каток 5 катится по горизонтальной поверхности. К краю платформы одним концом прикреплена горизонтальная нить, а к другому концу, переброшенному через невесомый блок, прикреплен груз 6, движущийся вертикально.

На платформе 3 установлен каток 2 радиуса  $R$ . К центру катка прикреплена нить, расположенная параллельно платформе и натянутая грузом 1, движущимся вертикально (см. рис. 6.15). Движение системы началось из состояния покоя. Качение тел без проскальзывания. Определить уравнения движения системы в обобщенных координатах, если  $R = 2r$ , веса тел  $P_1 = P_6 = P$ ,  $P_3 = 3P$ ,  $P_4 = P_5 = P_2 = 2P$ ,  $F = P$ ,  $M = 3Pr$ .

#### Решение

Рассматриваемая механическая система, включающая катки 2, 5, платформу 3, блок 4 и грузы 1, 6, имеет две степени свободы, так как перемещение

катка 2 относительно платформы 3 не зависит от перемещения самой платформы. За обобщенные координаты выберем перемещение  $x_2$  центра масс катка 2 относительно края платформы и перемещение  $x_3$  платформы 3 относительно произвольной неподвижной вертикальной плоскости (рис. 6.16). Обобщенные скорости – скорость  $\dot{x}_2$  центра масс катка 2 относительно края платформы и скорость платформы  $\dot{x}_3$  относительно неподвижной вертикали. Уравнения Лагранжа II рода, описывающие движение системы:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_2} = Q_{x_2}, \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_3} = Q_{x_3},$$

где  $T$  – кинетическая энергия системы;  $Q_{x_2}$ ,  $Q_{x_3}$  – обобщенные силы, соответствующие указанным обобщенным координатам.

Вычислим кинетическую энергию системы как сумму кинетических энергий тел.

Платформа 3 совершает поступательное движение. Кинетическая энергия плат-

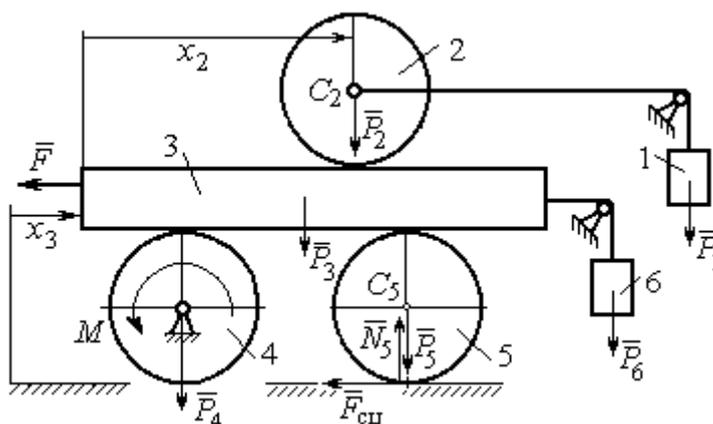


Рис. 6.16. Действующие силы и обобщённые координаты механической системы

формы  $T_3 = \frac{P_3}{2g} V_3^2$ , где  $V_3$  – скорость платформы, причём, в соответствии с выбором обобщённых координат и скоростей,  $V_3 = \dot{x}_3$ .

Блок 4 вращается вокруг неподвижной оси. Энергия вращательного движения блока  $T_4 = \frac{1}{2} J_4 \omega_4^2$ , где  $J_4$ ,  $\omega_4$  – осевой момент инерции блока 4 и его

угловая скорость. Угловая скорость блока 4  $\omega_4 = \frac{V_3}{R_4} = \frac{\dot{x}_3}{2r}$ .

Каток 5 совершает плоскопараллельное движение, его кинетическая энергия вычисляется по формуле:  $T_5 = \frac{1}{2} \frac{P_5}{g} V_{C_5}^2 + \frac{1}{2} J_5 \omega_5^2$ , где  $J_5$  – момент инерции катка относительно оси вращения, проходящей через его центр масс;  $\omega_5$ ,  $V_{C_5}$  – угловая скорость и скорость центра масс катка 5. Для определения скорости центра масс катка 5 заметим, что точка касания катка с платформой имеет скорость, равную скорости платформы, а точка  $K$  касания катка с неподвижной горизонтальной поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Следовательно, скорость центра катка равна половине скорости платформы:  $V_{C_5} = \frac{1}{2} V_3 = \frac{1}{2} \dot{x}_3$ . Угловая скорость катка 5  $\omega_5 = \frac{V_3}{2R_5} = \frac{\dot{x}_3}{4r}$  (рис. 6.17, а).

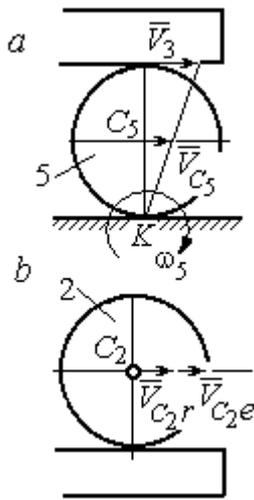


Рис. 6.17. Скорости центров катков 2 и 5

При расчёте кинетической энергии катка 2 необходимо учитывать, что каток совершает сложное движение. Качение катка по поверхности платформы является относительным движением, перемещение его вместе с платформой – переносным. Абсолютная скорость  $V_{C_2}$  центра масс катка 2 представляется в виде векторной суммы  $\vec{V}_{C_2} = \vec{V}_{C_2r} + \vec{V}_{C_2e}$  (рис. 6.17, б), где  $\vec{V}_{C_2e}$  – вектор переносной скорости катка, равный по модулю скорости платформы,  $V_{C_2e} = V_3 = \dot{x}_3$ ;  $\vec{V}_{C_2r}$  – вектор относительной скорости центра масс катка, равный по величине скорости центра масс катка 2 относительно края платформы,  $V_{C_2r} = \dot{x}_2$ . Модуль абсолютной скорости центра масс катка 2 равен сумме  $V_{C_2} = V_{C_2r} + V_{C_2e} = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$  (рис. 6.17, б).

Угловая скорость переносного движения катка 2 равна нулю, поскольку переносное движение катка – это поступательное движение платформы. В результате угловая скорость катка 2 равна его угловой скорости в относительном

движении:  $\omega_2 = \frac{V_{C_2 r}}{R_2} = \frac{\dot{x}_2}{2r}$ . Кинетическая энергия катка 2 рассчитывается по

формуле:  $T_2 = \frac{1}{2} \frac{P_2}{g} V_{C_2}^2 + \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2$ , где  $J_2$  – осевой момент инерции катка 2;  $\omega_2$  –

угловая скорость катка;  $V_{C_2}$  – абсолютная скорость центра масс катка 2.

Движение грузов 1 и 6 поступательное, их кинетические энергии вычисляются по формулам:  $T_1 = \frac{P_1}{2g} V_1^2$ ,  $T_6 = \frac{P_6}{2g} V_6^2$ . При этом скорость груза 1 равна

абсолютной скорости центра катка 2:  $V_1 = V_{C_2} = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$ , а скорость груза 6 равна

скорости платформы:  $V_6 = V_3 = \dot{x}_3$ .

Выразим кинетическую энергию системы через обобщённые скорости.

Кинетическая энергия:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6 = \\ = \frac{P_1}{2g} V_1^2 + \frac{1}{2} \frac{P_2}{g} V_{C_2}^2 + \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2 + \frac{P_3}{2g} V_3^2 + \frac{1}{2} J_4 \omega_4^2 + \frac{1}{2} \frac{P_5}{g} V_{C_5}^2 + \frac{1}{2} J_5 \omega_5^2 + \frac{P_6}{2g} V_6^2,$$

где значения скоростей:  $V_1 = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$ ,  $V_{C_2} = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$ ,  $\omega_2 = \frac{\dot{x}_2}{2r}$ ,  $V_3 = \dot{x}_3$ ,  $\omega_4 = \frac{\dot{x}_3}{2r}$ ,

$V_{C_5} = \frac{1}{2} \dot{x}_3$ ,  $\omega_5 = \frac{\dot{x}_3}{4r}$ ,  $V_6 = \dot{x}_3$ . Значения осевых моментов инерции катков:

$J_2 = \frac{P_2 R_2^2}{2g} = \frac{4Pr^2}{g}$ ,  $J_4 = \frac{P_4 R_4^2}{2g} = \frac{4Pr^2}{g}$ ,  $J_5 = \frac{P_5 R_5^2}{2g} = \frac{4Pr^2}{g}$ . Подставляя значения

скоростей, моментов инерции и данные задачи, получим выражение кинетической энергии системы в виде

$$T = \frac{P}{2g} (\dot{x}_2 + \dot{x}_3)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2P}{g} (\dot{x}_2 + \dot{x}_3)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4Pr^2}{g} \left( \frac{\dot{x}_2}{2r} \right)^2 + \frac{3P}{2g} \dot{x}_3^2 + \\ + \frac{1}{2} \cdot \frac{4Pr^2}{g} \left( \frac{\dot{x}_3}{2r} \right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2P}{g} \left( \frac{\dot{x}_3}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4Pr^2}{g} \left( \frac{\dot{x}_3}{4r} \right)^2 + \frac{P}{2g} \dot{x}_3^2 = \\ = \frac{1}{2} \frac{P}{g} \dot{x}_2^2 + \frac{3P}{2g} (\dot{x}_2 + \dot{x}_3)^2 + \frac{23P}{8g} \dot{x}_3^2 = \frac{2P}{g} \dot{x}_2^2 + \frac{3P}{g} \dot{x}_2 \dot{x}_3 + \frac{35P}{8g} \dot{x}_3^2.$$

Дадим системе возможное перемещение по координате  $x_3$ , оставляя координату  $x_2$  без изменения:  $\delta x_3 > 0, \delta x_2 = 0$  (рис. 6.18). При таком перемещении каток 2 стоит на платформе и движется поступательно вместе с ней. В этом случае работа сил тяжести  $\vec{P}_2, \vec{P}_5, \vec{P}_3$  катков 2, 5 и платформы 3 равна нулю, так как перемещения точек приложения этих сил перпендикулярны векторам

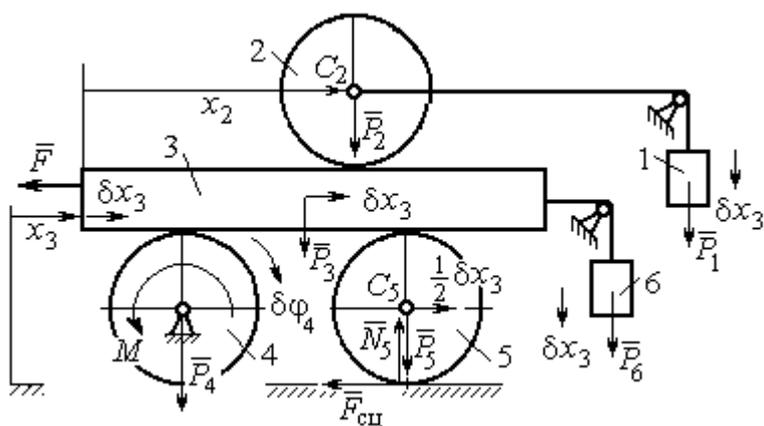


Рис. 6.18. Возможное перемещение системы при вариации обобщённых координат  $\delta x_3 > 0, \delta x_2 = 0$

сил (см. рис. 6.18). Работа силы тяжести  $\vec{P}_4$  равна нулю, так как точка приложения силы лежит на неподвижной оси вращения блока 4.

Работу будут производить сила  $\vec{F}$ , пара сил с моментом  $M$  и силы тяжести грузов  $\vec{P}_1$  и  $\vec{P}_6$ . Суммарная работа сил на перемещении  $\delta x_3$ :

Представим полученное ранее соотношение  $\omega_4 = \frac{\dot{x}_3}{2r}$  в дифференциаль-

ном виде:  $d\varphi_4 = \frac{dx_3}{2r}$ . Поскольку дифференциалы координат также являются

возможными перемещениями, получим нужное соотношение  $\delta\varphi_4 = \frac{\delta x_3}{2r}$ . Те-

перь элементарную работу сил на возможном перемещении  $\delta x_3$  с учётом значений сил можно представить в виде:

$$\delta A = -P\delta x_3 - 3Pr \frac{\delta x_3}{2r} + P\delta x_3 + P\delta x_3 = -\frac{1}{2}P\delta x_3,$$

отсюда обобщённая сила, соответствующая координате  $x_3$ :  $Q_{x_3} = -\frac{1}{2}P$ .

Дадим системе другое независимое перемещение – по координате  $x_2$ , оставляя координату  $x_3$  без изменения:  $\delta x_2 > 0, \delta x_3 = 0$  (рис. 6.19).

При этом возможном перемещении вся система стоит, кроме катка 2, который катится по поверхности неподвижной платформы, и груза 1, который опускается вертикально вниз. Работу совершает только сила тяжести груза 1. Выражая работу в виде  $\delta A = P_1 \delta x_2 = P \delta x_2$ , найдём обобщённую силу, соответствующую координате  $x_2$ :  $Q_{x_2} = P$ .

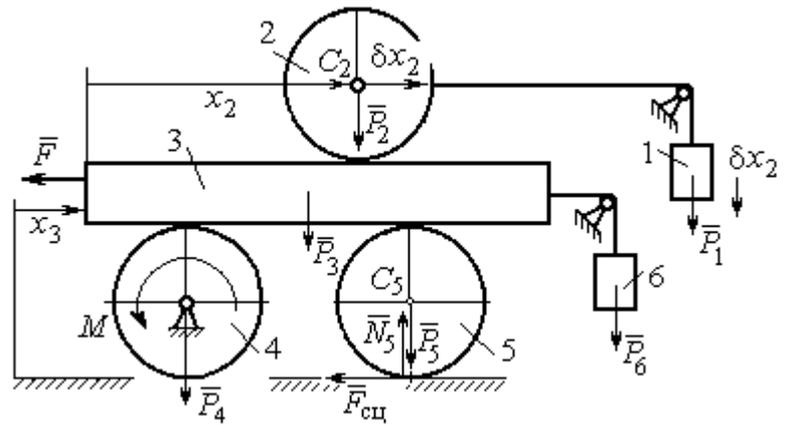


Рис. 6.19. Возможное перемещение системы при вариации обобщённых координат  $\delta x_2 > 0$ ,  $\delta x_3 = 0$

Составим уравнения Лагранжа. С этой целью вычислим частные производные от кинетической энергии по обобщенным скоростям  $\dot{x}_3$  и  $\dot{x}_2$ :

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3} = \frac{3P}{g} \dot{x}_2 + \frac{35P}{4g} \dot{x}_3, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} = \frac{4P}{g} \dot{x}_2 + \frac{3P}{g} \dot{x}_3$$

и по обобщённым координатам:  $\frac{\partial T}{\partial x_3} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x_4} = 0.$

Определим полные производные по времени от частных производных кинетической энергии по скоростям:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3} \right) = \frac{3P}{g} \ddot{x}_2 + \frac{35P}{4g} \ddot{x}_3, \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} \right) = \frac{4P}{g} \ddot{x}_2 + \frac{3P}{g} \ddot{x}_3.$$

Подставляя результаты расчётов в уравнения Лагранжа с учётом вычисленных значений обобщённых сил, получим систему дифференциальных уравнений, описывающих движение системы в обобщённых координатах:

$$12\ddot{x}_2 + 35\ddot{x}_3 = -2g, \quad 4\ddot{x}_2 + 3\ddot{x}_3 = g.$$

Алгебраическим решением системы служат значения ускорений:

$$\ddot{x}_3 = -\frac{5}{26}g = -0,19g \quad \text{и} \quad \ddot{x}_2 = \frac{41}{104}g = 0,39g.$$

Полученные выражения представляют собой дифференциальные уравнения, проинтегрировав которые дважды с нулевыми начальными условиями (движение началось из состояния покоя), найдём уравнения абсолютного движения платформы и относительного движения центра масс катка 2:

$$x_3 = -0,095gt^2, \quad x_2 = 0,195gt^2.$$

Отрицательное значение координаты  $x_3$  означает, что движение платформы происходит в отрицательном направлении оси  $x_3$  (см. рис. 6.16).

Абсолютное движение центра катка 2 представляется суммой относительного и переносного движений:  $x_{C_2} = x_2 + x_3 = 0,1gt^2$ .

Уравнение вращательного движения катка 2 находится на основании выражения  $\varphi_2 = \frac{1}{R_2}x_2 = \frac{1}{2r}x_2 = 0,097\frac{gt^2}{r}$ . Вращение блока 4 описывается уравне-

нием  $\varphi_4 = \frac{1}{R_4}x_3 = \frac{1}{2r}x_3 = -0,047\frac{gt^2}{r}$ .

Движение катка 5 описывается двумя уравнениями: уравнением движения центра масс катка  $x_{C_5} = \frac{1}{2}x_3 = -0,047gt^2$  и уравнением вращательного

движения катка  $\varphi_5 = \frac{x_3}{2R_5} = -0,024\frac{gt^2}{r}$ .

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

*Бать М. И., Джанелидзе Г. Ю., Кельзон А. С.* Теоретическая механика в примерах и задачах. Т. 1–2.– СПб.: Лань, 2010.

*Бутенин Н. В., Луиц Я. Л., Меркин Д. Р.* Курс теоретической механики: в 2-х томах.– М.: Наука, 2009.

*Вебер Г. Э., Ляцев С. А.* Лекции по теоретической механике. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2008.

*Тарг С. М.* Краткий курс теоретической механики: учебн. для втузов. – М.: Высшая школа, 2010.

Учебное издание

Евгений Борисович Волков  
Юрий Михайлович Казаков

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

*сборник заданий для расчетно-графических работ*

Учебно-методическое пособие  
для самостоятельной работы студентов

Редактор *Л.В. Устьянцева*

Подписано в печать

Бумага писчая. Формат бумаги 60×84 1/16.

Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.

Печ. л. 9,75 Уч. изд. л. 6,5 Тираж экз. Заказ №

Издательство УГГУ

620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30

Уральский государственный горный университет.

Отпечатано с оригинал-макета

в лаборатории множительной техники УГГУ

4. ДИНАМИКА ТОЧКИ.....	73
4.1. Дифференциальные уравнения движения точки.....	73
4.2. Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки....	73
4.3. Колебания материальной точки .....	80
4.4. Задание Д2. Исследование колебаний точки .....	84
4.5. Теорема об изменении кинетической энергии точки.....	95
4.6. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии .....	96
5. ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ.....	103
5.1. Описание движений твёрдых тел на основе общих теорем динамики системы. 103	
5.2. Задание Д4. Динамический расчет механической системы .....	104
5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы. ....	112
5.4. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии .....	114
6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА .....	124
6.1. Принципы механики. Общее уравнение динамики.....	124
6.2. Задание Д6. Исследование механической системы с применением общего уравнения динамики .....	126
6.3. Уравнения Лагранжа II рода .....	136
6.4. Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа .....	137
6.5. Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы	145
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	155

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Проректор по учебно-методическому  
комплексу



## МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

### Б1.О.22 СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Направление подготовки

**15.03.02 Технологические машины и оборудование**

Направленность (профиль)

**Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов**

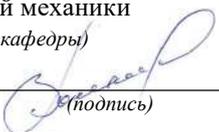
Форма обучения: **очная, заочная, очно-заочная**

Автор: Чиркова А. А., канд. техн. наук.

Одобрены на заседании кафедры

Технической механики  
(название кафедры)

Зав. кафедрой

  
(подпись)

Волков Е. Б.

(Фамилия И. О.)

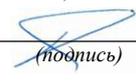
Протокол № 1 от 15.09.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

Горно-механического  
(название факультета)

Председатель

  
(подпись)

Осипов П. А.

(Фамилия И. О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023

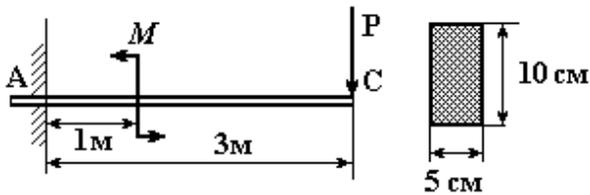
(Дата)

Екатеринбург

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

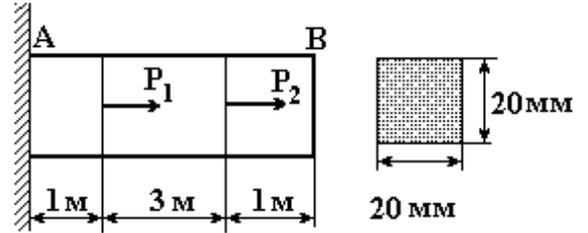
## Вариант 1

1



$M = 10 \text{ кНм}, P = 20 \text{ кН},$   
 $\sigma_{adm} = 140 \text{ МПа}.$

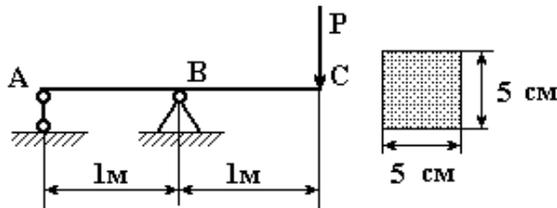
Построить эпюры  $Q, M$ .  
 Проверить балку на прочность.



$P_1 = 20 \text{ кН}, P_2 = 30 \text{ кН}, E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}$

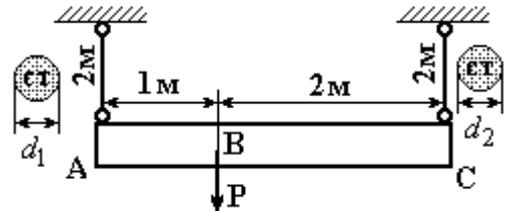
Построить эпюры внутренних усилий, напряжений и растяжений. На сколько увеличится длина стержня в сечениях, где приложены силы

2



$P = 10 \text{ кН}, E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}.$

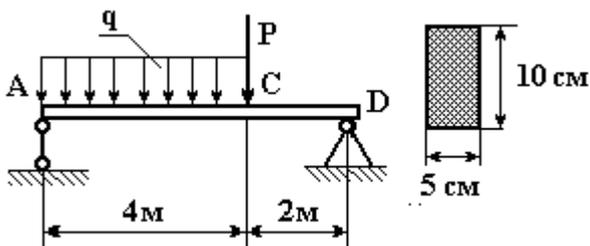
Построить эпюры  $Q, M$ .  
 Определить прогиб в т. С.



$P = 45 \text{ кН}, d_1 = d_2 = 2 \text{ см}, E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}.$

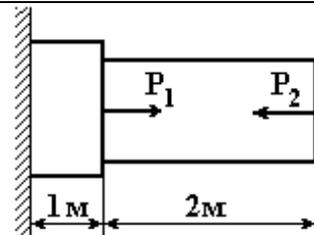
Определить усилия, напряжения в стержнях и угол наклона балки к горизонту. Подобрать диаметры вертикальных стержней так, чтобы после их деформации балка оставалась горизонтальной.

3



$P = 10 \text{ кН}, q = 5 \text{ кН/м}, \sigma_{adm} = 140 \text{ МПа}$

Построить эпюры  $Q, M$ .  
 Проверить балку на прочность.



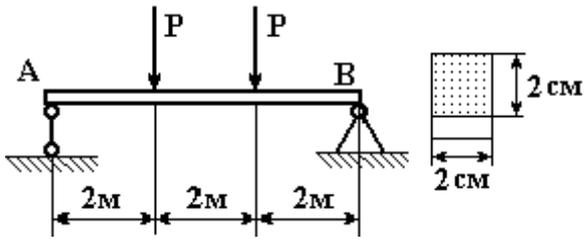
$A_1 = 30 \text{ см}^2, A_2 = 20 \text{ см}^2,$

$P_1 = 120 \text{ кН}, \sigma_{adm} = 140 \text{ МПа}.$

Какую силу  $P_2$  нужно приложить к правому сечению бруса, чтобы общая длина бруса не изменилась?

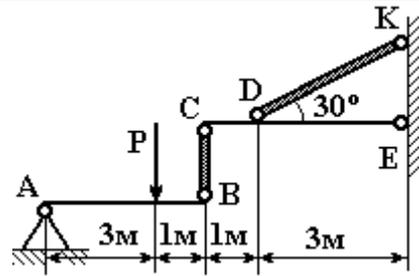
Проверить балку на прочность.

4



$$\sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}$$

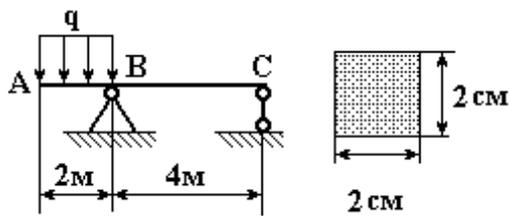
Найти максимальное значение сил  $P$ .  
Построить эпюры  $Q, M$ .



$$P = 60 \text{ кН}, \sigma_{adm} = 140 \text{ МПа}$$

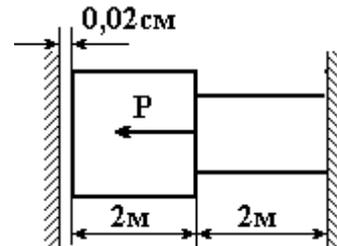
Определить диаметр круглых стержней ВС и ДК, если после их деформации невесомые балки АВ и СЕ остались горизонтальными.

5



$$q = 2 \text{ кН/м}, E = 10^5 \text{ МПа}$$

Построить эпюры  $Q, M$ .  
Найти величину прогиба в т. А.

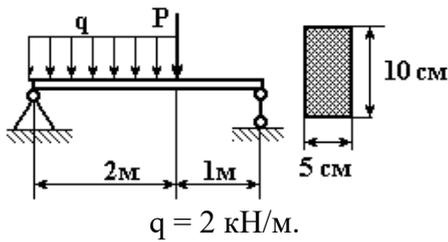


$$P = 200 \text{ кН}, A_1 = 25 \text{ см}^2, A_2 = 20 \text{ см}^2, E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}$$

Определить силу давления бруса на стенки.

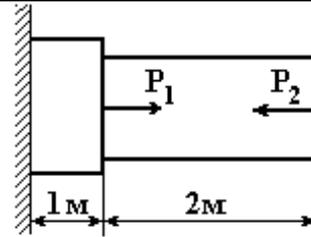
## Вариант 2

**1**



Какую максимальную нагрузку  $P$  выдержит балка, если допустимое напряжение на изгиб  $\sigma_{adm} = 240 \text{ МПа.}$

Построить эпюры  $Q, M$ . Проверить балку на прочность.

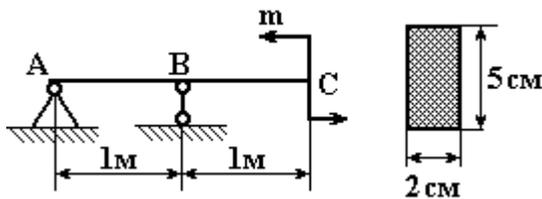


$$A_1 = 30 \text{ см}^2 \quad A_2 = 20 \text{ см}^2,$$

$$P_1 = 120 \text{ кН}, \quad \sigma_{adm} = 140 \text{ МПа.}$$

Какую силу  $P_2$  нужно приложить к правому сечению бруса, чтобы общая длина бруса не изменилась?

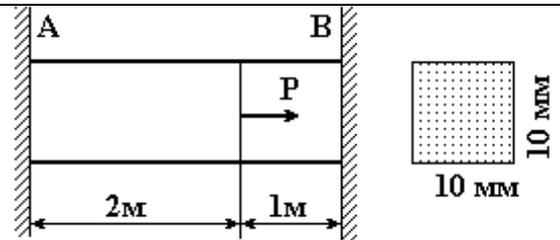
**2**



$$m = 10 \text{ кНм}, \quad E = 2 \times 10^5 \text{ МПа.}$$

Найти угол прогиба в т. А и величину прогиба в т. С.

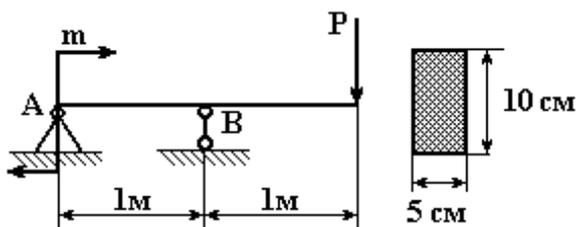
Построить эпюры  $Q, M$ .



$$P = 200 \text{ кН.}$$

Определить реакции стенок и построить эпюру растяжения бруса, если модуль упругости  $E = 10^5 \text{ МПа.}$

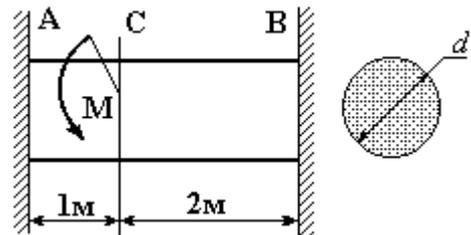
**3**



$$P = 6 \text{ кН}, \quad m = 2 \text{ кНм},$$

$$\sigma_{adm} = 120 \text{ МПа}, \quad E = 10^5 \text{ МПа.}$$

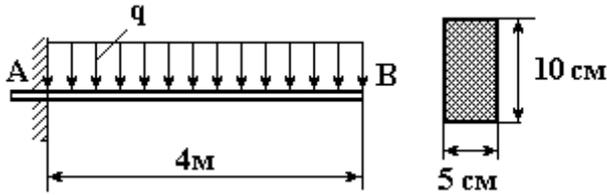
Проверить балку на прочность  
Определить угол прогиба в т. А.



$$d = 10 \text{ см}, \quad \varphi_{adm} = 0,8^\circ, \quad G = 8 \times 10^4 \text{ МПа}$$

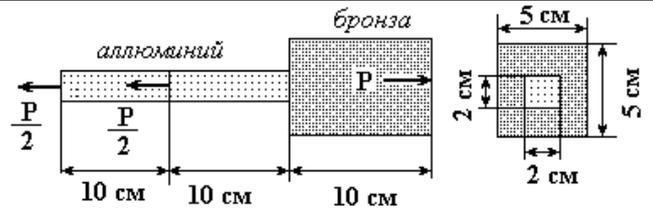
Из условия жесткости определить максимальную величину момента  $M$ .

4



$q = 2 \text{ кН/м}$ ,  $\sigma_{adm} = 150 \text{ МПа}$ ,  
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

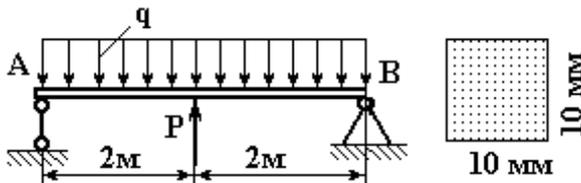
Проверить балку на прочность.  
 Найти величину прогиба в т.В



$E_{AL} = 0,75 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ,  $E_{BR} = 1,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

При какой величине силы P стержень удлинится на 0,2 мм.

5



$q = 2 \text{ кН/м}$ ,  $P = 4 \text{ кН}$ ,  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

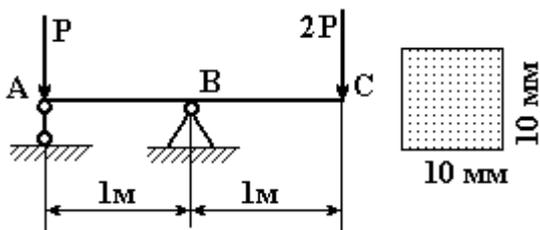
Определить угол прогиба в т. А.  
 Построить эпюры Q, M.



$P = 20 \text{ кВт}$ ,  $n = 600 \text{ об/мин}$ .  
 $\varphi_{adm} = 0,8^\circ$ ,  $\tau_{adm} = 60 \text{ МПа}$ ,  $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ .  
 Определить диаметры участков вала.

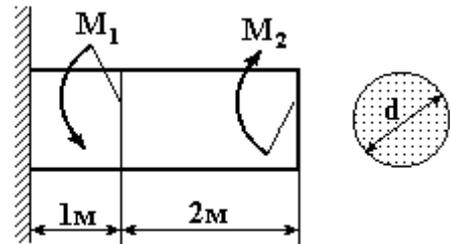
Вариант 3

1



$\sigma_{adm} = 140 \text{ МПа}$ .

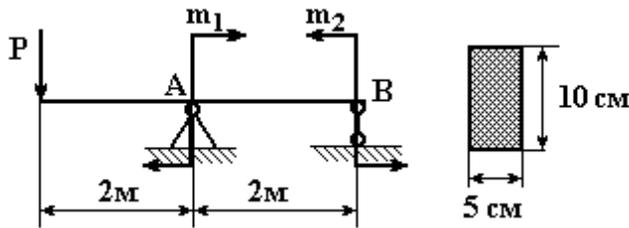
Определить максимально допустимое значение сил P  
 Построить эпюры Q, M.



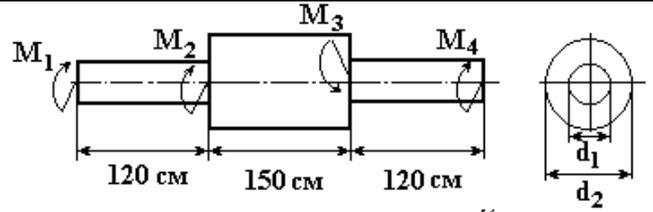
$M_1 = 5 \text{ кНм}$ ,  $M_2 = 8 \text{ кНм}$ ,  $\tau_{adm} = 80 \text{ МПа}$ ,  $\varphi_{adm} = 0,5^\circ$ ,  $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ .

Определить диаметр d вала.  
 Построить эпюру угла закручивания.

2



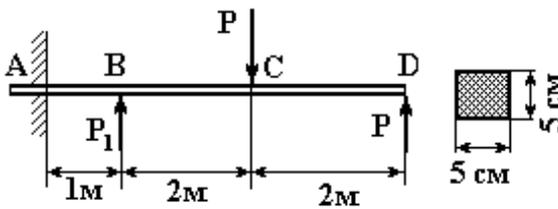
$P = 4 \text{ кН}$ ,  $m_1 = m_2 = 5 \text{ кНм}$ ,  
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ,  $\sigma_{adm} = 240 \text{ МПа}$ .  
 Проверить балку на прочность.  
 Определить угол прогиба в т.А



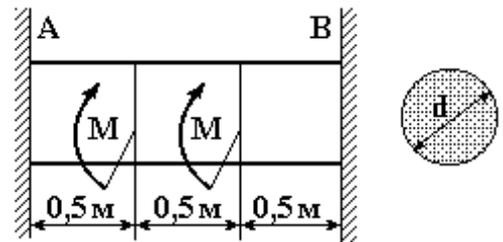
$M_1 = M_4 = 11 \text{ кНм}$ ,  $M_2 = 28 \text{ кНм}$ ,  $M_3 = 50 \text{ кНм}$   
 $\tau_{adm} = 80 \text{ МПа}$

Определить диаметры участков вала. Построить эпюру угла закручивания.

3



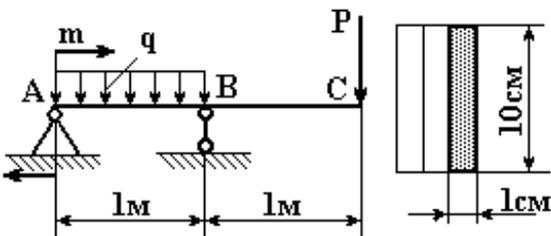
$P_1 = 20 \text{ кН}$ ,  $\sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}$ .  
 Определить максимальное значение силы P  
 Построить эпюры  $Q$ ,  $M$ .



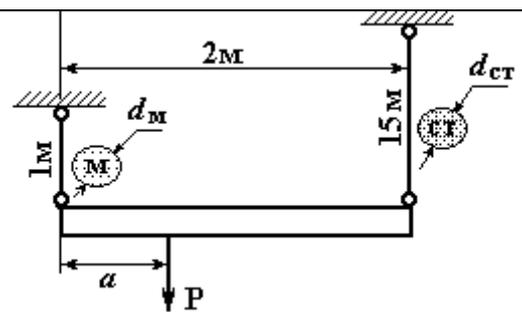
$M = 8 \text{ кНм}$ ,  $d = 50 \text{ мм}$ ,  $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ .

Определить реакции стенок А и В и угол закрутки среднего сечения вала

4

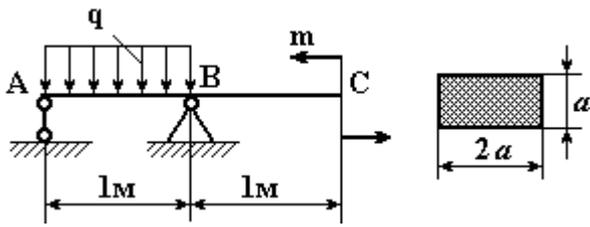


$P = 6 \text{ кН}$ ,  $m = 5 \text{ кНм}$ ,  $q = 10 \text{ кН/м}$ .  
 Из скольких брусев сечением  $1 \times 10 \text{ см}$  нужно составить перекрытие AC, если допустимое напряжение на изгиб  $\sigma_{adm} = 100 \text{ МПа}$ .  
 Построить эпюры  $Q$ ,  $M$ .



$P = 30 \text{ кН}$ ,  $d_M = 25 \text{ мм}$ ,  $d_{CT} = 20 \text{ мм}$ .  
 $E_{CT} = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ,  $E_M = 1,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .  
 На каком расстоянии  $a$  должен быть помещен груз P, чтобы балка осталась горизонтальной?  
 Определить напряжения и удлинения стержней.

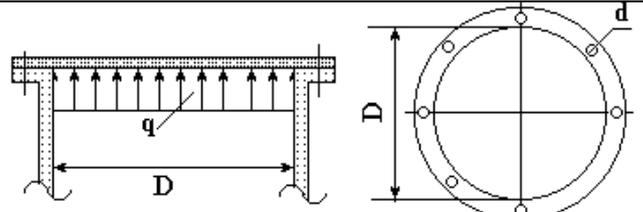
5



$q = 10 \text{ кН/м}$ ,  $m = 10 \text{ кНм}$ ,  $\sigma_{adm} = 150 \text{ МПа}$ ,  
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

Определить размер сечения и угол прогиба балки в т. А.

Построить эпюры  $Q$ ,  $M$ .

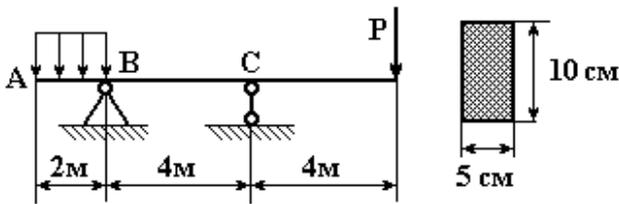


$q = 10^6 \text{ Н/м}^2$ ,  $D = 350 \text{ мм}$ ,  $d = 18 \text{ мм}$ .

Какое количество болтов диаметром  $d$  необходимо для крепления крышки цилиндра, если допускаемое напряжение на растяжение материала болтов  $\sigma_{adm} = 40 \text{ МПа}$ .

Вариант 4

1

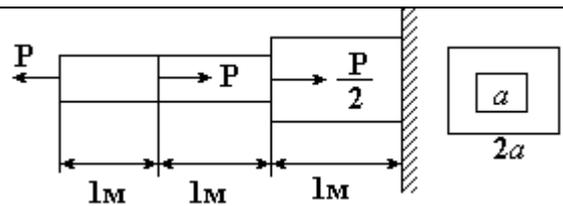


$q = 2 \text{ кН/м}$ ,  $\sigma_{adm} = 150 \text{ МПа}$

Определить силу  $P$ , если известно, что на участке ВС изгибающее усилие равно нулю.

Проверить балку на прочность.

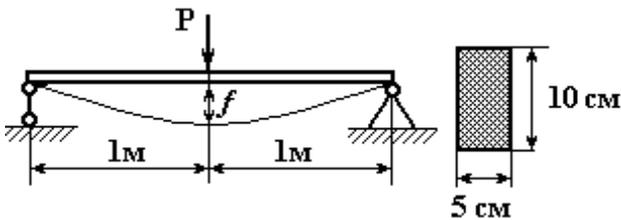
Построить эпюры  $Q$ ,  $M$ .



$P = 40 \text{ кН}$ ,  $\sigma_{adm} = 140 \text{ МПа}$

Подобрать квадратное сечение, определить напряжения на всех участках и полную деформацию стержня.

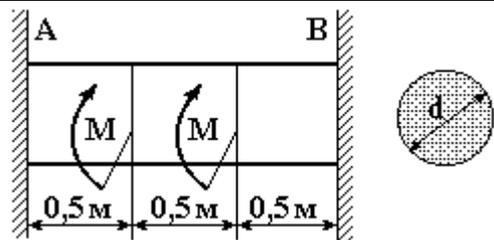
2



$P = 4 \text{ кН}$ , прогиб  $f = 2 \text{ см}$ .

Определить модуль упругости материала балки и угол прогиба на ее краях.

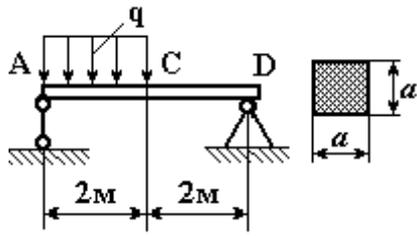
Построить эпюры  $Q$ ,  $M$ .



$d = 50 \text{ мм}$ ,  $\tau_{adm} = 80 \text{ МПа}$ ,  $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ .

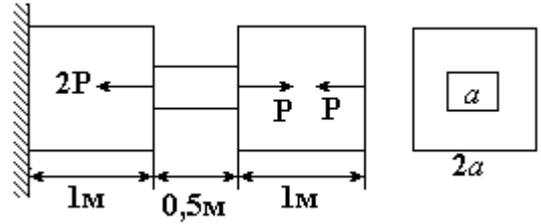
Определить максимальное значение момента  $M$  и угол закрутки среднего сечения вала

3



$q = 5 \text{ кН/м}$ ,  $\sigma_{adm} = 100 \text{ МПа}$ ,  
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

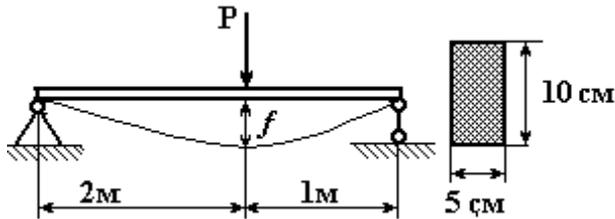
Определить размер сечения и величину прогиба в т.С.  
 Построить эпюры  $Q$ ,  $M$ .



$P = 10 \text{ кН}$ ,  $\sigma_{adm} = 120 \text{ МПа}$ ,  
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

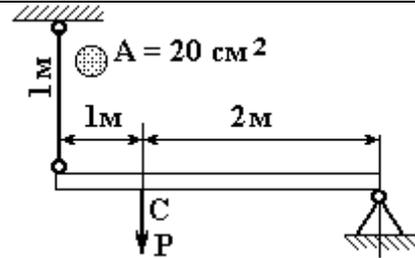
Определить размер сечения и деформацию стержня

4



$E = 10^5 \text{ МПа}$ .

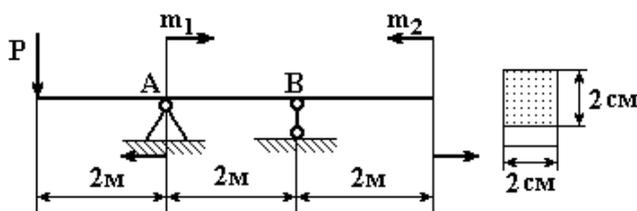
При какой нагрузке  $P$  прогиб  $f$  в сечении действия силы не превосходит величины  $2 \text{ мм}$ ?  
 Построить эпюры  $Q$ ,  $M$ .



$E = 10^5 \text{ МПа}$ ,  $P = 100 \text{ кН}$ .

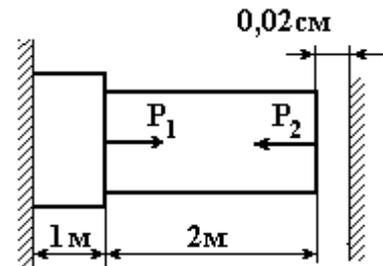
На сколько опустится т. С?  
 Каково напряжение в вертикальной стойке?

5



$P = 100 \text{ кН}$ ,  $m_1 = m_2 = 20 \text{ кНм}$ ,  $E = 10^5 \text{ МПа}$

Определить угол прогиба в т. А.  
 Построить эпюры  $Q$ ,  $M$ .

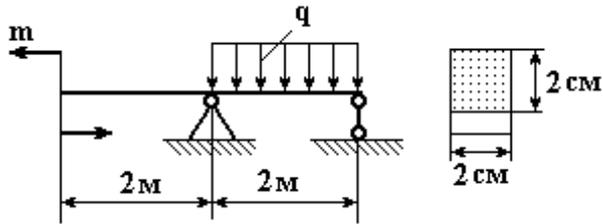


$P = 200 \text{ кН}$ ,  $A_1 = 25 \text{ см}^2$ ,  $A_2 = 20 \text{ см}^2$ ,  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

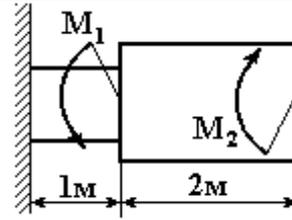
Определить величину и направление силы  $P_2$  при условии касания бруса стенки без нажатия.  
 Построить эпюру деформации стержня.

## Вариант 5

**1**



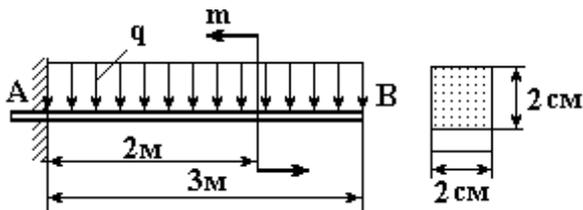
$m=20\text{кНм}$ ,  $q = 5 \text{ кН/м}$ ,  $E=2 \times 10^5 \text{ МПа}$ .  
 Определить прогиб и угол прогиба в сечении, где действует момент.  
 Построить эпюры  $Q$ ,  $M$ .



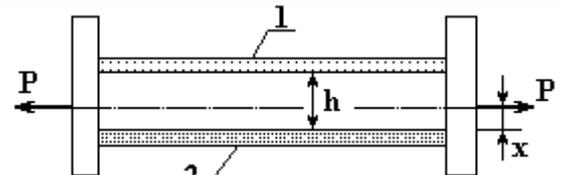
$M_1 = 5 \text{ кНм}$ ,  $M_2 = 8 \text{ кНм}$ ,  $\tau_{adm} = 80 \text{ МПа}$ ,  
 $G = 8 \times 10^4 \text{ МПа}$ .

Определить диаметры участков вала, максимальные напряжения и угловую деформацию вала.

**2**



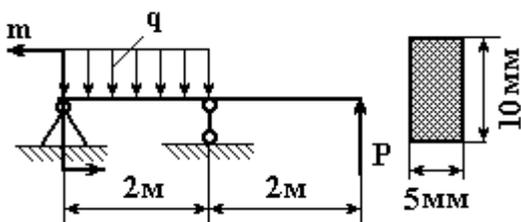
$q = 2 \text{ кН/м}$ ,  $E = 10^5 \text{ МПа}$ .  
 При каком значении момента прогиб в конце балки равен нулю?  
 Построить эпюры изгибающих усилий и изгибающих моментов.



$A_1 = 10 \text{ см}^2$ ,  $A_2 = 20 \text{ см}^2$ ,  $h = 1 \text{ м}$ ,  $P = 100 \text{ кН}$ .  
 $E_1 = 2 \times 10^5 \text{ МПа}$ ,  $E_2 = 10^5 \text{ МПа}$ ,

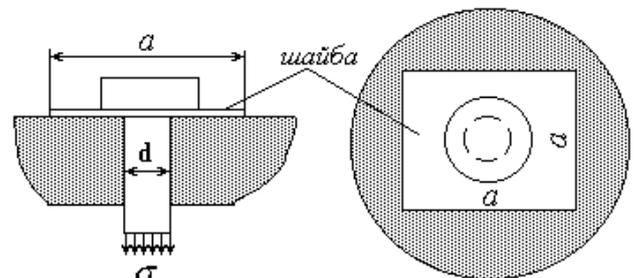
Определить точку приложения сил  $P$  (расстояние  $x$ ) так, что при растяжении стержней 1 и 2 вертикальные балки остаются параллельными. Определить напряжения в стержнях.

**3**



$q = 10 \text{ кН/м}$ ,  $m = 10 \text{ кНм}$ ,  $\sigma_{adm} = 150 \text{ МПа}$ ,  
 $E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}$ .

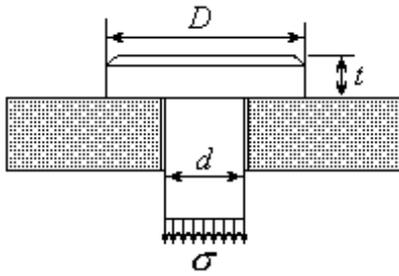
Определить допустимую силу  $P$ . Найти угол прогиба балки в среднем сечении. Построить эпюры  $Q$ ,  $M$ .



$d = 30 \text{ мм}$ , напряжение растяжения болта  $\sigma = 80 \text{ МПа}$

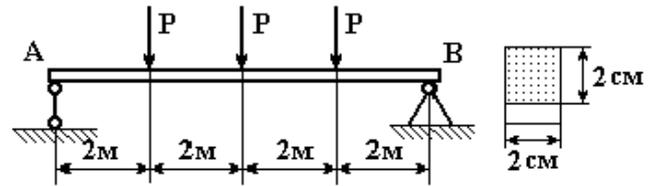
Определить сторону  $a$  квадратной шайбы, при напряжении смятия опорной стенки  $\sigma_{смаdm} = 1 \text{ МПа}$ .

4



напряжение растяжения болта  $\sigma = 100 \text{ МПа}$ ,  
 $d = 100 \text{ мм}$

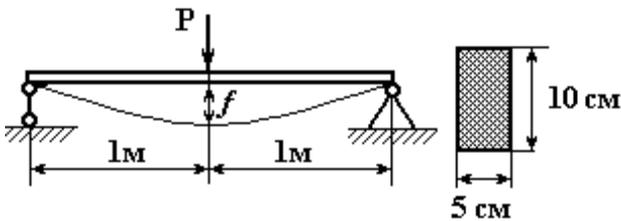
Допустимое напряжение смятия головки болта  $\sigma_{\text{см адм}} = 40 \text{ МПа}$ , среза  $\tau_{\text{ср адм}} = 50 \text{ МПа}$ .  
 Определить диаметр головки  $D$  и ее высоту  $t$ .



$E = 10^5 \text{ МПа}$ .

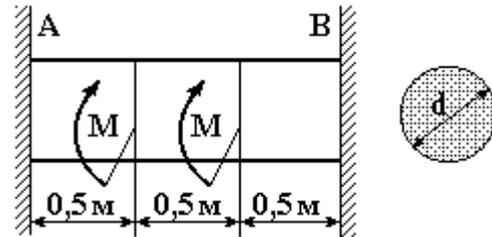
Какую нагрузку  $P$  можно допустить, чтобы максимальный прогиб не превосходил  $2 \text{ мм}$ ?  
 Построить эпюры  $Q, M$ .

5



$P = 8 \text{ кН}$ , прогиб  $f = 2 \text{ см}$ .

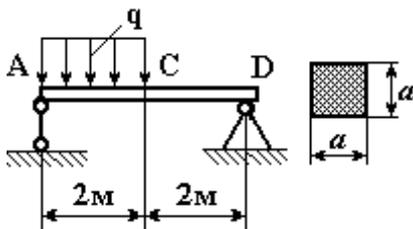
Определить модуль упругости материала балки и угол прогиба на ее краях.  
 Построить эпюры  $Q, M$ .



$d = 55 \text{ мм}$ ,  $\tau_{\text{адм}} = 120 \text{ МПа}$ ,  $G = 8 \times 10^4 \text{ МПа}$ .

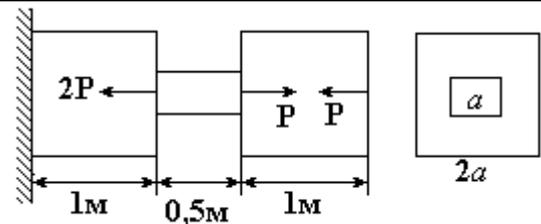
Определить максимальное значение момента  $M$  и угол закрутки среднего сечения вала

6



$q = 7 \text{ кН/м}$ ,  $\sigma_{\text{адм}} = 150 \text{ МПа}$ ,  
 $E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}$ .

Определить размер сечения и величину прогиба в т.С.  
 Построить эпюры  $Q, M$ .



$P = 18 \text{ кН}$ ,  $\sigma_{\text{адм}} = 160 \text{ МПа}$ ,  
 $E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}$ .

Определить размер сечения и деформацию стержня

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Проректор по учебно-методическому  
комплексу



## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

*по выполнению практической работы по дисциплине*

### **Б1.О.22 СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ**

Направление подготовки

***15.03.02 Технологические машины и оборудование***

Направленность (профиль)

***Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов***

форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

год набора: **2024**

Автор: Чиркова А. А., .канд. техн. наук.

Одобрены на заседании кафедры

Технической механики  
(название кафедры)

Зав. кафедрой

(подпись)

Волков Е. Б.

(Фамилия И. О.)

Протокол № 1 от 15.09.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

Горно-механического  
(название факультета)

Председатель

(подпись)

Осипов П. А.

(Фамилия И. О.)

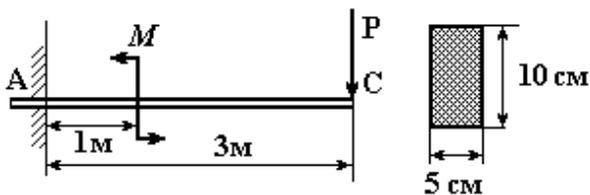
Протокол № 2 от 20.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

# ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ

1

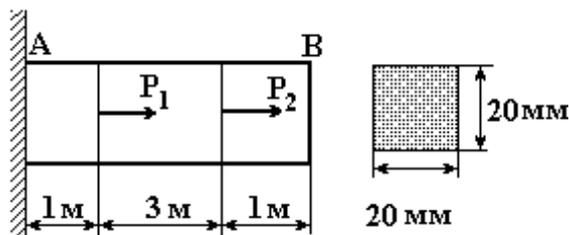


$$M = 10 \text{ кНм}, P = 20 \text{ кН},$$

$$\sigma_{adm} = 140 \text{ МПа}.$$

Построить эпюры  $Q$ ,  $M$ .

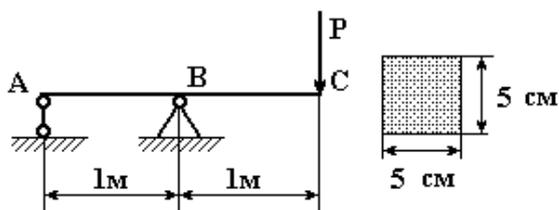
Проверить балку на прочность.



$$P_1 = 20 \text{ кН}, P_2 = 30 \text{ кН}, E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}$$

Построить эпюры внутренних усилий, напряжений и растяжений. На сколько увеличится длина стержня в сечениях, где приложены силы

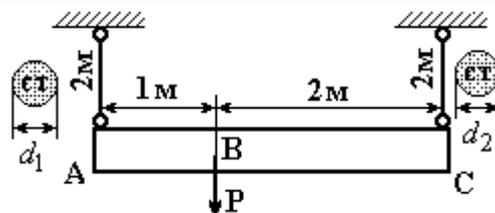
2



$$P = 10 \text{ кН}, E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}.$$

Построить эпюры  $Q$ ,  $M$ .

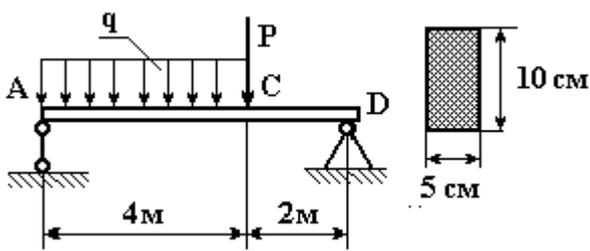
Определить прогиб в т. С.



$$P = 45 \text{ кН}, d_1 = d_2 = 2 \text{ см}, E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}.$$

Определить усилия, напряжения в стержнях и угол наклона балки к горизонту. Подобрать диаметры вертикальных стержней так, чтобы после их деформации балка оставалась горизонтальной.

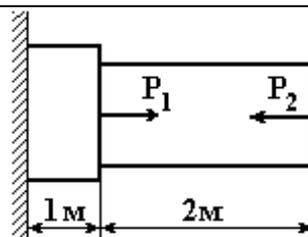
3



$$P = 10 \text{ кН}, q = 5 \text{ кН/м}, \sigma_{adm} = 140 \text{ МПа}$$

Построить эпюры  $Q$ ,  $M$ .

Проверить балку на прочность.



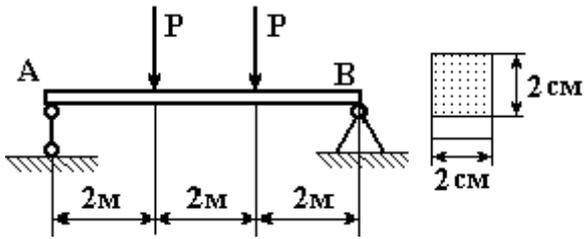
$$A_1 = 30 \text{ см}^2, A_2 = 20 \text{ см}^2,$$

$$P_1 = 120 \text{ кН}, \sigma_{adm} = 140 \text{ МПа}.$$

Какую силу  $P_2$  нужно приложить к правому сечению бруса, чтобы общая длина бруса не изменилась?

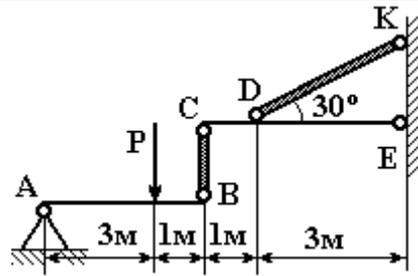
Проверить балку на прочность.

4



$$\sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}$$

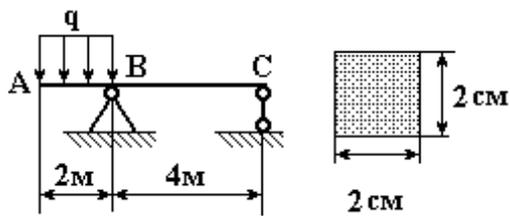
Найти максимальное значение сил  $P$ .  
Построить эпюры  $Q$ ,  $M$ .



$$P = 60 \text{ кН}, \sigma_{adm} = 140 \text{ МПа}$$

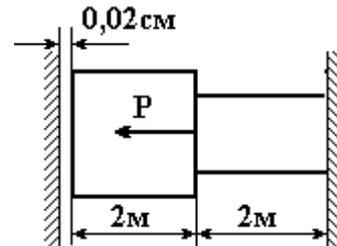
Определить диаметр круглых стержней ВС и ДК, если после их деформации невесомые балки АВ и СЕ остались горизонтальными.

5



$$q = 2 \text{ кН/м}, E = 10^5 \text{ МПа}$$

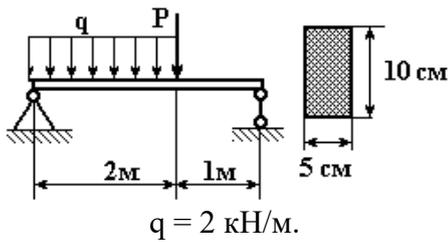
Построить эпюры  $Q$ ,  $M$ .  
Найти величину прогиба в т. А.



$$P = 200 \text{ кН}, A_1 = 25 \text{ см}^2, A_2 = 20 \text{ см}^2, E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}$$

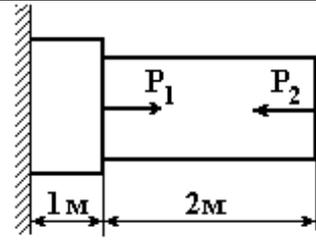
Определить силу давления бруса на стенки.

6



Какую максимальную нагрузку  $P$  выдержит балка, если допустимое напряжение на изгиб  $\sigma_{adm} = 240 \text{ МПа.}$

Построить эпюры  $Q, M$ . Проверить балку на прочность.

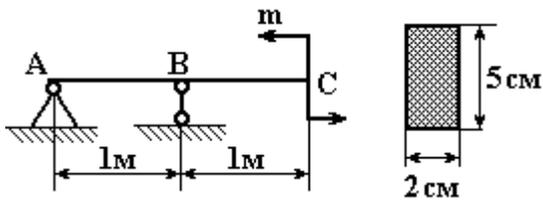


$$A_1 = 30 \text{ см}^2 \quad A_2 = 20 \text{ см}^2,$$

$$P_1 = 120 \text{ кН}, \quad \sigma_{adm} = 140 \text{ МПа.}$$

Какую силу  $P_2$  нужно приложить к правому сечению бруса, чтобы общая длина бруса не изменилась?

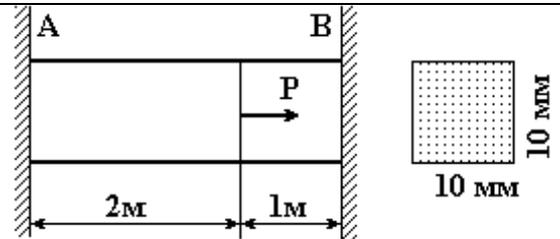
7



$$m = 10 \text{ кНм}, \quad E = 2 \times 10^5 \text{ МПа.}$$

Найти угол прогиба в т. А и величину прогиба в т. С.

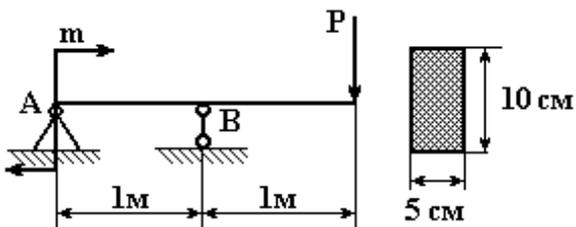
Построить эпюры  $Q, M$ .



$$P = 200 \text{ кН.}$$

Определить реакции стенок и построить эпюру растяжения бруса, если модуль упругости  $E = 10^5 \text{ МПа.}$

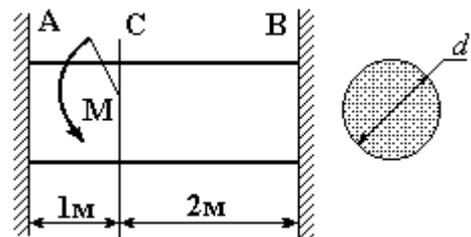
8



$$P = 6 \text{ кН}, \quad m = 2 \text{ кНм},$$

$$\sigma_{adm} = 120 \text{ МПа}, \quad E = 10^5 \text{ МПа.}$$

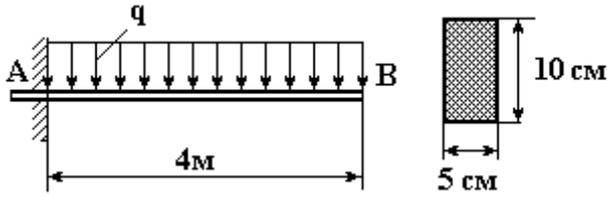
Проверить балку на прочность  
Определить угол прогиба в т. А.



$$d = 10 \text{ см}, \quad \varphi_{adm} = 0,8^\circ, \quad G = 8 \times 10^4 \text{ МПа}$$

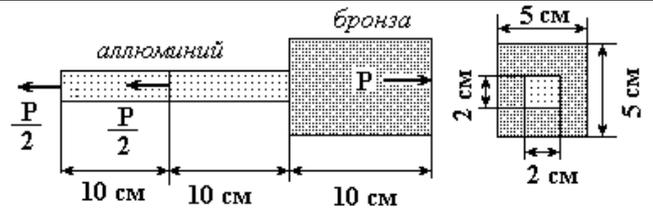
Из условия жесткости определить максимальную величину момента  $M$ .

9



$q = 2 \text{ кН/м}$ ,  $\sigma_{adm} = 150 \text{ МПа}$ ,  
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

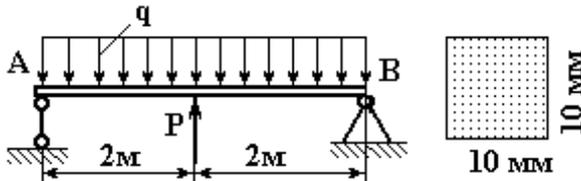
Проверить балку на прочность.  
 Найти величину прогиба в т.В



$E_{AL} = 0,75 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ,  $E_{BR} = 1,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

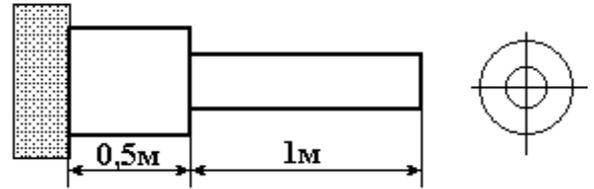
При какой величине силы P стержень удлинится на 0,2 мм.

10



$q = 2 \text{ кН/м}$ ,  $P = 4 \text{ кН}$ ,  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

Определить угол прогиба в т. А.  
 Построить эпюры Q, M.

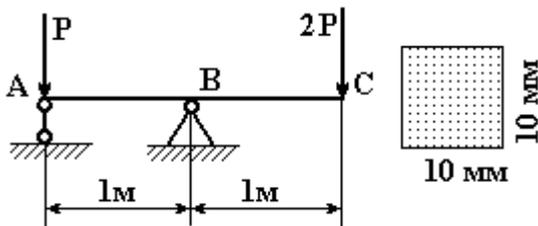


$P = 20 \text{ кВт}$ ,  $n = 600 \text{ об/мин}$ .

$\varphi_{adm} = 0,8^\circ$ ,  $\tau_{adm} = 60 \text{ МПа}$ ,  $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ .

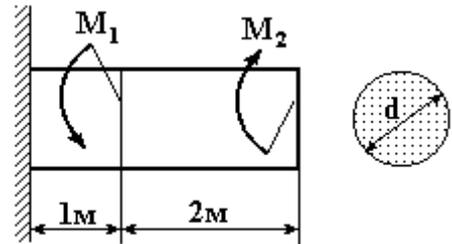
Определить диаметры участков вала.

11



$\sigma_{adm} = 140 \text{ МПа}$ .

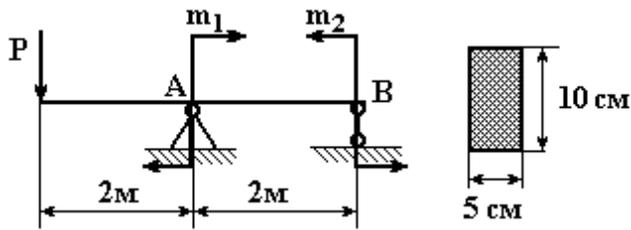
Определить максимально допустимое значение сил P  
 Построить эпюры Q, M.



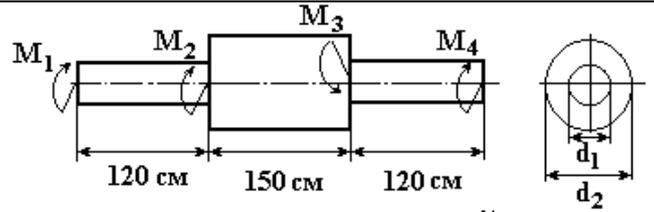
$M_1 = 5 \text{ кНм}$ ,  $M_2 = 8 \text{ кНм}$ ,  $\tau_{adm} = 80 \text{ МПа}$ ,  $\varphi_{adm} = 0,5^\circ$ ,  $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ .

Определить диаметр d вала.  
 Построить эпюру угла закручивания.

12



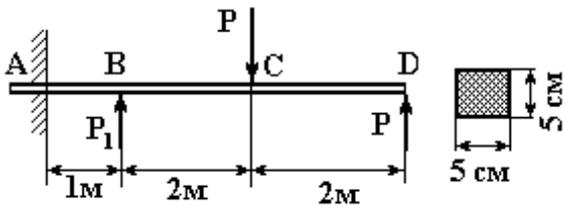
$P = 4 \text{ кН}$ ,  $m_1 = m_2 = 5 \text{ кНм}$ ,  
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ,  $\sigma_{adm} = 240 \text{ МПа}$ .  
 Проверить балку на прочность.  
 Определить угол прогиба в т.А



$M_1 = M_4 = 11 \text{ кНм}$ ,  $M_2 = 28 \text{ кНм}$ ,  $M_3 = 50 \text{ кНм}$   
 $\tau_{adm} = 80 \text{ МПа}$

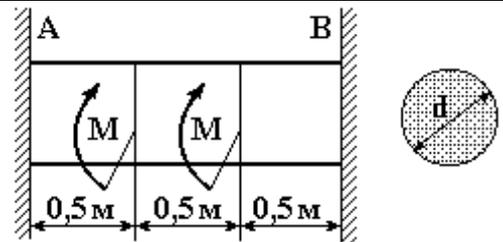
Определить диаметры участков вала. Построить эпюру угла закручивания.

13



$P_1 = 20 \text{ кН}$ ,  $\sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}$ .

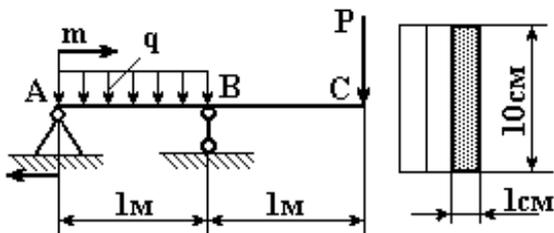
Определить максимальное значение силы P  
 Построить эпюры  $Q$ ,  $M$ .



$M = 8 \text{ кНм}$ ,  $d = 50 \text{ мм}$ ,  $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ .

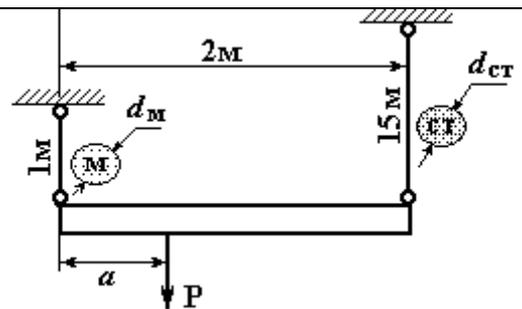
Определить реакции стенок А и В и угол закрутки среднего сечения вала

14



$P = 6 \text{ кН}$ ,  $m = 5 \text{ кНм}$ ,  $q = 10 \text{ кН/м}$ .

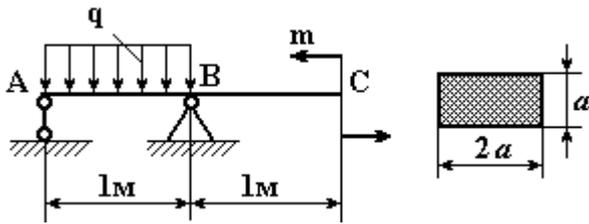
Из скольких брусев сечением  $1 \times 10 \text{ см}$  нужно составить перекрытие AC, если допустимое напряжение на изгиб  $\sigma_{adm} = 100 \text{ МПа}$ .  
 Построить эпюры  $Q$ ,  $M$ .



$P = 30 \text{ кН}$ ,  $d_M = 25 \text{ мм}$ ,  $d_{ст} = 20 \text{ мм}$ .  
 $E_{ст} = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ,  $E_M = 1,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

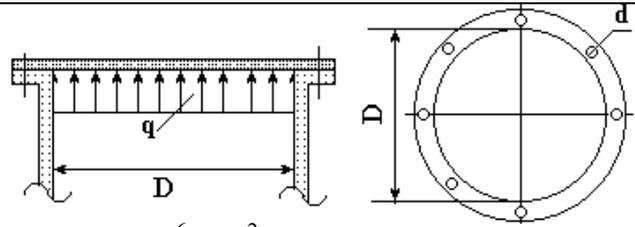
На каком расстоянии должен быть помещен груз P, чтобы балка осталась горизонтальной?  
 Определить напряжения и удлинения стержней.

15



$q = 10 \text{ кН/м}$ ,  $m = 10 \text{ кНм}$ ,  $\sigma_{adm} = 150 \text{ МПа}$ ,  
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

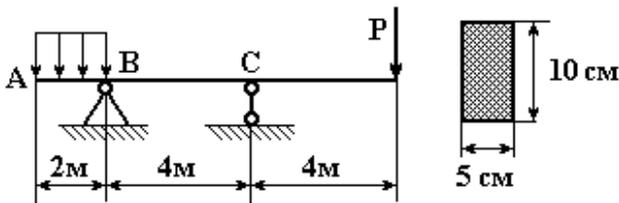
Определить размер сечения и угол прогиба балки в т. А.  
 Построить эпюры  $Q$ ,  $M$ .



$q = 10^6 \text{ Н/м}^2$ ,  $D = 350 \text{ мм}$ ,  $d = 18 \text{ мм}$ .

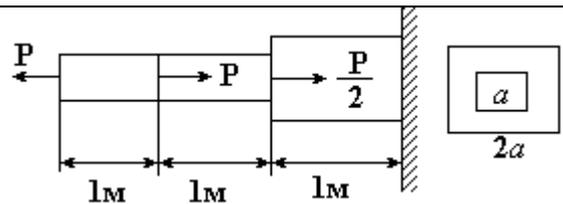
Какое количество болтов диаметром  $d$  необходимо для крепления крышки цилиндра, если допускаемое напряжение на растяжение материала болтов  $\sigma_{adm} = 40 \text{ МПа}$ .

16



$q = 2 \text{ кН/м}$ ,  $\sigma_{adm} = 150 \text{ МПа}$

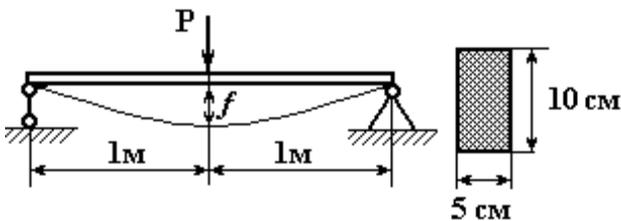
Определить силу  $P$ , если известно, что на участке BC изгибающее усилие равно нулю.  
 Проверить балку на прочность.  
 Построить эпюры  $Q$ ,  $M$ .



$P = 40 \text{ кН}$ ,  $\sigma_{adm} = 140 \text{ МПа}$

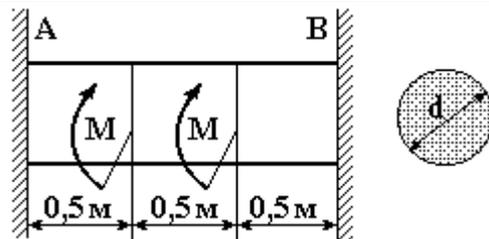
Подобрать квадратное сечение, определить напряжения на всех участках и полную деформацию стержня.

16



$P = 4 \text{ кН}$ , прогиб  $f = 2 \text{ см}$ .

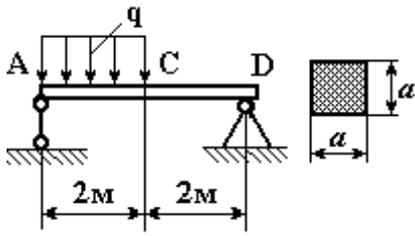
Определить модуль упругости материала балки и угол прогиба на ее краях.  
 Построить эпюры  $Q$ ,  $M$ .



$d = 50 \text{ мм}$ ,  $\tau_{adm} = 80 \text{ МПа}$ ,  $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ .

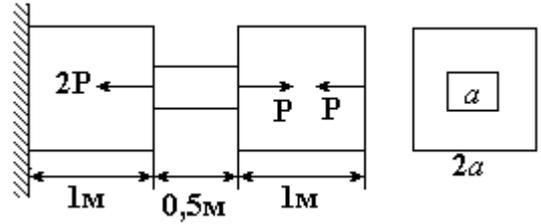
Определить максимальное значение момента  $M$  и угол закрутки среднего сечения вала

17



$q = 5 \text{ кН/м}$ ,  $\sigma_{adm} = 100 \text{ МПа}$ ,  
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

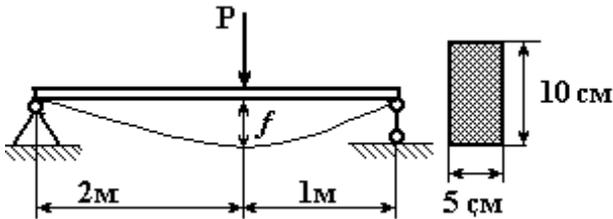
Определить размер сечения и величину прогиба в т.С.  
 Построить эпюры  $Q$ ,  $M$ .



$P = 10 \text{ кН}$ ,  $\sigma_{adm} = 120 \text{ МПа}$ ,  
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

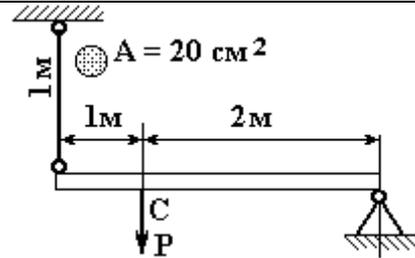
Определить размер сечения и деформацию стержня

18



$E = 10^5 \text{ МПа}$ .

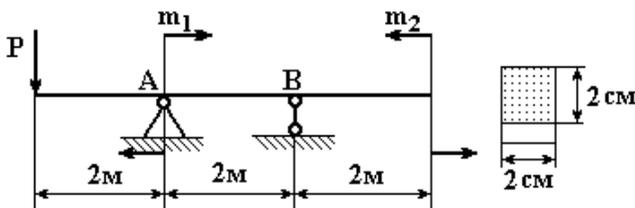
При какой нагрузке  $P$  прогиб  $f$  в сечении действия силы не превосходит величины  $2 \text{ мм}$ ?  
 Построить эпюры  $Q$ ,  $M$ .



$E = 10^5 \text{ МПа}$ ,  $P = 100 \text{ кН}$ .

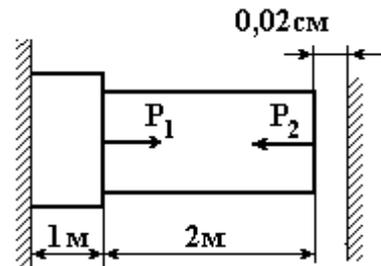
На сколько опустится т. С?  
 Каково напряжение в вертикальной стойке?

19



$P = 100 \text{ кН}$ ,  $m_1 = m_2 = 20 \text{ кНм}$ ,  $E = 10^5 \text{ МПа}$

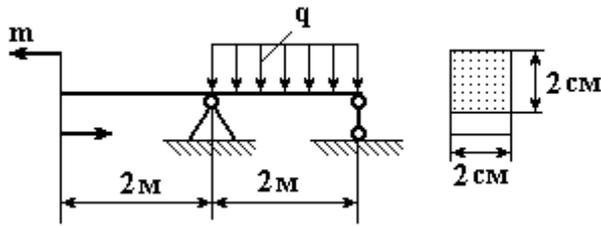
Определить угол прогиба в т. А.  
 Построить эпюры  $Q$ ,  $M$ .



$P = 200 \text{ кН}$ ,  $A_1 = 25 \text{ см}^2$ ,  $A_2 = 20 \text{ см}^2$ ,  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

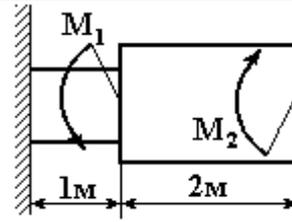
Определить величину и направление силы  $P_2$  при условии касания бруса стенки без нажатия.  
 Построить эпюру деформации стержня.

20



$m=20\text{кНм}, q = 5 \text{ кН/м}, E=2 \times 10^5 \text{ МПа}.$

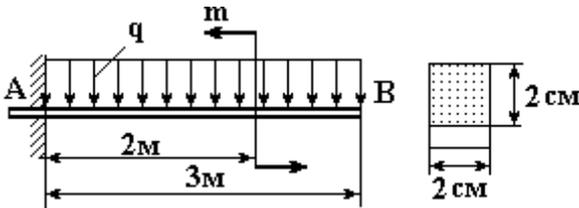
Определить прогиб и угол прогиба в сечении, где действует момент. Построить эпюры  $Q, M$ .



$M_1 = 5 \text{ кНм}, M_2 = 8 \text{ кНм}, \tau_{adm} = 80 \text{ МПа}, G = 8 \times 10^4 \text{ МПа}.$

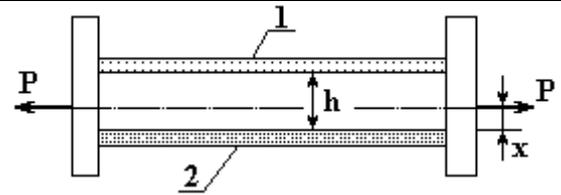
Определить диаметры участков вала, максимальные напряжения и угловую деформацию вала.

21



$q = 2 \text{ кН/м}, E = 10^5 \text{ МПа}.$

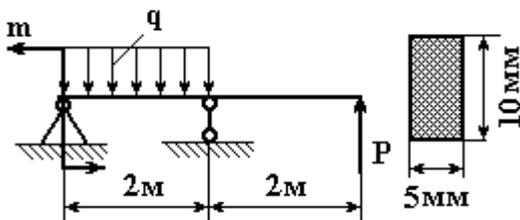
При каком значении момента прогиб в конце балки равен нулю? Построить эпюры изгибающих усилий и изгибающих моментов.



$A_1 = 10 \text{ см}^2, A_2 = 20 \text{ см}^2, h = 1 \text{ м}, P = 100 \text{ кН}.$   
 $E_1 = 2 \times 10^5 \text{ МПа}, E_2 = 10^5 \text{ МПа},$

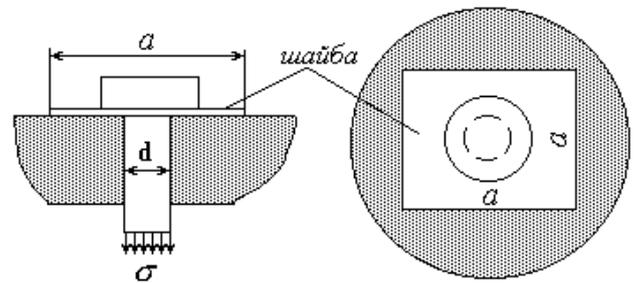
Определить точку приложения сил  $P$  (расстояние  $x$ ) так, что при растяжении стержней 1 и 2 вертикальные балки остаются параллельными. Определить напряжения в стержнях.

22



$q = 10 \text{ кН/м}, m = 10 \text{ кНм}, \sigma_{adm} = 150 \text{ МПа}, E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}.$

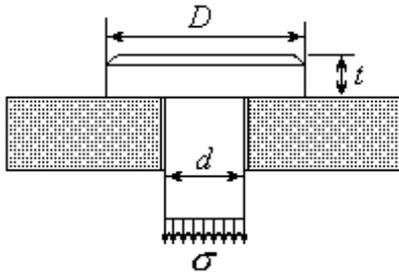
Определить допустимую силу  $P$ . Найти угол прогиба балки в среднем сечении. Построить эпюры  $Q, M$ .



$d = 30 \text{ мм},$  напряжение растяжения болта  $\sigma = 80 \text{ МПа}$

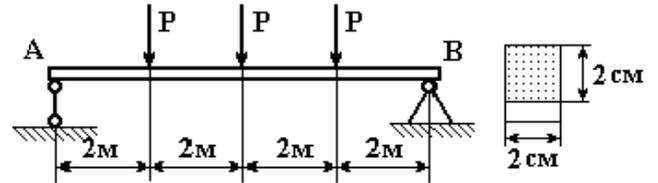
Определить сторону  $a$  квадратной шайбы, при напряжении смятия опорной стенки  $\sigma_{см adm} = 1 \text{ МПа}.$

23



напряжение растяжения болта  $\sigma = 100 \text{ МПа}$ ,  
 $d = 100 \text{ мм}$

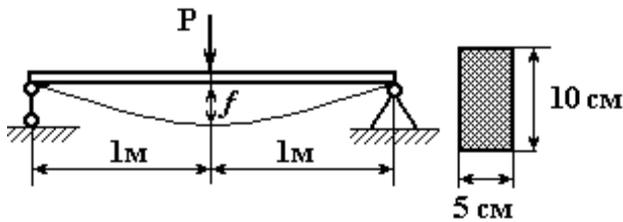
Допустимое напряжение смятия головки болта  $\sigma_{\text{см адм}} = 40 \text{ МПа}$ , среза  $\tau_{\text{ср адм}} = 50 \text{ МПа}$ .  
 Определить диаметр головки  $D$  и ее высоту  $t$ .



$E = 10^5 \text{ МПа}$ .

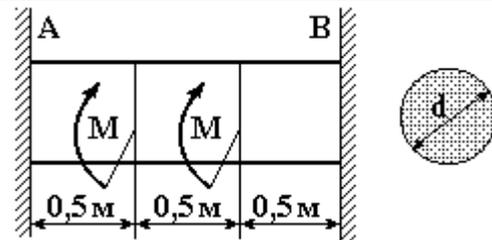
Какую нагрузку  $P$  можно допустить, чтобы максимальный прогиб не превосходил  $2 \text{ мм}$ ?  
 Построить эпюры  $Q, M$ .

24



$P = 8 \text{ кН}$ , прогиб  $f = 2 \text{ см}$ .

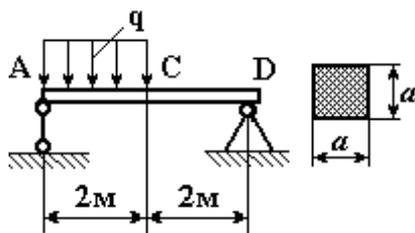
Определить модуль упругости материала балки и угол прогиба на ее краях.  
 Построить эпюры  $Q, M$ .



$d = 55 \text{ мм}$ ,  $\tau_{\text{адм}} = 120 \text{ МПа}$ ,  $G = 8 \times 10^4 \text{ МПа}$ .

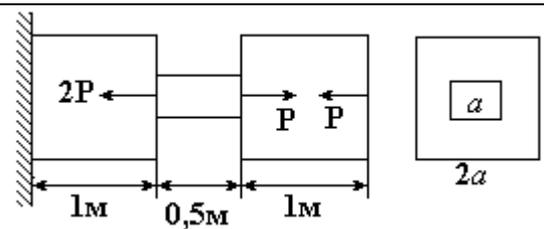
Определить максимальное значение момента  $M$  и угол закрутки среднего сечения вала

25



$q = 7 \text{ кН/м}$ ,  $\sigma_{\text{адм}} = 150 \text{ МПа}$ ,  
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

Определить размер сечения и величину прогиба в т.С.  
 Построить эпюры  $Q, M$ .

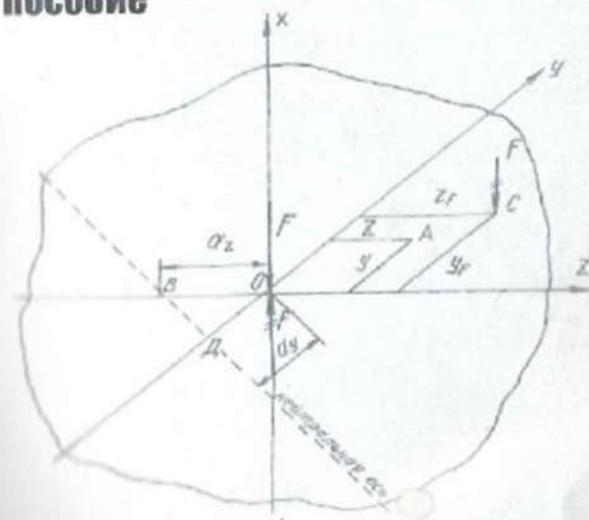


$P = 18 \text{ кН}$ ,  $\sigma_{\text{адм}} = 160 \text{ МПа}$ ,  
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

Определить размер сечения и деформацию стержня

# СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ

Учебное пособие



Издательство - 2012

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
«Уральский государственный горный университет»



## **СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ**

Утверждено Редакционно-издательским советом  
Уральского государственного горного университета  
в качестве учебного пособия

Издание второе, исправленное и дополненное

Екатеринбург – 2012

УДК 620.10  
М 74

*Рецензенты:* Таугер В. М., профессор кафедры мехатроника УрГУПС, канд. техн. наук, доцент; Раевская Л. Т., зав. кафедрой сопротивления материалов и теоретической механики УГЛТУ, канд. техн. наук, доцент.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета  
Уральского государственного горного университета

М 74 **Сопротивление материалов в примерах и задачах: учебное пособие / 2-е изд., испр. и доп.** Екатеринбург Н. В. Мокрушин, С. А. Ляшев, Л. Д. Чучманова, К. В. Серeda; Уральский гос. горный университет. – Екатеринбург: Изд-во УГТУ, 2012. – 184 с.  
ISBN 978-5-8019-0185-5

Учебное пособие отражает опыт проведения практических занятий по дисциплине «Сопротивление материалов» в Уральском государственном горном университете. В пособии приведены примеры расчетов стержней, валов, балок, испытывающих простые и сложные виды деформаций. Для самостоятельной работы представлены задания по основным темам дисциплины.

Учебное пособие предназначено для студентов очного и заочного обучения.  
Рис. 42. Табл. 22. Библи. 21 назв.

УДК 620.10

ISBN 978-5-8019-0185-5

© Уральский государственный  
горный университет, 2008, 2012  
© Мокрушин Н. В., Ляшев С. А.,  
Чучманова Л. Д., Серeda К. В., 2008, 2012

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Введение в учебную программу высших технических учебных заведений новых дисциплин, отражающих современное состояние науки и техники, при ограниченных сроках обучения привело к существенному сокращению количества лекционных часов по курсу сопротивления материалов.

Выполнение появившихся в результате этого пробелов в знании студентами вузов сопротивления материалов может быть достигнуто в известной мере за счет самостоятельного изучения ими необходимых разделов этого важного для будущего инженера курса. Данное учебное пособие составлено в соответствии с программой курса по сопротивлению материалов. По каждой теме предмета в пособии даны краткие теоретические сведения и основные формулы. Приведены примеры расчетов стержней на растяжение и сжатие (глава 1), примеры по определению главных моментов инерции поперечных сечений различного профиля (глава 2), рассмотрены примеры расчета вала на кручение (глава 3). В главе 4 рассмотрены примеры расчетов балок, испытывающих деформацию поперечного изгиба, на прочность и жесткость. С применением метода сил в главе 5 приведены примеры расчетов статически неопределимых неразрезных балок и плоских статически неопределимых рам. Виды сложного сопротивления (косой изгиб, внецентренное растяжение и сжатие, изгиб с кручением) рассмотрены в главе 6. Рассмотрение деформации продольного изгиба и расчеты на устойчивость гибких стержней приведены в главе 7.

Более подробное изложение теоретического материала приведено в работах [1, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 18].

Для самостоятельного выполнения расчетно-графических работ по каждой теме составлены задания с необходимыми рисунками и таблицами. Для расчетов рекомендуется следующая литература [2, 8, 11, 14, 15, 16].

При выполнении практических расчетов используются следующие основные характеристики материалов [17]:

*модули продольной упругости:* стали  $E_c = 2 \cdot 10^{11}$  Па; дюралю (и алюминия)  $E_a = 0,7 \cdot 10^{11}$  Па; меди  $E_m = 1 \cdot 10^{11}$  Па; чугуна  $E_{ч} = 1,2 \cdot 10^{11}$  Па; дерева  $E_d = 1 \cdot 10^{10}$  Па;

*модуль сдвига стали:*  $G = 0,8 \cdot 10^{11}$  Па;

*коэффициенты теплового линейного расширения:* стали  $\alpha_c = 1,25 \cdot 10^{-5}$  1/град; дюралю  $\alpha_a = 2,25 \cdot 10^{-5}$  1/град; меди  $\alpha_m = 1,65 \cdot 10^{-5}$  1/град;

*коэффициент Пуассона для стали:*  $\nu = 0,30$ .

# Глава 1

## ПРОДОЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ СТЕРЖНЕЙ

**Растяжением** называют такой вид деформации, при котором в каждом его поперечном сечении возникают только продольные внутренние усилия.

Продольное усилие  $F$  в любом поперечном сечении численно равно алгебраической сумме проекций на ось стержня внешних сил, приложенных к части стержня, расположенной по одну сторону от сечения. Усилие считается положительным, если вызывает растяжение рассматриваемого участка.

При растяжении (сжатии) в сечении возникают только нормальные напряжения, которые определяются по формуле (1.1):

$$\sigma = \frac{F}{A}, \quad (1.1)$$

где  $F$  – продольное усилие, кН;  $A$  – площадь поперечного сечения, м<sup>2</sup>.

Условие прочности имеет вид:

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_{\text{adm}}, \quad (1.2)$$

где  $\sigma_{\text{adm}}$  – допускаемое нормальное напряжение материала стержня, МПа.

Абсолютная деформация  $\Delta l$  однородного участка (постоянное сечение и материал) определяется **по закону Гука**:

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA}, \quad (1.3)$$

где  $l$  – длина участка, м;  $E$  – модуль продольной упругости материала (модуль Юнга), Па.

Для наглядного представления строятся эпюры. Эпюрами продольных сил и нормальных напряжений называют графики, показывающие законы изменения сил и напряжений в поперечных сечениях по длине стержня. Эпюры продольных сил, нормальных напряжений и перемещений поперечных сечений строятся в выбранном масштабе с учетом знаков.

### Пример 1.1.

К узлу  $C$  кронштейна  $ABC$  (рис. 1.1,  $a$ ) приложена сила  $F = 100$  кН. Стержень  $AC$  – стальной, круглого сечения диаметром  $d = 30$  мм; стержень  $BC$  – дюралюминиевый, квадратного сечения со стороной  $a = 40$  мм. Определить напряжения в стержнях, а также горизонтальное, вертикальное и полное перемещение узла  $C$ .

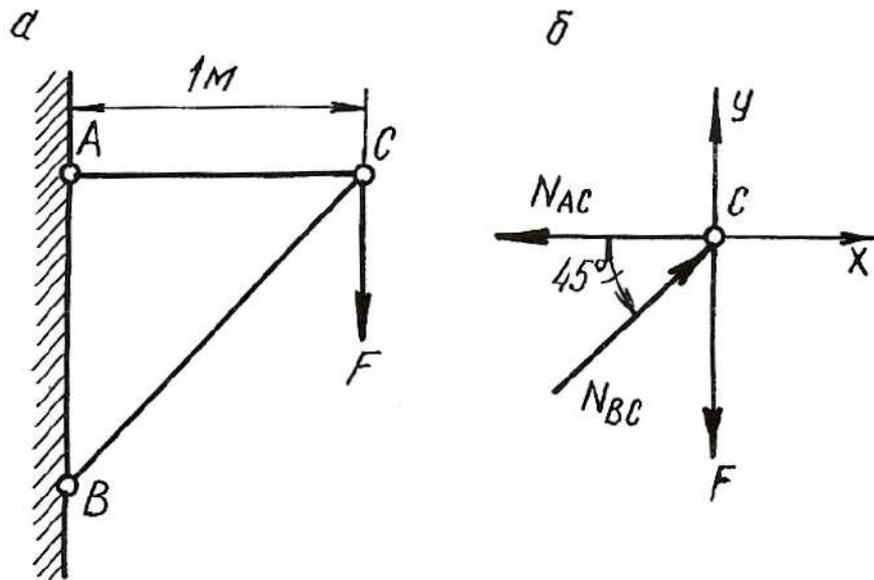


Рис. 1.1.

*Решение.*

Для определения продольных сил в стержнях  $AC$  и  $BC$  условно вырезаем узел  $C$ , заменяем действие стержней на узел усилиями и составляем уравнение равновесия для узла  $C$  (рис. 1.1, б)

$$\sum X = 0; \quad -N_{AC} + N_{BC} \cdot \cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum Y = 0; \quad N_{BC} \cdot \sin 45^\circ - F = 0.$$

Откуда

$$N_{BC} = \frac{F}{\sin 45^\circ} = \frac{100 \cdot 10^3}{0,707} = 141 \cdot 10^3 \text{ Н} = 141 \text{ кН},$$

$$N_{AC} = N_{BC} \cdot \cos 45^\circ = 141 \cdot 10^3 \cdot 0,707 = 100 \cdot 10^3 \text{ Н} = 100 \text{ кН}.$$

Стержень  $AC$  растянут, а стержень  $BC$  сжат. Определяем площади поперечных сечений стержней

$$A_{AC} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (30 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 706 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2;$$

$$A_{BC} = a^2 = (40 \cdot 10^{-3})^2 = 1600 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2.$$

Напряжения в поперечных сечениях стержней  $AC$  и  $BC$

$$\sigma_{AC} = \frac{N_{AC}}{A_{AC}} = \frac{100 \cdot 10^3}{706 \cdot 10^{-6}} = 141 \cdot 10^6 \text{ Па} = 141 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{BC} = -\frac{N_{BC}}{A_{BC}} = -\frac{141 \cdot 10^3}{1600 \cdot 10^{-6}} = -88 \cdot 10^6 \text{ Па} = -88 \text{ МПа}.$$

Знак минус указывает на то, что в стержне  $BC$  возникает деформация сжатия.

Находим удлинения стержней:

$$\Delta l_{AC} = \frac{N_{AC} \cdot l_{AC}}{E_{ст} \cdot A_{AC}} = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 706 \cdot 10^{-6}} = 0,71 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,71 \text{ мм};$$

$$\Delta l_{BC} = -\frac{N_{BC} \cdot l_{BC}}{E_{дюр} \cdot A_{BC}} = -\frac{141 \cdot 10^3 \cdot 1,41}{7 \cdot 10^{10} \cdot 1600 \cdot 10^{-6}} = -1,77 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -1,77 \text{ мм},$$

где  $l_{BC} = \frac{l_{AC}}{\cos 45^\circ} = \frac{1}{0,707} = 1,41 \text{ м}$ ;  $E_{ст}$ ,  $E_{дюр}$  – модули продольной упругости стального и дюралюминиевого стержней, Па.

Для определения перемещения точки  $C$  мысленно разведем стержни в этом шарнире и отметим их новые длины  $AC_1$  и  $BC_2$  (рис. 1.2, а). Для того, чтобы найти новое положение точки  $C$ , необходимо деформированные стержни свести вместе путем их вращения вокруг шарниров  $A$  и  $B$ . Точки  $C_1$  и  $C_2$  будут перемещаться по дугам, которые вследствие их малости могут быть приняты за прямые  $C_1C_3$  и  $C_2C_3$ , перпендикулярные к стержням  $AC$  и  $BC$ . Точка пересечения этих перпендикуляров (точка  $C_3$ ) и даст положение узла  $C$  после деформации. На рис. 1.2, б изображена диаграмма перемещений в большом масштабе.

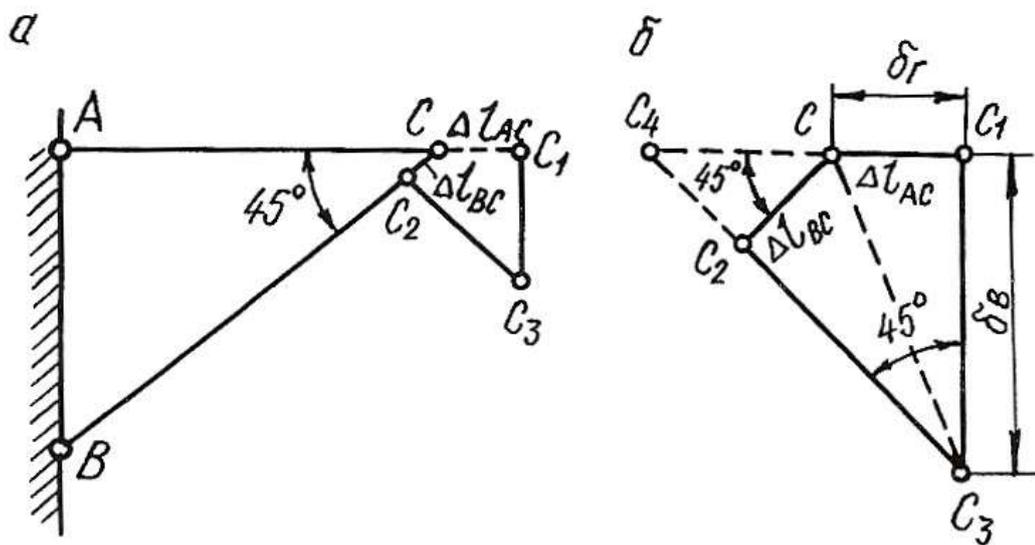


Рис. 1.2.

Горизонтальное перемещение узла  $C$  равно  $\delta_r = \Delta l_{AC} = 0,71 \text{ мм}$ .

Для удобства определения вертикального перемещения произведем дополнительное построение. Продолжим линии  $C_1C$  и  $C_3C_2$  до их пересечения в точке  $C_4$ .

Вертикальное перемещение узла  $C$

$$\delta_B = C_1 C_3 = \frac{C_1 C_4}{\operatorname{tg} 45^\circ} = C_1 C_4 = C_1 C + C C_4 = \Delta l_{AC} + \frac{\Delta l_{BC}}{\cos 45^\circ};$$

$$\delta_B = 0,71 + \frac{1,77}{0,707} = 3,21 \text{ мм.}$$

Полное перемещение узла  $C$

$$\delta = C C_3 = \sqrt{\delta_G^2 + \delta_B^2} = \sqrt{0,71^2 + 3,21^2} = 3,29 \text{ мм.}$$

### 1.1. Влияние собственного веса на напряжения и перемещения

Если ось в стержне вертикальна, то его собственный вес вызывает центральное растяжение или сжатие. Если вертикальный брус закреплен верхним концом, то от собственного веса он растягивается, а при закреплении нижнего конца – сжимается. Собственный вес вертикального бруса можно рассматривать как продольную (осевую) внешнюю нагрузку, распределенную вдоль оси бруса.

Рассмотрим брус постоянного сечения, закрепленный верхним концом. Продольная сила от собственного веса в поперечном сечении бруса на расстоянии  $x$  от его нижнего конца равна весу нижележащей части бруса

$$N_x = \rho g A x, \quad (1.4)$$

где  $N_x$  – продольная сила от собственного веса, Н;  $\rho$  – плотность материала, кг/м<sup>3</sup>;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $A$  – площадь поперечного сечения бруса, м<sup>2</sup>;  $x$  – расстояние от нижнего конца стержня, м.

Напряжение от собственного веса определяется по формуле:

$$\sigma_x = \frac{N_x}{A} = \rho g x. \quad (1.5)$$

По формулам (1.4) и (1.5) строятся эпюры  $N$  и  $\sigma$  с учетом знаков. Если на стержень действует дополнительная сила  $F$ , то продольная сила и нормальное напряжение определяются по формулам:

$$N_x = F + \rho g A x; \quad (1.6)$$

$$\sigma_x = \frac{F}{A} + \rho g x. \quad (1.7)$$

Полное удлинение (укорочение) стержня постоянного сечения от собственного веса определяется по формуле:

$$\Delta l = \frac{\rho g l^2}{2E}, \quad (1.8)$$

где  $l$  – длина стержня, м;  $E$  – модуль продольной упругости материала, Па.

При действии внешней силы  $F$  и собственного веса удлинение стержня определяется по формуле:

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} + \frac{\rho gl^2}{2E}. \quad (1.9)$$

В формулах (1.7) и (1.9) физический смысл первого слагаемого – напряжение и удлинение от внешней силы, второго – напряжение и удлинение от собственного веса.

Перемещение любого поперечного сечения бруса, закрепленного верхним концом, равно удлинению части бруса, лежащей над сечением, и равно сумме удлинений под действием собственного веса верхней части, нижней части бруса и внешней силы.

Рассмотрим подробнее решение типовой задачи.

### Пример 1.2.

Для стального бруса переменного сечения (рис. 1.3, а) с учетом собственного веса и при продольной нагрузке  $F$  требуется:

1. Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса.
2. Найти полное удлинение (укорочение) бруса.
3. Определить перемещение сечения I-I.

Исходные данные:  $A = 20 \text{ см}^2$ ;  $a = 1,0 \text{ м}$ ;  $b = 1,5 \text{ м}$ ;  $c = 1,0 \text{ м}$ ;  $F = 40 \text{ кН}$ .

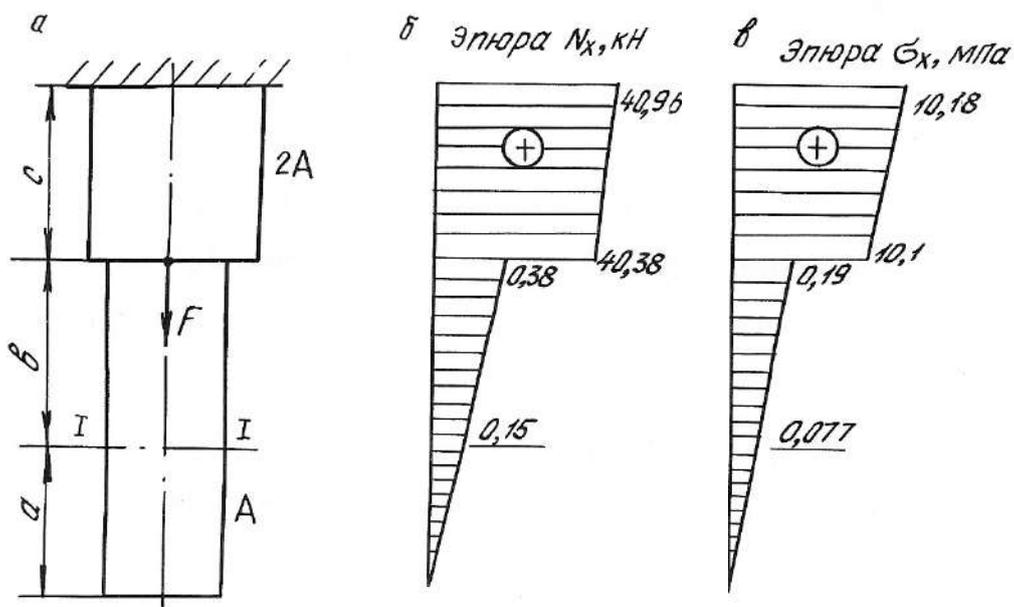


Рис. 1.3.

*Решение.*

Определим продольную силу и нормальное напряжение в поперечном сечении по формулам (1.6) и (1.7):

а) на участке длиной  $a$  (нижний участок):  $0 \leq x \leq 1,0$  м;

$$N_x = \rho g A x;$$

$$\sigma_x = \rho g x.$$

При  $x = 0$   $N_x = 0,$   
 $\sigma_x = 0.$

При  $x = 1$  м  $N_x = 7850 \cdot 9,81 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \cdot 1 = 150 \text{ Н} = 0,15 \text{ кН};$   
 $\sigma_x = 7850 \cdot 9,81 \cdot 1 = 80000 \text{ Па} = 0,08 \text{ МПа}.$

б) на участке длиной  $b$  (средний участок):  $1,0 \leq x \leq 2,5$  м;

$$N_x = Q_a + \rho g A (x - a);$$

$$\sigma_x = \frac{Q_a}{A} + \rho g (x - a);$$

где  $Q_a = \rho g A a = 0,15$  кН – вес нижнего участка бруса; для среднего участка он играет роль внешней силы.

При  $x = 1,0$  м;  $N_x = Q_a = 0,15$  кН;  
 $\sigma_x = 0,08$  МПа.

При  $x = 2,5$  м;  $N_x = 0,15 + 7850 \cdot 9,81 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} = 0,38$  кН;  
 $\sigma_x = 0,08 + 7850 \cdot 9,81 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6} = 0,19$  МПа.

в) на участке длиной  $c$  (верхний участок):  $2,5 \leq x \leq 3,5$  м;

$$N_x = Q_a + Q_b + F + \rho g 2A (x - a - b);$$

$$\sigma_x = \frac{Q_a + Q_b + F}{2A} + \rho g (x - a - b),$$

где  $Q_b = \rho g A b = 0,23$  кН – вес среднего участка бруса.

При  $x = 2,5$  м;  $N_x = 0,15 + 0,23 + 40 + 7850 \cdot 9,81 \cdot 2 \cdot 20 \cdot 1 \cdot 10^{-7} = 40,38$  кН;  
 $\sigma_x = 10,1$  МПа.

При  $x = 3,5$  м;  $N_x = 0,15 + 0,23 + 40 + 7850 \cdot 9,81 \cdot 2 \cdot 20 \cdot 1,5 \cdot 10^{-7} = 40,96$  кН;  
 $\sigma_x = 10,18$  МПа.

Строим эпюры  $N_x$  (рис. 1.3, б) и  $\sigma_x$  (рис. 1.3, в).

Определим полное удлинение стержня по формуле (1.9). Полное удлинение складывается из удлинений каждого участка бруса под действием внешних сил и собственного веса.

$$\Delta l = \Delta a + \Delta b + \Delta c ;$$

где  $\Delta a = \frac{\rho g a^2}{2E} = \frac{7850 \cdot 9,81 \cdot 1^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11}} = 0,19 \cdot 10^{-6} \text{ м};$

$$\Delta b = \frac{Q_a \cdot b}{EA} + \frac{\rho g b^2}{2E} = \frac{0,15 \cdot 10^3 \cdot 1,5}{2 \cdot 10^{11} \cdot 20 \cdot 10^{-4}} + \frac{7850 \cdot 9,81 \cdot 1,5^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11}} =$$

$$= 0,56 \cdot 10^{-6} + 0,43 \cdot 10^{-6} = 0,99 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$\Delta c = \frac{(Q_a + Q_b + F)c}{E \cdot 2A} + \frac{\rho g c^2}{2E} = \frac{(0,15 + 0,23 + 40) \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 20 \cdot 10^{-4}} + \frac{7850 \cdot 9,81 \cdot 1^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11}} =$$

$$= 50,48 \cdot 10^{-6} + 0,19 \cdot 10^{-6} = 50,67 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$\Delta l = 0,19 \cdot 10^{-6} + 0,99 \cdot 10^{-6} + 50,67 \cdot 10^{-6} = 51,85 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Перемещение сечения I-I равно удлинению лежащей над сечением части бруса, т. е.

$$\delta_{I-I} = \Delta c + \Delta b = 0,99 \cdot 10^{-6} + 50,67 \cdot 10^{-6} = 51,66 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

## 1.2. Напряженное состояние материала в точке

**Напряженным состоянием** называют совокупность напряжений, действующих по всевозможным площадкам, проведенным через данную точку. В различных точках тела напряженное состояние неоднородно и определить все значения возникающих напряжений затруднительно. В связи с этим в сопротивлении материалов точку рассматривают в виде элементарного параллелепипеда с гранями  $dx \cdot dy \cdot dz$ . При этом считается, что возникающие напряжения на гранях и в наклонных сечениях распределяются равномерно. Нормальные напряжения на гранях обозначаются:  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ , а касательные:  $\tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{zy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{zx}$ . Двойной индекс при касательных напряжениях указывает на направление и плоскость, где они действуют. Например, индексы при напряжении  $\tau_{xy}$  означают, что  $x$  – направление действия этого напряжения по оси  $x$ ;  $y$  – это напряжение возникает в плоскости, нормаль к которой параллельна оси  $y$ .

Во взаимно перпендикулярных сечениях касательные напряжения равны по величине и противоположны по знаку. Это свойство касательных напряжений называется **законом парности касательных напряжений**

$$-\tau_{xy} = \tau_{yx}.$$

Рассматриваемый параллелепипед в теле стержня можно сориентировать таким образом, что по его граням будут действовать только нормальные напряжения, а касательные будут равны нулю. В этом случае грани будут называться главными площадками, а действующие на них нормальные напряжения – главными напряжениями. По количеству главных напряжений, возникающих одновременно на главных площадках, различают три вида напряженного состояния точки упругого тела: линейное, плоское и объемное. Главные напряжения обозначаются:  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ . Принято считать, что  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ . Наиболее часто встречается плоское напряженное состояние материала.

Для правильной оценки опасности, угрожающей прочности стержня, необходимо знать полностью его напряженное состояние. Это требует умение вычислять напряжения не только по сечениям, перпендикулярным оси стержня, но и по наклонным сечениям.

Напряжения в наклонных сечениях, нормаль к которым с осью  $x$  составляет угол  $\alpha$ , определяются по следующим формулам:

$$\sigma_\alpha = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha - \tau_{yx} \sin 2\alpha; \quad (1.10)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{yx} \cos 2\alpha, \quad (1.11)$$

Для сечений, проходящих под углом  $\beta = \alpha + 90^\circ$ , возникающие напряжения определяются по формулам:

$$\sigma_\beta = \sigma_x \sin^2 \alpha + \sigma_y \cos^2 \alpha + \tau_{yx} \sin 2\alpha; \quad (1.12)$$

$$\tau_\beta = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha - \tau_{yx} \cos 2\alpha, \quad (1.13)$$

Угол  $\alpha$  положительный, если он отсчитан в направлении от оси  $x$  к оси  $y$  по кратчайшему угловому пути, против хода часовой стрелки.

Нормальное напряжение  $\sigma_\alpha$  считается положительным, если его направление совпадает с направлением внешней нормали к наклонной площадке. Положительное направление  $\tau_\alpha$  образовано поворотом внешней нормали к наклонной площадке на угол  $90^\circ$  по ходу часовой стрелки.

Противоположные направления  $\sigma_\alpha$  и  $\tau_\alpha$  следует считать отрицательными.

Площадки, где действуют экстремальные нормальные напряжения и нет касательных напряжений, называются главными площадками, а напряжения, действующие на главных площадках – главными напряжениями. Они обозначаются:  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ , причем  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  и определяются по следующим формулам:

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = \frac{1}{2} \left[ (\sigma_x + \sigma_y) + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2} \right]; \quad (1.14)$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_2 = \frac{1}{2} \left[ (\sigma_x + \sigma_y) - \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2} \right]. \quad (1.15)$$

Положение главных площадок определяется углом наклона  $\alpha_0$

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{-2\tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_y}, \quad (1.16)$$

Наибольшие касательные напряжения действуют на площадках под углом  $45^\circ$

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2}. \quad (1.17)$$

### Пример 1.3.

Стальной кубик находится под действием сил, создающих плоское напряженное состояние:  $\sigma_x = 80$  МПа;  $\alpha = 30^\circ$ ;  $\tau_{xy} = 10$  МПа (рис. 1.4). Требуется найти:

1. Главные напряжения и положение главных площадок.

2. Максимальные касательные напряжения.

3. Определить аналитически величины нормальных  $\sigma_\alpha$  и касательных  $\tau_\alpha$  напряжений, действующих на площадках, нормаль, к которой составляет угол  $\alpha$  с горизонтальной осью  $x$ . Показать на чертеже заданный элемент и направления соответствующих напряжений.

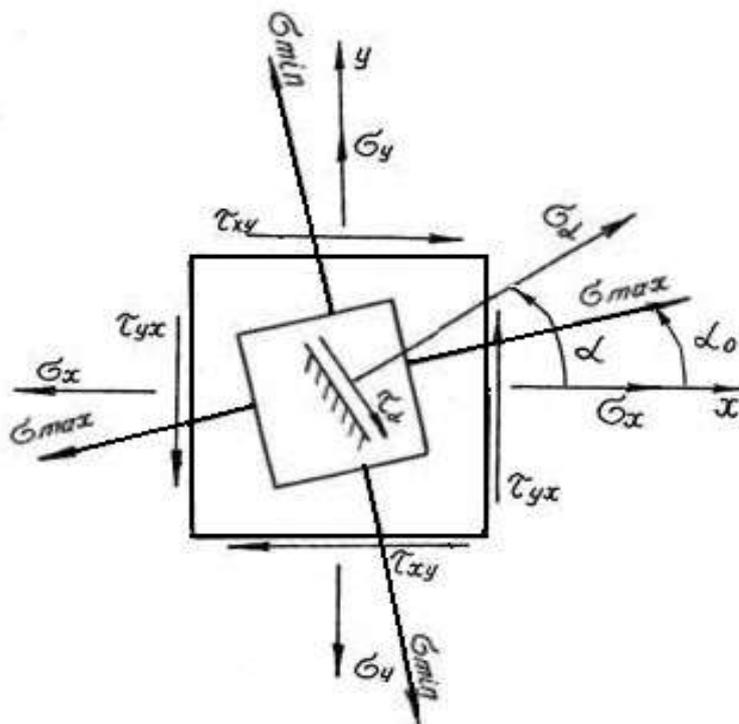


Рис. 1.4.

*Решение.*

Определим главные напряжения

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \left[ (\sigma_x + \sigma_y) + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2} \right] = \frac{1}{2} \left[ (80 + 20) + \sqrt{(80 - 20)^2 + 4 \cdot 10^2} \right] = \\ = \frac{1}{2} [100 + 63,6] = 81,8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2} \left[ (\sigma_x + \sigma_y) - \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2} \right] = \frac{1}{2} \left[ (80 + 20) - \sqrt{(80 - 20)^2 + 4 \cdot 10^2} \right] = \\ = \frac{1}{2} [100 - 63,6] = 18,2 \text{ МПа}.$$

Найдем положение главных площадок

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{-2 \cdot (-10)}{80 - 20} = 0,333; \quad 2\alpha_0 = 18^\circ 24'; \quad \alpha_0 = 9^\circ 12'.$$

Определим аналитически величины  $\sigma_\alpha$  и  $\tau_\alpha$ , действующие на площадке, нормаль к которой составляет угол  $30^\circ$  с горизонтальной осью (см. рис. 1.4.)

$$\sigma_\alpha = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha - \tau_{yx} \sin 2\alpha = 80 \cdot 0,866^2 + 20 \cdot 0,5^2 - (-10) \cdot 0,866 = \\ = 73,65 \text{ МПа};$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{yx} \cos 2\alpha = \frac{80 - 20}{2} 0,866 + (-10) \cdot 0,5 = 20,98 \text{ МПа}.$$

Вектор максимальных главных напряжений  $\sigma_{\max}$  всегда проходит через те четверти осей координат, в которых стрелки касательных напряжений сходятся.

### 1.3. Статически неопределимые стержневые системы

**Статически неопределимыми системами** называют такие системы, у которых реакции или все внутренние суммарные силовые факторы, возникающие в сечениях их элементов при действии произвольной нагрузки, не могут быть определены из уравнений равновесия статики.

Равновесие плоской стержневой системы обеспечивается тремя опорными направлениями. Всякое закрепление сверх трех опорных направлений является «лишним» с точки зрения равновесия системы, что делает ее *статически неопределимой*. Термин «лишние» является условным. Постановка дополнительных опорных закреплений производится с целью уменьшения деформации, веса конструкции или с целью увеличения ее грузоподъемности.

Расчет статически неопределимой системы начинается с определения степени статической неопределимости системы, которая равна числу «лишних» связей (число неизвестных сил минус три – число уравнений статики для плоской системы).

Определение усилий в статически неопределимой системе связано с необходимостью составления дополнительных уравнений – уравнений совместности деформаций. Число этих уравнений должно быть равно степени статической неопределимости стержневой системы.

Уравнения совместности деформаций устанавливают геометрические зависимости между упругими перемещениями отдельных элементов при соблюдении равновесия всей системы в целом.

Геометрическая схема деформаций должна рассматриваться не с точки зрения обычной геометрии, а на основе кинематики малых перемещений, с учетом того, что траектории отдельных точек элементов являются прямыми линиями.

Решение статически неопределимых систем необходимо производить в следующей последовательности:

1. Заданную систему освободить от наложенных на нее связей, действие которых заменяется реакциями, и составить уравнения статики;
2. Определить степень статической неопределимости системы;
3. По числу «лишних» неизвестных составить дополнительные уравнения из условия совместности деформаций. В уравнениях упругие деформации выразить через усилия по закону Гука в развернутом виде по формуле (1.3);
4. Решить совместно уравнения равновесия статики и дополнительные уравнения, определяя усилия в элементах конструкций;
5. Исходя из условия задачи и на основании условия прочности, определить поперечные размеры стержней.

Рассмотрим подробнее пример расчета статически неопределимой системы.

### **Пример 1.4.**

Для статически неопределимой системы (рис. 1.5), состоящей из жесткой невесомой балки  $AB$  и стальных стержней 1 и 2, соединенных с ней шарнирно, требуется:

1. Определить усилия, возникающие в стержне от действия силы  $F$ .
2. Подобрать сечение стержней из двух равнобоких уголков, каждое при  $A_2 : A_1 = 2$ ;  $F = 180$  кН;  $a = 2,0$  м;  $b = 1,0$  м;  $h = 2,0$  м.

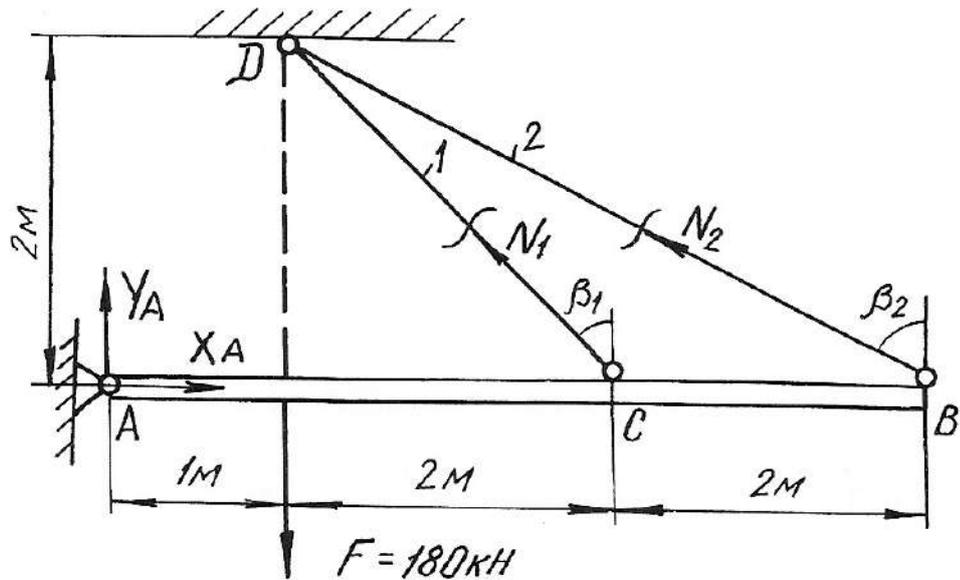


Рис. 1.5.

*Решение.*

Перед началом решения по приведенному плану определяем геометрические параметры системы

$$l_1 = DC = \sqrt{4 + 4} = 2,83 \text{ м}; \quad \beta_1 = 45^\circ;$$

$$l_2 = DB = \sqrt{4 + 16} = 4,47 \text{ м}; \quad \sin\beta_2 = \frac{4}{4,47} = 0,89;$$

Далее освобождаем брус  $AB$  от наложенных связей, заменяя их действие реакциями  $X_A, Y_A, N_1, N_2$ . Так как на балку  $AB$  действуют четыре неизвестные силы, то одна связь «лишняя», т. е. задача является однажды статически неопределимой.

Из трех уравнений равновесия достаточно записать только одно уравнение, не содержащее  $X_A, Y_A$ , определение которых не ставится в задаче,

$$\sum M_A = 0; \quad -F \cdot 1 + N_1 \cdot \cos\beta_1 \cdot 3 + N_2 \cdot \cos\beta_2 \cdot 5 = 0;$$

$$-180 + N_1 \cdot 0,707 \cdot 3 + N_2 \cdot 0,45 \cdot 5 = 0 \quad (1.18)$$

В уравнении статики два неизвестных, поэтому нужно записать еще одно дополнительное уравнение из условия совместности деформаций стержней  $DB$  и  $DC$ . Рассматривая геометрическую схему деформаций этих стержней, считаем перемещение точек  $B$  и  $C$  балки вертикальными (рис. 1.6). Из подобия треугольников  $ACC_1$  и  $ABB_1$  имеем:

$$\frac{AC}{AB} = \frac{CC_1}{BB_1} = \frac{3}{5}.$$

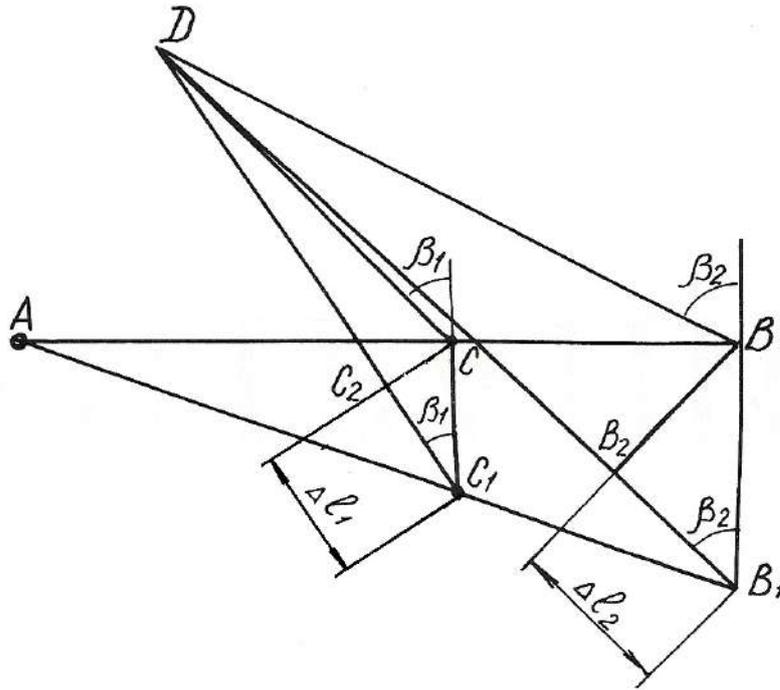


Рис. 1.6.

Учитывая, что

$$\begin{cases} CC_1 = \frac{CC_1}{\cos\beta_1} = \frac{\Delta l_1}{\cos\beta_1}; \\ BB_1 = \frac{B_1B_2}{\cos\beta_2} = \frac{\Delta l_2}{\cos\beta_2}, \end{cases}$$

получим  $\frac{\Delta l_1}{\cos\beta_1} = \frac{3}{5} \cdot \frac{\Delta l_2}{\cos\beta_2}$ ; откуда

$$\Delta l_1 = 0,94 \cdot \Delta l_2. \quad (1.19)$$

Равенство (1.19) и есть условие совместности деформации стержней 1 и 2. Выразим деформации через усилия по закону Гука

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EA_1} = \frac{N_1 \cdot 2,83}{EA_1}; \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{EA_2} = \frac{N_2 \cdot 4,74}{E \cdot 2A_1}.$$

Подставим полученные выражения в формулу (1.19)

$$\frac{N_1 \cdot 2,83}{EA_1} = 0,94 \frac{N_2 \cdot 4,74}{E \cdot 2A_1}.$$

Отсюда получим

$$2,83 \cdot N_1 - 2,10 \cdot N_2 = 0. \quad (1.20)$$

Теперь можно определить усилия  $N_1$  и  $N_2$ , решая совместно систему уравнений (1.18) и (1.20),

$$\begin{cases} 2,12 \cdot N_1 + 2,25 \cdot N_2 - 180 = 0; \\ 2,83 \cdot N_1 - 2,10 \cdot N_2 = 0. \end{cases}$$

Получаем  $N_1 = 34,94$  кН;  $N_2 = 47,08$  кН.

Подбираем сечение стержней из условий прочности:

$$A_1 \geq \frac{N_1}{\sigma_{adm}} = \frac{34,94 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 2,18 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 2,18 \text{ см}^2;$$

$$A_2 \geq \frac{N_2}{\sigma_{adm}} = \frac{47,08 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 2,94 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 2,94 \text{ см}^2.$$

Для площадей задано условие  $A_2:A_1 = 2$ . Если принять  $A_1 = 2,18 \text{ см}^2$ , тогда  $A_2 = 4,36 \text{ см}^2$ . Условие  $A_2 \geq 2,94 \text{ см}^2$  выполняется.

Сечение подбираем из двух равнобоких уголков по ГОСТ 8509-93 (табл. П. 3).

Для первого стержня подбираем два уголка №2 (20x20x3 мм) с площадью сечения  $1,13 \text{ см}^2$ . Для второго стержня принимаем два уголка №4 (40x40x3 мм) с площадью сечения  $2,35 \text{ см}^2$ .

Полные площади сечений будут равны  $A_1 = 2,26 \text{ см}^2$ ;  $A_2 = 4,70 \text{ см}^2$ .

Проверим отношение площадей:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{4,70}{2,26} = 2,08.$$

Отклонение  $\delta = \frac{2,08 - 2}{2} 100 \% = 3,98 \%$ .

Погрешность допустимая.

### Пример 1.5. Монтажная задача

Для статически неопределимой системы (рис. 1.7), состоящей из жесткой невесомой балки  $AB$  и стальных стержней 1 и 2, соединенных с ней шарнирно, требуется определить дополнительные усилия в стержнях конструкции, если стержень 2 изготовлен короче проектного размера на  $\Delta = 5 \cdot 10^{-3}$  м при  $A_2 : A_1 = 2$ ;  $a = 2,0$  м;  $b = 1,0$  м;  $h = 2,0$  м.

При сборке стержни деформируются: стержень 2 – растянется, стержень 1 – сожмется. В соответствии с этим покажем направления дополнительных усилий  $N_1'$  и  $N_2'$  (см. рис. 1.7), возникающих после сборки конструкции.

Для определения усилий воспользуемся уравнением статики

$$\begin{aligned} \sum M_A = 0; \quad & -N_1' \cdot \cos\beta_1 \cdot 3 + N_2' \cdot \cos\beta_2 \cdot 5 = 0; \\ & -2,12N_1' + 2,25N_2' = 0. \end{aligned} \quad (1.21)$$

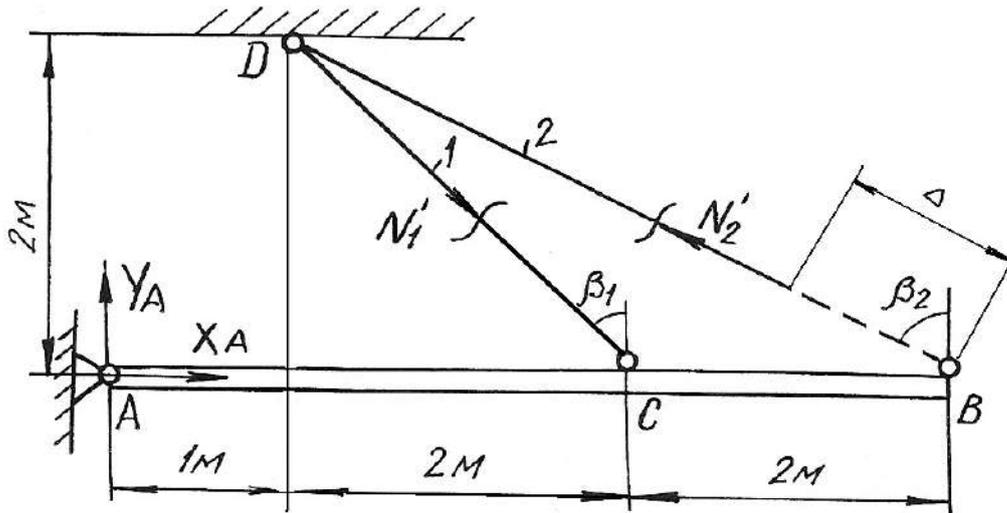


Рис. 1.7.

Уравнение одно, неизвестных два, следовательно, система один раз статически неопределима. Запишем дополнительно условие совместности деформаций. Рассмотрим картину деформаций стержней (см. рис. 1.8). Из подобия треугольников  $AC_1C$  и  $AB_1B$  получим  $\frac{AC}{AB} = \frac{C_1C}{B_1B} = \frac{3}{5}$ .

Учитывая соотношение  $C_1C = \frac{CC_2}{\cos\beta_1} = \frac{\Delta l_1}{\cos\beta_1}$ ;  $B_1B = \frac{B_2B}{\cos\beta_2} = \frac{\Delta - \Delta l_2}{\cos\beta_2}$ ,

получаем  $\frac{\Delta l_1}{0,707} = \frac{3}{5} \cdot \frac{\Delta - \Delta l_2}{0,45}$ ;  $\Delta l_1 = 0,94(\Delta - \Delta l_2)$ . (1.22)

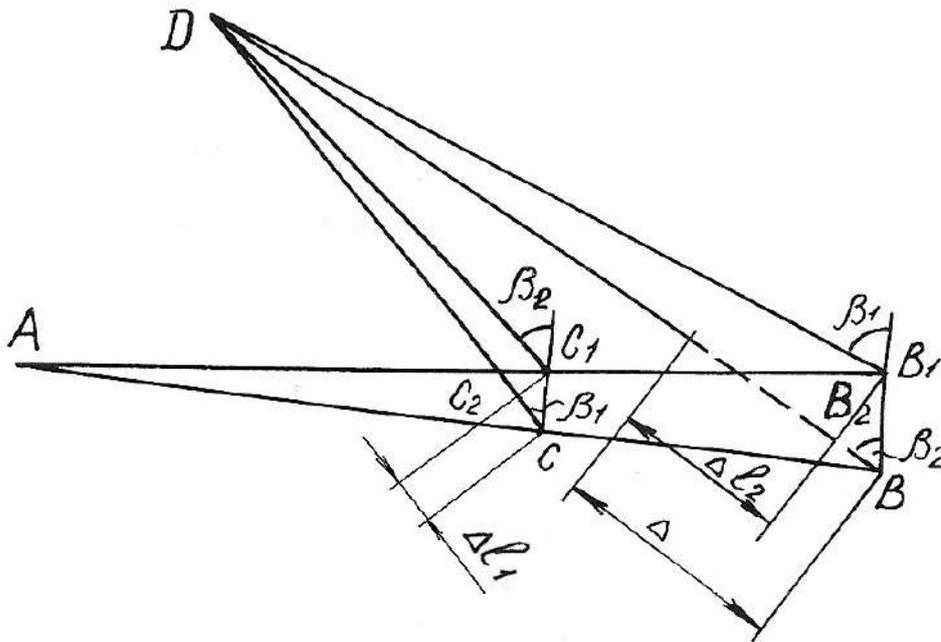


Рис. 1.8.

Выражение (1.22) – условие совместности деформаций стержней 1 и 2. Выражая деформацию через усилия по закону Гука, получим

$$\frac{N_1' l_1}{EA_1} + \frac{0,94 \cdot N_2' l_2}{EA_2} = 0,94 \cdot \Delta$$

или

$$1,25 \cdot N_1' + 0,894 \cdot N_2' = 94 \quad (1.23)$$

Решая совместно систему уравнений (1.21) и (1.23), определяем усилия  $N_1'$  и  $N_2'$

$$N_1' = 42,75 \text{ кН}; N_2' = 45,36 \text{ кН}.$$

### Пример 1.6.

Стержень длиной  $l = 800$  мм, заделанный обоими концами, подвергается действию двух сосредоточенных сил  $F_1 = 100$  кН и  $F_2 = 150$  кН (рис. 1.9, а). Определить напряжения, возникающие в различных сечениях стержня, и проверить его прочность, если допускаемое напряжение  $\sigma_{adm} = 140$  МПа. Площадь поперечного сечения  $A = 10 \text{ см}^2$ ,  $l_1 = 200$  мм и  $l_2 = 600$  мм.

*Решение.*

Обозначим реакции в заделках стержня через  $R_A$  и  $R_B$ . На стержень действует система сил, направленных вдоль одной прямой. Для такой системы статика дает одно уравнение равновесия

$$\sum Y = 0; R_A - F_1 - F_2 + R_B = 0,$$

откуда  $R_A + R_B = F_1 + F_2$ . (1.24)

Для составления уравнения совместности деформаций мысленно отбросим нижнюю заделку и заменим ее действие на стержень реакцией  $R_B$ , т. е. приложим к сечению  $B$  (к нижнему торцовому сечению) такую силу, которая оказывает на стержень воздействие, полностью аналогичное воздействию заделки. Таким образом, изображенная система эквивалентна заданной системе и, поскольку в заданной системе перемещение сечения  $B$  равно нулю, то и для второй системы (рис. 1.9, б) должно соблюдаться то же условие

$$\delta_B = 0. \quad (1.25)$$

Для определения вида левой части записанного равенства используем принцип независимости действия сил, т. е. вычислим перемещение сечения  $B$  как сумму перемещений, вызванных каждой силой  $F_1$ ,  $F_2$  и  $R_B$  в отдельности

$$\delta_B = \delta_{F_1} + \delta_{F_2} + \delta_{R_B}.$$

Под действием одной лишь силы  $F_1$  деформируется только верхняя часть стержня, нижняя и средняя части перемещаются как твердое тело. Таким образом, перемещение сечения  $B$ , вызванное силой  $F_1$ , равно удлинению верхней части стержня

$$\delta_{F_1} = \frac{F_1 l_1}{EA}.$$

Аналогично установим, что перемещение сечения  $B$  от действия силы  $F_2$ , равно удлинению верхней и средней частей

$$\delta_{F_2} = \frac{F_2 l_2}{EA}.$$

Наконец, перемещение сечения  $B$  от действия силы  $R_B$  равно укорочению всего стержня

$$\delta_{R_B} = \frac{R_B l}{EA}.$$

Суммируя полученные величины и приравнявая сумму нулю согласно равенству (1.25), получим уравнение совместности деформаций,

$$\frac{F_1 l_1}{EA} + \frac{F_2 l_2}{EA} - \frac{R_B l}{EA} = 0,$$

откуда 
$$R_B = \frac{F_1 l_1 + F_2 l_2}{l} = \frac{100 \cdot 0,2 + 150 \cdot 0,6}{0,8} = 137,5 \text{ кН.}$$

Подставив значение реакции  $R_B$  в уравнение равновесия (1.24), определим значение реакции в точке  $A$ :

$$\begin{aligned} R_A = F_1 + F_2 - R_B &= F_1 + F_2 - \frac{F_1 l_1 + F_2 l_2}{l} = \frac{(F_1 + F_2)l - (F_1 l_1 + F_2 l_2)}{l} = \\ &= \frac{(100 + 150) \cdot 0,8 - (100 \cdot 0,2 + 150 \cdot 0,6)}{0,8} = 112,5 \text{ кН.} \end{aligned}$$

На рис. 1.9, в приведена эпюра продольных сил, в соответствии с которой определяем напряжения на различных участках стержня.

В поперечных сечениях верхней части стержня

$$\sigma^{(1)} = \frac{N_1}{A} = \frac{112,5 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = 112,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 112,5 \text{ МПа};$$

в поперечных сечениях средней части

$$\sigma^{(2)} = \frac{N_2}{A} = \frac{12,5 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = 12,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 12,5 \text{ МПа},$$

а в нижней части

$$\sigma^{(3)} = \frac{N_3}{A} = -\frac{137,5 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = -137,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = -137,5 \text{ МПа.}$$

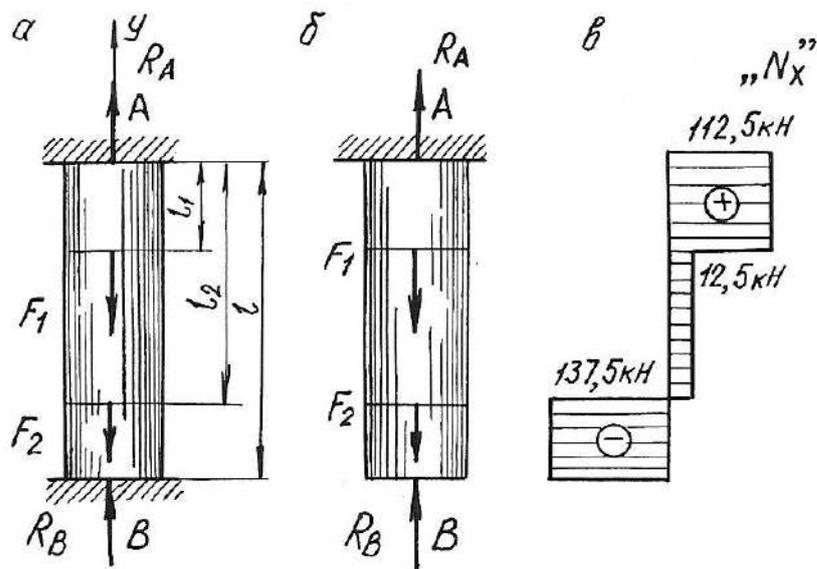


Рис. 1.9.

Наиболее напряженными, как видно из расчетов, являются поперечные сечения нижней части стержня. Это напряжение используем для проверки стержня на прочность:

$$|\sigma^{(3)}| = 137,5 \text{ МПа} < \sigma_{\text{adm}} = 140 \text{ МПа},$$

т. е. условие прочности выполняется.

### Пример 1.7. Температурная задача

Определить допускаемое повышение температуры составного стержня (рис. 1.10.) из условия, чтобы напряжения сжатия не превышали в стальной части  $\sigma_c = 120$  МПа, в медной  $\sigma_M = 60$  МПа и в алюминиевой  $\sigma_a = 70$  МПа. (линейные размеры на рисунке приведены в мм).

*Решение.*

Площади поперечных сечений ступеней стержня

$$A_M = \frac{\pi(50 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 1963 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2,$$

$$A_a = \frac{\pi(40 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 1257 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2,$$

$$A_c = \frac{\pi(30 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 707 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2.$$

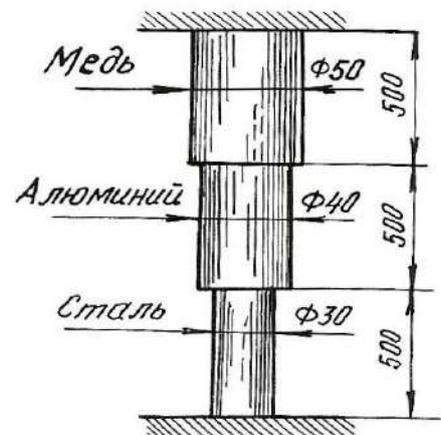


Рис. 1.10.

Продольные силы, при которых напряжения в ступенях будут равны заданным величинам, должны быть следующими:

$$N_M = A_M \cdot \sigma_M = 1963 \cdot 10^{-6} \cdot 60 \cdot 10^6 = 118000 \text{ Н} = 118 \text{ кН};$$

$$N_a = A_a \cdot \sigma_a = 1257 \cdot 10^{-6} \cdot 70 \cdot 10^6 = 88000 \text{ Н} = 88 \text{ кН};$$

$$N_c = A_c \cdot \sigma_c = 707 \cdot 10^{-6} \cdot 120 \cdot 10^6 = 84800 \text{ Н} = 84,8 \text{ кН}.$$

Величина продольной силы не одинакова для всего стержня, следовательно, в качестве допускаемой продольной силы должно быть принято меньшее из трех полученных значений, а именно  $N = N_c = 84,8 \text{ кН}$ .

Длина стержня в результате заземления обоих концов остается при изменении температуры неизменной. Следовательно, удлинение стержня в результате повышения температуры должно равняться полученному упругому укорочению

$$\Delta l_t = \Delta l = l_M \alpha_M \Delta t + l_a \alpha_a \Delta t + l_c \alpha_c \Delta t = l(\alpha_M + \alpha_a + \alpha_c) \Delta t,$$

где  $\alpha_M, \alpha_a, \alpha_c$  – соответствующие коэффициенты теплового линейного расширения.

$$\Delta l = \Delta l_M = \Delta l_a = \Delta l_c = \frac{N l_M}{E_M A_M} + \frac{N l_a}{E_a A_a} + \frac{N l_c}{E_c A_c} = N l \left( \frac{1}{E_M A_M} + \frac{1}{E_a A_a} + \frac{1}{E_c A_c} \right);$$

$$l(\alpha_M + \alpha_a + \alpha_c) \Delta t = N l \left( \frac{1}{E_M A_M} + \frac{1}{E_a A_a} + \frac{1}{E_c A_c} \right),$$

$$\text{откуда } \Delta t = \frac{N \left( \frac{1}{E_M A_M} + \frac{1}{E_a A_a} + \frac{1}{E_c A_c} \right)}{\alpha_M + \alpha_a + \alpha_c}.$$

Подставим численные значения величин и произведем вычисления

$$\Delta t = \frac{84800 \left[ \frac{1}{1 \cdot 10^{11} \cdot 1963 \cdot 10^{-6}} + \frac{1}{0,7 \cdot 10^{11} \cdot 1257 \cdot 10^{-6}} + \frac{1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 707 \cdot 10^{-6}} \right]}{16,5 \cdot 10^{-6} + 25 \cdot 10^{-6} + 12,5 \cdot 10^{-6}} = 36^\circ.$$

Далее определим напряжения в поперечных сечениях стержня при повышении температуры на  $36^\circ$

$$\sigma_M = -\frac{N}{A_M} = -\frac{84800}{1963 \cdot 10^{-6}} = -43 \cdot 10^6 \text{ Па} = -43 \text{ МПа},$$

$$\sigma_a = -\frac{N}{A_a} = -\frac{84800}{1257 \cdot 10^{-6}} = -67,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = -67,5 \text{ МПа},$$

$$\sigma_c = -120 \text{ МПа}.$$

#### 1.4. Задания для расчетов стержней с учетом собственного веса

Для стального бруса с учетом собственного веса и при продольной нагрузке  $F$  (табл. 1.1.) требуется по указанной схеме (табл. 1.2.):

1. Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса.

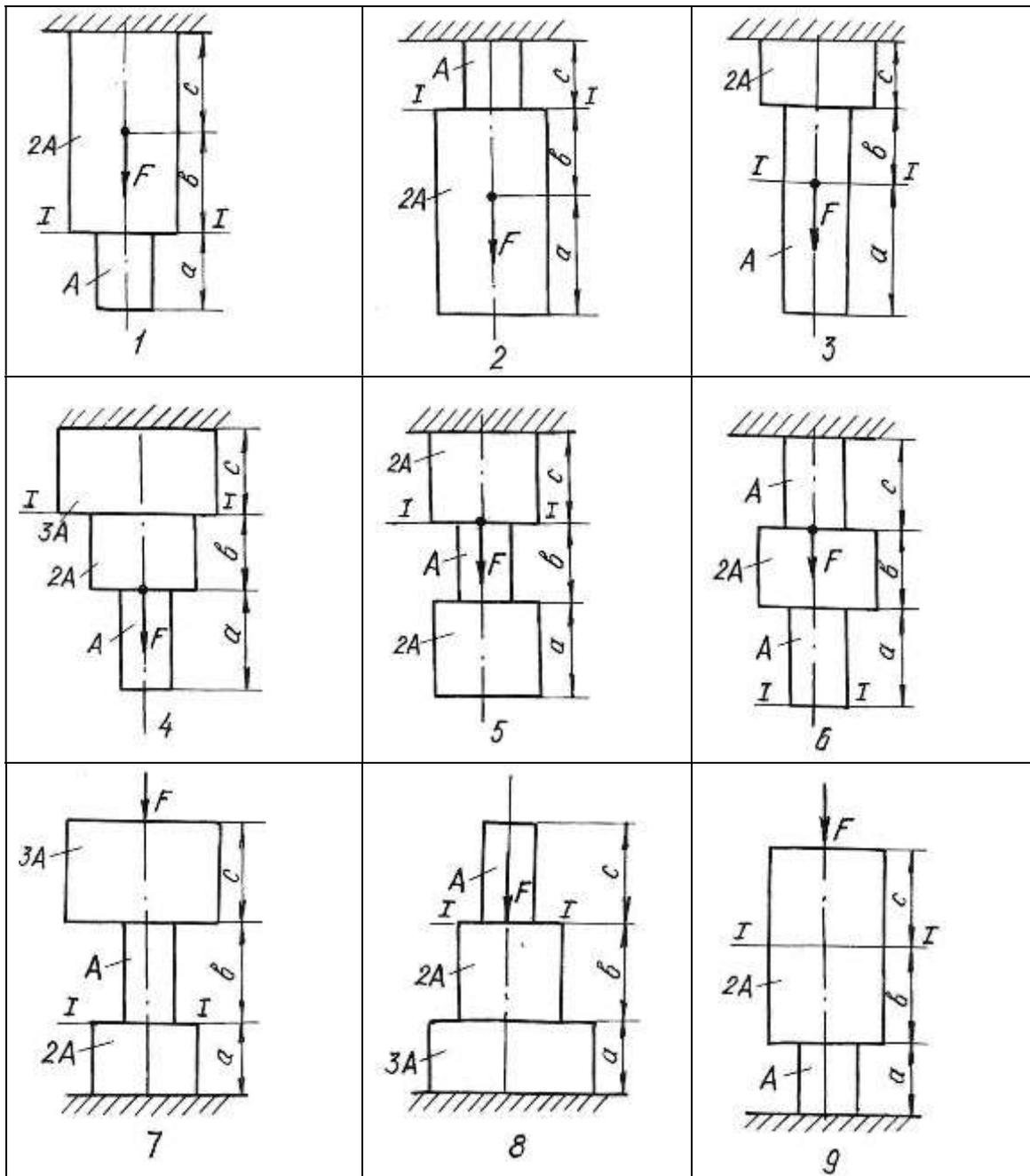
2. Найти полное удлинение (укорочение) бруса для геометрических размеров, приведенных в табл. 1.1. Плотность стали  $\rho=7850 \text{ кг/см}^3$ ; ускорение силы тяжести  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ , модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

3. Определить перемещение сечений I-I.

Таблица 1.1

Номер варианта	$a$ , м	$b$ , м	$c$ , м	$F$ , кН	$A$ , см <sup>2</sup>
1	1,5	1,0	2,0	30	20
2	1,0	1,5	2,0	40	30
3	2,0	1,0	2,0	50	40
4	2,0	1,0	1,5	60	18
5	2,0	1,5	1,5	20	24
6	1,5	1,0	2,0	40	28
7	1,5	1,0	1,0	50	30
8	1,0	1,5	2,0	50	32
9	1,5	1,0	1,5	60	12
10	2,0	1,0	1,5	70	14
11	1,0	2,0	1,0	20	15
12	2,0	2,0	1,0	40	18
13	1,0	1,5	1,0	30	20
14	1,4	1,0	1,0	40	24
15	1,0	3,0	1,0	50	28
16	1,0	2,0	1,0	40	30
17	1,2	1,0	2,4	70	32
18	2,0	1,5	2,0	60	20
19	2,6	1,0	1,7	60	18
20	2,0	1,0	1,5	50	22
21	1,5	1,8	1,4	40	15
22	2,0	1,0	1,4	30	16
23	1,2	1,2	1,2	20	20
24	1,5	1,0	2,0	10	16
25	1,4	2,0	1,0	40	18

Расчетные схемы бруса



### 1.5. Задания для определения напряжений при плоском напряженном состоянии

Стальной кубик находится под действием сил, создающих плоское напряженное состояние (рис. 1.11.). Показать на рисунке элемент и направления напряжений в соответствии с вариантом задания.

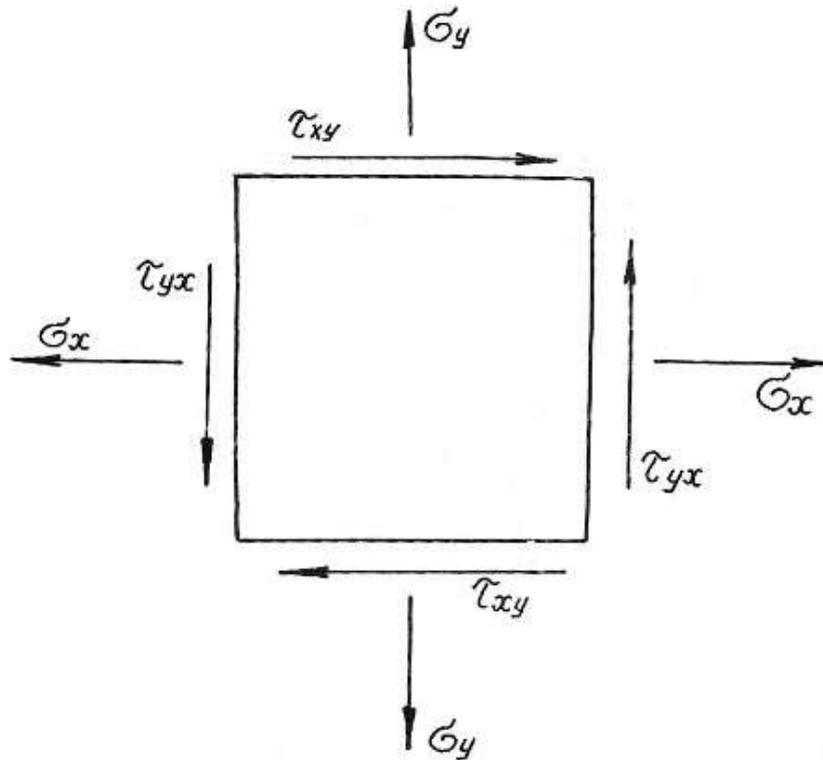


Рис. 1.11.

Требуется найти:

1. Главные напряжения и положение главных площадок.
2. Максимальные касательные напряжения.
3. Определить аналитически величины нормальных  $\sigma_\alpha$  и касательных напряжений  $\tau_\alpha$ , действующих на площадках, нормаль к которым составляет угол  $\alpha$  с горизонтальной осью  $x$ .

Данные приведены в табл. 1.3.

Таблица 1.3

Номер варианта	$\sigma_x$ , МПа	$\sigma_y$ , МПа	$\tau_{xy}$ , МПа	$\alpha$ , град
1	40,0	-20,0	-10,0	30
2	12,0	10,0	-80,0	-45
3	-10,0	-14,0	-12,0	15
4	15,0	12,0	90,0	30
5	20,0	-40,0	80,0	15
6	-12,0	10,0	-80,0	45
7	20,0	-2,0	10,0	-30
8	80,0	10,0	-60,0	45
9	12,0	14,0	10,0	30
10	-14,0	-10,0	50,0	15
11	20,0	10,0	-80,0	-45
12	30,0	-50,0	-10,0	60
13	-25,0	10,0	50,0	15
14	16,0	80,0	10,0	30
15	18,0	-10,0	10,0	-30
16	22,0	12,0	-90,0	45
17	-16,0	-12,0	10,0	20
18	10,0	80,0	-60,0	-20
19	25,0	-25,0	10,0	30
20	-10,0	10,0	60,0	60
21	12,0	10,0	-60,0	20
22	18,0	-10,0	-12,0	45
23	-40,0	30,0	20,0	30
24	50,0	-60,0	10,0	-30
25	45,0	35,0	15,0	-45

### 1.6. Задания для расчета статически неопределимых стержневых систем

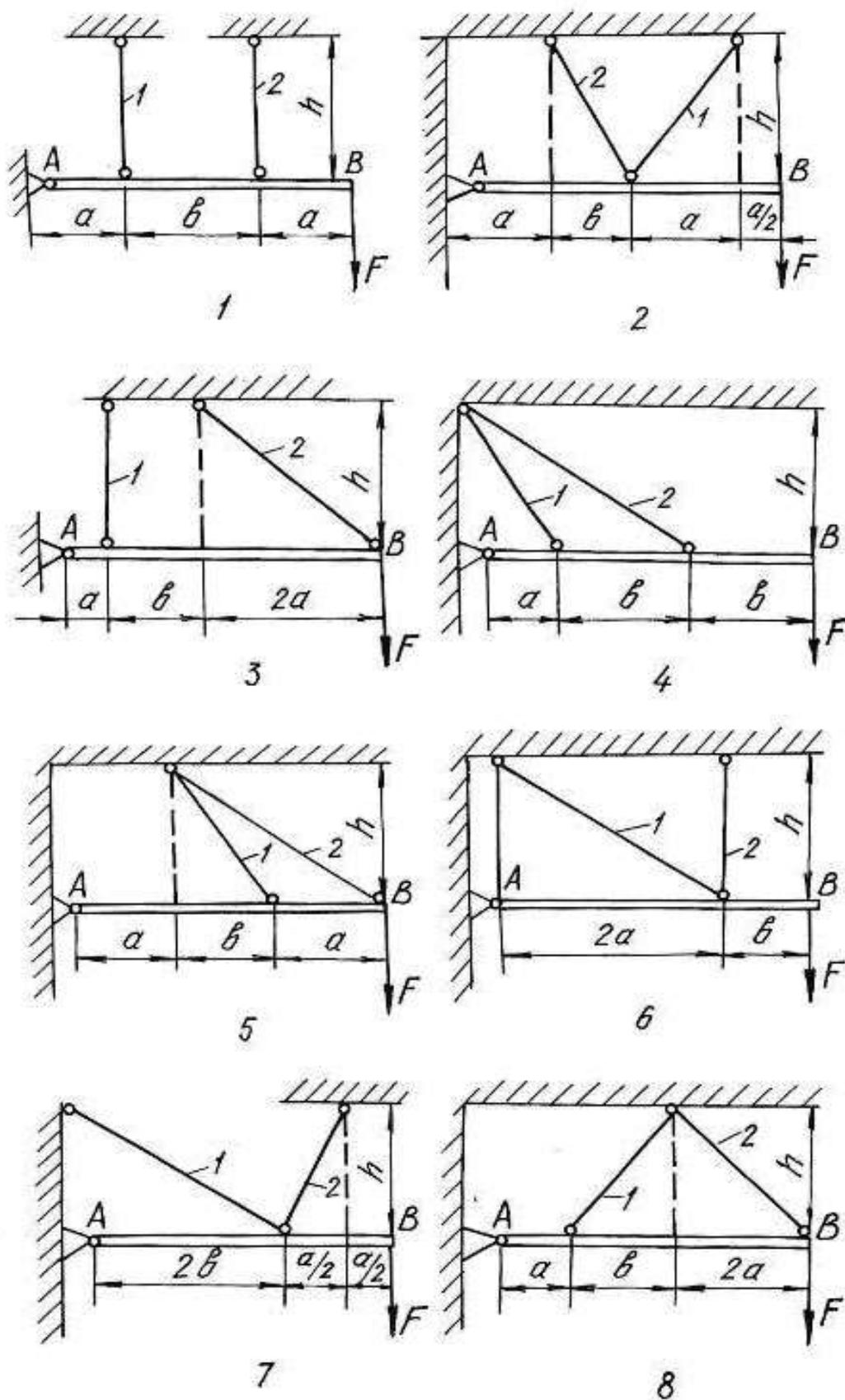
Для статически неопределимой системы, состоящей из жесткой невесомой балки и стальных стержней 1 и 2, соединенных с ней шарнирно (табл.1.4), требуется:

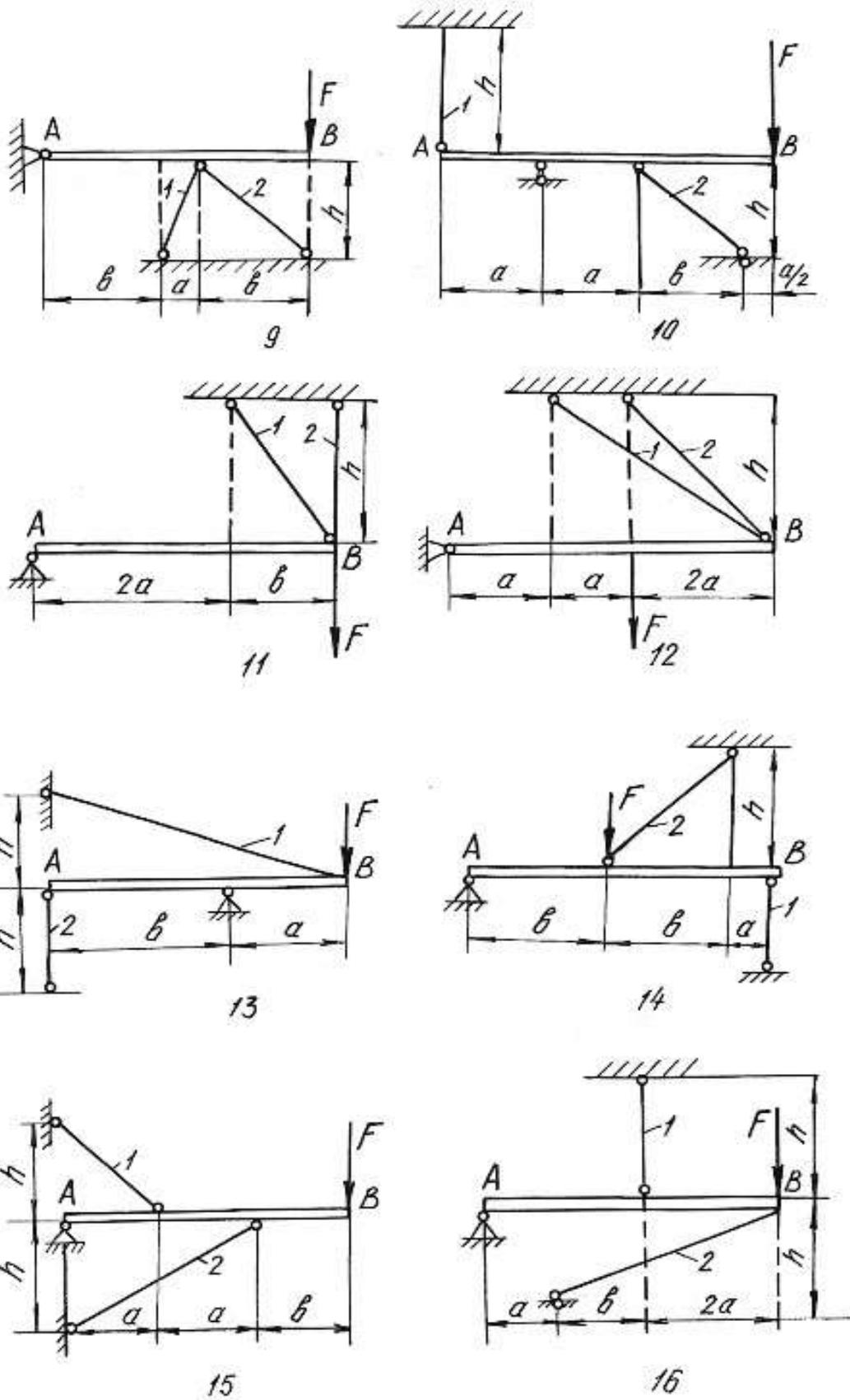
1. Определить усилия, возникающие в стержнях от действия нагрузки  $F$ ;
2. Подобрать сечение стержней из двух равнобоких уголков каждое по ГОСТ 8509-93 (см. табл. П. 3).
3. Определить дополнительные усилия в стержнях конструкции, если стержень 2 изготовлен короче проектного размера на  $\Delta = 5 \cdot 10^{-3}$  м.

При расчетах принять  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;  $\sigma_{adm} = 160$  МПа, остальные данные приведены в табл. 1.4. Расчетные схемы приведены в табл. 1.5.

Таблица 1.4

Номер варианта	$a$ , м	$b$ , м	$h$ , м	$A_2 : A_1$	$F$ , кН
1	2,0	1,4	1,8	2,0	80
2	2,2	1,6	2,0	1,5	120
3	2,6	1,8	2,2	1,2	150
4	2,5	1,1	1,5	1,0	180
5	1,8	1,0	1,2	1,5	100
6	2,0	1,0	1,5	2,0	240
7	2,4	1,4	1,6	1,8	140
8	2,8	1,6	2,	2,0	120
9	1,6	1,2	1,5	1,5	100
10	2,4	1,4	1,6	1,8	180
11	3,0	2,0	2,0	1,5	260
12	2,4	1,8	2,2	2,0	320
13	1,8	1,4	1,2	1,5	400
14	2,0	1,5	1,3	1,2	360
15	1,5	1,5	2,0	1,5	400
16	1,0	0,9	1,5	1,1	340
17	1,1	1,3	1,8	1,8	250
18	1,5	1,2	2,0	2,0	120
19	0,9	0,6	3,0	1,4	170
20	0,8	0,7	2,3	1,6	210
21	1,2	1,7	1,3	1,3	200
22	1,3	1,4	0,8	1,7	90
23	2,0	2,0	2,0	0,9	110
24	2,0	1,1	1,0	0,8	130
25	1,5	1,6	0,8	0,7	280





## Глава 2

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЛАВНЫХ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЙ

Моментами инерции являются геометрические характеристики, отражающие заполнение веществом плоского поперечного сечения балки. Значения моментов инерции для стандартных поперечных сечений можно найти в любой литературе, список которой приведен в конце настоящего пособия. Моменты инерции относительно собственных осей простых фигур определяются по известным формулам.

Для прямоугольника

$$J_x = \frac{bh^3}{12}; \quad J_y = \frac{hb^3}{12}; \quad J_{xy} = 0, \quad (2.1)$$

где  $x, y$  – горизонтальная и вертикальная оси, проходящие через центр тяжести прямоугольника;  $b$  – ширина;  $h$  – высота прямоугольника.

Для круга

$$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64}; \quad J_{xy} = 0. \quad (2.2)$$

Для треугольника

$$J_x = \frac{bh^3}{36}; \quad J_y = \frac{hb^3}{36}; \quad J_{xy} = \pm \frac{b^2h^2}{72}. \quad (2.3)$$

При этом знак центробежного момента определяется следующим образом. Треугольник вычерчивается в масштабе, через его центр проводятся оси, которые делят треугольник на четыре четверти. В первой и третьей четвертях площадь положительна, в остальных – отрицательна. Если суммарная положительная площадь будет по размеру больше отрицательной, то знак центробежного момента будет тоже положительный и наоборот.

Осевые моменты инерции прокатных профилей выписываются из таблицы (сортамента проката) в соответствии с номером профиля. Для равнополочных уголков центробежный момент относительно горизонтальной и вертикальной осей определяется по формуле:

$$J_{xy} = \left( J_{x_0} - J_{y_0} \right) \frac{\sin 2\alpha}{2} + J_{x_0 y_0} \cos 2\alpha, \quad (2.4)$$

где  $x_0, y_0$  – оси, проходящие через центр тяжести уголка под углом  $45^\circ$  к горизонтальной и вертикальной осям уголка.

При этом нужно помнить, что угол поворота осей  $xu$  относительно осей  $x_0y_0$  будет отрицательным. Если уголок неравнополочный, то его условно разбивают на два прямоугольника, находят их центры тяжести, и центробежный

момент относительно собственных осей всего уголка определяют по формуле центробежных моментов инерции относительно параллельных осей.

Для составного сечения необходимо определять положение центра тяжести, разбив его на простейшие части (прямоугольник, круг, треугольник, двутавр, швеллер, уголок). Формулы для определения центра тяжести имеют вид:

$$\begin{aligned} x_c &= \frac{\sum S_{x_{вр}}}{\sum A} = \frac{(A_1x_1 + A_2x_2 + \dots + A_nx_n)}{(A_1 + A_2 + \dots + A_n)}; \\ y_c &= \frac{\sum S_{y_{вр}}}{\sum A} = \frac{(A_1y_1 + A_2y_2 + \dots + A_ny_n)}{(A_1 + A_2 + \dots + A_n)}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

где  $S_{y_{вр}}$ ,  $S_{x_{вр}}$  – статические моменты площадей простых фигур относительно временных осей;  $A_1, A_2, \dots, A_n$  – площади простых фигур;  $x_n, y_n$  – координаты центров тяжести простых фигур во временных осях.

Главными моментами инерции плоской фигуры (сечения) называют моменты инерции, определяемые относительно главных центральных осей сечения. Такие оси должны отвечать следующим требованиям:

- 1) они проходят через центр тяжести сечения;
- 2) относительно этих осей наблюдаются экстремальные значения моментов инерции (главные моменты инерции);
- 3) центробежный момент инерции относительно главных осей равен нулю.

В формулы напряжений, содержащие моменты инерции, необходимо всегда подставлять значения главных моментов инерции. Определение главных моментов инерции проводится в следующем порядке.

1. Заданное поперечное сечение сложной конфигурации вычерчивается в выбранном масштабе с указанием всех размеров.

2. Сечение условно разбивается на простейшие фигуры (прямоугольник, круг, треугольник, двутавр, швеллер, уголок).

3. Определяется положение центра тяжести площадки каждой простой фигуры и из этих центров проводятся собственные оси координат.

4. Для всей фигуры сечения проводятся временные (вспомогательные) оси координат ( $x_{вр}$ ,  $y_{вр}$ ) параллельно собственным осям отдельных фигур (желательно, чтобы временные оси проходили через центры тяжести простых фигур, что ведет к уменьшению объема вычислений).

5. Определяются координаты центра тяжести площади всего сечения по формулам (2.5).

6. Центр тяжести сечения наносится на чертеж, и из него проводятся опорные оси координат ( $x_c$ ,  $y_c$ ) параллельно временным осям.

7. Определяются осевые и центробежные моменты инерции сечения относительно опорных осей. При этом используют формулы для определения моментов инерции относительно параллельных осей:

$$\begin{aligned} J_{x_c} &= \left( J_{x_1} + A_1 a_1^2 \right)^I + \left( J_{x_2} + A_2 a_2^2 \right)^{II} + \dots + \left( J_{x_n} + A_n a_n^2 \right)^n; \\ J_{y_c} &= \left( J_{y_1} + A_1 b_1^2 \right)^I + \left( J_{y_2} + A_2 b_2^2 \right)^{II} + \dots + \left( J_{y_n} + A_n b_n^2 \right)^n; \\ J_{x_c y_c} &= \left( J_{x_1 y_1} + A_1 a_1 b_1 \right)^I + \left( J_{x_2 y_2} + A_2 a_2 b_2 \right)^{II} + \dots + \left( J_{x_n y_n} + A_n a_n b_n \right)^n, \end{aligned} \quad (2.6)$$

где  $J_{x_1}, J_{x_2}, \dots, J_{x_n}$  и  $J_{y_1}, J_{y_2}, \dots, J_{y_n}$  – моменты инерции простых фигур относительно собственных осей;  $J_{x_1 y_1}, J_{x_2 y_2}, \dots, J_{x_n y_n}$  – центробежные моменты инерции простых фигур относительно собственных осей;  $a_1, a_2, \dots, a_n$  – расстояния между собственными осями  $x_1, x_2, \dots, x_n$  простых фигур и центральной осью  $x_c$ ;  $b_1, b_2, \dots, b_n$  – расстояния между собственными осями  $y_1, y_2, \dots, y_n$  простых фигур и центральной осью  $y_c$  (с учетом знаков).

8. Определяется положение главных осей инерции по формуле:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2 \cdot J_{x_c y_c}}{J_{y_c} - J_{x_c}}. \quad (2.7)$$

Положительным считается угол  $\alpha_0$ , откладываемый против хода часовой стрелки.

9. Проводятся главные оси на чертеже под углом  $\alpha_0$  по отношению к центральным осям.

10. Определяются главные моменты инерции по формулам:

$$\begin{aligned} J_{x_0} &= J_{x_c} \cos^2 \alpha_0 + J_{y_c} \sin^2 \alpha_0 - J_{x_c y_c} \sin 2\alpha_0; \\ J_{y_0} &= J_{x_c} \sin^2 \alpha_0 + J_{y_c} \cos^2 \alpha_0 + J_{x_c y_c} \sin 2\alpha_0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

или

$$J_{\max/\min} = \frac{J_{x_c} + J_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left( J_{x_c} - J_{y_c} \right)^2 + 4 \cdot J_{x_c y_c}^2}. \quad (2.9)$$

11. Проводится проверка правильности решения задачи в двух вариантах:

а) суммы главных моментов инерции и моментов инерции относительно центральных осей должны быть равны

$$J_{x_0} + J_{y_0} = \left( J_{x_c} + J_{y_c} \right) \pm 5\%; \quad (2.10)$$

б) центробежный момент инерции относительно главных осей должен быть равен нулю

$$J_{x_0y_0} = \frac{J_{x_c} - J_{y_c}}{2} \sin 2\alpha_0 + J_{x_c y_c} \cos 2\alpha_0 = 0. \quad (2.11)$$

### Пример 2.1.

Для заданного поперечного сечения, состоящего из швеллера и равнополочного уголка (рис. 2.1), требуется:

- 1) определить положение центра тяжести;
- 2) найти осевые и центробежный моменты инерции относительно осей, проходящих через центр тяжести;
- 3) определить направления главных центральных осей  $x_0$  и  $y_0$ ;
- 4) найти моменты инерции относительно главных центральных осей;
- 5) вычертить сечение в масштабе 1:2 и указать на нем все размеры в числах и все оси.

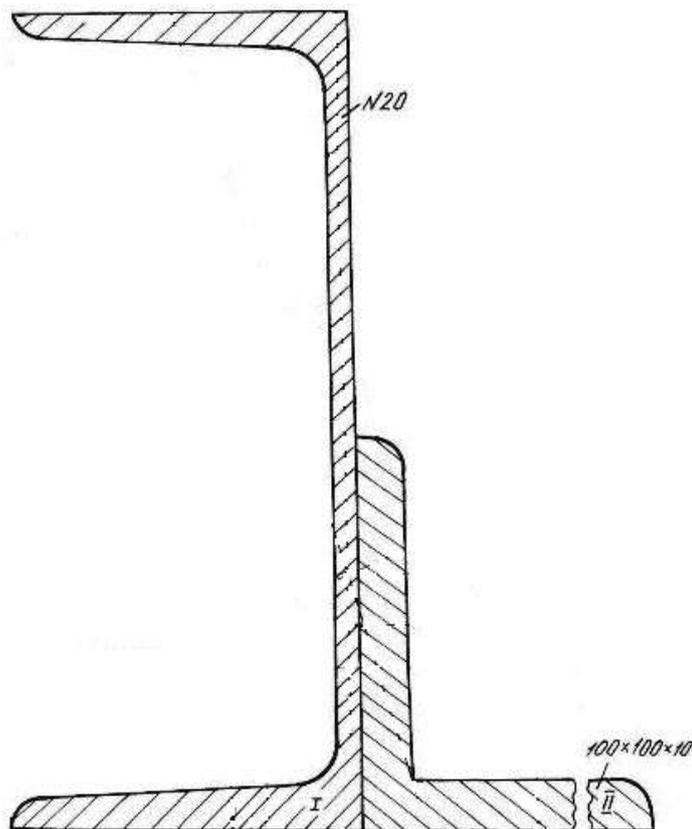


Рис. 2.1.

*Решение.*

1. Проводим временные оси  $x_{вр}$  и  $y_{вр}$  через левый нижний угол сечения (рис. 2.2) и разбиваем сечение на две фигуры: швеллер I и уголок II.

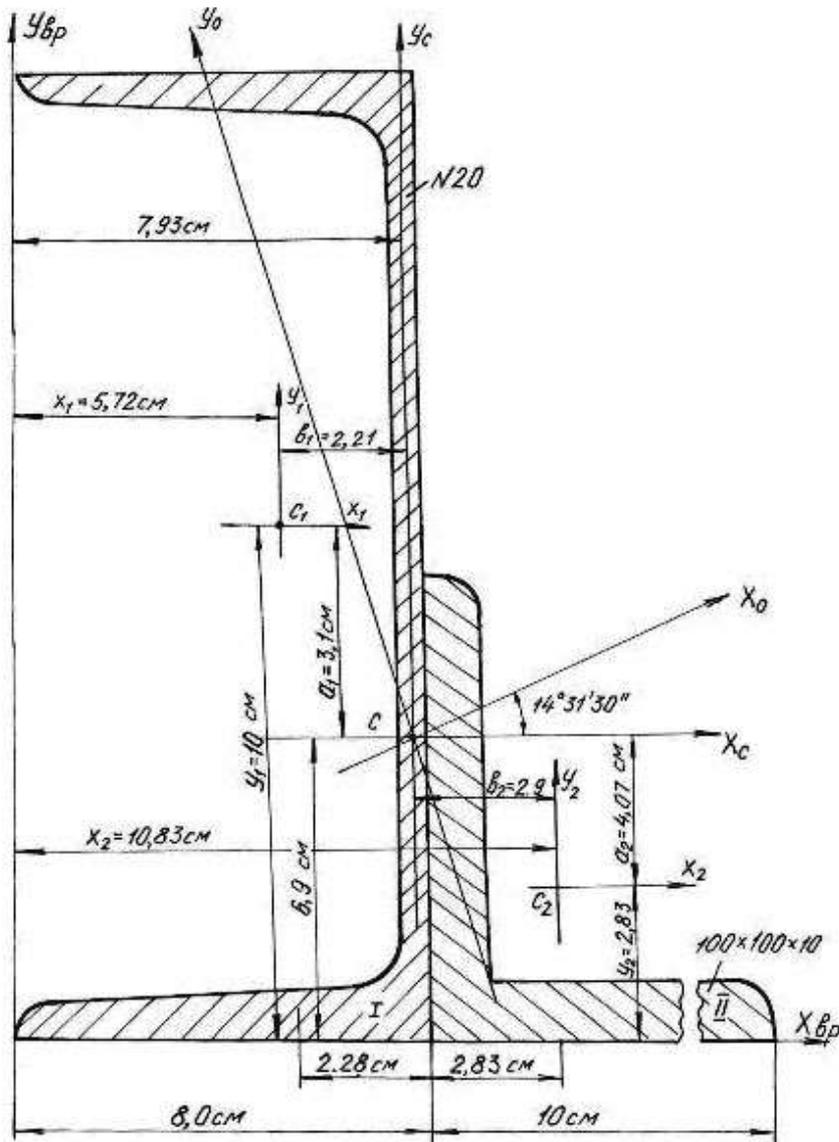


Рис. 2.2.

Основные данные фигур выписываем из таблиц сортамента проката.

Швеллер № 20а:  $A_1 = 25,2 \text{ см}^2$ ,  $Z_0 = 2,28 \text{ см}$ ,  $J_{x_1} = 1670 \text{ см}^4$ ,  $J_{y_1} = 139 \text{ см}^4$ .

Уголок  $100 \times 100 \times 10 \text{ мм}$ :  $A_2 = 19,2 \text{ см}^2$ ,  $Z_0 = 2,83 \text{ см}$ ,  $J_{x_0} = 284 \text{ см}^4$ ,

$J_{y_0} = 74,1 \text{ см}^4$ ,  $J_{x_2} = J_{y_2} = 179 \text{ см}^4$  (рис. 2.3).

Координаты центра тяжести сечения

$$x_c = \frac{(A_1 x_1 + A_2 x_2)}{(A_1 + A_2)} = \frac{25,2 \cdot 5,72 + 19,2 \cdot 10,83}{25,2 + 19,2} = 7,93 \text{ см};$$

$$y_c = \frac{(A_1 y_1 + A_2 y_2)}{(A_1 + A_2)} = \frac{25,2 \cdot 10 + 19,2 \cdot 2,83}{25,2 + 19,2} = 6,9 \text{ см};$$

где  $A_1, A_2$  – площади поперечного сечения первой и второй фигур;  $x_1, x_2, y_1, y_2$  – координаты центров тяжести фигур относительно временных осей.

По значениям координат центра тяжести фигуры наносим точку  $C$  (см. рис. 2.2.) и проводим центральные оси  $x_c$  и  $y_c$  параллельно временным осям.

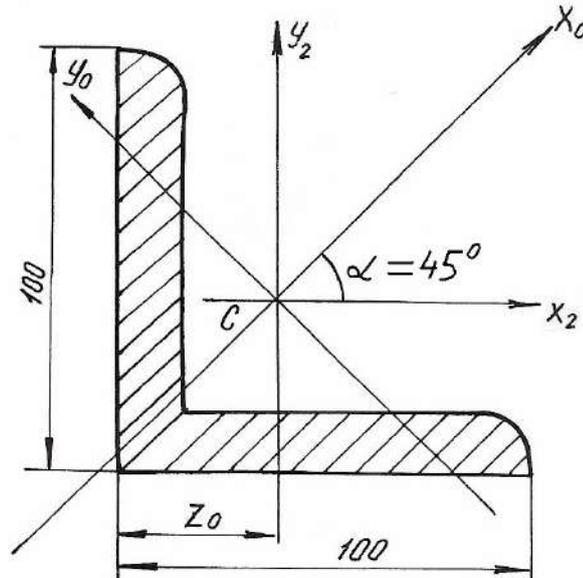


Рис. 2.3.

2. Вычисляем осевые моменты инерции относительно центральных опорных осей

$$J_{x_c} = (J_{x_c})^I + (J_{x_c})^II = (J_{x_1} + A_1 a_1^2) + (J_{x_2} + A_2 a_2^2) = \\ = [1670 + 25,2(3,1)^2] + [179 + 19,2(-4,07)^2] = 2409 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_c} = (J_{y_c})^I + (J_{y_c})^II = (J_{y_1} + A_1 b_1^2) + (J_{y_2} + A_2 b_2^2) = \\ = [139 + 25,2(-2,21)^2] + [179 + 19,2(2,9)^2] = 603 \text{ см}^4.$$

3. Вычисляем центробежный момент инерции сечения относительно осей  $x_c$  и  $y_c$ . Центробежный момент швеллера относительно собственных осей равен 0, так как его оси проходят через центр тяжести и одна из них является осью симметрии.

Для уголка собственные центральные оси, т. е. оси  $x_2$  и  $y_2$  не являются главными, поэтому центробежный момент уголка в этой системе координат не равен 0. Вычислим его.

Из таблиц сортамента

$$J_{x_0} = 284 \text{ см}^4; \quad J_{y_0} = 74,1 \text{ см}^4;$$

$$J_{x_2y_2} = \frac{(J_{x_0} - J_{y_0})}{2} \sin 2\alpha + J_{x_0y_0} \cos 2\alpha = \frac{284 - 74,1}{2} (-1) + 0 = -104,95 \text{ см}^4.$$

Угол  $\alpha$  отрицателен, так как поворот осей  $x_0$ ,  $y_0$  направлен по ходу часовой стрелки.

$$\begin{aligned} J_{x_c y_c} &= (J_{x_c y_c})^I + (J_{x_c y_c})^{II} = (J_{x_1 y_1} + A_1 a_1 b_1) + (J_{x_2 y_2} + A_2 a_2 b_2) = \\ &= [0 + 25,2(3,1)(-2,21)] + [-104,95 + 19,2(-4,07)(2,90)] = \\ &= -172,0 - 104,95 - 225 = -501,95 \text{ см}^4. \end{aligned}$$

Угол поворота главных осей инерции

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2J_{x_c y_c}}{(J_{y_c} - J_{x_c})} = \frac{2(-501,95)}{(603 - 2409)} = 0,555, \quad 2\alpha_0 = 29^\circ 03', \quad \alpha_0 = 14^\circ 31' 30''.$$

4. Откладываем полученный угол против хода часовой стрелки от центральных осей  $x_c$ ,  $y_c$  и проводим главные оси инерции  $x_0$ ,  $y_0$  (см. рис. 2.2).

5. Определяем главные моменты инерции

$$J_{x_0} = J_{x_c} \cos^2 \alpha_0 + J_{y_c} \sin^2 \alpha_0 - J_{x_c y_c} \sin 2\alpha_0 = 2536 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_0} = J_{x_c} \sin^2 \alpha_0 + J_{y_c} \cos^2 \alpha_0 + J_{x_c y_c} \sin 2\alpha_0 = 476 \text{ см}^4.$$

Так как  $J_{x_c} > J_{y_c}$ , то  $J_{\max}$  будет относительно оси  $x_0$ , а  $J_{\min}$  будет относительно оси  $y_0$ .

*Проверка.*

а) Согласно формуле (2.10)

$$\begin{aligned} J_{x_c} + J_{y_c} &= (J_{x_0} + J_{y_0}) \pm 5\%; \\ (2409 + 603) \cdot 10^{-8} &= (2536 + 476) \cdot 10^{-8} \text{ м}^4; \\ 3012 \cdot 10^{-8} \text{ см}^4 &= 3012 \cdot 10^{-8} \text{ см}^4. \end{aligned}$$

б) Согласно формуле (2.11)

$$J_{x_0 y_0} = \frac{(J_{x_c} - J_{y_c})}{2} \sin 2\alpha_0 + J_{x_c y_c} \cos 2\alpha_0 = 0;$$

$$J_{x_0 y_0} = \frac{(2409 - 603)}{2} \sin 2(14^\circ 31' 30'') - 501,95 \cdot \cos 2(14^\circ 31' 30'') = 0;$$

$$J_{x_0 y_0} = 438 - 438 = 0.$$

Проверка показывает, что главные моменты инерции определены правильно.

6. Вычерчиваем поперечное сечение в масштабе 1:2 с указанием всех осей и размеров.

### Пример 2.2.

Для заданного поперечного сечения (рис. 2.4) определить положение центра тяжести, найти положение главных осей инерции и значения главных моментов инерции.

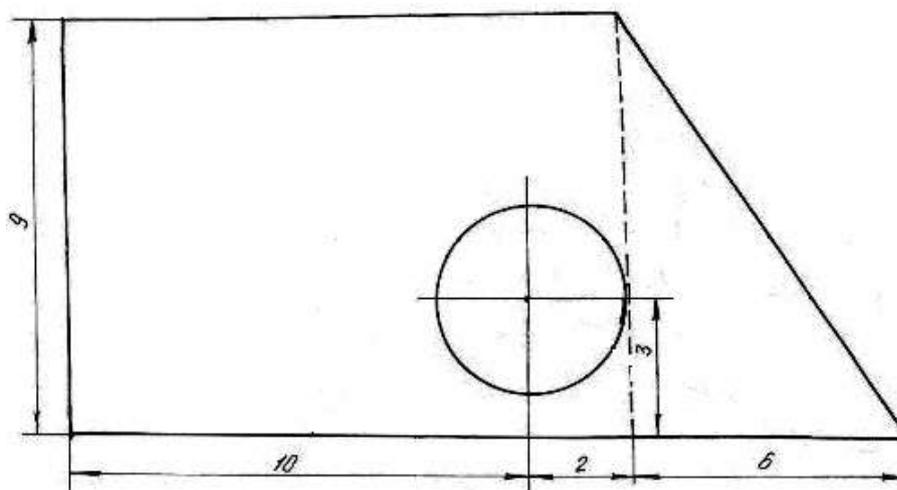


Рис. 2.4.

*Решение.*

1. Чертим поперечное сечение в масштабе 1:1;
2. Разбиваем сечение на простейшие фигуры: I – прямоугольник, II – прямоугольный треугольник, III – круг;
3. Проводим временные оси  $x_{вр}$  и  $y_{вр}$  через левый нижний угол заданного сечения (рис. 2.5).
4. Обозначив на рисунке центры тяжести простейших фигур, находим их координаты относительно временных осей и определяем площади фигур

$$C_1 \begin{cases} x_1 = 6 \text{ см;} \\ y_1 = 4,5 \text{ см;} \end{cases} \quad C_2 \begin{cases} x_2 = 14 \text{ см;} \\ y_2 = 3 \text{ см;} \end{cases} \quad C_3 \begin{cases} x_3 = 10 \text{ см;} \\ y_3 = 3 \text{ см.} \end{cases}$$

$$A_1 = 108 \text{ см}^2, \quad A_2 = 27 \text{ см}^2, \quad A_3 = 12,56 \text{ см}^2.$$

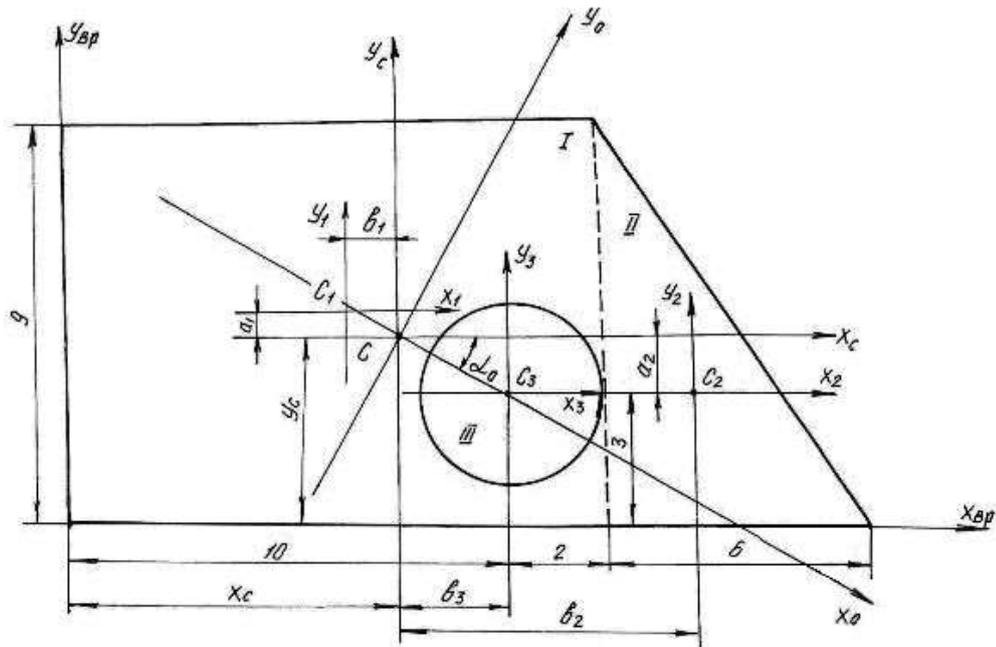


Рис. 2.5.

5. Определим координаты центра тяжести сечения

$$x_c = \frac{S_y}{A} = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2 - x_3 A_3}{A_1 + A_2 - A_3} = \frac{6 \cdot 108 + 14 \cdot 27 - 10 \cdot 12,56}{108 + 27 - 12,56} = 7,35 \text{ см};$$

$$y_c = \frac{S_x}{A} = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2 - y_3 A_3}{A_1 + A_2 - A_3} = \frac{4,5 \cdot 108 + 3 \cdot 27 - 3 \cdot 12,56}{108 + 27 - 12,56} = 4,32 \text{ см}.$$

Обозначим на рис. 2.5 положение центра тяжести  $C$  ( $x_c = 7,35$  см;  $y_c = 4,32$  см) и проведем центральные оси  $x_c$  и  $y_c$  параллельно временным осям.

6. Определим координаты центров тяжести простейших фигур ( $C_1, C_2, C_3$ ) относительно центральных осей  $x_c$  и  $y_c$

$$C_1 \begin{cases} b_1 = x_1 - x_c = 1,35 \text{ см} \\ a_1 = y_1 - y_c = 0,18 \text{ см} \end{cases} \quad C_2 \begin{cases} b_2 = x_2 - x_c = 6,65 \text{ см} \\ a_2 = y_2 - y_c = -1,32 \text{ см} \end{cases}$$

$$C_3 \begin{cases} b_3 = x_3 - x_c = 2,65 \text{ см} \\ a_3 = y_3 - y_c = -1,32 \text{ см} \end{cases}$$

7. Определим моменты инерции простейших фигур относительно их центральных осей

Для прямоугольника:

$$J_{x_1} = \frac{bh^3}{12} = \frac{12 \cdot 9^3}{12} = 729 \text{ см}^4; \quad J_{y_1} = \frac{b^3 h}{12} = \frac{12^3 \cdot 9}{12} = 1296 \text{ см}^4; \quad J_{x_1 y_1} = 0.$$

Для треугольника:

$$J_{x_2} = \frac{bh^3}{36} = \frac{6 \cdot 9^3}{36} = 121,5 \text{ см}^4; \quad J_{y_2} = \frac{b^3h}{36} = \frac{6^3 \cdot 9}{36} = 54 \text{ см}^4;$$

$$J_{x_2y_2} = -\frac{b^2h^2}{72} = -\frac{6^2 \cdot 9^2}{72} = -40,5 \text{ см}^4,$$

знак минус указывает на преобладание суммарной отрицательной части площади поперечного сечения.

Для круга:

$$J_{x_3} = J_{y_3} = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 4^4}{64} = 12,56 \text{ см}^4; \quad J_{x_3y_3} = 0.$$

8. Определим моменты инерции всего сечения относительно центральных осей  $x_c$  и  $y_c$ , используя формулы моментов инерции относительно параллельных осей

$$J_{x_c} = \left( J_{x_c} \right)^I + \left( J_{x_c} \right)^II - \left( J_{x_c} \right)^III = \left( J_{x_1} + A_1 a_1^2 \right) + \left( J_{x_2} + A_2 a_2^2 \right) - \left( J_{x_3} + A_3 a_3^2 \right) = \\ = \left( 729 + 0,18^2 \cdot 108 \right) + \left( 121,5 + (-1,32)^2 \cdot 27 \right) - \left( 12,56 + (-1,32)^2 \cdot 12,56 \right) = 866,6 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_c} = \left( J_{y_c} \right)^I + \left( J_{y_c} \right)^II - \left( J_{y_c} \right)^III = \left( J_{y_1} + A_1 b_1^2 \right) + \left( J_{y_2} + A_2 b_2^2 \right) - \left( J_{y_3} + A_3 b_3^2 \right) = \\ = \left( 1296 + (-1,35)^2 \cdot 108 \right) + \left( 54 + 6,65^2 \cdot 27 \right) - \left( 12,56 + 2,65^2 \cdot 12,56 \right) = 1093,32 \text{ см}^4;$$

$$J_{x_c y_c} = \left( J_{x_c y_c} \right)^I + \left( J_{x_c y_c} \right)^II - \left( J_{x_c y_c} \right)^III = \\ = \left( J_{x_1 y_1} + a_1 b_1 A_1 \right) + \left( J_{x_2 y_2} + a_2 b_2 A_2 \right) - \left( J_{x_3 y_3} + a_3 b_3 A_3 \right) = \\ = \left( 0 + 0,18 \cdot (-1,35) \cdot 108 \right) + \left( -40,5 + (-1,32) \cdot 6,65 \cdot 27 \right) - \left( 0 + (-1,32) \cdot 2,65 \cdot 12,56 \right) = \\ = -259,82 \text{ см}^4.$$

Получили, что центробежный момент сечения  $J_{x_c y_c} \neq 0$ , следовательно, оси  $x_c$  и  $y_c$  не являются главными осями инерции.

9. Найдём положение главных осей инерции по формуле:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{-2 \cdot J_{x_c y_c}}{J_{x_c} - J_{y_c}} = -2,29; \text{ откуда } 2 \cdot \alpha_0 = -66^\circ 20'; \quad \alpha_0 = -33^\circ 10'.$$

10. Проводим главные оси инерции  $x_0$ ,  $y_0$  под углом  $\alpha_0$  относительно центральных осей и определяем значение главных моментов инерции

$$J_{x_0} = J_{x_c} \cos^2 \alpha_0 + J_{y_c} \sin^2 \alpha_0 - J_{x_c y_c} \sin 2\alpha_0 = 696,48 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_0} = J_{x_c} \sin^2 \alpha_0 + J_{y_c} \cos^2 \alpha_0 + J_{x_c y_c} \sin 2\alpha_0 = 1263,42 \text{ см}^4.$$

$$J_{\min} = J_{x_0} = 696,48 \text{ см}^4; \quad J_{\max} = J_{y_0} = 1263,42 \text{ см}^4.$$

*Проверка.*

а) Согласно формуле (2.10)

$$J_{x_c} + J_{y_c} = (J_{x_0} + J_{y_0}) \pm 5\%;$$

$$(866,6 + 1093,32) \cdot 10^{-8} = (696,48 + 1263,42) \cdot 10^{-8} \text{ м}^4;$$

$$1959,9 \cdot 10^{-8} \text{ см}^4 = 1959,9 \cdot 10^{-8} \text{ см}^4.$$

б) Согласно формуле (2.11)

$$J_{x_0 y_0} = \frac{(J_{x_c} - J_{y_c})}{2} \sin 2\alpha_0 + J_{x_c y_c} \cos 2\alpha_0 = 0;$$

$$J_{x_0 y_0} = \frac{(866,6 - 1093,32)}{2} \sin 2(-33^\circ 10') + (-259,82) \cos 2(-33^\circ 10') = 0;$$

$$J_{x_0 y_0} = 104 - 104 = 0.$$

Проверка показывает, что главные моменты инерции определены правильно.

## 2.1. Задания для определения главных моментов инерции

а) Для заданного поперечного сечения (табл. 2.1), состоящего из швеллера и равнополочного уголка или из швеллера и двутавра (табл. 2.2), требуется:

1. Определить положение центра тяжести;
2. Найти осевые и центробежный моменты инерции относительно осей  $x_c$  и  $y_c$ , проходящих через центр тяжести сечения;
3. Определить положение главных осей инерции  $x_0$  и  $y_0$ ;
4. Найти главные моменты инерции относительно главных осей  $x_0$  и  $y_0$ ;

5. Вычертить сечение в выбранном масштабе и указать на нем все размеры в числах и все оси;

6. Сделать проверочные расчеты.

б) Для заданного поперечного сечения (табл. 2.3) требуется:

1. Определить положение центра тяжести;
2. Найти осевые и центробежный моменты инерции относительно осей  $x_c$  и  $y_c$ , проходящих через центр тяжести сечения;
3. Определить положение главных осей инерции  $x_0$  и  $y_0$ ;

4. Найти главные моменты инерции относительно главных осей  $x_0$  и  $y_0$ ;  
 5. Сделать проверочные расчеты.

Таблица 2.1

Номер варианта	Тип сечения	Швеллер №	Равнобокий уголок, мм	Двутавр №
1	I	14	80×80×8	12
2	II	16	80×80×6	14
3	III	18	90×90×8	16
4	IV	20	90×90×7	18
5	V	22	90×90×6	20а
6	VI	24	100×100×8	20
7	VII	27	100×100×10	22а
8	VIII	30	100×100×12	22
9	IX	33	125×125×10	24а
10	X	36	125×125×12	24

Таблица 2.2

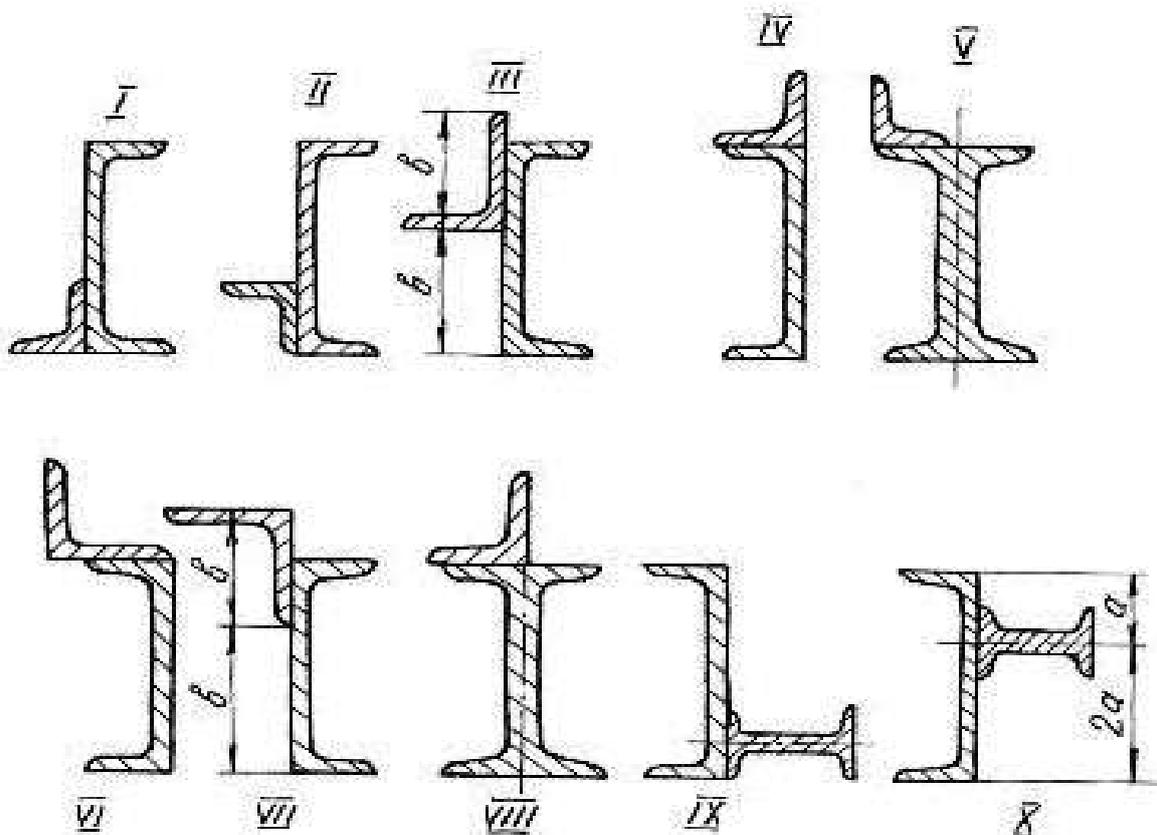
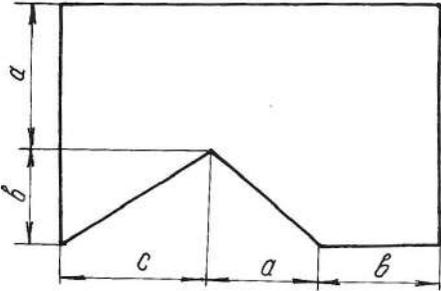
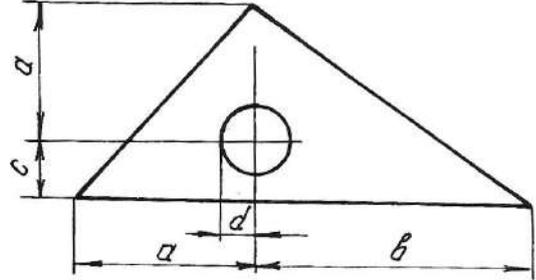
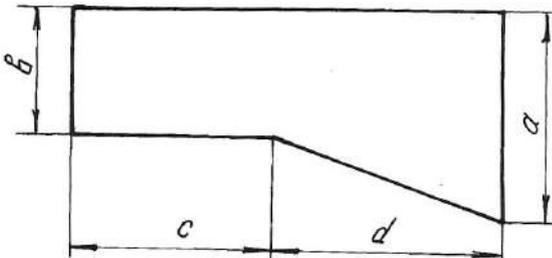
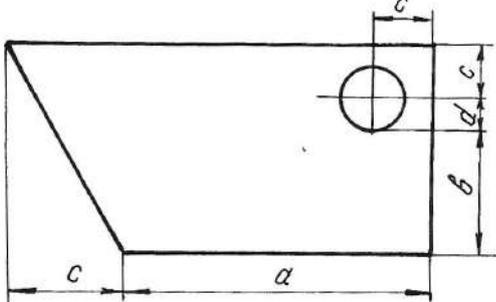


Таблица 2.3

Вид поперечного сечения	Номер варианта	$a$ , см	$b$ , см	$c$ , см	$d$ , см
	1	12	6	4	2
	2	16	10	2	6
	3	9	6	1	3
	4	6	9	3	5
	5	7	8	6	9
	6	8	6	4	6
	7	9	5	2	3
	8	6	4	3	4
	9	5	2	4	4
	10	4	3	2	5
	11	7	5	3	2
	12	9	4	4	6
	13	7	5	3	3
	14	6	3	6	4
	15	4	2	5	6

Продолжение табл. 2.3

Вид поперечного сечения	Номер варианта	$a$ , см	$b$ , см	$c$ , см	$d$ , см
	16	12	9	4	6
	17	18	12	5	8
	18	14	6	6	7
	19	15	19	3	4
	20	12	10	6	6
	21	16	8	9	4
	22	20	9	8	12
	23	14	14	12	6
	24	24	20	10	4
	25	10	8	4	3
	26	11	9	6	6
	27	13	12	5	9
	28	15	10	5	6
	29	8	4	8	12
	30	8	5	2	2
	31	9	4	1	2
	32	6	9	3	3
	33	10	6	4	1
	34	12	8	5	1

Вид поперечного сечения	Номер варианта	$a$ , см	$b$ , см	$c$ , см	$d$ , см
	35	6	6	3	4
	36	9	4	6	5
	37	10	6	12	9
	38	12	9	10	6
	39	12	10	3	1
	40	10	12	3	2
	41	9	12	3	1
	42	8	10	3	2
	43	20	12	4	4
	44	18	10	3	5
	45	12	9	5	6
	46	15	12	6	4
	47	10	4	3	1
	48	12	6	4	2
	49	14	5	5	3
	50	16	6	4	1

Вид поперечного сечения	Номер варианта	$a$ , см	$b$ , см	$c$ , см	$d$ , см
	51	12	10	6	3
	52	18	12	4	9
	53	20	14	8	6
	54	22	16	10	4
	55	30	12	12	4
	56	24	14	10	6
	57	18	16	9	5
	58	12	10	8	3
	59	9	6	2	4
	60	6	5	4	2
	61	10	8	3	8
	62	12	9	4	1
	63	20	10	6	3
	64	12	6	4	3
	65	15	9	3	6
	66	18	10	9	6

## Глава 3

### ДЕФОРМАЦИЯ КРУЧЕНИЯ ВАЛА

Деформация кручения возникает при действии на вал пар сил, действующих в плоскостях, перпендикулярных к его продольной оси. При расчетах вала на кручение выполняются следующие условия прочности и жесткости:

$$\tau_{\max} \leq \tau_{\text{adm}}, \quad \varphi_{\max} \leq \varphi_{\text{adm}},$$

где  $\tau_{\max}$  – максимальное касательное напряжение,  $\varphi_{\max}$  – максимальный угол закручивания вала.

Для определения максимального касательного напряжения и максимального угла закручивания необходимо иметь представление о том, как изменяется величина крутящего момента по длине вала. Текущие значения крутящих моментов определяются графиками их изменения, называемыми эпюрами. Вал по длине делится на участки вертикальными линиями, проведенными через те сечения, где приложены моменты пар сил. На каждом участке крутящий момент имеет постоянное значение и равен алгебраической сумме моментов относительно продольной оси, приложенных слева от сечения, проведенного условно на данном участке, или же приложенных справа от этого сечения.

Правило знаков: момент в сечении считается положительным, если, смотря на торцевое крайнее правое сечение вала, момент направлен по ходу часовой стрелки. Параллельно продольной оси вала проводится нулевая линия, от которой положительные моменты откладываются вверх, отрицательные – вниз в выбранном масштабе. Эпюра штрихуется вертикальными линиями. Диаметр сечения вала определяется из условия прочности

$$\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{W_p} \leq \tau_{\text{adm}}, \quad (3.1)$$

где  $T_{\max}$  – максимальный крутящий момент из эпюры  $T$ ;

$W_p = \frac{J_p}{d/2} = \frac{(\pi d^4/32)}{(d/2)} = \frac{\pi d^3}{16}$  – полярный момент сопротивления кручению поперечного сечения.

Исходя из условия прочности  $\frac{\pi d^3}{16} \geq \frac{T_{\max}}{\tau_{\text{adm}}}$ , можно определить диаметр

вала

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16T_{\max}}{\pi\tau_{\text{adm}}}}. \quad (3.2)$$

Углы закручивания вала на отдельных участках определяются по формуле:

$$\varphi = \frac{Tl}{GJ_p}, \quad (3.3)$$

где  $T$  – крутящий момент на рассматриваемом участке вала, взятый из эпюры моментов;  $l$  – длина участка вала;  $GJ_p$  – жесткость вала при кручении;  $G$  – модуль сдвига;  $J_p = \frac{\pi d^4}{32}$  – полярный момент инерции поперечного сечения вала.

При построении эпюры углов закручивания вала необходимо помнить, что полный угол закручивания равен алгебраической сумме углов закручивания вала на отдельных участках. Значения углов закручивания в промежуточных сечениях определяются по формуле:

$$\alpha_{\text{прав}} = \alpha_{\text{лев}} + \varphi, \quad (3.4)$$

где  $\alpha_{\text{лев}}$  – суммарный угол закручивания всех участков, которые находятся слева от рассматриваемого участка;  $\varphi$  – угол закручивания на данном участке.

Для определения максимального относительного угла закручивания определяют углы для каждого участка по формуле:

$$\theta = \frac{\varphi}{l}, \quad (3.5)$$

где  $l$  – длина рассматриваемого участка.

### Пример 3.1.

К стальному валу приложены три известных момента:  $T_1=1100$  Н·м,  $T_2=1400$  Н·м,  $T_3=1800$  Н·м,  $a=1,1$  м,  $b=1,4$  м,  $c=1,8$  м (рис. 3.1).

Требуется:

1. Установить, при каком значении момента  $X$  угол закручивания правого концевого сечения вала равен нулю.
2. Построить эпюру крутящих моментов.
3. При заданном значении  $\tau_{\text{adm}}$  определить диаметр вала из расчета на прочность и округлить его величину до ближайшего большего, соответственно равного 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм.
4. Построить эпюру углов закручивания.
5. Найти наибольший относительный угол закручивания и проверить вал на жесткость при  $\theta_{\text{adm}} = 1,5$  град/м.

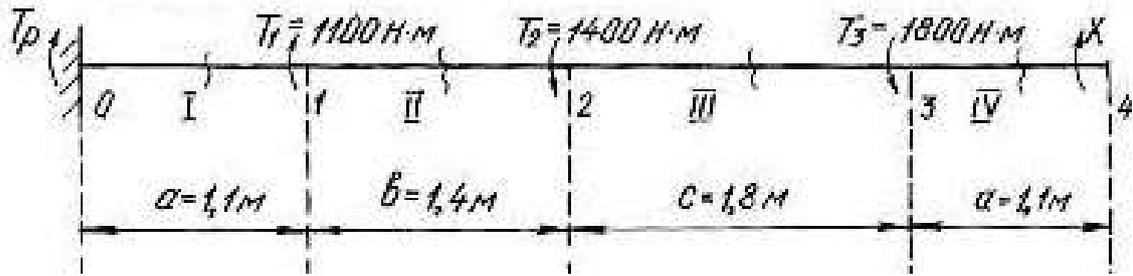


Рис. 3.1.

*Решение.*

1. Задача является статически неопределимой, так как невозможно определить из одного уравнения равновесия два неизвестных момента  $T_p$  и  $X$ . Для решения составим одно уравнение статики и одно уравнение совместности деформации. Уравнение статики представляем в виде уравнения моментов относительно продольной оси вала

$$\sum T = T_p + T_1 - T_2 - T_3 + X = 0.$$

Угол закручивания правого концевого сечения может быть выражен как алгебраическая сумма взаимных углов закручивания сечений отдельных участков под действием каждого из моментов в отдельности

$$\sum \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = 0,$$

где  $\varphi_1$  – угол закручивания вала на участке 0-1 под действием момента  $T_1$ ;  $\varphi_2$  – угол закручивания вала на участке под действием момента  $T_2$ ;  $\varphi_3$  – угол закручивания вала на участке под действием момента  $T_3$ ;  $\varphi_4$  – угол закручивания вала на участке 3-4 под действием неизвестного момента  $X$ .

При этом

$$\varphi_1 = \frac{T_1 a}{GJ_p}; \quad \varphi_2 = -\frac{T_2 (a+b)}{GJ_p}; \quad \varphi_3 = -\frac{T_3 (a+b+c)}{GJ_p}; \quad \varphi_4 = \frac{X (2a+b+c)}{GJ_p}.$$

$$\begin{aligned} \sum \varphi &= \frac{T_1 a}{GJ_p} - \frac{T_2 (a+b)}{GJ_p} - \frac{T_3 (a+b+c)}{GJ_p} + \frac{X (2a+b+c)}{GJ_p} = \\ &= T_1 a - T_2 (a+b) - T_3 (a+b+c) + X (2a+b+c) = 0. \end{aligned}$$

Подставив данные, получим

$$1100 \cdot 1,1 - 1400 \cdot 2,5 - 1800 \cdot 4,3 + X \cdot 5,4 = 0;$$

откуда  $X = \frac{-1210 + 3500 + 7740}{5,4} = 1857 \text{ Н·м}.$

Реактивный момент находим из уравнения статики:

$$T_p = -T_1 + T_2 + T_3 - X;$$

$$T_p = -1100 + 1400 + 1800 - 1857 = 243 \text{ Н·м}.$$

2. Для построения эпюры моментов (рис. 3.2) определяем значения мо-

ментов методом сечений.

В сечении IV-IV  $T_{IV} = 1857 \text{ Н} \cdot \text{м}$ .

В сечении III-III  $T_{III} = 1857 - 1800 = 57 \text{ Н} \cdot \text{м}$ .

В сечении II-II  $T_{II} = 1857 - 1800 - 1400 = -1343 \text{ Н} \cdot \text{м}$ .

В сечении I-I  $T_I = 1857 - 1800 - 1400 + 1100 = -243 \text{ Н} \cdot \text{м}$ .

3. Найдем полярный момент инерции сечения

$$W_p \geq \frac{|T_{\max}|}{\tau_{\text{adm}}} \geq \frac{1857}{60 \cdot 10^6} \geq 30,95 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3,$$

где  $\tau_{\text{adm}} = 60 \text{ МПа}$ ;  $T_{\max} = 1857 \text{ Нм}$ .

Из соотношения  $W_p = \frac{\pi d^3}{16}$  найдем диаметр вала:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot W_p}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 30,95 \cdot 10^{-6}}{3,14}} = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 55 \text{ мм}.$$

Принимаем диаметр вала равным 60 мм.

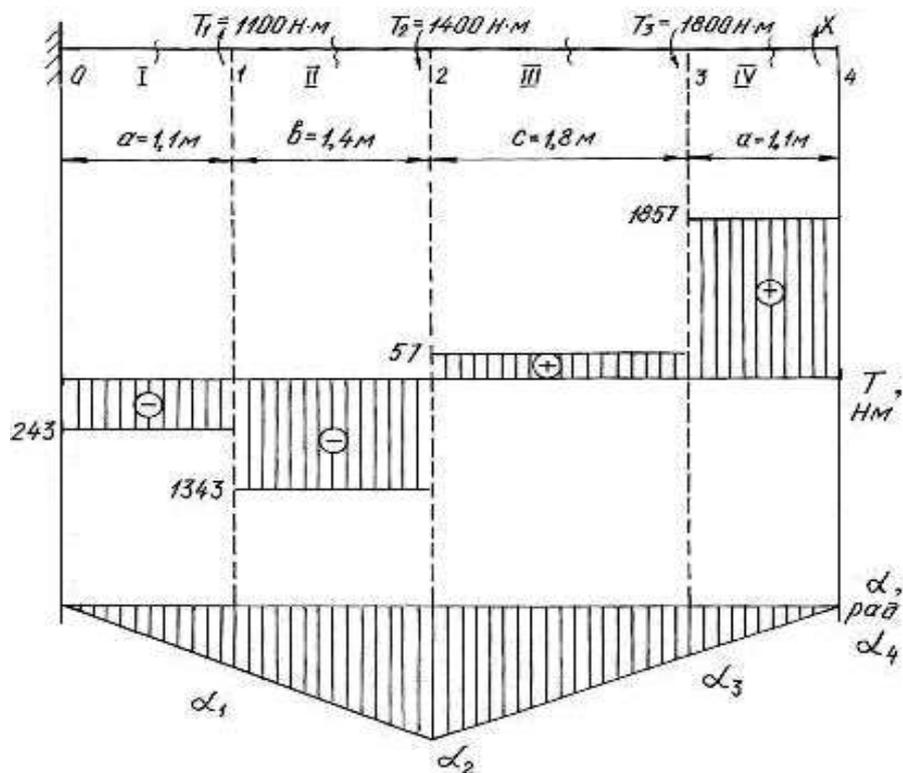


Рис. 3.2.

4. Углы закручивания вала на участках находим по формуле (3.3). Для этого сначала найдем  $J_p$

$$J_p = \frac{3,14 \cdot 6^4}{32} = 127,2 \text{ см}^4 = 127,2 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

$$\varphi_I = \frac{T_I a}{G J_p} = -\frac{243 \cdot 10^{-6} \cdot 1,1}{8 \cdot 10^4 \cdot 127,2 \cdot 10^{-8}} = -0,0026 \text{ рад};$$

$$\varphi_{II} = \frac{T_{II} b}{G J_p} = -\frac{-1343 \cdot 10^{-6} \cdot 1,4}{8 \cdot 10^4 \cdot 127,2 \cdot 10^{-8}} = -0,0185 \text{ рад};$$

$$\varphi_{III} = \frac{T_{III} c}{G J_p} = \frac{57 \cdot 10^{-6} \cdot 1,8}{8 \cdot 10^4 \cdot 127,2 \cdot 10^{-8}} = 0,0010 \text{ рад};$$

$$\varphi_{IV} = \frac{T_{IV} a}{G J_p} = \frac{1857 \cdot 10^{-6} \cdot 1,1}{8 \cdot 10^4 \cdot 127,2 \cdot 10^{-8}} = 0,0200 \text{ рад}.$$

В месте жёсткой заделки в сечении 0 вал неподвижен. По формуле (3.4), находим угол закручивания вала в сечениях 1, 2, 3, 4:

$$\alpha_1 = \alpha_0 + \varphi_I = 0 - 0,0026 \text{ рад};$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \varphi_{II} = -0,0026 - 0,0185 = -0,0211 \text{ рад};$$

$$\alpha_3 = \alpha_2 + \varphi_{III} = -0,0211 + 0,001 = -0,0201 \text{ рад};$$

$$\alpha_4 = \alpha_3 + \varphi_{IV} = -0,0201 + 0,02 = -0,0001 \approx 0 \text{ рад}.$$

Строим эпюру углов закручивания (см. рис.3.2). Относительный угол закручивания на каждом участке можно определить по формуле (3.5):

$$\theta_I = \frac{\varphi_I}{1,1} = -\frac{0,0026}{1,1} = -0,0023 \text{ рад/м};$$

$$\theta_{II} = \frac{\varphi_{II}}{1,4} = -\frac{0,0185}{1,4} = -0,0132 \text{ рад/м};$$

$$\theta_{III} = \frac{\varphi_{III}}{1,8} = \frac{0,0010}{1,8} = 0,0006 \text{ рад/м};$$

$$\theta_{IV} = \frac{\varphi_{IV}}{1,1} = \frac{0,0200}{1,1} = 0,0182 \text{ рад/м}.$$

5. Наибольшим является относительный угол закручивания на участке 3-4

$$\theta_{\max} = 0,0182 \text{ рад/м} = 0,0182 \frac{180^\circ}{\pi} = 1,04 \text{ град/м}.$$

Таким образом,  $\theta_{\max} = 1,04 \text{ град/м} < \theta_{\text{adm}} = 1,5 \text{ град/м}$ , т. е. условие жесткости выполняется.

### Пример 3.2.

Шкив двухколесного тормоза крана, имеющий диаметр  $D = 300$  мм, жестко крепится на стальном валу диаметром  $d = 30$  мм (рис. 3.3). Определить наибольшие напряжения кручения в сечении вала, если сила нажатия на колодки тормозного шкива  $Q = 820$  Н, коэффициент трения скольжения между колодками и шкивом  $f = 0,4$ . Определить угол закручивания вала, если  $l = 400$  мм.

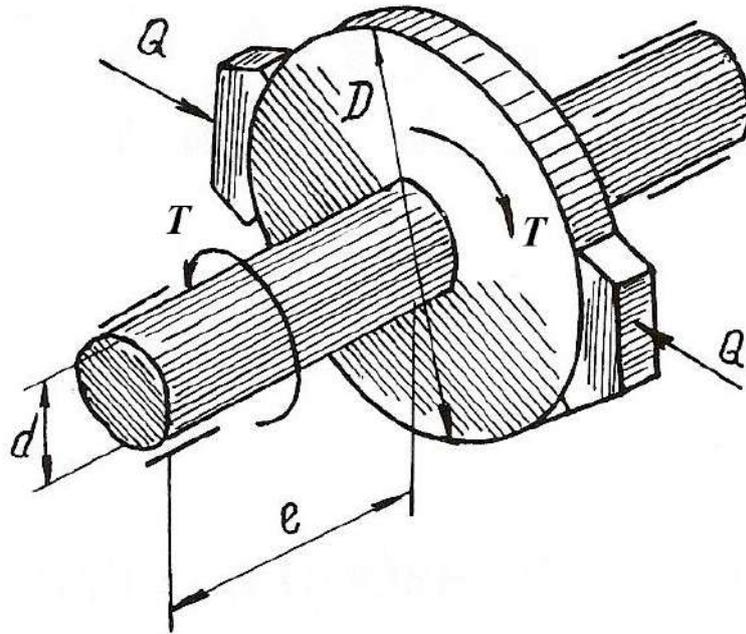


Рис. 3.3.

*Решение.*

Окружное усилие на тормозном шкиве равно силе трения, возникающей между колодками и шкивом

$$F = Qf = 820 \cdot 0,4 = 328 \text{ Н.}$$

Крутящий момент на тормозном шкиве

$$T = FD = 328 \cdot 30 \cdot 10^{-2} = 98,4 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Полярный момент сопротивления и полярный момент инерции сечения вала равны

$$W_p = \frac{\pi}{16} d^3 = \frac{\pi}{16} (3 \cdot 10^{-2})^3 = 5,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3;$$

$$J_p = \frac{\pi}{32} d^4 = \frac{\pi}{32} (3 \cdot 10^{-2})^4 = 7,96 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

Наибольшее касательное напряжение в сечении определяем по формуле (3.1)

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_P} = \frac{98,4}{5,3 \cdot 10^{-6}} = 18,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 18,5 \text{ МПа.}$$

Угол закручивания вала тормозного шкива

$$\varphi = \frac{Tl}{GJ_p} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{98,4 \cdot 0,4}{8 \cdot 10^{-10} \cdot 7,96 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 0,36^\circ,$$

следовательно  $\varphi = 22'$ .

### Пример 3.3.

К стальному валу, оба конца которого защемлены (рис. 3.4, а), приложен крутящий момент  $T = 440 \text{ Н}\cdot\text{м}$ . Определить реактивные моменты в опорах  $A$  и  $B$  и построить эпюру крутящих моментов при  $l_1 = 0,2 \text{ м}$ ,  $l = 0,8 \text{ м}$ .

*Решение.*

Обозначим реактивные моменты в защемлении через  $T_A$  и  $T_B$ . Из статики знаем уравнение равновесия

$$-T_A + T - T_B = 0 \text{ или } T_A + T_B = T$$

Далее составим уравнение совместности деформаций. Для этого отбросим (мысленно) защемление правого конца вала и заменим его действием на вал неизвестным реактивным моментом  $T_B$  (рис. 3.4, б).

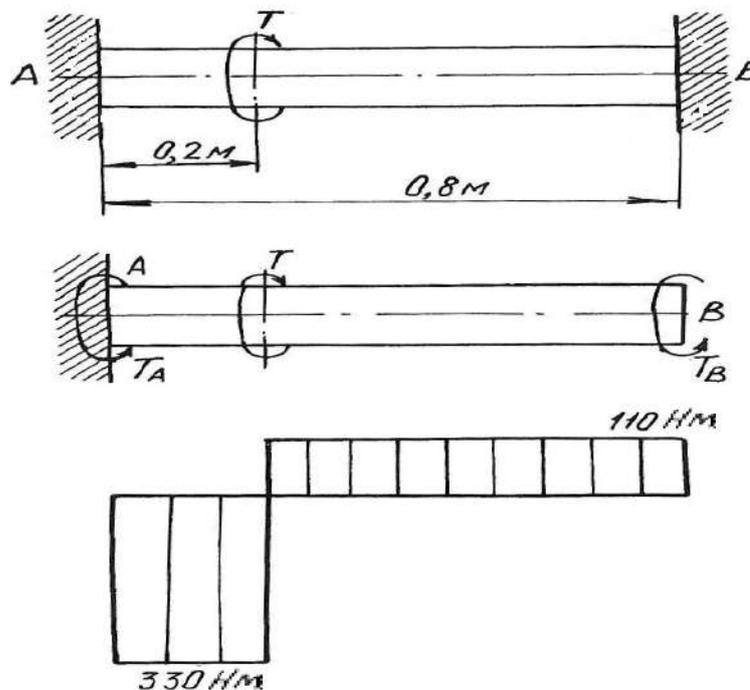


Рис. 3.4.

Величину момента  $T_B$  определим из условия, что угол закручивания правого крайнего сечения от действия моментов  $T$  и  $T_A$  равен нулю, так как это сечение вследствие защемления неподвижно. Угол закручивания правого освобожденного сечения вала на основе принципа независимости действия сил можно определить как сумму двух слагаемых

$$\varphi = \varphi' + \varphi'',$$

где  $\varphi'$  и  $\varphi''$  – углы закручивания правого освобожденного сечения вала, найденные отдельно от моментов  $T$  и  $T_B$ , при этом  $\varphi' = \frac{Tl_1}{GJ_p}$ ;  $\varphi'' = -\frac{T_B l}{GJ_p}$ .

Знак минус в выражении  $\varphi''$  взят потому, что моменты  $T$  и  $T_B$  противоположны по направлению.

Полный угол закручивания правого сечения равен нулю, поэтому

$$\varphi = \varphi' + \varphi'' = \frac{Tl_1}{GJ_p} - \frac{T_B l}{GJ_p} = 0,$$

откуда  $T_B = \frac{Tl_1}{l} = \frac{440 \cdot 0,2}{0,8} = 110 \text{ Н} \cdot \text{м}.$

Из уравнения статики определим момент  $T_A$

$$T_A = T - T_B = 440 - 110 = 330 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Эпюра крутящих моментов приведена на рис. 3.4, в.

### 3.1. Задания для расчета валов на кручение

К стальному валу приложены три известных момента  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ .

Требуется:

1. Установить, при каком значении момента  $X$  угол закручивания правого концевого сечения вала равен нулю.
2. Построить эпюру крутящих моментов.
3. При заданном значении  $\tau_{adm}$  определить диаметр вала из расчета на прочность и округлить его значение до ближайшего равного: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм.
4. Построить эпюру углов закручивания, найти наибольший относительный угол закручивания и проверить вал на жесткость при  $\theta_{adm} = 1,5$  град/м.

Данные для расчета приведены на рис. 3.5 и в табл. 3.1.

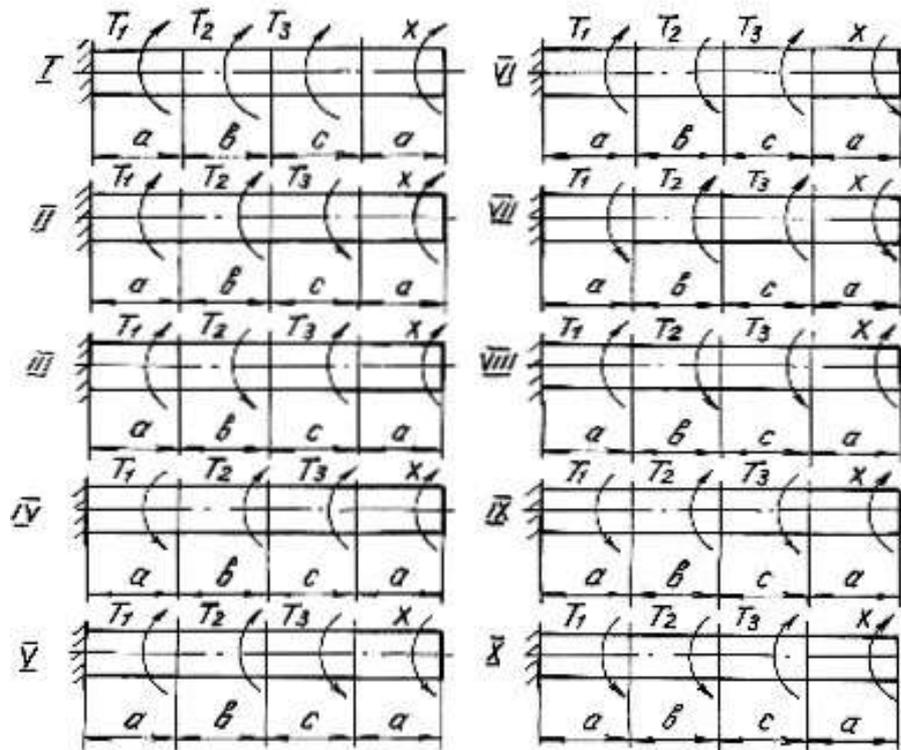


Рис. 3.5.

Таблица 3.1

Номер варианта	Номер схемы	Расстояние, м			Момент, Н·м			$\tau_{adm}$ , МПа
		$a$	$b$	$c$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	
1	I	1,1	1,2	1,1	1100	1000	1200	35
2	II	1,2	1,3	1,2	1200	1100	1000	40
3	III	1,3	1,4	1,3	1300	1200	1100	45
4	IV	1,4	1,5	1,4	1400	1300	1200	50
5	V	1,5	1,6	1,5	1500	1400	1300	55
6	VI	1,6	1,7	1,6	1600	600	1500	60
7	VII	1,7	1,8	1,7	1700	700	1600	65
8	VIII	1,8	1,9	1,8	1800	800	1700	70
9	IX	1,9	2,0	1,9	1900	900	1800	75
10	X	2,0	2,1	2,0	2000	1000	2100	80

## Глава 4

### ДЕФОРМАЦИЯ ПОПЕРЕЧНОГО ИЗГИБА БАЛОК

Деформация поперечного изгиба может возникнуть от любых нагрузок, если линии действия этих нагрузок находятся в плоскости, проходящей через продольную ось балки. Если в такой плоскости располагается одна из главных осей инерции поперечного сечения, то возникает деформация плоского изгиба. От действия внешних нагрузок в поперечных сечениях балок возникают внутренние силовые факторы – поперечные силы и изгибающие моменты. Для их нахождения пользуемся методом сечений и, изучая равновесие сил, приводим внешние нагрузки к центру тяжести поперечного сечения.

Поперечная сила  $Q_x$  в любом сечении равна алгебраической сумме проекций всех внешних сил, приложенных с одной стороны от рассматриваемого сечения, на ось, перпендикулярную к продольной оси балки.

Изгибающий момент  $M_x$  в любом сечении равен алгебраической сумме моментов всех сил, действующих с одной стороны от рассматриваемого сечения балки, относительно центра тяжести сечения.

Правило знаков для  $Q_x$  и  $M_x$ :

1) поперечная сила считается положительной, если она сдвигает левую часть балки от сечения вверх, а правую часть балки вниз;

2) изгибающий момент в сечении считается положительным, если он изгибает балку выпуклостью вниз; при изгибе балки выпуклостью вверх изгибающий момент считается отрицательным.

Уравновесить момент внешних сил может только момент внутренних сил упругости, который образован силами, направленными нормально к сечению балки. Поперечная сила может быть уравновешена силой, которая является равнодействующей внутренних сил упругости, расположенных в плоскости сечения балки.

Таким образом, нормальные напряжения, возникающие в поперечных сечениях балок, зависят от величины изгибающих моментов в этих сечениях, а касательные напряжения – от величины поперечных сил в этих сечениях. Эту зависимость в общем виде можно записать

$$\sigma = f_1(M_x); \quad \tau = f_2(Q_x)$$

Таким образом, для того, чтобы определить напряжения в поперечных сечениях, необходимо знать законы изменения  $Q_x$  и  $M_x$  по длине балок. Для этого строят два графика, называемых эпюрами поперечных сил и изгибающих моментов.

Порядок построения эпюр сводится к следующему:

1. Заданная балка вычерчивается в выбранном масштабе с указанием размеров и нагрузок;

2. С помощью уравнений равновесия статики определяются реакции опор с обязательной последующей проверкой;

3. Балка разбивается на отдельные участки. Каждый участок имеет свой закон изменения нагрузки;

4. Для каждого участка записываются уравнения для определения  $Q_x$  и  $M_x$ ;

5. Вычисляют ординаты  $Q_x$  и  $M_x$  по составленным для отдельных участков уравнениям;

6. Строят в принятом масштабе эпюры  $Q_x$  и  $M_x$ .

Положительные значения найденных величин откладываются выше нулевой линии эпюры, а отрицательные – ниже ее.

Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов можно выполнить, применяя следующие контрольные правила для построения эпюр:

1. На концевых шарнирных опорах  $Q_x$  равны реакциям, а  $M_x$  равны нулю, если на опорах не приложены пары с моментами  $M$ .

2. На участках балки, где отсутствует распределенная нагрузка, поперечная сила постоянна, а изгибающий момент изменяется по линейному закону.

3. На участках, где приложена равномерно распределенная нагрузка, эпюра  $Q_x$  изменяется по закону прямой наклонной линии, а эпюра  $M_x$  – по закону квадратичной параболы. В том сечении, где эпюра  $Q_x$  пересекается с нулевой линией, на эпюре  $M_x$  наблюдается экстремальное значение момента (вершина параболы).

4. На участках, где приложена нагрузка, изменяющаяся по закону треугольника, эпюра  $Q_x$  изменяется по закону квадратичной параболы, а эпюра  $M_x$  – по закону кубической параболы.

5. В тех сечениях, где приложены сосредоточенные силы (включая и реакции), на эпюре  $Q_x$  наблюдаются скачки (перепады) на величину этих сил, а на эпюре  $M_x$  – переломы смежных линий.

6. В тех сечениях, где приложены пары с моментами  $M$ , на эпюре  $M_x$  наблюдаются скачки на величину этих моментов.

7. На свободном конце консольной балки поперечная сила  $Q_x$  равна нулю, если в этом месте не приложена сосредоточенная сила; и изгибающий момент  $M_x$  равен нулю, если в этом месте не приложена пара с моментом  $M$ .

8. В жесткой заделке консольной балки  $Q_x$  равна реакции, а изгибающий момент  $M_x$  равен моменту заделки.

Нормальные напряжения при изгибе определяются по формуле:

$$\sigma = \frac{M_x}{J_{\text{н.о.}}} y, \quad (4.1)$$

где  $M_x$  – изгибающий момент в сечении;  $J_{\text{н.о.}}$  – момент инерции сечения относительно нейтральной оси поперечного сечения (нейтральная ось – это ось, в любой точке которой нормальные напряжения всегда равны нулю);  $y$  – расстояние до рассматриваемого волокна от нейтральной оси.

Касательные напряжения при изгибе могут быть определены по формуле Д. И. Журавского:

$$\tau = \frac{Q_x S_{\text{н.о.}}}{J_{\text{н.о.}} b}, \quad (4.2)$$

где  $Q_x$  – поперечная сила в сечении;  $S_{\text{н.о.}}$  – статический момент площади отсеченной части поперечного сечения выше уровня, на котором определяются касательные напряжения относительно нейтральной оси;  $b$  – ширина сечения на уровне, для которого определяются напряжения.

Подбор поперечного сечения балки производится на основании следующего условия прочности:

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max}}}{W_{\text{н.о.}}} \leq \sigma_{\text{adm}}, \quad (4.3)$$

откуда

$$W_{\text{н.о.}} \geq \frac{M_{\text{max}}}{\sigma_{\text{adm}}}, \quad (4.4)$$

где  $M_{\text{max}}$  – максимальный изгибающий момент, взятый из эпюры  $M_x$ ;  $W_{\text{н.о.}}$  – момент сопротивления поперечного сечения балки изгибу относительно нейтральной оси;  $\sigma_{\text{adm}}$  – допускаемое нормальное напряжение для материала балки.

После подбора поперечного сечения производится полная проверка балки на прочность по следующим напряжениям:

а) по рабочим нормальным напряжениям

$$\sigma_{\text{раб.}} = \frac{M_{\text{max}}}{W_{\text{н.о.}}} \leq \sigma_{\text{adm}},$$

где  $W_{\text{н.о.}}$  – момент сопротивления выбранного поперечного сечения.

б) по максимальным касательным напряжениям

$$\tau_{\text{max}} = \frac{Q_{\text{max}} S_{\text{н.о.}}}{J_{\text{н.о.}} b} \leq \tau_{\text{adm}},$$

где  $Q_{\text{max}}$  – наибольшая поперечная сила, взятая из эпюры  $Q_x$ ;  $S_{\text{н.о.}}$  – статический момент части площади выбранного поперечного сечения, находящейся выше или ниже нейтральной оси, относительно этой оси;  $b$  – ширина сечения на уровне нейтральной оси;  $J_{\text{н.о.}}$  – момент инерции выбранного сечения относительно нейтральной оси.

в) по главным напряжениям:

проверка проводится для балок, ширина сечений которых не постоянна. При этой проверке на основании эпюр выбирается опасное сечение балки, в котором одновременно значения  $Q_x$  и  $M_x$  большие. По формулам (4.1) и (4.2) для этого сечения строят эпюры нормальных и касательных напряжений, а затем определяют главные напряжения для характерных волокон сечения по его высоте, пользуясь формулой:

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2}(\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}). \quad (4.5)$$

Для стальных балок определяют расчётное (эквивалентное) напряжение для верхних (нижних), средних, переходных волокон (где резко изменяется ширина сечения) по III или IV теориям прочности.

Проверка прочности сводится к рассмотрению выполнения следующих условий прочности:

$$\sigma_p^{III} = \sigma_1 - \sigma_2 \leq \sigma_{adm}, \quad (4.6)$$

$$\sigma_p^{IV} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2} \leq \sigma_{adm}. \quad (4.7)$$

## 4.1. Расчет балки на прочность

### Пример 4.1.

Для расчетной схемы с указанными размерами и нагрузками (рис. 4.1.) построить по длине балки эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.

Подобрать поперечное сечение балки в двух вариантах:

а) прямоугольного профиля, полагая, что балка деревянная при  $\sigma_{adm} = 10$  МПа; соотношение между размерами сечения принять равным  $b:h = 1:2$ ;

б) двутаврового профиля (см. табл. П.1), материал сталь при  $\sigma_{adm} = 160$  МПа,  $\tau_{adm} = 96$  МПа.

в) провести полную проверку стальной балки на прочность.

*Решение.*

Определение опорных реакций.

Расчёт балки следует начинать с расстановки и определения величины опорных реакций. Величина и направление опорных реакций и реактивных моментов могут быть определены из решения уравнений равновесия. Для плоской

системы параллельных сил (поперечный плоский изгиб) условия равновесия описываются двумя уравнениями статики:  $\sum M_A = 0$ ;  $\sum M_B = 0$ .

Рассматриваемая балка (см. рис. 4.1) имеет две шарнирные опоры. В опоре  $A$  (шарнирно-подвижной) возникает одна реакция  $R_A$ , в опоре  $B$  (шарнирно-неподвижной) направление реакции в общем случае неизвестно, поэтому разложим её на две составляющие:  $H_B$  – горизонтальную и  $R_B$  – вертикальную. Все нагрузки действуют перпендикулярно продольной оси балки, поэтому из уравнения проекций на горизонтальную ось  $x$  получается, что составляющая  $H_B = 0$ . Запишем уравнения моментов сил относительно опоры  $B$

$$\sum M_B = 0, \quad M_1 - R_A \cdot 5 + F \cdot 3 - M_2 + q \cdot 3 \cdot 0,5 = 0.$$

Решаем уравнение относительно  $R_A$

$$R_A = \frac{M_1 + F \cdot 3 - M_2 + q \cdot 3 \cdot 0,5}{5} = \frac{30 + 60 \cdot 3 - 50 + 20 \cdot 1,5}{5} = 38 \text{ кН}.$$

Запишем уравнения моментов сил относительно опоры  $A$

$$\sum M_A = 0, \quad R_B \cdot 5 - q \cdot 3 \cdot 4,5 - M_2 - F \cdot 2 + M_1 = 0.$$

Решаем уравнение относительно  $R_B$

$$R_B = \frac{q \cdot 3 \cdot 4,5 + M_2 + F \cdot 2 - M_1}{5} = \frac{20 \cdot 3 \cdot 4,5 + 50 + 60 \cdot 2 - 30}{5} = \frac{410}{5} = 82 \text{ кН}.$$

Для проверки правильности вычисления опорных реакций составим уравнение проекций всех сил на вертикальную ось  $y$ :

$$\sum y = 0, \quad R_A - F - q \cdot 3 + R_B = 0; \quad 38 - 60 - 60 + 82 = 0, \quad 120 - 120 = 0.$$

Последнее уравнение обращается в тождество, следовательно, величина реакций и их направление определены правильно.

Если в результате решения уравнения реакция имеет отрицательное значение, то следует изменить направление реакции на противоположное и в дальнейших расчётах считать её положительной.

После определения опорных реакций можно перейти к построению эпюр изгибающих моментов и поперечных сил, предварительно разбив балку по длине на участки, в пределах которых закон изменения внешних нагрузок остаётся постоянным.

Границы участков располагаются в местах приложения моментов пар сил, сосредоточенных сил, начала или конца распределенной нагрузки.

Участки нумеруются слева или справа от концевых сечений балки. Рассчитываемая балка имеет пять участков I - V.

При составлении аналитических выражений для  $Q_x$  и  $M_x$  в пределах I-го участка проведём сечение с абсциссой  $x_1$  и рассмотрим равновесие левой части консоли. На эту часть балки действует пара сил с моментом  $M_1 = 30 \text{ кН} \cdot \text{м}$ , поэтому поперечная сила  $Q_I = 0$ , а изгибающий момент в любом сечении будет постоянным  $M_I = -M_1 = -30 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

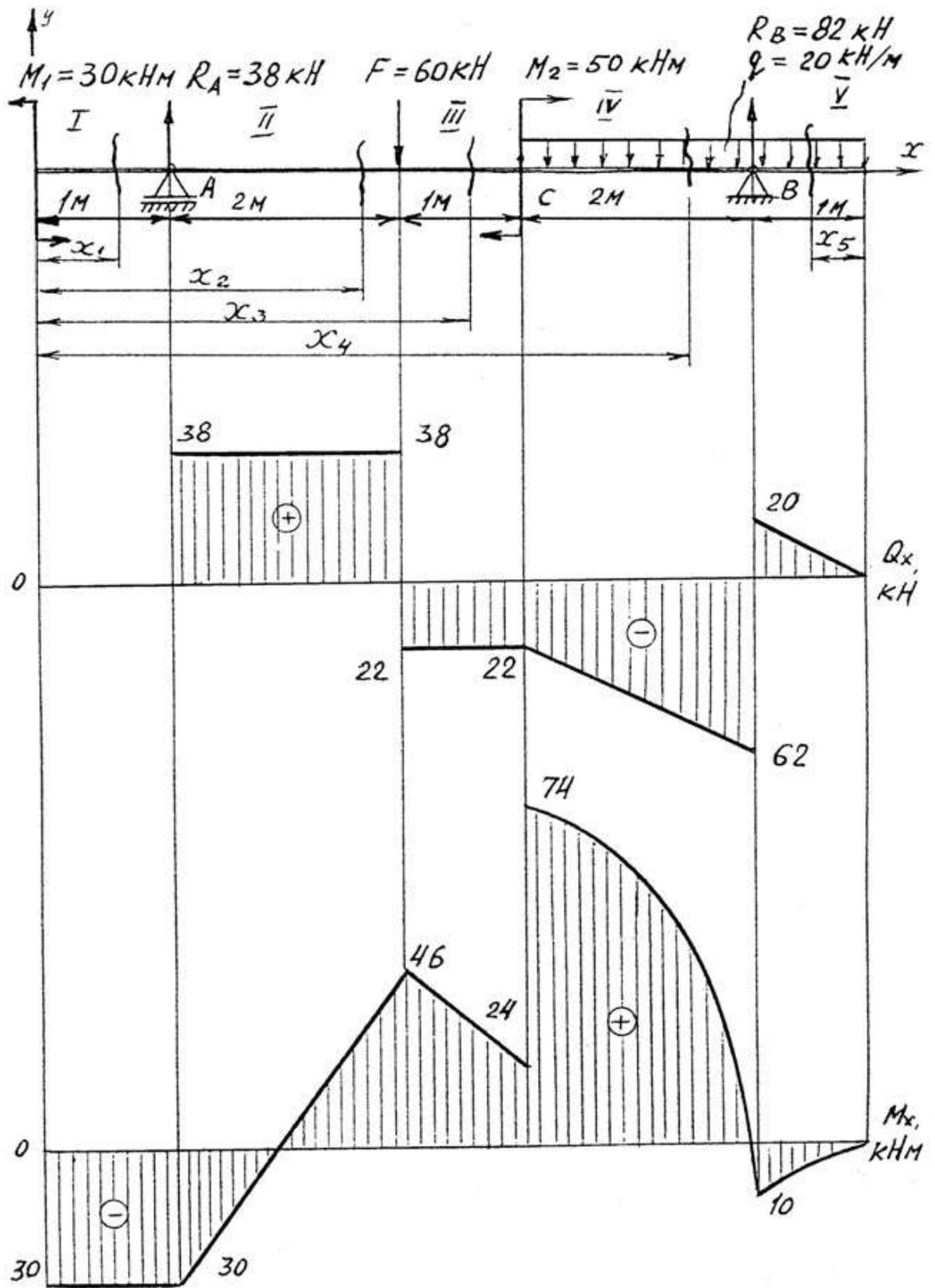


Рис. 4.1.

Для составления аналитических выражений  $Q_x$  и  $M_x$  в пределах II-го участка проводим сечение с абсциссой  $x_2$  и рассматриваем равновесие левой части балки.

$Q_{II} = R_A = 38$  кН – поперечная сила в пределах II-го участка постоянна.

$$M_{II} = -M + R_A(x_2 - 1).$$

Это уравнение прямой линии, для её построения достаточно определить ординаты изгибающего момента в двух точках (на концах участка):

при  $x_2 = 1$  м  $M_{II} = -M_1 = -30$  кН·м;

при  $x_2 = 3$  м  $M_{II} = -M_1 + R_A \cdot 2 = -30 + 76 = 46$  кН·м.

Для III-го участка (сечение с абсциссой  $x_3$ )

$$Q_{III} = R_A - F = 38 - 60 = -22$$
 кН.

На этом участке поперечная сила не зависит от  $x_3$  и поэтому на протяжении всего участка она не меняет своего значения.

$$M_{III} = -M_1 + R_A(x_3 - 1) - F(x_3 - 3).$$

Это уравнение прямой линии.

Вычислим моменты при следующих значениях  $x_3$ :

при  $x_3 = 3$  м  $M_{III} = -30 + 38 \cdot 2 = 46$  кН·м;

при  $x_3 = 4$  м  $M_{III} = -30 + 38 \cdot 3 - 60 = 24$  кН·м.

Для IV-го участка (сечение с абсциссой  $x_4$ ) поперечная сила равна:

$$Q_{IV} = R_A - F - q(x_4 - 4).$$

Это уравнение прямой линии.

Вычислим ординаты в начале и в конце участка:

при  $x_4 = 4$  м  $Q_{IV} = 38 - 60 = -22$  кН;

при  $x_4 = 6$  м  $Q_{IV} = 38 - 60 - 40 = -62$  кН.

Уравнение изгибающих моментов для IV-го участка имеет вид

$$M_{IV} = -M_1 + R_A(x_4 - 1) - F(x_4 - 3) + M_2 - q \frac{(x_4 - 4)^2}{2}.$$

Это уравнение параболы.

Для её построения определяем моменты:

при  $x_4 = 4$  м  $M_{IV} = -30 + 114 - 60 + 50 - 20 \cdot 0 = 74$  кН;

при  $x_4 = 6$  м  $M_{IV} = -30 + 38 \cdot 5 - 60 \cdot 3 + 50 - 20 \cdot (4/2) = -10$  кН.

Прежде, чем составлять выражение поперечной силы и изгибающего момента для V-го участка, заметим, что их можно найти как из равновесия левой части, так и из равновесия отсеченной правой части. Каждый раз к выбору решения нужно подходить с точки зрения возможной простоты и наименьшего количества вычислений.

Для V-го участка (сечение с абсциссой  $x_5$ ) поперечная сила равна

$$Q_V = qx_5.$$

Вычислим значения ординат:

$$\text{при } x_5 = 0 \quad Q_V = 0;$$

$$\text{при } x_5 = 1 \text{ м} \quad Q_V = 20 \text{ кН.}$$

Составим уравнение изгибающего момента для V-го участка:

$$M_V = -qx_5 \frac{x_5}{2} = -\frac{qx_5^2}{2}.$$

Получили уравнение параболы. Для её построения вычислим ординаты:

$$\text{при } x_5 = 0, \quad M_V = 0;$$

$$\text{при } x_5 = 1, \quad M_V = -10 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

При построении эпюр  $Q_x$  и  $M_x$  выбираем масштаб и откладываем положительные значения ординат эпюр от нулевой линии вверх, а отрицательные вниз (см. рис. 4.1). После построения эпюр устанавливаем наибольшие значения поперечной силы  $Q_{\max} = 62 \text{ кН}$  и изгибающего момента  $M_{\max} = 74 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .

Сечение C является опасным, в нем  $Q_x = 22 \text{ кН}$ ,  $M_x = 74 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .

Подбор поперечного сечения балки проводим в соответствии с условием задания в двух вариантах:

а) подбор сечения прямоугольного профиля деревянной балки

$$W_{\text{н.о.}} \geq \frac{M_{\max}}{\sigma_{\text{adm}}} = \frac{74 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^6} = 7,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 7400 \text{ см}^3.$$

$$\text{Для прямоугольного сечения } W_{\text{н.о.}} = \frac{J_{\text{н.о.}}}{y_{\max}} = \frac{(bh)^3/12}{h/2} = \frac{bh^2}{6}.$$

$$\text{При } h = 2b, \quad W_{\text{н.о.}} = (2/3)b^3 \geq 7400 \text{ см}^3, \quad \text{отсюда} \quad b \geq \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 7400}{2}} = 22,3 \text{ см};$$

$$h = 2 \cdot 22,3 = 44,6 \text{ см.}$$

После округления размеров в большую сторону принимаем:  $h = 46 \text{ см}$ ,  $b = 23 \text{ см}$ .

б) подбор сечения двутаврового профиля

$$W_{\text{н.о.}} \geq \frac{M_{\max}}{\sigma_{\text{adm}}} = \frac{74 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 4,62 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 462 \text{ см}^3.$$

Из таблицы сортамента проката этому значению соответствует двутавр № 30, для которого  $W_{\text{н.о.}} = W_x^{\text{табл.}} = 472 \text{ см}^3$ .

Основные размеры и геометрические характеристики профиля:

высота  $h = 0,3 \text{ м}$ ; ширина полки  $b = 0,135 \text{ м}$ ; толщина полки  $t = 0,01 \text{ м}$ ; толщина стенки  $d = 0,65 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ; площадь сечения  $A = 46,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ; момент инерции сечения относительно нейтральной оси  $J_{\text{н.о.}} = J_x^{\text{табл.}} = 0,708 \cdot 10^{-4} \text{ м}^4$ ; статический момент половины площади сечения относительно нейтральной оси  $S_{\text{н.о.}}^{\max.} = S_x^{\text{табл.}} = 2,68 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$ .

Полная проверка стальной балки на прочность:

а) проверка по рабочим нормальным напряжениям

$$\sigma_{\text{раб.}} = \frac{M_{\text{max}}}{W_x^{\text{табл.}}} = \frac{74 \cdot 10^3}{4,72 \cdot 10^{-4}} = 157 \cdot 10^6 \text{ Па} = 157 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\text{раб.}} = 157 \text{ МПа} < \sigma_{\text{adm}} = 160 \text{ МПа},$$

т. е. условие прочности выполняется.

б) проверка по максимальным касательным напряжениям

$$\tau_{\text{max}} = \frac{Q_{\text{max}} S_x^{\text{табл.}}}{J_x^{\text{табл.}} d} = \frac{62 \cdot 2,68 \cdot 10^{-4}}{0,708 \cdot 10^{-4} \cdot 0,65 \cdot 10^{-2}} = 36,2 \cdot 10^6 \text{ Па} = 36,2 \text{ МПа};$$

$$\tau_{\text{max}} = 36,2 \text{ МПа} < \tau_{\text{adm}} = 96 \text{ МПа}.$$

Таким образом, условие прочности выполняется.

в) проверка по главным напряжениям в опасном сечении С, в котором  $Q_x = 22 \text{ кН}$ ,  $M_x = 74 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

Строим эпюру нормальных напряжений для этого сечения по уровням (рис. 4.2):

$$\sigma_{1-1} = -\frac{M_x}{J_x^{\text{табл.}}} y_{1-1} = -\frac{74 \cdot 10^3}{0,708 \cdot 10^{-4}} 0,15 = -157 \cdot 10^6 \text{ Па} = -157 \text{ МПа}.$$

Знак «минус» при напряжении для верхних волокон указывает на то, что при положительной эпюре  $M_x$  в этом сечении верхняя часть волокон испытывает деформацию осевого сжатия.

$$\sigma_{7-7} = \sigma_{1-1} = 157 \text{ МПа};$$

$$\begin{aligned} \sigma_{2-2} = \sigma_{3-3} &= -\frac{M_x}{J_x^{\text{табл.}}} y_{2-2} = -\frac{M_x}{J_x^{\text{табл.}}} \left(\frac{h}{2} - t\right) = -\frac{74 \cdot 10^3}{0,708 \cdot 10^{-4}} (0,15 - 0,01) = \\ &= -147 \cdot 10^6 \text{ Па} = -147 \text{ МПа}; \quad \sigma_{4-4} = 0, \text{ так как } y_{4-4} = 0. \end{aligned}$$

Эпюра касательных напряжений также строится по значениям, определяемым для различных уровней (волокон) сечения

$$\tau_{1-1} = \tau_{7-7} = 0,$$

так как  $S_{\text{н.о.}}^{1-1} = 0$ , т. е. статический момент площади сечения, находящейся выше или ниже уровня 1-1 относительно нейтральной оси, равен нулю.

Напряжения в волокнах уровня 2-2 и 6-6 можно не определять, так как они обычно очень малы.

В переходных волокнах 3-3 и 5-5 напряжения будут равны

$$\tau_{3-3} = \tau_{5-5} = \frac{Q_x S_{\text{н.о.}}^{3-3}}{J_x^{\text{табл.}} b_{3-3}} = \frac{Q_x b t (h/2 - t/2)}{J_x^{\text{табл.}} d} =$$

$$= \frac{22 \cdot 10^3 \cdot 0,135 \cdot 0,01 \cdot (0,15 - 0,005)}{0,708 \cdot 10^{-4} \cdot 0,65 \cdot 10^{-2}} = 9,7 \cdot 10^6 \text{ Па} = 9,7 \text{ МПа}.$$

Для волокон нейтрального слоя

$$\tau_{4-4} = \frac{Q_x S_{\text{н.о.}}^{4-4}}{J_x^{\text{табл.}} b_{4-4}} = \frac{Q_x S_x^{\text{табл.}}}{J_x^{\text{табл.}} d} = \frac{22 \cdot 2,68 \cdot 10^{-4}}{0,708 \cdot 10^{-4} \cdot 0,65 \cdot 10^{-2}} = 12,8 \cdot 10^6 \text{ Па} = 12,8 \text{ МПа}.$$

Эпюры  $\sigma$  и  $\tau$  строятся в масштабе (см. рис. 4.2).

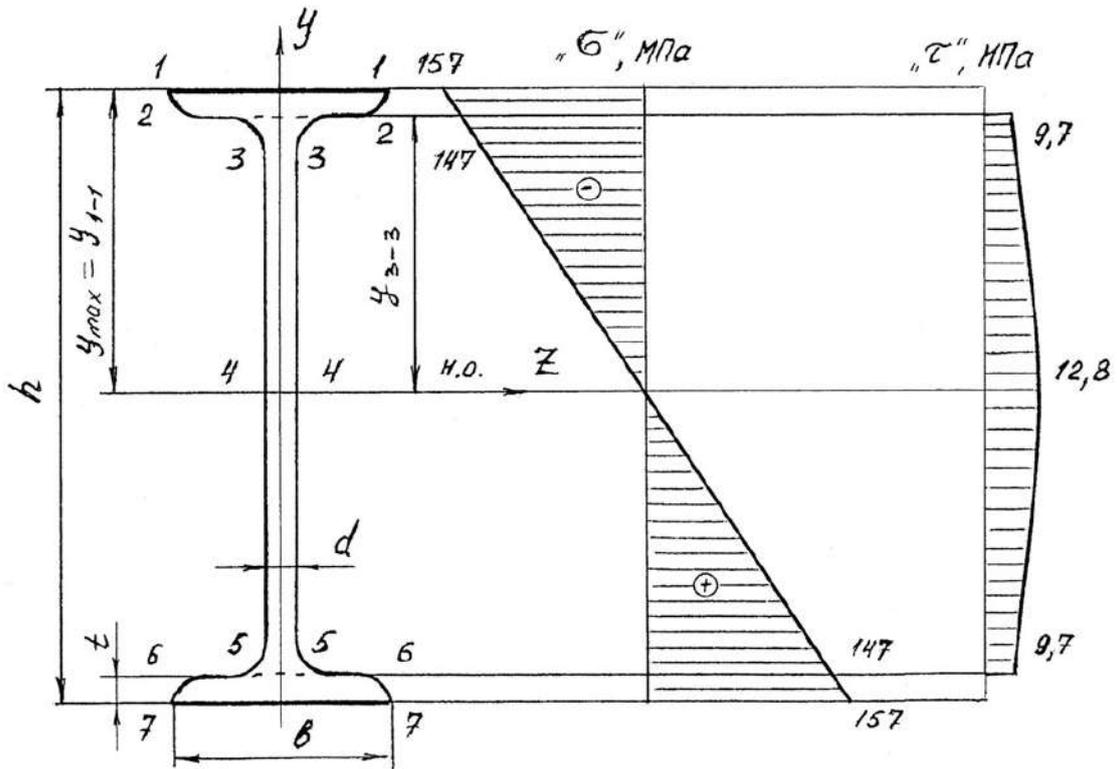


Рис. 4.2.

На основании эпюр напряжений определяют главные напряжения для верхних, переходных и средних волокон

$$\sigma_1^{1-1} = 1/2(\sigma_{1-1} + \sqrt{\sigma_{1-1}^2 + 4\tau_{1-1}^2}) = 1/2(-157 + \sqrt{157^2 + 4 \cdot 0^2}) = 0;$$

$$\sigma_2^{1-1} = 1/2(-157 - \sqrt{157^2 + 4 \cdot 0^2}) = -157 \text{ МПа};$$

$$\sigma_1^{3-3} = 1/2(-147 + \sqrt{147^2 + 4 \cdot 9,7^2}) = 0,5 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2^{3-3} = 1/2(-147 - \sqrt{147^2 + 4 \cdot 9,7^2}) = -147,5 \text{ МПа};$$

$$\sigma_1^{4-4} = 1/2(0 + \sqrt{0^2 + 4 \cdot 12,8^2}) = 12,8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2^{4-4} = -12,8 \text{ МПа}.$$

Определим величины расчётных напряжений по третьей теории прочности:

$$\sigma_p^{1-1} = \sigma_1^{1-1} - \sigma_2^{1-1} = 0 - (-157) = 157 \text{ МПа};$$

$$\sigma_p^{3-3} = \sigma_1^{3-3} - \sigma_2^{3-3} = 0,5 - (-147,5) = 148 \text{ МПа};$$

$$\sigma_p^{4-4} = \sigma_1^{4-4} - \sigma_2^{4-4} = 12,8 - (-12,8) = 25,6 \text{ МПа},$$

таким образом условие прочности  $\sigma_p^{\text{III}} < \sigma_{\text{adm}}$  выполняется.

По четвертой теории прочности

$$\sigma_p^{1-1} = \sqrt{(\sigma_1^{1-1})^2 + (\sigma_2^{1-1})^2 - \sigma_1^{1-1}\sigma_2^{1-1}} = \sqrt{0^2 + 157^2 - 0^2} = 157 \text{ МПа}.$$

$$\text{Аналогично: } \sigma_p^{3-3} = 148 \text{ МПа}; \sigma_p^{4-4} = 22,1 \text{ МПа}.$$

Таким образом, результаты по всем вариантам полной проверки прочности балки показывают, что все условия прочности выполняются, следовательно, к практическому применению принимается двутавр № 30.

#### Пример 4.2. Консольная балка, сложное сечение.

Для заданной схемы балки (рис. 4.3) построить эпюры поперечных сил  $Q_x$  и изгибающих моментов  $M_x$ , определить размеры сечения заданной формы из условия прочности, принимая  $\sigma_{\text{adm}} = 160 \text{ МПа}$ .

*Решение.*

Определим реакции опоры  $A$  из уравнений равновесия

$$1) \sum M_A = 0; \quad -M_A + M - q \cdot 1 \cdot 2,5 + F \cdot 3 = 0;$$

$$M_A = M - q \cdot 1 \cdot 2,5 + F \cdot 3 = 6 - 10 + 24 = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

2)  $\sum Y = 0; \quad R_A - q \cdot 1 + F = 0$  (предварительное направление реакции  $R_A$  вверх);

$R_A = q \cdot 1 - F = 4 - 8 = -4 \text{ кН}$  (меняем направление реакции на противоположное).

Проверка

$$\sum M_C = 0; \quad -M_A + R_A \cdot 3 + M + q \cdot 1 \cdot 0,5 = -20 + 12 + 6 + 2 = 0.$$

Определим размеры поперечного сечения (см. рис. 4.3), для чего условно разбиваем это сечение на фигуры 1, 2, 3 и 4, площади которых равны:  $A_1 = 5b \cdot 6b; A_2 = 2b \cdot 3b; A_3 = A_4 = b \cdot b$ .

Для определения положения центра тяжести сечения проводим вспомогательную ось  $x_{\text{вп}}$  и найдем координату  $y_c$  по известной формуле

$$y_c = \frac{S_{x_{\text{вп}}}}{A} = \frac{A_1 y_1 - A_2 y_2 + A_3 y_3 + A_4 y_4}{A_1 - A_2 + A_3 + A_4}$$

$$= \frac{6b \cdot 5b \cdot 2,5b - 2b \cdot 3b \cdot 1,5b + 2b \cdot b \cdot 0,5b}{6b \cdot 5b - 2b \cdot 3b + 2b \cdot b} = 2,58b,$$

где  $y_1, y_2, y_3, y_4$  — расстояния от центров тяжести фигур 1, 2, 3, 4 до оси  $x_{вр}$ .

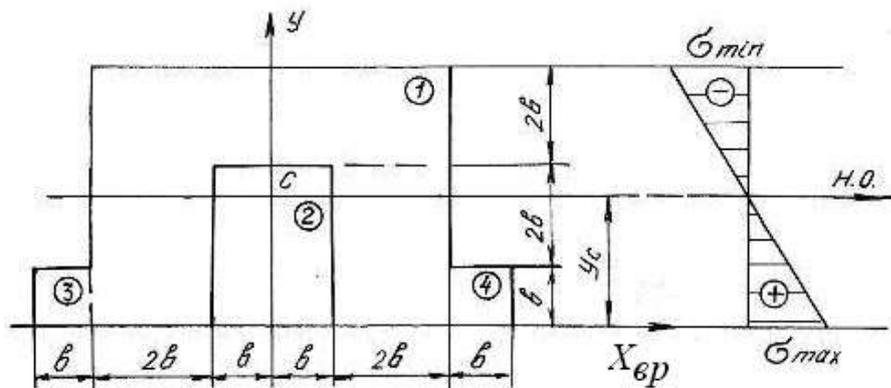
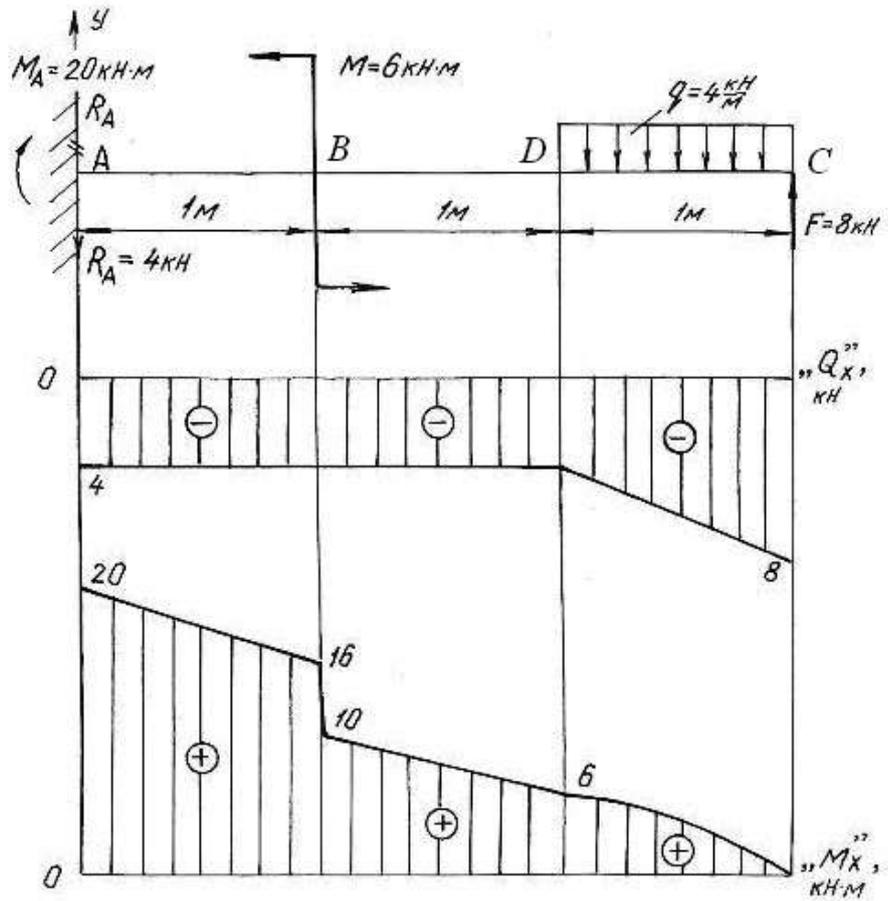


Рис. 4.3.

Так как сечение симметричное, то его центр тяжести лежит на оси симметрии  $y$ .

Проводим нейтральную ось через центр тяжести параллельно вспомогательной оси  $x_{вр}$ . Находим момент инерции относительно нейтральной оси

$$J_{н.о.} = (J_{н.о.})^1 - (J_{н.о.})^2 + 2(J_{н.о.})^3 = \left[ \frac{6b \cdot (5b)^3}{12} + 6b \cdot 5b \cdot (y_1 - y_c)^2 \right] - \left[ \frac{2b \cdot (3b)^3}{12} + 2b \cdot 3b \cdot (y_2 - y_c)^2 \right] + 2 \cdot \left[ \frac{b \cdot b^3}{12} + b \cdot b \cdot (y_3 - y_c)^2 \right] = 60 \cdot b^4,$$

где  $(y_n - y_c)$  – расстояние между собственной осью простой фигуры и нейтральной осью.

Строим эпюры поперечных сил  $Q_x$  и изгибающих моментов  $M_x$ , пользуясь контрольными правилами и начиная построения со свободного конца балки.

$$Q_C = -F = -8 \text{ кН}; \quad Q_D = -F + q \cdot 1 = -8 + 4 = -4 \text{ кН} = Q_B = Q_A;$$

$$M_C = 0; \quad M_D = F \cdot 1 - q \cdot 1 \cdot 0,5 = 8 - 2 = 6 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_B = F \cdot 2 - q \cdot 1 \cdot 1,5 = 16 - 6 = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

В сечении  $B$  изгибающий момент возрастает на момент  $M = 6 \text{ кН} \cdot \text{м}$ , что на эпюре  $M_x$  отражается в виде скачка. Изгибающий момент в жесткой заделке равен моменту заделки  $M_A$ .

Максимальный изгибающий момент  $M_{\max} = M_A = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}$ . Максимальные напряжения, возникающие в нижних волокнах этого сечения

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} y_{\max}^H}{J_{н.о.}} = \frac{20 \cdot 2,58 \cdot b}{60 \cdot b^4} = \frac{0,83 \text{ кН} \cdot \text{м}}{b^3}.$$

Максимальные напряжения, возникающие в верхних волокнах этого сечения

$$\sigma_{\min} = \frac{M_{\max} y_{\max}^B}{J_{н.о.}} = \frac{20 \cdot 2,42 \cdot b}{60 \cdot b^4} = \frac{0,81 \text{ кН} \cdot \text{м}}{b^3}.$$

Приравнивая наибольшее напряжение к допускаемому напряжению  $\sigma_{adm}$ , получим размер сечения  $b$

$$\sigma_{\max} = \frac{0,83 \text{ кН} \cdot \text{м}}{b^3} \leq \sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}; \quad b^3 \geq \frac{0,83 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6},$$

$$b \geq \sqrt[3]{5,2 \cdot 10^{-6}} = 1,73 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \quad b = 18 \text{ мм}.$$

## 4.2. Задания для расчета балок на прочность

Для расчетной схемы балки необходимо:

1. Построить по длине балки эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.

2. Подобрать поперечное сечение балки в двух вариантах:

а) прямоугольного профиля, полагая, что балка деревянная при  $\sigma_{adm} = 10$  МПа ;  
соотношение между размерами сечения принять равными  $b:h = 1:2$ ;

б) двутаврового профиля (см. табл. П. 1) при  $\sigma_{adm} = 160$  МПа,  $\tau_{adm} = 96$  МПа .

3. Провести полную проверку стальной двутавровой балки на прочность.

Данные для расчета приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

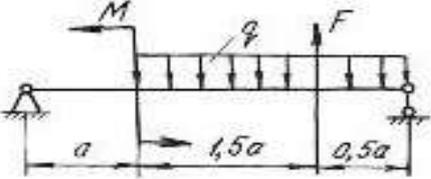
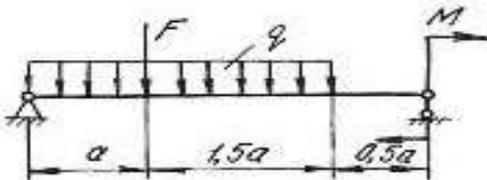
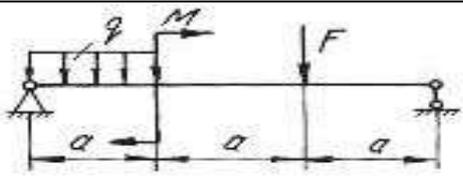
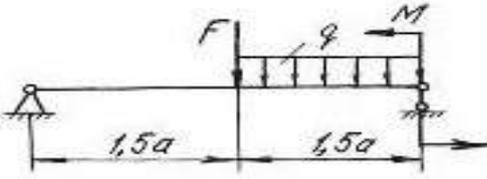
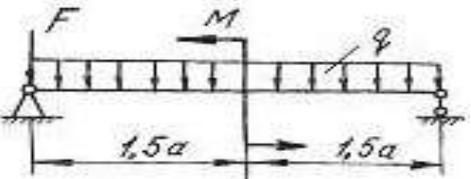
Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		$a$ , м	$q$ , кН/м	$M$ , кН·м	$F$ , кН
	1	2,0	19	20	20
	2	1,0	16	35	40
	3	1,2	10	30	40
	4	2,0	10	25	50
	5	2,2	30	50	40
	6	2,4	10	10	20
	7	1,0	10	65	20
	8	1,2	10	55	40
	9	2,0	20	45	15
	10	1,0	18	32	60
	11	2,2	10	35	50
	12	1,8	30	42	30
	13	2,0	12	26	20
	14	1,0	14	14	20
	15	2,0	15	25	30

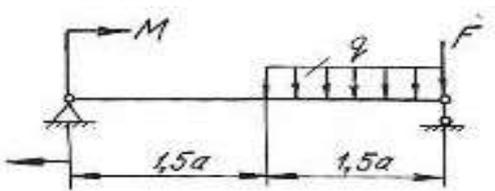
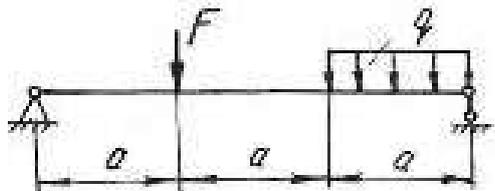
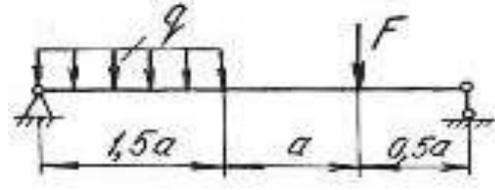
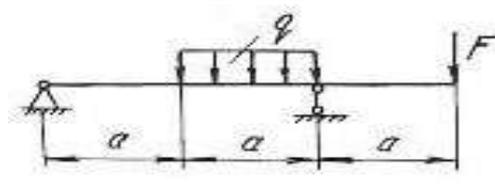
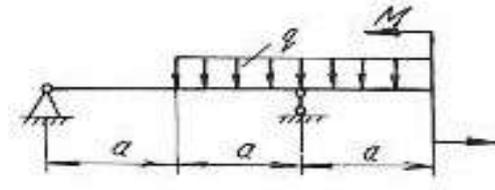
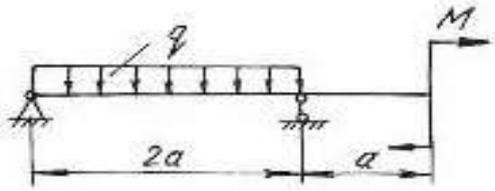
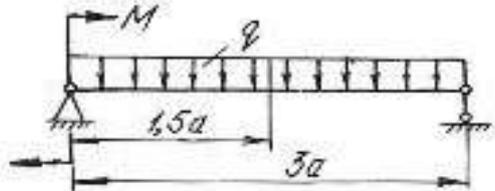
Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		$a$ , м	$q$ , кН/м	$M$ , кН·м	$F$ , кН
	16	1,0	10	32	40
	17	2,0	25	42	20
	18	1,6	30	50	30
	19	1,0	10	—	10
	20	2,0	11	—	30
	21	1,0	12	—	30
	22	1,2	13	—	60
	23	2,2	14	—	70
	24	3,0	15	—	40
	25	3,0	16	—	20
	26	1,2	17	—	70
	27	2,0	18	—	70
	28	3,0	20	10	—
	29	2,0	21	60	—
	30	2,0	22	10	—
	31	2,1	23	30	—
	32	2,0	24	30	—
	33	2,2	25	30	—
	34	2,0	26	40	—
	35	2,0	27	40	—
	36	2,0	28	40	—

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		$a$ , м	$q$ , кН/м	$M$ , кН·м	$F$ , кН
	37	1,2	10	30	15
	38	1,3	12	40	10
	39	1,4	15	45	12
	40	1,0	14	50	10
	41	2,0	13	60	20
	42	2,0	12	55	12
	43	1,1	16	—	20
	44	1,4	17	—	16
	45	1,5	20	—	15
	46	1,6	18	30	—
	47	1,2	11	20	—
	48	1,3	14	10	—
	49	0,8	15	40	—
	50	0,7	13	13	—
	51	1,1	17	22	—
	52	0,5	24	—	20
	53	0,6	28	—	30
	54	0,9	30	—	40
	55	1,1	10	30	—
	56	1,2	20	31	—
	57	1,3	30	32	—

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		$a$ , м	$q$ , кН/м	$M$ , кН·м	$F$ , кН
	58	1,4	40	—	40
	59	1,2	35	—	50
	60	2,0	28	—	80
	61	1,5	12	20	—
	62	1,7	14	30	—
	63	1,9	16	40	—
	64	2,1	18	20	20
	65	2,3	19	30	30
	66	2,5	20	25	40
	67	2,0	12	30	25
	68	2,4	10	35	30
	69	2,7	10	30	35
	70	1,0	12	10	40
	71	2,0	14	20	30
	72	2,0	16	30	40
	73	1,0	—	—	20
	74	2,0	—	—	30
	75	2,5	—	—	40

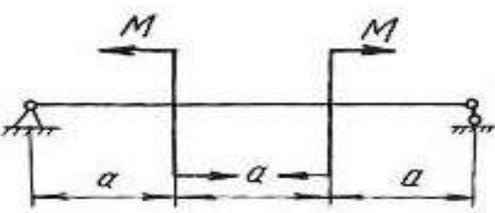
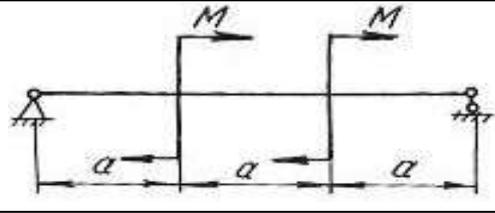
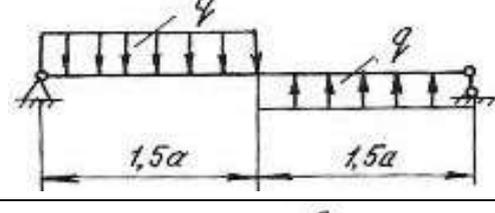
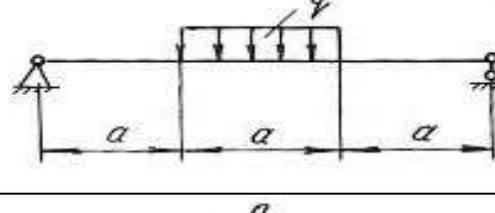
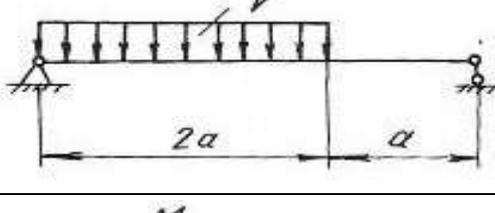
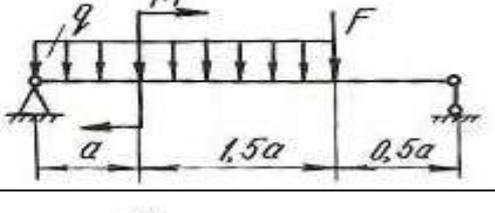
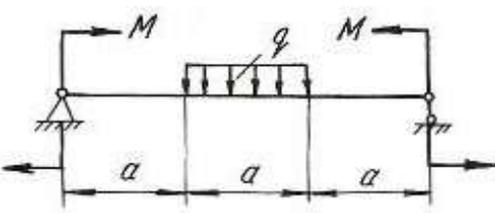
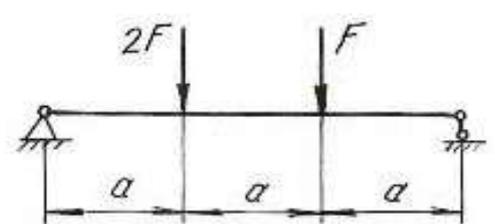
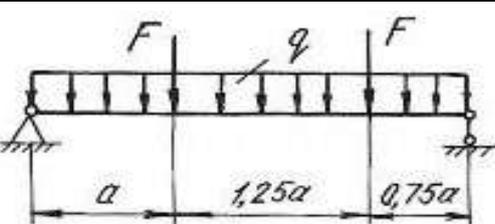
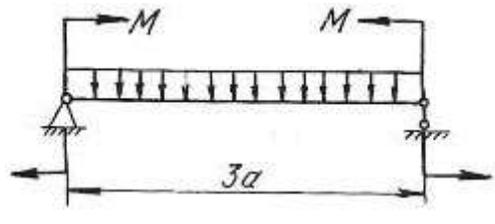
Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		$a$ , м	$q$ , кН/м	$M$ , кН·м	$F$ , кН
	76	1,5	—	30	—
	77	2,5	—	40	—
	78	1,2	—	50	—
	79	1,3	—	40	—
	80	1,4	—	25	—
	81	1,6	—	30	—
	82	1,7	10	—	—
	83	1,8	10	—	—
	84	1,9	10	—	—
	85	2,1	30	—	—
	86	2,2	20	—	—
	87	2,3	10	—	—
	88	2,0	25	—	—
	89	1,0	15	—	—
	90	2,3	10	—	—
	91	1,0	15	30	80
	92	2,0	20	40	90
	93	2,0	25	50	100
	94	1,2	10	45	25
	95	1,4	12	50	30
	96	1,6	15	60	35

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		$a$ , м	$q$ , кН/м	$M$ , кН·м	$F$ , кН
	97	1,8	15	30	40
	98	1,0	18	20	45
	99	1,4	21	55	50
	100	1,0	10	30	55
	101	2,0	20	35	80
	102	1,0	30	60	40
	103	1,9	15	25	60
	104	1,7	13	50	40
	105	1,3	17	75	20
	106	1,0	18	20	35
	107	2,2	16	60	45
	108	2,3	14	40	55
	109	1,0	—	30	50
	110	0,6	—	40	50
	111	0,8	—	30	60
	112	1,0	2	—	70
	113	0,6	30	—	60
	114	1,2	40	—	50

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		$a$ , м	$q$ , кН/м	$M$ , кН·м	$F$ , кН
	115	1,2	20	40	—
	116	1,3	10	20	—
	117	1,4	20	30	—
	118	1,5	—	—	40
	119	1,0	—	—	30
	120	1,3	—	—	20
	121	1,0	10	—	20
	122	1,0	20	—	40
	123	1,0	30	—	10
	124	1,2	10	20	—
	125	1,3	11	40	—
	126	1,5	12	50	—

### 4.3. Расчет балки на жесткость

После проверки балок на прочность они обычно проверяются на жесткость.

Проверка состоит в определении максимальных перемещений балки при изгибе и сравнении их с допускаемыми значениями для данного материала и типа балки. При этом должны выполняться следующие условия:

$$y_{\max} \leq y_{\text{adm}}; \quad y_{\text{adm}} = \left( \frac{1}{20} \div \frac{1}{250} \right) l; \quad \theta_{\max} \leq \theta_{\text{adm}},$$

где  $y_{\text{adm}}$  – допускаемый прогиб;  $\theta_{\text{adm}}$  – допускаемый угол поворота;  $l$  – пролёт балки.

Для определения прогибов и углов поворота в статически определимых балках обычно применяют метод начальных параметров, который записывается в виде следующих универсальных уравнений:

$$EJ_z\theta = EJ_z\theta_0 + \sum_{i=1}^n \frac{M_i(x-a_i)^1}{1!} + \sum_{i=1}^n \frac{F_i(x-b_i)^2}{2!} + \sum_{i=1}^n \frac{q_i(x-c_i)^3}{3!}, \quad (4.8)$$

где  $n$  – количество нагрузок на рассматриваемых участках.

$$EJ_z y = EJ_z y_0 + EJ_z \theta_0 x + \sum_{i=1}^n \frac{M_i(x-a_i)^2}{2!} + \sum_{i=1}^n \frac{F_i(x-b_i)^3}{3!} + \sum_{i=1}^n \frac{q_i(x-c_i)^4}{4!}, \quad (4.9)$$

где  $\theta$  – угол поворота в исследуемом сечении;  $y$  – прогиб в исследуемом сечении;  $y_0$  – прогиб в начале координат;  $\theta_0$  – угол поворота в начале координат;  $x$  – расстояние от начала координат до сечения, в котором определяются перемещения;  $M, F, q$  – внешние нагрузки, включая и реакции;  $a$  – расстояния от начала координат до сечений, где приложены моменты;  $b$  – расстояния от начала координат до сечений, где приложены сосредоточенные силы;  $c$  – расстояния от начала координат до начала каждого участка, нагруженного равномерно распределенной нагрузкой;  $EJ_z$  – жесткость балки при поперечном изгибе.

Метод начальных параметров применяется при условии, что жесткость  $EJ_z$  постоянна по всей длине балки.

Слагаемые, которые включают  $M, F, q$ , по знаку определяются в соответствии с правилами знаков, принятыми для определения  $M_x$  при расчете слева. При использовании метода начальных параметров необходимо выполнить следующие требования:

1. Начало координат принимается единым для всей балки (обычно в левом крайнем сечении балки);
2. Если равномерно распределенная нагрузка не доходит до рассматриваемого сечения, то ее необходимо продлить до этого сечения, а для сохранения равновесия приложить такую же по величине, но противоположного направления нагрузку. Эту контрнагрузку необходимо включить в уравнения.

Начальные параметры  $y_0$  и  $\theta_0$  определяются следующим образом. Если начало координат находится не на опоре (рис. 4.4, б), то составляем два дополнительных уравнения прогибов для двух опор, где заранее известно, что прогибы на опорах равны нулю. Если начало координат находится на концевой шарнирной опоре (рис. 4.4, в), то составляем одно дополнительное уравнение прогибов для другой опоры. Если начало координат находится в жесткой заделке (рис. 4.4, г), то дополнительные уравнения составлять не нужно.

При решении задач необходимо иметь в виду, что положительное направление оси  $y$  принято вверх. При этом условии положительное значение угла поворота соответствует вращению сечения против хода часовой стрелки, положительный прогиб направлен вверх.

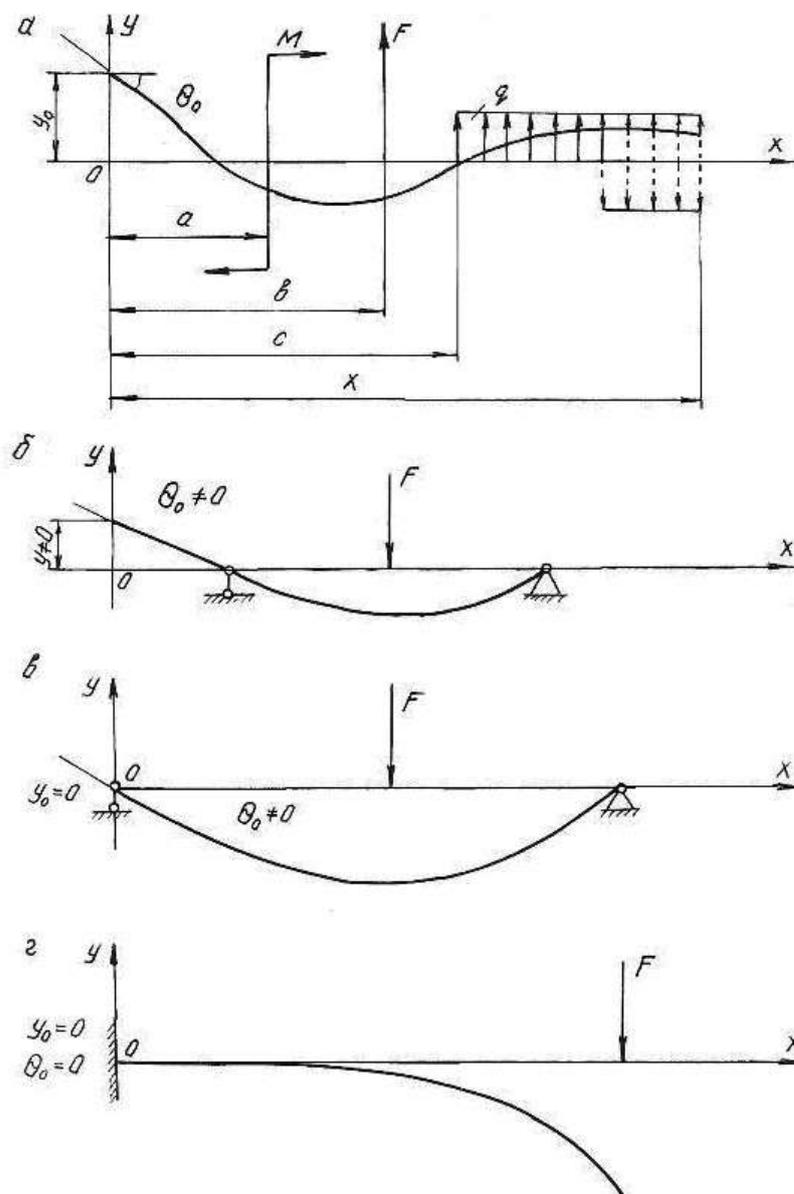


Рис. 4.4.

### Пример 4.3.

Для балки, изображенной на рис. 4.5, построить эпюры  $Q_x$  и  $M_x$ , подобрать поперечное двутавровое сечение (см. табл. П. 1) при  $\sigma_{adm} = 160$  МПа,  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа. По методу начальных параметров определить прогибы в сечениях  $C$  и  $D$  и угол поворота сечения  $B$ . Построить эпюру прогибов и провести проверку на жесткость при  $y_{adm} = (1/200)l = (1/200)4 = 0,02$  м = 2 см, где  $l$  – пролет балки.

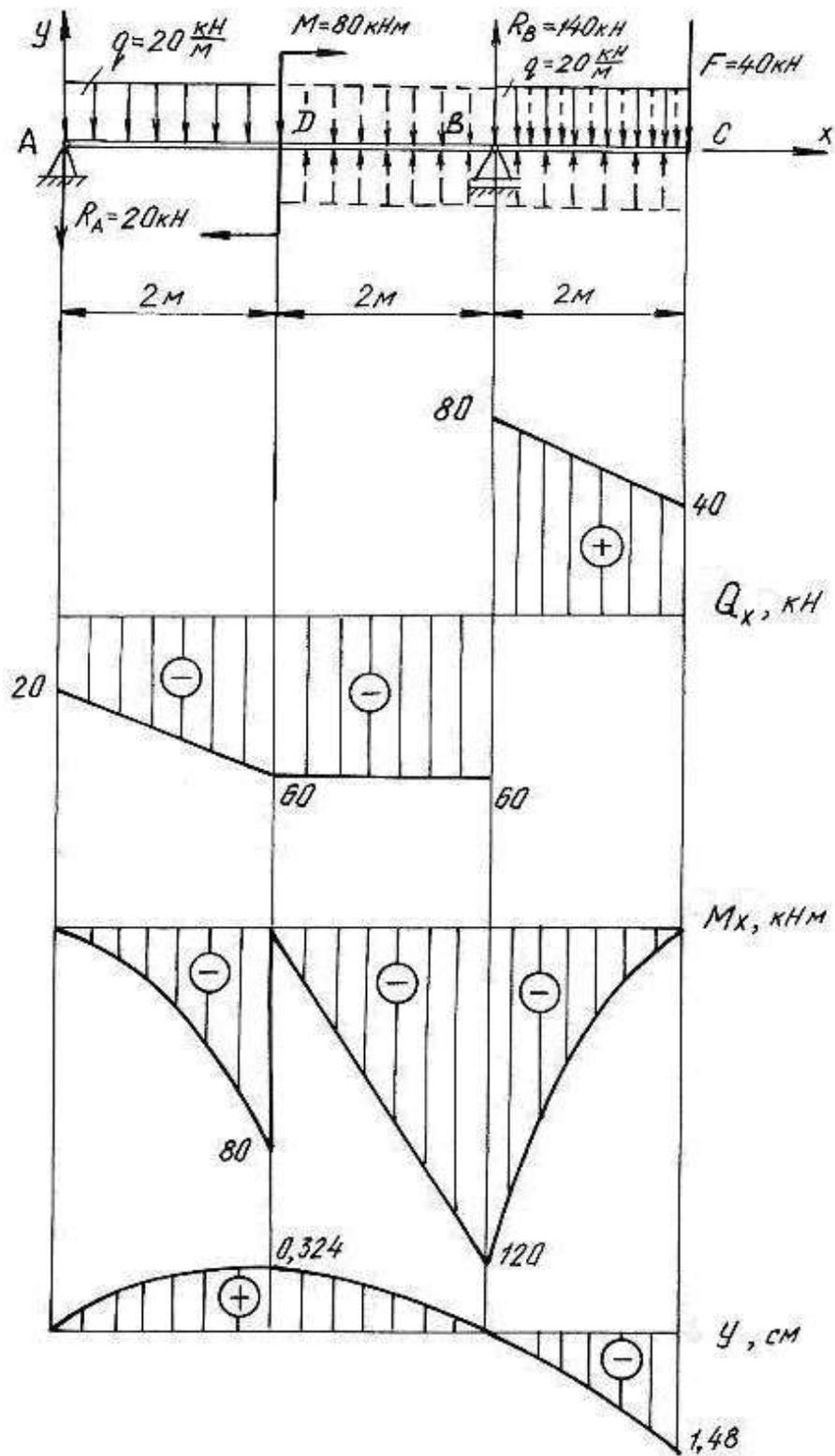


Рис. 4.5.

Решение.

Определим опорные реакции:

$$\sum M_B = 0, \quad R_A \cdot 4 + q \cdot 2 \cdot 3 - M - q \cdot 2 \cdot 1 - F \cdot 2 = 0;$$

$$R_A \cdot 4 + 20 \cdot 2 \cdot 3 - 80 - 20 \cdot 2 \cdot 1 - 40 \cdot 2 = 0; \quad R_A = 20 \text{ кН.}$$

$$\sum M_A = 0, \quad R_B \cdot 4 - q \cdot 2 \cdot 1 - M - q \cdot 2 \cdot 5 - F \cdot 6 = 0;$$

$$R_B \cdot 4 - 20 \cdot 2 \cdot 1 - 80 - 20 \cdot 2 \cdot 5 - 40 \cdot 6 = 0; \quad R_B = 140 \text{ кН.}$$

Проводим проверку

$$\sum Y = 0; \quad -R_A + R_B - q \cdot 2 - F - q \cdot 2 = 0;$$

$$-20 + 140 - 20 \cdot 2 - 40 - 20 \cdot 2 = 0; \quad 0 = 0$$

По контрольным правилам строим эпюры  $Q_x$  и  $M_x$ , и подбираем поперечное сечение при  $M_{\max} = 120 \text{ кН}$ .

$$W_z = \frac{M_{\max}}{\sigma_{\text{adm}}} = \frac{120 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,75 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 750 \text{ см}^3.$$

По таблице сортамента (см. табл. П.1) принимаем двутавр № 36:

$$J_z = J_x^{\text{табл.}} = 13380 \text{ см}^4 = 13380 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

Для определения перемещений помещаем начало координат на левой опоре (прогиб  $y_0 = 0$ , угол поворота  $\theta_0 \neq 0$ ). Составляем дополнительное уравнение прогибов для сечения  $B$  (при  $x_B = 4 \text{ м}$ ), где заранее известно, что прогиб на опоре  $y_B$  равен нулю.

Распределенная нагрузка обрывается в сечении  $D$ . Продолжим её до сечения  $B$ , в котором определяем перемещение, но, чтобы не нарушить прежнее равновесие, вводим уравновешивающую нагрузку обратного направления на участке  $BD$ .

$$EJ_z y_B = EJ_z \theta_0 x_B + \frac{M(x-2)^2}{2} - \frac{R_A(x_B-0)^3}{6} - \frac{q(x_B-0)^4}{24} + \frac{q(x_B-2)^4}{24};$$

$$0 = EJ_z \theta_0 \cdot 4 + \frac{80(4-2)^2}{2} - \frac{20(4-0)^3}{6} - \frac{20(4-0)^4}{24} + \frac{20(4-2)^4}{24}.$$

Последний член уравнения учитывает компенсирующую нагрузку. Подставляя числовые значения, получим  $EJ_z \theta_0 = EJ_z \theta_A = 63,3 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$ .

Определим прогибы на границах заданных участков. При определении прогиба в сечении  $C$  равномерно распределенную нагрузку необходимо продлить до этого сечения и уравновесить её.

В сечении  $C$  ( $x_C = 6 \text{ м}$ ):

$$EJ_Z y_C = EJ_Z \theta_0 x_C + \frac{M(x_C - 2)^2}{2} - \frac{R_A(x_C - 0)^3}{6} + \frac{R_B(x_C - 4)^3}{6} - \frac{q(x_C - 0)^4}{24} + \frac{q(x_C - 2)^4}{24} - \frac{q(x_C - 4)^4}{24};$$

$$EJ_Z y_C = 63,3 \cdot 6 + \frac{80 \cdot (6 - 2)^2}{2} - \frac{20 \cdot (6 - 0)^3}{6} + \frac{140 \cdot (6 - 4)^3}{6} - \frac{20 \cdot (6 - 0)^4}{24} + \frac{20 \cdot (6 - 2)^4}{24} - \frac{20 \cdot (6 - 4)^4}{24} = -393 \text{ кНм}^3;$$

$$y_C = \frac{-393 \cdot 10^3}{EJ_Z} = \frac{-393 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 13380 \cdot 10^{-8}} = -0,0148 \text{ м}; \quad y_C = -1,480 \text{ см};$$

в сечении  $D$  ( $x_D = 2$  м):

$$EJ_Z y_D = EJ_Z \theta_0 \cdot x_D - \frac{R_A(x_D - 0)^3}{6} - \frac{q(x_D - 0)^4}{24} = 63,3 \cdot 2 - \frac{20(2 - 0)^3}{6} - \frac{20(2 - 0)^4}{24} = 86,7 \text{ кНм}^3; \quad y_D = \frac{86,7 \cdot 10^3}{EJ_Z} = \frac{86,7 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 13380 \cdot 10^{-8}} = 0,00324 \text{ м} = 0,324 \text{ см}.$$

По полученным значениям прогибов строим изогнутую ось балки (см. рис. 4.5).

Определим угол поворота сечения  $B$  ( $x_B = 4$  м), продлив и уравновесив распределенную нагрузку

$$EJ_Z \theta_B = EJ_Z \theta_0 + \frac{M(x - 2)^1}{1} - \frac{R_A(x - 0)^2}{2} - \frac{q(x - 0)^3}{6} + \frac{q(x - 2)^3}{6} = 63,3 + \frac{80(4 - 2)^1}{1} - \frac{20(4 - 0)^2}{2} - \frac{20(4 - 0)^3}{6} + \frac{20(4 - 2)^3}{6} = -123 \text{ кНм}^2;$$

$$\theta_B = -\frac{123 \cdot 10^3}{EJ_Z} = -\frac{123 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 13380 \cdot 10^{-8}} = -46 \cdot 10^{-4} \text{ рад} = -46 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{180}{\pi} = -0,26^\circ = -0^\circ 15' 36''.$$

Максимальный прогиб балки  $y_{\max} = y_C = 1,480$  см.

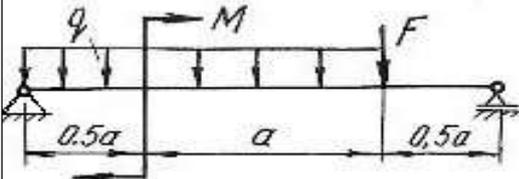
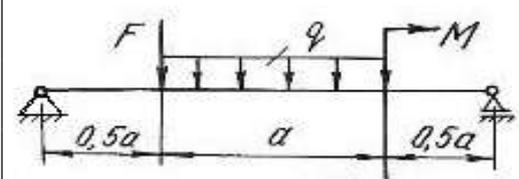
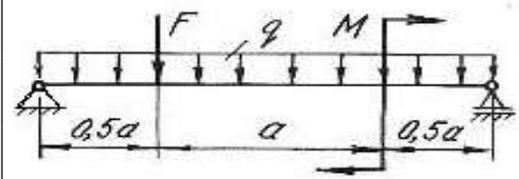
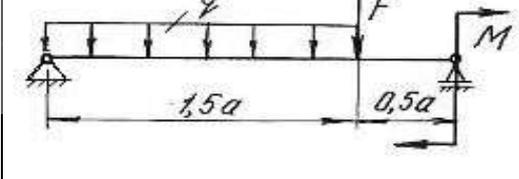
Таким образом,  $y_{\max} = 1,480$  см  $<$   $y_{\text{adm}} = 2$  см, следовательно, условие жесткости выполняется.

#### 4.4. Задания для расчета балок на жесткость

Для расчетной схемы (табл. 4.2) необходимо:

1. Построить по длине балки эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.
2. Подобрать поперечное сечение балки двутаврового профиля (см. табл. П. 1), материал – сталь при  $\sigma_{adm} = 160$  МПа.
3. Определить по методу начальных параметров величину прогибов балки в характерных сечениях и провести проверку балки на жесткость, приняв  $y_{adm} = (1/100)l$ .

Таблица 4.2

Схема балки и нагрузки	Вариант	$a$ , м	$q$ , кН/м	$M$ , кН·м	$F$ , кН
	1	1	10	30	20
	2	0,5	20	25	30
	3	1	10	10	16
	4	2	20	30	10
	5	0,5	30	15	12
	6	1	12	36	24
	7	2	6	12	10
	8	1	4	12	8
	9	0,5	10	20	16
	10	2	4	12	10
	11	1	20	24	12
	12	1	12	12	10
	13	2	10	4	10
	14	1	8	20	30

Продолжение табл. 4.2

Схема балки и нагрузки	Вариант	$a$ , м	$q$ , кН/м	$M$ , кН·м	$F$ , кН
	15	1	8	12	16
	16	1	12	14	10
	17	2	4	16	6
	18	1	10	18	24
	19	2	4	16	16
	20	0,5	20	32	24
	21	1	20	15	8
	22	2	8	14	4
	23	0,5	10	28	12
	24	1	24	10	10
	25	2	12	16	12
	26	0,5	4	18	24
	27	1	20	10	6
	28	2	10	8	16
	29	0,5	4	15	8
	30	1	2	6	4
	31	2	4	12	10
	32	0,5	8	12	18
	33	1	10	12	4
	34	2	12	18	12
	35	0,5	20	30	10

Продолжение табл. 4.2

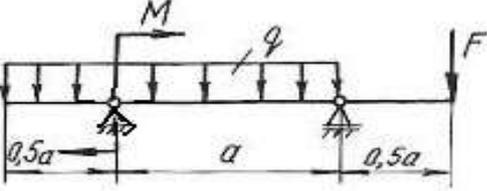
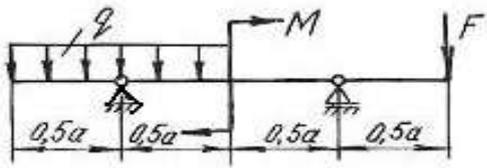
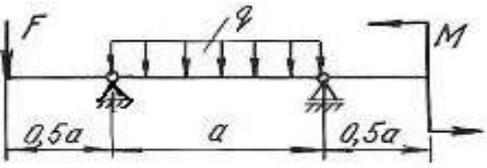
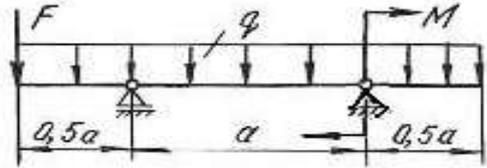
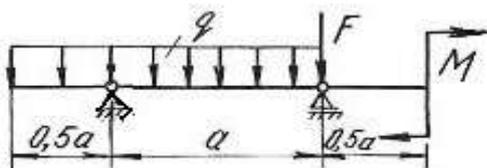
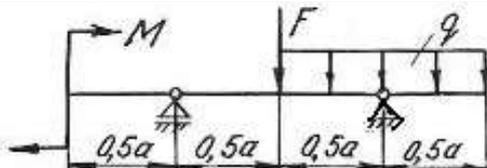
Схема балки и нагрузки	Вариант	$a$ , м	$q$ , кН/м	$M$ , кН·м	$F$ , кН
	36	1	20	12	8
	37	2	12	16	16
	38	1	40	24	20
	39	1	10	20	12
	40	2	4	12	8
	41	1	8	4	12
	42	1	24	12	8
	43	2	8	10	4
	44	1	12	24	20
	45	1	36	12	24
	46	2	32	16	20
	47	1	16	8	8
	48	1	16	18	10
	49	2	12	20	12
	50	1	32	10	6
	51	1	24	20	4
	52	2	4	24	16
	53	1	8	30	10

Схема балки и нагрузки	Вариант	$a$ , м	$q$ , кН/м	$M$ , кН·м	$F$ , кН
	54	1	10	12	6
	55	2	4	10	8
	56	0,5	8	8	4
	57	1	20	12	6
	58	2	12	36	8
	59	1	24	16	12
	60	1	10	40	16
	61	0,5	12	18	10
	62	2	4	36	12
	63	1	10	20	10
	64	1	12	16	8
	65	2	4	16	12
	66	1	12	10	20
	67	2	8	32	16
	68	0,5	24	12	12
	69	1	10	18	12
	70	2	8	36	16
	71	0,5	20	42	8

## Глава 5

# СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ НЕРАЗРЕЗНЫЕ МНОГОПРОЛЕТНЫЕ БАЛКИ И ПЛОСКИЕ РАМЫ

### 5.1. Статически неопределимые балки

Цельная балка, лежащая на нескольких опорах, называется неразрезной. С промежуточными опорами такая балка обычно соединена шарнирно. Концевые опоры могут быть или шарнирными или защемленными.

Неразрезные балки представляют собой статически неопределимые системы, так как для их расчета уравнений статики недостаточно. Эти балки могут быть рассчитаны с помощью теоремы о трех моментах или методом сил.

В данном разделе рассматривается решение неразрезной балки по методу сил.

Способ расчета статически неопределимых систем, при котором за «лишние» неизвестные принимаются силы или моменты, называется **методом сил**. Для расчета статически неопределимой балки необходимо раскрыть ее статическую неопределимость, для чего эту балку освобождают сначала от «лишних» связей, превращая ее тем самым в статически определимую (геометрически неизменяемую) систему, называемую основной системой. Она может быть получена путем введения необходимого количества шарниров, балочных опор, путем разреза контура (чаще для рам) и др.

Дополнительные уравнения для нахождения «лишних» неизвестных составляются из условий, что взаимные перемещения основной системы в местах приложения «лишних» неизвестных равны нулю (условия совместности деформаций – условия неразрезности).

Степень статической неопределимости балки соответствует количеству «лишних» неизвестных. В качестве «лишних» неизвестных можно принимать реакции на опорах балки или опорные моменты. Для многопролетных неразрезных балок за «лишние» неизвестные удобнее принять опорные моменты. Опорными моментами называют суммарные моменты внутренних сил упругости, возникающих в поперечных сечениях над опорами.

На рис. 5.1, *a* показана дважды статически неопределимая балка. За «лишние» неизвестные приняты опорные моменты на первой и второй опорах. Моменты на нулевой и третьей опорах равны нулю (рис. 5.1, *б*).

Для определения «лишних» неизвестных воспользуемся условием:

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= 0, \\ \Delta_2 &= 0,\end{aligned}\tag{5.1}$$

где  $\Delta_1$  – суммарное возможное перемещение центра тяжести поперечного сечения от всех внешних нагрузок и от всех «лишних» неизвестных по направле-

нию действия первой «лишней» неизвестной  $X_1$ ;  $\Delta_2$  – суммарное возможное перемещение центра тяжести поперечного сечения от всех внешних нагрузок и от всех «лишних» неизвестных по направлению действия второй «лишней» неизвестной  $X_2$ .

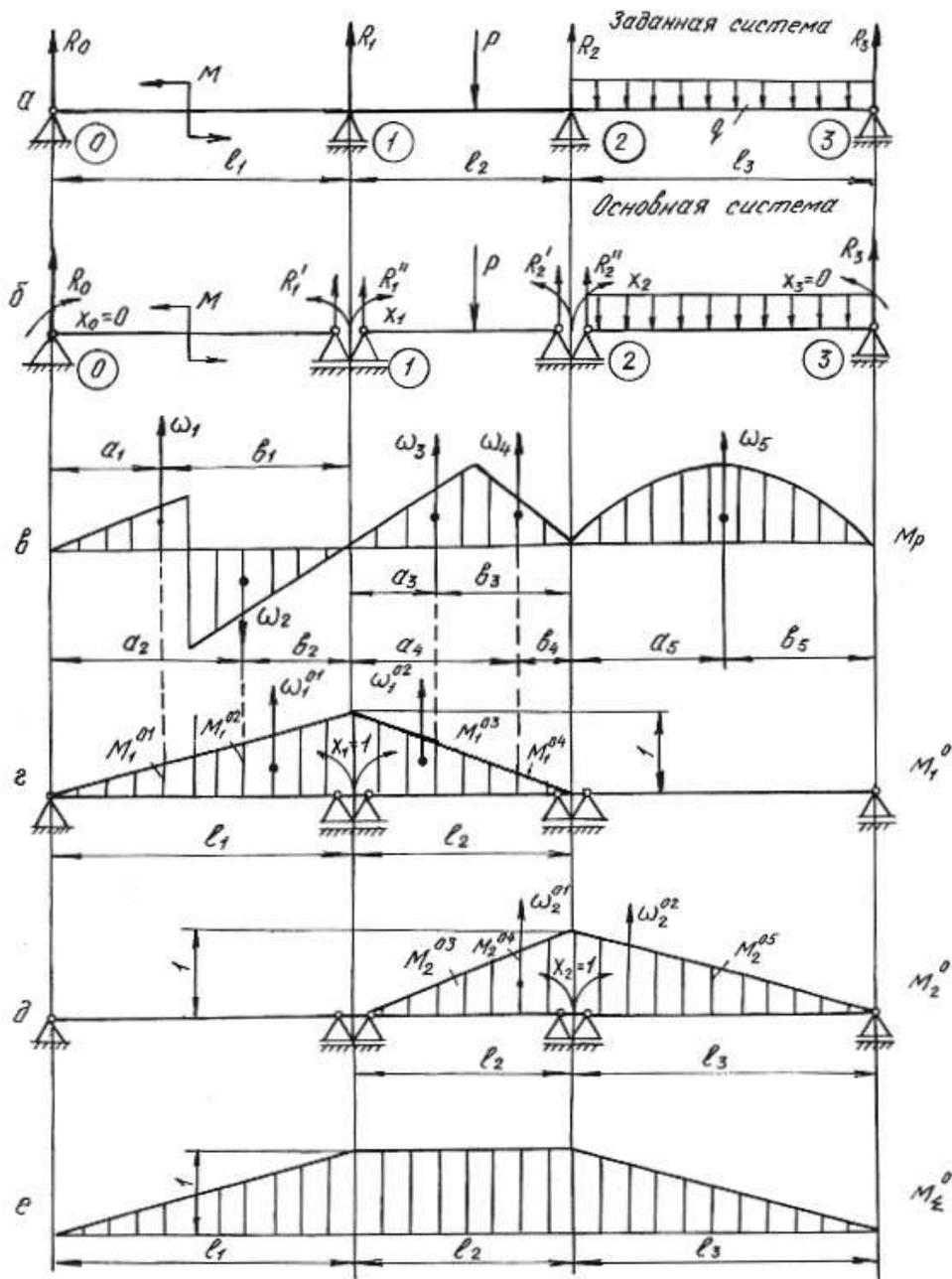


Рис. 5.1.

Эти перемещения в силу принципа независимости действия сил можно представить как сумму перемещений от каждой отдельной силы, приложенной к системе, т. е. от внешней нагрузки, обобщенно обозначаемой буквой  $P$ , и от неизвестных  $X_1, X_2$ , приложенных на опорах основной системы. Указанные пе-

ремещения выражаются через неизвестные  $X_1, X_2$ , нагрузку  $P$  и перемещения от единичных сил  $X_1=1, X_2=1$ .

$$\begin{aligned}\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1p} &= 0, \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} &= 0.\end{aligned}\tag{5.2}$$

Эти уравнения носят название канонических уравнений метода сил. Число их равно степени статической неопределимости системы. На примере первого уравнения рассмотрим обозначения:

$\delta_{11}$  – возможное перемещение центра тяжести поперечного сечения от действия единичной силы  $X_1 = 1$  по направлению действия первой «лишней» неизвестной  $X_1$ ;

$\delta_{11}X_1$  – возможное перемещение, вызванное действием  $X_1$  по ее направлению;

$\delta_{12}$  – возможное перемещение от единичной нагрузки  $X_2 = 1$  по направлению  $X_1$ ;

$\delta_{12}X_2$  – возможное перемещение от второй «лишней» неизвестной  $X_2$  по направлению  $X_1$ ;

$\Delta_{1p}$  – возможное перемещение от всех внешних нагрузок по направлению «лишней» неизвестной  $X_1$ .

Коэффициенты канонических уравнений с одинаковыми числовыми индексами  $\delta_{11}, \delta_{22}$  называются *главными коэффициентами*. Они всегда положительны. Коэффициенты с разными числовыми индексами  $\delta_{21}, \delta_{12}$  называются *побочными*. Они могут быть положительными или отрицательными. На основании теоремы о взаимности перемещений побочные коэффициенты  $\delta_{21} = \delta_{12}$ .

Свободные члены канонических уравнений  $\Delta_{1p}$ , и  $\Delta_{2p}$  еще называют *грузовыми членами*, так как они представляют собой перемещения от внешних нагрузок.

Для вычисления коэффициентов и грузовых членов канонических уравнений строим эпюры изгибающих моментов от единичных нагрузок (единичные эпюры) – рис. 5.1, *г, д* и эпюры изгибающих моментов от внешних нагрузок (грузовые эпюры) – рис. 5.1, *в*.

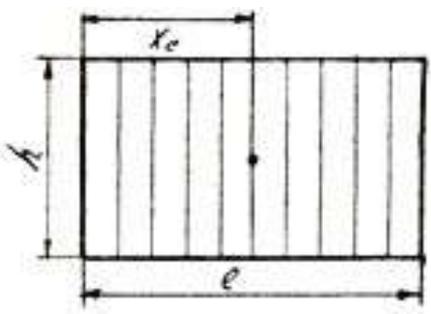
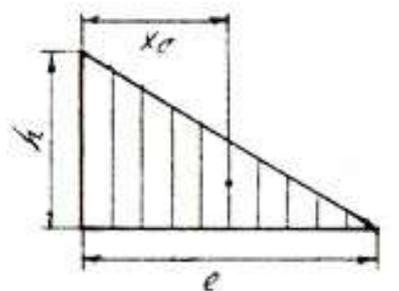
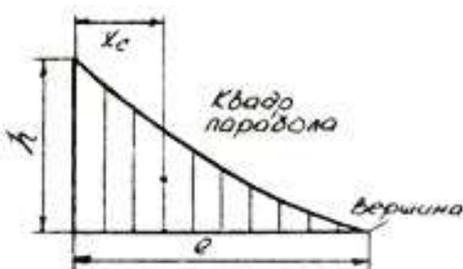
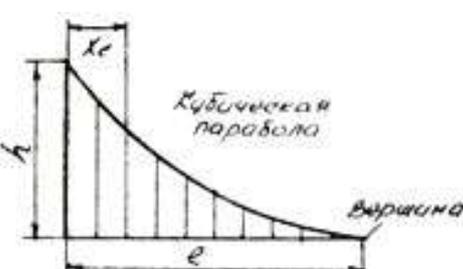
Коэффициенты уравнений и свободные члены находим путем перемножения эпюр по формуле Верещагина (или по формуле Симпсона)

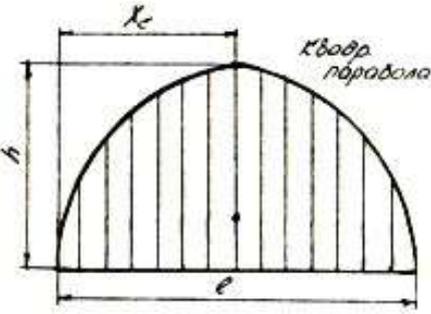
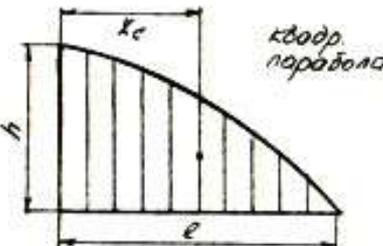
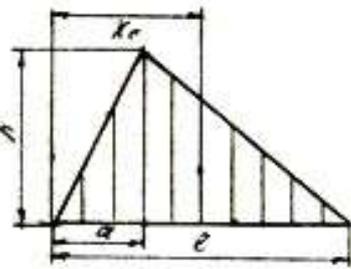
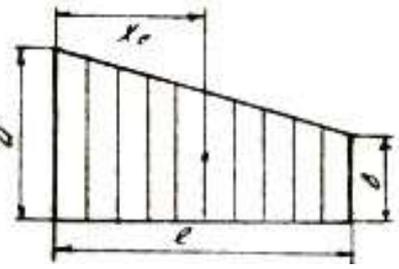
$$\delta = \frac{1}{EJ} \sum \omega M_c^0,\tag{5.3}$$

где  $\omega$  – площадь эпюры изгибающих моментов;  $M_c^0$  – ордината из единичной эпюры напротив центра тяжести грузовой эпюры;  $EJ$  – жесткость балки при изгибе.

Формулы для определения площадей и координат их центров тяжести приведены в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Фигура	$\omega$	$x_c$
	$lh$	$\frac{1}{2}l$
	$\frac{1}{2}lh$	$\frac{1}{3}l$
	$\frac{1}{3}lh$	$\frac{1}{4}l$
	$\frac{1}{4}lh$	$\frac{1}{5}l$

Фигура	$\omega$	$x_c$
	$\frac{2}{3}lh$	$\frac{1}{2}l$
	$\frac{2}{3}lh$	$\frac{3}{8}l$
	$\frac{1}{2}lh$	$\frac{a+l}{3}$
	$l \frac{a+b}{2}$	$\frac{(a+2b)}{3(a+b)}l$

Главные коэффициенты  $\delta_{11}$  и  $\delta_{22}$  находим в результате перемножения единичных эпюр  $M_1^0$ ,  $M_2^0$  самих на себя

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ} \sum \omega_1^0 M_{c1}^0 = \frac{1}{EJ} \left( \frac{1}{2} l_1 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) + \frac{1}{EJ} \left( \frac{1}{2} l_2 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = \frac{1}{EJ} \left( \frac{l_1}{3} + \frac{l_2}{3} \right);$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EJ} \sum \omega_2^0 M_{c2}^0 = \frac{1}{EJ} \left( \frac{1}{2} l_2 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) + \frac{1}{EJ} \left( \frac{1}{2} l_3 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = \frac{1}{EJ} \left( \frac{l_2}{3} + \frac{l_3}{3} \right);$$

Побочные коэффициенты находим путем взаимного перемножения указанных единичных эпюр.

Для определения коэффициента  $\delta_{12}$  берется площадь эпюры  $M_2^0$  на участке длиной  $l_2$ , которая умножается на ординату с эпюры  $M_1^0$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EJ} \sum \omega_2^0 M_{c1}^0 = \frac{1}{EJ} \sum \omega_1^0 M_{c2}^0 = \frac{1}{EJ} \left( \frac{1}{2} l_2 \cdot 1 \right) \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{l_2}{6 \cdot EJ}.$$

Свободные члены уравнений находим путем умножения грузовых эпюр  $M_p$  на единичные  $M_1^0$  и  $M_2^0$

$$\begin{aligned} \Delta_{1p} &= \frac{1}{EJ} \sum \omega_p M_{c1}^0 = \frac{1}{EJ} \left( \omega_1 M_1^{01} - \omega_2 M_1^{02} + \omega_3 M_1^{03} + \omega_4 M_1^{04} \right) = \\ &= \frac{1}{EJ} \left( \omega_1 \frac{a_1}{l_1} - \omega_2 \frac{a_2}{l_1} + \omega_3 \frac{b_3}{l_2} + \omega_4 \frac{b_4}{l_2} \right), \end{aligned}$$

где  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$  – площади грузовых эпюр;  $M_1^{01}, M_1^{02}, M_1^{03}, M_1^{04}$  – ординаты, взятые из единичной эпюры  $M_1^0$  напротив центров тяжести указанных площадей.

$$\begin{aligned} \Delta_{2p} &= \frac{1}{EJ} \sum \omega_p M_{c2}^0 = \frac{1}{EJ} \left( \omega_3 M_2^{03} + \omega_4 M_2^{04} + \omega_5 M_2^{05} \right) = \\ &= \frac{1}{EJ} \left( \omega_3 \frac{a_3}{l_2} + \omega_4 \frac{a_4}{l_2} + \omega_5 \frac{b_5}{l_3} \right). \end{aligned}$$

После подстановки найденных перемещений в канонические уравнения получим

$$\frac{1}{EJ} \left( \frac{l_1}{3} + \frac{l_2}{3} \right) X_1 + \frac{l_2}{6EJ} X_2 + \frac{1}{EJ} \left( \omega_1 \frac{a_1}{l_1} - \omega_2 \frac{a_2}{l_1} + \omega_3 \frac{b_3}{l_2} + \omega_4 \frac{b_4}{l_2} \right) = 0;$$

$$\frac{l_2}{6EJ} X_1 + \frac{1}{EJ} \left( \frac{l_2}{3} + \frac{l_3}{3} \right) X_2 + \frac{1}{EJ} \left( \omega_3 \frac{a_3}{l_2} + \omega_4 \frac{a_4}{l_2} + \omega_5 \frac{b_5}{l_3} \right) = 0.$$

Во избежание ошибок при определении «лишних» неизвестных необходимо проверить правильность определения коэффициентов и свободных членов канонических уравнений. Для этого необходимо построить суммарную эпюру единичных моментов  $M_\Sigma^0$ .

При умножении по правилу Верещагина суммарной единичной эпюры  $M_{\Sigma}^0$  на единичную эпюру  $M_1^0$  должна получиться сумма коэффициентов первого канонического уравнения

$$\delta_{11} + \delta_{12} = \frac{1}{EJ} \left( \frac{1}{2} l_1 \cdot 1 \frac{2}{3} \cdot 1 \right) + \frac{1}{EJ} \left( l_2 \cdot 1 \frac{1}{2} \cdot 1 \right) = \frac{1}{EJ} \left( \frac{l_1}{3} + \frac{l_2}{2} \right).$$

При умножении суммарной эпюры  $M_{\Sigma}^0$  на эпюру  $M_2^0$  должна получиться сумма коэффициентов второго канонического уравнения

$$\delta_{21} + \delta_{22} = \frac{1}{EJ} \left( \frac{1}{2} l_3 \cdot 1 \frac{2}{3} \cdot 1 \right) + \frac{1}{EJ} \left( l_2 \cdot 1 \frac{1}{2} \cdot 1 \right) = \frac{1}{EJ} \left( \frac{l_3}{3} + \frac{l_2}{2} \right).$$

Эта проверка называется построчной.

Произведение суммарной единичной эпюры самой на себя должно быть равным сумме всех коэффициентов канонических уравнений

$$\begin{aligned} \delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{21} + \delta_{22} &= \frac{1}{EJ} \left( \frac{1}{2} l_1 \cdot 1 \frac{2}{3} \cdot 1 \right) + \frac{1}{EJ} (l_2 \cdot 1 \cdot 1) + \frac{1}{EJ} \left( \frac{1}{2} l_3 \cdot 1 \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = \\ &= \frac{1}{EJ} \left( \frac{l_1}{3} + l_2 + \frac{l_3}{3} \right). \end{aligned}$$

Эта проверка называется универсальной.

Правильность определения грузовых членов уравнений состоит в следующем: их сумма должна равняться произведению грузовой эпюры  $M_p$  на суммарную единичную эпюру  $M_{\Sigma}^0$

$$\Delta_{1p} + \Delta_{2p} = \frac{1}{EJ} \left( \omega_1 \frac{a_1}{l_1} - \omega_2 \frac{a_2}{l_1} + \omega_3 \cdot 1 + \omega_4 \cdot 1 + \omega_5 \frac{b_5}{l_3} \right).$$

Убедившись в правильности определения коэффициентов и свободных членов уравнений методом последовательного исключения, находим «лишние» неизвестные  $X_1$  и  $X_2$  из канонических уравнений. При правильном определении «лишних» неизвестных после их подстановки в канонические уравнения, последние должны обращаться в тождества.

Учитывая опорные моменты и внешние нагрузки, определяют по уравнениям статики опорные реакции, строят эпюру поперечных сил  $Q_x$  и эпюру изгибающих моментов  $M_x$ .

Порядок решения неразрезной балки методом сил сводится к следующему:

1. Определяют степень статической неопределимости балки;
2. Выбирают основную систему (тем самым выбирают «лишние» неизвестные);
3. По числу «лишних» неизвестных составляются канонические уравнения;

4. Строят эпюры изгибающих моментов от действующих на основную систему внешних нагрузок – грузовые эпюры;
5. В местах действия «лишних» неизвестных и по направлению их действия прикладывают единичные моменты и строят эпюры изгибающих моментов от этих единичных моментов – единичные эпюры;
6. Вычисляют главные, побочные коэффициенты и свободные члены канонических уравнений и проверяют правильность их вычисления;
7. Методом последовательного исключения неизвестных решают канонические уравнения и определяют «лишние» неизвестные с последующей проверкой;
8. С помощью уравнений равновесия определяют опорные реакции заданной балки с последующей проверкой;
9. Строят эпюры поперечных сил  $Q_x$  и изгибающих моментов  $M_x$ ;
10. Подбирают поперечное сечение балки заданного профиля;
11. Производят проверку на прочность и жесткость балки, если это требуется по условию задачи.

### Пример 5.1.

Для заданной схемы стальной неразрезной балки (рис. 5.2, а) требуется:

1. Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов;
2. Подобрать поперечное сечение двутаврового профиля (см. табл. П. 1), если  $\sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}$ ,  $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ .

*Решение.*

Определяем степень статической неопределимости балки. Она равна двум (числу опор без двух плюс единица из-за наличия жесткой заделки) и выбираем основную систему.

В качестве «лишних» неизвестных принимаются опорные моменты. Основная система показана на рис. 5.2, б.

Составляем канонические уравнения:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1p} = 0,$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} = 0.$$

Для определения главных, побочных коэффициентов и свободных членов уравнений строим единичные эпюры  $M_1^0$  (рис. 5.2, г),  $M_2^0$  (рис. 5.2, д) и суммарную единичную эпюру  $M_\Sigma^0$  (рис. 5.2, е). Грузовые эпюры  $M_p$  представлены на рис. 5.2, в.

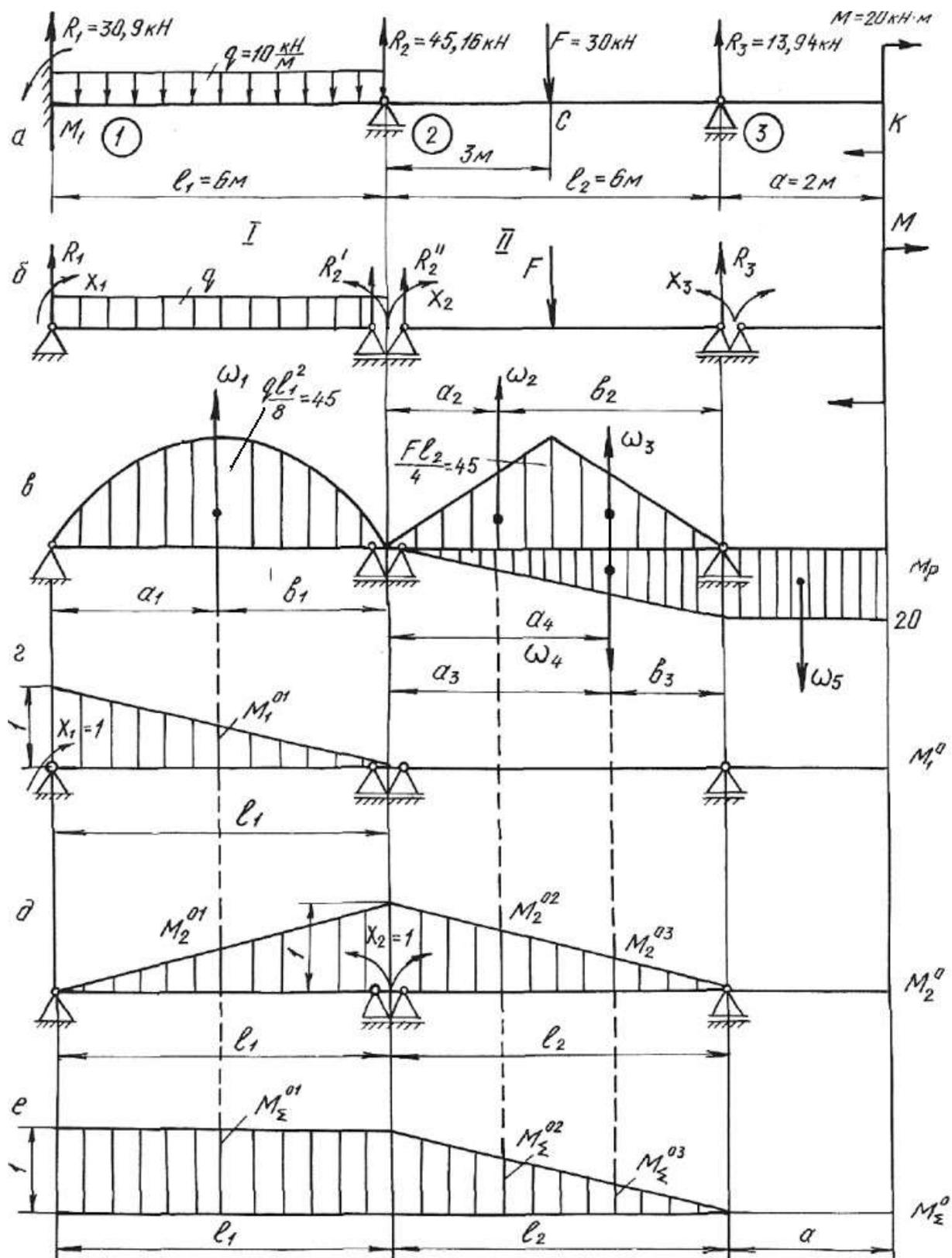


Рис. 5.2.

Путем умножения эюр  $M_1^0$  и  $M_2^0$  самих на себя, находим значения главных коэффициентов:

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ} \left( \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot l_1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = \frac{1}{EJ} \left( \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = \frac{2,0}{EJ};$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EJ} \left( \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot l_1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot l_2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = \frac{1}{EJ} (2,0 + 2,0) = \frac{4,0}{EJ}.$$

Побочные коэффициенты определяем путем взаимного перемножения единичных эюр  $M_1^0$  и  $M_2^0$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EJ} \left( \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot l_1 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \right) = \frac{1}{EJ} \left( \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \right) = \frac{1}{EJ}.$$

Находим свободные (грузовые) члены уравнений, перемножая эюры изгибающих моментов от внешних нагрузок на единичные эюры.

Площади грузовых эюр:

$$\omega_1 = \frac{2}{3} h_1 l_1 = \frac{2}{3} \cdot 4,5 \cdot 10^4 \cdot 6 = 18 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{м}^2;$$

$$\omega_2 = \omega_3 = \frac{1}{2} h_2 \frac{l_2}{2} = \frac{1}{2} \cdot 4,5 \cdot 10^4 \cdot 3 = 6,75 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{м}^2;$$

$$\omega_4 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 6 = 6 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{м}^2.$$

Расстояния  $a_1 = b_1 = 3$  м;  $a_2 = b_3 = 2$  м;  $b_2 = a_3 = 4$  м;  $a_4 = 4$  м.

$$\Delta_{1p} = \frac{1}{EJ} \left( \omega_1 M_1^{01} \right) = \frac{1}{EJ} \left( 18 \cdot 10^4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \right) = \frac{9 \cdot 10^4}{EJ},$$

где  $M_1^{01}$  – ордината единичной эюры  $M_1^0$  напротив центра тяжести площади грузовой эюры  $\omega$ :

$$\Delta_{2p} = \frac{1}{EJ} \left( \omega_1 M_2^{01} + \omega_2 M_2^{02} + \omega_3 M_2^{03} - \omega_4 M_2^{04} \right) =$$

$$= \frac{1}{EJ} \left( 18 \cdot 10^4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 - 6 \cdot 10^4 \cdot \frac{2}{6} + 6,75 \cdot 10^4 \cdot \frac{4}{6} + 6,75 \cdot 10^4 \cdot \frac{2}{6} \right) =$$

$$= \frac{15,75 \cdot 10^4}{EJ} - \frac{2 \cdot 10^4}{EJ} = \frac{13,75 \cdot 10^4}{EJ},$$

где  $M_2^{01}$ ,  $M_2^{02}$ ,  $M_2^{03}$ ,  $M_2^{04}$  – ординаты единичной эюры  $M_2^0$  напротив центров тяжести площадей грузовых эюр  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$ ,  $\omega_4$ .

Производим проверку правильности определения коэффициентов и свободных членов уравнений, для чего строим суммарную единичную эюру  $M_{\Sigma}^0$ .

*Построчная проверка.* Перемножая суммарную единичную эпюру  $M_{\Sigma}^0$  на единичную эпюру  $M_1^0$ , должны получить сумму коэффициентов первого канонического уравнения

$$\delta_{11} + \delta_{12} = \frac{1}{EJ} \left( 1 \cdot l_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 + 0 \right) = \frac{3}{EJ}.$$

При перемножении эпюры  $M_{\Sigma}^0$  на единичную эпюру  $M_2^0$  должны получить сумму коэффициентов второго канонического уравнения:

$$\delta_{21} + \delta_{22} = \frac{1}{EJ} \left( 1 \cdot l_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot l_2 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = \frac{1}{EJ} \left( 1 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = \frac{5,00}{EJ}.$$

*Универсальная проверка.* Умножаем суммарную единичную эпюру  $M_{\Sigma}^0$  саму на себя. Должны получить сумму всех коэффициентов канонических уравнений:

$$\delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{21} + \delta_{22} = \frac{1}{EJ} \left( 1 \cdot l_1 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot l_2 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = \frac{1}{EJ} \left( 1 \cdot 6 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \right) = \frac{8,00}{EJ}.$$

Проводим проверку правильности определения грузовых членов уравнений.

Перемножением грузовой эпюры  $M_p$  на суммарную единичную эпюру  $M_{\Sigma}^0$  должны получить сумму свободных членов уравнений:

$$\begin{aligned} \Delta_{1p} + \Delta_{2p} &= \frac{1}{EJ} \left( \omega_1 M_{\Sigma}^{01} + \omega_2 M_{\Sigma}^{02} + \omega_3 M_{\Sigma}^{03} - \omega_4 M_{\Sigma}^{04} \right) = \\ &= \frac{1}{EJ} \left( 18 \cdot 10^4 \cdot 1 + 6,75 \cdot 10^4 \cdot \frac{4}{6} + 6,75 \cdot 10^4 \cdot \frac{2}{6} - 6 \cdot 10^4 \cdot \frac{2}{6} \right) = \frac{22,75 \cdot 10^4}{EJ}. \end{aligned}$$

Подставляем коэффициенты и свободные члены в канонические уравнения:

$$\frac{2,00}{EJ} X_1 + \frac{1,00}{EJ} X_2 + \frac{9 \cdot 10^4}{EJ} = 0.$$

$$\frac{1,00}{EJ} X_1 + \frac{4,0}{EJ} X_2 + \frac{13,75 \cdot 10^4}{EJ} = 0.$$

После сокращения на жесткость получаем:

$$2,00 X_1 + 1,00 X_2 + 9 \cdot 10^4 = 0.$$

$$1,00 X_1 + 4,00 X_2 + 13,75 \cdot 10^4 = 0.$$

Решая совместно эти уравнения, находим:

$$X_1 = M_1 = -3,18 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{м} = -31,8 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$X_2 = M_2 = -2,64 \cdot 10^4 \text{ Нм} = -26,4 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

На опоре № 3 (см. рис. 5.2, а) опорный момент будет равен моменту  $M$  со знаком минус:

$$X_3 = M_3 = -20 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Подставив найденные значения «лишних» неизвестных в канонические уравнения, убеждаемся в том, что эти уравнения превращаются в тождества.

Определяем опорные реакции заданной балки из уравнений статики:

$$\sum M_1^I = 0; \quad R_2^1 l_1 + M_2 - \frac{q l_1^2}{2} - M_1 = 0;$$

$$R_2' = -\frac{M_2}{l_1} + \frac{q l_1}{2} + \frac{M_1}{l_1} = \frac{26,4}{6} + \frac{10 \cdot 6}{2} - \frac{31,8}{6} = 29,1 \text{ кН}.$$

$$\sum M_2^I = 0; \quad -R_1 l_1 - M_1 + \frac{q l_1^2}{2} + M_2 = 0;$$

$$R_1 = -\frac{M_1}{l_1} + \frac{q l_1}{2} + \frac{M_2}{l_1} = \frac{31,8}{6} + \frac{10 \cdot 6}{2} - \frac{26,4}{6} = 30,9 \text{ кН}.$$

$$\sum M_2^{II} = 0; \quad M_3 + R_3 l_3 - F \frac{l_2}{2} - M_2 = 0;$$

$$R_3 = -\frac{M_3}{l_2} + \frac{F}{2} + \frac{M_2}{l_2} = \frac{20}{6} + \frac{30}{2} - \frac{26,4}{6} = 13,94 \text{ кН}.$$

$$\sum M_3^{II} = 0; \quad -M_2 - R_2^2 l_2 + P \frac{l_2}{2} + M_3 = 0;$$

$$R_2'' = -\frac{M_2}{l_2} + \frac{F}{2} + \frac{M_3}{l_2} = \frac{26,4}{6} + \frac{30}{2} - \frac{20}{6} = 16,06 \text{ кН}.$$

Окончательно:

$$R_1 = 30,9 \text{ кН}; \quad R_2 = R_2' + R_2'' = 29,1 + 16,06 = 45,16 \text{ кН}; \quad R_3 = 13,94 \text{ кН}.$$

Проверка:

$$\sum Y = 0; \quad R_1 + R_2 + R_3 - F - q \cdot l_1 = 0; \quad 30,9 + 45,16 + 13,94 - 30 - 10 \cdot 6 = 0.$$

Строим эпюру поперечных сил  $Q_x$  и эпюру изгибающих моментов  $M_x$  по правилам, принятым при построении эпюр для статически определимых балок (рис. 5.3).

$$Q_1 = R_1 = 30,9 \text{ кН};$$

$$Q_2 = R_1 - q \cdot l_1 = 30,9 - 10 \cdot 6 = -29,1 \text{ кН};$$

Затем скачок вверх на  $R_2 = 45,16 \text{ кН}$ .

На участке от опоры 2 до сечения  $C$ :  $Q_x = 16,06 \text{ кН}$ .

Затем скачок вниз в сечении  $C$  на силу  $F$ ,  $Q_C = 16,06 - 30 = -13,94 \text{ кН}$ .

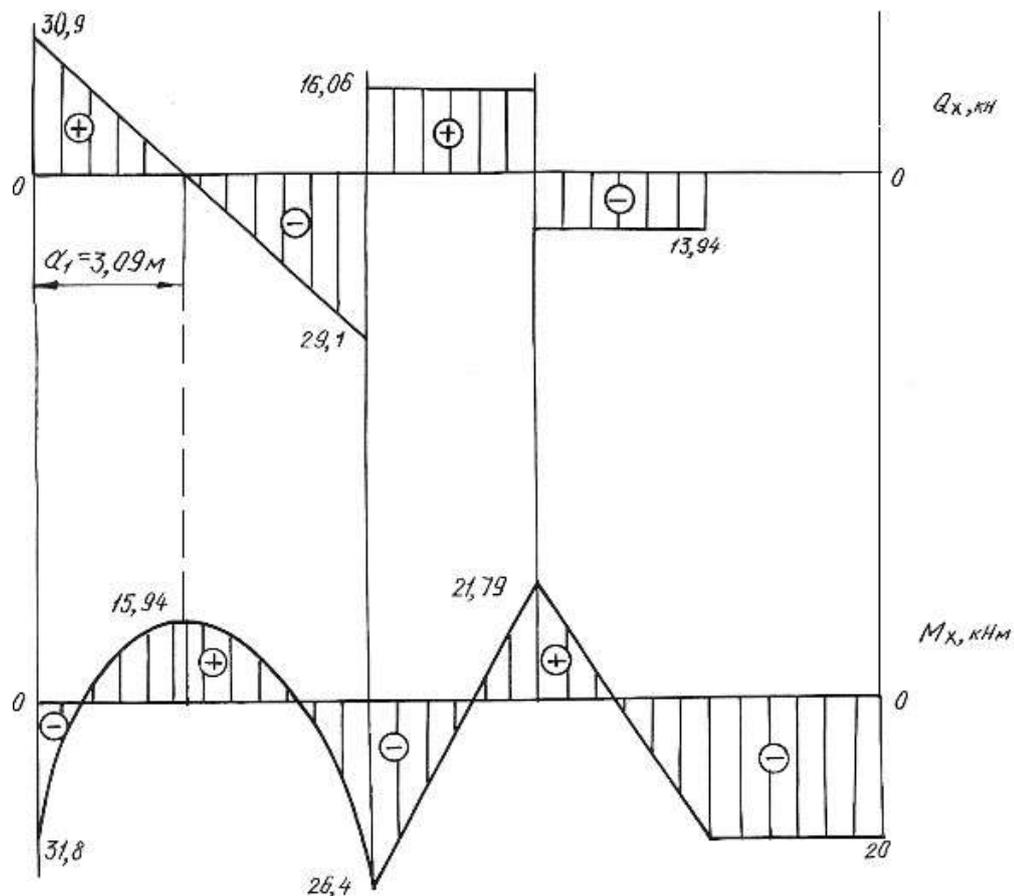


Рис. 5.3.

Находим расстояние  $a$

$$\frac{30,9}{a_1} = \frac{29,1}{6 - a_1}, \quad a_1 = 3,09 \text{ м.}$$

На участке от сечения  $C$  до опоры 3

$$Q_{C-3} = -13,94 \text{ кН.}$$

В левом крайнем сечении  $M_x = -M_1 = -31,8 \text{ кН} \cdot \text{м.}$

При  $x = a_1 = 3,09 \text{ м}$

$$M_x = R_1 a_1 - \frac{q a_1^2}{2} - M_1 = 30,9 \cdot 3,09 - \frac{10 \cdot 3,09^2}{2} - 31,8 = 15,94 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

В сечении над опорой 2

$$M_x = -M_1 + R_1 l_1 - \frac{q l_1^2}{2} = -31,8 + 30,9 \cdot 6 - \frac{10 \cdot 6^2}{2} = -26,4 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

До сечения  $C$  расчет производим справа:

$$M_k = -M = -20 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$M_C = -M + R_3 \cdot 3 = -20 + 13,93 \cdot 3 = 21,79 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

На участке балки от сечения  $K$  до опоры 3:  $M_x = -20 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

По сортаменту проката в соответствии с ГОСТ 8239-89 подбираем поперечное сечение двутаврового профиля, используя условие прочности

$$M_{\max} \leq \sigma_{\text{adm}} \cdot W_{\text{н.о.}},$$

откуда  $W_{\text{н.о.}} \geq \frac{M_{\max}}{\sigma_{\text{adm}}} = \frac{31,8 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 1,98 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 198 \text{ см}^3$ .

Принимаем двутавр № 20а, для которого  $W_{\text{н.о.}} = W_x^{\text{табл.}} = 203 \text{ см}^3$ ,  
 $J_{\text{н.о.}} = J_x^{\text{табл.}} = 2030 \text{ см}^4$ ,  $A = 28,9 \text{ см}^2$ .

## 5.2. Задания для расчета статически неопределимых балок

Для заданной схемы неразрезной балки при заданных значениях длин и нагрузок в соответствии с указанным номером варианта требуется:

1. Определить степень статической неопределимости балки, выбрать основную систему.
2. Составить канонические уравнения по методу сил.
3. Вычислить коэффициенты при неизвестных и свободные члены канонических уравнений. Проверить правильность их определения.
4. После определения неизвестных построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.
5. Подобрать поперечное сечение балки двутаврового профиля (см. табл. П. 1) при  $\sigma_{\text{adm}} = 160 \text{ МПа}$ . Данные для расчета взять из табл. 5.2.

Таблица 5.2

Схема закрепления и нагружения балки	Номер варианта	$M$ , кН·м	$F$ , кН	$q$ , кН/м	$l_1$ , м	$l_2$ , м	$a$ , м
	1	10	10	15	3,5	5,0	0,5
	2	20	11	15	2,5	4,0	0,5
	3	30	12	15	4,0	4,0	0,5
	4	15	13	10	3,0	5,5	0,5
	5	20	14	10	3,5	5,0	0,5
	6	25	15	10	2,5	5,0	0,4

Продолжение табл. 5.2

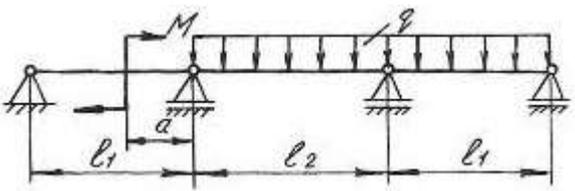
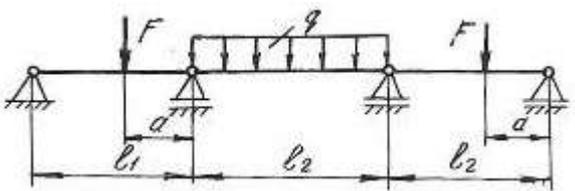
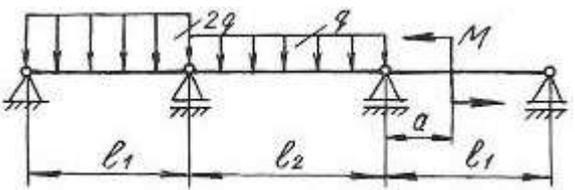
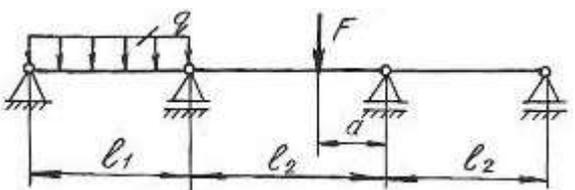
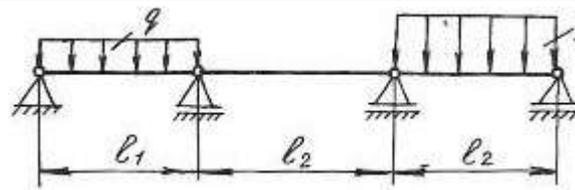
Схема закрепления и нагружения балки	Номер варианта	$M$ , кН·м	$F$ , кН	$q$ , кН/м	$l_1$ , м	$l_2$ , м	$a$ , м
	7	10	10	10	5,0	5,0	0,4
	8	15	11	15	3,5	6,0	0,6
	9	20	12	20	3,5	5,0	0,4
	10	10	15	20	4,0	5,0	0,4
	11	20	20	10	2,0	5,0	0,5
	12	30	25	10	3,0	4,0	0,6
	13	30	11	15	2,0	5,0	0,4
	14	40	10	15	4,5	5,0	0,5
	15	20	12	15	3,5	5,5	0,6
	16	15	12	10	3,5	4,5	0,5
	17	20	10	10	2,6	5,2	0,4
	18	25	11	10	2,0	5,0	0,8
	19	25	20	20	3,5	6,0	0,5
	20	20	25	15	3,0	5,5	0,8
	21	15	10	10	3,5	3,5	0,8
	22	20	10	10	3	5	0,5
	23	30	11	10	4	6	0,4
	24	25	12	10	5	6	0,6
	25	20	15	10	2	3	0,4
	26	30	16	10	3	4	0,5
	27	40	20	10	4	5	0,6

Схема закрепления и нагружения балки	Номер варианта	$M$ , кН·м	$F$ , кН	$q$ , кН/м	$l_1$ , м	$l_2$ , м	$a$ , м
	28	15	10	15	3	5	0
	29	20	15	15	4	6	0,5
	30	25	20	15	5	6	0,4
	31	30	12	20	2	3	0,4
	32	35	14	15	3	4	0,5
	33	40	16	20	2,5	5	0,6
	34	10	20	10	3	5,5	0,4
	35	15	15	15	2,5	4	0,5
	36	20	10	20	5	6	0,6
	37	20	12	15	4	6	0,4
	38	15	14	20	3,5	4	0,6
	39	10	16	25	4	5	0,5
	40	10	10	30	2,5	4	0,4
	41	15	20	20	3	5	0,5
	42	20	30	10	4	6	0,6
	43	10	15	10	3	5	0,4
	44	20	25	12	4	5	0,5
	45	30	35	14	5	6	0,6
	46	40	10	10	2	5	0,5
	47	20	25	16	3	4	0,6
	48	10	30	10	4	6	0,4

Продолжение табл. 5.2

Схема закрепления и нагружения балки	Номер варианта	$M$ , кН·м	$F$ , кН	$q$ , кН/м	$l_1$ , м	$l_2$ , м	$a$ , м
	49	30	25	12	5	6	0,5
	50	15	15	15	6	5	0,4
	51	10	20	20	2	4	0,6
	52	10	20	10	4	5	0,5
	53	20	15	12	5	6	0,5
	54	30	40	14	4	6	0,5
	55	25	20	16	3	4	0,4
	56	35	30	10	5	6	0,5
	57	40	15	12	4	5	0,6
	58	10	20	14	5	6	0,6
	59	15	30	16	2	4	0,5
	60	20	40	10	4	5	0,4
	61	25	10	12	3	5	0,3
	62	35	15	14	5	6	0,6
	63	40	20	16	6	4	0,5
	64	10	–	10	3	4	0,5
	65	20	–	15	4	5	0,6
	66	30	–	12	5	6	0,4
	67	–	12	40	2	3	0,6
	68	–	14	30	3	4	0,5
	69	–	16	25	4	5	0,4

Схема закрепления и нагружения балки	Номер варианта	$M$ , кН·м	$F$ , кН	$q$ , кН/м	$l_1$ , м	$l_2$ , м	$a$ , м
	70	30	–	20	4	5	0,4
	71	20	–	15	3	4	0,6
	72	40	–	30	2	3	0,8
	73	–	20	20	3	3	0,5
	74	–	15	15	4	5	0,5
	75	–	16	30	5	6	0,5
	76	–	40	20	4	5	0,4
	77	–	30	10	3	5	0,5
	78	–	20	12	2	3	0,6
	79	–	10	20	2	3	0,6
	80	–	12	15	4	5	0,8
	81	–	15	10	6	6	0,5
	82	–	20	12	3	4	0,5
	83	–	10	15	4	5	0,6
	84	–	15	20	5	6	0,8
	85	20	–	12	3	5	0,5
	86	30	–	15	4	6	0,6
	87	40	–	20	5	6	0,8
	88	10	20	12	3	4	0,4
	89	15	30	14	4	6	0,6
	90	20	40	16	5	5	0,5

Схема закрепления и нагружения балки	Номер варианта	$M$ , кН·м	$F$ , кН	$q$ , кН/м	$l_1$ , м	$l_2$ , м	$a$ , м
	91	12	–	20	5	6	0,5
	92	15	–	30	4	5	0,5
	93	20	–	40	6	4	0,4
	94	–	20	12	5	6	0,5
	95	–	30	15	4	5	0,6
	96	–	40	16	6	4	0,4
	97	20	–	20	3	4	0,5
	98	30	–	30	4	5	0,5
	99	40	–	40	5	6	0,6
	100	–	12	10	6	4	0,4
	101	–	15	15	3	3	0,5
	102	–	20	20	4	5	0,6
	103	–	–	20	5	5	0,8
	104	–	–	30	6	6	0,6
	105	–	–	40	4	8	0,5

### 5.3. Статически неопределимые рамы

*Плоской рамой* называется геометрически неизменяемая система, состоящая из стержней, лежащих в одной плоскости и жестко соединенных между собой. Горизонтальные стержни рам называются *ригелями*, вертикальные – *стойками*.

*Статически неопределимой* рамой называется такая геометрически неизменяемая система, у которой реакции или все внутренние суммарные силовые факторы, возникающие в сечениях ее элементов при действии произвольной нагрузки, не могут быть определены из уравнений статики.

Расчет статически неопределимой рамы сводится к построению эпюр изгибающих моментов  $M_x$ , поперечных сил  $Q_x$  и нормальных сил  $N_x$ , на основании которых подбираются сечения, или проверяются напряжения в опасных сечениях различных элементов, или определяется несущая способность системы.

В пособии рассмотрено только построение эпюр  $M_x$ ,  $Q_x$ ,  $N_x$ , а также подбор поперечного сечения, так как это наиболее трудоемкая часть расчета.

Степень статической неопределимости плоской рамы определяется следующим образом:

1. Замкнутый контур (рама, оба конца которой жестко зацементированы) имеет степень статической неопределимости, равную трем.
2. Наличие шарнира в раме понижает степень статической неопределимости на единицу.
3. Наличие подвижной опоры также понижает степень статической неопределимости на единицу.

Определение усилий в статически неопределимой раме связано с необходимостью составления дополнительных уравнений – уравнений совместности деформаций. Число этих уравнений должно быть равно степени статической неопределимости рамы.

Прежде, чем составлять уравнение деформаций, следует превратить заданную статически неопределимую раму в статически определимую, геометрически неизменяемую, устранив из нее «лишние» связи. Такая система называется *основной системой*.

Если к основной системе, кроме заданной нагрузки, приложить реакции устраненных связей, то деформации этой системы и возникающие в ней внутренние усилия, будут такими же, как и в заданной системе. То есть, обе системы будут эквивалентными.

В заданной системе в направлениях имеющихся связей перемещений быть не может. Поэтому, в основной системе перемещения в направлении отброшенных связей должны быть равны нулю.

Способ расчета статически неопределимых систем, при котором за «лишние» неизвестные принимаются силы и моменты, называется *методом сил*.

Данный метод рассмотрен при расчете статически неопределимых неразрезных балок в начале этой главы. Определение коэффициентов уравнений и грузовых членов и их проверки рассмотрены также при расчете балок.

### **Построение эпюр изгибающих моментов, поперечных и продольных сил.**

При расчете рам на прочность в каждом поперечном сечении необходимо определять три силовых фактора: продольную силу  $N_x$ , поперечную силу  $Q_x$ , изгибающий момент  $M_x$ .

Продольная сила  $N_x$  равна алгебраической сумме проекций всех сил, действующих по одну сторону от сечения на продольную ось бруса. Если сила вызывает растяжение, она положительна, сжатие – отрицательна.

При построении эпюр продольных сил их значения откладываются симметрично от оси бруса в обе стороны с указанием знака.

Поперечная сила  $Q_x$  равна алгебраической сумме проекций на нормаль к оси бруса всех сил, действующих по одну сторону от сечения.

Если поперечная сила относительно сечения вращает часть бруса по часовой стрелке, то она положительна. Противоположное направление следует считать отрицательным. Условимся положительные ординаты откладывать снаружи контура, отрицательные – внутри.

При построении эпюр поперечных сил их значения откладываются по одну сторону от оси бруса с указанием знака.

Изгибающий момент  $M_x$  равен сумме моментов всех сил, взятых по одну сторону от сечения, относительно оси, проходящей через центр сечения перпендикулярно плоскости рамы. Условно принято построение эпюр изгибающих моментов со стороны растянутых волокон.

Общий порядок расчета статически неопределимых рам по методу сил сводится к следующему.

1. Определяют степень статической неопределимости рамы.
2. Удаляют «лишние» связи. Полученную таким образом основную систему загружают заданными силами и реакциями отброшенных связей.
3. В местах действия «лишних» неизвестных и по направлению их действия прикладывают единичные силы и строят эпюры изгибающих моментов от единичных сил, а также суммарную единичную эпюру.
4. Строят эпюры изгибающих моментов от действующих на основную систему внешних нагрузок.
5. Вычисляют главные, побочные коэффициенты и свободные члены канонических уравнений и проверяют правильность их определения.
6. Составляют и решают канонические уравнения, определяя «лишние» неизвестные.
7. Определяют остальные реакции с помощью уравнений статики.

8. Вычисляют значения изгибающих моментов, поперечных и нормальных сил и строят эпюры.

9. Подбирают поперечное сечение заданного профиля.

### Пример 5.2.

Для заданной схемы статически неопределимой рамы (рис. 5.4, а), при заданных значениях длин и нагрузок, построить эпюры изгибающих моментов, нормальных и поперечных сил. Жесткости стоек и ригеля одинаковы.

#### Решение.

Заданная система освобождается от наложенных на нее связей. Действия связей заменяются реакциями. Установим степень статической неопределимости рамы:  $3(\text{замкнутый контур}) - 2(\text{наличие двух шарниров}) = 1$ , т. е. рама однажды статически неопределима.

За «лишнюю» неизвестную  $X_1$  принимаем реакцию  $H_b$ . Нагружаем основную систему (рис. 5.4, б) заданными внешними силами и реакцией отброшенной связи. Выбирая основную систему, необходимо помнить, что она должна быть статически определимой и геометрически неизменяемой.

В месте действия «лишней» неизвестной и по направлению ее действия прикладываем единичную силу  $X_1 = 1$  и строим единичную эпюру.

Рассмотрим подробно построение этой эпюры. Покажем реакции опор (рис. 5.5), их три. Определим эти реакции по уравнениям статики:

$$\begin{aligned}\sum X &= 0; & H'_a - X_1 &= 0; & H'_a &= 1; \\ \sum M_A &= 0; & -X_1 \cdot 3 + R'_b \cdot 4 &= 0; & R'_b &= \frac{3}{4} = 0,75; \\ \sum M_B &= 0; & -H'_a \cdot 3 + R'_a \cdot 4 &= 0; & R'_a &= \frac{3}{4} = 0,75.\end{aligned}$$

Проверка правильности вычисления реакций:

$$\sum Y = 0; \quad -R'_a + R'_b = 0; \quad 0 = 0.$$

Получили тождество, следовательно, реакции определены правильно.

Разбиваем раму на участки, граница участка там, где приложены сосредоточенные силы и для рамы граница участка, где жестко соединяется стойка с ригелем. Участков три, находим значения изгибающих моментов на границах участков. На всех участках эпюра изгибающих моментов очерчена наклонной прямой, эпюра изгибающих моментов показана на рис. 5.4, в.

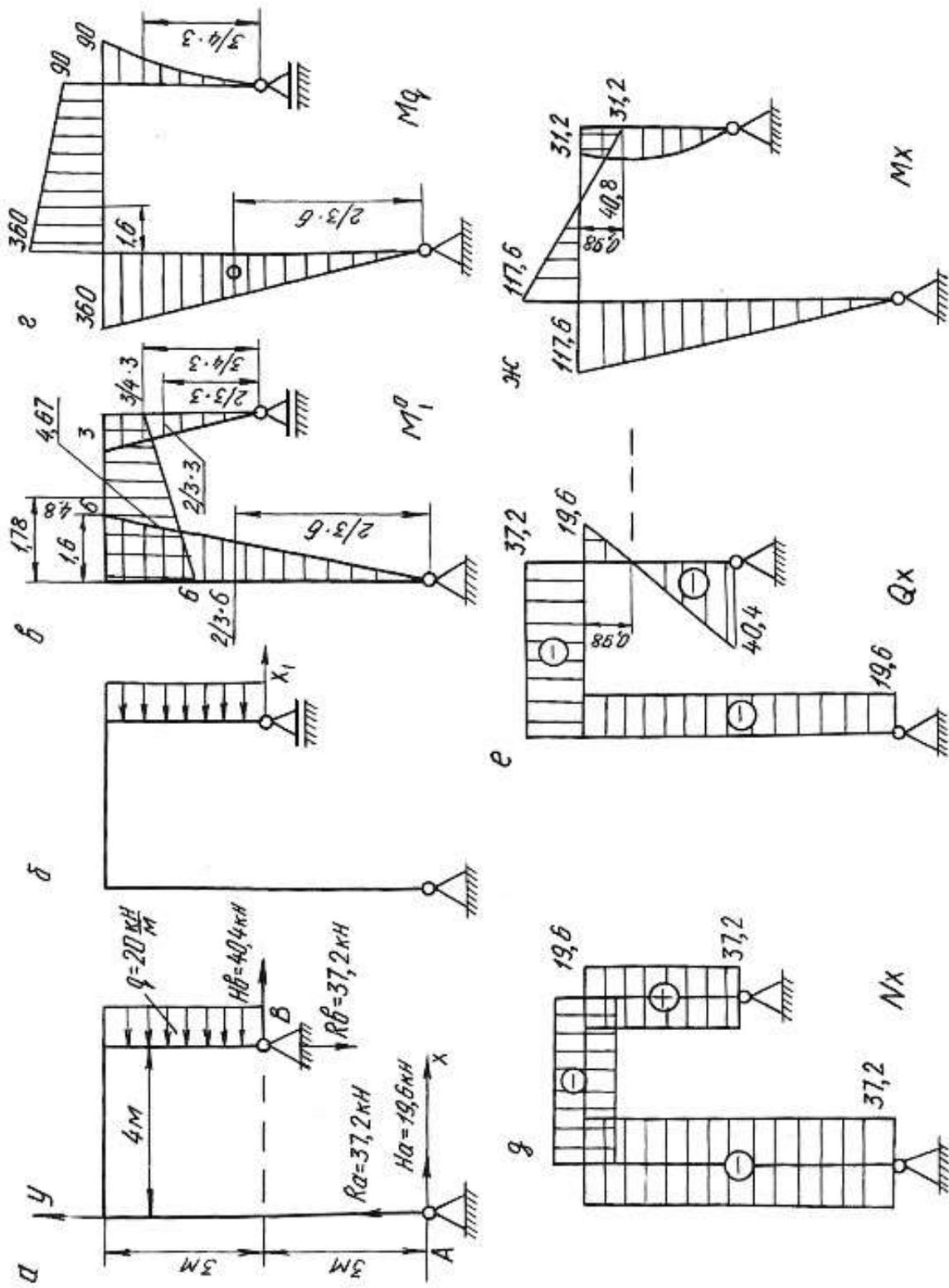


Рис. 5.4.

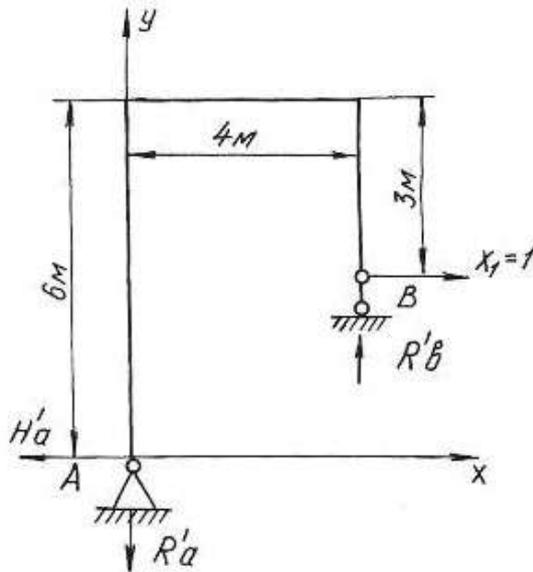


Рис. 5.5.

Строим эпюру изгибающих моментов от действия на основную систему внешней равномерно распределенной нагрузки интенсивностью  $q$  (рис. 5.4, з). По приведенной выше методике определяем реакции опор, разбиваем раму на участки, определяем значения изгибающих моментов на границах участков и по контрольным правилам строим эпюру изгибающих моментов.

По числу «лишних» неизвестных записываем канонические уравнения метода сил

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1p} = 0.$$

Перемещение  $\delta_{11}$  определяется перемножением единичной эпюры самой на себя

$$\delta_{11} = \sum \frac{\omega_1^0 M_{c1}^0}{EJ},$$

где  $\omega_1^0$  – площадь единичной эпюры;  $M_{c1}^0$  – ордината единичной эпюры под ее центром тяжести.

$$\delta_{11} = \sum \frac{\omega_1^0 M_{c1}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ} \left\{ \left( \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \right) \left[ \frac{2}{3} \cdot 6 \right] + \left( \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \right) \left[ \frac{2}{3} \cdot 3 \right] + \left( \frac{(3+6)}{2} \cdot 4 \right) [4,67] \right\} = \frac{165,06}{EJ}.$$

На участке по ригелю площадь эпюры изгибающих моментов представлена трапецией. Посмотрим подробнее как определить центр тяжести площади, площадь и ординату под ее центром тяжести (рис. 5.6).

$$C = \frac{4(2 \cdot 3 + 6)}{3(3 + 6)} = 1,78 \text{ м}; \quad \omega_0 = \frac{1}{2}(3 + 6) \cdot 4 = 18 \text{ кН} \cdot \text{м}^2,$$

где  $\omega_0$  – площадь трапеции.

$$M_c^0 = (3 + 1,67) = 4,67 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

где  $M_c^0$  – ордината под центром тяжести трапеции.

Отрезок 1,67 определяем из подобия треугольников  $3 : 4 = x : 2,22$ .

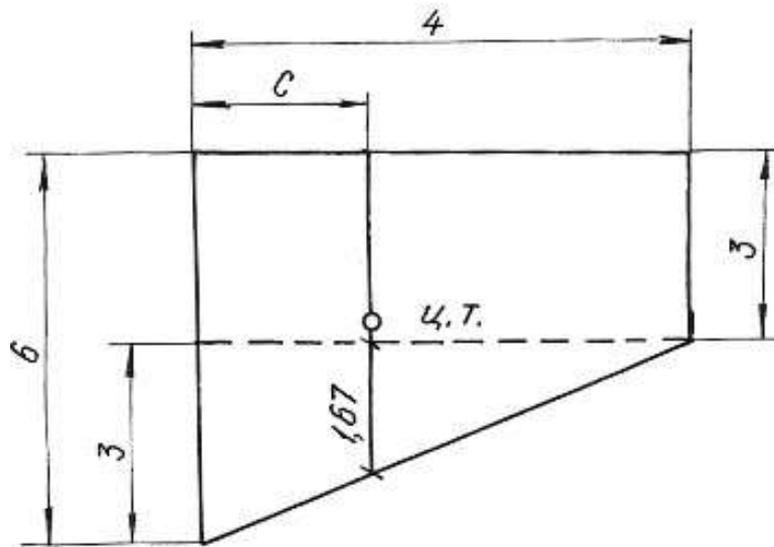


Рис. 5.6.

Перемещение  $\Delta_{1p}$  получаем перемножением грузовой эпюры  $M_q$  на единичную  $M_1^0$

$$\Delta_{1p} = \sum \frac{\omega_p M_{c1}^0}{EJ},$$

где  $\omega_p$  – площадь грузовой эпюры;  $M_{c1}^0$  – ордината с первой единичной эпюры под центром тяжести грузовой.

$$\Delta_{1p} = \frac{1}{EJ} \left\{ - \left( \frac{1}{2} 360 \cdot 6 \right) \left[ \frac{2}{3} 6 \right] - \left( \left( \frac{90 + 360}{2} \right) \cdot 4 \right) \left[ 4,8 \right] - \left( \frac{1}{3} 90 \cdot 3 \right) \left[ \frac{3}{4} 3 \right] \right\} = - \frac{6682,5}{EJ}.$$

Полученные значения  $\delta_{11}$  и  $\Delta_{1p}$  подставляем в уравнения, определяем  $X_1$ :

$$\frac{165,06 \cdot X_1}{EJ} - \frac{6682,5}{EJ} = 0, \quad X_1 = 40,4 \text{ кН.}$$

Зная реакцию  $H_b = X_1$ , по уравнениям статики определяем  $R_a$ ,  $H_a$ ,  $R_b$ :

$$\begin{aligned} \sum X = 0, \quad H_b + H_a - q \cdot 3 = 0, \quad H_a = 19,6 \text{ кН;} \\ \sum M_a = 0, \quad H_b \cdot 3 + R_b \cdot 4 - q \cdot 3 \cdot 4,5 = 0, \quad R_b = 37,2 \text{ кН;} \\ \sum M_b = 0, \quad H_a \cdot 6 - R_a \cdot 4 + q \cdot 3 \cdot 1,5 = 0, \quad R_a = 37,2 \text{ кН.} \end{aligned}$$

Проверка правильности вычисления реакций:

$$\sum Y = 0, \quad R_a + R_b = 0.$$

Строим эпюры  $M_x$ ,  $Q_x$ ,  $N_x$  известным способом. Эпюры приведены на рисунке 5.4, д, е, ж.

### Пример 5.3.

Для заданной схемы статически неопределимой рамы (рис. 5.7, а), при заданных значениях длин и нагрузок, построить эпюры изгибающих моментов, нормальных и поперечных сил. Подобрать поперечное сечение двутаврового профиля (см. табл. П. 1) при  $\sigma_{adm} = 160$  МПа. Жесткости стойки и ригеля одинаковы.

*Решение.*

Заданная система освобождается от наложенных на нее связей. Действия связей заменяются реакциями. Установим степень статической неопределимости рамы: 3(замкнутый контур) – 1(наличие одного шарнира) = 2, т. е. рама дважды статически неопределима.

За «лишние» неизвестные принимаем  $H_b = X_1$ ,  $R_b = X_2$ , тем самым выбираем основную систему. Нагружаем основную систему внешними силами ( $q$ ,  $M$ ) и реакциями отброшенных связей ( $X_1$ ,  $X_2$ ). Отбрасывая «лишние» связи, следует помнить, что основная система должна быть статически определимой и геометрически неизменяемой.

В местах действия «лишних» неизвестных и по направлению их действия прикладываем единичные силы  $X_1 = 1$  и  $X_2 = 1$  и строим эпюры изгибающих моментов от этих сил.

Строим эпюры изгибающих моментов от действия на основную систему внешних сил  $q$  и  $M$ .

Методика построения эпюр изгибающих моментов от единичных сил и внешних нагрузок, приложенных к основной системе, подробно рассмотрена при решении примера 5.1 и здесь не приводится.

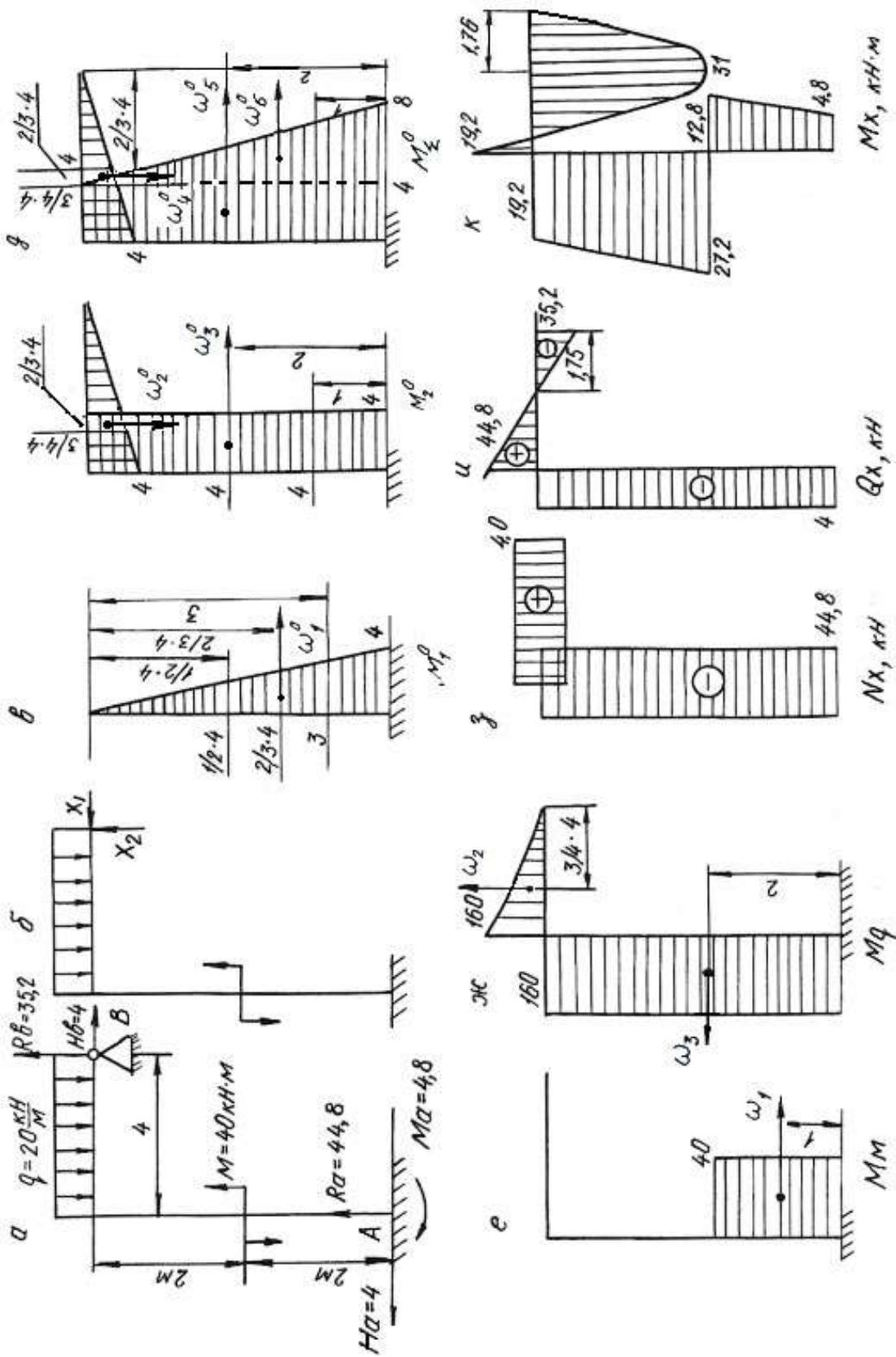


Рис. 5.7.

Составляем канонические уравнения метода сил:

$$\begin{aligned}\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1p} &= 0; \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} &= 0.\end{aligned}$$

Вычисляем коэффициенты и свободные члены канонических уравнений:

$$\begin{aligned}\delta_{11} &= \sum \frac{\omega_1^0 M_{c1}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ} \left\{ \left( \frac{1}{2} 4 \cdot 4 \right) \left[ \frac{2}{3} 4 \right] \right\} = \frac{21,3}{EJ}, \\ \delta_{22} &= \sum \frac{\omega_2^0 M_{c2}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ} \left\{ \left( \frac{1}{2} 4 \cdot 4 \right) \cdot \left[ \frac{2}{3} 4 \right] + (4 \cdot 4) [4] \right\} = \frac{85,3}{EJ}, \\ \delta_{21} = \delta_{12} &= \sum \frac{\omega_2^0 M_{c1}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ} \left\{ (4 \cdot 4) [2] \right\} = \frac{32}{EJ}, \\ \Delta_{1p} &= \sum \frac{\omega_p M_{c1}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ} \left\{ (40 \cdot 2) [3] - (160 \cdot 4) [2] \right\} = -\frac{1040}{EJ}, \\ \Delta_{2p} &= \sum \frac{\omega_p \cdot M_{c2}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ} \left\{ (40 \cdot 2) [4] - (160 \cdot 4) [4] - \left( \frac{1}{3} 160 \cdot 4 \right) \left[ \frac{3}{4} 4 \right] \right\} = -\frac{2880}{EJ}.\end{aligned}$$

Проверяем правильность вычисления коэффициентов и свободных членов канонических уравнений. Для этого строим суммарную единичную эпюру  $M_{\Sigma}^0$ .

Для проверки правильности вычисления коэффициентов канонических уравнений применяем универсальную проверку:

$$\delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{22} + \delta_{21} = \sum \frac{\omega_{\Sigma}^0 M_{c\Sigma}^0}{EJ};$$

$$\delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{22} + \delta_{21} = \frac{1}{EJ} \left\{ \left( \frac{1}{2} (4+8) \cdot 4 \right) [6,22] + \left( \frac{1}{2} 4 \cdot 4 \right) \left[ \frac{2}{3} 4 \right] \right\} = \frac{170,6}{EJ}.$$

Проверяем правильность вычисления грузовых членов

$$\begin{aligned}\Delta_{1p} + \Delta_{2p} &= \sum \frac{\omega_p M_{c\Sigma}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ} \left\{ (40 \cdot 2) [7] - (160 \cdot 4) [6] - \left( \frac{1}{3} 160 \cdot 4 \right) \left[ \frac{3}{4} 4 \right] \right\} = \\ &= -\frac{3920}{EJ}.\end{aligned}$$

В обоих случаях получили тождества, значит коэффициенты и свободные члены канонических уравнений определены правильно.

Подставляем вычисленные значения коэффициентов в канонические уравнения, определяем неизвестные  $X_1$  и  $X_2$ :

$$\left. \begin{aligned} 21,3 \cdot X_1 + 32 \cdot X_2 - 1040 &= 0 \\ 32 \cdot X_1 + 85,3 \cdot X_2 - 2880 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$X_1 = -4 \text{ кН}; \quad X_2 = 35,2 \text{ кН}.$$

Сила  $X_1$  получилась со знаком «минус», это говорит о том, что направление реакции будет противоположно единичной силе.

Зная реакции  $H_b$  и  $R_b$ , по уравнениям статики определяем остальные реакции

$$\begin{aligned} \sum X &= 0, \quad H_b - H_a = 0, & H_a &= 4 \text{ кН}; \\ \sum M_a &= 0, \quad M - M_a - q \cdot 4 \cdot 2 + R_b \cdot 4 - H_b \cdot 4 = 0, & M_a &= 4,8 \text{ кН} \cdot \text{м}; \\ \sum M_b &= 0, \quad M - M_a - H_a \cdot 4 - R_a \cdot 4 + q \cdot 4 \cdot 2 = 0, & R_a &= 44,8 \text{ кН} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

Проверка:

$$\sum Y = 0, \quad R_a + R_b - q \cdot 4 = 0, \quad 35,2 + 44,8 - 80 = 0.$$

Строим эпюры изгибающих моментов, поперечных и нормальных сил по контрольным правилам. Эпюры приведены на рис. 5.7.

Выявляем опасное сечение рамы, где одновременно  $M_x$  и  $N_x$  имеют большие значения. Это сечение левой стойки, где  $N_x = -44,8 \text{ кН}$ ,  $M_x = 27,2 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

Условие прочности

$$\sigma_{\max} = \pm \frac{N_x}{A} \pm \frac{M_x}{W_z} \leq \sigma_{\text{adm}}.$$

Выбираем сечение по моменту  $M_x$

$$\frac{M_x}{W_z} \leq \sigma_{\text{adm}} = 160 \text{ МПа}. \quad W_z \geq \frac{27,2 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 170 \text{ см}^3.$$

По сортаменту проката выбираем двутавр № 20,  $W_z = W_x^{\text{табл.}} = 184 \text{ см}^3$ ,  
 $A_{\text{табл.}} = 26,8 \text{ см}^2$ .

Производим проверку с учетом силы  $N_x$ :

$$\sigma_{\max} = -\frac{44,8 \cdot 10^3}{26,8 \cdot 10^{-4}} - \frac{27,2 \cdot 10^3}{184 \cdot 10^{-6}} = -1,67 \cdot 10^7 - 0,148 \cdot 10^9 \text{ Па} = 164,7 \text{ МПа},$$

$$\sigma_{\max} = 164,7 \text{ МПа} > \sigma_{\text{adm}} = 160 \text{ МПа}.$$

Отклонение (перегруз)  $\delta = \frac{164,7 - 160}{160} \cdot 100 = 2,93 \% < 5 \%$ , что допустимо.

#### 5.4. Задания для расчета плоских рам

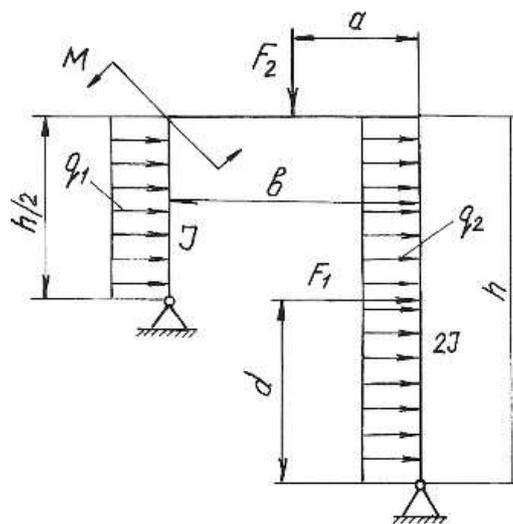
Для расчетной схемы статически неопределимой рамы при заданных значениях длин и нагрузок, определяемых в соответствии с указанным номером варианта, требуется:

1. Определить степень статической неопределимости рамы. Выбрать основную систему.
2. Составить канонические уравнения метода сил.
3. Вычислить коэффициенты при неизвестных и свободные члены канонических уравнений. Проверить правильность их вычисления.
4. Построить эпюры изгибающих моментов, поперечных и продольных сил.
5. Подобрать поперечное сечение элементов рамы в виде двутавра (см. табл. П. 1) при  $\sigma_{\text{adm}} = 160 \text{ МПа}$ .

Данные для расчета взять из табл. 5.3.

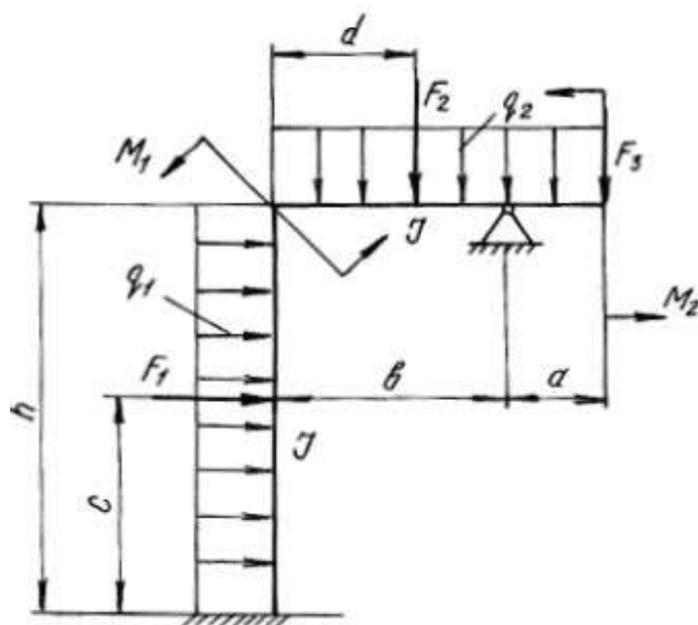
Таблица 5.3

Номер варианта	$h$ , м	$b$ , м	$a$ , м	$d$ , м	$q_1$ , кН/м	$q_2$ , кН/м	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$M$ , кН·м
1	10	5	—	—	20	—	—	—	80
2	9	5	—	—	—	15	—	—	10
3	9	6	—	—	—	—	—	—	60
4	9	4	—	5	15	—	40	—	—
5	10	4	2	—	—	20	—	30	—
6	8	5	3	—	—	—	—	60	—
7	8	6	—	—	—	—	—	—	10
8	8	5	—	5	—	—	40	—	—
9	9	6	3	—	—	—	—	50	80
10	9	6	5	—	—	—	40	—	—



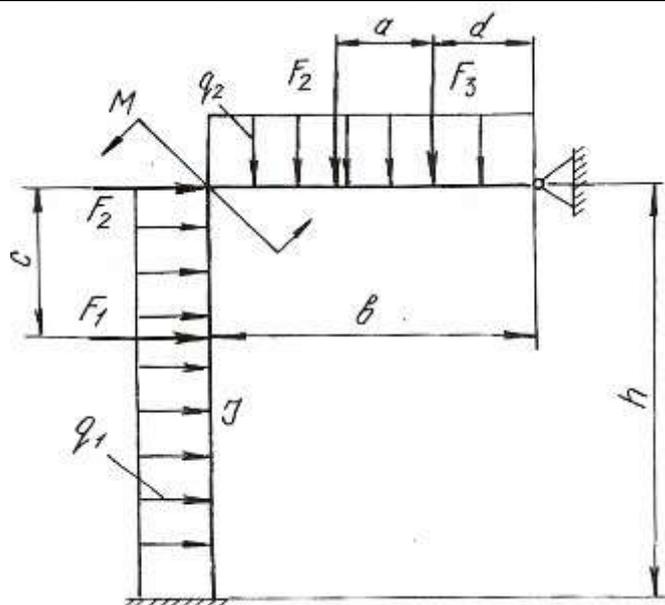
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	$h$ , м	$b$ , м	$a$ , м	$c$ , м	$d$ , м	$q_1$ , кН/м	$q_2$ , кН/м	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$F_3$ , кН	$M_1$ , кН·м	$M_2$ , кН·м
11	10	5	0,5	6	—	20	—	40	—	—	—	—
12	11	6	0,4	6	—	—	20	40	—	—	—	—
13	11	5	0,3	4	—	—	—	30	—	—	—	10
14	9	4	0,6	—	—	—	25	—	—	—	—	12
15	9	5	0,4	—	4	30	—	—	60	—	—	—
16	8	4	0,3	—	3	—	—	—	30	20	—	—
17	8	4	0,3	—	—	—	—	—	—	30	10	—
18	6	3	0,2	—	—	25	—	—	—	—	15	80
19	7	4	0,6	—	3	—	—	—	30	20	12	—
20	10	6	0,6	—	—	—	30	—	—	—	10	—



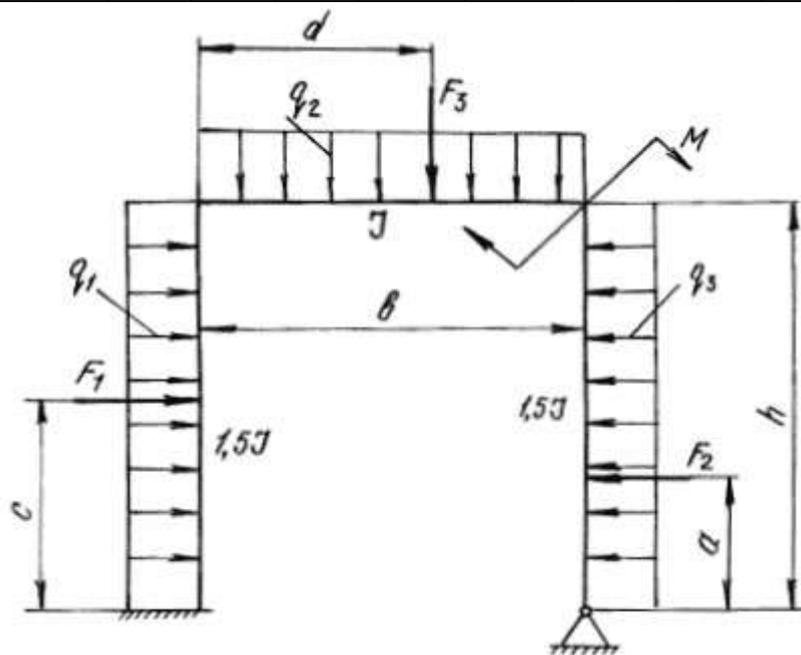
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	$h$ , м	$b$ , м	$a$ , м	$c$ , м	$d$ , м	$q_1$ , кН/м	$q_2$ , кН/м	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$F_3$ , кН	$M_1$ , кНм	$M_2$ , кН·м
21	10	8	—	—	—	20	—	—	—	—	—	20
22	10	7	2	—	2	30	—	—	—	—	20	—
23	10	6	—	2	—	—	—	—	30	20	—	—
24	8	6	—	—	—	20	30	—	—	—	—	—
25	8	6	—	3	—	—	20	—	20	—	—	—
26	9	5	—	—	—	—	20	—	—	—	—	15
27	9	6	2	—	1	—	—	—	—	40	20	—
28	7	5	2	—	1	—	—	—	—	—	30	—
29	8	4	2	—	1	—	—	—	—	—	20	20
30	8	6	—	—	—	—	—	—	50	20	—	10



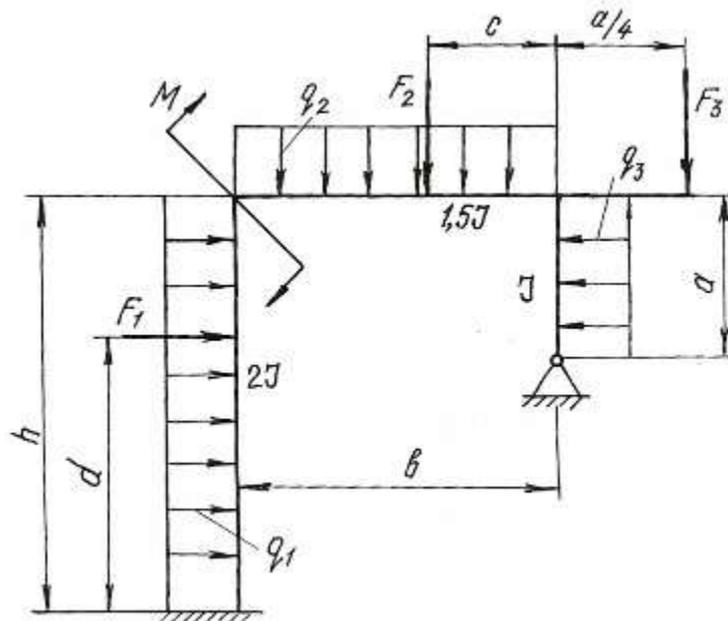
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	$h$ , м	$b$ , м	$a$ , м	$c$ , м	$d$ , м	$q_1$ , кН/м	$q_2$ , кН/м	$q_3$ , кН/м	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$F_3$ , кН	$M$ , кН·м
31	10	4	0,5	—	—	12	—	—	—	—	—	10
32	9	5	0,4	—	—	—	20	—	—	—	—	15
33	8	4	0,3	—	—	—	—	20	—	30	—	—
34	8	6	0,3	—	4	20	—	—	—	—	40	—
35	8	4	0,4	—	—	—	20	—	—	30	—	—
36	6	5	0,3	5	—	—	—	20	60	—	—	—
37	10	5	0,4	—	4	—	—	—	—	40	50	—
38	8	4	0,3	—	—	—	—	—	—	30	—	12
39	12	6	0,5	—	4	—	—	—	—	—	40	15
40	12	6	0,6	3	—	—	—	25	10	—	—	—



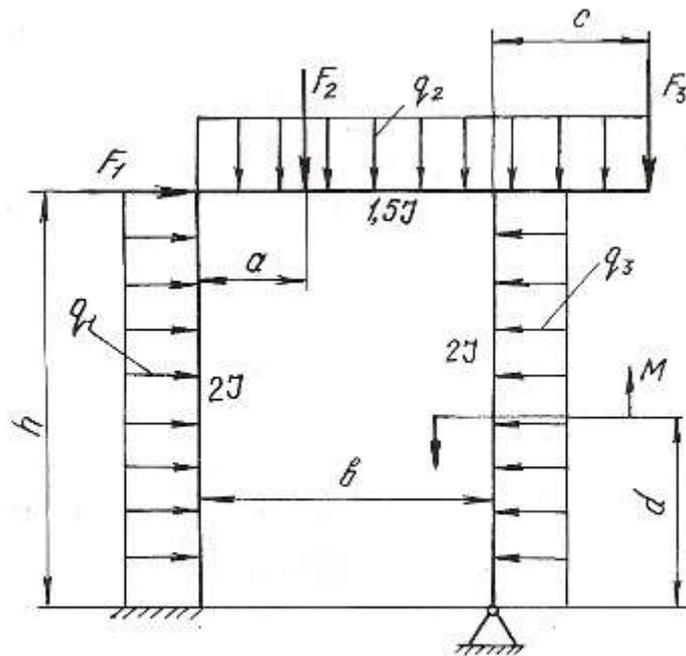
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	$h$ , м	$b$ , м	$a$ , м	$c$ , м	$d$ , м	$q_1$ , кН/м	$q_2$ , кН/м	$q_3$ , кН/м	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$F_3$ , кН	$M$ , кН·м
41	10	5	4	—	—	20	—	—	—	—	—	50
42	9	6	4	—	—	—	15	—	—	—	—	10
43	8	6	5	—	—	—	—	20	—	—	30	—
44	8	5	6	—	2	15	—	—	30	—	—	—
45	8	4	5	2	—	—	20	—	—	40	—	—
46	9	6	3	—	5	—	—	15	40	—	—	—
47	9	8	4	2	—	—	—	—	—	10	—	60
48	9	6	6	—	—	—	—	—	—	—	40	10
49	10	8	5	3	—	—	—	—	—	20	40	—
50	10	6	4	1	4	—	—	—	10	25	—	—

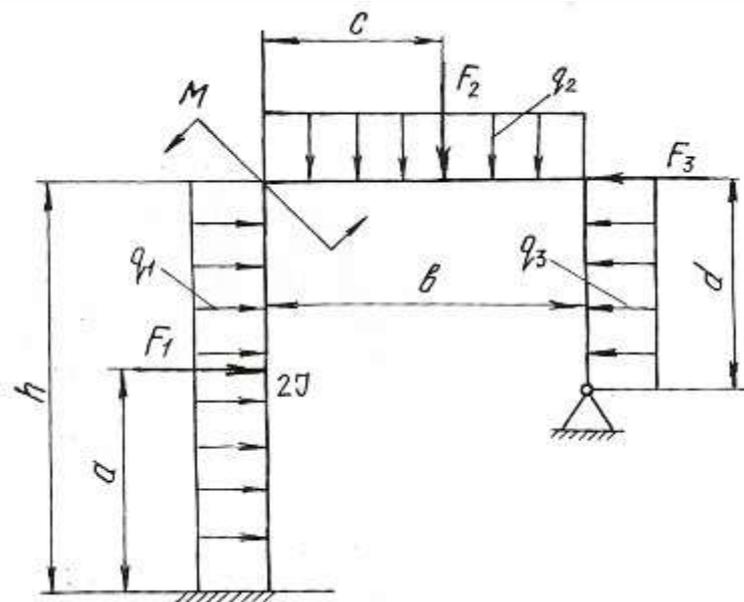


Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	$h$ , м	$b$ , м	$a$ , м	$c$ , м	$d$ , м	$q_1$ , кН/м	$q_2$ , кН/м	$q_3$ , кН/м	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$F_3$ , кН	$M$ , кН·м
51	8	4	0,6	0,5	5	20	—	—	—	—	—	50
52	10	5	0,5	0,6	—	—	20	—	20	30	—	—
53	8	4	0,4	0,4	—	—	—	25	—	20	—	—
54	6	4	0,3	0,4	4	—	—	—	—	—	30	14
55	12	6	0,6	0,5	—	—	—	—	40	20	—	—
56	10	4	0,4	0,3	2	15	—	—	—	—	—	10
57	8	5	0,3	0,3	2	—	15	—	—	—	—	12
58	8	5	0,4	0,4	—	—	—	20	30	—	—	—
59	9	5	0,5	0,6	—	—	—	—	—	30	40	—
60	9	4	0,6	0,5	—	—	30	—	—	20	—	—

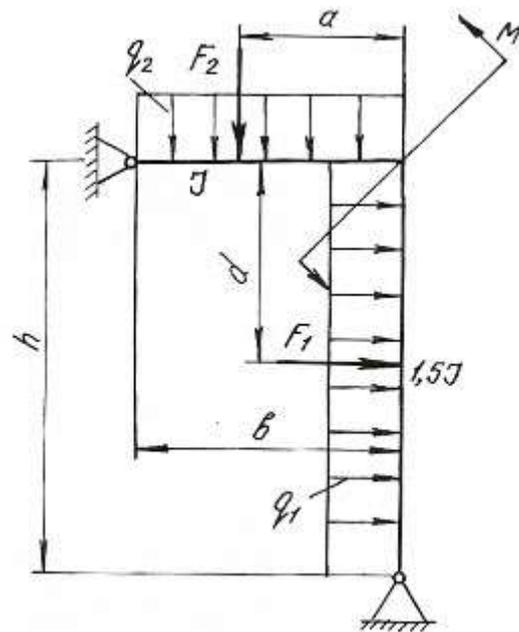


Номер варианта	$h$ , м	$b$ , м	$a$ , м	$c$ , м	$d$ , м	$q_1$ , кН/м	$q_2$ , кН/м	$q_3$ , кН/м	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$F_3$ , кН	$M$ , кН·м
61	8	4	4	—	4	20	—	—	50	—	—	—
62	10	5	—	2,5	5	—	20	—	—	30	—	—
63	6	3	—	—	3	—	—	20	—	—	30	—
64	12	6	5	—	6	—	—	20	50	—	—	—
65	10	4	—	—	5	—	20	—	—	—	—	80
66	8	4	—	—	5	15	—	—	—	—	20	—
67	8	5	—	2	5	20	—	—	—	40	—	—
68	8	4	—	—	4	—	—	—	—	—	80	40
69	9	4	—	3	5	—	—	—	—	60	—	40
70	10	5	8	—	5	—	15	—	60	—	—	—

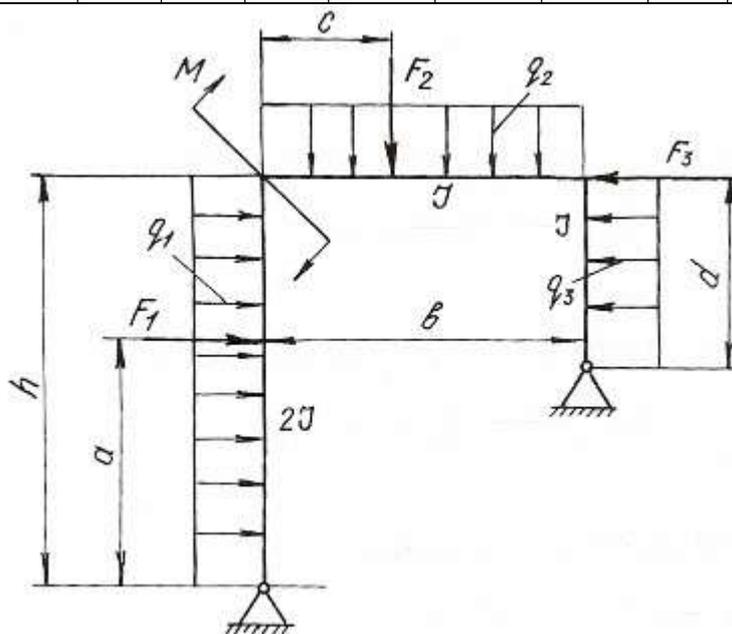


Продолжение табл. 5.3

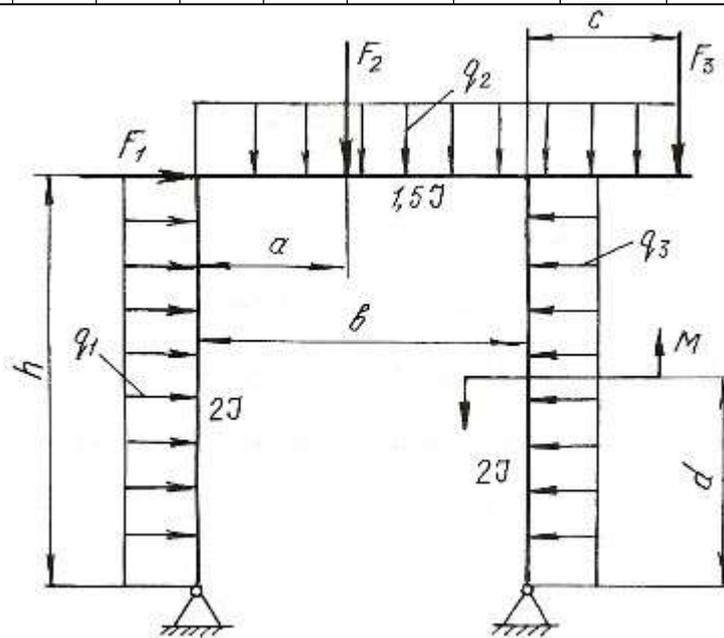
Номер варианта	$h$ , м	$b$ , м	$a$ , м	$d$ , м	$q_1$ , кН/м	$q_2$ , кН/м	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$M$ , кН·м
71	10	5	2,5	—	20	—	—	80	—
72	10	6	—	—	—	15	—	—	—
73	10	4	2	—	—	—	—	—	—
74	10	5	—	—	15	—	—	80	—
75	9	5	—	—	—	20	—	—	—
76	9	6	—	—	—	—	—	—	60
77	9	4	2	—	—	—	—	10	—
78	8	6	3	—	—	—	—	80	10
79	8	6	3	4	—	—	40	60	—
80	8	5	—	4	—	—	30	—	—



Номер варианта	$h$ , м	$b$ , м	$a$ , м	$c$ , м	$d$ , м	$q_1$ , кН/м	$q_2$ , кН/м	$q_3$ , кН/м	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$F_3$ , кН	$M$ , кН·м
81	8	4	4	—	4	20	—	—	50	—	—	—
82	10	5	—	2,5	5	—	20	—	—	30	—	—
83	8	4	—	—	3	—	—	20	—	—	30	—
84	6	4	5	—	6	—	—	20	50	—	—	—
85	12	6	—	—	5	—	20	—	—	—	—	80
86	10	4	—	—	5	15	—	—	—	—	20	—
87	8	5	—	2	5	20	—	—	—	40	—	—
88	8	5	—	—	4	—	—	—	—	—	80	40
89	9	5	—	3	5	—	—	—	—	60	—	40
90	9	4	8	—	5	—	15	—	60	—	—	—



Номер варианта	$h$ , м	$b$ , м	$a$ , м	$c$ , м	$d$ , м	$q_1$ , кН/м	$q_2$ , кН/м	$q_3$ , кН/м	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$F_3$ , кН	$M$ , кН·м
91	8	4	0,6	0,5	5	20	—	—	—	—	—	50
92	10	5	0,5	0,6	—	—	20	—	20	30	—	—
93	8	4	0,4	0,4	—	—	—	25	—	20	—	—
94	6	4	0,3	0,4	4	—	—	—	—	—	30	14
95	12	6	0,6	0,5	—	—	—	—	40	20	—	—
96	10	4	0,4	0,3	2	15	—	—	—	—	—	10
97	8	5	0,3	0,3	2	—	15	—	—	—	—	12
98	8	5	0,4	0,4	—	—	—	20	30	—	—	—
99	9	5	0,5	0,6	—	—	—	—	—	30	40	—
100	9	4	0,6	0,5	—	—	30	—	—	20	—	—



## Глава 6

# ВИДЫ СЛОЖНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Сочетание простейших видов деформаций называется сложным сопротивлением. При расчете элементов конструкций, испытывающих сложные сопротивления, используют принцип независимости действия сил, т. е. определяют деформации и напряжения для каждого простейшего вида сопротивления, а затем результаты суммируют алгебраически, геометрически или согласно одной из теорий прочности. При этом задача сводится к определению опасного сечения по длине бруса и опасной точки в этом сечении.

В данной главе приведены методики решения задач на косоу изгиб, внецентренное растяжение или сжатие, совместное действие изгиба с кручением.

### 6.1. Косоу изгиб

Косоу изгиб – вид сложного сопротивления, который возникает при действии внешних нагрузок, перпендикулярных продольной оси бруса, но расположенных вне главных плоскостей инерции. Поэтому косоу изгиб можно рассматривать как сочетание двух плоских изгибов во взаимно перпендикулярных плоскостях, разложив все силы по направлению главных центральных осей инерции поперечных сечений.

При косоу изгибе балки нормальные напряжения в произвольной точке поперечного сечения с координатами  $y$  и  $z$  определяются по формуле:

$$\sigma = \frac{M^B}{J_z} y + \frac{M^\Gamma}{J_y} z, \quad (6.1)$$

где  $J_z$  и  $J_y$  – главные центральные моменты инерции поперечного сечения балки относительно осей  $z$  и  $y$ ;  $M^B$  и  $M^\Gamma$  – изгибающие моменты в поперечном сечении в вертикальной и горизонтальной плоскостях.

Положение нейтральной оси поперечного сечения определяется по формуле:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{M^\Gamma}{M^B} \cdot \frac{J_z}{J_y}, \quad (6.2)$$

где  $\alpha$  – угол наклона нейтральной оси к горизонтальной главной центральной оси инерции.

Максимальные и минимальные нормальные напряжения возникают в точках, наиболее удаленных от обеих главных центральных осей инерции и для симметричных сечений определяются по формуле:

$$\sigma_{\max} = \pm \frac{M^{\Gamma}}{W_y} \pm \frac{M^{\text{B}}}{W_z}, \quad (6.3)$$

где  $W_z$  и  $W_y$  – моменты сопротивления поперечного сечения изгибу относительно осей  $z$  и  $y$ .

Если внешние нагрузки лежат в одной плоскости, то положение нейтральной оси определяется по формуле:

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi \cdot \frac{J_z}{J_y}, \quad (6.4)$$

где  $\varphi$  – угол между силовой плоскостью, в которой действуют внешние нагрузки, и главной вертикальной осью инерции поперечного сечения балки.

Напряжения в этом случае определяются по формуле:

$$\sigma_{\max/\min} = \pm M \left( \frac{\cos \varphi}{W_z} \pm \frac{\sin \varphi}{W_y} \right), \quad (6.5)$$

где  $M$  – результирующий момент, действующий в силовой плоскости.

Прогиб  $f$  и угол поворота  $\theta$  сечения балки при косом изгибе определяются как геометрические суммы прогибов и углов поворота от составляющих изгибающего момента, действующих в главных плоскостях инерции балки

$$f = \sqrt{f_z^2 + f_y^2} \quad \text{и} \quad \theta = \sqrt{\theta_z^2 + \theta_y^2}, \quad (6.6)$$

где  $f_z$  и  $f_y$  – прогибы в направлении осей  $z$  и  $y$ ;  $\theta_z$  и  $\theta_y$  – углы поворота сечения вокруг осей  $z$  и  $y$ .

### Пример 6.1.

Для балки (рис. 6.1) построить эпюры нормальных напряжений по сторонам поперечного сечения (см. табл. П. 1) в защемлении, определить наибольшее нормальное напряжение и полный прогиб свободного конца балки при  $F = 2$  кН,  $\varphi = 15^\circ$ .

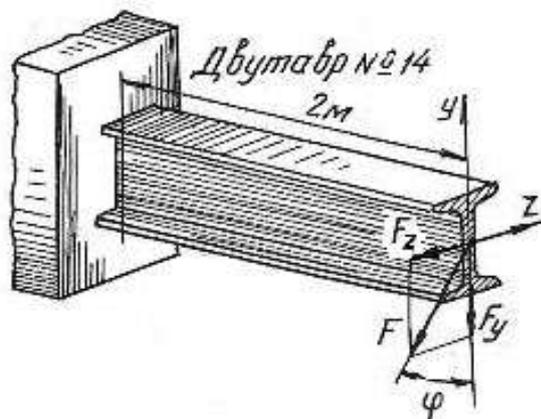


Рис. 6.1.

*Решение.*

Раскладываем силу  $F$  на ее составляющие, действующие в вертикальной и горизонтальной плоскостях:

$$F_y = F \cdot \cos 15^\circ = 2000 \cdot 0,96 = 1920 \text{ Н};$$

$$F_z = F \cdot \sin 15^\circ = 2000 \cdot 0,26 = 520 \text{ Н}.$$

Максимальные изгибающие моменты в вертикальной и горизонтальной плоскостях будут в защемленном сечении балки:

$$M_{\max}^B = F_y l = 1920 \cdot 2 = 3840 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\max}^\Gamma = F_z l = 520 \cdot 2 = 1040 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

По ГОСТ 8239-89 (см. табл. П. 1) для заданного профиля находим моменты инерции и моменты сопротивления сечения:

$$J_z = 572 \text{ см}^4; \quad J_y = 41,9 \text{ см}^4; \quad W_z = 81,7 \text{ см}^3; \quad W_y = 11,5 \text{ см}^3,$$

что при переводе в единицы СИ соответствует:

$$J_z = 572 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4; \quad J_y = 41,9 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4; \quad W_z = 81,7 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3; \quad W_y = 11,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Наибольшие нормальные напряжения от изгиба в вертикальной плоскости:

$$\sigma_{\max}^B = \frac{M_{\max}^B}{W_z} = \frac{3840}{81,7 \cdot 10^{-6}} = 47 \cdot 10^6 \text{ Па} = 47 \text{ МПа},$$

а наибольшие нормальные напряжения от изгиба в горизонтальной плоскости:

$$\sigma_{\max}^\Gamma = \frac{M_{\max}^\Gamma}{W_y} = \frac{1040}{11,5 \cdot 10^{-6}} = 90,4 \cdot 10^6 \text{ Па} = 90,4 \text{ МПа}.$$

Эпюры нормальных напряжений даны на рис. 6.2. Таким образом, наибольшие нормальные напряжения будут в крайних угловых точка поперечного сечения. Как видно по эпюрам нормальных напряжений

$$\sigma_{\max} = 47 + 90,4 = 137,4 \text{ МПа}; \quad \sigma_{\min} = -47 - 90,4 = -137,4 \text{ МПа}.$$

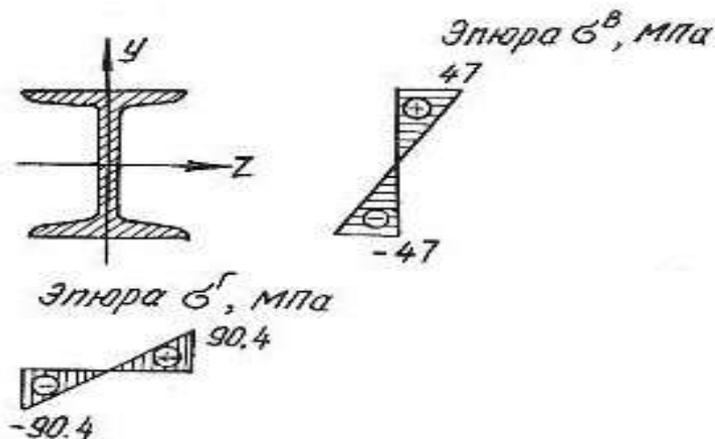


Рис. 6.2.

Прогиб свободного конца балки в вертикальной плоскости [10]

$$f_y = \frac{F_y l^3}{3EJ_z} = \frac{1920 \cdot 2^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 572 \cdot 10^{-8}} = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ м или } f_y = 4,5 \text{ мм},$$

а величина прогиба в горизонтальной плоскости

$$f_z = \frac{F_z l^3}{3EJ_y} = \frac{520 \cdot 2^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 41,9 \cdot 10^{-8}} = 16,5 \cdot 10^{-3} \text{ м или } f_z = 16,5 \text{ мм}.$$

Полный прогиб свободного конца балки

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2} = \sqrt{4,5^2 + 16,5^2} = 17,1 \text{ мм}.$$

### Пример 6.2.

Для бруса прямоугольного поперечного сечения (рис. 6.3) требуется:

1. Построить эпюры изгибающих моментов в главных плоскостях; определить из расчета на прочность размеры поперечного сечения, принимая  $\sigma_{adm} = 160$  МПа и отношение сторон  $\frac{h}{b} = 2$ ;

2. Для опасного поперечного сечения построить эпюры нормальных напряжений от каждого из изгибающих моментов и суммарную эпюру нормальных напряжений.

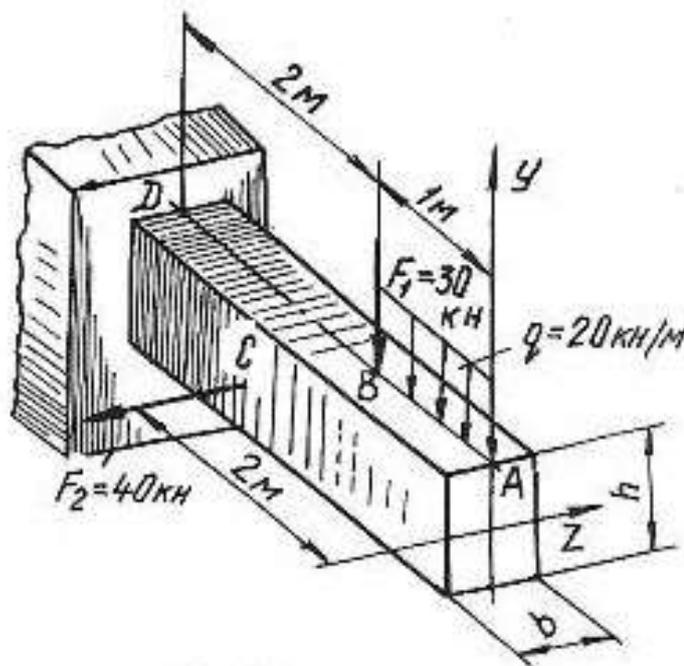


Рис. 6.3.

*Решение.*

Согласно принципу независимости действия сил рассмотрим отдельно действие сил, вызывающих изгиб в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Изгиб в вертикальной плоскости вызывается действием силы  $F_1$  и равномерно распределенной нагрузкой. Определим величину изгибающих моментов в характерных точках:

$$M_A^B = 0;$$

$$M_B^B = -q \cdot 1 \cdot 0,5 = -20 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 0,5 = -10 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} = -10 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_D^B = -q \cdot 1 \cdot 2,5 - F_1 \cdot 2 = -20 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 2,5 - 30 \cdot 10^3 \cdot 2 = -110 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} = -110 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Изгиб в горизонтальной плоскости вызывается силой  $F_2$ . Определим величину изгибающих моментов в характерных точках:

$$M_A^F = 0; \quad M_B^F = 0; \quad M_C^F = 0;$$

$$M_D^F = F_2 \cdot 1 = 40 \cdot 10^3 \cdot 1 = 40 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} = 40 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Эпюры изгибающих моментов показаны на рис. 6.4, а. Максимальные изгибающие моменты в вертикальной и горизонтальной плоскостях будут в сечении D:

$$M_{\max}^B = M_D^B = 110 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_{\max}^F = M_D^F = 40 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

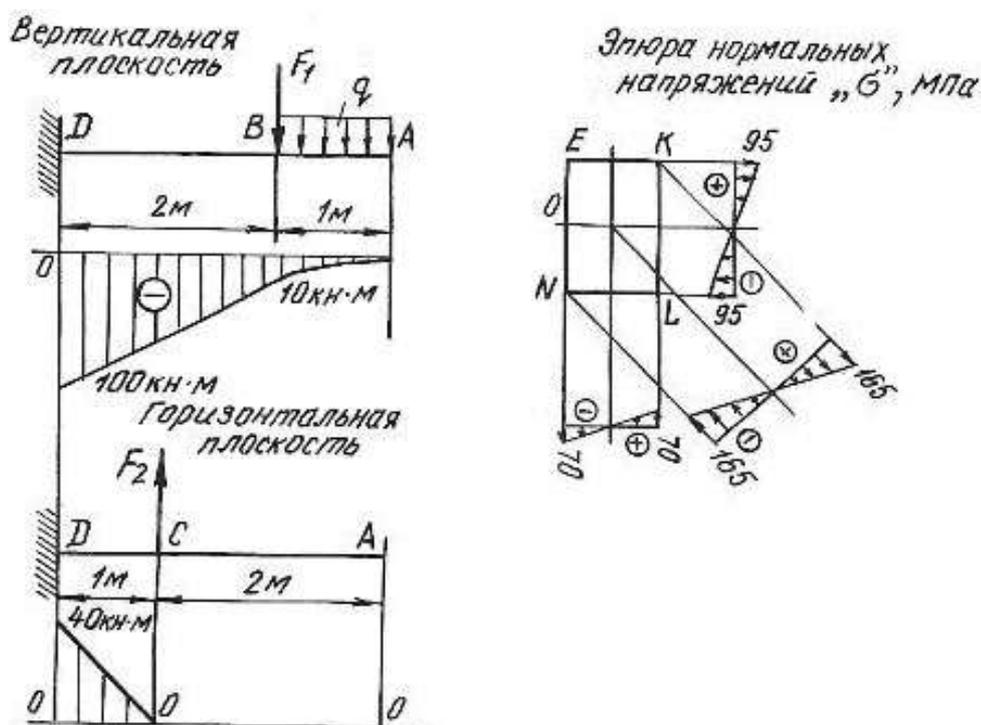


Рис. 6.4.

Опасное сечение балки будет в защемлении. Запишем условие прочности для опасного сечения

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}^B}{W_z} + \frac{M_{\max}^Г}{W_y} \leq \sigma_{\text{adm}}.$$

Для бруса прямоугольного сечения моменты сопротивления равны:

$$W_z = \frac{bh^2}{6} \quad \text{и} \quad W_y = \frac{b^2h}{6};$$

при  $h = 2 \cdot b$  получим

$$W_z = \frac{b(2 \cdot b)^2}{6} = \frac{2b^3}{3} \quad \text{и} \quad W_y = \frac{b^2 \cdot 2 \cdot b}{6} = \frac{b^3}{3}.$$

Подставляя значение величин в условие прочности, получим

$$\sigma_{\max} = \frac{110 \cdot 10^3}{\frac{2}{3} \cdot b^3} + \frac{40 \cdot 10^3}{\frac{1}{3} \cdot b^3} \leq 160 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

Решая уравнение относительно  $b$ , получим  $b = 0,12 \text{ м} = 120 \text{ мм}$  и  $h = 2b = 240 \text{ мм}$ . Для построения эпюр нормальных напряжений определяем наибольшие напряжения, для чего вычислим моменты сопротивления сечения:

$$W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{12 \cdot 10^{-2} \cdot (24 \cdot 10^{-2})^2}{6} = 1152 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3;$$

$$W_y = \frac{b^2h}{6} = \frac{(12 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 24 \cdot 10^{-2}}{6} = 576 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Наибольшие нормальные напряжения от изгиба в вертикальной плоскости:

$$\sigma_{\max}^B = \frac{M_{\max}^B}{W_z} = \frac{110 \cdot 10^3}{1152 \cdot 10^{-6}} = 95 \cdot 10^6 \text{ Па} = 95 \text{ МПа.}$$

Наибольшие нормальные напряжения от изгиба в горизонтальной плоскости:

$$\sigma_{\max}^Г = \frac{M_{\max}^Г}{W_y} = \frac{40 \cdot 10^3}{576 \cdot 10^{-6}} = 70 \cdot 10^6 \text{ Па} = 70 \text{ МПа.}$$

Наибольшие нормальные напряжения будут в точках  $K$  и  $N$ :

$$\sigma_K = 95 + 70 = 165 \text{ МПа};$$

$$\sigma_N = -95 - 70 = -165 \text{ МПа.}$$

Эпюры нормальных напряжений показаны на рис. 6.4, б

## 6.2. Задания для расчета на косой изгиб

Для расчетной схемы балки при заданных значениях геометрических размеров и нагрузок необходимо:

- 1) определить положение нейтральной оси;
- 2) вычислить наибольшие и наименьшие напряжения в опасном сечении балки;
- 3) построить эпюры напряжений;
- 4) найти прогиб балки в середине пролета или на свободном конце консольной балки.

Данные для расчета взять из таблиц 6.1, 6.2, 6.3 и табл. П. 1.

Таблица 6.1

Схема балки	Схема сечения	Материал	Пролет $l$ , м	Размеры сечения, см	Угол $\varphi$ , град	Нагрузка		
						$F$ , кН	$M$ , кН·м	$q$ , кН/м
1	А	дерево	1,5	$b \times h = 12 \times 20$	60	—	4	—
	Б	Ст 3	1,4	двутавр № 24	30	—	3	—
	В	Ст 3	1,3	швеллер № 24	45	—	5	—
	Г	Ст 3	1,6	2 швеллера № 8	60	—	6	—
	Д	Ст 3	1,7	2 швеллера № 10	30	—	7	—
	Е	Ст 3	1,8	2 двутавра № 10	60	—	8	—
2	А	дерево	1,2	$b \times h = 15 \times 25$	45	3	—	—
	Б	Ст 3	1,4	двутавр № 22	30	2	—	—
	В	Ст 3	1,5	швеллер № 27	60	4	—	—
	Г	Ст 3	1,6	2 швеллера № 18	30	8	—	—
	Д	Ст 3	1,8	2 швеллера № 20	60	10	—	—
	Е	Ст 3	1,7	2 двутавра № 12	45	9	—	—
3	А	дерево	1,2	$b \times h = 14 \times 28$	30	—	—	4
	Б	Ст 3	1,3	двутавр № 24	60	—	—	3
	В	Ст 3	1,5	швеллер № 27	45	—	—	2
	Г	Ст 3	1,4	2 швеллера № 16	20	—	—	6
	Д	Ст 3	1,7	2 швеллера № 14	30	—	—	5
	Е	Ст 3	1,6	2 двутавра № 14	40	—	—	7

Продолжение табл. 6.1

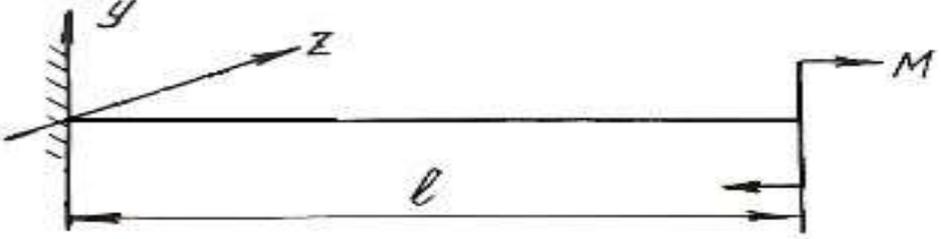
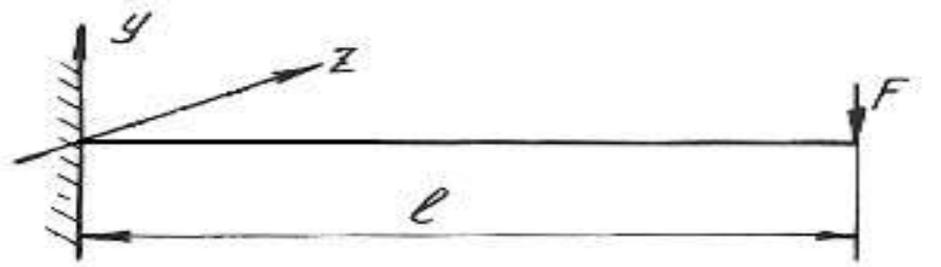
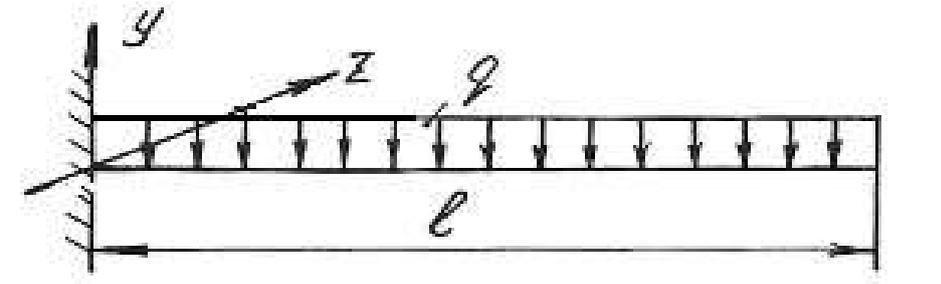
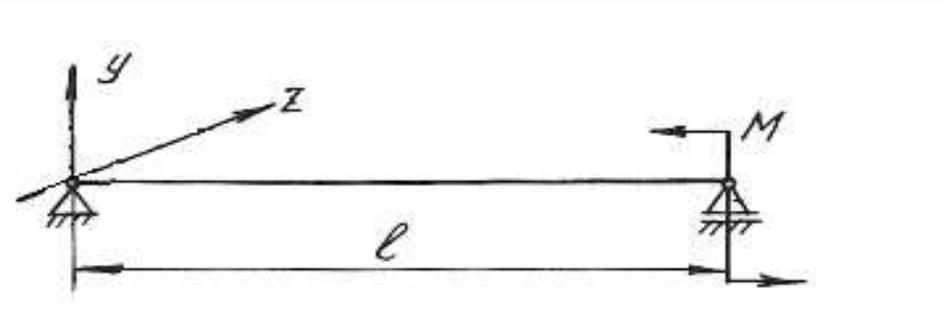
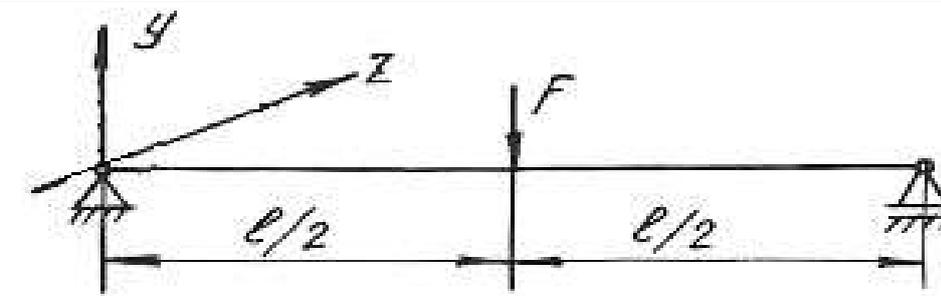
Схема балки	Схема сечения	Материал	Пролет $l, \text{м}$	Размеры сечения, $\text{см}$	Угол $\varphi$ , град	Нагрузка		
						$F$ , кН	$M$ , кН·м	$q$ , кН/м
4	А	дерево	2,5	$b \times h = 12 \times 30$	30	—	6	—
	Б	Ст 3	4	двутавр № 55	40	—	5	—
	В	Ст 3	5	швеллер № 30	50	—	7	—
	Г	Ст 3	6	2 швеллера № 10	60	—	8	—
	Д	Ст 3	4	2 швеллера № 12	30	—	9	—
	Е	Ст 3	6	2 двутавра № 14	40	—	10	—
5	А	дерево	3	$b \times h = 18 \times 30$	40	6	—	—
	Б	Ст 3	4	двутавр № 36	60	2,5	—	—
	В	Ст 3	5	швеллер № 24	30	3	—	—
	Г	Ст 3	6	2 швеллера № 10	20	4	—	—
	Д	Ст 3	5,5	2 швеллера № 12	40	3	—	—
	Е	Ст 3	4,5	2 двутавра № 14	50	5	—	—
6	А	дерево	4	$b \times h = 16 \times 28$	60	—	—	2
	Б	Ст 3	6	двутавр № 20	50	—	—	4
	В	Ст 3	3	швеллер № 16	30	—	—	3
	Г	Ст 3	4	2 швеллера № 14	40	—	—	5
	Д	Ст 3	5	2 швеллера № 16	45	—	—	6
	Е	Ст 3	5,5	2 двутавра № 18	20	—	—	7
7	А	дерево	2	$b \times h = 16 \times 24$	—	1	—	—
	Б	Ст 3	2,5	двутавр № 28	—	3	—	—
	В	Ст 3	2,4	швеллер № 16	—	4	—	—
	Г	Ст 3	2,6	2 швеллера № 14	—	6	—	—
	Д	Ст 3	2,3	2 швеллера № 16	—	8	—	—
	Е	Ст 3	2,7	2 двутавра № 20	—	10	—	—
8	А	дерево	1,5	$b \times h = 15 \times 25$	—	2	3	—
	Б	Ст 3	1,8	двутавр № 18	—	3	4	—
	В	Ст 3	1,6	швеллер № 24	—	5	3	—
	Г	Ст 3	1,7	2 швеллера № 12	—	6	6	—
	Д	Ст 3	1,9	2 швеллера № 14	—	7	7	—
	Е	Ст 3	2	2 двутавра № 16	—	8	5	—

Продолжение табл. 6.1

Схема балки	Схема сечения	Материал	Пролет $l$ , м	Размеры сечения, см	Угол $\varphi$ , град	Нагрузка		
						$F$ , кН	$M$ , кН·м	$q$ , кН/м
9	А	дерево	2,5	$b \times h = 17 \times 27$	—	4	—	30
	Б	Ст 3	4	двутавр № 30	—	6	—	20
	В	Ст 3	3	швеллер № 27	—	5	—	40
	Г	Ст 3	5	2 швеллера № 14	—	7	—	50
	Д	Ст 3	6	2 швеллера № 16	—	8	—	60
	Е	Ст 3	4,6	2 двутавра № 18	—	9	—	70
10	А	дерево	1,6	$b \times h = 18 \times 24$	—	—	5	10
	Б	Ст 3	1,8	двутавр № 27	—	—	4	20
	В	Ст 3	1,9	швеллер № 20	—	—	3	30
	Г	Ст 3	2	2 швеллера № 14	—	—	6	40
	Д	Ст 3	2,1	2 швеллера № 16	—	—	7	50
	Е	Ст 3	2,2	2 двутавра № 20	—	—	8	60
11	А	дерево	1,5	$b \times h = 19 \times 30$	—	2	30	—
	Б	Ст 3	1,7	двутавр № 24	—	3	40	—
	В	Ст 3	1,9	швеллер № 24	—	5	60	—
	Г	Ст 3	1,8	2 швеллера № 18	—	7	80	—
	Д	Ст 3	2,3	2 швеллера № 20	—	6	70	—
	Е	Ст 3	2,4	2 двутавра № 14	—	4	50	—
12	А	дерево	1,2	$b \times h = 20 \times 29$	—	2	—	20
	Б	Ст 3	1,3	двутавр № 22	—	4	—	30
	В	Ст 3	1,4	швеллер № 24	—	5	—	40
	Г	Ст 3	1,5	2 швеллера № 22	—	7	—	50
	Д	Ст 3	1,6	2 швеллера № 20	—	6	—	60
	Е	Ст 3	1,7	2 двутавра № 20	—	7	—	70

Схема балки	Схема сечения	Материал	Пролет $l, м$	Размеры сечения, см	Угол $\varphi$ , град	Нагрузка		
						$F$ , кН	$M$ , кН·м	$q$ , кН/м
13	А	дерево	1,5	$b \times h = 18 \times 32$	—	3	—	10
	Б	Ст 3	1,6	двутавр № 36	—	4	—	20
	В	Ст 3	1,7	швеллер № 36	—	5	—	30
	Г	Ст 3	1,8	2 швеллера № 18	—	6	—	40
	Д	Ст 3	1,9	2 швеллера № 20	—	7	—	50
	Е	Ст 3	2	2 двутавра № 24	—	8	—	60
14	А	дерево	1,3	$b \times h = 19 \times 30$	—	20	3	—
	Б	Ст 3	1,4	двутавр № 40	—	40	4	—
	В	Ст 3	1,5	швеллер № 30	—	60	5	—
	Г	Ст 3	1,6	2 швеллера № 16	—	50	6	—
	Д	Ст 3	1,7	2 швеллера № 20	—	60	7	—
	Е	Ст 3	1,8	2 двутавра № 18	—	70	8	—
15	А	дерево	1,4	$b \times h = 17 \times 32$	—	1	40	—
	Б	Ст 3	1,6	двутавр № 24	—	2	50	—
	В	Ст 3	1,8	швеллер № 20	—	3	60	—
	Г	Ст 3	1,9	2 швеллера № 22	—	4	70	—
	Д	Ст 3	2,1	2 швеллера № 18	—	5	80	—
	Е	Ст 3	2,2	2 двутавра № 20	—	6	60	—
16	А	дерево	1,6	$b \times h = 19 \times 32$	—	—	2	20
	Б	Ст 3	1,7	двутавр № 22	—	—	3	30
	В	Ст 3	1,9	швеллер № 27	—	—	4	40
	Г	Ст 3	1,8	2 швеллера № 16	—	—	5	50
	Д	Ст 3	2,3	2 швеллера № 20	—	—	6	40
	Е	Ст 3	2,4	2 двутавра № 22	—	—	7	50

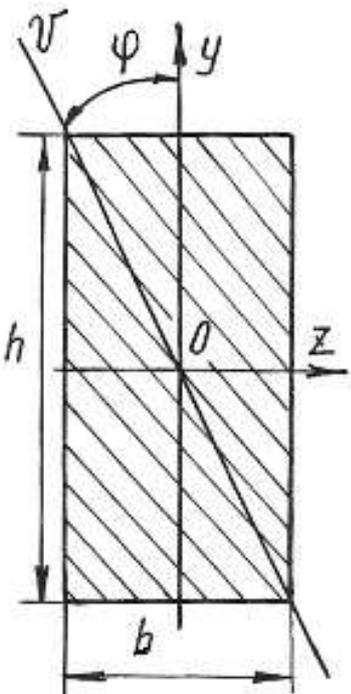
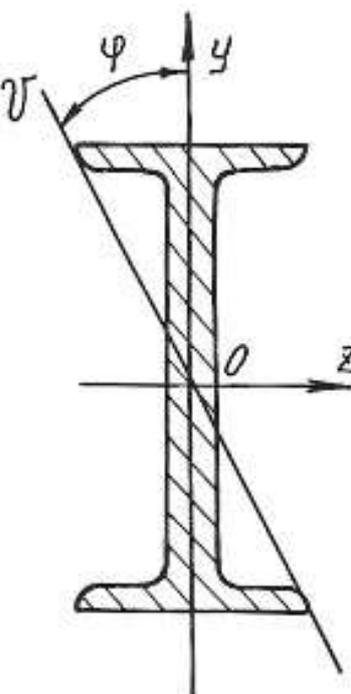
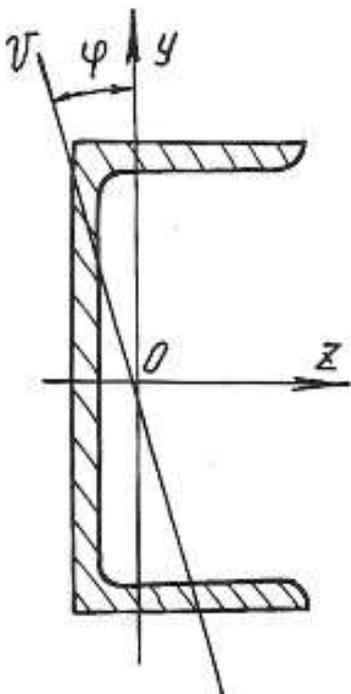
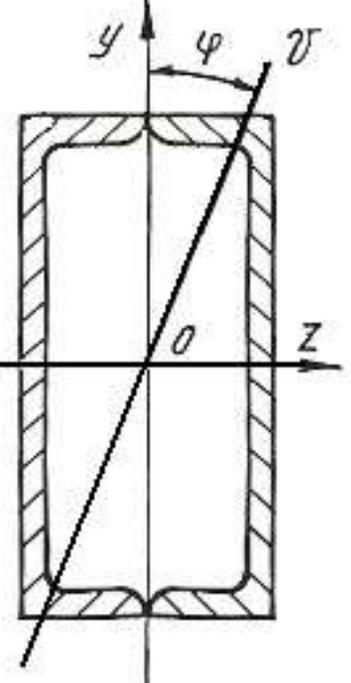
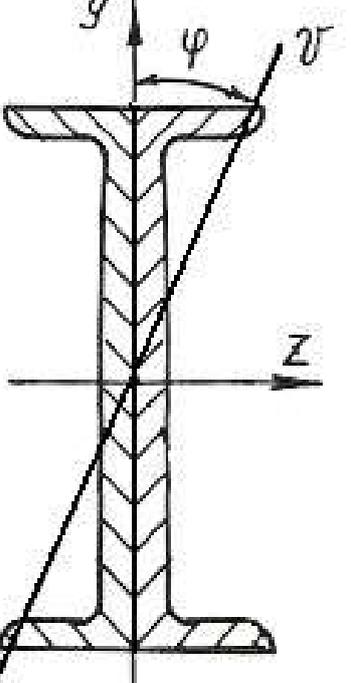
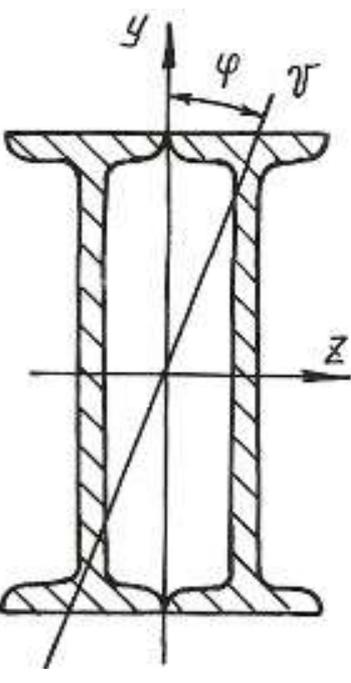
## Схемы закрепления и нагружения балок

Номер схемы	Схема балки
1	
2	
3	
4	
5	

Номер схемы	Схема балки
6	
7	
8	
9	
10	
11	

Номер схемы	Схема балки
12	
13	
14	
15	
16	

Схемы поперечных сечений балок

А	Б	В
		
Г	Д	Е
		

### 6.3. Внецентренное растяжение или сжатие

Если действующая на брус продольная растягивающая или сжимающая сила приложена на некотором расстоянии от центра тяжести сечения, то возникает внецентренное растяжение или сжатие. Расстояние между точкой приложения силы и центром тяжести сечения бруса называется эксцентриситетом. Для практики весьма важны случаи внецентренного сжатия, например, для каменных и кирпичных столбов, бетонных колонн и др.

Внецентренное приложение сжимающей силы можно привести к случаю сжатия центральной силой  $F$  и чистому изгибу моментом  $M = Fe$ , если перенести силу  $F$  в центр тяжести поперечного сечения и уравновесить ее (рис. 6.5).

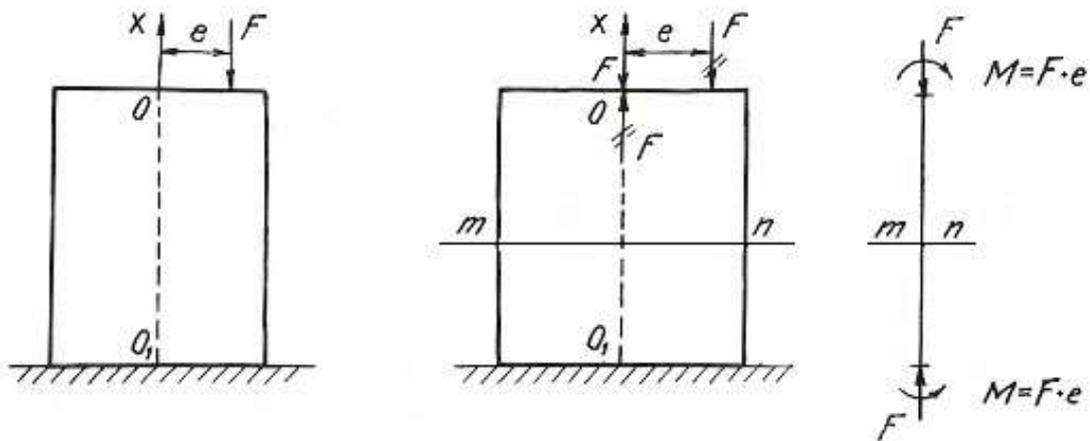


Рис. 6.5.

Так как изгибающий момент во всех сечениях постоянен, то проверку прочности можно производить по любому сечению бруса. Если отбросить верхнюю часть бруса по сечению  $m-n$  и рассмотреть нижнюю (рис. 6.6), то для любой точки  $A$  поперечного сечения с координатами  $y, z$  нормальное напряжение будет равно алгебраической сумме напряжений

$$\sigma_A = \sigma_F + \sigma_{M_y} + \sigma_{M_z}, \quad (6.7)$$

где  $\sigma_F = -\frac{F}{A}$  – напряжение от сжимающей центрально приложенной силы  $F$ ;

$\sigma_{M_y} = -M_y \frac{z}{J_y}$  – напряжение от изгибающего момента относительно главной

оси сечения  $y$ ;  $\sigma_{M_z} = -M_z \frac{y}{J_z}$  – напряжение от изгибающего момента относительно главной оси сечения  $z$ .

Знак минус указывает на то, что данные нагрузки вызывают в точке  $A$  деформацию сжатия.

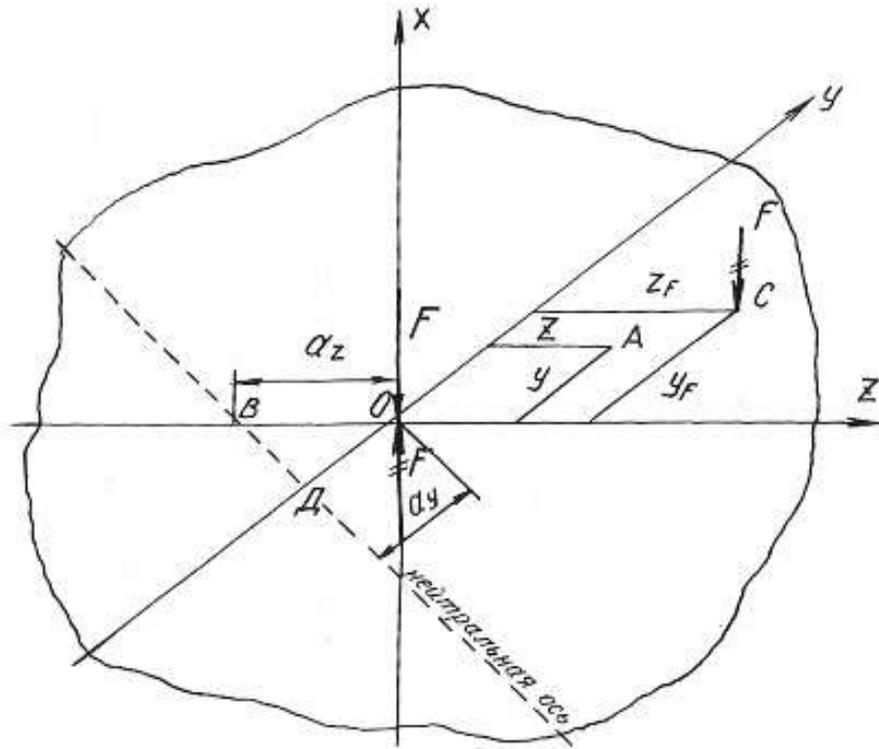


Рис. 6.6.

Изгибающие моменты определяются

$$M_y = Fz_F; \quad M_z = Fy_F;$$

где  $z_F$  и  $y_F$  - координаты точки C приложения силы  $F$ .

После подстановки имеем:

$$\sigma_A = -\frac{F}{A} - Fz_F \frac{z}{J_y} - Fy_F \frac{y}{J_z}.$$

Окончательный вид формулы для определения напряжений в любой точке поперечного сечения получаем после простых преобразований

$$\sigma = F \left( \pm \frac{1}{A} \pm z_F \frac{z}{J_y} \pm y_F \frac{y}{J_z} \right), \quad (6.8)$$

где  $J_y, J_z$  - моменты инерции поперечного сечения;  $y_F, z_F$  - координаты точки приложения силы  $F$ .

У каждого из слагаемых данного уравнения знак плюс берется для растягивающего, а знак минус - для сжимающего напряжения.

Условие прочности при внецентренном растяжении или сжатии имеет вид:

$$\sigma_{\max} = F \left( \pm \frac{1}{A} \pm z_F \frac{z_{\max}}{J_y} \pm y_F \frac{y_{\max}}{J_z} \right) \leq \sigma_{\text{adm}}, \quad (6.9)$$

где  $z_{\max}, y_{\max}$  – координаты наиболее удаленных точек сечения от его центра тяжести.

Уравнение нейтральной оси при внецентренном растяжении или сжатии имеет вид:

$$\pm \frac{1}{A} \pm z_F \frac{z_0}{J_y} \pm y_F \frac{y_0}{J_z} = 0, \quad (6.10)$$

где  $z_0, y_0$  – координаты точек, лежащих на нейтральной оси.

Это уравнение является уравнением прямой, не проходящей через центр тяжести сечения. Величины отрезков, отсекаемых на координатных осях  $y$  и  $z$  нейтральной осью, определяются из уравнения:

$$\pm 1 \pm z_F \frac{a_z}{i_y^2} \pm y_F \frac{a_y}{i_z^2} = 0, \quad (6.11)$$

где  $a_z = z_0, a_y = y_0$  – отрезки, определяющие положение нейтральной оси.

Величины отрезков определяются по формулам:

$$a_z = -\frac{i_y^2}{z_F}; \quad a_y = -\frac{i_z^2}{y_F}, \quad (6.12)$$

где  $i_z, i_y$  – радиусы инерции поперечного сечения относительно осей  $y$  и  $z$ .

Знак минус в этих формулах указывает на то, что нейтральная ось располагается по другую сторону центра тяжести сечения, по сравнению с точкой приложения силы  $F$ , действующей на брус.

Если поперечное сечение имеет сложную форму, то необходимо найти центр тяжести сечения, положение главных центральных осей и главные моменты инерции, пользуясь формулами и указаниями, приведенными в главе 2. В формулы, содержащие моменты инерции, необходимо подставлять значения главных моментов инерции сечения.

### Пример 6.3.

Короткий чугунный стержень, поперечное сечение которого показано на рис. 6.7, сжимается продольной силой  $F$ , приложенной в точке  $A$ .

Требуется:

1. Вычислить наибольшее растягивающее и наибольшее сжимающее напряжения в поперечном сечении, выразив величины этих напряжений через  $F$  и размеры сечений.

2. Найти допускаемую нагрузку  $F$  при заданных размерах сечения и допускаемых напряжениях для чугуна на сжатие  $\sigma_{adm}^c$  и на растяжение  $\sigma_{adm}^p$ :  
 $\sigma_{adm}^c = 110$  МПа,  $\sigma_{adm}^p = 24$  МПа.

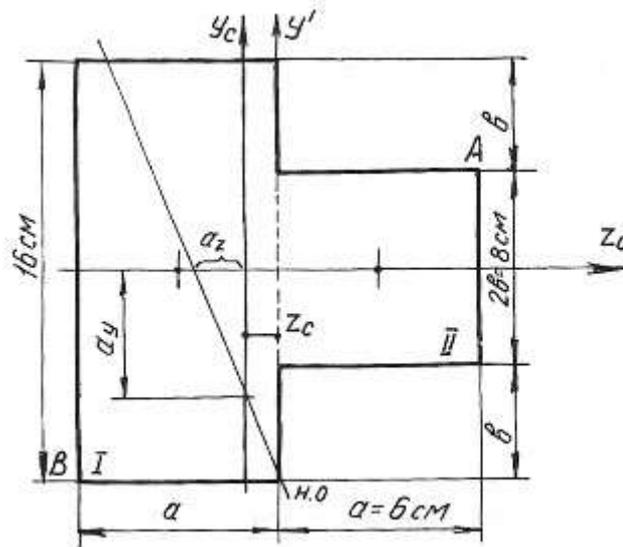


Рис. 6.7.

Определяем координату центра тяжести сечения. Проведем вспомогательную ось  $y'$ :

$$z_c = \frac{\sum S y'}{\sum A} = \frac{(A_1 z_1 + A_2 z_2)}{A_1 + A_2} = \frac{[16 \cdot 6 \cdot (-3) + 6 \cdot 8 \cdot 3]}{16 \cdot 6 + 6 \cdot 8} = \frac{-144}{144} = -1 \text{ см.}$$

Для определения положения нейтральной оси находим геометрические характеристики сечения.

Моменты инерции:

$$J_{y_c} = 16 \frac{6^3}{12} + 6 \cdot 16 \cdot 2^2 + 8 \cdot \frac{6^3}{12} + 6 \cdot 8 \cdot 4^2 = 1584 \text{ см}^4;$$

$$J_{z_c} = 16^3 \frac{6}{12} + 6 \frac{8^3}{12} = 2304 \text{ см}^4.$$

Радиусы инерции:

$$i_y = \sqrt{\frac{J_{y_c}}{A}} = \sqrt{\frac{1584}{144}} = \sqrt{11} = 3,31 \text{ см};$$

$$i_z = \sqrt{\frac{J_{z_c}}{A}} = \sqrt{\frac{2304}{144}} = \sqrt{16} = 4 \text{ см.}$$

Нейтральная ось пересекает оси  $z_c$  и  $y_c$  в точках:

$$a_y = -\frac{i_z^2}{y_F}; \quad a_z = -\frac{i_y^2}{z_F}; \quad z_F = 7 \text{ см}; \quad y_F = 4 \text{ см}.$$

$$a_y = \frac{-4^2}{4} = -4 \text{ см}; \quad a_z = \frac{-3,31^2}{7} = -1,57 \text{ см}.$$

Максимальное напряжение возникает в точках, наиболее удаленных от нейтральной оси, т. е. в точках  $A$  и  $B$ . Определяются они по формуле:

$$\sigma = -\frac{F}{A} \pm \frac{Fz_F z_{\max}}{J_{y_c}} \pm \frac{Fy_F y_{\max}}{J_{z_c}},$$

где  $z_{\max}$ ,  $y_{\max}$  – координаты точек  $A$  и  $B$ .

Наибольшее сжимающее напряжение:

$$\sigma_A = -F \left[ \frac{1}{144} + 7 \frac{7}{1584} + 4 \frac{4}{2304} \right] = -0,044 \cdot F.$$

Наибольшее растягивающее напряжение:

$$\sigma_B = -F \left[ \frac{1}{144} + 7 \frac{(-5)}{1584} + 4 \frac{(-8)}{2304} \right] = 0,028 \cdot F.$$

Находим допускаемую нагрузку:

$$\sigma_A \leq \sigma_{\text{adm}}^c = 110 \text{ МПа}; \quad 0,044 \cdot F \leq 110; \quad F \leq 0,25 \text{ МН}.$$

$$\sigma_B \leq \sigma_{\text{adm}}^p = 24 \text{ МПа}; \quad 0,028 \cdot F \leq 24; \quad F \leq 0,09 \text{ МН}.$$

Допускаемая нагрузка  $F = 0,09 \text{ МН}$ .

#### 6.4. Задания для расчета на внецентренное растяжение или сжатие

Колонна заданного поперечного сечения с известными размерами нагружена сжимающей силой  $F$ , приложенной вне центра тяжести сечения в указанной точке. Требуется:

- 1) Определить положение нейтральной оси;
- 2) Вычислить наибольшие напряжения в опасном сечении колонны;
- 3) Построить эпюры напряжений в опасном сечении.

Данные для расчета взять из таблиц 6.4, 6.5 и табл. П. 1.

Примечание: собственным весом колонны при расчетах пренебречь.

Таблица 6.4

Вариант	Схема сечения	Материал	Размеры сечения, см	Точка приложения силы $F$	Нагрузка $F$ , кН
1	А	дерево	$b \times h = 15 \times 25$	1	20
	Б	Ст 3	двутавр № 16	2	30
	В	Ст 3	швеллер № 16	3	40
	Г	Ст 3	2 швеллера № 14	4	50
	Д	Ст 3	2 швеллера № 12	5	60
	Е	Ст 3	2 двутавра № 14	6	70
	Ж	чугун	$b = 20$	7	35
	З	чугун	$b \times h = 20 \times 30, D = 10$	8	45
	И	Ст 3	2 швеллера № 12, $a = 10$	1	75
	К	Ст 3	2 двутавра № 14, $a = 10$	2	80
2	А	дерево	$b \times h = 16 \times 27$	2	25
	Б	Ст 3	двутавр № 18	3	35
	В	Ст 3	швеллер № 18	4	45
	Г	Ст 3	2 швеллера № 16	5	50
	Д	Ст 3	2 швеллера № 18	6	60
	Е	Ст 3	2 двутавра № 16	7	70
	Ж	чугун	$b = 30$	8	55
	З	чугун	$b \times h = 25 \times 35, D = 12$	1	65
	И	Ст 3	2 швеллера № 14, $a = 10$	2	65
	К	Ст 3	2 двутавра № 16, $a = 10$	3	75

Продолжение табл. 6.4

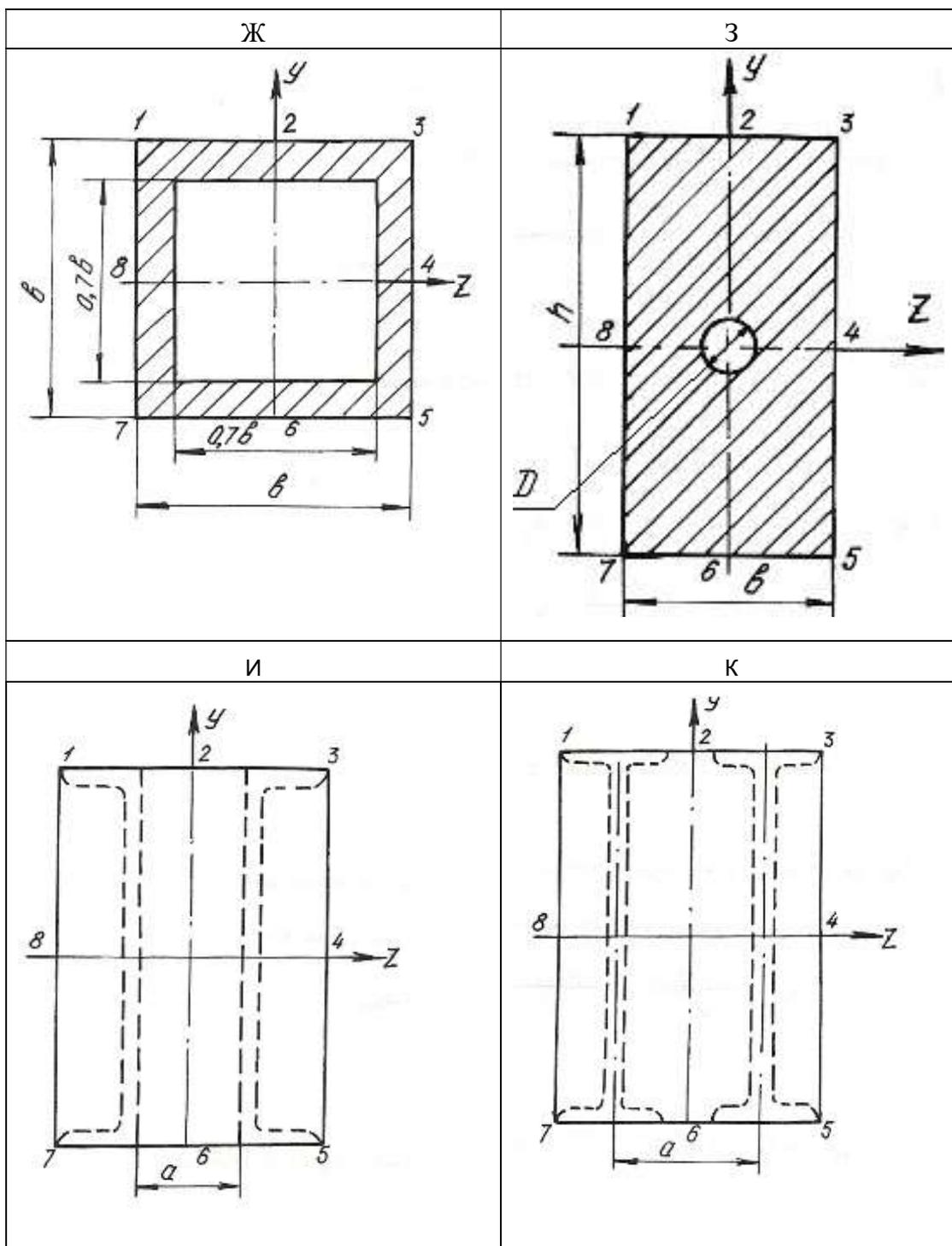
Вариант	Схема сечения	Материал	Размеры сечения	Точка приложения силы $F$	Нагрузка $F$ , кН
3	А	дерево	$b \times h = 17 \times 28$	3	30
	Б	Ст 3	двутавр № 14	4	40
	В	Ст 3	швеллер № 20	5	48
	Г	Ст 3	2 швеллера № 14	6	52
	Д	Ст 3	2 швеллера № 16	7	62
	Е	Ст 3	2 двутавра № 18	8	72
	Ж	чугун	$b = 32$	1	60
	З	чугун	$b \times h = 24 \times 32, D = 8$	2	70
	И	Ст 3	2 швеллера № 18, $a = 14$	3	66
	К	Ст 3	2 двутавра № 12, $a = 8$	4	74
4	А	дерево	$b \times h = 18 \times 36$	4	40
	Б	Ст 3	двутавр № 20	5	44
	В	Ст 3	швеллер № 20	6	54
	Г	Ст 3	2 швеллера № 18	7	64
	Д	Ст 3	2 швеллера № 16	8	74
	Е	Ст 3	2 двутавра № 14	1	46
	Ж	чугун	$b = 34$	2	38
	З	чугун	$b \times h = 28 \times 36, D = 14$	3	48
	И	Ст 3	2 швеллера № 16, $a = 8$	4	58
	К	Ст 3	2 двутавра № 18, $a = 12$	5	72
5	А	дерево	$b \times h = 20 \times 24$	5	28
	Б	Ст 3	двутавр № 22	6	38
	В	Ст 3	швеллер № 22	7	48
	Г	Ст 3	2 швеллера № 20	8	62
	Д	Ст 3	2 швеллера № 22	1	76
	Е	Ст 3	2 двутавра № 20	2	78
	Ж	чугун	$b = 28$	3	46
	З	чугун	$b \times h = 22 \times 34, D = 6$	4	56
	И	Ст 3	2 швеллера № 20, $a = 6$	5	80
	К	Ст 3	2 двутавра № 20, $a = 12$	6	82

Продолжение табл. 6.4

Вариант	Схема сечения	Материал	Размеры сечения, см	Точка приложения силы $F$	Нагрузка $F$ , кН
6	А	дерево	$b \times h = 22 \times 38$	6	36
	Б	Ст 3	двутавр № 22	7	46
	В	Ст 3	швеллер № 22	8	48
	Г	Ст 3	2 швеллера № 22	1	68
	Д	Ст 3	2 швеллера № 20	2	72
	Е	Ст 3	2 двутавра № 22	3	74
	Ж	чугун	$b = 24$	4	50
	З	чугун	$b \times h = 24 \times 34, D = 8$	5	60
	И	Ст 3	2 швеллера № 22, $a = 8$	6	74
	К	Ст 3	2 двутавра № 22, $a = 12$	7	69
7	А	дерево	$b \times h = 22 \times 30$	7	25
	Б	Ст 3	двутавр № 24	8	48
	В	Ст 3	швеллер № 24	1	52
	Г	Ст 3	2 швеллера № 24	2	63
	Д	Ст 3	2 швеллера № 22	3	68
	Е	Ст 3	2 двутавра № 20	4	64
	Ж	чугун	$b = 22$	5	43
	З	чугун	$b \times h = 26 \times 36, D = 6$	6	49
	И	Ст 3	2 швеллера № 24, $a = 4$	7	78
	К	Ст 3	2 двутавра № 24, $a = 13$	8	84
8	А	дерево	$b \times h = 18 \times 32$	8	35
	Б	Ст 3	двутавр № 27	1	62
	В	Ст 3	швеллер № 27	2	68
	Г	Ст 3	2 швеллера № 22	3	85
	Д	Ст 3	2 швеллера № 24	4	87
	Е	Ст 3	2 двутавра № 22	5	78
	Ж	чугун	$b = 26$	6	52
	З	чугун	$b \times h = 26 \times 36, D = 9$	7	58
	И	Ст 3	2 швеллера № 27, $a = 5$	8	86
	К	Ст 3	2 двутавра № 27, $a = 14$	1	88

Схемы поперечных сечений колонны

А	Б	В
Г	Д	Е



## 6.5. Изгиб с кручением

Помимо крутящих моментов валы могут испытывать воздействие изгибающих моментов. Последние возникают от действия собственного веса вала, усилий натяжения приводных ремней, весов шкивов, усилий зацепления в зубьях зубчатых передач и т. п.

Крутящий момент на валу или его участке определяется по формулам:

$$T = 9550 \frac{N}{n}, \quad (6.13)$$

где  $T$  – крутящий момент, Нм;  $N$  – мощность двигателя, кВт;  $n$  – число оборотов вала в минуту, или

$$T = \frac{D}{2} \cdot (t_1 - t_1'), \quad (6.14)$$

где  $D$  – диаметр ведущего шкива, соединенного с двигателем приводным ремнем;  $t_1$  – усилие натяжения в набегающей ветви приводного ремня;  $t_1'$  – усилие натяжения в сбегающей ветви приводного ремня.

Определив крутящий момент по формуле (6.13) и, зная соотношение между усилиями  $t_1$  и  $t_1'$ , определяют эти усилия из формулы (6.14) при известном диаметре шкива. Если усилия  $t_1, t_1'$  последовательно перенести в центр тяжести сечения вала и уравновесить их, то получим два момента пар сил, направленных в противоположные стороны. Равнодействующий момент этих моментов и будет равен крутящему моменту в том сечении, где находится шкив. Вместе с этим в центре этого сечения вала возникнет нагрузка,  $S = t_1 + t_1'$ , которая может быть направлена под углом к горизонту. В этом случае ее раскладывают на вертикальную и горизонтальную составляющие:  $S_y = S \cdot \sin \alpha$ ;  $S_z = S \cdot \cos \alpha$ .

При наличии на валу нескольких ведомых шкивов крутящие моменты и изгибающие нагрузки определяются аналогичным способом. Таким образом, вал будет испытывать одновременно деформацию кручения от крутящих моментов и деформацию поперечного изгиба в двух плоскостях – вертикальной и горизонтальной. Дальнейший расчет вала на изгиб с кручением осуществляется в таком порядке:

1. Строится эпюра крутящих моментов  $T$ .
2. Вычерчивается схема вала в виде балки на двух опорах и загружается только вертикальными изгибающими нагрузками. С помощью уравнений статики определяются реакции на опорах, и строится эпюра изгибающих моментов от этих нагрузок  $M_{из}^B$ .

3. Вал загружается только горизонтальными изгибающими нагрузками, от них определяются реакции на опорах, и строится эпюра изгибающих моментов от горизонтальных нагрузок  $M_{\text{и}}^{\Gamma}$ .

4. В характерных сечениях вала определяются суммарные изгибающие моменты в виде геометрической суммы изгибающих моментов, возникающих в этих сечениях от вертикальных и горизонтальных нагрузок:  $M_{\text{и}} = \sqrt{(M_{\text{и}}^{\text{В}})^2 + (M_{\text{и}}^{\Gamma})^2}$ . Строится суммарная эпюра изгибающих моментов  $M_{\text{и}}$ . При построении эпюр выбирается необходимый масштаб, и применяются знаки, принятые в сопротивлении материалов при построении эпюр крутящих и изгибающих моментов.

5. Выбирается опасное сечение по длине вала, где одновременно крутящий и суммарный моменты достаточно большие – на основании эпюр  $M_{\text{и}}$  и  $T$ .

6. На основании третьей или четвертой теории прочности для опасного сечения определяется расчетный (эквивалентный) момент по формулам:

$$M_{\text{р}}^{\text{III}} = \sqrt{T^2 + M_{\text{и}}^2}; \quad M_{\text{р}}^{\text{IV}} = \sqrt{M_{\text{и}}^2 + 0,75T^2}. \quad (6.15)$$

7. Определяется диаметр сечения вала на основании условия прочности:

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{р}}}{W_z} \leq \sigma_{\text{adm}}, \quad (6.16)$$

где  $W_z = \frac{J_z}{d/2} = \pi \frac{d^4/64}{d/2} = \frac{\pi d^3}{32}$  – момент сопротивления поперечного сечения вала изгибу.

$$d \geq 3 \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{р}}}{\pi\sigma_{\text{adm}}}}. \quad (6.17)$$

Величина диаметра округляется до ближайшего целого.

#### Пример 6.4.

Шкив с диаметром  $D_1$  и с углом наклона ветвей ремня к горизонту  $\alpha_1$  делает  $n$  оборотов в минуту и передает мощность  $N$ . Два других шкива имеют одинаковый диаметр  $D_2$  и одинаковые углы наклона ветвей ремня к горизонту  $\alpha_2$  и, каждый из них передает мощность  $N/2$  (рис. 6.8).

Требуется:

1. Определить моменты, приложенные к шкивам, по заданным  $N$  и  $n$  ;

2. Построить эпюру крутящих моментов  $T$ ;
3. Определить окружные усилия  $t_1$  и  $t_2$  действующие на шкивы, по данным моментам и заданным диаметрам шкивов  $D_1$  и  $D_2$ ;
4. Принять  $t_1 = 2 \cdot t_2$ ;
5. Определить силы, изгибающие вал в горизонтальной и вертикальной плоскостях (вес шкивов и вала не учитывать);
6. Построить эпюры изгибающих моментов от горизонтальных и вертикальных сил  $M_{\text{верт.}}$ ,  $M_{\text{гор.}}$ ;
7. Построить эпюры суммарных изгибающих моментов, пользуясь формулой  $M_{\text{и}} = \sqrt{M_{\text{гор}}^2 + M_{\text{верт}}^2}$ ;
8. При помощи эпюр  $T$  и  $M_{\text{и}}$  найти опасное сечение и определить максимальный расчетный момент (по третьей теории прочности);
9. Подобрать диаметр вала  $d$  при  $\sigma_{\text{adm}} = 70$  МПа и округлить его значение.

*Решение.*

1. Определяем крутящие моменты:

$$T_1 = \frac{9,55 \cdot N_1}{650} = \frac{9,55 \cdot 90}{650} = 1,32 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$T_2 = \frac{9,55 \cdot N_2}{n} = \frac{9,55 \cdot 45}{650} = 0,66 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

2. Строим эпюру крутящих моментов (см. рис. 6.8).

3. Определяем усилия натяжения в ветвях ремней:

$$t_1 = \frac{2 \cdot T_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 1,32}{1} = 2,64 \text{ кН}; \quad t_2 = \frac{2 \cdot T_2}{D_2} = \frac{2 \cdot 0,66}{0,6} = 2,2 \text{ кН}.$$

4. Определяем изгибающие нагрузки:

$$S_1 = t_1 + 2 \cdot t_2 = 7,92 \text{ кН}; \quad S_2 = t_2 + 2 \cdot t_2 = 6,60 \text{ кН}.$$

5. Определяем изгибающие нагрузки в вертикальной плоскости и реакции от этих нагрузок:

$$S_1^y = S_1 \cdot \sin \alpha_1 = 7,92 \cdot \sin 75^\circ = 7,92 \cdot 0,9659 = 7,65 \text{ кН};$$

$$S_2^y = S_2 \cdot \sin \alpha_2 = 6,6 \cdot \sin 80^\circ = 6,6 \cdot 0,9848 = 6,49 \text{ кН}.$$

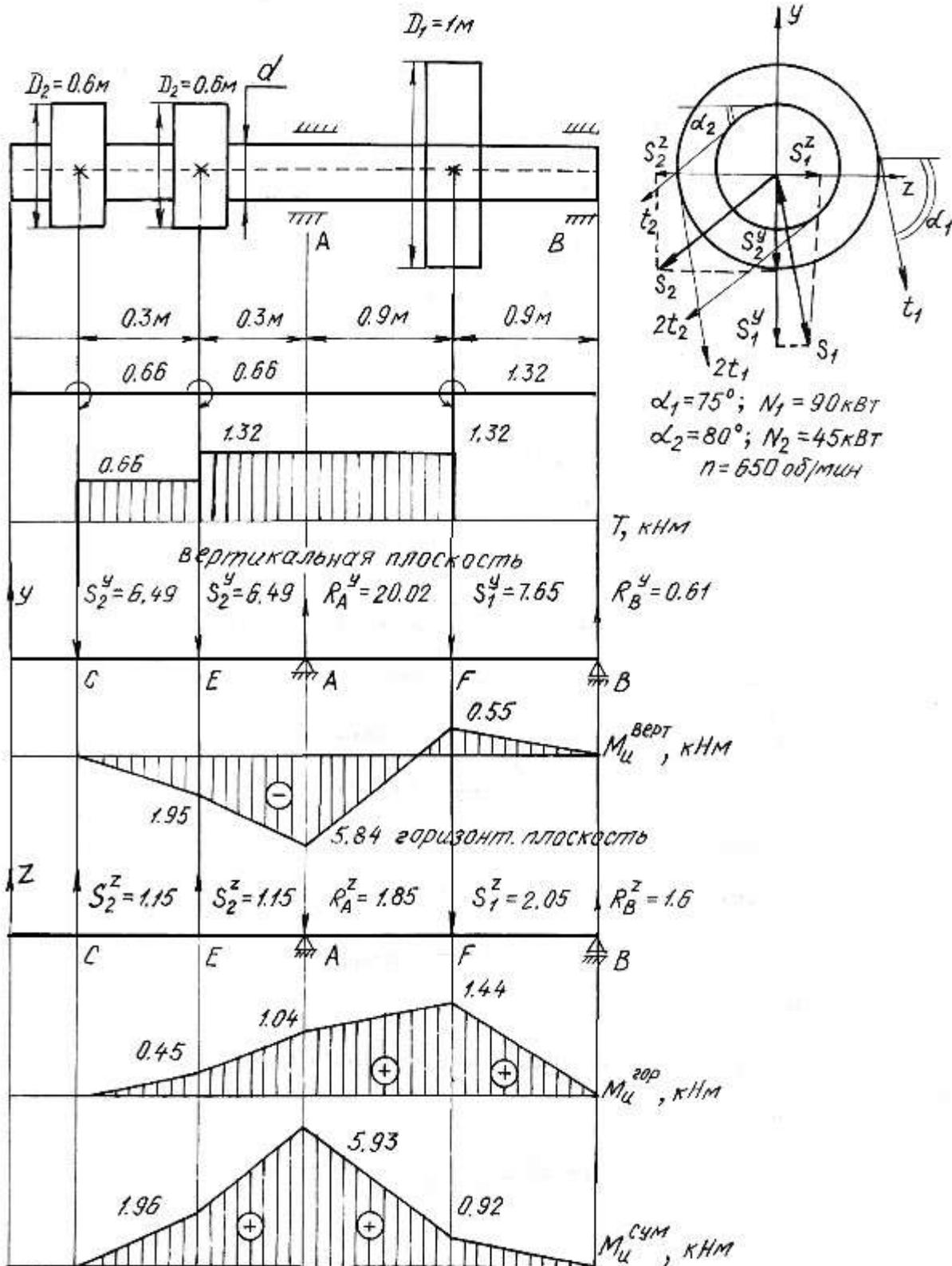


Рис. 6.8.

$$\sum M_A = 0; \quad S_2^y \cdot 0,6 - S_1^y \cdot 0,9 + R_B^y \cdot 1,8 + S_2^y \cdot 0,3 = 0;$$

$$6,49 \cdot 0,6 + 6,49 \cdot 0,3 - 7,65 \cdot 0,9 + R_B^y \cdot 1,8 = 0;$$

$$R_B^y = 0,61 \text{ кН.}$$

$$\sum M_B = 0; \quad S_2^y \cdot 2,4 + S_2^y \cdot 2,1 - R_A^y \cdot 1,8 + S_1^y \cdot 0,9 = 0;$$

$$6,49 \cdot 2,4 + 6,49 \cdot 2,1 - R_A^y \cdot 1,8 + 7,65 \cdot 0,9 = 0;$$

$$R_A^y = 20,02 \text{ кН.}$$

$$\sum Y = 0; \quad -S_2^y - S_2^y + R_A^y - S_1^y + R_B^y = 0;$$

$$-6,49 - 6,49 + 20,02 - 7,65 + 0,61 = 0;$$

$$0 = 0.$$

Строим эпюру изгибающих моментов в вертикальной плоскости:

$$M_{\text{и}}^E = -6,49 \cdot 0,3 = -1,95 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{и}}^A = -6,49 \cdot 0,6 - 6,49 \cdot 0,3 = -5,84 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{и}}^F = R_B^y \cdot 0,9 = 0,61 \cdot 0,9 = 0,55 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

6. Определяем изгибающие нагрузки в горизонтальной плоскости и реакции от этих нагрузок:

$$S_1^z = S_1 \cdot \cos \alpha_1 = 7,92 \cdot \cos 75^\circ = 2,05 \text{ кН};$$

$$S_2^z = S_2 \cdot \cos \alpha_2 = 6,6 \cdot \cos 80^\circ = 1,15 \text{ кН.}$$

$$\sum M_A = 0;$$

$$S_2^z \cdot 0,6 - S_1^z \cdot 0,9 + R_B^z \cdot 1,8 - S_2^z \cdot 0,3 = 0;$$

$$R_B^z = 1,6 \text{ кН.}$$

$$\sum M_B = 0;$$

$$-S_2^z \cdot 2,4 - S_2^z \cdot 2,1 + R_A^z \cdot 1,8 + S_1^z \cdot 0,9 = 0;$$

$$R_A^z = 1,85 \text{ кН.}$$

$$\sum Z = 0; \quad S_2^z + S_2^z - R_A^z - S_1^z + R_B^z = 0;$$

$$1,15 + 1,15 - 1,85 - 2,05 + 1,6 = 0;$$

$$0 = 0.$$

Строим эпюру изгибающих моментов в горизонтальной плоскости:

$$M_{\text{И}}^E = 1,15 \cdot 0,3 = 0,45 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{И}}^A = 1,15 \cdot 0,6 + 1,15 \cdot 0,3 = 1,04 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{И}}^F = 1,6 \cdot 0,9 = 1,44 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

7. Строим эпюру суммарных изгибающих моментов:

$$M_{\text{И}}^E = \sqrt{1,95^2 + 0,45^2} = 1,96 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{И}}^A = \sqrt{5,84^2 + 1,04^2} = 5,93 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{И}}^F = \sqrt{0,55^2 + 1,44^2} = 0,92 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

8. Опасным сечением будет сечение  $A$ :

$$M_{\text{И}}^A = 5,93 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad T = 1,32 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Расчетный момент для сечения  $A$ :

$$M_{\text{р}}^{\text{III}} = \sqrt{5,93^2 + 1,32^2} = 6,08 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

9. Определяем диаметр сечения вала:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{р}}}{\pi\sigma_{\text{adm}}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 6,08 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 70}} = 0,096 \text{ м} = 96 \text{ мм}.$$

Принимаем диаметр вала  $d = 100 \text{ мм}$ .

### 6.6. Задания для расчета на изгиб с кручением

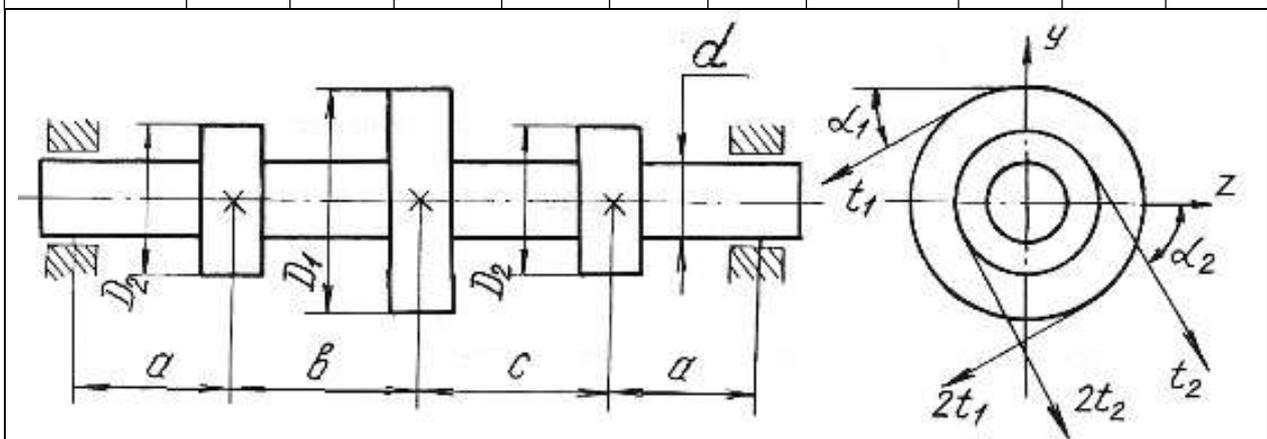
Трансмиссионный вал делает  $n$  оборотов в минуту при мощности  $N$ . На шкив с диаметром  $D_1$  с углом наклона ремней ветвей ремня к горизонту  $\alpha_1$  передается мощность  $N$  кВт от электродвигателя. Два других шкива имеют одинаковый диаметр  $D_2$  и одинаковые углы  $\alpha_2$  наклона ветвей ремня к горизонту, и каждый из них передает мощность  $0,5N$  на станки. Для заданной расчетной схемы и данных размеров и нагрузок требуется:

- 1) определить окружные моменты, приложенные к шкивам, по заданным величинам  $N$  и  $n$ ;
- 2) построить эпюру крутящих моментов  $T$ ;
- 3) определить окружные усилия, действующие на шкивы;
- 4) определить силы, изгибающие вал в горизонтальной и вертикальной плоскостях (вес шкива и вала не учитывать);
- 5) построить эпюры изгибающих моментов от горизонтальных сил  $M_{гор}$  и от вертикальных сил  $M_{верт}$ ;
- 6) построить эпюру суммарных изгибающих моментов;
- 7) найти опасное сечение и определить величину максимально-расчетного момента по третьей теории прочности;
- 8) подобрать диаметр сечения вала при  $\sigma_{adm} = 80$  МПа.

Данные для расчета и схемы взять из табл. 6.6.

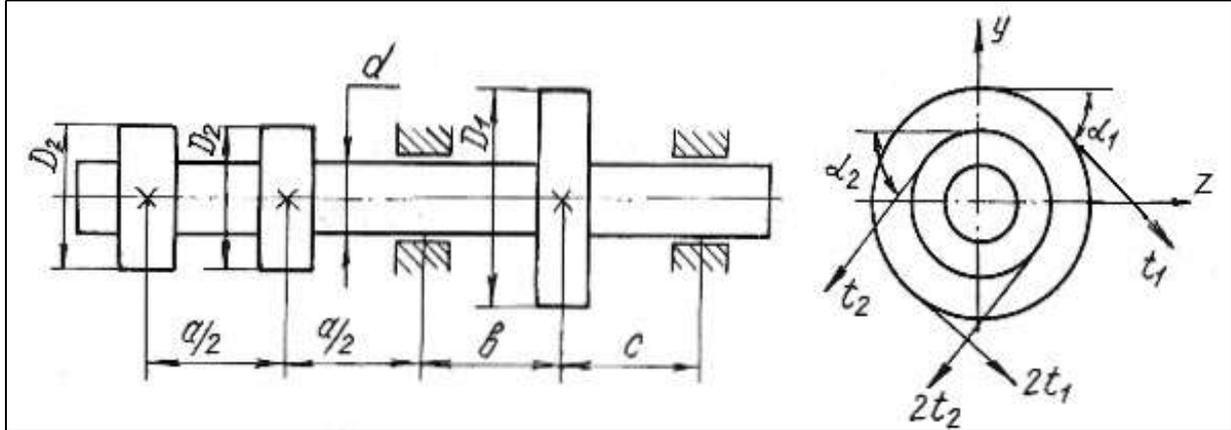
Таблица 6.6

Номер варианта	Числовые значения									
	$D_1$ , м	$D_2$ , м	$\alpha_1$ , град	$\alpha_2$ , град	$N_1$ , кВт	$N_2$ , кВт	$n$ , об/мин	$a$ , м	$b$ , м	$c$ , м
1	1,00	0,30	45	40	30	15	250	0,50	1,00	1,00
2	0,80	0,40	15	10	40	20	200	0,50	1,30	1,20
3	1,00	0,40	30	35	30	15	250	0,40	1,25	2,00
4	1,20	0,50	60	55	50	25	200	0,40	1,00	2,50
5	1,40	0,40	45	45	60	30	300	0,60	1,20	1,80



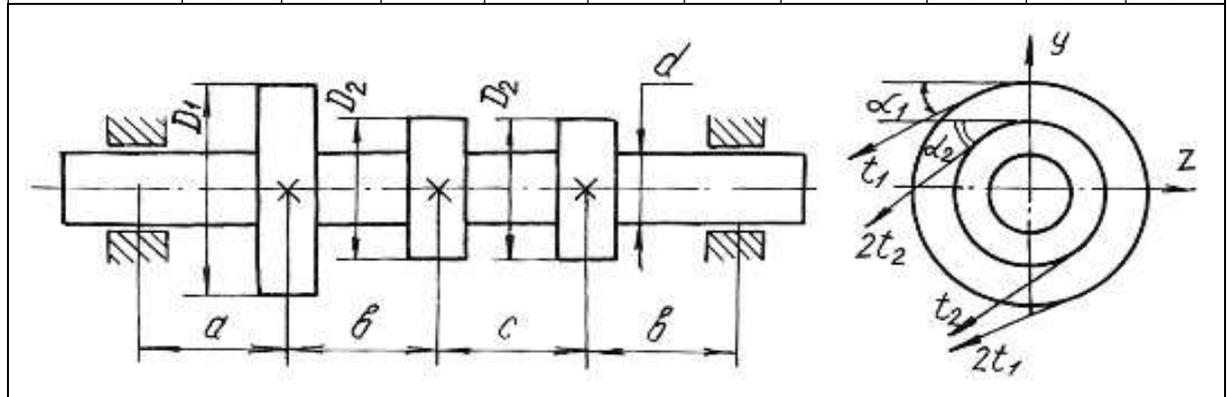
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	$D_1$ , м	$D_2$ , м	$\alpha_1$ , град	$\alpha_2$ , град	$N_1$ , кВт	$N_2$ , кВт	$n$ , об/мин	$a$ , м	$b$ , м	$c$ , м
6	1,00	0,30	45	40	70	35	400	0,70	1,20	1,30
7	0,90	0,60	55	50	75	38	400	0,50	1,00	1,00
8	1,00	0,70	60	35	80	40	500	0,60	1,00	1,10
9	1,20	0,80	65	30	85	42	550	0,70	1,10	1,20
10	1,20	0,90	70	45	90	45	600	0,70	1,00	1,00



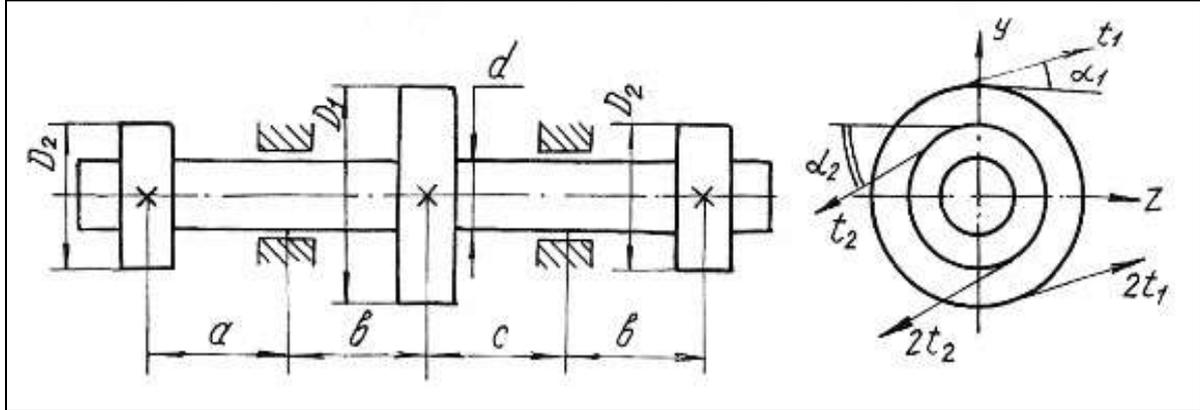
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	$D_1$ , м	$D_2$ , м	$\alpha_1$ , град	$\alpha_2$ , град	$N_1$ , кВт	$N_2$ , кВт	$n$ , об/мин	$a$ , м	$b$ , м	$c$ , м
11	1,00	0,60	75	80	90	45	650	0,60	0,90	0,90
12	1,20	0,80	80	75	100	50	700	0,50	1,00	1,00
13	1,20	0,70	85	30	110	55	750	0,60	1,10	1,20
14	1,20	0,60	30	85	120	60	800	0,50	1,00	1,00
15	1,00	0,80	35	40	130	65	360	0,60	1,20	1,00



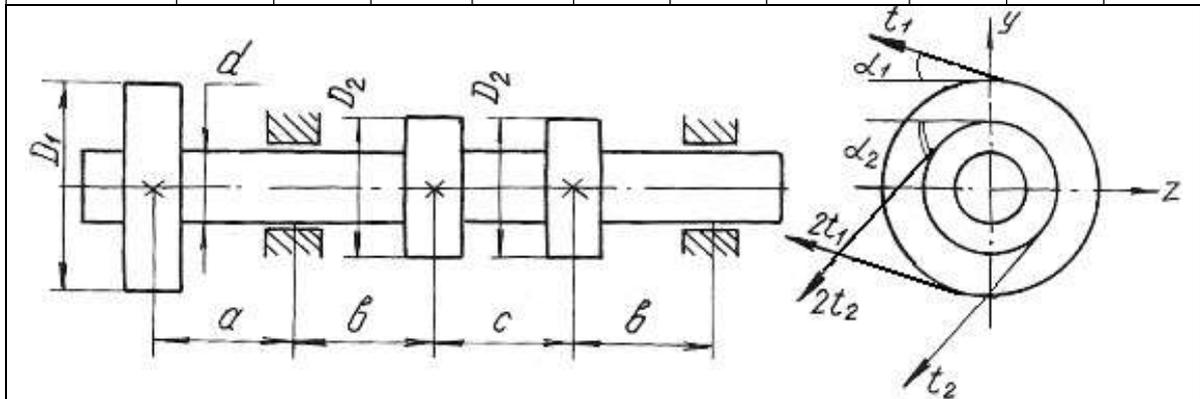
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	$D_1$ , м	$D_2$ , м	$\alpha_1$ , град	$\alpha_2$ , град	$N_1$ , кВт	$N_2$ , кВт	$n$ , об/мин	$a$ , м	$b$ , м	$c$ , м
16	1,20	0,60	40	35	140	70	400	0,50	1,00	1,00
17	1,40	0,70	45	50	150	75	450	0,50	0,50	1,00
18	1,20	0,60	50	45	160	80	500	0,60	1,00	1,00
19	1,20	0,70	60	65	170	85	550	0,50	0,90	0,90
20	1,00	0,60	65	60	180	90	600	0,60	1,00	0,90



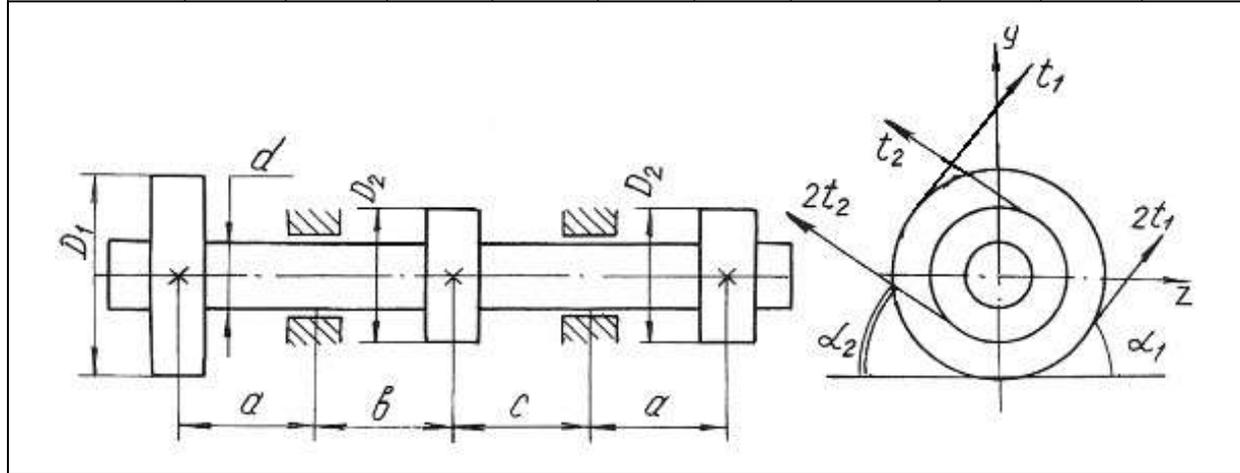
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	$D_1$ , м	$D_2$ , м	$\alpha_1$ , град	$\alpha_2$ , град	$N_1$ , кВт	$N_2$ , кВт	$n$ , об/мин	$a$ , м	$b$ , м	$c$ , м
21	1,20	0,80	15	25	30	15	250	1,00	0,80	1,20
22	1,00	0,60	25	15	40	20	280	1,20	1,20	1,30
23	0,80	0,50	30	45	50	25	300	1,30	1,30	1,40
24	1,00	0,65	45	60	60	30	450	1,25	1,40	1,50
25	1,20	0,75	60	30	70	35	500	1,40	1,00	1,60



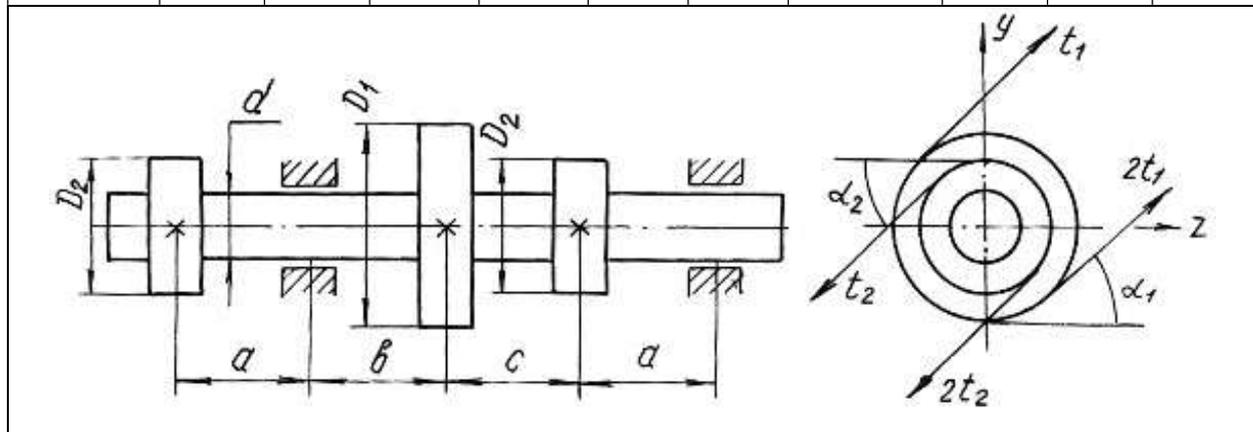
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	$D_1$ , м	$D_2$ , м	$\alpha_1$ , град	$\alpha_2$ , град	$N_1$ , кВт	$N_2$ , кВт	$n$ , об/мин	$a$ , м	$b$ , м	$c$ , м
26	1,20	0,80	75	15	60	30	500	1,20	1,20	1,40
27	1,00	0,90	30	45	64	32	550	1,00	0,80	1,00
28	0,90	0,80	35	55	70	35	600	0,60	1,00	0,90
29	0,80	0,70	40	50	74	37	650	0,60	0,90	0,80
30	1,10	0,75	55	65	80	40	700	0,80	1,00	0,65



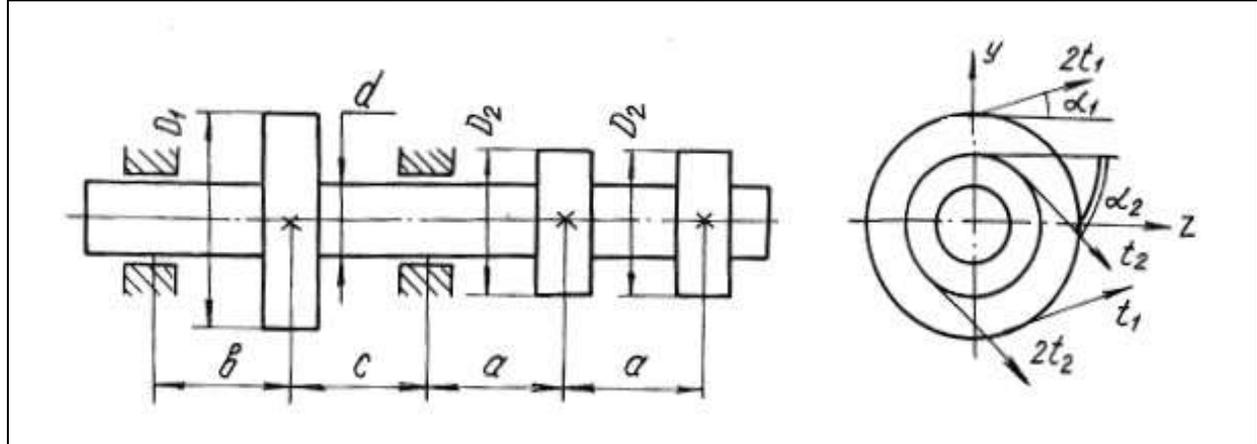
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	$D_1$ , м	$D_2$ , м	$\alpha_1$ , град	$\alpha_2$ , град	$N_1$ , кВт	$N_2$ , кВт	$n$ , об/мин	$a$ , м	$b$ , м	$c$ , м
31	1,10	0,75	45	45	170	85	500	1,00	0,90	1,10
32	1,20	0,90	60	30	90	45	400	0,90	1,00	0,80
33	0,90	0,70	75	15	95	47	450	0,80	0,90	1,00
34	1,00	0,80	30	45	100	50	500	1,00	1,20	0,90
35	1,20	0,90	25	15	110	55	550	0,90	1,00	1,20



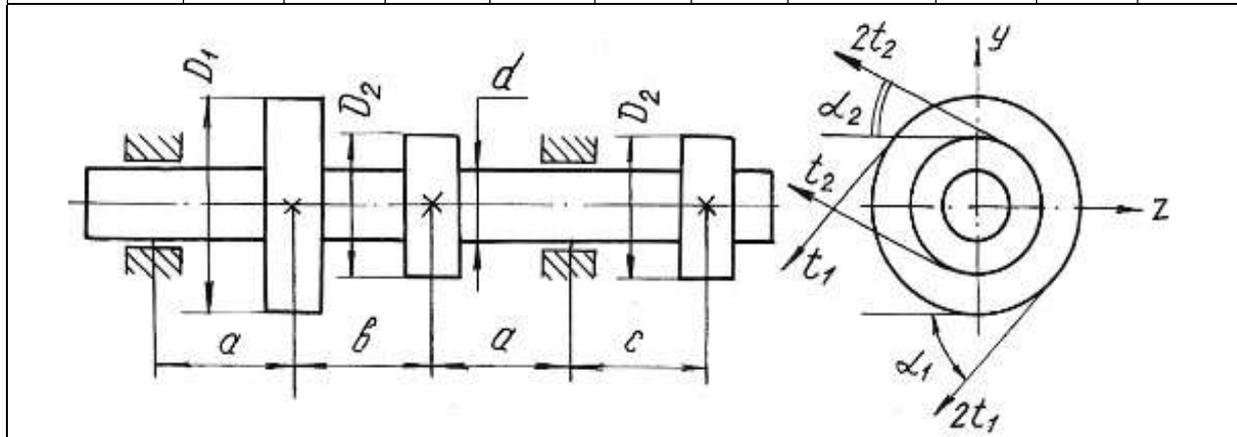
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	$D_1$ , м	$D_2$ , м	$\alpha_1$ , град	$\alpha_2$ , град	$N_1$ , кВт	$N_2$ , кВт	$n$ , об/мин	$a$ , м	$b$ , м	$c$ , м
36	1,00	0,80	30	20	120	60	600	0,80	1,20	0,90
37	1,20	0,90	35	45	130	65	650	1,00	0,80	0,90
38	1,10	0,80	60	50	140	70	700	0,90	1,00	0,90
39	1,00	0,70	75	15	150	75	300	0,80	1,00	0,70
40	1,00	0,60	60	40	160	80	300	1,00	1,20	1,30



Окончание табл. 6.6

Номер варианта	$D_1$ , м	$D_2$ , м	$\alpha_1$ , град	$\alpha_2$ , град	$N_1$ , кВт	$N_2$ , кВт	$n$ , об/мин	$a$ , м	$b$ , м	$c$ , м
41	1,00	0,40	40	20	40	20	200	0,50	1,00	0,40
42	0,80	0,50	45	25	50	25	250	0,40	1,10	0,50
43	1,00	0,60	50	30	60	30	300	0,60	0,90	0,40
44	1,20	0,80	55	35	70	35	200	0,40	1,00	0,60
45	1,10	0,50	60	40	80	40	350	0,70	1,20	0,70



## Глава 7

# УСТОЙЧИВОСТЬ ГИБКИХ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

Стержни, длина которых относительно невелика по сравнению с их поперечными размерами, рассчитываются на сжатие, исходя из условия прочности:

$$\frac{F}{A} \leq \sigma_{\text{adm}}.$$

При этом полагается, что вплоть до разрушения стержень работает на осевое сжатие и продольная ось его остаётся прямолинейной.

Иная картина наблюдается при сжатии стержней, длина которых значительно больше размеров поперечного сечения. В этих случаях прямолинейная продольная ось стержней может искривляться. Искривление происходит в плоскости наименьшей жесткости стержня.

Деформация, которая возникает при сжатии стержня и сопровождается искривлением продольной оси стержня, называется продольным изгибом, а переход прямолинейной формы продольной оси стержня в криволинейную носит название потери устойчивости. Нагрузка, при которой стержень теряет устойчивость, называется критической силой  $F_{cr}$ .

Напряжение, возникающее в поперечном сечении стержня от критической силы, называется критическим напряжением  $\sigma_{cr}$ .

Критические напряжения весьма опасны для сжатых стержней, поэтому необходимо проводить расчёты на устойчивость.

Для стержней, закрепленных на одной или двух опорах, величина критической силы может быть определена по формуле Эйлера:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E J_{\min}}{(\mu l)^2}, \quad (7.1)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости материала;  $J_{\min}$  – минимальный осевой момент инерции поперечного сечения стержня;  $l$  – длина стержня;  $\mu$  – коэффициент приведенной длины стержня, отражающий способ закрепления концов стержня (рис. 7.1);  $\mu l$  – приведенная длина стержня.

Критические напряжения

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad (7.2)$$

где  $\lambda$  – гибкость стержня

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}, \quad (7.3)$$

где  $i_{\min}$  – минимальный радиус инерции поперечного сечения стержня

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}}, \quad (7.4)$$

Формула Эйлера применима для стержней с гибкостью более гибкости, предельной для данного материала стержня

$$\lambda_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{pr}}}, \quad (7.5)$$

где  $\sigma_{pr}$  – предел пропорциональности материала стержня (напряжение, при котором сохраняется прямая пропорциональность между  $\sigma$  и  $\varepsilon$ ).

Для расчёта сжатых стержней любой гибкости применяется способ, основанный на применении коэффициентов  $\varphi$ . Этот способ расчёта сжатых стержней на устойчивость сводится к расчёту стержня как бы на простое сжатие, только по заниженному допускаемому напряжению с использованием формулы:

$$\sigma_{\text{adm}}^y = \varphi \sigma_{\text{adm}}, \quad (7.6)$$

где  $\sigma_{\text{adm}}^y$  – допускаемое напряжение при расчете на устойчивость;  $\varphi$  – коэффициент продольного изгиба (коэффициент понижения основного допускаемого напряжения  $\sigma_{\text{adm}}$  на простое сжатие), значения коэффициентов  $\varphi$  для различных материалов приведены в табл. 7.1.

Величина допускаемой нагрузки на устойчивость  $F_{\text{adm}}^y$  сжатого стержня соответственно будет равна

$$F_{\text{adm}}^y = \sigma_{\text{adm}}^y A = \varphi \sigma_{\text{adm}} A, \quad (7.7)$$

где  $A$  – площадь поперечного сечения сжатого стержня.

Между критической и допускаемой нагрузкой на устойчивость существует следующая связь

$$F_{cr} = K_y F_{\text{adm}}^y, \quad (7.8)$$

где  $K_y$  – коэффициент запаса на устойчивость.

Таблица 7.1

Гибкость, $\lambda$	Значение коэффициента $\varphi$				
	Материал				
	Ст. 4, Ст. 3	Ст. 5	Ст. СПБ	чугун	дерево
0	1	1	1	1	1
10	0,99	0,98	0,97	0,97	0,99
20	0,96	0,95	0,95	0,95	0,97
30	0,94	0,92	0,91	0,81	0,93
40	0,92	0,89	0,87	0,69	0,87
50	0,89	0,86	0,83	0,57	0,8
60	0,86	0,82	0,79	0,44	0,71
70	0,81	0,76	0,72	0,34	0,6
80	0,75	0,7	0,65	0,26	0,48
90	0,69	0,62	0,55	0,2	0,38
100	0,6	0,51	0,43	0,16	0,31
110	0,52	0,43	0,35	–	0,25
120	0,45	0,36	0,3	–	0,22
130	0,4	0,33	0,26	–	0,18
140	0,36	0,29	0,23	–	0,16
150	0,32	0,26	0,21	–	0,14
160	0,29	0,24	0,19	–	0,12
170	0,26	0,21	0,17	–	0,11
180	0,23	0,19	0,15	–	0,1
190	0,21	0,17	0,14	–	0,09
200	0,19	0,16	0,13	–	0,08

В зависимости от исходных данных для расчета на устойчивость решение сводится к определению допускаемой нагрузки  $F_{adm}^y$  из условий устойчивости сжатого стержня или к подбору площади поперечного сечения сжатого стержня.

Рассмотрим возможные варианты решения на устойчивость сжатых стержней с помощью коэффициента  $\varphi$  на следующих примерах.

### Пример 7.1.

Определить допускаемую нагрузку для стойки, изготовленной из Ст. 3 в виде трубы с наружным диаметром  $d_1 = 0,04$  м и внутренним  $d_2 = 0,03$  м, длиной  $l = 1$  м. Концы стойки заземлены. Допускаемое напряжение для материала стержня  $\sigma_{adm} = 120$  МПа, предел пропорциональности материала  $\sigma_{pr} = 200$  МПа. Коэффициент запаса на устойчивость  $K_y = 2$ . Модуль продольной упругости материала  $E = 2 \cdot 10^{11}$  Па.

*Решение.*

Выявим возможность решения данной задачи с помощью формулы Эйлера. Для этого находим предельную гибкость для данного материала стойки

$$\lambda_{кр} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{пр}}} = \sqrt{\frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^{11}}{200 \cdot 10^6}} = 99,5.$$

Для определения действительной гибкости данной стойки находим минимальный момент инерции поперечного сечения

$$J_{\min} = \frac{\pi}{64}(d_1^4 - d_2^4) = \frac{3,14}{64}(0,04^4 - 0,03^4) = 8,586 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

Площадь сечения

$$A = \frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_2^2) = \frac{3,14}{4}(0,04^2 - 0,03^2) = 5,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Минимальный радиус инерции

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{8,586 \cdot 10^{-8}}{5,5 \cdot 10^{-4}}} = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Тогда гибкость стойки при  $\mu = 0,5$

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{0,5 \cdot 1}{1,25 \cdot 10^{-2}} = 40.$$

Сравнивая полученные значения гибкостей, приходим к выводу, что расчет с помощью формулы Эйлера в данном случае не применим, так как  $\lambda < \lambda_{кр}$ .

Расчет производим с помощью коэффициента  $\varphi$ . Для данной стальной стойки при  $\lambda = 40$  коэффициент  $\varphi = 0,92$ .

Найдем допускаемое напряжение на устойчивость

$$\sigma_{adm}^y = \varphi \sigma_{adm} = 0,92 \cdot 120 = 110,4 \text{ МПа},$$

а допускаемая нагрузка на устойчивость

$$F_{adm}^y = \sigma_{adm}^y A = 110,4 \cdot 10^6 \cdot 5,5 \cdot 10^{-4} = 60,72 \cdot 10^3 \text{ Н} = 60,72 \text{ кН}.$$

Критическая нагрузка

$$F_{cr} = K_y F_{adm}^y = 2 \cdot 60,72 = 121,44 \text{ кН}.$$

### Пример 7.2.

Подобрать двутавровое сечение стойки с одним заземленным, а другим свободным концом. Осевая сжимающая сила  $F = 400$  кН, длина стойки  $l = 1,5$  м. Основное допускаемое напряжение на сжатие  $\sigma_{adm} = 160$  МПа.

*Решение.*

Решаем задачу методом последовательных приближений. Примем для первого приближения коэффициент  $\varphi_1 = 0,5$ . В этом случае необходимая площадь поперечного сечения стойки:

$$A_1 \geq \frac{F}{\varphi_1 \sigma_{adm}} = \frac{400 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 160 \cdot 10^6} = 50 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

По сортаменту выбираем двутавр № 33 (см. табл. П. 1) с площадью  $A_2 = 53,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$  и минимальным радиусом инерции  $i_{\min_1} = 2,79 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ .

Соответствующая гибкость стойки при коэффициенте  $\mu = 2$

$$\lambda_1 = \frac{\mu l}{i_{\min_1}} = \frac{2 \cdot 1,5}{2,79 \cdot 10^{-2}} = 107.$$

С помощью линейной интерполяции находим коэффициент  $\varphi_2$  между его значениями по табл. 7.1 при  $\lambda = 100$  и при  $\lambda = 110$ . При  $\lambda = 100$ ,  $\varphi = 0,60$ ; при  $\lambda = 110$ ,  $\varphi = 0,52$ , следовательно,  $\Delta\lambda = 10$ ,  $\Delta\varphi = 0,08$ :

$$\varphi_2 = \varphi_{\lambda=100} - \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda} [(\lambda=107) - (\lambda=100)] = 0,544.$$

Следовательно, при  $\lambda = 107$  коэффициент  $\varphi_2 = 0,544$ .

Проводим проверку по условию

$$F_{\text{расч}_1} = \varphi_2 A_2 \sigma_{adm} = F \pm 5 \%,$$

в нашем случае  $F_{\text{расч}_1} = 0,544 \cdot 53,8 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 = 468270 \text{ Н} = 468,27 \text{ кН} > F$ .

Находим величину расхождения между заданной и расчетной нагрузками

$$\delta = \frac{468,27 - 400}{400} 100 = 17 \% > 5 \%.$$

Делаем новый расчет (приближение)

$$\varphi_3 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \frac{0,5 + 0,544}{2} = 0,522.$$

Необходимая площадь поперечного сечения

$$A_3 = \frac{F}{\varphi_3 \sigma_{adm}} = \frac{400 \cdot 10^3}{0,522 \cdot 160 \cdot 10^6} = 48 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

По сортаменту проката найденной площади соответствует двутавр № 30а (см. табл. П. 1) площадью сечения  $A_4 = 49,9 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$  и  $i_{\min_2} = 2,95 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ . Тогда гибкость

$$\lambda_2 = \frac{\mu l}{i_{\min_2}} = \frac{2 \cdot 1,5}{2,95 \cdot 10^{-2}} = 101,7 \approx 102.$$

После интерполяции получаем

$$\varphi_4 = 0,6 - \frac{0,08}{10}(102 - 100) = 0,584.$$

Проводим проверку

$$F_{\text{расч}_2} = 0,584 \cdot 49,9 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 = 466265 \text{ Н} = 466,265 \text{ кН} > F.$$

Величина расхождения между заданной и расчетной нагрузками составляет:

$$\delta = \frac{466,265 - 400}{400} 100 = 16,6 \% > 5 \%.$$

Проверяем двутавр № 30 площадью сечения  $A_5 = 46,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ,  $i_{\min_3} = 2,69 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ .

$$\text{Гибкость } \lambda_3 = \frac{2 \cdot 1,5}{2,69 \cdot 10^{-2}} \approx 112.$$

Коэффициент  $\varphi_5$  находим линейной интерполяцией между значениями  $\lambda = 110$  и  $\lambda = 120$ . Получим  $\varphi_5 = 0,506$ .

Проверка

$$F_{\text{расч}_3} = \varphi_5 A_5 \sigma_{adm} = 0,506 \cdot 46,5 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 = 376500 \text{ Н} = 376,5 \text{ кН}.$$

Величина расхождения между заданной и расчетной нагрузками составляет

$$\delta = \frac{400 - 376,5}{400} 100 = 5,87 \% > 5 \%.$$

Следовательно, из трех рассмотренных номеров двутавров к практическому применению необходимо принять двутавр № 30а с площадью поперечного сечения  $A = 49,9 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ , так как нагрузка, которую воспринимает двутавр № 30 меньше заданной нагрузки более чем 5 %.

### 7.1. Задания для расчета стержней на устойчивость

Подобрать поперечное сечение заданного профиля гибкого стержня при действии осевой сжимающей силы. Решение выполнить методом последовательных приближений с помощью коэффициентов  $\varphi$ . Допускаемые напряжения для материалов стержней на сжатие принять: для стали  $\sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}$ ; для чугуна  $\sigma_{adm} = 130 \text{ МПа}$ ; для дерева  $\sigma_{adm} = 10 \text{ МПа}$ .

Данные для расчетов взять из рис. 7.1, табл. 7.2 и П. 1.

Примечания:

1. Для сечения прямоугольного профиля принять соотношение между размерами как  $b:h = 1:2$ .
2. Для кольцеобразного сечения принять соотношение между внутренним и наружным диаметрами как  $d/D = 0,85$ .

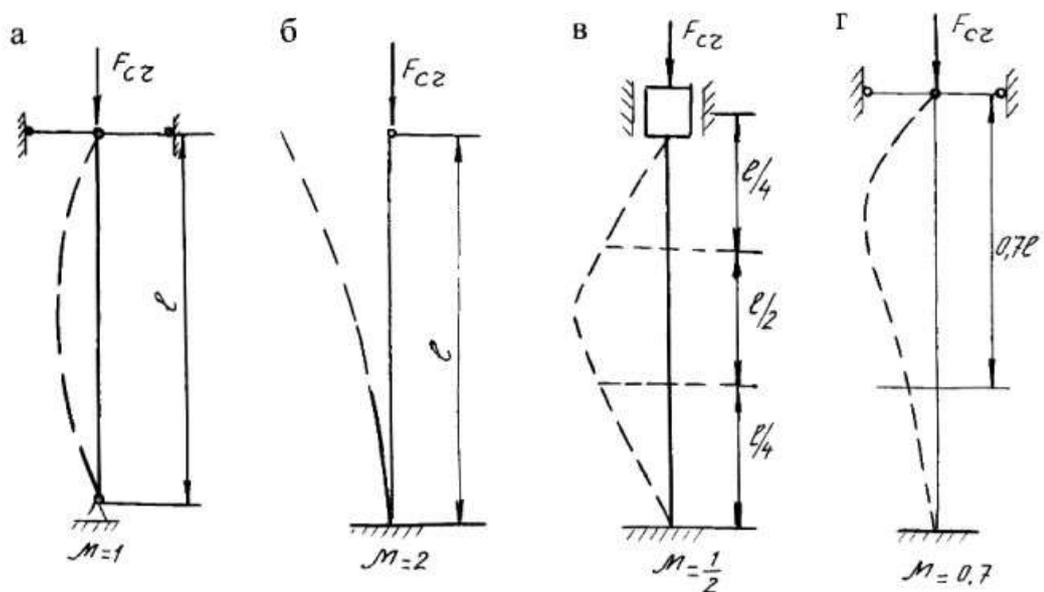
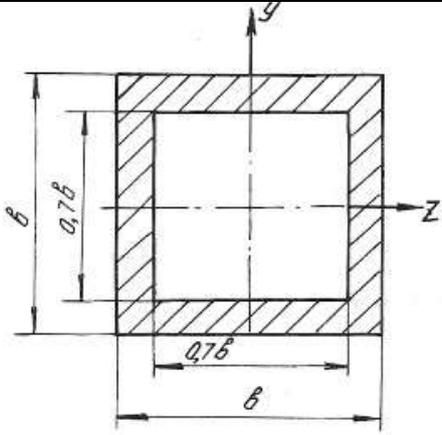
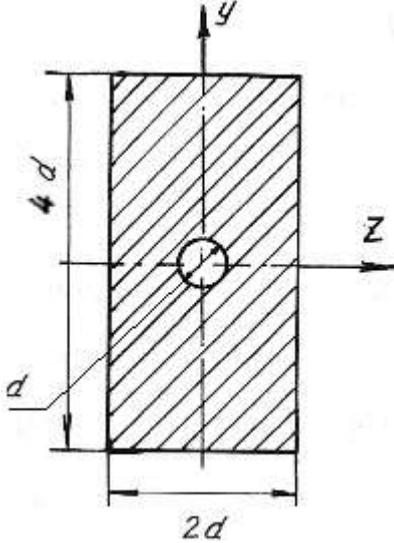
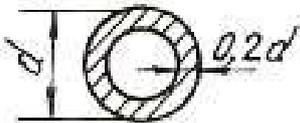
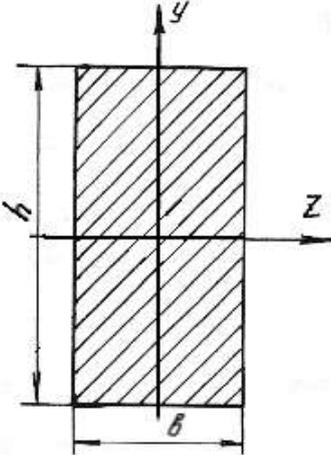
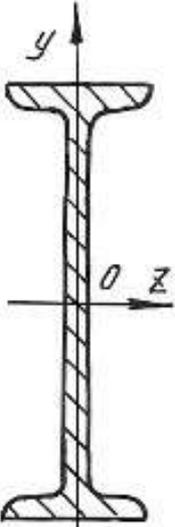
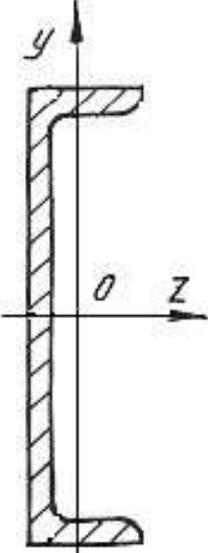


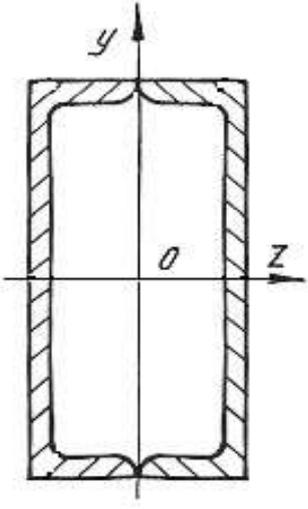
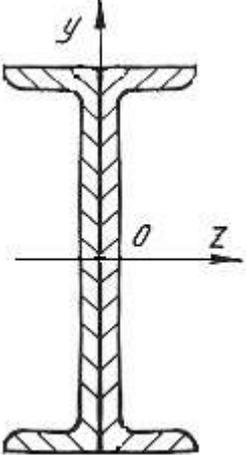
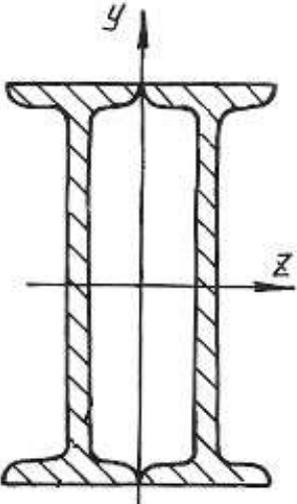
Рис. 7.1.

Таблица 7.2

Номер варианта	Схема поперечного сечения	Материал	Способ закрепления	Длина стержня, м	Сжимающая нагрузка, кН
1		Дерево	а б в г	3 4 4 1,6	90 120 150 60
2		Дерево	а б в г	3,6 5 5 2	140 250 400 180
3		Чугун	а б в г	5,2 4,8 4,5 2,8	600 800 900 700

Продолжение табл. 7.2

Номер варианта	Схема поперечного сечения	Материал	Способ закрепления	Длина стержня, м	Сжимающая нагрузка, кН
4		Чугун	а б в г	4,6 3,8 4,2 3,2	850 600 700 900
5		Сталь 5	а б в г	3,2 3,6 8 2,4	380 700 800 600
6		Сталь 3	а б в г	3,6 4,5 5 2,2	280 650 450 250

Номер варианта	Схема поперечного сечения	Материал	Способ закрепления	Длина стержня, м	Сжимающая нагрузка, кН
7		Сталь 3	а б в г	3 4 5,5 4,8	300 400 250 350
8		Сталь 3	а б в г	5,5 6,6 7 3,5	960 500 800 750
9		Сталь 3	а б в г	3 7 6 4	930 740 830 980

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Проректор по учебно-методическому комплексу



С.А. Управов

## МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

### Б1.О.28 ДЕТАЛИ МАШИН

Направление подготовки

*15.03.02 Технологические машины и оборудование*

Направленность (профиль)

*Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов*

год набора: 2024

Автор: Савинова Н. В., канд. техн. наук, доцент

Одобрена на заседании кафедры

Горных машин и комплексов

(название кафедры)

Зав. кафедрой

(подпись)

Лагунова Ю. А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 06.09.2023

(Дата)

Рассмотрена методической комиссией  
факультета

Горно-механического

(название факультета)

Председатель

(подпись)

Осипов П.А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

## ВВЕДЕНИЕ

**Цель дисциплины (модуля):** формирование у студентов базовых знаний в области проектирования технологических машин и оборудования; подготовка студентов к решению профессиональных задач; развитие творческого естественнонаучного мышления.

### **Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины (модуля):**

#### *общепрофессиональные*

- способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности (ОПК-1);
- способен внедрять и осваивать новое технологическое оборудование (ОПК-9);
- способен обеспечивать повышение надежности технологических машин и оборудования на стадиях проектирования, изготовления и эксплуатации (ОПК-12);
- способен применять стандартные методы расчета при проектировании деталей и узлов технологических машин и оборудования (ОПК-13).

### **Результат изучения дисциплины (модуля):**

#### *Знать:*

- общие сведения о составе машины, классификации узлов и деталей;
- последовательность этапов проектирования;
- основы проектирования узлов машин и деталей с учетом критериев работоспособности;
- алгоритмы расчёта элементов машин на прочность, жесткость, устойчивость и выносливость;
- методы определения напряжений в деталях и элементах конструкций машин;
- типовые конструкции деталей и узлов машин;
- основы работы в САПР.

#### *Уметь:*

- пользоваться терминологией, принятой в различных разделах механики и машиностроения;
- выбирать прототипы конструкций при проектировании;
- на основе анализа условия работы деталей, узлов и машин обосновать критерии работоспособности;
- выбирать материалы, форму и размеры деталей;
- проводить инженерные расчеты на прочность, выносливость и долговечность основных деталей и узлов машин по стандартным методикам, использовать современные САПР;
- выполнять сборочные и рабочие чертежи элементов конструкций по требованиям ЕСКД.
- проводить мониторинг деталей, узлов и машины в целом.

#### *Владеть:*

- методами расчета и проектирования деталей и узлов технологических машин и оборудования;
- навыками подбора материалов деталей машин и оборудования;
- принципами составления расчетных схем элементов конструкций;
- основными принципами конструирования деталей машин;
- навыками создания технической документации;
- методами оценки состояний машин и узлов;
- алгоритмами работы в САПР.

Одним из важнейших условий самостоятельной работы студента является повторение материала лекций.

# 1. ПОВТОРЕНИЕ МАТЕРИАЛА ЛЕКЦИЙ

## **Тема 1: Классификация механизмов, узлов и деталей машин. Основы проектирования и стадии разработки механизмов.**

Основные понятия курса. Классификация деталей машин. Виды расчетов: проектировочный, проверочный, оптимизация. Последовательность выполнения проекта, документооборот, стандарты.

## **Тема 2: Требования к деталям, критерии работоспособности и влияющие на них факторы.**

Современные требования к изделиям: работоспособность, надежность, технологичность, экономичность, взаимозаменяемость, эргономичность. Критерии работоспособности: прочность, жесткость, износостойкость, коррозионная стойкость, вибростойкость, температурная стойкость. Критерии надежности. Состав расчетной схемы детали и изделия в целом.

## **Тема 3: Классификация механических передач. Сравнение передач трением и зацеплением. Основные кинематические и силовые параметры передач.**

Механические передачи технологических машин - назначение, классификация. Сравнительный анализ применимости передач трением и зацеплением. Кинематические характеристики передач: передаточное число, частота вращения, угловая скорость, коэффициент полезного действия, мощность, крутящий момент. Определение требуемой мощности и выбор двигателя.

## **Тема 4: Классификация зубчатых передач. Материалы и термообработка деталей. Передаточное число. Геометрические параметры передач с эвольвентным зубом. Расчет зубчатых передач: цилиндрических, конических.**

Зубчатые передачи, классификация, общие сведения, области применения. Группы материалы зубчатых колес по твердости, термическая обработка. Причины выхода из строя зубчатых колес, точность изготовления. Цилиндрические прямозубые передачи. Эвольвента, кривая для образования профиля зуба. Основные геометрические параметры: окружной шаг, модуль, угол зацепления, высота зуба, межосевое расстояние, делительный, начальный и др. диаметры, ширина зацепления. Способы нарезания зубьев, нарезание со смещением. Критерии работоспособности передач. Виды разрушения зубчатых колес. Контактные напряжения, напряжения изгиба. Допускаемые напряжения, расчет. Алгоритм проектировочного расчета по контактной прочности. Проверочный расчет по контактными напряжениям и напряжениям изгиба. Силы, действующие в передаче. Косозубые цилиндрические передачи. Геометрические параметры передач. Сравнительный анализ с прямозубой передачей, достоинства, недостатки и область применения. Особенности проектировочного и проверочного расчетов. Силы, действующие в зацеплении косозубой передачи. Шевронные цилиндрические передачи. Конические зубчатые передачи. Классификация. Геометрические параметры: модуль, конусное расстояние, конусные углы и т.д. Особенности проектирования конических зубчатых передач. Силы, действующие в конических передачах. Алгоритм проектировочного и проверочного расчетов.

## **Тема 5: Ременные передачи, кинематика. Кривые скольжения. Расчет клиноременной передачи.**

Сведения и основные характеристики ременных передач. Материалы и профили ремней. Области применения передач. Достоинства и недостатки ременных передач. Геометрия параметры и кинематика ременных передач. Кривые скольжения.

Алгоритм расчета ременной передачи по тяговой способности. Критерии работоспособности. Силы в передаче. Силы, действующие на валы и подшипники. Шкивы ременных передач – материалы, конструктивные особенности, проектирование.

**Тема 6: Цепные передачи, классификация. Геометрические параметры. Кинематика и динамика. Выбор материалов и расчет.**

Типы применяемых цепей. Приводные цепи, конструкция, область применения. Достоинства и недостатки цепных передач. Алгоритм выбора цепи и проектирования цепной передачи. Кинематические особенности цепных передач. Критерии работоспособности цепных передач. Силы, действующие в цепных передачах. Нагрузки на валы и опоры. Звездочки – материалы, конструктивные особенности, проектирование.

**Тема 7: Валы и оси, конструкции и расчеты на прочность и жесткость.**

Валы и оси, основные понятия. Конструкции, конструктивные элементы. Материалы осей и валов, термообработка, шероховатость поверхности. Алгоритм выбора геометрических параметров на стадии эскизного проектирования. Выбор расчетной схемы. Проверочный расчет валов на усталостную и статическую прочность, жесткость и колебания. Коэффициенты запаса прочности, обоснование.

**Тема 8: Классификация подшипников качения. Выбор и проверка подшипников по динамической (статической) грузоподъемности. Конструкции подшипниковых узлов и их смазка.**

Подшипники качения. Классификация и система обозначений. Типы и конструкция. Критерии работоспособности, причины выхода из строя. Статическая и динамическая грузоподъемность. Алгоритм и критерии подбора подшипников качения. Проверочный расчет подшипников качения.

**Тема 9: Муфты: назначение, классификация, конструкции и расчет. Упругие элементы, корпусные детали.**

Муфты – сцепные устройства. Классификация муфт. Критерии выбора конструкции муфты, расчет величины крутящего момента.

**Тема 10: Червячные передачи. Геометрические параметры. Выбор материалов и расчет.**

Червячные передачи, состав, классификация. Области применения. Достоинства и недостатки червячных передач. Кинематика, КПД и геометрия червячных передач. Материалы элементов червячной пары. Причины выхода из строя. Критерии работоспособности червячной передачи. Расчет допускаемых напряжений. Алгоритм проекторочного и проверочного расчета. Тепловой расчет и способы охлаждения.

**Тема 11: Редуктора. Компоновка. Этапы проектирования.**

Редуктора общего назначения. Количество ступеней, применяемые передачи. Компоновка. Особенности конструкции. Использование редукторов в механических приводах нефтегазопромысловых машин. Алгоритм проектирование, выбор основных параметров. Использование САПР для проектирования.

**Тема 12: Планетарные передачи: область применения и разновидности. Особенности расчета. Общие сведения о волновых и рычажных передачах.**

Планетарная передача, общее понятие, состав, применяемые зубчатые колеса. Кинематические схемы, особенности кинематического расчета, алгоритм подбора параметров. Проектировочный и проверочный расчет планетарных передач. Волновые и рычажные передачи, состав, области применения, достоинства и недостатки.

**Тема 13: Разновидности фрикционных передач. Области применения. Фрикционные вариаторы.**

Фрикционные передачи, классификация. Принцип действия фрикционных передач. Достоинства и недостатки фрикционных передач и области применения. Кинематические особенности передач. Алгоритм подбора параметров фрикционных передач. Силы в передачах и силы, действующие на валы и опоры. Критерии работоспособности. Фрикционные вариаторы, разновидности и области применения. Элементы передач, подбор параметров, конструкция.

**Тема 14: Разновидности и область применения подшипников скольжения. Материалы. Расчет подшипников полусухого и полужидкостного трения.**

Подшипники скольжения. Основные типы подшипников скольжения. Материалы подшипников скольжения. Критерии работоспособности, алгоритм подбора параметров. Тепловой расчет подшипников. Особенности смазки.

**Тема 15: Классификация и области применения разъемных и неразъемных соединений. Их сравнительные характеристики.**

Назначение соединений. Понятие разъемных и неразъемных соединений, области применения. Виды нагружения, правила подбора типа соединения. Характеристики соединений.

**Тема 16: Разновидности шпоночных соединений. Расчет на прочность шпоночных соединений.**

Основные типы шпонок. Понятие ненапряженных и напряженных шпоночных соединений. Критерии работоспособности, допускаемые напряжения. Алгоритм подбора геометрических параметров. Проверочные расчеты по критериям работоспособности.

**Тема 17: Зубчатые соединения. Расчет на прочность и проверка на износостойкость.**

Шлицевые соединения, типы, область применения, достоинства и недостатки. Способы центрирования. Расчет шлицевых соединений на прочность и износостойкость, определение допускаемых напряжений.

**Тема 18: Соединения с натягом: область применения, расчет.**

Натяг, понятие, способы создания. Область применения. Условия функционирования. Расчет соединения по критериям работоспособности. Расчет деталей на прочность.

**Тема 19: Виды сварных соединений. Расчет сварных соединений на прочность.**

Сварка, как технологический процесс. Сварные соединения, типы, области применения. Типы сварных швов, геометрические параметры, критерии работоспособности. Алгоритм выбора параметров, проверочные расчеты по критериям работоспособности, допускаемые напряжения. Стандарты сварочных технологий, особенности при выполнении чертежей.

**Тема 20: Разновидности заклепочных соединений. Расчет на прочность заклепочных соединений.**

Технологический процесс клепания. Заклепка, закладная деталь, классификация, применяемость. Типы заклепочных швов, достоинства и недостатки. Порядок формирования шва. Проверочные расчеты по критериям работоспособности, допускаемые напряжения.

**Тема 21: Общие сведения о соединениях пайкой. Клеевые соединения, технологии, виды. Расчет.**

Пайка, как технологический процесс, классификация, область применения. Подбор параметров, проверочный расчет по критериям работоспособности. Клеевые технологии, виды материалов. Применяемость технологий. Алгоритмы расчетов.

**Тема 22: Основные виды резьб, деление резьб на крепежные и ходовые. Геометрические параметры треугольной крепежной резьбы. Расчет на прочность резьбовых соединений.**

Резьба, определение, виды. Геометрические параметры резьб. Резьбовые соединения, типы. Нагрузки, воспринимаемые соединениями. Расчет резьбовых соединений по конкретным схемам нагружения. Расчет групповых соединений. Понятие о монтажном резьбовом соединении.

**Тема 23: Клеммовые соединения. Расчет силы затяжки болтов в клеммовых соединениях.**

Понятие о клеммовом соединении. Виды клемм. Подбор параметров соединений. Проверочные расчеты по критериям работоспособности. Расчет необходимого усилия затяжки резьбового элемента.

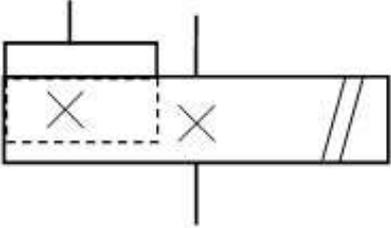
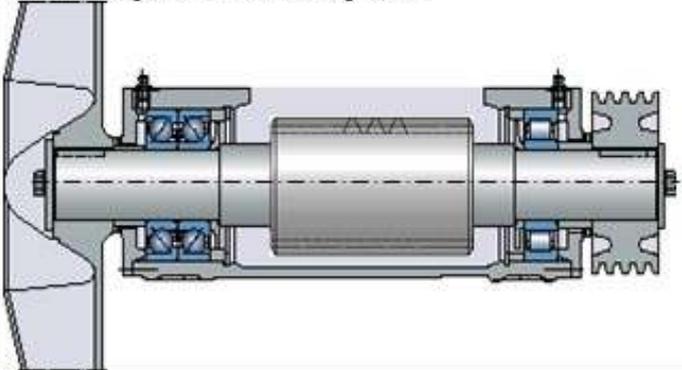
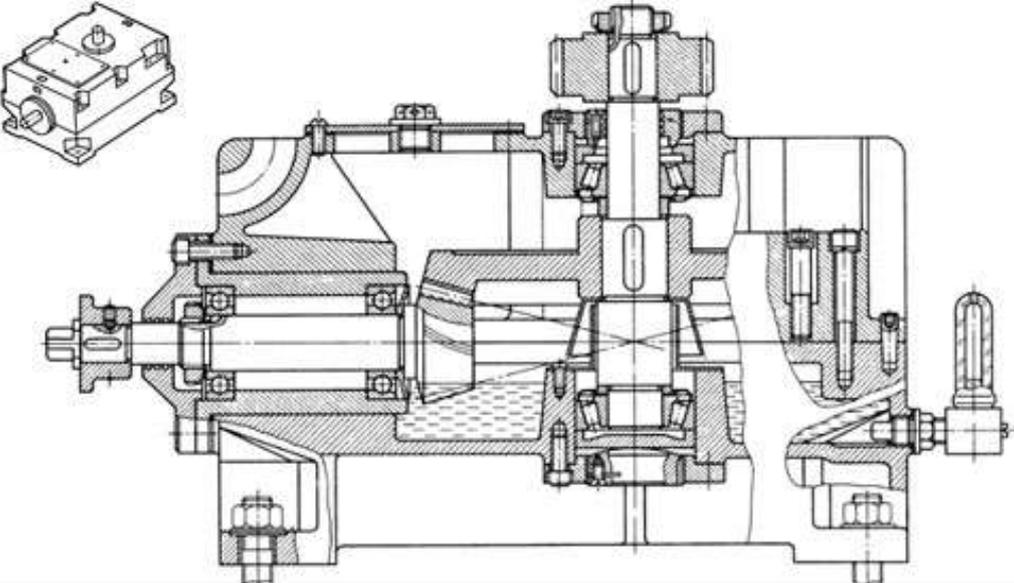
Профильные соединения, типы и области применения, расчет, допускаемые напряжения.

**Тема 24: Общие сведения о профильных и штифтовых соединениях.**

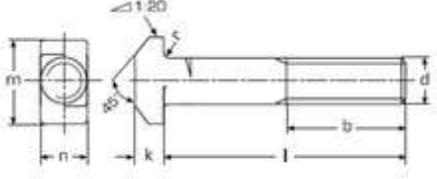
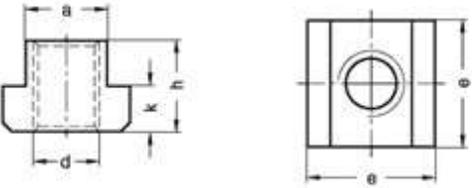
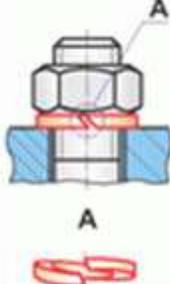
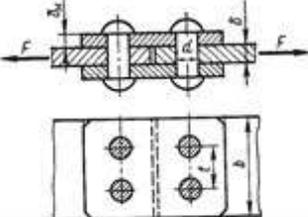
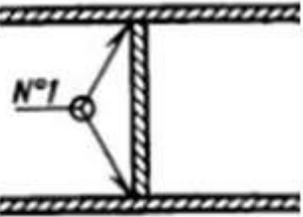
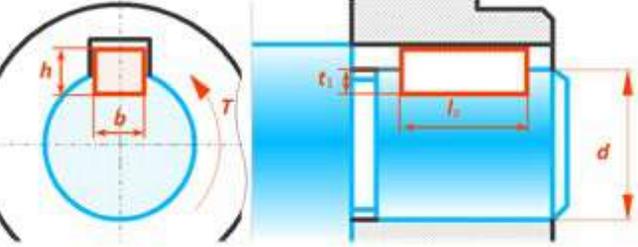
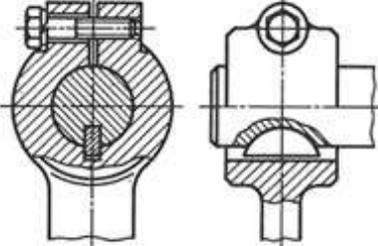
Штифтовые соединения, геометрические параметры, область применения, расчет.

### 3. ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

#### Вариант 7

<p>1. Как называется деталь, показанная на фотографии, и какой передаче она принадлежит?</p> 	<p>2. Что показано на рисунке?</p> 
<p>3. Какой передаче соответствует кинематическая схема?</p> 	<p>4. Какие передачи применяются для передачи движения между валами, оси которых пересекаются?</p> <p>5. Расшифровать подшипник: 8115</p>
<p>7. Что изображено на иллюстрации?</p> 	<p>6. Назвать материалы зубчатых венцов червячных колес.</p> <p>8. Как определить окружную силу в зацеплении цилиндрической передачи?</p> <p>9. Определить делительный диаметр <math>d</math> прямого цилиндрического колеса без смещения, если диаметр впадин зубьев <math>d_i=358,75</math> мм, а число зубьев <math>z=105</math>.</p>
<p>10. Что показано на чертеже?</p> 	

Вариант 2

<p>1. Какая крепежная деталь представлена?</p> 	<p>2. Какая крепежная деталь представлена?</p> 
<p>3. Какая крепежная деталь представлена?</p> 	<p>4. Какая крепежная деталь представлена?</p> 
<p>5. Какой представлен тип соединения?</p> 	<p>6. Что показано на чертеже?</p> 
<p>7. Проверить на смятие заклепки</p> 	<p>8. Какой тип сварного соединения и сварного шва, как обозначается по ГОСТу?</p> 
<p>9. Какой шпонкой выполнено соединение? Проверить ее на срез</p> 	<p>10. Какие соединения имеют место?</p> 

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

№ п/п	Наименование	Кол-во экз.
1	Детали машин: учебник для вузов / М. Н. Иванов, В. А. Финогенов. - 10-е изд., испр. - Москва: Высшая школа, 2006. - 408 с.: ил. - Библиогр.: с. 402-403. - Предм. указ.: с. 404-405. - ISBN 5-06-005679-1: Б. ц.	84
2	Детали машин. Проектирование: учеб. пособие / Л. В. Курмаз, А. Т. Скойбеда. - 2-е изд. испр. и доп. – Мн.: УП «Технопринт», 2002. -290 с.	3
3	Детали машин: учебник / Н. Г. Куклин, Г. С. Куклина, В. Д. Житков. - 8-е изд., стер. - Москва: Высшая школа, 2008. - 406 с. : ил. - ISBN 978-5-06-005776-8	4
4	Савинова Н. В. Редукторы цилиндрические: <i>Метод. ук.</i> по выполнению лаб. работ по дисциплинам «Основы проектирования» для студентов специальности 15.03.02 - «ТМО», по профилю подготовки бакалавров «Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов» (МНГ) и «Прикладная механика» (Ч.2) для студентов специальности 21.05.04 - «ГД» по специализации «Горные машины и оборудование» (ГМО) – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2012. – 32	52
5	Савинова Н. В. Валы: <i>Метод. ук.</i> по выполнению лаб. работ по дисциплинам «Основы проектирования» для студентов специальности 15.03.02 - «ТМО», по профилю подготовки бакалавров «Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов» (МНГ) и «Прикладная механика» (Ч.2) для студентов специальности 21.05.04- «ГД» по специализации «Горные машины и оборудование» (ГМО) – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. – 43 с.	49
6	Савинова Н. В. Проектирование приводов горных машин: Рекомендации по выполнению курсового проекта по дисциплине «Детали машин и основы конструирования» для студентов специальности 21.05.04 Горное дело, «Горные машины и оборудование» (ГМО). Часть 1 – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2006. -24 с.	68
7	Альбом чертежей и заданий по машиностроительному черчению и компьютерной графике / П. Н. Учаев [и др.]: учебное пособие. Изд-во ТНТ. 2022 г. 228 с.	10
8	Детали машин и основы конструирования: расчетно-графический практикум / В. А. Нилов [и др.]: учебное пособие. Изд-во ТНТ. 2022. 136 с.	10

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебно-методическому  
комплексу

 А. Устинов



## МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

*по выполнению курсовой работы для обучающихся*

### Б1.О.23 ДЕТАЛИ МАШИН

Направление подготовки

**15.03.02 Технологические машины и оборудование**

Направленность (профиль)

**Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов**

Форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

год набора: 2024

Автор: Савинова Н. В., канд. техн. наук, доцент

Одобрены на заседании кафедры

Горных машин и комплексов

*(название кафедры)*

Зав. кафедрой

  
*(подпись)*

Лагунова Ю. А.

*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 1 от 06.09.2023

*(Дата)*

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

горно-механического

*(название факультета)*

Председатель

  
*(подпись)*

Осипов П. А.

*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 2 от 20.10.2023

*(Дата)*

Екатеринбург

Полученные знания в курсе «Детали машин» закрепляются выполнением и защитой курсовой работы. Работой осваиваются основные стадии проектно-конструкторской работы: проектировочный и проверочный расчет деталей и узлов машин, моделирование механизма 3D и оформление конструкторской документации. Знания и навыки, приобретенные при выполнении курсового проекта по «Деталям машин» - это основа для выполнения всех последующих курсовых работ и проектов по специальным дисциплинам и дипломному проектированию.

## **СОСТАВЛЯЮЩИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ**

В порядке выполнения:

1. Выбор двигателя и кинематический расчет привода.
2. Выбор материалов деталей передач.
3. Определение допускаемых напряжений.
4. Проектировочные расчеты передач.
5. Проверочные расчеты передач.
6. Проектирование валов.
7. Подбор подшипников, проверочный расчет подшипников.
8. Конструирование элементов корпуса.
9. 3Dмоделирование компоновки механизма: передач, валов, стандартных изделий, корпуса)
10. Проверочный расчет валов на усталостную прочность.
11. Проверочный расчет соединений элементов механизма.
12. Тепловой расчет редуктора, выбор смазочного материала.
13. Разработка сборочного чертежа механизма - А1.
14. Разработка технической документации (соответственно варианту) – рабочие ассоциативные чертежи деталей, ассоциативный сборочный чертеж редуктора, спецификацию.
15. Оформление пояснительной записки.

## **ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ**

Пояснительная записка (ПЗ) должна включать в себя описание и схему проектируемого механизма, обоснование принятых технических решений, проектировочные и проверочные расчеты параметров. Оформление задания на курсовую работу показано в приложении 1. Оформление титульного листа ПЗ производить по приложению 2. Образец содержания пояснительной записки представлен в приложении 3. Результаты расчетов в виде сводных таблиц приводить в конце каждой главы согласно образцам приложения 4. Каждая глава ПЗ должна содержать ссылки на источники информации, которые выполняются в виде цифр, заключенных в квадратные скобки, соответствующие номеру источника в списке литературы. Список использованной при выполнении КР литературы приводится в конце пояснительной записки, оформление списка литературы выполнять по приложению 5.

Графический материал КР содержит:

А1 лист – ассоциативный сборочный чертеж закрытой передачи (редуктора) в трех проекциях (либо в двух, если этого достаточно для получения полной информации о

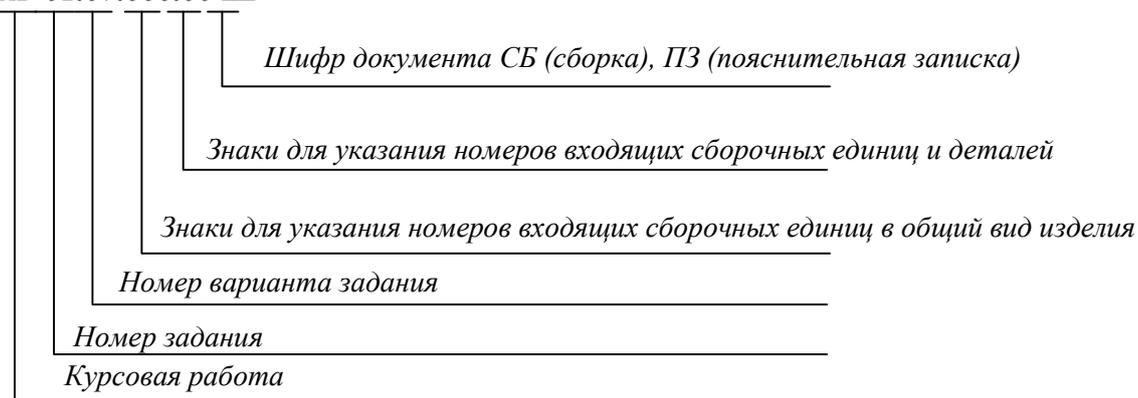
механизме) – образец сборочного чертежа редуктора приведен в приложении 6. Обязательно, на входном и выходном валу редуктора показывать элементы механизма, расположенные вне корпуса: полумуфты, шкивы, звездочки, шестерни. Спецификация выполняется на формате А4 и помещается в конце пояснительной записки.

Спецификация А4 – генерируется в файле сборки, редактируется, распечатывается на листах А4, размещается в конце пояснительной записки. Образец оформления показан в приложении 7.

А3 4 листа –на них размещают ассоциативные рабочие чертежи деталей механизма, соответственно задания. Образец рабочего чертежа представлен в приложении 8.

Структура обозначения конструкторских документов курсовой работы:

**КР 01.07.000.00 Ш**



## ЗАЩИТА КУРСОВОЙ РАБОТЫ

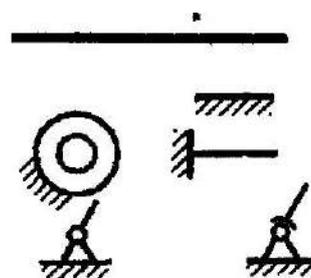
Во время защиты студент докладывает содержание задания и его реализацию в своей работе, отвечает на вопросы преподавателя. Студент должен показать умения объяснять устройство и назначения спроектированного привода, свободно читать сборочные и рабочие чертежи, пояснять порядок сборки механизма, обосновывать принятые решения. При оценке учитывается уровень знаний студента, качество выполнения отчетного материала и соответствие установленным срокам проектирования.

## ЧТЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ СХЕМЫ

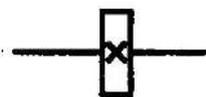
Кинематическая схема — это такая схема, на которой показана последовательность передачи движения от двигателя через передаточный механизм к рабочим органам машины. Стандарты, регламентирующие условные обозначения и выполнение кинематических схем: ГОСТ 2.770-68 (2000) ЕСКД Обозначения условные графические на схемах. Элементы кинематики. ГОСТ 2.703-2011. ЕСКД. Правила выполнения кинематических схем. Ниже приводятся выдержки из стандарта для удобства прочтения кинематической схемы задания.

**Вал, валик, ось**

**Неподвижное звено** (для указания неподвижности любого звена часть его контура покрывают штриховкой)



**Неподвижное соединение детали с валом, стержнем**



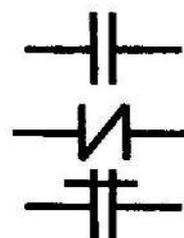
**Подшипники скольжения и качения на валу (без уточнения типа):**

- радиальные;
- упорные



**Муфта:**

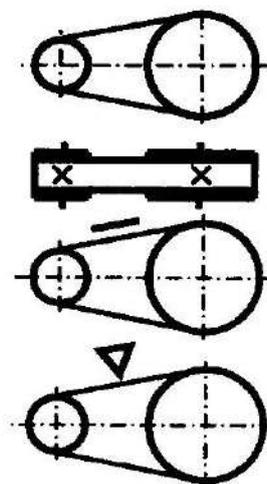
- общее обозначение без уточнения типа
- упругая;
- упругая втулочно-пальцевая



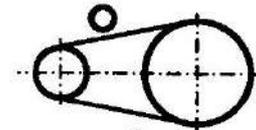
**Передачи гибкой связью**

**Передача:**

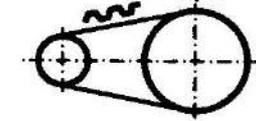
- ремнем без уточнения типа ремня;
- передача плоским ремнем
- передача клиновидным ремнем



- передача круглым ремнем

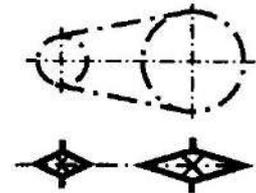


- передача зубчатым ремнем



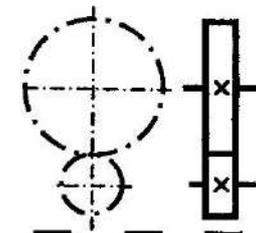
### Передача цепью.

Общее обозначение без уточнения типа цепи

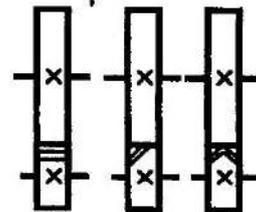


### Передачи зубчатые цилиндрические:

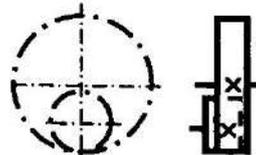
- внешнее зацепление (общее обозначение без уточнения типа зубьев);



- то же, с прямыми, косыми и шевронными зубьями;

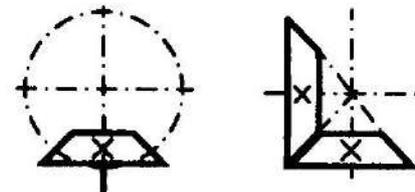


- внутреннее зацепление

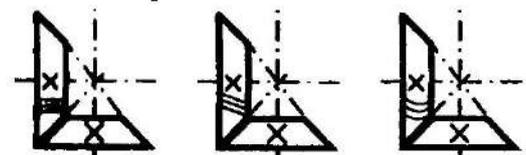


### Передачи зубчатые с пересекающимися валами и конические:

- общее обозначение без уточнения типа зубьев;

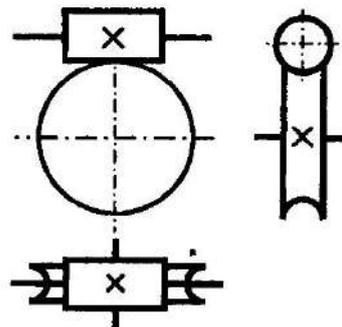


- то же с прямыми, спиральными и круговыми зубьями

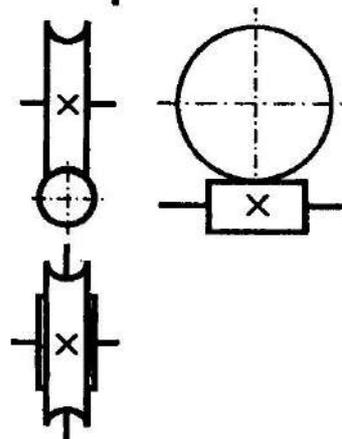


**Передачи зубчатые со скрещивающимися валами. Червячные передачи с цилиндрическим червяком:**

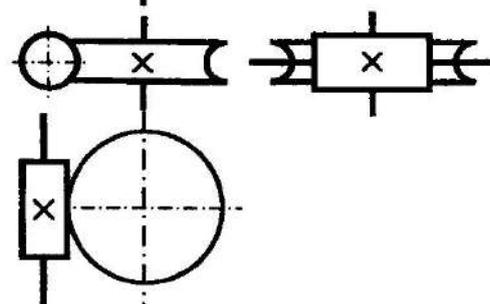
- с верхним расположением червяка;



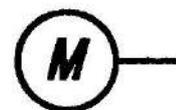
- нижним расположением червяка;



- с боковым расположением червяка



**Электродвигатель**



## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

При проектировании курсового проекта допускается использовать различные издания, посвященные проектированию механизмов и деталей машин, ниже перечислена часть из них.

- Чернилевский Д.В. Детали машин и основы конструирования: учебник для вузов. 2-е изд., испр. и доп. М.: Машиностроение, 2012. 672 с.: ил.
- Шейнблит А. Е. Курсовое проектирование деталей машин: Учеб. пос. 2-е изд. перераб. - Калининград: Янтарный сказ, 2005.- 456 с.
- Иванов М. Н. Детали машин: Учебник для машиностроительных специальностей вузов/ М. Н. Иванов, В. А. Финогенов – 12-е изд. испр. – М.: Высш. шк., 2008. – 408.: ил.
- Дунаев П. Ф. Конструирование узлов и деталей машин: Учебное пособие для студентов технических специальностей вузов / П. Ф. Дунаев, О. П. Леликов – 8-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательский центр «Академия», 2004 – 496 с.
- Курсовое проектирование деталей машин: Учебное пособие / С.А. Чернавский, К.Н. Боков, И.М. Чернин и др. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: ИНФРА-М, 211 – 414 с.; ил.
- Гулиа Н. В., Клоков В. Г., Юрков С. А. Детали машин: Учебник / Под общ. ред. д. т. н., проф. Н. В. Гулиа. — 2-е изд., испр. — СПб.: Издательство «Лань», 2010. — 416 с.: ил.
- Курмаз Л.В., Детали машин. Проектирование. Справочное учебно-методическое пособие / Л.В. Курмаз, А.Т. Скойбеда. – 2-е изд., испр.: М.: Высш. шк., 2005. - 309 с.: ил.
- Скойбеда А.Т. Детали машин и основы конструирования: учебник / А.Т. Скойбеда, А.В. Кузьмин, Н.Н. Макейчик; под общ. ред. А.Т. Скойбеды. – 2-е изд., перераб. – Мн.: Высш. шк., 2006 – 560 с. : ил.

**Образец заполнения листа задания**

Задание на курсовое проектирование  
по дисциплине «Детали машин и основы проектирования»

Студенту Иванову А. А.  
 Группы ТМО-17  
 № зач. кн. 12345  
 Код задания КП 07.02.000.00

- Сроки сдачи частей проекта:
- кинематический расчет и расчет передач
  - эскизный проект
  - графическая часть
  - пояснительная записка
  - защита проекта

Дата выдачи задания 20.09 \_\_\_\_\_ (подпись преподавателя)

*Спроектировать привод подвешенного конвейера. Привод осуществляется при помощи одноступенчатого конического редуктора с круговыми зубьями и открытой прямозубой цилиндрической передачи.*

Грузоподъемность $F, Н$	Скорость грузовой цепи $V, м/с$	Частота вращения вала электр. двигателя (синхр.) $n, об/мин$	Звездочка грузовой цепи		Число смен в течение суток	Срок службы передачи в годах
			$z$	$p, мм$		
18000	0,72	1500	10	125	2	9

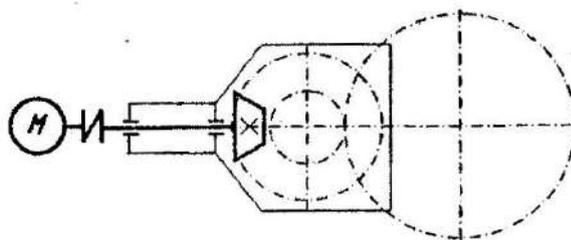
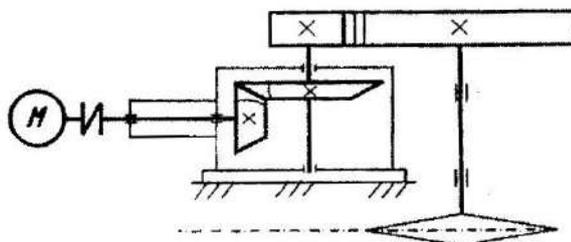


Схема привода конвейера

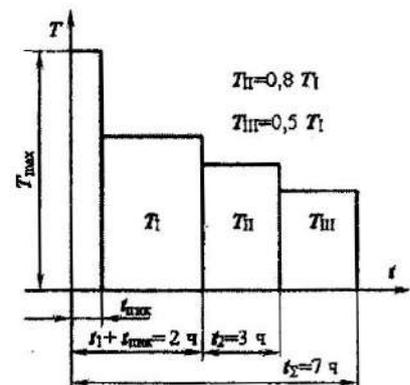


График сменной нагрузки

Курсовой проект защищен с оценкой \_\_\_\_\_ (подпись преподавателя)  
 дата \_\_\_\_\_

**Образец выполнения титульного листа пояснительной записки**



*Федеральное агентство по образованию  
ГОУ ВПО  
«Уральский государственный горный университет»*

*Горно-механический факультет  
Кафедра горных машин и комплексов*

*КП.02.08.000.00 ПЗ*

*Привод скребкового конвейера*

*Курсовой проект  
по дисциплине  
«Детали машин»*

*Студент:* \_\_\_\_\_

*Группа:* \_\_\_\_\_

*Преподаватель:* \_\_\_\_\_

*Екатеринбург  
2017*

**Образец выполнения содержания пояснительной записки**

**Содержание**

1. Выбор двигателя. . . . .	4
2. Определение силовых и кинематических параметров привода. . . . .	6
3. Выбор материалов ... передач. . . . .	8
4. Определение допускаемых напряжений. . . . .	10
5. Проектирование ... передач. . . . .	12
5.1. Расчет параметров ... передачи. . . . .	12
5.2. Проверочный расчет ... передачи. . . . .	15
5.3. Расчет параметров ... передачи. . . . .	16
5.4. Проверочный расчет ... передачи. . . . .	18
6. Эскизная компоновка закрытой передачи (редуктора)*.	
7. Проектирование валов. . . . .	20
7.1. Определение геометрических параметров валов**.	20
7.2. Предварительный расчет валов. . . . .	21
7.3. Проверочный расчет подшипников. . . . .	24
7.4. Проверочный расчет валов на усталостную прочность. . . . .	26
8. Тепловой расчет редуктора, выбор смазочного материала. . . . .	27
9. Конструирование элементов корпуса. . . . .	28
10. Расчет соединений элементов механизма. . . . .	29
Список литературы. . . . .	30

\* Под эскизной компоновкой подразумевается прорисовка на миллиметровой бумаге элементов передач, валов, подбор подшипников, муфт и параметров соединений. Выполняется контурными линиями, элементы передач могут показываться условно согласно ЕСКД.

\*\*Выполняется параллельно с эскизной компоновкой.

					<b>КП 12.28.000.00 ПЗ</b>		
Изм.	Лист	№ документа	Подпись	Дата	Расчет привода скребкового конвейера Пояснительная записка		
Разработал		Иванов Н.П.					
Проверил		Петров А.В.				3	30
Н. Контр.					УГТУ Кафедра ГМК группа ГМО		
Утвердил		Сидоров А.Н.					

**СВОДНЫЕ ТАБЛИЦЫ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА**

Сводная таблица результатов кинематического расчета

Двигатель	$P_{\text{ном}} =$ кВт; $n_{\text{ном}} =$ об/мин				
Параметр					
Коэффициент полезного действия $\eta$					
Передаточное отношение механизма*					
Передаточное отношение ступеней 1-я ступень - ..... передача 2-я ступень - ..... передача					
Параметр	Валы				
	Двигателя	1	2	3	Рабочей машины
Мощность $P$ , кВт					
Угловая скорость $\omega$ , с <sup>-1</sup>					
Частота вращения $n$ , мин <sup>-1</sup>					
Вращающий момент $T$ , Нм					

\* При определении передаточного отношения брать действительную частоту вращения выбранного электродвигателя при номинальной нагрузке.

Сводная таблица материалов зубчатой передачи и допускаемых напряжений

	Зубчатая передача	
	Ведущий элемент*	Ведомый элемент*
Марка материала		
Вид термообработки		
Твердость материала, <b>НВ</b>		
Среднее значение твердости <b>НВ<sub>ср</sub></b>		
Предел текучести $\sigma_T$ , МПа		
Предел прочности $\sigma_B$ , МПа		
Предел выносливости $\sigma_{-1}$ , МПа		
Количество циклов нагружения, $N_{HE}$		
Базовое число циклов нагружения, $N_{HG}$		
Допускаемые контактные напряжения, $[\sigma_H]$ , МПа		
Расчетное допускаемое напряжение $[\sigma_H]_{ср} = 0,5([\sigma_H]_1 + [\sigma_H]_2) \leq 1,15[\sigma_H]_2$		
Допускаемое напряжение изгиба $[\sigma_F]$		

Сводная таблица результатов расчета цепной передачи

Параметры	Ведущая звездочка	Ведомая звездочка
Тип цепи		
Разрушающая нагрузка цепи $F_p$ , Н		
Шаг цепи $p$ , мм		
Межосевое расстояние $a_w$ , мм		
Длина цепи в шагах		
Абсолютная длина цепи, мм		
Число зубьев		
Ширина зубчатого венца $b$ , мм		
Диаметр делительной окружности $d$ , мм		
Диаметр окружности вершин $d_a$ , мм		
Диаметр окружности впадин $d_f$ , мм		
<b>Проверочный расчет</b>	Допускаемое напряжение	Расчетное значение
Частота вращения ведущей звездочки $n$ , мин <sup>-1</sup>		
Число ударов цепи $U$ , с <sup>-1</sup>		
Коэффициент запаса прочности $s$		
Давление в шарнирах цепи $p_{ш}$ , МПа		
<b>Силы в передаче</b>		
Окружная сила $F_t$ , Н		
Сила предварительного натяжения $F_0$ , Н		
Сила натяжения от центробежных сил $F_v$ , Н		
Сила давления цепи на вал $F_{оп}$ , Н		

Сводная таблица результатов расчета ременной передачи

Параметры	Ведущий шкив	Ведомый шкив
Тип ремня		
Межосевое расстояние $a_w$ , мм		
Толщина ремня $\delta$ , мм		
Ширина ремня $b$ , мм		
Длина ремня $l$ , мм		
Площадь ремня $A$ , мм <sup>2</sup>		
Количество ремней		
Угол обхвата ведущего шкива $\alpha$ , град		
Диаметр шкива $d$ , мм		
Ширина шкива $B$ , мм		
Масса комплекта ремней, кг		
<b>Проверочный расчет</b>		
Максимальное напряжение $\sigma_{max}$ , МПа		
Оценка результата $\Delta$ , %		
<b>Силы в передаче</b>		
Предварительное натяжение ремня $F_0$ , Н		
Сила натяжения $F$ , Н		
Сила давления ремня на вал $F_a$ , Н		

Сводная таблица результатов расчета цилиндрической передачи

Параметры	Шестерня	Зубчатое колесо
Межосевое расстояние $a_w$ , мм		
Модуль зацепления $m$ , мм		
Число зубьев $z$		
Виды зубьев (направление линии зуба)		
Угол наклона зубьев $\beta$ , град		
Коэффициент смещения $x$		
Ширина зубчатого венца $b$ , мм		
Диаметр делительной окружности $d$ , мм		
Диаметр окружности вершин $d_a$ , мм		
Диаметр окружности впадин $d_f$ , мм		
Степень точности		
<b>Проверочный расчет</b>		
Контактные напряжения $\sigma_H$ , МПа		
Оценка результата $\Delta$ , %		
Напряжения изгиба $\sigma_F$ , МПа		
Оценка результата $\Delta$ , %		
<b>Силы в передаче</b>		
Окружная сила $F_t$ , Н		
Радиальная сила $F_r$ , Н		
Осевая сила $F_a$ , Н		

Сводная таблица параметров валов

Параметр	1 вал	2 вал	3 вал
Марка материала			
Термообработка			
Твердость материала НВ			
Предел текучести $\sigma_T$ , МПа			
Предел прочности $\sigma_B$ , МПа			
Предел выносливости $\sigma_{-1}$ , МПа			
Размеры секций, мм			
$d_1/\ell_1$			
$d_2/\ell_2$			
$d_3/\ell_3$			
$d_4/\ell_4$			
$d_5/\ell_5$			

Сводная таблица параметров подшипников

Вал	Тип	$d \times D \times B$ , мм	Динамическая грузоподъемность С, Н		Долговечность, ч	
			Расчетная	Базовая	Расчетная	Базовая
1						
2						
3						

Сводная таблица проверочного расчета валов

Вал	Коэффициент запаса прочности расчетный $s$ / допускаемый $[s]$											
	Опасные сечения											
	А-А				Б-Б				В-В			
	$s_{\sigma}$	$s_{\tau}$	$s$	$[s]$	$s_{\sigma}$	$s_{\tau}$	$s$	$[s]$	$s_{\sigma}$	$s_{\tau}$	$s$	$[s]$
1												
2												
3												

Сводная таблица проверочного расчета соединений

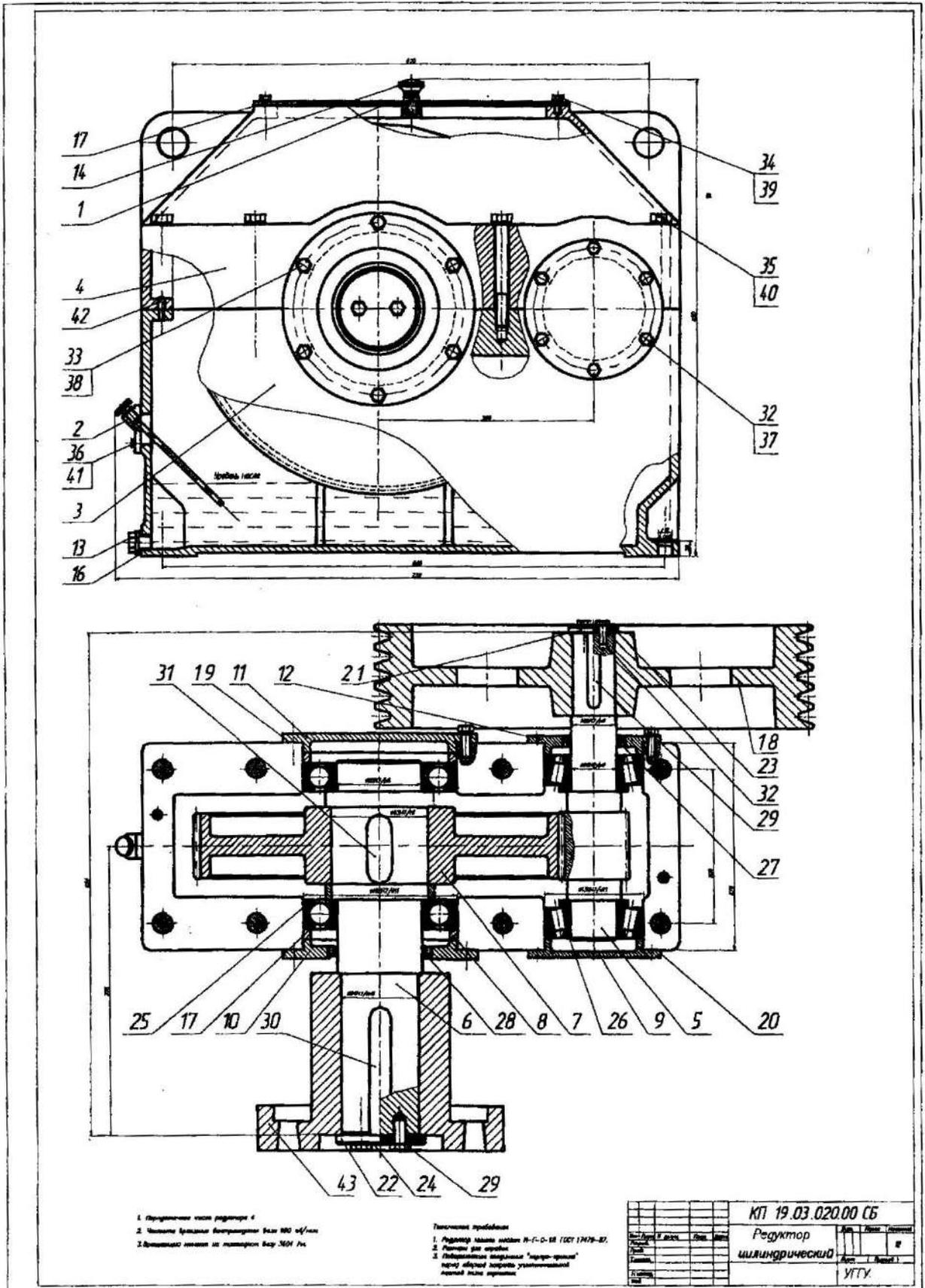
Соединения	Детали	Напряжения, МПа

**Образец выполнения списка литературы**

**Список литературы**

1. *Конструирование узлов и деталей машин: Учебное пособие для студентов технических специальностей вузов / П. Ф. Дунаев, О. П. Леликов. – 8-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательский центр «Академия», 2003. – 496 с.*
2. *Шейнблит А. Е. Курсовое проектирование деталей машин: Учеб. Пособие для техникумов. – М.: Высш. шк., 1991. – 432 с.: ил.*
3. *Чернилевский Д. В. Детали машин. Проектирование приводов технологического оборудования: Учебное пособие для студентов вузов. 3-е изд., исправл.- М.: Машиностроение, 2003.- 560 с., ил.*
4. *Перель Л. Я., Филатов А. А. Подшипники качения: Расчет, проектирование и обслуживание опор: Справочник. – 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Машиностроение, 1992. – 608 с.*
5. *Анурьев В. И. Справочник конструктора – машиностроителя: В 3 т. М.: Машиностроение, 8-е изд-е, перераб. и доп. 1999. Т.1: - 736 с.; Т.2: - 559 с.; Т.3: - 557 с.*

Образцы выполнения чертежей курсового проекта



1. Передача момента от двигателя к  
2. Число зубьев ведомого колеса 80 и 40  
3. Диаметр шестни и подшипников 50 и 60 мм

- Технические требования  
1. Редуктор должен соответствовать ГОСТ 19079-87.  
2. Редуктор для работы  
3. Подшипники должны быть "шарико-роликовые" с закрытыми сепараторами и защитными кожухами.

КП 19.03.020.00 СБ			
Редуктор			
цилиндрический			
УГТУ			

Образец выполнения спецификации

№ п/п	Обозначение	Наименование	Кол-во	Единица измерения
21	КП 10.12.020.19	Валы конусов		
22	КП 10.12.020.20	Валы конусов		
23	КП 10.12.020.21	Валы статоров		
24	КП 10.12.020.22	Валы статоров		
		Статорные изделия		
25		Лидеры 222 ПКТ 638-75	2	
26		Лидеры 762 ПКТ 333-79	2	
		Минерол ПКТ 8752-79		
27		11-60x65-1	1	
28		11-70x105-1	1	
		Шпонки ПКТ 23360-78		
29		6x10x92	1	
30		26x16x52	1	
31		32x18x59	1	
32		Болт М8-А3-60x100 ПКТ 178-8	14	
33		Болт М8-А3-60x100 ПКТ 178-8	14	
34		Болт М8-А3-60x100 ПКТ 178-8	2	
35		Болт М8-А3-60x100 ПКТ 178-8	8	
36		Болт М8-А3-60x100 ПКТ 178-8	4	
37		Валы 10 65 ПКТ 6402-70	12	
38		Валы 12 65 ПКТ 6402-70	12	
39		Валы 8 65 ПКТ 6402-70	2	
40		Валы 6 65 ПКТ 6402-70	8	
41		Валы 5 65 ПКТ 6402-70	4	
42		Валы 10x12 ПКТ 302-8	2	
43		Валы 10x12 ПКТ 704-8	1	

КП 19.03.020.00 СП

Итого: 2

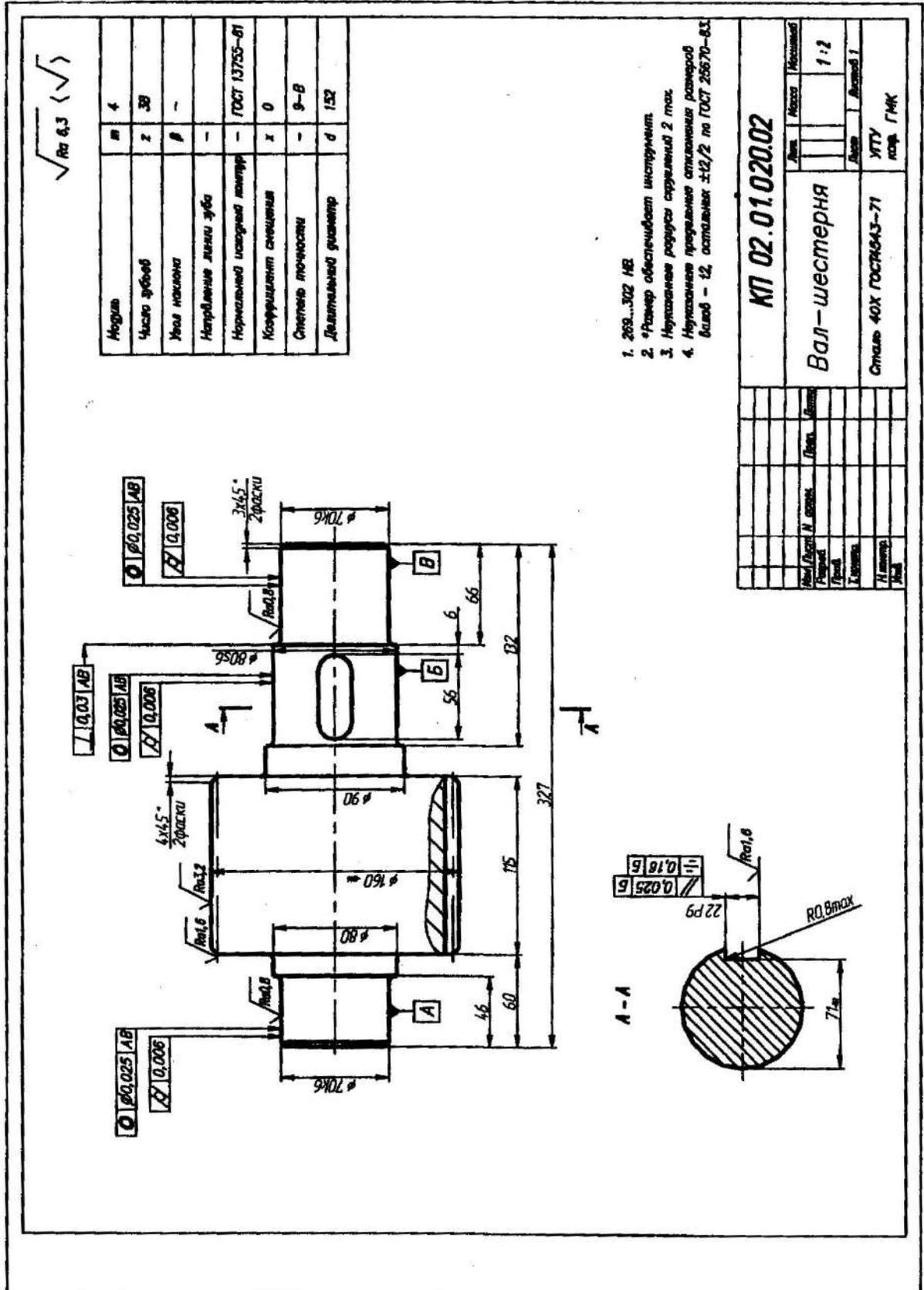
№ п/п	Обозначение	Наименование	Кол-во	Единица измерения
		Доски фанерные		
		Сборный чертёж		
		Сборочные единицы		
1	КП 10.12.021.00	Крышка-опорная	1	
2	КП 10.12.022.00	Маслоотделитель	1	
		Листовые		
3	КП 10.12.020.01	Опорные корпусы	1	
4	КП 10.12.020.02	Крышка корпусы	1	
5	КП 10.12.020.03	Вал-шестерня	1	
6	КП 10.12.020.04	Вал	1	
7	КП 10.12.020.05	Зубчатое колесо	1	
8	КП 10.12.020.06	Кольцо	2	
9	КП 10.12.020.07	Крышка подшипника	1	
10	КП 10.12.020.08	Крышка подшипника	1	
11	КП 10.12.020.09	Крышка подшипника	1	
12	КП 10.12.020.10	Крышка подшипника	1	
13	КП 10.12.020.11	Гребка	1	
14	КП 10.12.020.12	Ручка-опорная	1	
15	КП 10.12.020.13	Уплотнение	1	
16	КП 10.12.020.14	Кольцо-уплотнение	1	
17	КП 10.12.020.15	Кольцо	1	
18	КП 10.12.020.16	Шар	1	
19	КП 10.12.020.17	Прокладка	2	
20	КП 10.12.020.18	Прокладка	2	

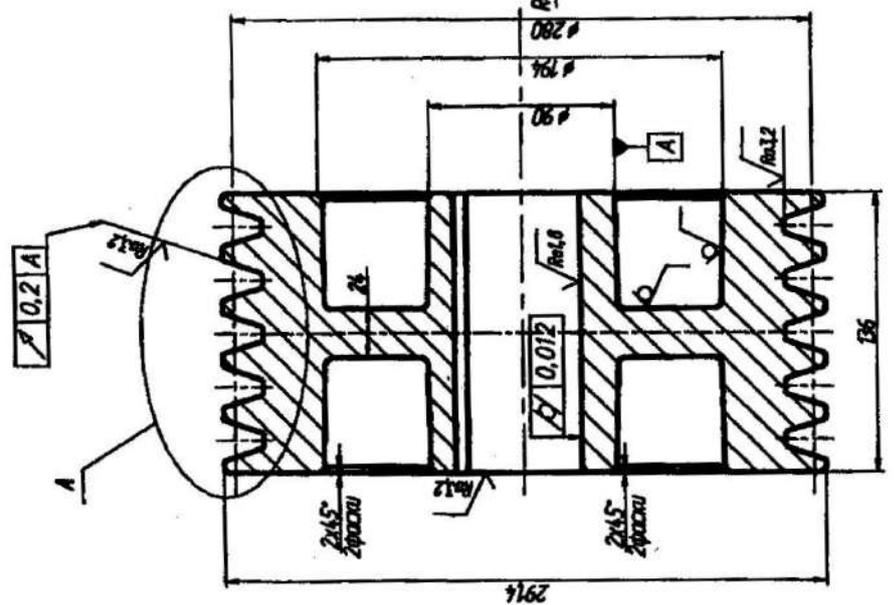
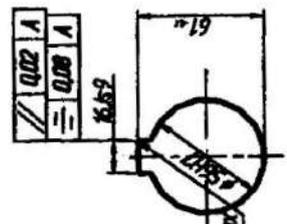
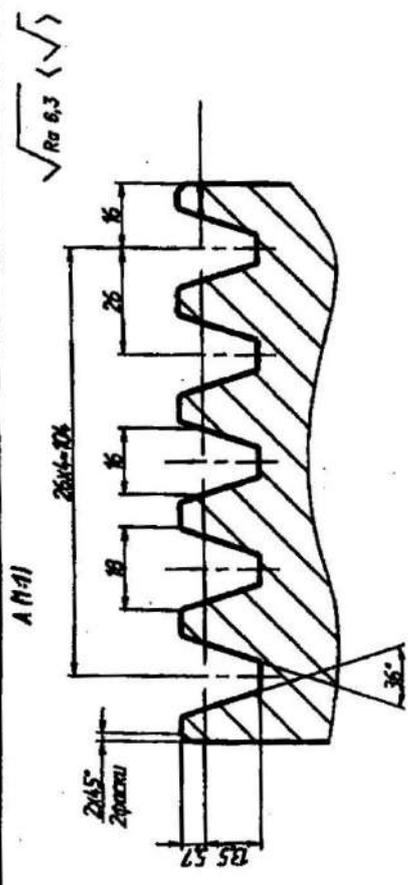
КП 19.03.020.00

Регулятор цилиндрический УГТУ

Итого: 2

## Образец выполнения рабочего чертежа





1. Размеры для справок
2. Обрабочные углы 1°
3. Радиус скрученной 3 мм
4. Нормальные предельные отклонения размеров:  
 по диаметру  $\sqrt{\quad}$ : базис - 12, оставшек  $\pm 12/2$  по  
 по диаметру  $\sqrt{\quad}$ :  $\pm 12/2$  по ГОСТ 25670-83

<b>КПО 3.12.0000.03</b>			
Исполн	Мастер	Мастер	1:2
Провер	Лист	Листов 1	
Утверд	Лист	Листов 1	
ШКИВ			УГУ
СЧ 5 ГОСТ 907-86			

**Задания**  
**на курсовую работу**  
**по дисциплине**  
**ДЕТАЛИ МАШИН**

Направление подготовки студентов

*15.03.02 Технологические машины и оборудование*

Направленность (профиль)

*Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов*

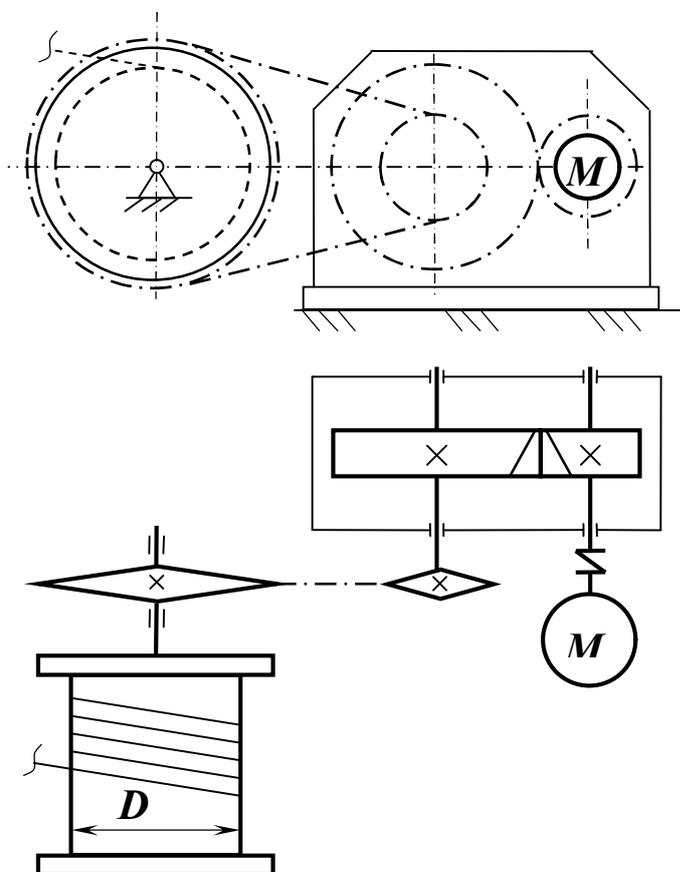
разработала

Савинова Н. В.

### Задание 1

Спроектировать привод вспомогательной лебедки для подтаскивания и подъёма на буровую грузов с приёмных мостков по схеме и данным таблицы. Привод осуществляется при помощи одноступенчатого косозубого цилиндрического редуктора (с параллельной основанию плоскостью осей валов) и цепной передачи с роликовой цепью.

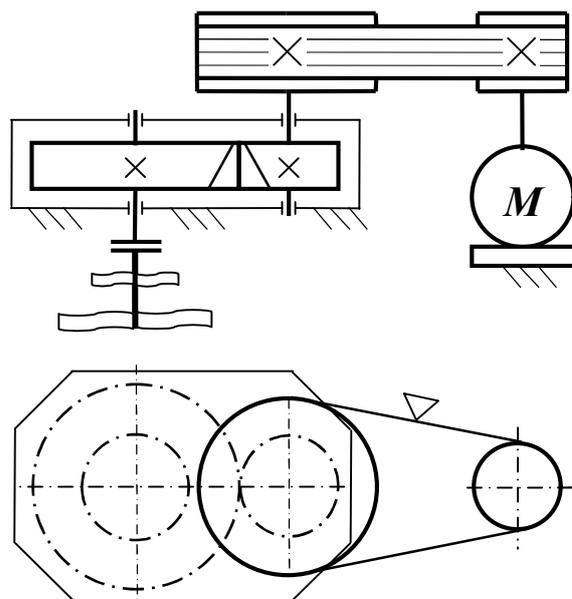
Вариант	Окружная сила на канате $F$ , Н	Скорость навивки каната на барабан $V$ , м/с	Диаметр барабана лебедки $D$ , мм	Частота вращения вала электр. двигателя (синхр.) $n$ , мин <sup>-1</sup>	График сменной нагрузки	Число смен в течение суток	Срок службы передачи в годах
1	20	0,3	300	750	А	1	4
2	60	0,5	280	1000	Б	2	5
3	45	0,4	400	750	В	3	6
4	32	0,6	240	750	Г	1	7
5	50	0,35	320	1000	Д	2	8
6	38	0,7	220	750	Е	3	9



## Задание 2

Спроектировать привод перемешивателя (блендера) буровых растворов по схеме и данным таблицы. Привод осуществляется при помощи одноступенчатого косозубого цилиндрического редуктора (с перпендикулярной к основанию плоскостью положения осей валов) и клиноременной передачей.

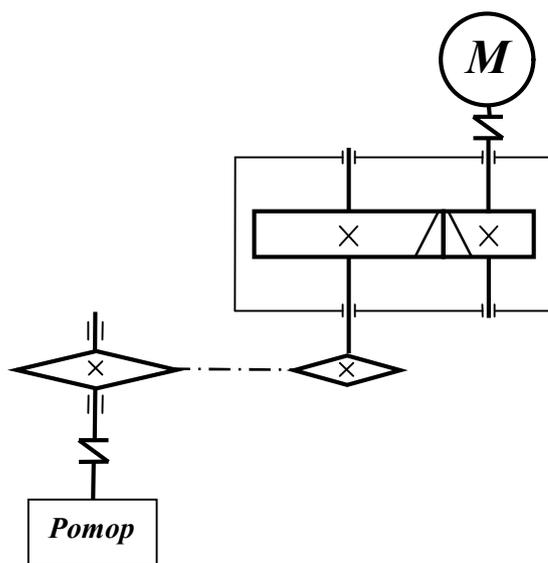
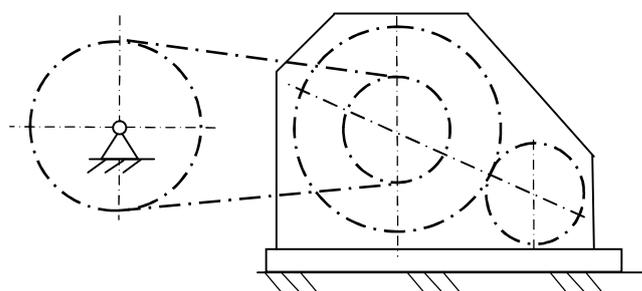
Вариант	Момент сопротивления вращению на валу блендера $T$ , Нм	Частота вращения вала блендера $n_{рм}$ , мин <sup>-1</sup>	Частота вращения вала электр. двигателя (синхр.) $n$ , мин <sup>-1</sup>	График сменной нагрузки	Число смен в течение суток	Срок службы передачи в годах
1	800	90	750	А	2	4
2	900	60	750	Б	3	5
3	120	120	1000	В	1	6
4	200	150	1000	Г	2	7
5	480	200	1500	Д	3	8
6	600	240	1500	Е	1	9



### Задание 3

Спроектировать индивидуальный привод ротора буровой установки по схеме и данным таблицы. Привод осуществляется при помощи одноступенчатого косозубого цилиндрического редуктора (с параллельной или наклонной к основанию плоскостью осей валов) и цепной передачи с роликовой цепью.

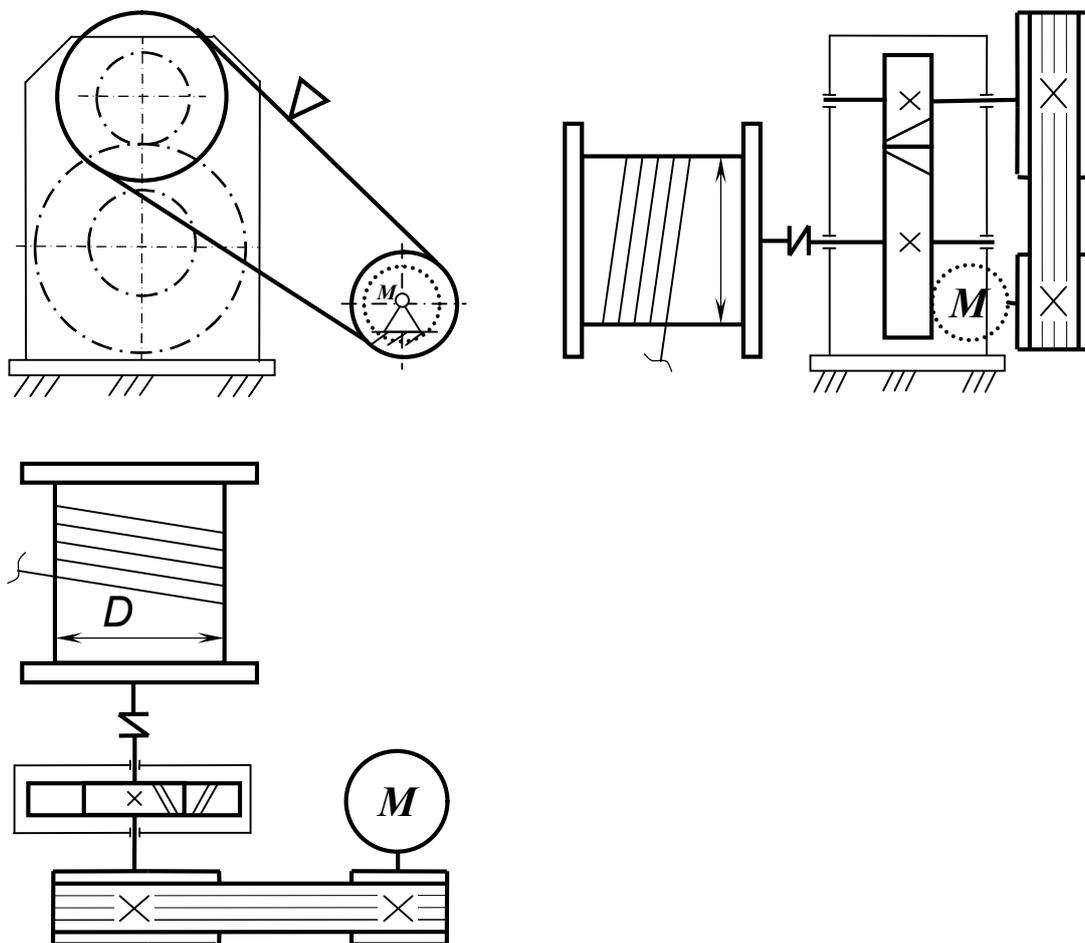
Вариант	Момент сопротивления вращению на валу ротора $T$ , Нм	Частота вращения вала ротора $n_{рм}$ , мин <sup>-1</sup>	Частота вращения вала электр. двигателя (синхр.) $n$ , мин <sup>-1</sup>	График сменной нагрузки	Число смен в течение суток	Срок службы передачи в годах
1	10000	40	1000	Б	3	4
2	20000	15	750	В	1	5
3	16000	60	1000	Г	2	6
4	30000	24	750	Д	3	7
5	24000	70	1000	Е	1	8
6	14000	50	750	А	2	9



### Задание 4

Спроектировать привод вспомогательной лебедки по схеме и данным таблицы. Привод осуществляется при помощи одноступенчатого косозубого цилиндрического редуктора (с перпендикулярной к основанию плоскостью положения осей валов) и клиноременной передачей.

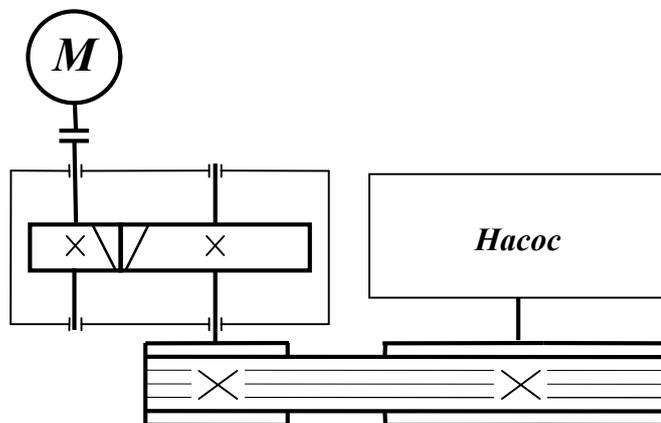
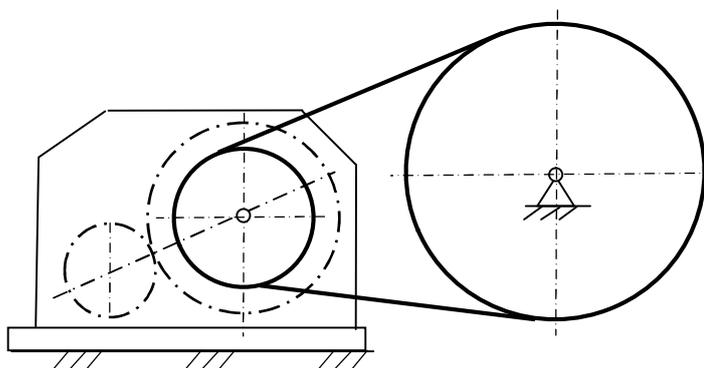
Вариант	Окружная сила на канате $F$ , Н	Скорость навивки каната на барабан $V$ , м/с	Диаметр барабана лебедки $D$ , мм	Частота вращения вала электр. двигателя (синхр.) $n$ , мин <sup>-1</sup>	График сменной нагрузки	Число смен в течение суток	Срок службы передачи в годах
1	70	0,64	275	750	А	1	9
2	22	0,4	210	750	Б	2	8
3	35	0,52	240	750	В	3	7
4	48	0,66	220	1000	Г	1	6
5	62	0,58	320	1000	Д	2	5
6	28	0,8	300	750	Е	3	4



### Задание 5

Спроектировать механический привод бурового насоса по схеме и данным таблицы. Привод осуществляется при помощи одноступенчатого косозубого цилиндрического редуктора (с параллельной или наклонной к основанию плоскостью осей валов) и клиноременной передачей.

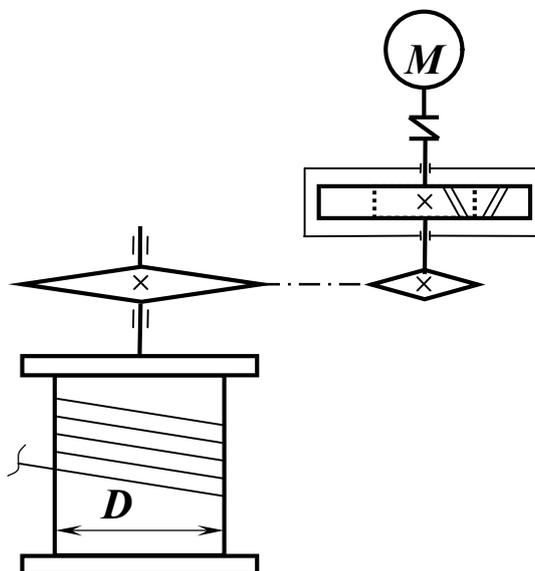
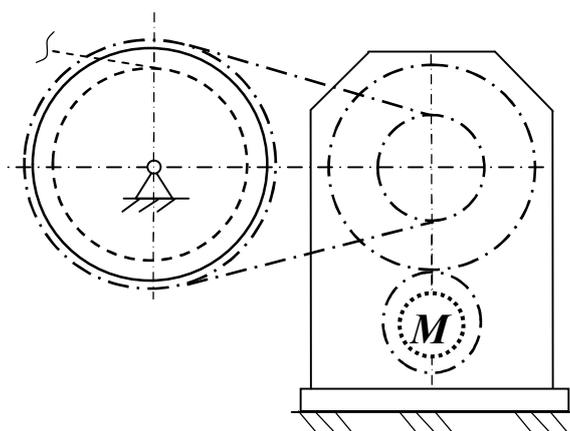
Вариант	Потребляемая насосом мощность $P$ , кВт	Частота вращения вала насоса $n_{рм}$ , мин <sup>-1</sup>	Частота вращения вала электр. двигателя (синхр.) $n$ , мин <sup>-1</sup>	График сменной нагрузки	Число смен в течение суток	Срок службы передачи в годах													
1	32	200	1000	В	3	7													
2	50	120	750	Г	1	8													
3	80	150	1000	Д	2	9													
4	100	220	1500	Е	4	5	125	250	1000	А	1	5	6	160	160	1500	Б	2	6
5	125	250	1000	А	1	5													
6	160	160	1500	Б	2	6													



### Задание 6

Спроектировать привод подъемной лебедки по схеме и данным таблицы. Привод осуществляется при помощи одноступенчатого косозубого цилиндрического редуктора (с перпендикулярной к основанию плоскостью положения осей валов) и цепной передачи с роликовой цепью.

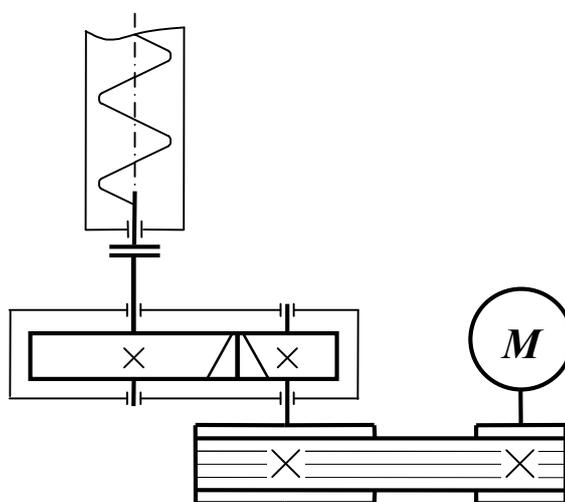
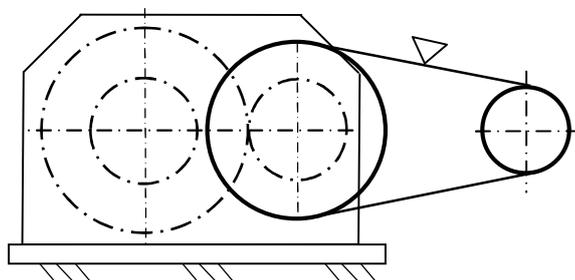
Вариант	Окружная сила на канате $F$ , Н	Скорость навивки каната на барабан $V$ , м/с	Диаметр барабана лебедки $D$ , мм	Частота вращения вала электр. двигателя (синхр.) $n$ , мин <sup>-1</sup>	График сменной нагрузки	Число смен в течение суток	Срок службы передачи в годах
1	25	2	300	100	А	2	9
2	36	3	400	1500	Б	3	8
3	40	5	350	1500	В	1	7
4	52	4,3	420	1000	Г	2	6
5	70	4	340	750	Д	3	5
6	92	2,4	380	750	Е	1	4



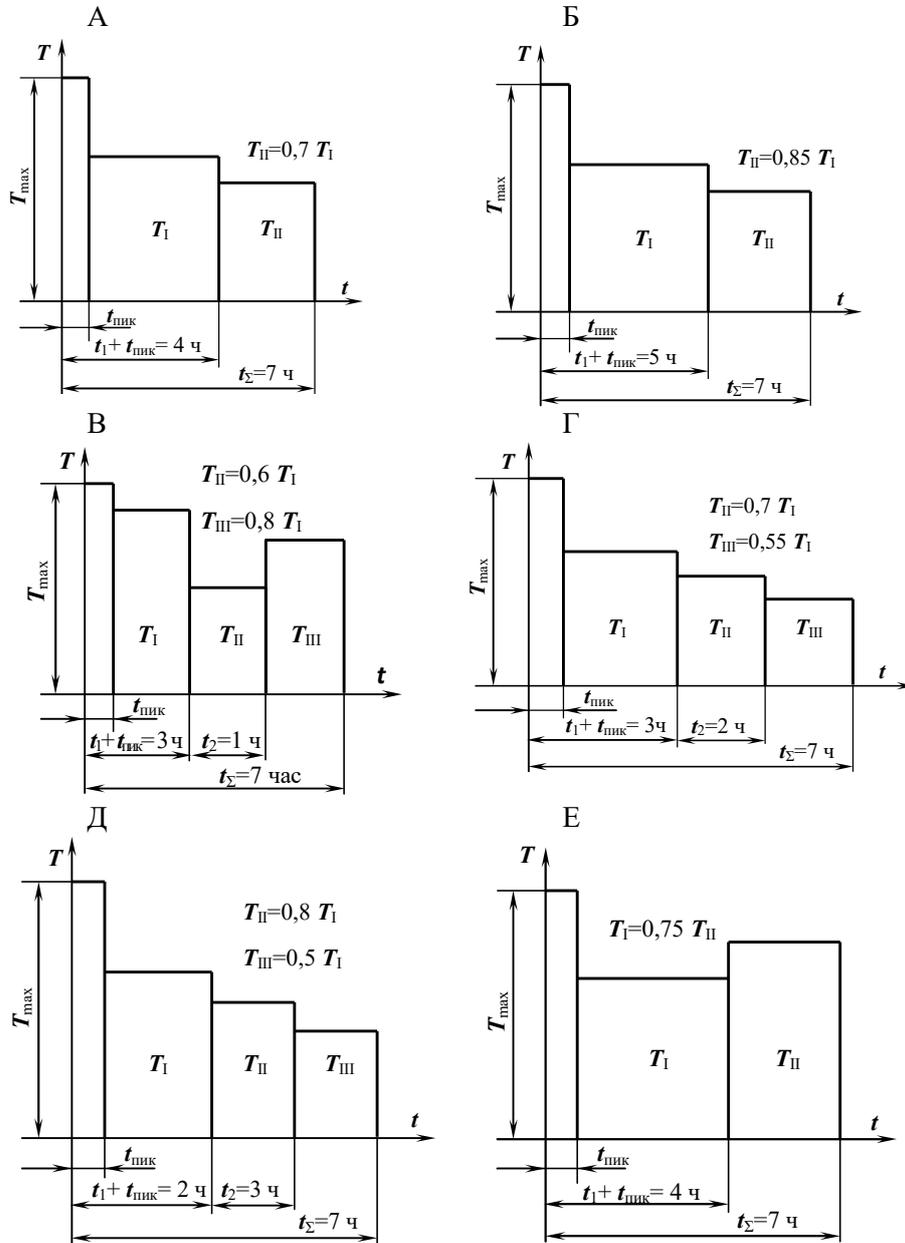
### Задание 7

Спроектировать привод шнекового конвейера циркуляционной системы для удаления шлама по схеме и данным таблицы. Привод осуществляется при помощи одноступенчатого косозубого цилиндрического редуктора (с параллельной или наклонной к основанию плоскостью осей валов) и клиноременной передачей.

Вариант	Момент сопротивления вращению на валу шнека $T$ , Нм	Частота вращения вала шнека $n_{pm}$ , мин <sup>-1</sup>	Частота вращения вала электр. двигателя (синхр.) $n$ , мин <sup>-1</sup>	График сменной нагрузки	Число смен в течение суток	Срок службы передачи в годах
1	1000	600	1000	Г	3	4
2	3100	40	750	Д	1	5
3	3600	50	750	Е	2	6
4	800	55	1000	А	3	7
5	1900	48	750	Б	1	8
6	2300	65	1000	В	2	9



## Графики сменной нагрузки



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Проректор по учебно-методическому комплексу



С.А. Упоров

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ  
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ  
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**Б1.О.28 ДЕТАЛИ МАШИН**

Направление подготовки

***15.03.02 Технологические машины и оборудование***

Направленность (профиль)

***Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов***

год набора: 2024

Автор: Савинова Н. В., канд. техн. наук, доцент

Одобрены на заседании кафедры

Горных машин и комплексов

*(название кафедры)*

Зав. кафедрой

*(подпись)*

Лагунова Ю. А.

*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 1 от 06.09.2023

*(Дата)*

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

Горно-механического

*(название факультета)*

Председатель

*(подпись)*

Осипов П.А.

*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 2 от 20.10.2023

*(Дата)*

Екатеринбург

## ВВЕДЕНИЕ

**Цель дисциплины (модуля):** формирование у студентов базовых знаний в области проектирования технологических машин и оборудования; подготовка студентов к решению профессиональных задач; развитие творческого естественнонаучного мышления.

**Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины (модуля):**

*общепрофессиональные*

- способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности (ОПК-1);
- способен внедрять и осваивать новое технологическое оборудование (ОПК-9);
- способен обеспечивать повышение надежности технологических машин и оборудования на стадиях проектирования, изготовления и эксплуатации (ОПК-12);
- способен применять стандартные методы расчета при проектировании деталей и узлов технологических машин и оборудования (ОПК-13).

**Результат изучения дисциплины (модуля):**

*Знать:*

- общие сведения о составе машины, классификации узлов и деталей;
- последовательность этапов проектирования;
- основы проектирования узлов машин и деталей с учетом критериев работоспособности;
- алгоритмы расчёта элементов машин на прочность, жесткость, устойчивость и выносливость;
- методы определения напряжений в деталях и элементах конструкций машин;
- типовые конструкции деталей и узлов машин;
- основы работы в САПР.

*Уметь:*

- пользоваться терминологией, принятой в различных разделах механики и машиностроения;
- выбирать прототипы конструкций при проектировании;
- на основе анализа условия работы деталей, узлов и машин обосновать критерии работоспособности;
- выбирать материалы, форму и размеры деталей;
- проводить инженерные расчеты на прочность, выносливость и долговечность основных деталей и узлов машин по стандартным методикам, использовать современные САПР;
- выполнять сборочные и рабочие чертежи элементов конструкций по требованиям ЕСКД.
- проводить мониторинг деталей, узлов и машины в целом.

*Владеть:*

- методами расчета и проектирования деталей и узлов технологических машин и оборудования;
- навыками подбора материалов деталей машин и оборудования;
- принципами составления расчетных схем элементов конструкций;
- основными принципами конструирования деталей машин;
- навыками создания технической документации;
- методами оценки состояний машин и узлов;
- алгоритмами работы в САПР.

Одним из важнейших условий самостоятельной работы студента является повторение материала лекций.

# 1. ПОВТОРЕНИЕ МАТЕРИАЛА ЛЕКЦИЙ

## **Тема 1: Классификация механизмов, узлов и деталей машин. Основы проектирования и стадии разработки механизмов.**

Основные понятия курса. Классификация деталей машин. Виды расчетов: проектировочный, проверочный, оптимизация. Последовательность выполнения проекта, документооборот, стандарты.

## **Тема 2: Требования к деталям, критерии работоспособности и влияющие на них факторы.**

Современные требования к изделиям: работоспособность, надежность, технологичность, экономичность, взаимозаменяемость, эргономичность. Критерии работоспособности: прочность, жесткость, износостойкость, коррозионная стойкость, вибростойкость, температурная стойкость. Критерии надежности. Состав расчетной схемы детали и изделия в целом.

## **Тема 3: Классификация механических передач. Сравнение передач трением и зацеплением. Основные кинематические и силовые параметры передач.**

Механические передачи технологических машин - назначение, классификация. Сравнительный анализ применимости передач трением и зацеплением. Кинематические характеристики передач: передаточное число, частота вращения, угловая скорость, коэффициент полезного действия, мощность, крутящий момент. Определение требуемой мощности и выбор двигателя.

## **Тема 4: Классификация зубчатых передач. Материалы и термообработка деталей. Передаточное число. Геометрические параметры передач с эвольвентным зубом. Расчет зубчатых передач: цилиндрических, конических.**

Зубчатые передачи, классификация, общие сведения, области применения. Группы материалы зубчатых колес по твердости, термическая обработка. Причины выхода из строя зубчатых колес, точность изготовления. Цилиндрические прямозубые передачи. Эвольвента, кривая для образования профиля зуба. Основные геометрические параметры: окружной шаг, модуль, угол зацепления, высота зуба, межосевое расстояние, делительный, начальный и др. диаметры, ширина зацепления. Способы нарезания зубьев, нарезание со смещением. Критерии работоспособности передач. Виды разрушения зубчатых колес. Контактные напряжения, напряжения изгиба. Допускаемые напряжения, расчет. Алгоритм проектировочного расчета по контактной прочности. Проверочный расчет по контактным напряжениям и напряжениям изгиба. Силы, действующие в передаче. Косозубые цилиндрические передачи. Геометрические параметры передач. Сравнительный анализ с прямозубой передачей, достоинства, недостатки и область применения. Особенности проектировочного и проверочного расчетов. Силы, действующие в зацеплении косозубой передачи. Шевронные цилиндрические передачи. Конические зубчатые передачи. Классификация. Геометрические параметры: модуль, конусное расстояние, конусные углы и т.д. Особенности проектирования конических зубчатых передач. Силы, действующие в конических передачах. Алгоритм проектировочного и проверочного расчетов. Кинематика. Кривые скольжения. Расчет клиноременной передачи.

Сведения и основные характеристики ременных передач. Материалы и профили ремней. Области применения передач. Достоинства и недостатки ременных передач. Геометрия параметры и кинематика ременных передач. Кривые скольжения. Алгоритм расчета ременной передачи по тяговой способности. Критерии работоспособности. Силы в передаче. Силы, действующие на валы и подшипники. Шкивы ременных передач – материалы, конструктивные особенности, проектирование.

## **Тема 6: Цепные передачи, классификация. Геометрические параметры. Кинематика и динамика. Выбор материалов и расчет.**

Типы применяемых цепей. Приводные цепи, конструкция, область применения.

Достоинства и недостатки цепных передач. Алгоритм выбора цепи и проектирования цепной передачи. Кинематические особенности цепных передач. Критерии работоспособности цепных передач. Силы действующие в цепных передачах. Нагрузки на валы и опоры. Звездочки – материалы, конструктивные особенности, проектирование.

**Тема 7: Валы и оси, конструкции и расчеты на прочность и жесткость.**

Валы и оси, основные понятия. Конструкции, конструктивные элементы. Материалы осей и валов, термообработка, шероховатость поверхности. Алгоритм выбора геометрических параметров на стадии эскизного проектирования. Выбор расчетной схемы. Проверочный расчет валов на усталостную и статическую прочность, жесткость и колебания. Коэффициенты запаса прочности, обоснование.

**Тема 8: Классификация подшипников качения. Выбор и проверка подшипников по динамической (статической) грузоподъемности. Конструкции подшипниковых узлов и их смазка.**

Подшипники качения. Классификация и система обозначений. Типы и конструкция. Критерии работоспособности, причины выхода из строя. Статическая и динамическая грузоподъемность. Алгоритм и критерии подбора подшипников качения. Проверочный расчет подшипников качения.

**Тема 9: Муфты: назначение, классификация, конструкции и расчет. Упругие элементы, корпусные детали.**

Муфты – сцепные устройства. Классификация муфт. Критерии выбора конструкции муфты, расчет величины крутящего момента.

**Тема 10: Червячные передачи. Геометрические параметры. Выбор материалов и расчет.**

Червячные передачи, состав, классификация. Области применения. Достоинства и недостатки червячных передач. Кинематика, к.п.д. и геометрия червячных передач. Материалы элементов червячной пары. Причины выхода из строя. Критерии работоспособности червячной передачи. Расчет допускаемых напряжений. Алгоритм проекторочного и проверочного расчета. Тепловой расчет и способы охлаждения.

**Тема 11: Редуктора. Компоновка. Этапы проектирования.**

Редуктора общего назначения. Количество ступеней, применяемые передачи. Компоновка. Особенности конструкции. Использование редукторов в механических приводах нефтегазопромысловых машин. Алгоритм проектирование, выбор основных параметров. Использование САПР для проектирования.

**Тема 12: Планетарные передачи: область применения и разновидности. Особенности расчета. Общие сведения о волновых и рычажных передачах.**

Планетарная передача, общее понятие, состав, применяемые зубчатые колеса. Кинематические схемы, особенности кинематического расчета, алгоритм подбора параметров. Проекторочный и проверочный расчет планетарных передач. Волновые и рычажные передачи, состав, области применения, достоинства и недостатки.

**Тема 13: Разновидности фрикционных передач. Области применения. Фрикционные вариаторы.**

Фрикционные передачи, классификация. Принцип действия фрикционных передач. Достоинства и недостатки фрикционных передач и области применения. Кинематические особенности передач. Алгоритм подбора параметров фрикционных передач. Силы в передачах и силы, действующие на валы и опоры. Критерии работоспособности. Фрикционные вариаторы, разновидности и области применения. Элементы передач, подбор параметров, конструкция.

**Тема 14: Разновидности и область применения подшипников скольжения. Материалы. Расчет подшипников полусухого и полужидкостного трения.**

Подшипники скольжения. Основные типы подшипников скольжения. Материалы подшипников скольжения. Критерии работоспособности, алгоритм подбора параметров. Тепловой расчет подшипников. Особенности смазки.

**Тема 15: Классификация и области применения разъемных и неразъемных соединений. Их сравнительные характеристики.**

Назначение соединений. Понятие разъемных и неразъемных соединений, области применения. Виды нагружения, правила подбора типа соединения. Характеристики соединений.

**Тема 16: Разновидности шпоночных соединений. Расчет на прочность шпоночных соединений.**

Основные типы шпонок. Понятие ненапряженных и напряженных шпоночных соединений. Критерии работоспособности, допускаемые напряжения. Алгоритм подбора геометрических параметров. Проверочные расчеты по критериям работоспособности.

**Тема 17: Зубчатые соединения. Расчет на прочность и проверка на износостойкость.**

Шлицевые соединения, типы, область применения, достоинства и недостатки. Способы центрирования. Расчет шлицевых соединений на прочность и износостойкость, определение допускаемых напряжений.

**Тема 18: Соединения с натягом: область применения, расчет.**

Натяг, понятие, способы создания. Область применения. Условия функционирования. Расчет соединения по критериям работоспособности. Расчет деталей на прочность.

**Тема 19: Виды сварных соединений. Расчет сварных соединений на прочность.**

Сварка, как технологический процесс. Сварные соединения, типы, области применения. Типы сварных швов, геометрические параметры, критерии работоспособности. Алгоритм выбора параметров, проверочные расчеты по критериям работоспособности, допускаемые напряжения. Стандарты сварочных технологий, особенности при выполнении чертежей.

**Тема 20: Разновидности заклепочных соединений. Расчет на прочность заклепочных соединений.**

Технологический процесс клепания. Заклепка, закладная деталь, классификация, применяемость. Типы заклепочных швов, достоинства и недостатки. Порядок формирования шва. Проверочные расчеты по критериям работоспособности, допускаемые напряжения.

**Тема 21: Общие сведения о соединениях пайкой. Клеевые соединения, технологии, виды. Расчет.**

Пайка, как технологический процесс, классификация, область применения. Подбор параметров, проверочный расчет по критериям работоспособности. Клеевые технологии, виды материалов. Применяемость технологий. Алгоритмы расчетов.

**Тема 22: Основные виды резьб, деление резьб на крепежные и ходовые. Геометрические параметры треугольной крепежной резьбы. Расчет на прочность резьбовых соединений.**

Резьба, определение, виды. Геометрические параметры резьб. Резьбовые соединения, типы. Нагрузки, воспринимаемые соединениями. Расчет резьбовых соединений по конкретным схемам нагружения. Расчет групповых соединений. Понятие о монтажном резьбовом соединении.

**Тема 23: Клеммовые соединения. Расчет силы затяжки болтов в клеммовых соединениях.**

Понятие о клеммовом соединении. Виды клемм. Подбор параметров соединений. Проверочные расчеты по критериям работоспособности. Расчет необходимого усилия затяжки резьбового элемента.

**Тема 24: Общие сведения о профильных и штифтовых соединениях.**

Профильные соединения, типы и области применения, расчет, допускаемые напряжения. Штифтовые соединения, геометрические параметры, область применения, расчет.

### 3. ПОДГОТОВКА К ПРАКТИЧЕСКИМ И ЛАБОРАТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ

*Примерные вопросы для подготовки к зачету:*

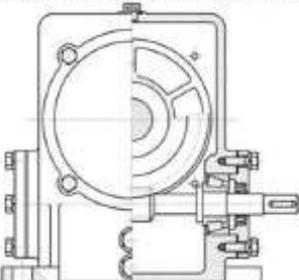
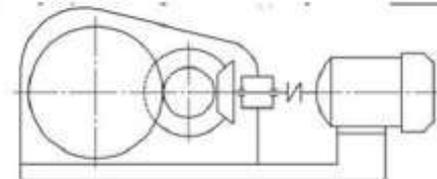
1. Прочность - критерий работоспособности.
2. Проверочный расчет.
3. Часть машины агрегат.
4. Узел – как часть машины.
5. Рабочий проект, место в создании изделия.

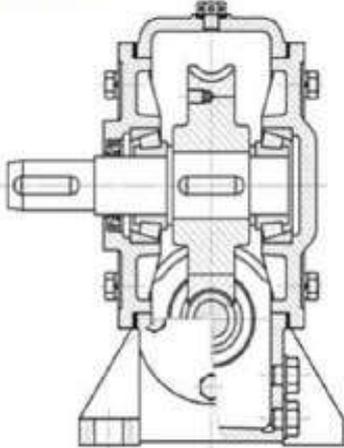
*Примерные вопросы для подготовки к экзамену:*

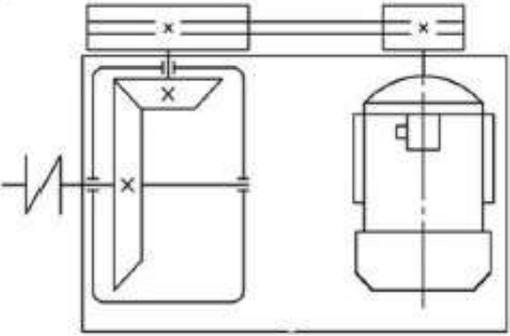
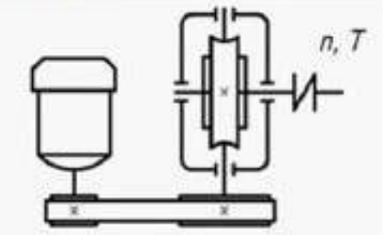
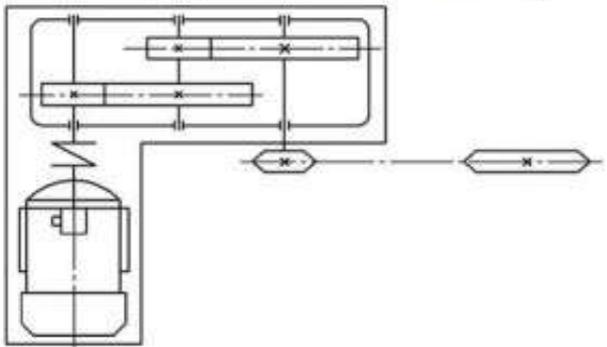
1. Основные понятия курса «Детали машин», машина, агрегат, узел, и т.д.
2. Требования, предъявляемые к деталям, узлам и машинам в целом
3. Перечень и наполнение технической документации, выполняемой при проектировании
4. Последовательность видов проектов в процессе проектирования
5. Кинематические параметры механических передач
6. Зубчатые передачи. Классификация, основные кинематические параметры
7. Цилиндрические редукторы, геометрические параметры
8. Редукторные валы, характеристики ступеней.
9. Соединения шпоночные, выбор и расчет на прочность призматических шпонок
10. Подшипники качения, классификация, типы.

# ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

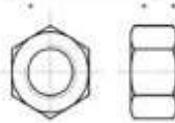
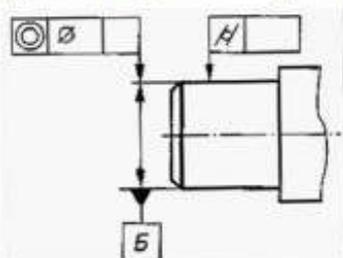
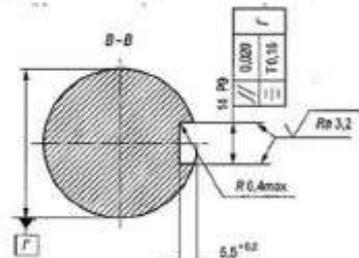
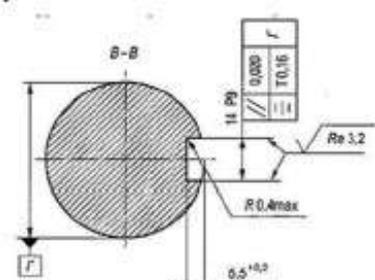
**Тема 1:** Классификация механизмов, узлов и деталей машин. Основы проектирования и стадии разработки механизмов.

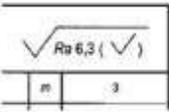
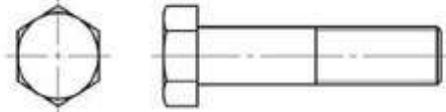
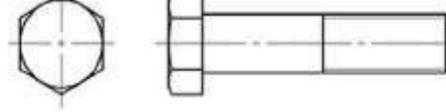
1	Шкив механической передачи предназначен для совместной работы с....	<input type="radio"/> цепью <input type="radio"/> червячным колесом <input type="radio"/> подшипником <input checked="" type="radio"/> <u>ремнем</u>
2	Что из перечисленного является деталью?	<input type="radio"/> подшипник качения <input type="radio"/> двигатель асинхронный <input checked="" type="radio"/> <u>пружина цилиндрическая</u> <input type="radio"/> редуктор конический
3	Что из перечисленного является узлом	<input type="radio"/> гайка корончатая <input checked="" type="radio"/> <u>подшипник качения</u> <input type="radio"/> заклепка пустотелая <input type="radio"/> шкив малый
4	Изображенная на рисунке деталь называется _____ является элементом _____ соединения. 	<input type="radio"/> винтом, заклепочного <input type="radio"/> шпонкой, шпоночного <input checked="" type="radio"/> <u>шпилькой, резьбового</u> <input type="radio"/> штифтом, штифтового
5	Рессорой называется упругий элемент, работающий на ....	<input type="radio"/> растяжение <input type="radio"/> сжатие <input checked="" type="radio"/> <u>изгиб</u> <input type="radio"/> кручение
6	Основными деталями изображенного редуктора являются .... 	<input type="radio"/> зубчатые колеса и шестерни <input type="radio"/> блоки и канаты <input type="radio"/> звездочки и цепи <input checked="" type="radio"/> <u>червячное колесо и червяк</u>
7	На рисунке изображена схема привода с _____ редуктором 	<input checked="" type="radio"/> <u>коническо-цилиндрическим</u> <input type="radio"/> волновым <input type="radio"/> двухступенчатым <input type="radio"/> коническим <input type="radio"/> одноступенчатым <input type="radio"/> червячно-цилиндрическим
8	Основными деталями цилиндрического зубчатого редуктора являются...	<input type="radio"/> зубчатые колеса и червяки <input checked="" type="radio"/> <u>зубчатые колеса и валы</u> <input type="radio"/> звездочки и цепи <input type="radio"/> блоки и канаты

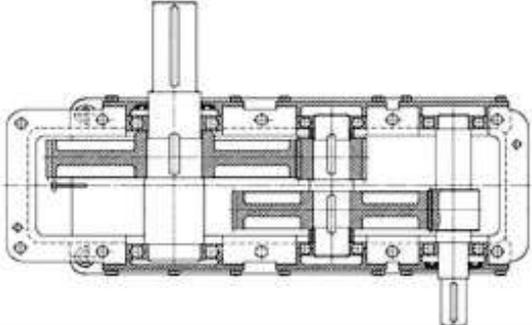
9	Общим наименованием полученной в результате проектирования и конструирования изделия документации является...	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ расчет</li> <li>○ спецификация</li> <li>○ <u>проект</u></li> <li>○ чертеж</li> </ul>
10	Валы электродвигателя и редуктора сосны и должны иметь одинаковые скорости вращения. Для их соединения следует выбрать...	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ <u>муфту</u></li> <li>○ подшипник</li> <li>○ зубчатую передачу</li> <li>○ ременную передачу</li> </ul>
11	<p>Червячное колесо редуктора установлено на деталь, являющуюся .....</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ штифтом</li> <li>○ <u>валом</u></li> <li>○ осью</li> <li>○ опорой</li> </ul>
12	Если необходимо спроектировать зубчатую передачу для редуктора, следует...	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ подобрать материал и рассчитать на жесткость</li> <li>○ подобрать материал по стандарту и проверить по мощности</li> <li>○ <u>подобрать материал и рассчитать передачу на прочность</u></li> <li>○ выбрать передачу из каталога и рассчитать на износостойкость</li> </ul>
13	Правильная последовательность завершения разработки проектно-конструкторской документации предусматривает подготовку...	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ пояснительной записки; технического проекта; эскизного проекта</li> <li>○ <u>технического проекта; рабочей документации; пояснительной записки</u></li> <li>○ пояснительной записки; рабочей документации; технического задания</li> <li>○ рабочей документации; технического предложения; пояснительной записки</li> </ul>

14	<p>Изображенная на рисунке схема механизма может быть результатом работы над...</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ рабочей документации</li> <li>○ техническим проектом</li> <li>○ эскизным проектом</li> <li>○ <u>техническим предложением</u></li> </ul>
15	<p>Для того чтобы спроектировать червячную передачу для редуктора изображенного на рисунке привода, необходимо....</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ подобрать по стандарту и проверить по мощности</li> <li>○ <u>подобрать материал и рассчитать передачу на прочность</u></li> <li>○ подобрать материал и рассчитать на жесткость</li> <li>○ выбрать из каталога и рассчитать на износостойкость</li> </ul>
16	<p>Правильная последовательность начала разработки проектно-конструкторской документации предусматривает подготовку ...</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ эскизного проекта; технического задания; технического предложения</li> <li>○ технического предложения; технического задания; эскизного проекта</li> <li>○ <u>технического задания; технического предложения; эскизного проекта</u></li> <li>○ эскизного проекта; технического предложения; технического задания</li> </ul>
17	<p>Процесс проектирования технического изделия начинается с работы над....</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ эскизным проектом</li> <li>○ рабочей документации</li> <li>○ <u>техническим заданием</u></li> <li>○ техническим проектом</li> </ul>
18	<p>Изображенный на рисунке механизм относится к типу</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ изменяющих направление вращения</li> <li>○ <u>замедляющих вращение</u></li> <li>○ ускоряющих вращение</li> <li>○ преобразующих вращение в поступательное движение</li> </ul>

**Тема 2: Требования к деталям, критерии работоспособности и влияющие на них факторы.**

1	<p>Основное требование, обеспечивающее работоспособность изображенной на рисунке детали, называется</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ прочностью</li> <li>○ виброустойчивостью</li> <li>○ жесткостью</li> <li>○ ремонтпригодностью</li> </ul>
2	<p>Выбор материала для изготовления детали обусловлен...</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ величиной нагрузки</li> <li>○ наличием на складе</li> <li>○ цветом материала</li> <li>○ <u>критериями работоспособности, технологичностью и др.</u></li> </ul>
3	<p>На фрагменте чертежа вала буквой Б обозначена ...</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ базовая ось</li> <li>○ базовая поверхность</li> <li>○ величина допуска</li> <li>○ шероховатость поверхности</li> </ul>
4	<p>На фрагменте чертежа вала шероховатость поверхности ...</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ указана для боковых поверхностей шпоночного паза, равна 3,2 мм</li> <li>○ <u>указана для боковых поверхностей шпоночного паза, равна 3,2 мкм</u></li> <li>○ указана для всех поверхностей шпоночного паза, равна 3,2 безразмерных единиц</li> <li>○ не указана</li> </ul>
5	<p>На фрагменте чертежа вала для шпоночного паза указаны допуски ...</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ <u>параллельности и симметричности</u></li> <li>○ цилиндричности и радиального биения</li> <li>○ перпендикулярности и торцевого биения</li> <li>○ соосности и круглости</li> </ul>
6	<p>Дополнительная химико-термическая обработка стальной детали позволяет повысить ...</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ мощность</li> <li>○ <u>прочность</u></li> <li>○ жесткость</li> <li>○ теплостойкость</li> </ul>

7	<p>В правом верхнем углу фрагмента рабочего чертежа детали указано обозначение ...</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> <u>преобладающей шероховатости</u></li> <li><input type="radio"/> шероховатости поверхностей, не обрабатываемых по данному чертежу</li> <li><input type="radio"/> предельных отклонений размеров</li> <li><input type="radio"/> наибольшей шероховатости</li> </ul>
8	<p>Надежность и экономичность для деталей машин являются ...</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> <u>основными требованиями</u></li> <li><input type="radio"/> критериями работоспособности</li> <li><input type="radio"/> второстепенными требованиями</li> <li><input type="radio"/> эстетическими требованиями</li> </ul>
9	<p>Возможность сборки независимо изготовленных деталей без дополнительной обработки обеспечивается ...</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> надежностью</li> <li><input type="radio"/> <u>взаимозаменяемостью</u></li> <li><input type="radio"/> технологичностью</li> <li><input type="radio"/> прочностью</li> </ul>
10	<p>Основным критерием работоспособности изображенной на рисунке детали является...</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> точность</li> <li><input type="radio"/> виброустойчивость</li> <li><input type="radio"/> жесткость</li> <li><input type="radio"/> <u>прочность</u></li> </ul>
11	<p>Расчетные нагрузки по отношению к номинальным ...</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> <u>меньше</u></li> <li><input type="radio"/> равны между собой</li> <li><input type="radio"/> больше</li> <li><input type="radio"/> не связаны между собой</li> </ul>
12	<p>Для повышения прочности изображенной детали следует...</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> применить химическое покрытие</li> <li><input type="radio"/> <u>использовать сталь с большими значениями пределов прочности</u></li> <li><input type="radio"/> применить механическую обработку со снятием слоя металла</li> <li><input type="radio"/> использовать серый чугун</li> </ul>
13	<p>Свойство детали выдерживать нагрузки без разрушения называется...</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> <u>прочностью</u></li> <li><input type="radio"/> точностью</li> <li><input type="radio"/> мощностью</li> <li><input type="radio"/> жесткостью</li> </ul>
14	<p>В расчетах на жесткость вала редуктора определяют ...</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> массу вала</li> <li><input type="radio"/> <u>величину прогиба</u></li> <li><input type="radio"/> предельные напряжения</li> <li><input type="radio"/> допускаемые напряжения</li> </ul>
15	<p>Свойство материала детали сопротивляться в процессе работы с трением называется ...</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> <u>износостойкостью</u></li> <li><input type="radio"/> виброустойчивостью</li> <li><input type="radio"/> жесткостью</li> <li><input type="radio"/> прочностью</li> </ul>

16	<p>В изображенном на рисунке редуктора без расчетов по критериям работоспособности применены ...</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> <u>манжеты</u></li> <li><input type="checkbox"/> валы</li> <li><input type="checkbox"/> зубчатые колеса</li> <li><input type="checkbox"/> <u>болты</u></li> </ul>
17	<p>Основным критерием работоспособности деталей машин является ...</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> мощность</li> <li><input type="radio"/> плотность</li> <li><input type="radio"/> <u>прочность</u></li> <li><input type="radio"/> КПД</li> </ul>
18	<p>Постоянные напряжения в деталях могут создаваться...</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> силами в зубчатом зацеплении</li> <li><input type="radio"/> пусковыми моментами</li> <li><input type="radio"/> <u>силами затяжки резьбовых соединений</u></li> <li><input type="radio"/> силами в цепной передаче</li> </ul>
19	<p>Один из современных факторов, определяющих работоспособность изделий, это...</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> <u>совокупность характеристик объекта, относящихся к его способности удовлетворять потребности</u></li> <li><input type="radio"/> соответствие регламентам международных требований</li> <li><input type="radio"/> приемлемая долговечность изделия</li> <li><input type="radio"/> соответствие вкусам потребителя</li> </ul>
20	<p>Требование к современному эстетическому виду изделия это</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> технологичность</li> <li><input type="radio"/> <u>эргономичность</u></li> <li><input type="radio"/> экономичность</li> <li><input type="radio"/> эвристичность</li> </ul>

#### 4. ВЫПОЛНЕНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Курсовая работа выполняется студентами после изучения дисциплин «Теоретическая механика», «Сопротивление материалов». Объединение знаний, полученных при изучении указанных дисциплин, достигается комплексным характером задачи, в которой осуществляется расчет основных элементов деталей машин и оценка их прочности.

Темой курсовой работы может быть проектирование и разработка конструкции редуктора.

Задание на курсовую работу разрабатывается руководителем проекта и содержит следующие разделы.

Тема работы с указанием отличительных конструктивных признаков проектируемого узла

Источники для обоснования выбора конструктивной схемы рабочего оборудова-

ния: монографии, патенты, рекламные проспекты, статьи и другие материалы

Предварительное определение содержания пояснительной записки: горная технология, обоснование и выбор параметров, проектные расчеты, отработка технологичности проектируемого узла.

Графическая часть курсовой работы: объем и содержание разрабатываемых чертежей.

*Примерная тематика курсовых работ:*

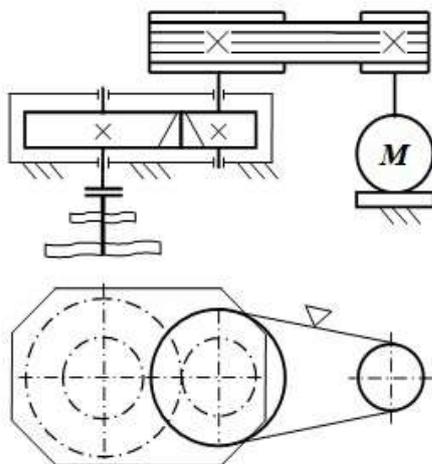
1. Спроектировать привод вспомогательной лебедки для подтаскивания и подъема на буровую грузов с приёмных мостков.
2. Спроектировать индивидуальный привод ротора буровой установки.
3. Спроектировать механический привод бурового насоса.

ПРИМЕР:

#### Задание 4

Спроектировать привод перемешивателя (блендера) рабочих растворов по схеме и данным таблицы. Привод осуществляется при помощи одноступенчатого косозубого цилиндрического редуктора (с перпендикулярной к основанию плоскостью положения осей валов) и клиноременной передачей.

Вариант	Момент сопротивления вращению на валу блендера $T$ , Нм	Частота вращения вала блендера $n_{\text{вм}}$ , мин <sup>-1</sup>	Частота вращения вала электр. двигателя (синхр.) $n$ , мин <sup>-1</sup>	График сменной нагрузки	Число смен в течение суток	Срок службы передачи в годах
1	800	90	750	А	2	4
2	900	60	750	Б	3	5
3	120	120	1000	В	1	6
4	200	150	1000	Г	2	7
5	480	200	1500	Д	3	8
6	600	240	1500	Е	1	9



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

№ п/п	Наименование	Кол-во экз.
1	Детали машин: учебник для вузов / М. Н. Иванов, В. А. Финогенов. - 10-е изд., испр. - Москва: Высшая школа, 2006. - 408 с.: ил. - Библиогр.: с. 402-403. - Предм. указ.: с. 404-405. - ISBN 5-06-005679-1: Б. ц.	84
2	Детали машин. Проектирование: учеб. пособие / Л. В. Курмаз, А. Т. Скойбеда. - 2-е изд. испр. и доп. – Мн.: УП «Технопринт», 2002. -290 с.	3
3	Детали машин: учебник / Н. Г. Куклин, Г. С. Куклина, В. Д. Житков. - 8-е изд., стер. - Москва: Высшая школа, 2008. - 406 с. : ил. - ISBN 978-5-06-005776-8	4
4	Савинова Н. В. Редукторы цилиндрические: <i>Метод. ук.</i> по выполнению лаб. работ по дисциплинам «Основы проектирования» для студентов специальности 15.03.02 - «ТМО», по профилю подготовки бакалавров «Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов» (МНГ) и «Прикладная механика» (Ч.2) для студентов специальности 21.05.04 - «ГД» по специализации «Горные машины и оборудование» (ГМО) – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2012. – 32	52
5	Савинова Н. В. Валы: <i>Метод. ук.</i> по выполнению лаб. работ по дисциплинам «Основы проектирования» для студентов специальности 15.03.02 - «ТМО», по профилю подготовки бакалавров «Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов» (МНГ) и «Прикладная механика» (Ч.2) для студентов специальности 21.05.04- «ГД» по специализации «Горные машины и оборудование» (ГМО) – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. – 43 с.	49
6	Савинова Н. В. Проектирование приводов горных машин: Рекомендации по выполнению курсового проекта по дисциплине «Детали машин и основы конструирования» для студентов специальности 21.05.04 Горное дело, «Горные машины и оборудование» (ГМО). Часть 1 – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2006. -24 с.	68
7	Альбом чертежей и заданий по машиностроительному черчению и компьютерной графике / П. Н. Учаев [и др.]: учебное пособие. Изд-во ТНТ. 2022 г. 228 с.	10
8	Детали машин и основы конструирования: расчетно-графический практикум / В. А. Нилов [и др.]: учебное пособие. Изд-во ТНТ. 2022. 136 с.	10

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Проректор по учебно-методическому  
комплексу



**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ  
К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**Б1.О.24 ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН**

Направление подготовки

***15.03.02 Технологические машины и оборудование***

Направленность (профиль)

***Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов***

Форма обучения: **очная, заочная, очно-заочная**

Автор: Чиркова А. А., канд. техн. наук.

Одобрены на заседании кафедры

Технической механики  
(название кафедры)

Зав. кафедрой

Волков Е. Б.

(Фамилия И. О.)

Протокол № 1 от 15.09.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

Горно-механического  
(название факультета)

Председатель

Осипов П. А.

(Фамилия И. О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

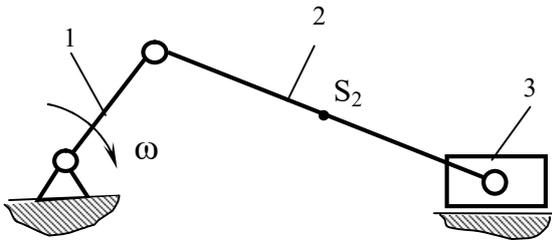
# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

## Контрольная работа по теме 1 «Кинематический анализ механизмов»

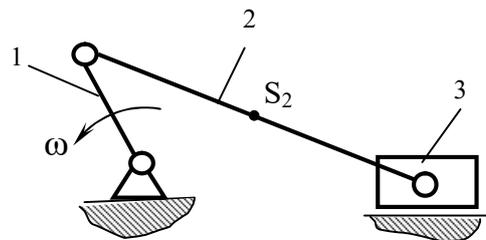
### Задача

Построить в общем виде планы скоростей и ускорений точек четырёхзвенного механизма, схема которого показана на рисунке (см. варианты).

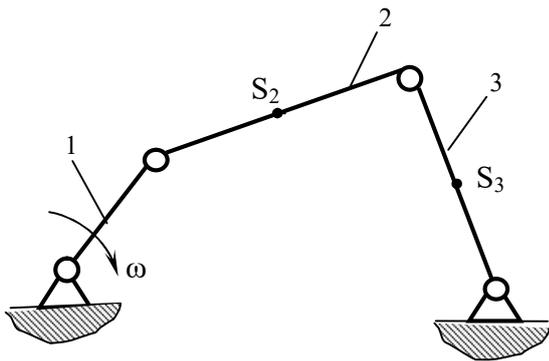
Вариант 1



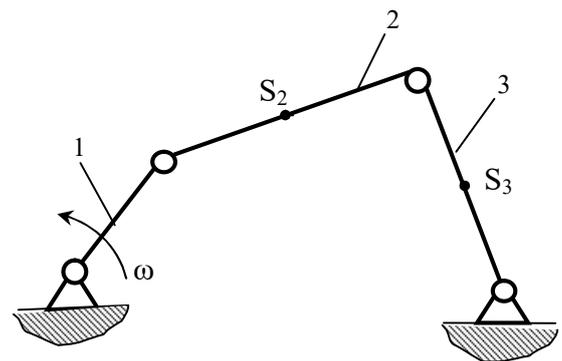
Вариант 2



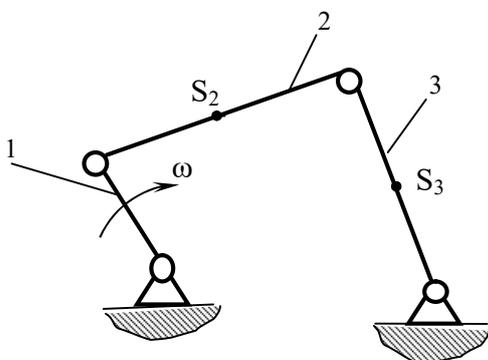
Вариант 3



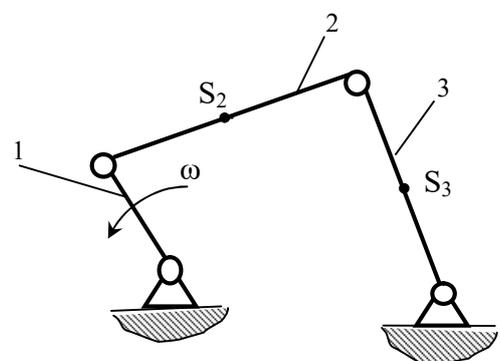
Вариант 4



Вариант 5

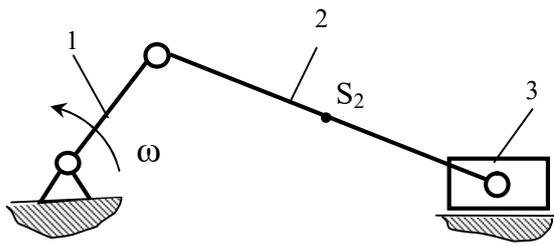


Вариант 6

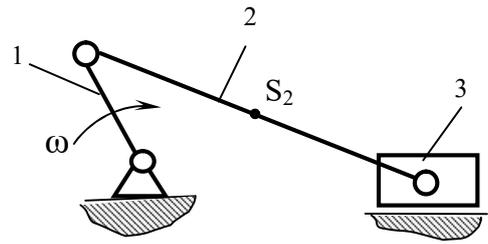


Вариант 7

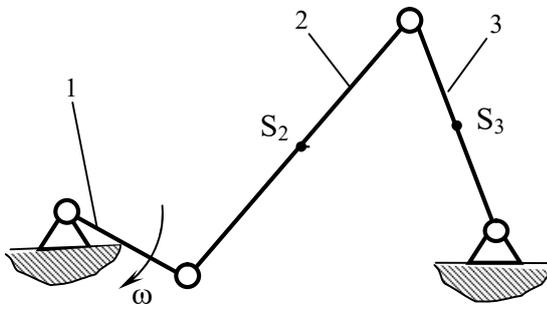
2



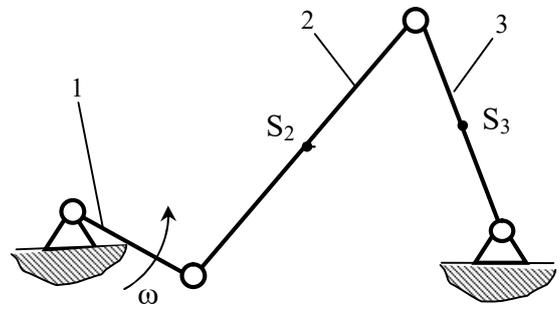
Вариант 8



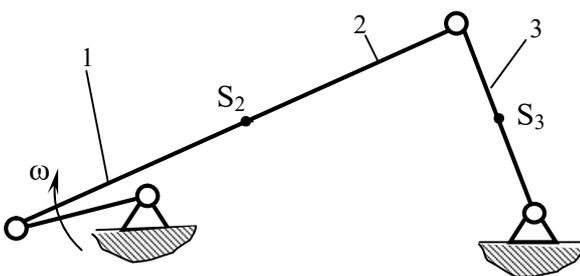
Вариант 9



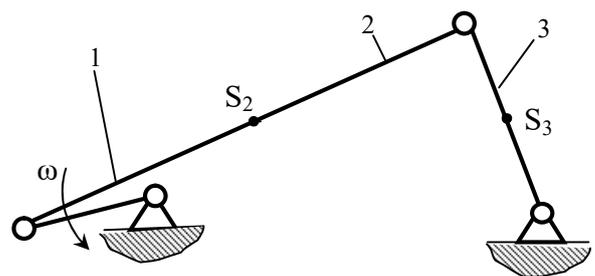
Вариант 10



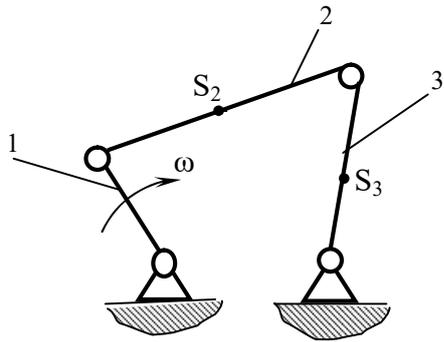
Вариант 11



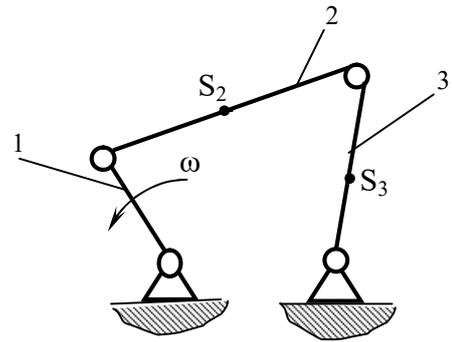
Вариант 12



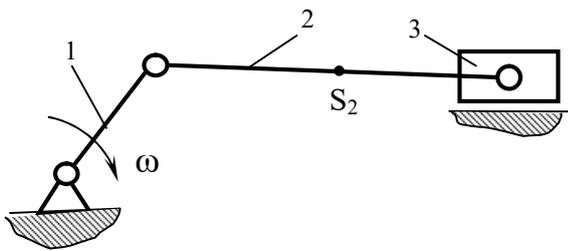
Вариант 13



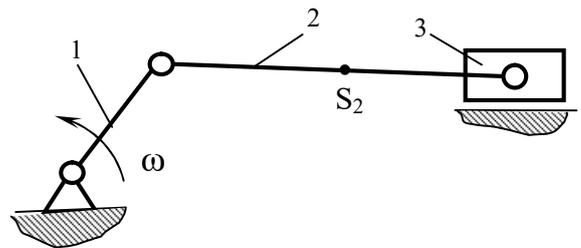
Вариант 14



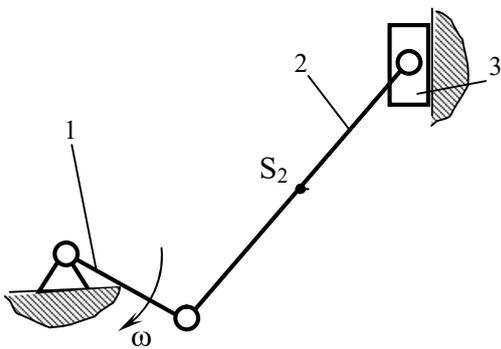
Вариант 15



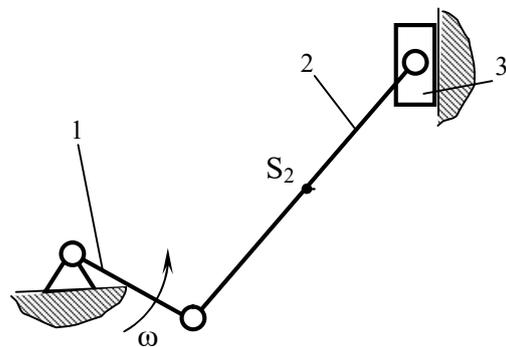
Вариант 16



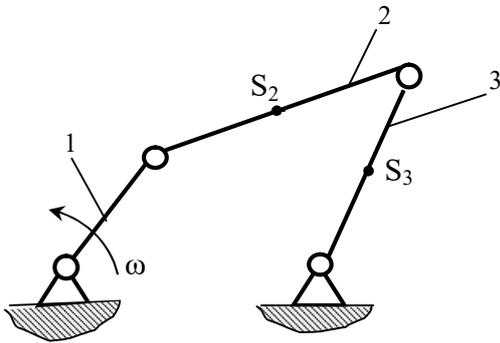
Вариант 17



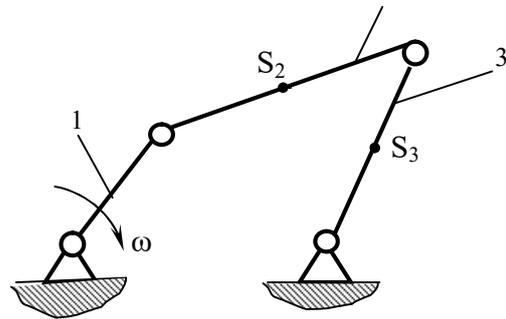
Вариант 18



Вариант 19



Вариант 20



### Вопросы к контрольной работе

*Вариант 1*

Вопрос. Как определить в общем виде реакцию  $R_{01}$  в шарнире между стойкой и кривошипом?

*Вариант 2*

Вопрос. Как определить силы инерции, действующие на звенья рычажного механизма? Проиллюстрировать примером.

*Вариант 3*

Вопрос. Как определить моменты сил инерции, действующие на звенья рычажного механизма? Проиллюстрировать примером.

*Вариант 4*

Вопрос. Что такое уравновешивающая сила и уравновешивающий момент?

*Вариант 5*

Вопрос. Как определяют уравновешивающую силу методом планов сил?

*Вариант 6*

Вопрос. Как определяют уравновешивающую силу методом «жёсткого рычага» Н.Е. Жуковского?

*Вариант 7*

Вопрос. Что такое «жёсткий рычаг» Н.Е. Жуковского?

*Вариант 8*

Вопрос. Что такое статическая определимость структурной группы?

*Вариант 9*

Вопрос. Как определяют реакции в кинематических парах методом планов сил? Пояснить на примере.

*Вариант 10*

Вопрос. Дать сравнительную характеристику кинетостатического анализа и динамического на основе уравнений Лагранжа 2 рода.

*Вариант 11*

Вопрос. Что такое коэффициент неравномерности движения кривошипа?

*Вариант 12*

Вопрос. Какие применяются методы силового динамического анализа механизмов?

*Вариант 14*

Вопрос. Использование графического интегрирования в динамическом анализе механизмов.

*Вариант 15*

Вопрос. Назначение диаграммы Виттенбауэра.

*Вариант 16*

Вопрос. Использование маховика для снижения неравномерности движения механизма.

*Вариант 17*

Вопрос. Определение момента инерции маховика.

*Вариант 18*

Вопрос. Что такое супермаховик и для чего он применяется?

*Вариант 19*

Вопрос. Как осуществляется уравновешивание вращающихся масс?

*Вариант 20*

Вопрос. Назначение и способы статической и динамической балансировки.

УДК 621.01

ФГБОУ ВО «УГГУ»

**В. М. Таугер, А. А. Леонтьев**

# **ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН**

Учебное пособие

2020

УДК 621.01

Рецензент: А. П. Котельников, канд. техн. наук (доцент кафедры  
«Проектирование и эксплуатация автомобилей» УрГУПС)

Печатается по решению Учебно-методического совета  
Уральского государственного горного университета

**Таугер В. М., Леонтьев А. А.**

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН: учебное пособие / В. М. Таугер,  
А. А. Леонтьев; Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2020. –  
128 с.: ил.

Изложены методы структурного анализа и синтеза, кинематического и динамического расчёта наиболее распространённых в промышленности механизмов и машин.

Учебное пособие предназначено для студентов направлений, программа которых включает дисциплину «Теория механизмов и машин».

УДК 621.01

© Таугер В. М., Леонтьев А. А.

© Урал. гос. горный ун-т. 2020

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
1. Основные понятия и определения ТММ.....	5
2. Основные стадии проектирования и создания новой техники.....	8
3. Структурная классификация и виды механизмов.....	10
4. Кинематический анализ рычажных механизмов.....	19
5. Динамический анализ рычажных механизмов.....	28
6. Синтез рычажных механизмов.....	48
7. Кулачковые механизмы.....	57
8. Фрикционные и зубчатые механизмы.....	72
9. Трение в кинематических парах.....	110
10. Уравновешивание масс в механизмах и машинах.....	120
Библиографический список.....	128

## ВВЕДЕНИЕ

Теория механизмов и машин (ТММ) является одним из разделов механики, в котором изучается строение, кинематика и динамика механизмов и машин в связи с их анализом и синтезом.

Прикладная механика, которая в настоящее время объединяет такие дисциплины, как ТММ, сопротивление материалов, и детали машин, является одной из старейших областей знаний. Известно, например, что еще при строительстве египетских пирамид использовались простейшие механизмы (рычаги, блоки и т. д.). ТММ как наука выделилась около 200 лет тому назад. Существенный вклад в её развитие внесли такие ученые и изобретатели, как М.В. Ломоносов, И.И. Ползунов – создатель паровой машины, И.П. Кулибин – создатель часов-автоматов, механизма протеза и т. п., отец и сын Черепановы, построившие первый в России паровоз, Л. Эйлер, разработавший теорию плоского зацепления и предложивший эвольвентный профиль зубьев колес, который используется в настоящее время.

Внесли свой вклад в развитие науки академики П.Л. Чебышев, И.А. Вышнеградский, Н.П. Петров, В.П. Горячкин, М.В. Остроградский; профессора Н.Е. Жуковский – отец русской авиации, В.Л. Кирпичев, Н.И. Мерцалов, Л.А. Ассур, И.В. Мещерский, физик Д. Максвелл, а также современные ученые, такие как И.И. Артоболевский, Н.Г. Бруевич, Д.Н. Решетов и другие.

# 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Ведущей отраслью современной техники является машиностроение, развитие которого неразрывно связано с созданием новых машин и механизмов, повышающих производительность труда и заменяющих ручной труд машинным.

В технике широко используются подвижные механические системы, подразделяемые на машины, машинные агрегаты и механизмы.

В обобщенном виде *машина* – это устройство, создаваемое человеком для использования законов природы с целью облегчения физического и умственного труда.

По функциональному назначению машины условно можно разделить на энергетические, транспортные, технологические, контрольно-управляющие, логические (ЭВМ).

Устройства, включающие ряд машин и механизмов, называются машинными агрегатами (МА). Обычно МА состоит (рис. 1) из двигателя (*D*), передаточного механизма (ПМ), рабочей машины (РМ) и, в ряде случаев, контрольно-управляющего устройства, или системы автоматического регулирования (САР).

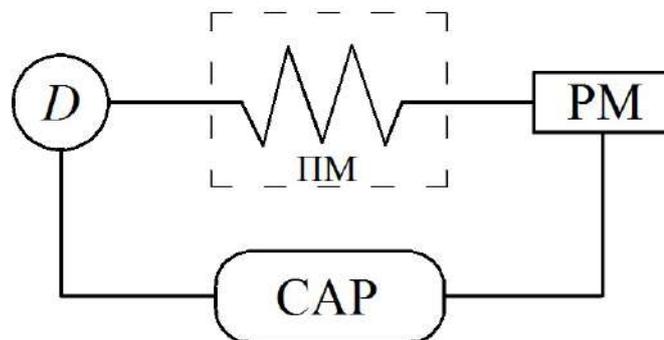


Рис. 1. Схема машинного агрегата

В состав каждой отдельной машины входит один или несколько механизмов.

*Механизмом* называется система материальных тел, предназначенных для преобразования движения одного или нескольких тел в требуемые движения остальных.

Состав механизмов разнообразен и включает механические, гидравлические, электрические и другие устройства.

Несмотря на разницу в назначении механизмов их строение, кинематика и динамика имеет много общего, поэтому исследование механизмов проводится на базе основных принципов современной механики.

Всякий механизм состоит из отдельных тел (деталей), соединенных между собой.

*Деталь* – это изделие, изготовленное из однородного материала без сборочных операций.

Детали, соединенные между собой неподвижно или с помощью упругих связей, образуют отдельное *звено*.

Выполнение звеньев из нескольких деталей обеспечивается их *соединением*. Различают соединения неразъемные (сварные, заклепочные, клеевые) и разъемные (шпоночные, шлицевые, резьбовые).

Звенья в зависимости от вида их материала могут быть твердые и гибкие (упругие).

Два звена, соединенных друг с другом подвижно, образуют *кинематическую пару*.

Неподвижное звено, состоящее из одной или нескольких деталей, называется *стойкой*.

Таким образом, каждый механизм имеет стойку и подвижные звенья, среди которых выделяют входные, выходные и промежуточные звенья.

*Входным (ведущим)* звеньям сообщается движение, преобразуемое механизмом в требуемые движения *выходных (ведомых)* звеньев с помощью *промежуточных* звеньев. В простых механизмах имеется одно входное и одно выходное звено.

Но в некоторых случаях имеют место механизмы с несколькими входными или выходными звеньями, например, дифференциал автомобиля.

Развитие техники осуществляется в направлении совершенствования ранее известных механизмов и путем создания принципиально новых их видов.

## 2. ОСНОВНЫЕ СТАДИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И СОЗДАНИЕ НОВОЙ ТЕХНИКИ

При проектировании новой техники возникает необходимость проведения работ, связанных с анализом и синтезом новой конструкции.

*Анализ* осуществляется при заданных размерах и массе звеньев, когда необходимо определить: скорости, ускорения, действующие силы, напряжения в звеньях и их деформации. В результате может быть произведен проверочный расчет на прочность, выносливость и т. д.

*Синтез* осуществляется при заданных скоростях, ускорениях, действующих силах, напряжениях или деформациях. При этом требуется определить необходимые размеры звеньев, их форму и массу.

При синтезе часто решается задача оптимального проектирования конструкции, когда находятся необходимые показатели работы машины при наименьших затратах труда.

Обычно основными этапами создания новой конструкции являются:

- 1) разработка принципиальной схемы;
- 2) проектирование и расчет машины и отдельных ее узлов;
- 3) экспериментальные исследования и доводка опытного образца.

Проектирование новой техники включает следующие основные этапы:

- а) разработка технического задания, включающего основные исходные данные;
- б) разработка эскизного проекта, включающего выбор схемы и компоновку основных узлов конструкции;
- в) разработка технического проекта, где осуществлены основные расчеты и представлены сборочный чертеж и др. документация.

При проектировании сложных механизмов обычно стремятся выделить из общей схемы отдельные, более простые типовые механизмы, проектирование которых имеет свои закономерности. К таким широко используемым в технике механизмам относятся рычажные (стержневые),

кулачковые, фрикционные, зубчатые и т. д., причем с точки зрения строения, кинематики и динамики любой механизм можно заменить условным рычажным механизмом с последующим его анализом, поэтому структура, кинематика и динамика рычажных механизмов рассматривается наиболее подробно.

### 3. СТРУКТУРНАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ И ВИДЫ МЕХАНИЗМОВ

#### 3.1. Классификация кинематических пар

Подвижные соединения двух звеньев, называемые кинематической парой (КП), классифицируются по разным признакам. Например, по характеру соприкосновения звеньев различают низшие КП, когда контакт происходит по поверхности (рис. 2, *а*), и высшие, когда контакт звеньев осуществляется по линии или в точке (рис. 2, *б*).

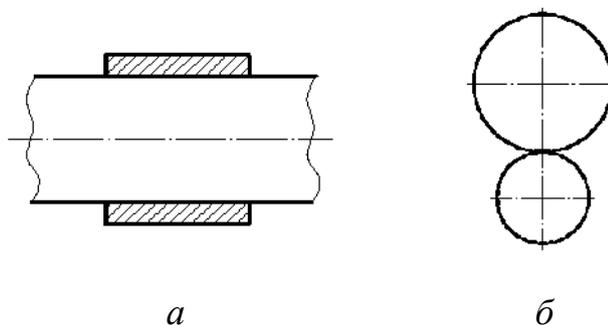


Рис. 2. Кинематические пары:  
*а* – низшая; *б* – высшая

Преимуществом низших КП является возможность передачи значительных усилий при малом износе, а достоинством высших КП возможность воспроизводить достаточно сложные относительные движения.

Низшие КП могут быть поступательными, вращательными, плоскими и пространственными, а также классифицироваться по числу условий связи, накладываемых на звенья при формировании КП.

Любое тело в декартовой системе координат (рис. 3) имеет 6 степеней свободы, или подвижности ( $W = 6$ ), часть из которых уничтожается в КП. При этом класс КП определяется числом  $S$  накладываемых связей, а число её степеней подвижности равно

$$W = 6 - S. \quad (3.1)$$

На рис. 4 приведены КП различных классов.

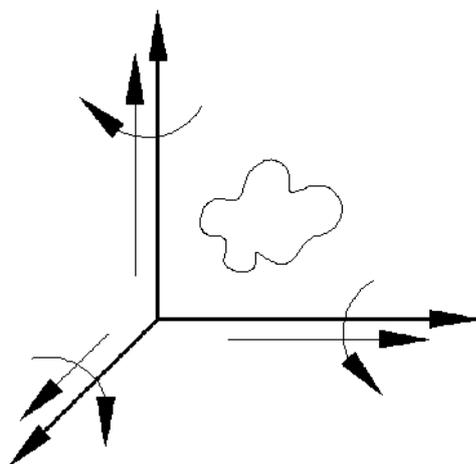


Рис. 3. Степени свободы в декартовой системе координат

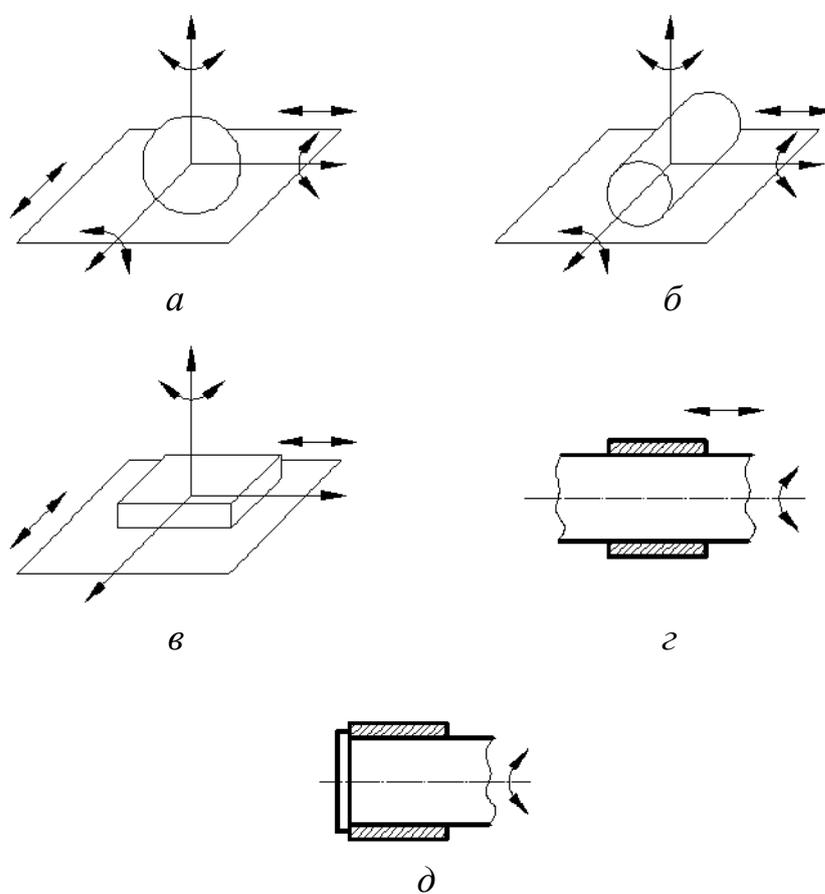


Рис. 4. Классификация КП по числу условий связи:  
*a* – КП 1 класса,  $S = 5$ ; *б* – КП 2 класса,  $S = 4$ ; *в* – КП 3 класса,  $S = 3$ ;  
*г* – КП 4 класса,  $S = 2$ ; *д* – КП 5 класса,  $S = 1$

Кинематические пары и звенья механизмов изображаются упрощенно (рис. 5) при соблюдении стандарта на обозначения звеньев и КП.

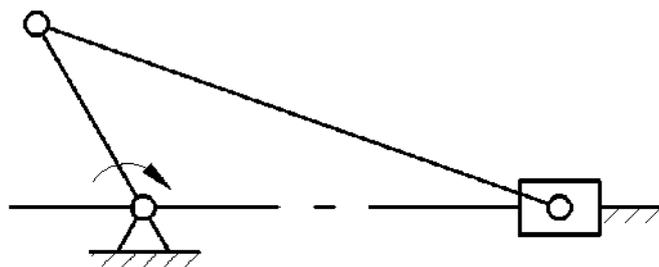


Рис. 5. Упрощенное изображение КП

### 3.2. Кинематические цепи и их классификация

Любой механизм представляет собой *кинематическую цепь* (КЦ) звеньев, соединенных в КП. КЦ могут быть простыми и сложными, открытыми и замкнутыми, плоскими и пространственными.

В *простой* КЦ каждое из ее звеньев входит в состав одной или двух КП, а в *сложной* КЦ имеются звенья, входящие в состав трех и более КП.

В *открытой* КЦ имеются звенья, входящие в состав одной КП, а в замкнутой цепи каждое звено входит в состав двух и более КП (рис. 6).

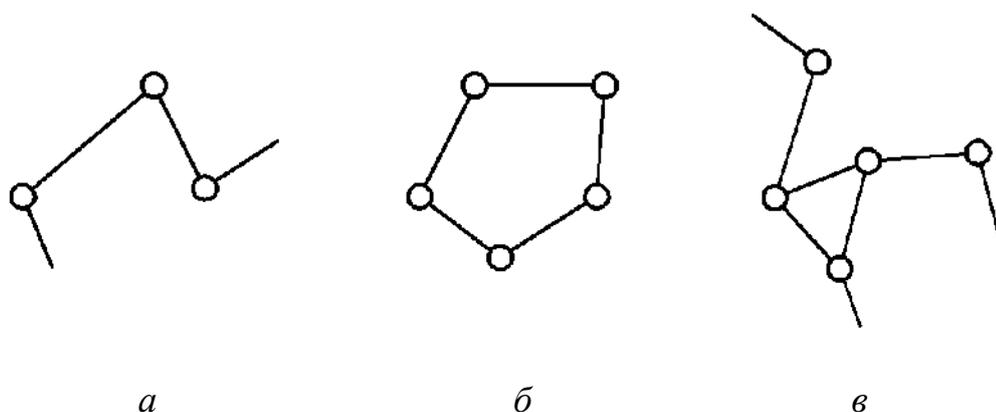


Рис. 6. Классификация КЦ:  
*a* – простая открытая; *б* – простая замкнутая; *в* – сложная открытая

Если точки всех звеньев двигаются в одной или параллельных плоскостях, то КЦ называется *плоской*, в противном случае КЦ –

*пространственная* (точки звеньев описывают плоские кривые в непараллельных плоскостях или пространственные кривые).

### 3.3. Понятие о степени подвижности механизма

Если в пространственной КЦ, состоящей из  $n$  подвижных звеньев, имеются КП 1, 2, ... 5 класса, число которых, соответственно,  $p_1, p_2, \dots, p_5$ , то КЦ имеет число степеней свободы, определяемое формулой А.П. Малышева:

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1. \quad (3.2)$$

Так как любой механизм имеет одно неподвижное звено (стойку) и  $n$  подвижных звеньев, то формула (3.2) может использоваться для определения  $W$  пространственного механизма, где  $n$  – число подвижных звеньев, а  $W$  – степень подвижности механизма, показывающая, сколько нужно иметь ведущих звеньев (двигателей) для получения определенного движения остальных его звеньев.

Для плоского механизма степень подвижности определяется по формуле Чебышева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4, \quad (3.3)$$

причём КП 5 класса существуют в виде поступательных, вращательных и винтовых пар.

Например, кривошипно-ползунный плоский механизм (рис. 7), в котором  $n = 3$ ;  $p_5 = 4$ ;  $p_4 = 0$ , имеет степень подвижности

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1.$$

При определении  $W$  необходимо учитывать возможность наличия так называемых *пассивных* звеньев, т.е. звеньев, которые могут быть исключены без формального ущерба для кинематики анализируемого механизма (рис. 8).

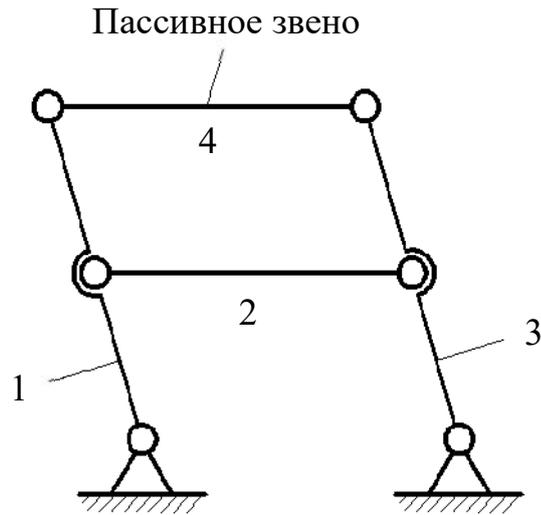


Рис. 8. Механизм с пассивным звеном

Кроме того, необходимо учитывать возможность наличия избыточных связей, которые не реализуются в реальном механизме, а их число  $q$  определяется разностью между числом связей в КП действительного и формально возможного механизмов.

На рис. 9, *а* показан действительный механизм, а на рис. 9, *б* – формально возможный механизм, имеющий функциональное назначение, аналогичное действительному механизму, но все связи в котором, в отличие от действительного механизма, реализованы.

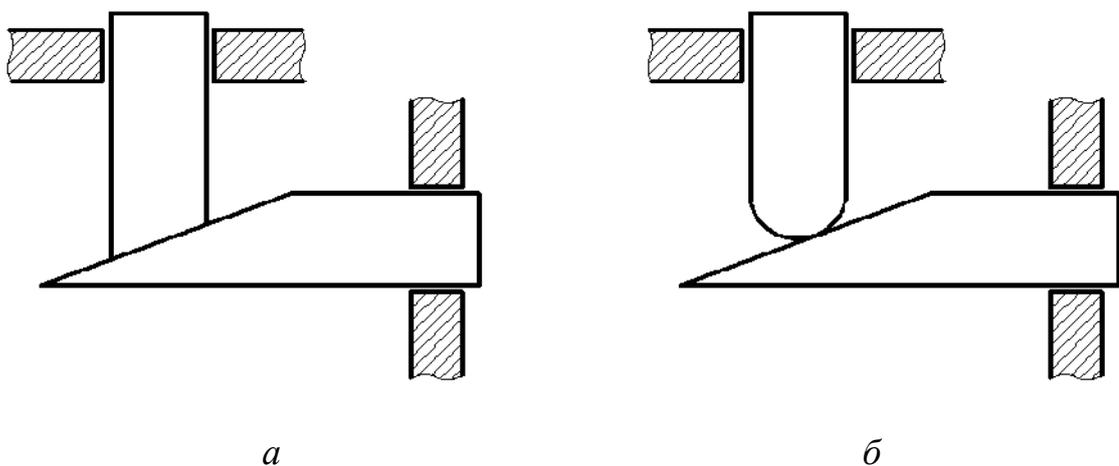


Рис. 9. Примеры механизмов:  
*а* – действительный механизм; *б* – формально возможный механизм

Степень подвижности действительного механизма с учётом избыточных связей равна

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 + q. \quad (3.4)$$

В общем случае пространственного механизма

$$W = 6n - \sum_{i=1}^5 ip_i + q, \quad (3.5)$$

где  $i$  от 1 до 5.

### 3.4. Структурный анализ механизмов

Основной принцип образования рычажных механизмов был сформулирован в 1914 г. профессором Л. В. Ассуром и заключается в следующем.

Схема любого механизма может быть составлена последовательным присоединением к входным (начальным) звеньям и стойке КЦ с нулевой степенью подвижности. Такие КЦ называются структурными группами Ассура. Примеры различных групп Ассура показаны на рис. 10.

Начальное звено со стойкой образует простейший механизм 1-ого класса (рис. 11).

Путем присоединения к таким механизмам различных групп Ассура можно получить механизм любой сложности.

Группы Ассура классифицируются по числу КП, которыми они присоединяются к основному механизму. Это число определяет *порядок* группы. Кроме того, группа Ассура имеет *класс*, определяемый числом КП, образующих наиболее сложный замкнутый контур.

Состав и последовательность присоединения групп Ассура в механизме можно выразить его формулой строения. Механизм в целом классифицируется по группе наивысшего класса. Для показанного на рис. 12 механизма формула строения выглядит следующим образом:

$$1(1, 6) \rightarrow 2(2, 3) \rightarrow 2(4, 5), \quad (3.6)$$

и означает, что механизм 1 класса, состоящий из звена 1 и стойки 6, взаимодействует с группой 2 класса из звеньев 2 и 3, которая, в свою очередь, взаимодействует с группой 2 класса из звеньев 4 и 5.

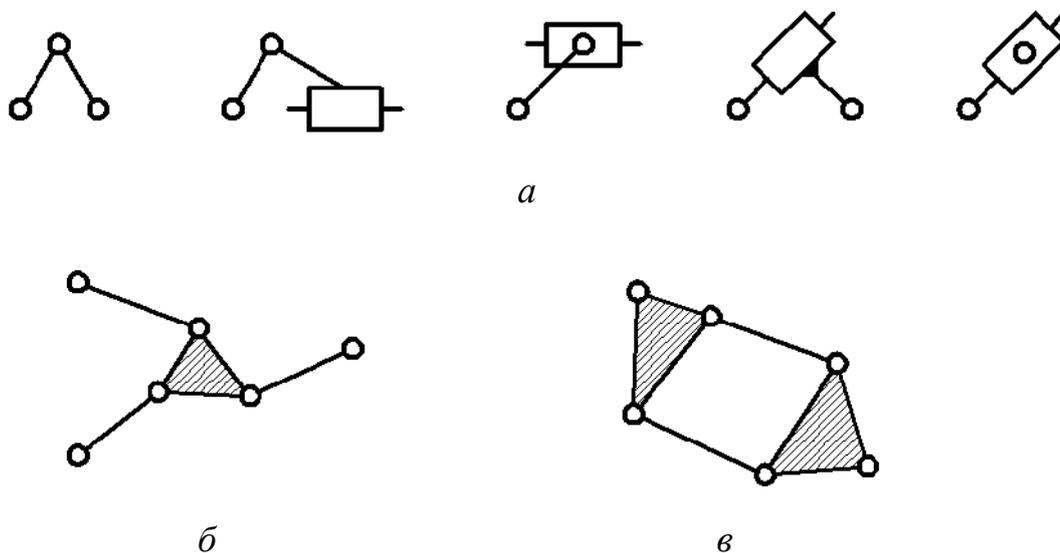


Рис. 10. Примеры групп Ассура:

- a* – двухповодковая группа 2 класса, 2 порядка,  $W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0$ ;  
*б* – трёхповодковая группа 3 класса, 3 порядка,  $W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 - 0 = 0$ ;  
*в* – группа 4 класса, 2 порядка,  $W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 - 0 = 0$

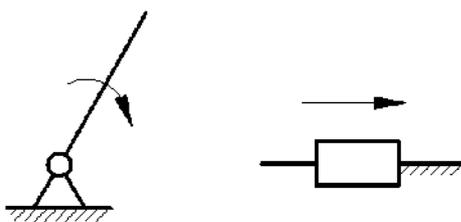


Рис. 11. Простейшие механизмы 1 класса

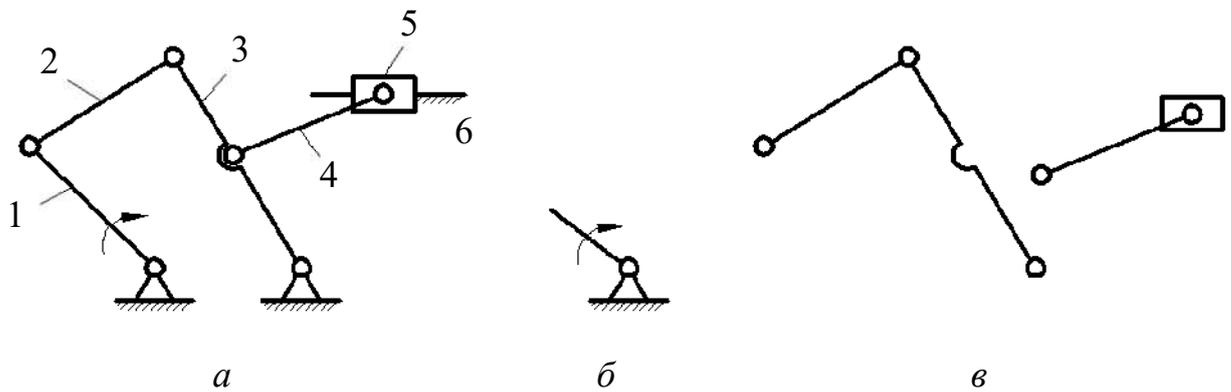


Рис. 12. Классификация механизма по группам Ассур:  
*a* – схема полного механизма; *б* – механизм 1 класса;  
*в* – группы Ассур 2 класса, 2 порядка

### 3.5. Виды механизмов и их структурные схемы

Среди всего многообразия конструкций механизмов различают: стержневые (рычажные), кулачковые, фрикционные, зубчатые механизмы, механизмы с гибкими звеньями (например, ременные передачи) и другие виды.

Менее распространенные классификации подразумевают наличие механизмов с низшими или высшими парами в плоском или пространственном исполнении и т. д.

Учитывая возможность условного превращения практически любого механизма с высшими парами в рычажный, в дальнейшем наиболее подробно рассматривается именно эти механизмы, а структурные схемы других механизмов изложены в соответствующих разделах.

Среди рычажных механизмов наиболее распространены так называемые четырехзвенные, примеры которых представлены на рис.13.

В этих механизмах встречаются однотипные звенья: *кривошип 1* – звено, совершающее полноповоротное вращательное движение вокруг неподвижной оси; *коромысло 3* (рис. 13, *б*) – звено, совершающее неполноповоротное вращательное движение вокруг неподвижной оси; *ползун 3* (рис. 13, *а*) – звено, совершающее поступательное движение относительно стойки; *камень 2* –

звено, совершающее поступательное движение относительно подвижной направляющей, называемой *кулисой* 3 (рис. 13, в, г); *шатун* 2 (рис. 13, а, б) – звено, совершающее плоскопараллельное движение.

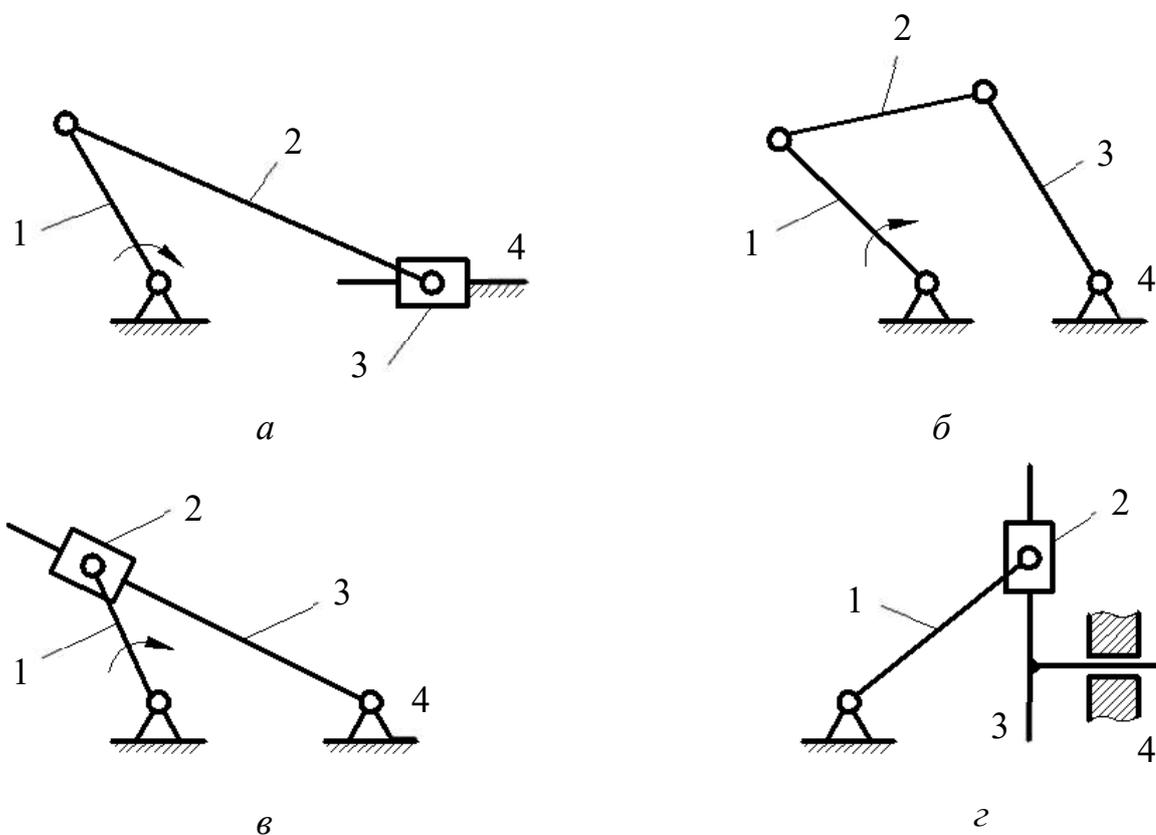


Рис. 13. Виды четырехзвенных рычажных механизмов:  
 а – кривошипно-ползунный механизм; б – четырехшарнирный механизм;  
 в – кулисный механизм; г – синусный механизм

## 4. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

### 4.1. Построение планов положения механизма

Кинематический анализ механизмов включает вопросы изучения звеньев с геометрической точки зрения, т. е. без учета действующих сил. Для этого используются графические, аналитические и экспериментальные методы исследования.

Одним из наглядных методов является графоаналитический, который включает:

а) построение планов положения механизма; б) определение скоростей и ускорений характерных точек или звеньев механизма.

При графических построениях на чертеже изображаются длины звеньев, скорости, ускорения и другие величины в определенном масштабе, характеризуемом масштабным коэффициентом  $\mu$ :

$$\mu = \frac{\text{значение параметра}}{\text{длина отрезка}}. \quad (4.1)$$

Например, вектор  $pa$  длиной 10 мм изображает скорость  $v = 20$  м/с. Тогда

$$\mu = \frac{20}{10} = 2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} / \text{мм}.$$

Графическое изображение взаимного расположения звеньев механизма, соответствующее заданному моменту времени, называется *планом положений* или *планом механизма*.

Планы положения строятся в определенном масштабе методом засечек в соответствии с формулой строения механизма. Линейные размеры всех звеньев должны быть заданы (рис. 14).

После построения нескольких совмещенных планов механизма при необходимости можно определить графически траектории характерных точек звеньев, имеющих сложное движение, например, центра тяжести  $S$  шатуна  $AB$ .

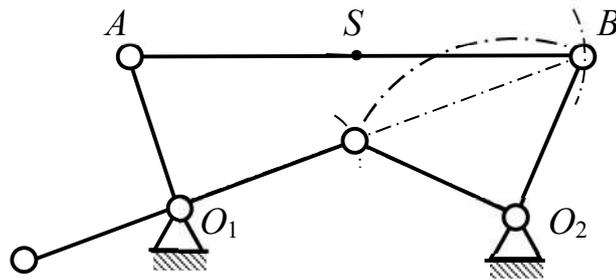


Рис. 14. План положений (план механизма)

#### 4.2. Определение скоростей и ускорений механизма методом планов

Метод планов является одним из самых наглядных. Определению подлежат линейные скорости и ускорения точек и угловые скорости и угловые ускорения звеньев. При этом предварительно составляются векторные уравнения для скоростей и ускорений точек звеньев, совершающих сложное движение.

Пусть звено совершает плоскопараллельное движение, состоящее из переносного, т. е. поступательного со скоростью полюса и относительного вращательного вокруг полюса (рис. 15).

Принимая за полюс т.  $A$ , получим векторное уравнение скоростей точек:

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}, \quad (4.2)$$

где  $\bar{v}_B$  – скорость точки  $B$ ;  $\bar{v}_A$  – скорость точки  $A$ ;  $\bar{v}_{BA}$  – скорость точки  $B$  относительно точки  $A$ .

Относительная скорость по модулю равна

$$v_{BA} = \omega l_{AB}, \quad (4.3)$$

где  $\omega$  – угловая скорость звена;  $l_{AB}$  – длина звена (длина отрезка  $AB$ ).

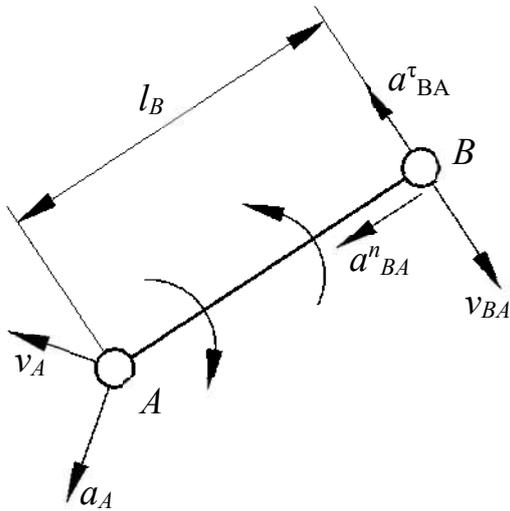


Рис. 15. Векторы скоростей и ускорений для механизма (пример 1)

Векторное уравнение ускорений точек выглядит следующим образом:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}, \quad (4.4)$$

где  $\bar{a}_B$  – ускорение точки  $B$ ;  $\bar{a}_A$  – ускорение точки  $A$ ;  $\bar{a}_{BA}$  – ускорение точки  $B$  относительно точки  $A$ .

Относительное ускорение равно

$$\bar{a}_{BA} = \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau, \quad (4.5)$$

где  $\bar{a}_{BA}^n, \bar{a}_{BA}^\tau$  – нормальная и касательная составляющие ускорения  $\bar{a}_{BA}$  соответственно.

Нормальное и касательное составляющие по модулю равны

$$a_{BA}^n = \omega^2 l_{AB}; \quad (4.6)$$

$$a_{BA}^\tau = \varepsilon l_{AB}, \quad (4.7)$$

где  $\varepsilon$  – угловое ускорение звена.

Пусть звено 1 совершает сложное движение, состоящее из переносного вращательного вместе со звеном 2 и относительного поступательного вдоль звена 2 (рис. 16). Точку на звене 1 обозначим  $B_1$ , а точку на звене 2, лежащую под точкой  $B_1$ , обозначим  $B_2$ . Тогда для скорости  $\bar{v}_{B_1}$  справедливо векторное уравнение

$$\bar{v}_{B_1} = \bar{v}_{B_2} + \bar{v}_{B_1 B_2}, \quad (4.8)$$

где  $\bar{v}_{B_2}$  – окружная скорость точки  $B_2$  (т. е. переносная скорость);  $\bar{v}_{B_1 B_2}$  – скорость точки  $B_1$  относительно точки  $B_2$ .

Величина переносной скорости

$$v_{B_2} = \omega l_{AB}. \quad (4.9)$$

Векторное уравнение для ускорения точки  $B_1$ :

$$\bar{a}_{B_1} = \bar{a}_{B_2} + \bar{a}'_{B_1B_2} + \bar{a}^k_{B_1B_2}, \quad (4.10)$$

где  $\bar{a}_{B_2}$  – ускорение точки  $B_2$ ;  $\bar{a}'_{B_1B_2}$  – ускорение точки  $B_1$  относительно точки  $B_2$ ;  $\bar{a}^k_{B_1B_2}$  – ускорение Кориолиса, которое равно

$$a^k_{B_1B_2} = 2v_{B_1B_2}\omega \quad (4.11)$$

и совпадает с направлением вектора

$\bar{v}_{B_1B_2}$ , повернутого на  $90^\circ$  в сторону переносного вращения.

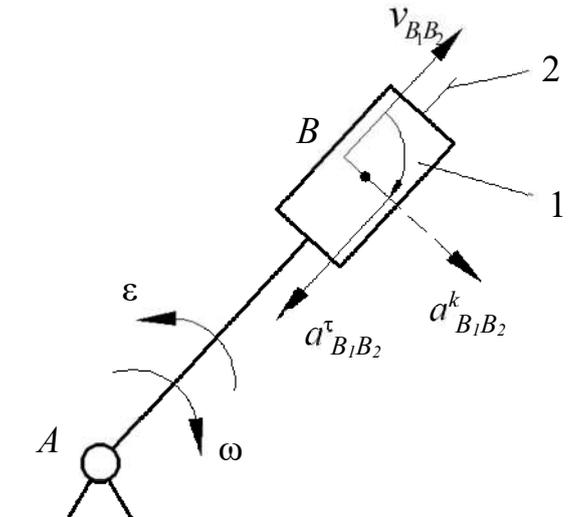


Рис. 16. Векторы скоростей и ускорений для механизма (пример 2)

Решение векторных уравнений осуществляется графически путем построения так называемых *планов скоростей и ускорений*, на которых абсолютные скорости и ускорения откладываются от одной точки, называемой полюсом, в определенном масштабе.

Пример расчета кривошипно-ползунного механизма рассмотрен на рис. 17, где план положений показан на рис. 17, а, план скоростей – на рис. 17, б и план ускорений – на рис. 17, в.

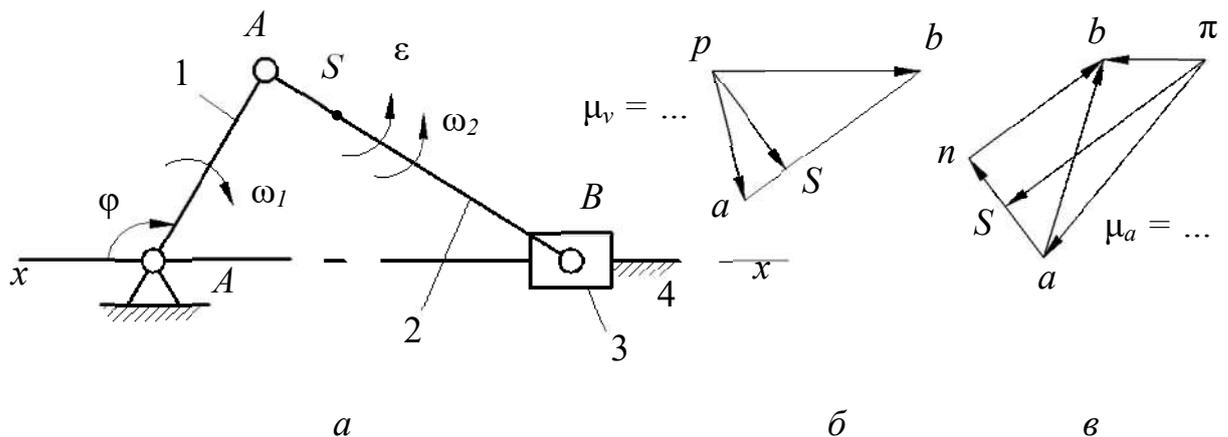


Рис. 17. Пример расчета кривошипно-ползунного механизма:  
 а – план положений; б – план скоростей; в – план ускорений  
 Векторное уравнение для скорости точки  $B$  записывается в виде:

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}, \quad (4.12)$$

где  $v_A = \omega_1 l_{OA}$ ;  $v_{BA} \perp AB$ ;  $v_B \parallel x - x$ .

План скоростей строится в масштабе

$$\mu_v = \frac{v_A}{pa}, \frac{M}{c \cdot \text{мм}}, \quad (4.13)$$

где  $pa$  – отрезок произвольной длины.

На плане скоростей вектор  $\bar{v}_B$  отображается отрезком  $pb$ , а вектор  $\bar{v}_{BA}$  – отрезком  $ab$ , поэтому  $pb \parallel x - x$ ;  $ab \perp AB$ .

Величины скоростей определяются по формулам:

$$\begin{aligned} v_{BA} &= \mu_v \cdot ab; \\ v_B &= \mu_v \cdot pb; \\ \omega_2 &= \frac{v_{BA}}{l_{AB}}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Векторное уравнение для ускорения точки  $B$  при  $\omega_1 = const$  записываются в виде:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau, \quad (4.15)$$

где  $a_A = \omega_1^2 l_{OA}$ ;  $a_{BA}^n = \omega_2^2 AB$ ;  $a_A \parallel AB$ ;  $a_{BA}^\tau \perp AB$ ;  $a_B \parallel x - x$ .

Все ускорения представлены на рис. 17 в выбранном масштабе  $\mu_a$ , равном

$$\mu_a = \frac{a_A}{\pi a}, \frac{M}{c^2 \cdot \text{мм}}, \quad (4.16)$$

где  $\pi a$  – отрезок произвольной длины.

При определении скоростей и ускорений промежуточных точек звеньев, например, точки  $S$ , можно использовать так называемую теорему подобия, согласно которой точки на плане положений звеньев и соответственные точки на планах скоростей и ускорений образуют подобные фигуры или пропорциональные отрезки. Рассмотрим доказательство данной теоремы.

На рис. 18 показано звено  $ABC$  и планы скоростей и ускорений для точек этого звена:

- отрезок  $ca$  на плане скоростей соответствует  $v_{CA} \perp CA$ ;
- отрезок  $ab$  на плане скоростей соответствует  $v_{AB} \perp AB$ ;
- отрезок  $bc$  на плане скоростей соответствует  $v_{BC} \perp BC$ ;

т. е. треугольник  $abc$  подобен треугольнику  $ABC$ .

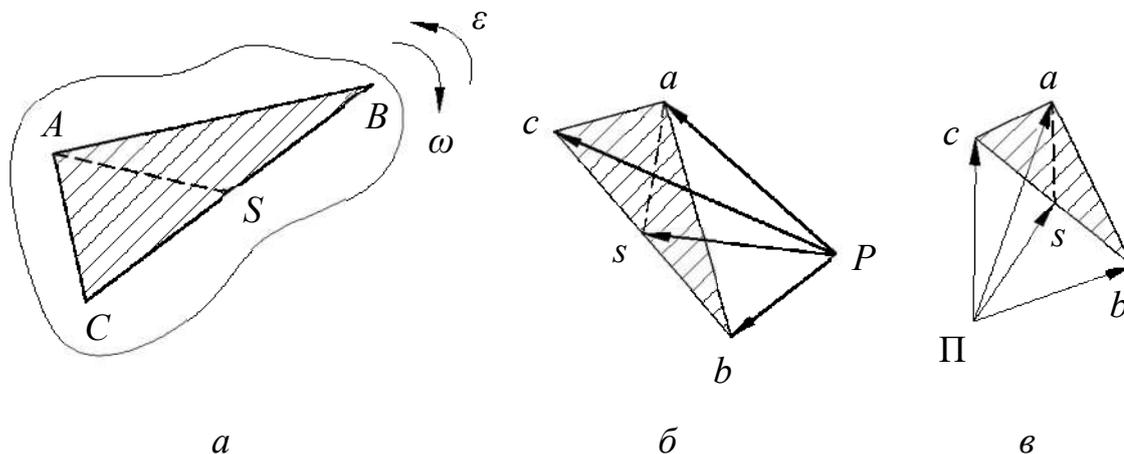


Рис. 18. Теорема подобия

Ускорения относительного (вращательного) движения равны:

$$\begin{aligned}
 a_{CA} &= l_{CA} \sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}; \\
 a_{AB} &= l_{AB} \sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}; \\
 a_{BC} &= l_{BC} \sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2},
 \end{aligned}
 \tag{4.17}$$

т. е.  $a_{CA}/l_{CA} = a_{AB}/l_{AB} = a_{BC}/l_{BC}$ , или  $ca/CA = ab/AB = bc/BC$ .

Следовательно,  $\triangle abc \sim \triangle ABC$ .

Аналогично выполняется построение фигур для любой промежуточной точки, например, точки S (рис. 18, а, б).

### 4.3. Исследование рычажных механизмов методом кинематических диаграмм

*Кинематической диаграммой* называется графическая зависимость какого-либо параметра движения звена от времени или от перемещения входного звена, представленные в определенной системе координат.

Если известна одна кинематическая диаграмма, то можно получить остальные зависимости путем графического дифференцирования или интегрирования.

На рис. 19, *а*, *б* показана последовательность построения кинематической диаграммы перемещения ползуна кривошипно-ползунного механизма от угла поворота кривошипа  $S(\varphi)$  и от времени  $S(t)$ , а также элементы графического дифференцирования с получением диаграммы скоростей  $v(t)$  методом хорд.

Если диаграмма  $v(t)$  первична, то процесс, обратный интегрированию, обеспечит получение диаграммы  $S(t)$  и называется *графическим интегрированием*.

Следует отметить, что графические методы часто приводят к искажениям результатов из-за неточности графических построений, поэтому необходимо контролировать расположение характерных точек, соответствующих экстремумам на диаграммах.

#### **4.4. Кинематическое исследование рычажных механизмов аналитическим методом**

Аналитические методы исследования позволяют проводить анализ с заданной степенью точности. Кроме того, создание математических моделей механизмов позволяет решать задачи их оптимального синтеза при использовании ЭВМ.

Рассмотрим пример кинематического исследования синусного механизма (механизм двойного ползуна), где кривошип 1 вращается с угловой скоростью  $\omega$  и угловым ускорением  $\varepsilon$  (рис. 20).

Тогда скорость и ускорение точки *A* равны:

$$\begin{aligned} v_A &= \omega l_{OA}; \\ a_A &= l_{OA} \sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}. \end{aligned} \quad (4.18)$$

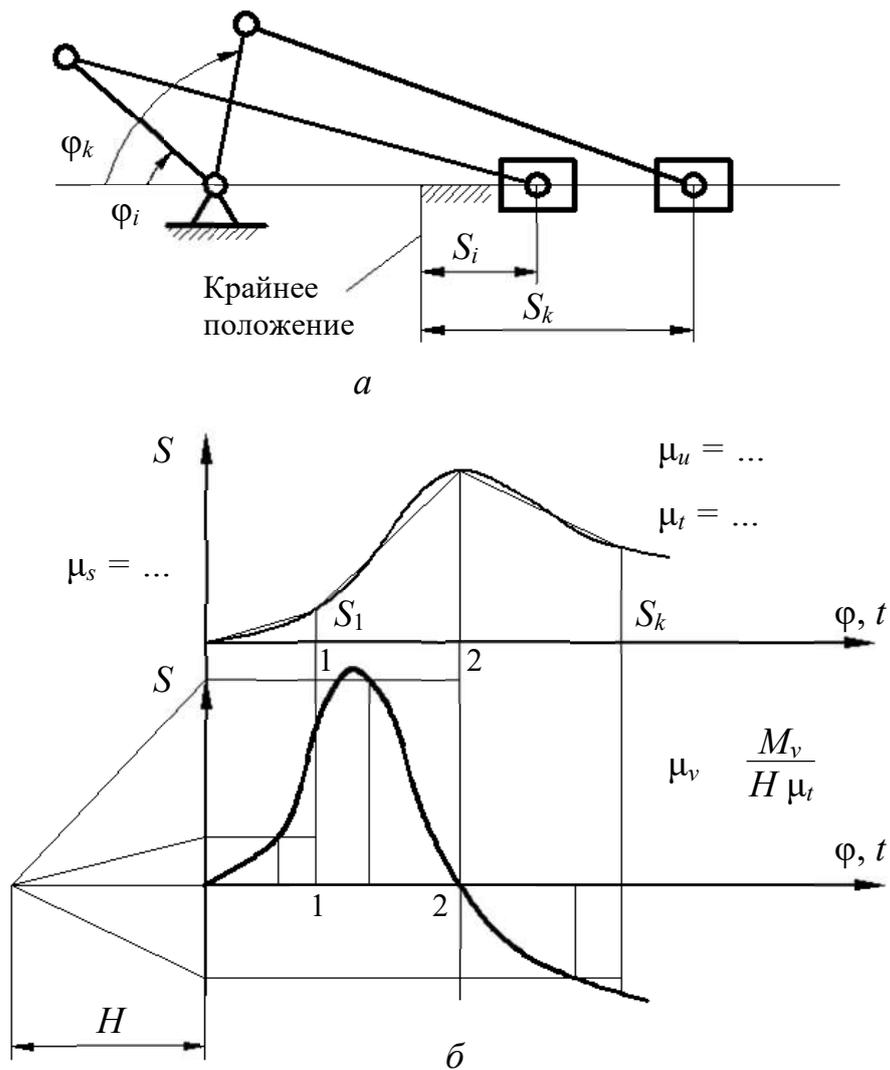


Рис. 19. Последовательность построения кинематической диаграммы перемещения ползуна кривошипно-ползунного механизма:  
*a* – план механизма; *б* – кинематическая диаграмма перемещения ползуна

Рассмотрим пример кинематического исследования синусного механизма (механизм двойного ползуна), где кривошип 1 вращается с угловой скоростью  $\omega$  и угловым ускорением  $\varepsilon$  (рис. 20).

Тогда скорость и ускорение точки *A* равны:

$$\begin{aligned} v_A &= \omega l_{OA}; \\ a_A &= l_{OA} \sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}. \end{aligned} \quad (4.18)$$

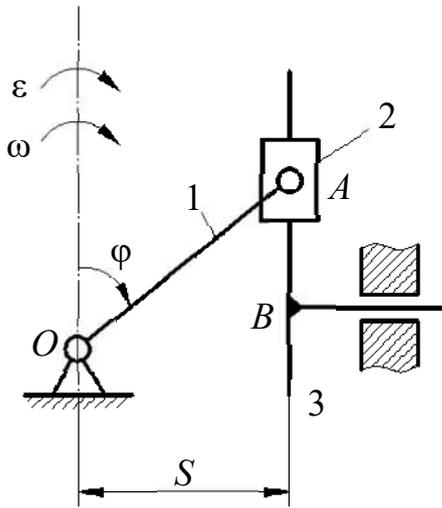


Рис. 20. Синусный механизм

Все точки звеньев 1 и 2 описывают окружности, а точки звена 3 движутся поступательно, причём их перемещения, скорости и ускорения равны:

$$S_B = l_{OA} \sin \varphi = l_{OA} \sin \omega t; \quad (4.19)$$

$$v_B = \frac{dS_B}{dt} = \frac{dS_B}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = l_{OA} \omega \cos \varphi; \quad (4.20)$$

$$a_B = \frac{d^2 S_B}{dt^2} = l_{OA} (\epsilon \cos \varphi - \omega^2 \sin \varphi). \quad (4.21)$$

В случае равномерного вращения кривошипа при  $\epsilon = 0$

$$a_B = -l_{OA} \omega^2 \sin \varphi. \quad (4.22)$$

При исследовании многих механизмов получаются достаточно громоздкие формулы, что не является препятствием при использовании ЭВМ.

В исследовании пространственных механизмов используются элементы векторной алгебры и векторного анализа. Положения, скорости и ускорения точек механизма выражаются в векторной форме, при необходимости вычисляются проекции на оси и плоскости. Примеры таких исследований изложены в учебной литературе.

## 5. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

### 5.1. Классификация действующих сил

Среди сил, действующих на механизм, различают:

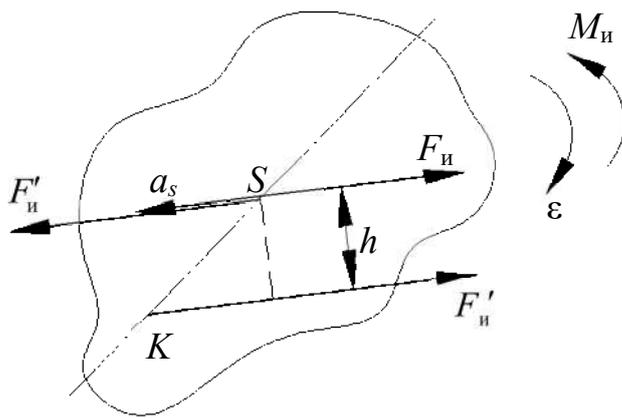
а) движущие силы  $F_d$  или моменты  $M_d$ , ускоряющие движение входных (начальных) звеньев и совершающие положительную работу (например, силы давления газа на поршень в двигателе внутреннего сгорания, силы веса при опускании груза и т. д.);

б) силы сопротивления  $F_c$  или моменты  $M_c$ , замедляющие движение входных звеньев и совершающие отрицательную работу. Они могут быть силами полезного сопротивления, дающими производственный эффект, и силами вредного сопротивления, не дающими такого эффекта (к первому типу относятся, например, силы тяжести при подъеме груза, а ко второму типу – силы трения);

в) силы реакции в кинематических парах  $F_{ij}$ , возникающие в опорах звеньев и являющиеся внутренними силами для механизма в целом и внешними для каждого отдельного звена;

г) силы инерции  $F_i$  или моменты сил инерции  $M_i$ , возникающие при неравномерном движении звеньев механизма и могут быть как движущими, так и силами сопротивления (в зависимости от их направления относительно направления движения звеньев).

Фактически силы инерции действуют на тело, вызывающее ускорение другого тела. Однако условное приложениe сил инерции к ускоряемому телу позволяет рассматривать его в равновесии. Этот способ называется **принципом Даламбера** и позволяет задачу динамики свести к статическому расчету.



Силы инерции относятся к категории распределенных по объёму или так называемых массовых сил, которые, как и другие аналогичные силы, могут быть приведены к главному вектору и главному моменту (рис. 21).

Рис. 21. Пояснение принципа Даламбера

На рис. 21 сила и момент сил инерции равны:

$$\begin{aligned} F_{и} &= -m a_s; \\ M_{и} &= -J_s \varepsilon, \end{aligned} \quad (5.1)$$

где  $m, J_s$  – масса и момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр масс;  $a_s$  – ускорение центра масс;  $\varepsilon$  – угловое ускорение звена; знаки минус показывают, что направления  $F_{и}$  и  $M_{и}$  противоположны соответствующим ускорениям.

Сила  $F_{и}$  и момент  $M_{и}$ , могут быть заменены одной силой  $F'_и = F_{и}$ , линия действия которой проходит через так называемый центр качаний (точка  $K$  на рис. 21) на оси звена и отстоит от линии действия  $F_{и}$  на расстоянии

$$h = \frac{M_{и}}{F_{и}} \text{ при замене } M_{и} \text{ парой сил: } M_{и} = F'_и h.$$

## 5.2. Приведение сил и масс в механизме

Для исследования закона движения механизма его удобно заменить одним условным звеном – звеном приведения, имеющим закон движения аналогичного звена реального механизма.

Для этого все внешние силы, действующие на звенья, заменяются одной

приведенной силой  $F_{\text{пр}}$ , мощность  $P_{\text{пр}}$  которой равна сумме мощностей заменяемых сил  $F_i$ :

$$P_{\text{пр}} = \sum P_i = \sum F_i v_i \cos(F_i \wedge v_i) = F_{\text{пр}} v \cos(F_{\text{пр}} \wedge v), \quad (5.2)$$

или приведённым моментом  $M_{\Sigma}^{\text{пр}}$ , мощность  $P_{\Sigma}^{\text{пр}}$  которого равна сумме мощностей заменяемых моментов сил  $M_i$ :

$$P_{\text{пр}} = \sum P_i = \sum M_i \omega_i = M_{\text{пр}} \omega. \quad (5.3)$$

В формулах (5.2), (5.3)  $v_i$  – скорость точки приложения  $i$ -ой силы;  $v$  – скорость точки приложения приведённой силы на звене приведения;  $\omega_i$  – угловая скорость  $i$ -го звена;  $\omega$  – угловая скорость звена приведения.

Приведённую силу или приведённый момент удобно записывать в виде суммы составляющих, например:

$$M_{\text{пр}} = \sum M_{F_i \text{ пр}} + \sum M_{M_i \text{ пр}}, \quad (5.4)$$

где  $\sum M_{F_i \text{ пр}}$ ,  $\sum M_{M_i \text{ пр}}$  – составляющие приведённого момента, обусловленные действием сил и моментов соответственно.

В кривошипно-ползунном механизме (рис. 22):

$$M_{\text{пр}} = M_{F_{\text{пр}}} + M_{G_{\text{пр}}}, \quad (5.5)$$

где

$$M_{F_{\text{пр}}} = \frac{F v_B}{\omega_1} = F l_{OA} \frac{pb}{pa};$$

$$M_{M_{\text{пр}}} = \frac{G v_S}{\omega_1} \cos(G \wedge v_S) = G l_{OA} \frac{ps}{pa} \cos(G \wedge v_S), \quad (5.6)$$

где  $pa$ ,  $pb$ ,  $ps$  – вектора, взятые с плана скоростей (рис.22).

Как видно из формул, величина  $F_{\text{пр}}$  ( $M_{\text{пр}}$ ) зависит лишь от соотношения скоростей, а не от их абсолютной величины, что позволяет для приведения сил использовать планы скоростей без учета их масштабов.

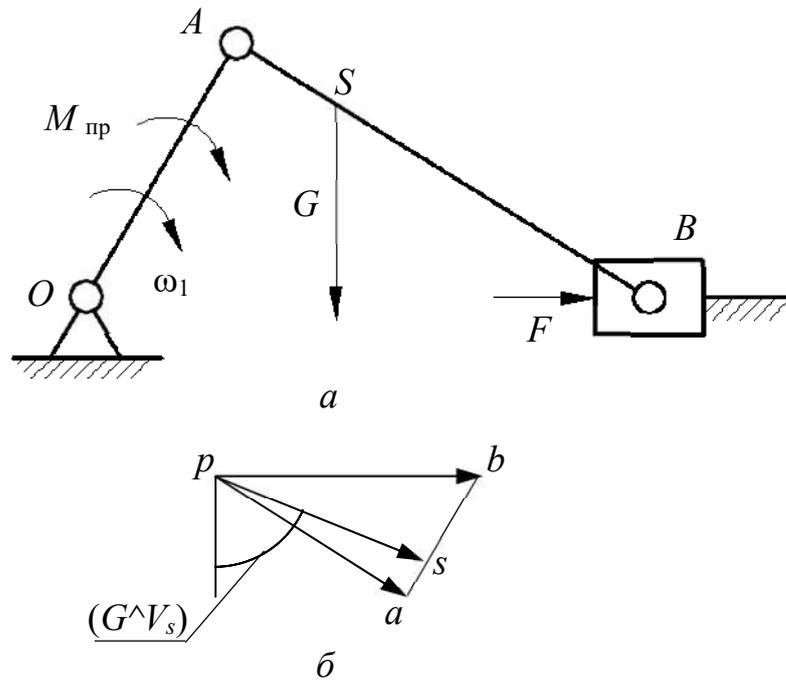


Рис. 22. Пример кривошипно-ползунного механизма:  
*a* – схема; *б* – план скоростей

Каждое  $i$ -ое звено механизма обладает массой  $m_i$  и моментом инерции  $J_i$  относительно оси, проходящей через центр масс звена, при этом кинетическая энергия  $i$ -го звена плоского механизма равна:

$$E_i = \frac{m_i v_i^2}{2} + \frac{J_i \omega_i^2}{2}. \quad (5.7)$$

Массы и моменты инерции всех звеньев механизма можно условно заменить некоторой массой  $m_{пр}$ , сосредоточенной в произвольно выбранной точке  $A$  звена привода (рис. 23, *a*), или некоторым моментом инерции  $J_{пр}$ , приписанным звену привода (рис. 23, *б*).

Замена должна производиться из условия равенства кинетических энергий:

$$E_{пр} = \frac{m_{пр} v_A^2}{2} + \frac{J_{пр} \omega^2}{2}, \quad (5.8)$$

где  $E_{пр}$  – приведённая кинетическая энергия.

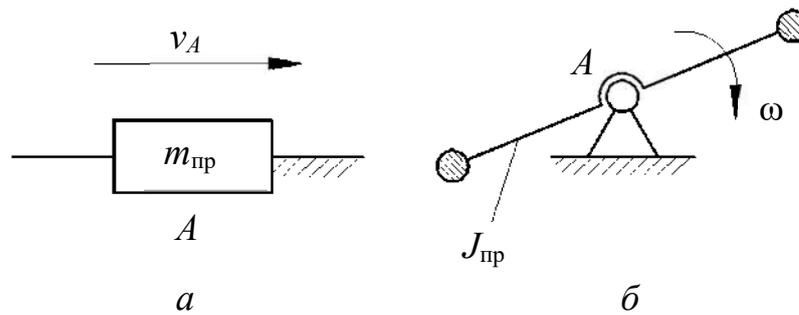


Рис. 23. Массы и моменты инерции звеньев привода:  
*a* – звено привода – ползун; *б* – звено привода - кривошип

Приведённая масса при поступательном движении звена привода определяется по формуле

$$m_{\text{пр}} = \sum \left[ m_i \left( \frac{v_i}{v_A} \right)^2 + J_i \left( \frac{\omega_i}{v_A} \right)^2 \right], \quad (5.9)$$

а при вращательном движении звена привода – по формуле

$$J_{\text{пр}} = \sum \left[ m_i \left( \frac{v_i}{\omega} \right)^2 + J_i \left( \frac{\omega_i}{\omega} \right)^2 \right]. \quad (5.10)$$

Приведённая масса и момент инерции являются функциями положения звена привода, т.е. их величина может меняться при изменении положения звена в процессе его движения.

### 5.3. Уравнение движения машины

Работу машины можно разбить на три периода (рис. 24):

- 1) период пуска (разгона)  $t_{\text{п}}$ ;
- 2) период установившегося движения  $t_{\text{у}}$ ;
- 3) период остановки (выбега)  $t_{\text{о}}$ .

Аналитическая зависимость между действующими на звенья силами и кинематическими параметрами движения называется уравнением движения.

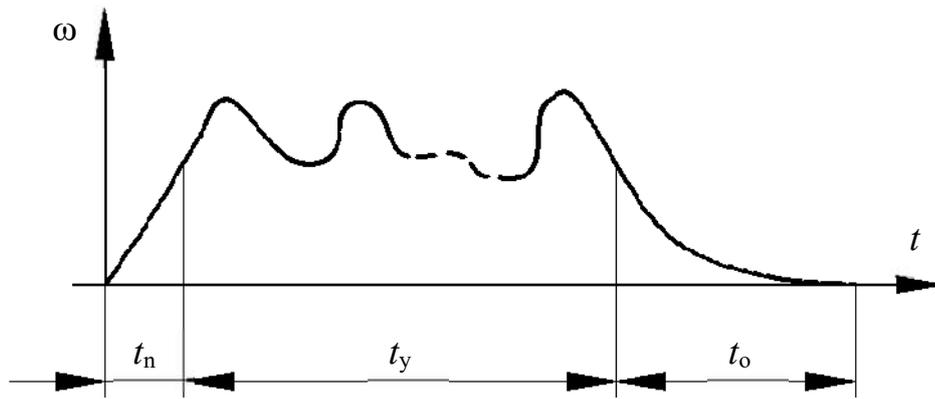


Рис. 24. Периоды работы машины

Это уравнение в общем случае имеет вид

$$\Delta E = E - E_0 = A_d - A_c, \quad (5.11)$$

где  $\Delta E$  – изменение кинетической энергии за рассматриваемый промежуток времени;  $E$  и  $E_0$  – величина кинетической энергии в конце и начале промежутка;  $A_d, A_c$  – работа движущих сил и сил сопротивления.

В период пуска (разгона)  $A_d > A_c$ , т. е. происходит ускорение движения звеньев, движение является неустановившимся.

В период установившегося движения  $A_d = A_c$ , т. е. скорости звеньев в конечный и начальный моменты периода равны, и вся работа движущихся сил расходуется на преодоление сопротивлений.

В период остановки (выбега)  $A_d < A_c$ , движение продолжается некоторое время за счет накопленной кинетической энергии, поглощаемой силами сопротивления движению.

Уравнение движения может быть выражено в интегральной и дифференциальной форме, а для упрощения его решения исследование машины заменяют исследованием звена приведения, в котором изменение кинетической энергии равно

$$\Delta E_{\text{пр}} = A_d^{\text{пр}} - A_c^{\text{пр}}, \quad (5.12)$$

где суммарная работа действующих на звено приведения сил может быть выражена:

а) в интегральной форме:

$$A_{\text{д}}^{\text{пр}} - A_{\text{с}}^{\text{пр}} = \int F_{\text{пр}} ds \quad (5.13)$$

или

$$A_{\text{д}}^{\text{пр}} - A_{\text{с}}^{\text{пр}} = \int M_{\text{пр}} d\varphi, \quad (5.14)$$

где  $ds$  – элементарное перемещение точки приведения;  $d\varphi$  – элементарный угол поворота звена приведения;

б) в дифференциальной форме:

$$d\Delta E_{\text{пр}} = d(A_{\text{д}}^{\text{пр}} - A_{\text{с}}^{\text{пр}}) = F_{\text{пр}} ds \quad (5.15)$$

или

$$d\Delta E_{\text{пр}} = d(A_{\text{д}}^{\text{пр}} - A_{\text{с}}^{\text{пр}}) = M_{\text{пр}} d\varphi. \quad (5.16)$$

Таким образом, уравнение движения машины приводится к тому или иному конкретному виду и решается графическим и графоаналитическим методами, а учитываемые силы и моменты сил, приведенные массы и моменты инерции могут быть как постоянными, так и переменными величинами, зависящими от того или иного фактора.

#### **5.4. Понятие об уравновешивающей силе. Теорема Жуковского о жестком рычаге**

Одним из способов определения приведенной силы  $F_{\text{пр}}$  является способ, предложенный Н. Е. Жуковским. Уравнение, из которого может быть найдена  $F_{\text{пр}}$ , основано на равенстве мощностей (формула (5.2)).

Рассмотрим какое-либо звено механизма, в точке  $B$  которого приложена сила  $F_i$  под углом  $\alpha_i$  к вектору скорости  $v_i$  этой точки (рис.25, а).

Мощность силы  $F_i$  равна

$$P_i = F_i v_i \cos \alpha_i. \quad (5.17)$$

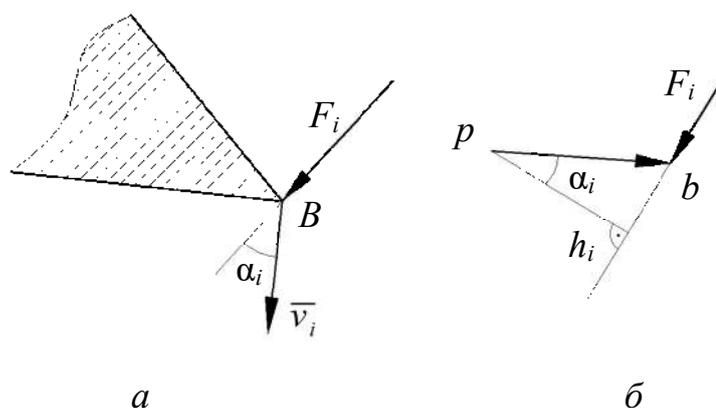


Рис. 25. Теорема Жуковского о жестком рычаге:  
*a* – звено механизма; *б* – план скоростей

Если вектор скорости точки *B* (план скоростей) повернуть на  $90^\circ$  и силу  $F_i$  приложить к концу вектора (к точке *b*), сохранив ее направление, то момент этой силы относительно полюса *p* будет равен (рис. 25, *б*)

$$M_i = F_i h_i = F_i v_i \cos \alpha_i = P_i, \quad (5.18)$$

т.е. равен мощности силы  $F_i$ . Таким образом,  $F_i$  можно найти, повернув на  $90^\circ$  план скоростей и приложив к нему все внешние силы, включая силы инерции, в соответствующих точках и сохраняя их направления. Тогда из уравнения моментов такого рычага

$$F_{\text{пр}} h_{\text{пр}} = \sum F_i h_i \quad (5.19)$$

получим:

$$F_{\text{пр}} = \sum \frac{F_i h_i}{h_{\text{пр}}}, \quad (5.20)$$

где  $h_i$  и  $h_{\text{пр}}$  – кратчайшие расстояния от полюса плана скоростей до линий действия *i*-ой и приведенной сил.

Повернутый на  $90^\circ$  план скоростей с приложенными к нему силами называется жестким рычагом Жуковского.

Величина  $F_{\text{пр}}$  или  $M_{\text{пр}}$  зависит от положения механизма, поэтому можно построить диаграмму, например,  $F_{\text{пр}}(\varphi)$ , являющуюся функцией положения звена приведения. Для этого необходимо последовательно определить

значения  $F_{пр}$  методом рычага Жуковского для целого ряда положений механизма в пределах цикла ( $F_{1пр}, F_{2пр}, \dots$ ) и отложить их на диаграмме (рис. 26).

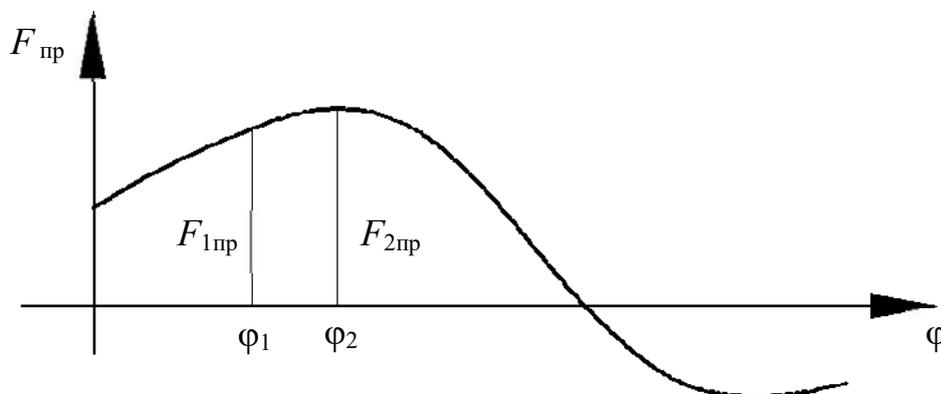


Рис. 26. Диаграмма приведенной силы

Приведенная сила  $F_{пр}$  или момент  $M_{пр}$  характеризуют реакцию механизма на движение его входного звена по определенному закону, задаваемому двигателем. Сила или момент, равные по величине приведенной силе или моменту, но противоположные им по направлению, называется уравновешивающей силой  $F_y$  или уравновешивающим моментом  $M_y$ . Эти сила или момент развиваются двигателем и обеспечивают заданное движение входного звена.

Если к рычагу Жуковского приложить все внешние силы, включая силы инерции, а также  $F_y$ , то его можно рассматривать в равновесии, из условия которого

$$F_y h_y + \sum F_i h_i = 0 \quad (5.21)$$

можно определить неизвестную  $F_y$ , а также найти мощность двигателя  $P_{дв}$ , требуемую для получения заданного движения входного звена в заданном положении:

$$P_{дв} = F_y v_A \cos(\angle F_y v_A) = M_y \omega. \quad (5.22)$$

## 5.5. Графоаналитический метод решения уравнения движения машины

Данный метод позволяет не только наглядно иллюстрировать связь между динамическими и кинематическими параметрами движения, но и решать практические задачи синтеза, например, задачу уменьшения неравномерности вращения звеньев.

В качестве примера рассмотрим построение так называемой диаграммы энергомасс. Эта диаграмма строится на основе графиков  $J_{пр}(\varphi)$  и

$$\Delta E_{пр}(\varphi) = E_{пр}(\varphi) - E_{0пр}, \quad (5.23)$$

где  $E_{пр0}$  – энергия звена приведения в начале цикла.

График  $\Delta E_{пр}(\varphi)$  может быть получен путем графического интегрирования графика  $M_{пр}(\varphi)$ .

На рис. 27 показана последовательность построения диаграммы энергомасс в координатах  $\Delta E_{пр}(J_{пр})$ , которая при установившемся движении является замкнутой кривой и строится на базе диаграмм  $\Delta E_{пр}(\varphi)$  и  $J_{пр}(\varphi)$  путем исключения параметра  $\varphi$  (угла поворота звена приведения).

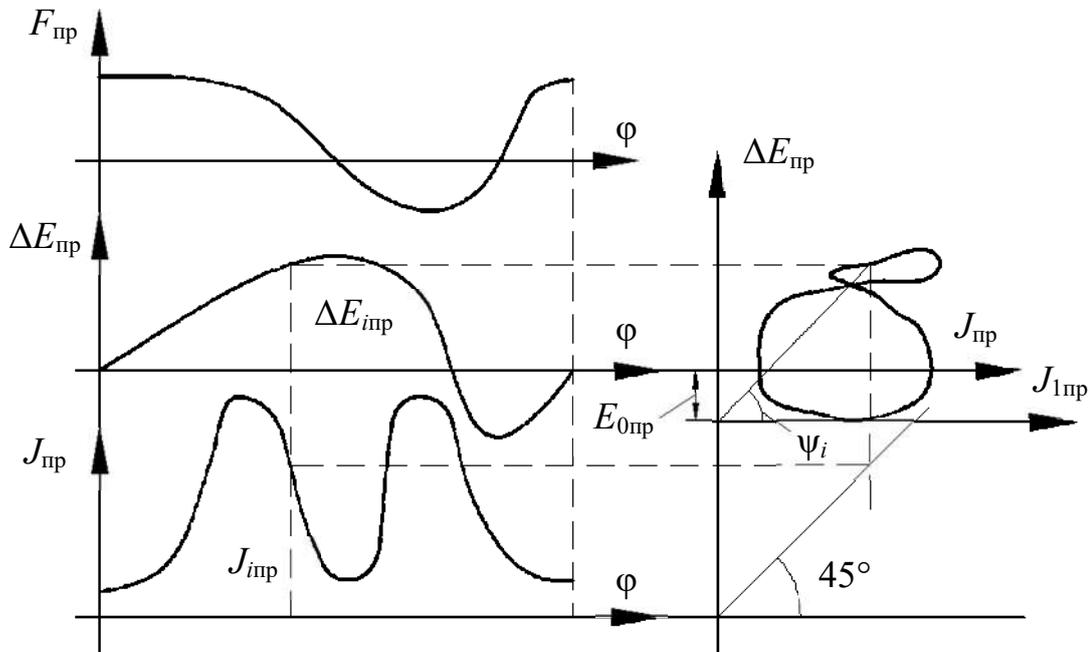


Рис. 27. Диаграмма энергомасс

Если известна угловая скорость вращения  $\omega_0$  звена приведения в начале цикла, то можно определить начальную кинетическую энергию:

$$E_{0\text{пр}} = \frac{J_{0\text{пр}} \omega_0^2}{2}. \quad (5.24)$$

Тогда диаграмму энергомасс можно рассматривать в координатах  $\Delta E_{\text{пр}}(J_{1\text{пр}})$ , где ось  $J_{1\text{пр}}$  отстоит от первоначальной оси  $J_{\text{пр}}$  на величину  $E_{0\text{пр}}$  (рис. 27).

Так как

$$E_{\text{пр}} = \frac{J_{\text{пр}} \omega^2}{2}, \quad (5.25)$$

то

$$\omega^2 = \frac{2E_{\text{пр}}}{J_{\text{пр}}} = 2 \frac{\mu_E}{\mu_J} \text{tg} \psi, \quad (5.26)$$

где  $\mu_E$  и  $\mu_J$  – масштабные коэффициенты, используемые для построения диаграмм.

Таким образом, диаграмма энергомасс позволяет при установившемся движении определить угловую скорость  $\omega$  звена приведения в любой момент времени, т. е.

$$\omega = \sqrt{2 \frac{\mu_E}{\mu_J} \text{tg} \psi}, \quad (5.27)$$

$$\text{tg} \psi = \frac{\mu_J \omega^2}{2\mu_E}.$$

## 5.6. Неравномерное движение машин. Маховики

Одним из режимов движения машины при совершении полезной работы является режим равномерного или установившегося движения.

При равномерном движении угловая скорость  $\omega$  вала двигателя постоянна, а при установившемся движении она периодически изменяется

(рис. 28), причём степень неравномерности можно оценить коэффициентом неравномерности  $\delta$ :

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_c}, \quad (5.28)$$

где  $\omega_c$  – средняя угловая скорость за цикл:

$$\omega_c = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}. \quad (5.29)$$

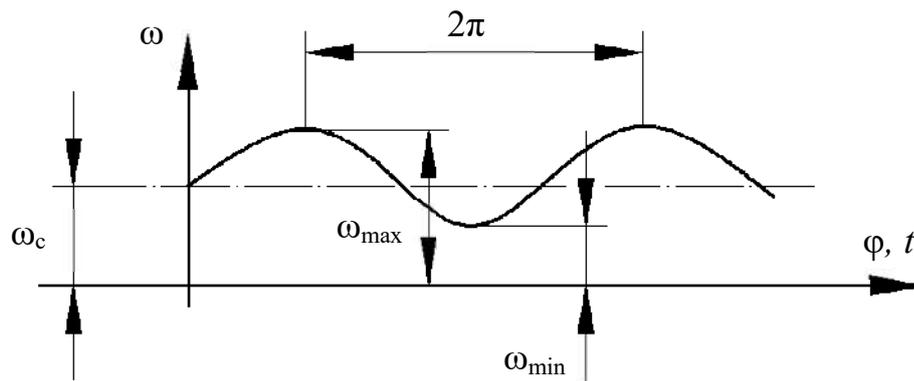


Рис. 28. Изменение угловой скорости ведущего звена

Неравномерность вредно сказывается на работе машин, т. к. вызывает дополнительные инерционные нагрузки, которые могут привести к поломке.

Практикой установлены значения  $\delta$ , которые допустимы в различных условиях эксплуатации. Регулировать величину  $\delta$  можно путем изменения величины момента инерции звена приведения, т. е. на быстро вращающийся вал закрепляется дополнительная масса, называемая маховиком.

При конструировании маховика стремятся к получению необходимого момента инерции маховика  $J_m$  с наименьшим весом  $G$  и заданным диаметром  $D$ . Для этой цели маховик изготавливается в виде тяжелого обода, соединенного со втулкой тонким диском с отверстием или спицами (рис. 29). Приближенно  $J_m$  можно определить по формуле:

$$J_m = G \frac{D^2 + d^2}{8g}, \quad (5.30)$$

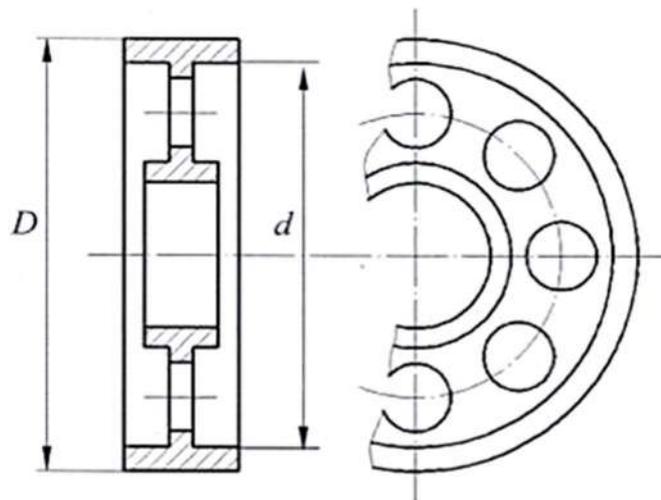


Рис. 29. Конструкция маховика

где  $D, d$  – диаметры обода маховика;  $g$  – ускорение свободного падения.

### 5.7. Подбор момента инерции $J_m$ маховика по заданному коэффициенту неравномерности $\delta$

Обычно требуется определить параметры маховика при заданных значениях  $\omega_c$  и  $\delta$ . Существуют различные методы определения  $J_m$ , наиболее точным из которых является метод Ф. Виттенбауэра, в соответствии с которым предварительно строится диаграмма энергомасс  $\Delta E_{пр}(J_{пр})$ .

Согласно этой диаграмме (рис. 30):

$$\omega_{\max(\min)}^2 = 2 \frac{\mu_E}{\mu_J} \operatorname{tg} \psi_{\max(\min)}; \quad (5.31)$$

$$\operatorname{tg} \psi_{\max(\min)} = \frac{\omega_{\max(\min)}^2 \mu_J}{2\mu_E}.$$

С другой стороны, из уравнений (5.28), (5.29):

$$\omega_{\max(\min)} = \omega_c \left( 1 \pm \frac{\delta}{2} \right). \quad (5.32)$$

Таким образом, найдя  $\psi_{\max}$ ,  $\psi_{\min}$  и проведя касательные к диаграмме энергомасс под этими углами к горизонтали (рис. 30), получим в точке их

пересечения начало новой системы координат с осями  $E_{пр}$  и  $J_{1пр}$ , отстоящими от принятых ранее осей на искомую величину  $J_M$  и  $E_{0пр}$ .

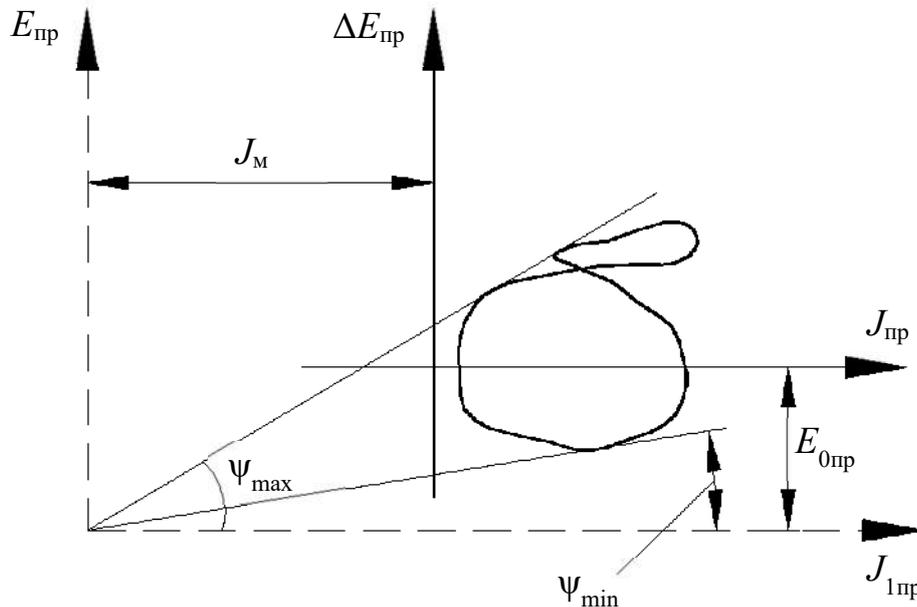


Рис. 30. Определение момента инерции маховика по диаграмме Виттенбауэра

В целом последовательность определения  $J_M$  включает следующие операции:

- 1) строится диаграмма  $M_{пр}(\varphi)$  для установившегося движения;
- 2) строится диаграмма  $\Delta E_{пр}(\varphi)$  путем графического интегрирования диаграммы  $M_{пр}(\varphi)$ ;
- 3) строится график  $J_{пр}(\varphi)$  и диаграмма энергомасс путем исключения параметра  $\varphi$  из графиков  $\Delta E_{пр}(\varphi)$  и  $J_{пр}(\varphi)$ ;
- 4) определяются углы  $\psi_{max}$ ,  $\psi_{min}$ , после чего находится  $J_M$  в новых координатах  $E_{пр}$  и  $J_{1пр}$  диаграммы  $E_{пр}(J_{1пр})$ .

## 5.8. Регулирование неперiodических колебаний скорости движения машин

В процессе выполнения работы приходится регулировать скорость рабочего органа машины. Например, в стационарных двигателях необходимо

поддерживать скорость рабочего органа постоянной, а в двигателях транспортных машин эта скорость должна изменяться в широких пределах.

Из уравнения движения машины следует, что изменения скорости рабочего органа можно достигнуть за счет изменения разности работ движущих сил и сил сопротивления ( $A_d - A_c$ ). Устройства, обеспечивающие изменения работы сил сопротивления применяются в виде тормозов, например, в транспортных машинах, которые снабжаются также и приспособлениями для одновременного разобщения двигателя с исполнительным механизмом.

Другим способом регулирования является изменение работы движущих сил путем воздействия на орган, подающий энергию к входному звену (поршню у двигателя внутреннего сгорания, лопаткам турбины и т. д.).

Регулирование может осуществляться либо человеком-оператором, либо автоматически – с помощью устройств, называемых регуляторами.

Одним из них является центробежный регулятор (рис. 31), приводимый во вращение валом двигателя  $B$ . Ползун  $A$  соединяется с органом, подводящим рабочее тело (пар, топливо и т. д.). Регулятор за счёт изменения сил инерции  $F_{и}$ , действующих на шары  $C$ , автоматически поддерживает угловую скорость вала двигателя постоянной, т. к. ее увеличение приводит к уменьшению подачи рабочего тела и наоборот.

## **5.9. Силовой расчет рычажных механизмов**

Зная активные силы, действующие на звенья механизма и силы инерции этих звеньев, можно произвести его кинетостатический расчет, т.е. определить реакции в кинематических парах и уравновешивающую силу (момент) на входном звене, причем эта сила (момент) является движущей при совпадении ее направления с направлением движения входного звена или силой

(моментом) сопротивления, если ее направление противоположно этому движению.

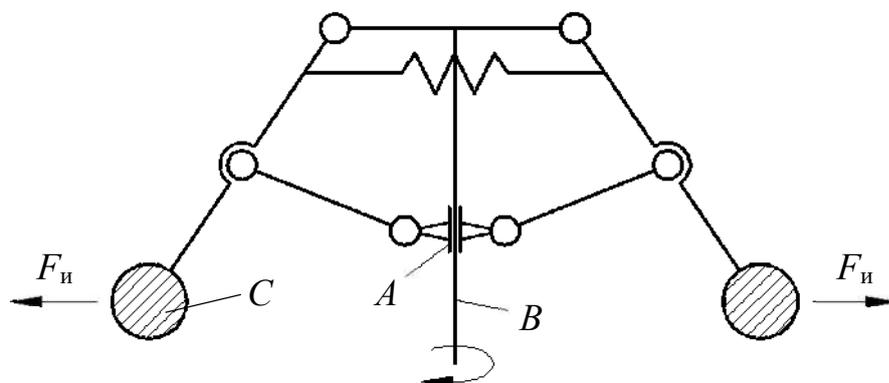


Рис. 31. Центробежный регулятор

При кинетостатическом расчете реакции в кинематических парах определяются путем статического расчета, который базируется на результатах кинематического анализа, включая ускорения, необходимые для определения сил (моментов) инерции.

При силовом расчете используется принцип Даламбера, позволяющий решение задачи динамики свести к статическому расчету (метод кинетостатики). Согласно этому принципу, приведение ускоренно движущейся системы в равновесие обеспечивается условным приложением к этой системе сил инерции. При этом неизвестные силы определяются из уравнений статики.

Силы взаимодействия между звеньями (реакции) можно считать направленными по нормали к контактирующим поверхностям, если расчет ведется без учета сил трения (рис. 32). Принято следующее обозначение реакций:  $R_{12}$  – реакция со стороны звена 1 на звено 2;  $R_{21}$  – реакция со стороны звена 2 на звено 1.

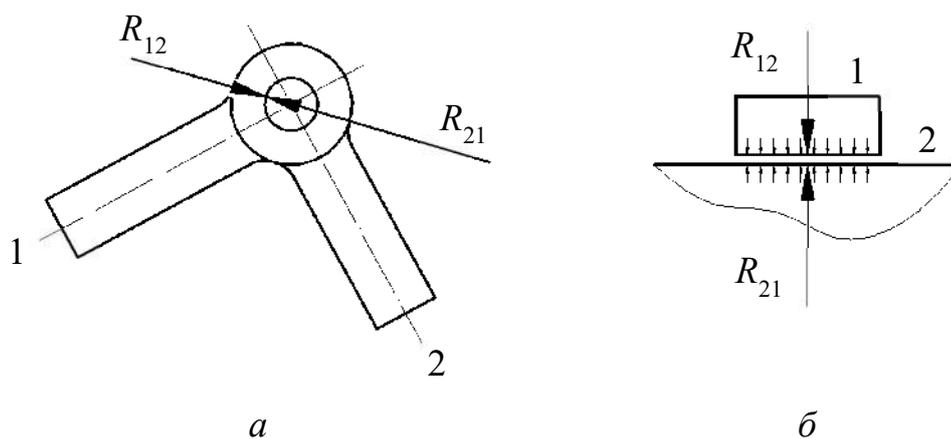


Рис. 32. Реакции в кинематических парах:  
*a* – вращательной; *б* – поступательной

При графоаналитическом решении используется метод плана сил.

Механизм расчленяется на структурные группы Ассур и начальные звенья. Расчет ведется, начиная с последней структурной группы и заканчивается расчетом входного звена.

При расчете структурных групп к ним прикладываются все действующие силы, включая силы инерции и реакции отброшенных связей. Каждая из неизвестных реакций, при необходимости, может быть разложена на две составляющих по выбранным направлениям, например, вдоль оси звена (нормальная  $R^n$ ) и перпендикулярно оси (тангенциальная  $R^t$ ). При равенстве числа уравнений статики числу неизвестных реакций их можно определить аналитически и графически, построив многоугольник (план) сил. Неизвестные определяются из условия замкнутости векторной суммы сил.

Рассмотрим примеры.

Пример 1. Двухповодковая группа с вращательными парами (рис. 33).

Составляющая  $R_{i1}^t$  определяется из уравнения моментов для звена 1 относительно точки *B*:  $\Sigma M_{B1} = 0$  (рис.33, *a*).

Составляющая  $R_{j2}^t$  определяется из уравнения моментов для звена 2 относительно точки *B*:  $\Sigma M_{B2} = 0$  (рис.33, *a*).

При отрицательных значениях реакций необходимо изменить их направления на противоположные.

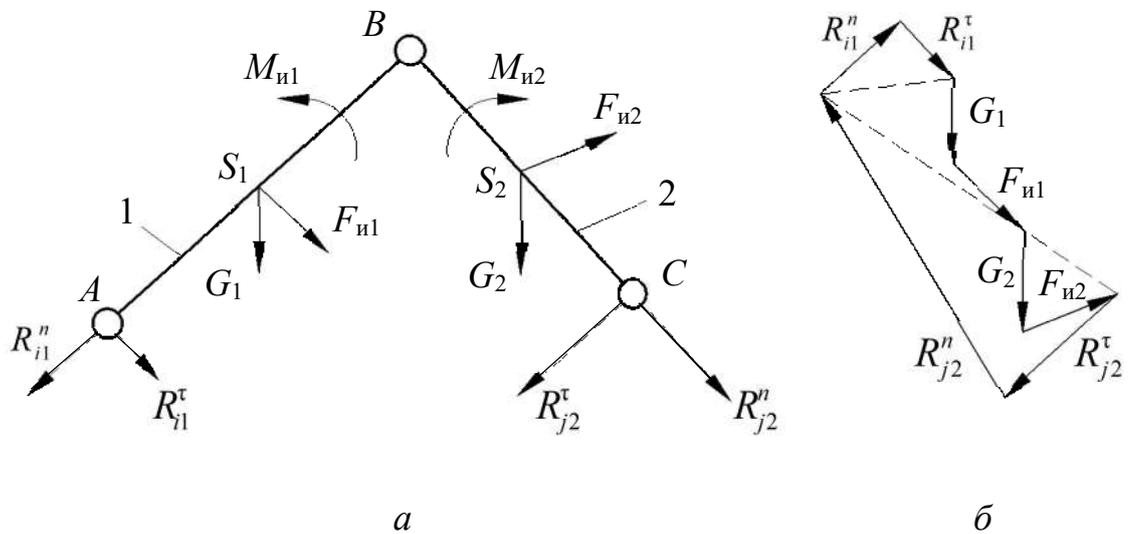


Рис. 33. Двухповодковая группа с вращательными парами:  
*a* – план группы; *б* – план сил

Составляющие  $R_{i1}^n, R_{j2}^n$  определяются из плана сил (рис. 33, *б*), полученного на основе векторного уравнения  $\Sigma \bar{F}_k = 0$ , где  $\bar{F}_k$  – силы, действующие на структурную группу, включая найденные составляющие реакций.

Пример 2. Двухповодковая группа шатун-ползун (рис. 34).

Реакция  $R_{j2}$  определяется из уравнения моментов  $\Sigma M_A = 0$ .

Реакция  $R_{i1}$  определяется непосредственно из плана сил (рис. 34, *б*) на основе векторного уравнения  $\Sigma \bar{F}_k = 0$ . Вычислять для этого составляющую  $R_{i1}^tau$  нет необходимости.

Пример 3. Двухповодковая группа кулиса-камень (рис. 35) при  $G_2 \approx 0$ .

Реакция  $R_{j2}$  определяется из уравнения моментов  $\Sigma M_A = 0$ .

Реакция  $R_{i1}$  определяется непосредственно из плана сил (рис. 34, *б*) на основе векторного уравнения  $\Sigma \bar{F}_k = 0$  по аналогии с примером 2.

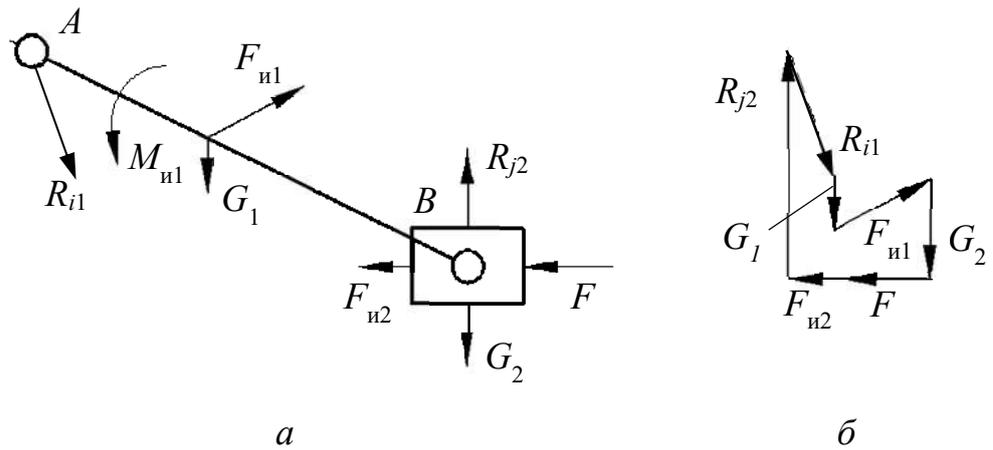


Рис. 34. Двухповодковая группа шатун-ползун:  
*a* – план группы; *б* – план сил

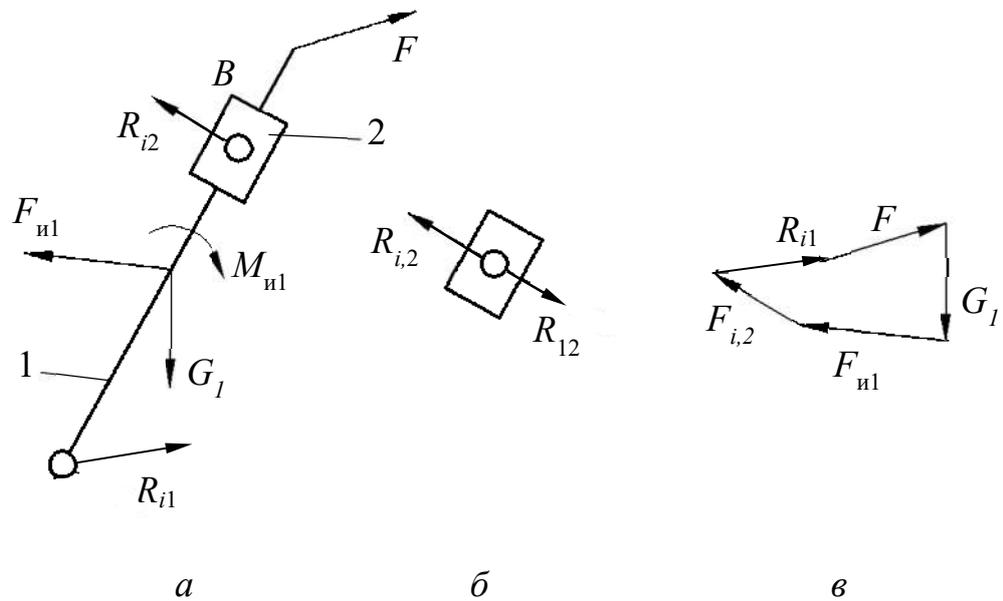


Рис. 35. Двухповодковая группа кулиса-камень:  
*a* – план группы; *б* – силы на звене *B*; *в* – план сил

Особенность расчета данной группы Ассура состоит в возможности некоторого упрощения вычислений в случае, когда весом камня 2 можно пренебречь. Тогда реакция  $R_{12}$  равна по модулю и противоположна реакции  $R_{j2}$  (рис. 35, *б*).

4. Входное звено – кривошип (рис. 36).

Уравновешивающий момент  $M_y$  определяется из уравнения моментов  $\Sigma M_O = 0$ .

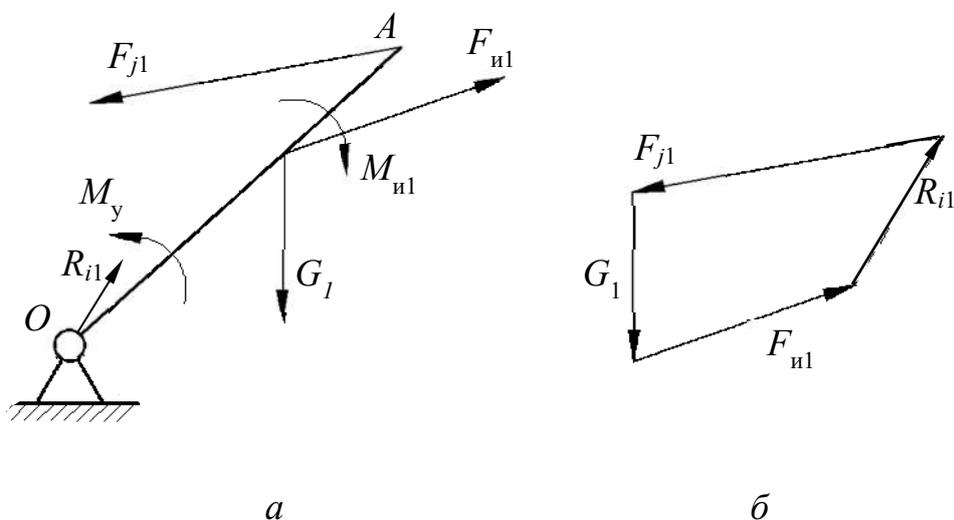


Рис. 36. Входное звено – кривошип:  
*a* – план звена; *б* – план сил

Реакция  $R_{и1}$  определяется непосредственно из плана сил (рис. 36, б) на основе векторного уравнения  $\Sigma \vec{F}_k = 0$  по аналогии с примером 2.

## **6. СИНТЕЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ**

### **6.1. Постановка задачи, виды и способы синтеза**

Задачи синтеза рычажных механизмов в общем случае являются сложными задачами оптимального проектирования, включающими этапы структурного, кинематического и динамического расчёта. Поэтому для упрощения решения рассматриваются частные задачи, в которых учитываются лишь некоторые (основные) условия проектирования.

В зависимости от исходных данных различают следующие виды синтеза:

- геометрический, когда заданы отдельные положения звеньев или траектории отдельных точек;
- кинематический, когда заданы некоторые скорости, ускорения или их соотношения;
- динамический, когда заданы действующие силы или наложены некоторые ограничения на динамические параметры.

К способам синтеза относятся:

- а) опытный, когда экспериментальным путём подбираются размеры звеньев для реализации заданной траектории;
- б) графический;
- в) аналитический.

Возможны различные комбинации видов и способов синтеза, перечисленных выше.

### **6.2. Решение задач оптимального синтеза стержневых механизмов**

При постановке задачи оптимального синтеза следует различать входные и выходные параметры.

*Входные* – это изначально заданные параметры (размеры звеньев, скорости, ускорения или их соотношения).

*Выходные* – это параметры, определяемые в результате решения задачи.

При синтезе необходимо учитывать ряд требований кинематического, конструктивного, технологического характера и т. д., среди которых одно, как правило, является главным, а остальные – второстепенными (дополнительными).

Если главное требование записать математически в виде функции  $Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , где  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – выходные параметры, то такая функция называется *функцией цели* (целевой), при этом дополнительные условия, выраженные в виде  $a_i \leq g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_i$ , называются ограничениями.

Задачей оптимального синтеза является обеспечение экстремального значения  $Z$  при соблюдении всех ограничений.

Например, выразив вес механизма в виде функции  $Z$  его параметров (длин звеньев), можно решать задачу минимизации  $Z$  при соблюдении условий его существования. К таким условиям относятся условия проворачивания кривошипа в шарнирном четырёхзвеннике, условие соблюдения заданного угла давления и ряд других.

При малом числе выходных параметров решение задачи оптимизации может быть получено в аналитической форме. В противном случае используются численные методы направленного, случайного или комбинированного поиска оптимальных решений.

### **6.3. Условия проворачиваемости кривошипа в шарнирном четырёхзвеннике**

При проектировании (синтезе) механизма с ведущим звеном – кривошипом одним из учитываемых условий является проворачиваемость кривошипа. Данное условие иначе называется условием существования кривошипа.

Выполнение условия существования кривошипа обеспечивается определённым соотношением длин звеньев. Например, для того чтобы звено  $AB$  четырёхзвенника (рис. 37) могло стать кривошипом, оно должно последовательно пройти через два крайних положения.

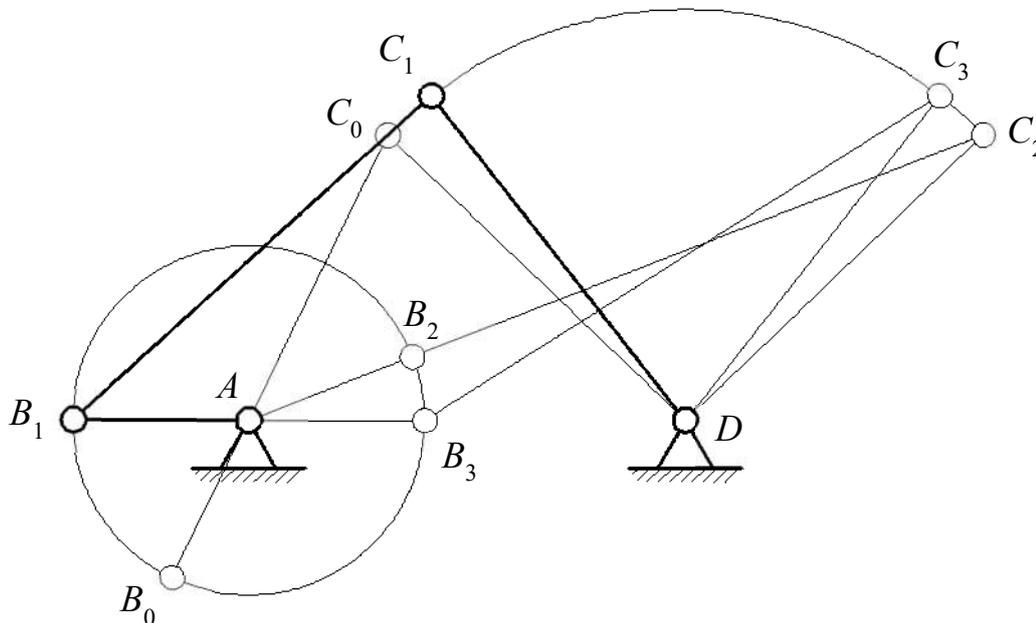


Рис. 37. Выполнение условия существования кривошипа

Используя три положения механизма, получим следующие условия для положений 1, 2, 3, предварительно обозначив длины звеньев  $l_{AB} = a$ ;  $l_{BC} = b$ ;  $l_{CD} = c$ ;  $l_{AD} = d$ :

- а)  $a + d < b + c$  – положение 1;
- б)  $a + b < d + c$  – положение 2;
- в)  $c < b + d - a$  или  $a + c < b + d$  – положение 3;

то есть сумма длин кривошипа и любого другого звена меньше суммы остальных звеньев.

Сложим попарно полученные неравенства и получим:  $a < c$ ;  $a < d$ ;  $a < b$ , то есть кривошип является самым коротким звеном.

А если данные условия не выполняются, то механизм будет либо двухкривошипным, либо двухкоромысловым. Эти условия используются при геометрическом синтезе.

#### 6.4. Учёт углов давления в стержневых механизмах

Углы давления во многом определяют условия работы механизма. Угол давления (например, угол  $\alpha$  на рис. 38) измеряется между вектором силы и вектором скорости в точке её приложения и влияет на трение и износ в кинематических парах.

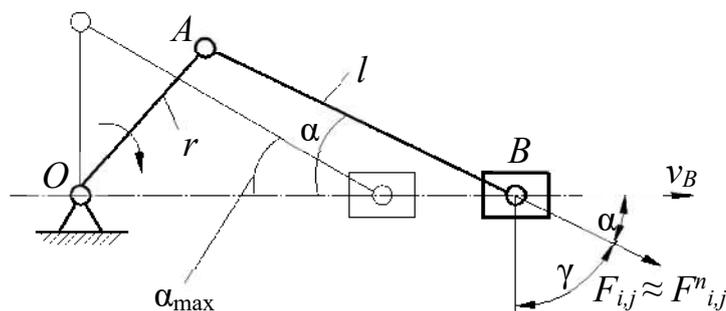


Рис. 38. Углы давления в стержневом механизме

Поэтому максимальные значения углов давления при синтезе механизмов ограничивают допустимыми значениями  $[\alpha]$  для исключения возможности заклинивания и предотвращения снижения КПД. Для упрощения расчётов, связанных с определением углов давления, обычно пренебрегают тангенциальными составляющими реакций, что позволяет находить наихудшие положения с точки зрения риска заклинивания и назначать длины звеньев  $l_{min}$ , обеспечивающие приемлемые условия работы при заданном  $[\alpha]$ , т. е. при выполнении условия  $\alpha_{max} \leq [\alpha]$ .

Углы  $\gamma = 90^\circ - \alpha$  называются углами передачи и ограничиваются при проектировании величиной  $\gamma_{min}$ .

#### 6.5. Синтез четырёхзвенника по трём заданным положениям шатуна

Так как точки  $B$  и  $C$  шарнирного четырёхзвенника описывают дуги окружностей (рис. 39), то, проведя перпендикуляры через середины хорд, соединяющих концы шатуна в трёх положениях, получим центры вращения звеньев  $AB$  и  $CD$  (точки  $A$  и  $D$ ). Вид синтеза – геометрический; способ синтеза – графический.

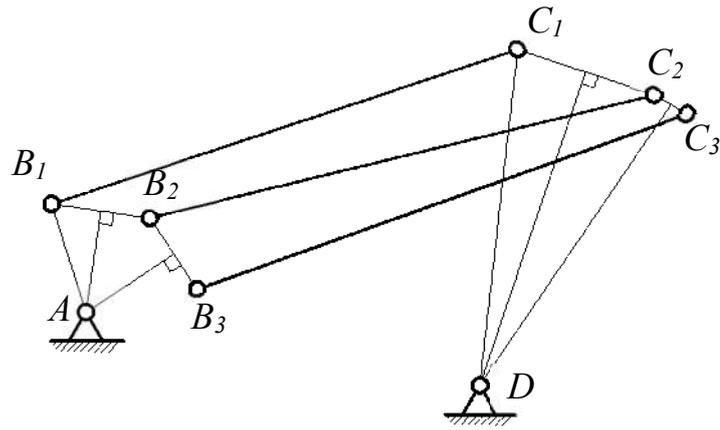


Рис. 39. Синтез четырёхзвенника

### 6.6. Синтез кривошипно-кулисного механизма по заданному коэффициенту изменения скорости хода

Схема кривошипно-кулисного механизма показана на рис. 40.

Одной из кинематических характеристик стержневого механизма может служить коэффициент изменения скорости хода  $k_v$ , представляющий собой отношение средней скорости холостого хода  $v_{x.x}$  к средней скорости рабочего хода  $v_{p.x}$ .

При равномерном движении кривошипа коэффициент  $k_v$  равен

$$k_v = \frac{v_{x.x}}{v_{p.x}} = \frac{s}{t_{x.x}} \cdot \frac{t_{p.x}}{s} = \frac{180^\circ + \theta}{\omega} \cdot \frac{\omega}{180^\circ - \theta} = \frac{180^\circ + \theta}{180^\circ - \theta}, \quad (6.1)$$

где  $s$  – ход ползуна;  $t_{p.x}$  и  $t_{x.x}$  – время рабочего и холостого хода;  $\omega$  – угловая скорость кривошипа;  $\theta$  – угол размаха кулисы.

При заданном  $V$   $k$  можно определить  $\square$  или наоборот. Используя дополнительные конструктивные соображения, можно определить размеры всех звеньев механизма.

Вид синтеза – кинематический; способ – графоаналитический.

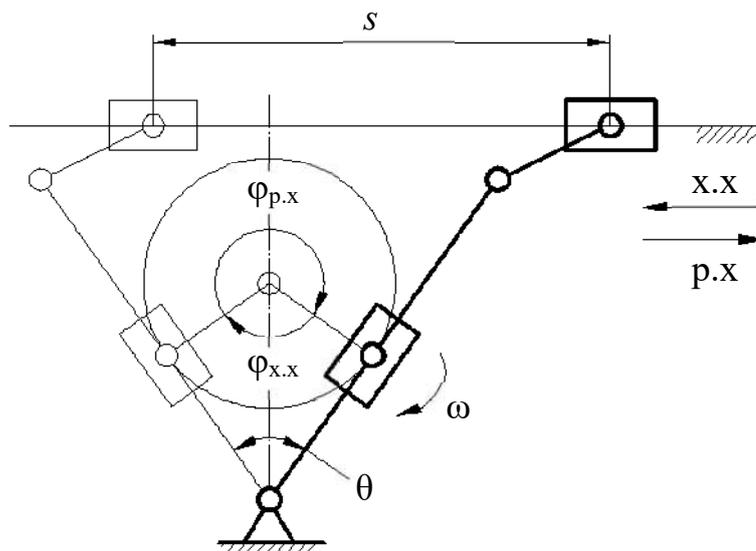


Рис. 40. Синтез кривошипно-кулисного механизма

### 6.7. Синтез кривошипно-ползунного механизма по некоторым заданным размерам

Кривошипно-ползунный механизм характеризуется пятью параметрами:  $a$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $r = l_{OA}$ ,  $l = l_{AB}$  (рис. 41), при этом можно записать два аналитических выражения, связывающие эти параметры:

$$\begin{aligned} \sin \varphi_1 &= \frac{a}{l+r}; \\ \sin \varphi_2 &= \frac{a}{l-r}. \end{aligned} \quad (6.2)$$

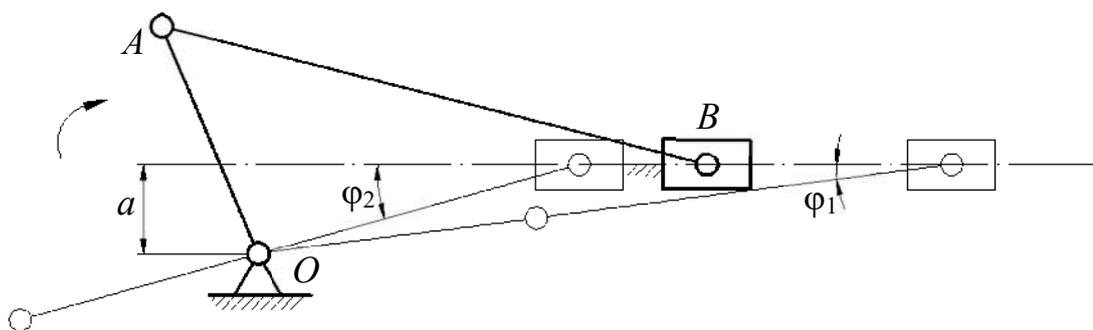


Рис. 41. Синтез кривошипно-ползунного механизма

Таким образом, задавая три параметра из пяти, можно определить два оставшихся из указанных выражений. Например, задав величины:  $a$ ,  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , можно определить  $r$  и  $l$ .

Вид синтеза – геометрический; способ – аналитический.

### 6.8. Понятие о синтезе механизма по заданному закону движения выходного звена

Пусть задан закон движения ведомого звена (угла поворота коромысла обозначен  $\psi$ ) в зависимости от угла поворота кривошипа  $\varphi$ , например, в четырёхшарнирном механизме (рис. 42).

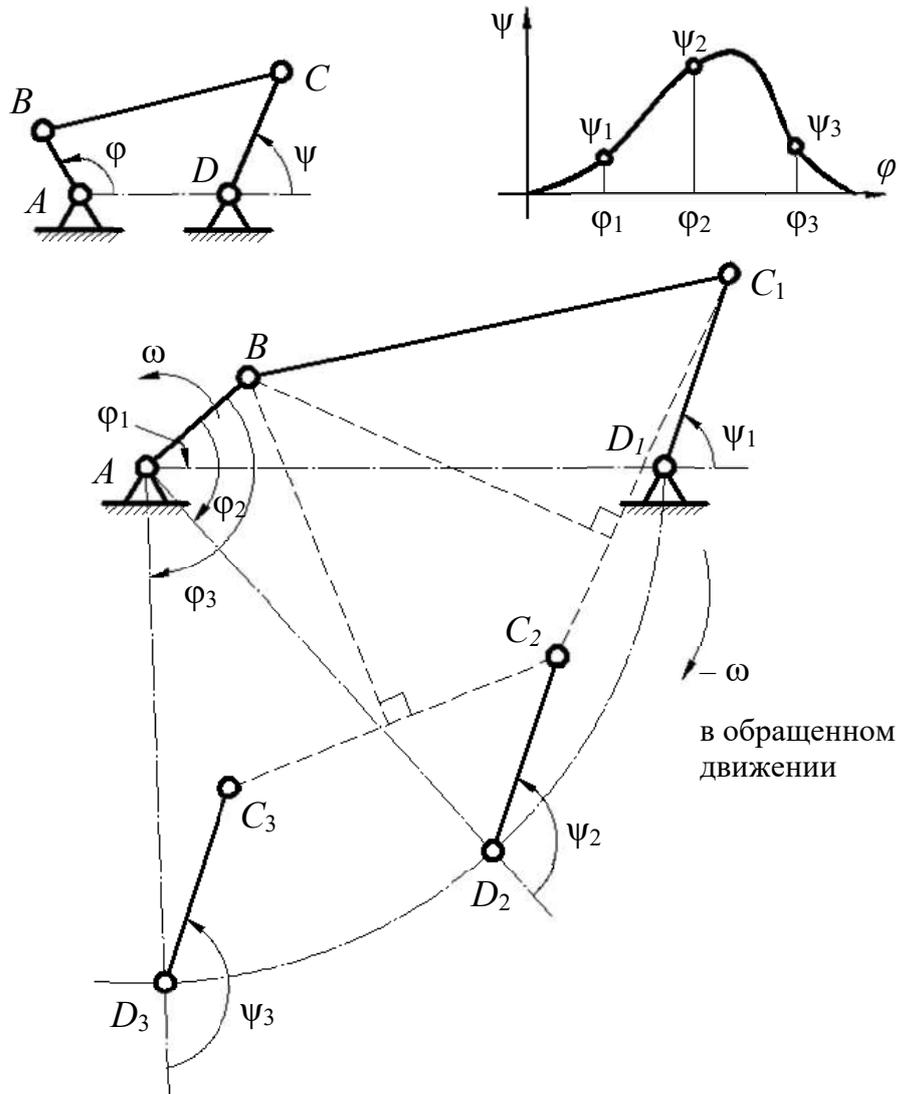


Рис. 42. Синтез механизма по заданному закону движения выходного звена

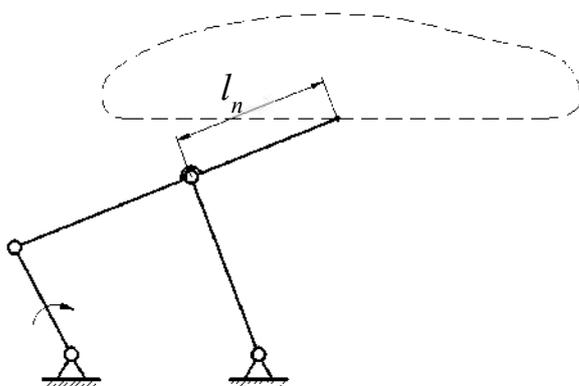
Приближенный синтез включает разбивку всего интервала по оси графика  $\psi(\varphi)$  по оси абсцисс  $\varphi$  на участки, соответствующие трём произвольным значениям  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ . Используется метод обращения движения, когда механизму условно задаётся движение, обратное кривошипу. Если заданы длина коромысла и межцентровое расстояние, то по трём положениям в обращённом движении можно найти размеры шатуна и кривошипа согласно рис. 42, где точку  $B$  находят как центр вращения точки  $C$  в обращённом движении.

Существует постановка задачи, когда отыскивается оптимальный закон движения с точки зрения различных параметров: скорости, ускорения, работы динамических сил и т. д.

### 6.9. Понятие о синтезе механизма по заданной траектории

Часто требуется спроектировать механизм с заданной траекторией движения ведомого звена. Например, четырёхшарнирный механизм стрелы портального крана позволяет перемещать груз горизонтально при вращении стрелы в вертикальной плоскости (рис. 43).

Синтез таких механизмов осуществляется графическими и аналитическими методами с использованием теории функций с наибольшим приближением к заданной траектории. В этой области имеются работы



Чебышева, который первым предложил решение задачи для лямбдообразного прямолинейного отрезка Чебышева, положенного в основу конструкции стрелы портального крана.

Искомыми параметрами являются длины звеньев, включая и  $l_n$ .

Рис. 43. Синтез механизма по заданной траектории

## 6.10. Общий порядок проектирования рычажного механизма

Процесс проектирования рычажного механизма включает следующие основные этапы:

1) производится синтез кинематической схемы (определяются длины звеньев по заданным условиям;

2) принимается упрощённый закон движения входного звена, определяются скорости и ускорения звеньев, производится приближённый силовой расчёт (определяются реакции в кинематических парах);

3) по найденным усилиям подбираются сечения звеньев и определяются их массы;

4) производится приведение сил и масс, подбор маховика и определение истинного закона движения звена приведения;

5) при найденном законе движения звена приведения находятся уточнённые значения скоростей и ускорений, определяются более точные величины реакций и производится проверка прочности и жёсткости звеньев. Размеры сечений и массы звеньев последовательно уточняются.

Иногда используют более простую последовательность, в которой расчёт ведётся при заданных длинах и массах звеньев, а также при упрощённом законе движения входного звена.

## 7. КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ

### 7.1. Классификация кулачковых механизмов

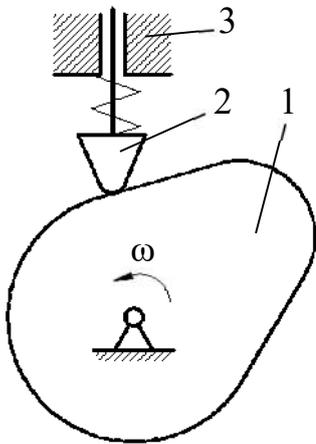


Рис. 44. Кулачковый механизм

Кулачковые механизмы содержат хотя бы одну высшую кинематическую пару и состоят из кулачка 1, толкателя 2 и стойки 3 (рис. 44).

Степень подвижности такого механизма равна:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1. \quad (7.1)$$

Основными достоинствами кулачковых механизмов является возможность получения заранее заданного закона движения толкателя с

помощью кулачка. К недостаткам следует отнести большое удельное давление в точке контакта кулачка с толкателем, а также сложность изготовления профиля кулачка.

Постоянный контакт толкателя с кулачком обеспечивается с помощью кинематического (рис. 45, а) или силового замыкания (рис. 45, б).

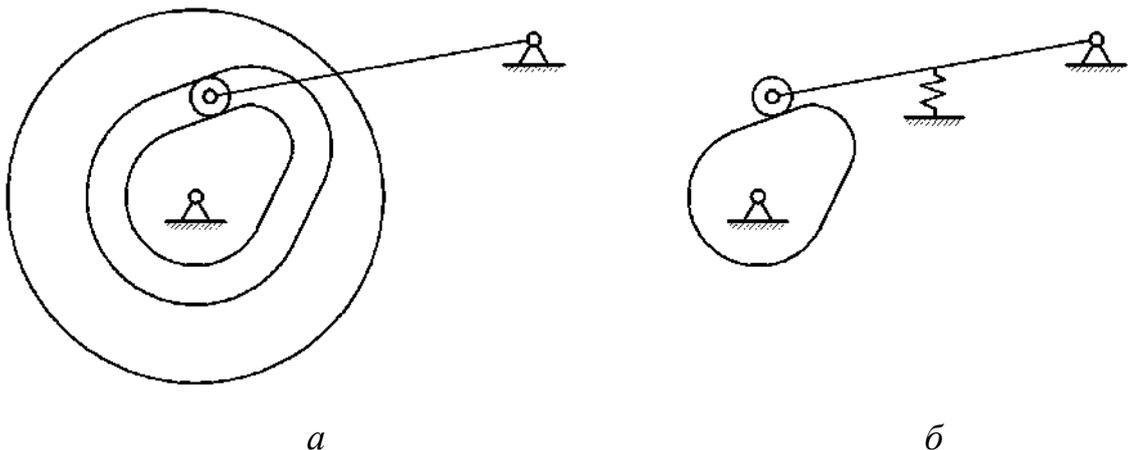


Рис. 45. Классификация кулачковых механизмов по типу контакта толкателя с кулачком: а – с кинематическим замыканием; б – с силовым замыканием

В зависимости от характера движения кулачка и толкателя возможно преобразование вращательного или поступательного движения кулачка во вращательное или поступательное движение толкателя (рис. 46). На рис. 46, *а* показан механизм с преобразованием поступательного движения в поступательное (плоский с тарельчатым толкателем); на рис. 46, *б* – с преобразованием вращательного движения в поступательное (плоский внеосный с плоским толкателем); на рис. 46, *в* – с преобразованием вращательного движения в поступательное (пространственный с роликовым толкателем).

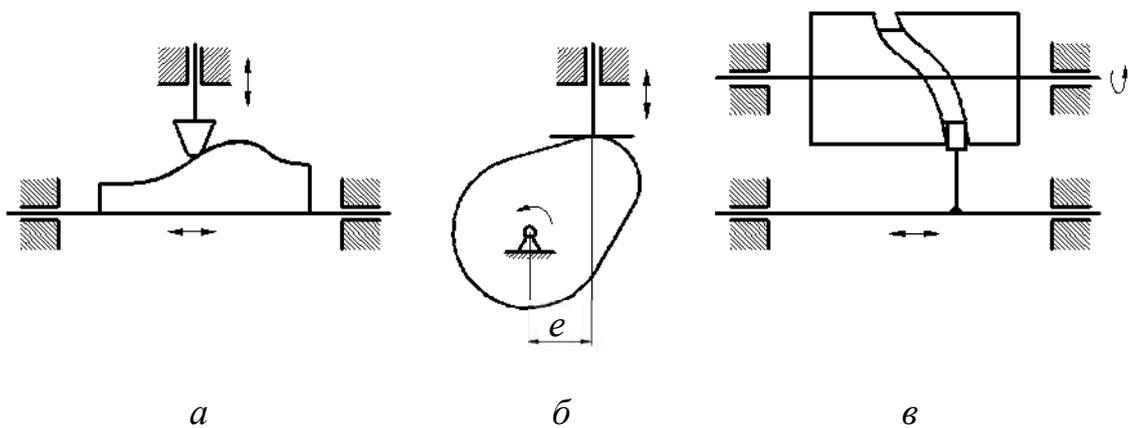


Рис. 46. Классификация кулачковых механизмов

Кулачковые механизмы могут быть плоскими (рис. 46, *а*, *б*) и пространственными (рис. 46, *в*), осевыми ( $e = 0$ ) и внеосными ( $e \neq 0$ ), с плоским, тарельчатым или роликовым толкателем. Назначение ролика – уменьшение трения и износа в контакте толкателя с кулачком.

Кулачковые механизмы, как правило, используются в машинах автоматического или полуавтоматического действия и обеспечивают функции «жёсткого» управления выполняемого процесса.

## 7.2. Кинематический анализ кулачковых механизмов

Основной задачей кинематического анализа является определение перемещений, скоростей и ускорений толкателя при заданных схеме механизма и профиле кулачка. Решение этой задачи может быть осуществлено аналитическими и графическими методами, первый из которых более точен, но сложен, а второй – менее точен, но более прост.

Рассмотрим графический метод на примере осевого механизма с роликовым толкателем. Анализ начинается с построения планов механизма. При этом используется метод обращения движения, когда всему механизму условно задают вращение с угловой скоростью  $(-\omega)$ , обратной скорости

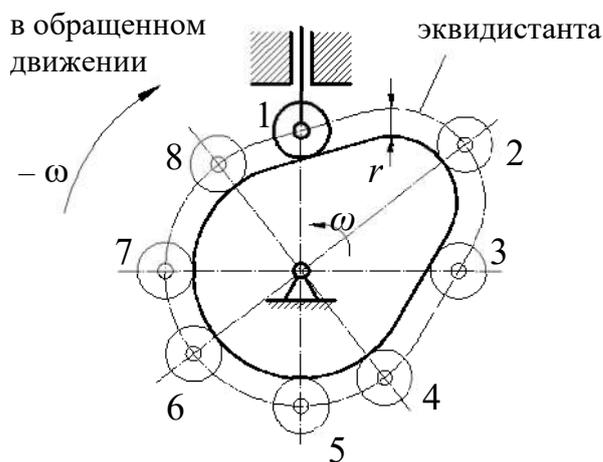


Рис. 47. Профилирование кулачка

кулачка (рис. 47). Тогда толкатель в обращённом движении будет двигаться вокруг неподвижного кулачка, а центр ролика опишет кривую, отстоящую от профиля кулачка на расстоянии радиуса  $r$  ролика и называемую *эквилистантой*. Построение профиля кулачка называется *профилированием*.

Путь  $s$  любой точки толкателя при повороте кулачка на угол  $\varphi$  будет равен разности радиусов-векторов, соединяющих центр кулачка и соответствующие положения центра ролика.

На основе планов механизма можно построить диаграмму перемещений толкателя в координатах  $(s; \varphi)$  или  $(s; t)$ , после чего определяются скорости  $v$

(рис. 48) (аналоги скорости  $\frac{ds}{d\varphi}$ ) и ускорения  $a$  (аналоги ускорения  $\frac{d^2s}{d\varphi^2}$ )

путём графического дифференцирования графиков  $s(\varphi), s(t), v(t), \frac{ds}{d\varphi}(\varphi)$ .

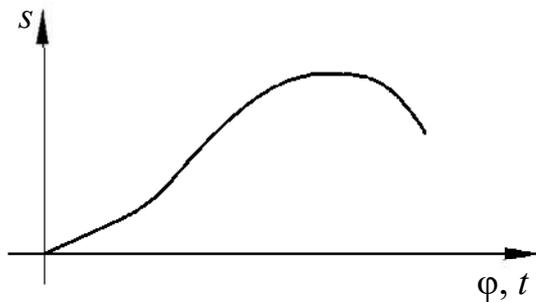


Рис. 48. Диаграмма перемещений толкателя

Движение толкателя имеет реверсивный характер за весь кинематический цикл, при этом наблюдаются четыре фазы движения толкателя (см. рис. 54), соответствующие четырём фазовым углам поворота кулачка:  $\varphi_y$  – угол удаления (подъёма) толкателя;  $\varphi_d$  –

угол дальнего выстоя;  $\varphi_v$  – угол возврата (опускания);  $\varphi_b$  – угол ближнего выстоя.

С целью непосредственного определения скоростей и ускорений толкателя осуществляют условную замену высшей пары на низшую. Замена осуществляется так, что движение заменяемого механизма в момент замены соответствует движению заменяющего.

В общем случае мгновенный заменяющий механизм представляет шарнирный четырёхзвенник с подвижными шарнирами  $A$  и  $B$ , расположенными в центрах кривизны, контактирующих в точке  $P$  профилей (рис. 49).

В частных случаях возможны различные варианты замены (рис. 50), при этом можно производить кинематический анализ кулачкового механизма как обычного стержневого.

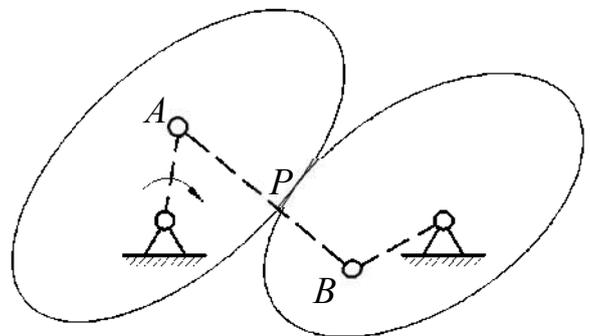


Рис. 49. Мгновенный заменяющий механизм

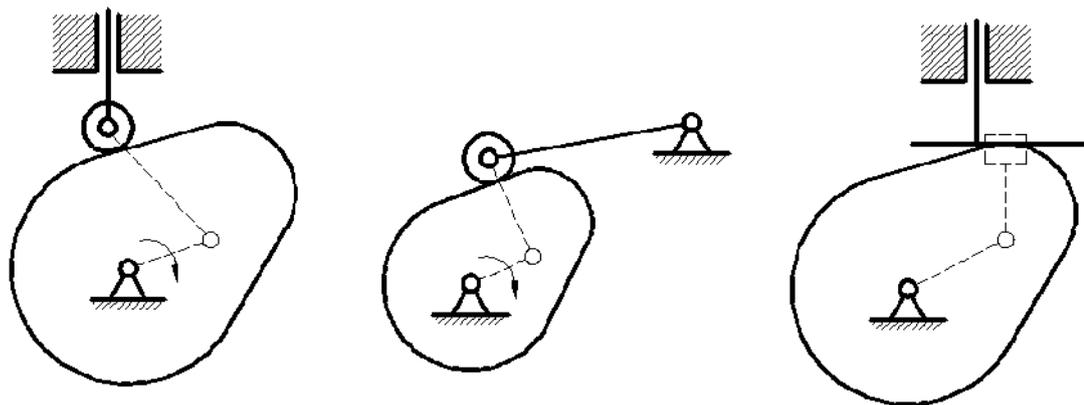


Рис. 50. Различные варианты замены кулачкового механизма

### 7.3. Некоторые вопросы динамического анализа кулачковых механизмов

Условия нормальной работы звеньев кулачкового механизма в существенной степени зависят от угла давления  $\alpha$  между направлением усилия  $F$ , действующего на толкатель со стороны кулачка, и направлением скорости толкателя (рис. 51, *a*).

Угол давления – переменная величина, с увеличением которой возрастает опасность заклинивания механизма, т. к. увеличивается составляющая  $F_x$ , вызывающая трение в кинематических парах.

Обычно величину  $\alpha_{\max}$  ограничивают подбором размеров кулачка при условии, что

$$\alpha_{\max} \leq \begin{cases} 30^\circ & \text{– для механизмов с поступательным движением толкателя;} \\ 45^\circ & \text{– для механизмов с коромысловым толкателем.} \end{cases}$$

Рассмотрим задачу определения текущего угла  $\alpha$  для любого положения механизма (рис. 51).

Построим заменяющий кривошипно-ползунный механизм  $OAB$ , где точка  $A$  совпадает с центром кривизны кулачка в точке его контакта с роликом (рис. 51, *a*).

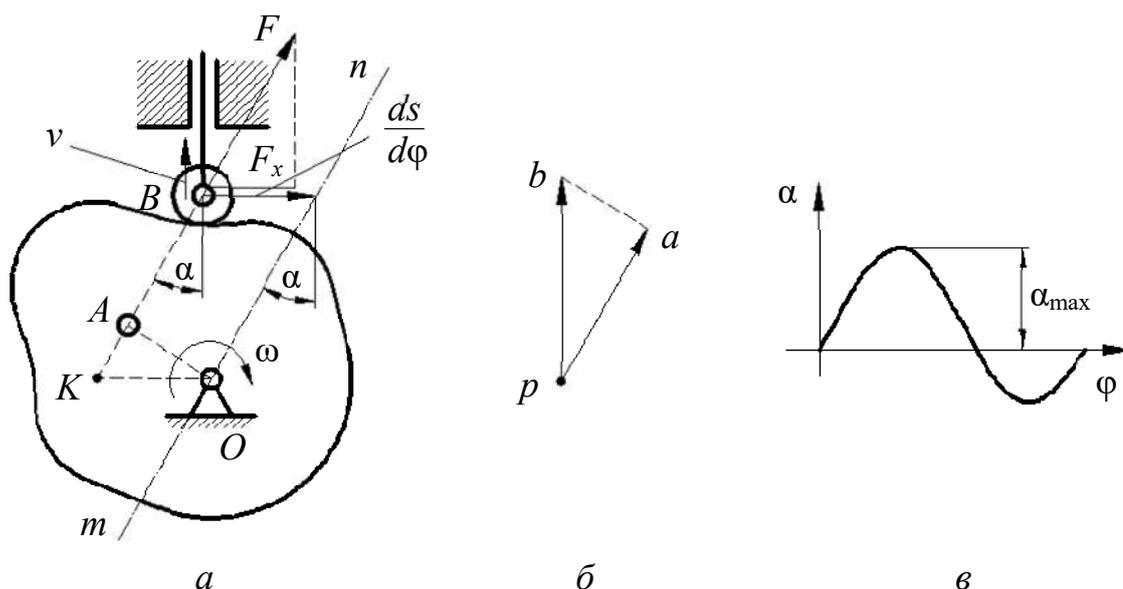


Рис. 51. Динамический анализ кулачковых механизмов:  
*a* – план положений; *б* – план скоростей заменяющего механизма; *в* – диаграмма изменения угла  $\alpha$

На рис. 51, *б* приведён план скоростей заменяющего механизма, где  $\triangle pab \sim \triangle OAK$  (треугольники с взаимно перпендикулярными сторонами), поэтому

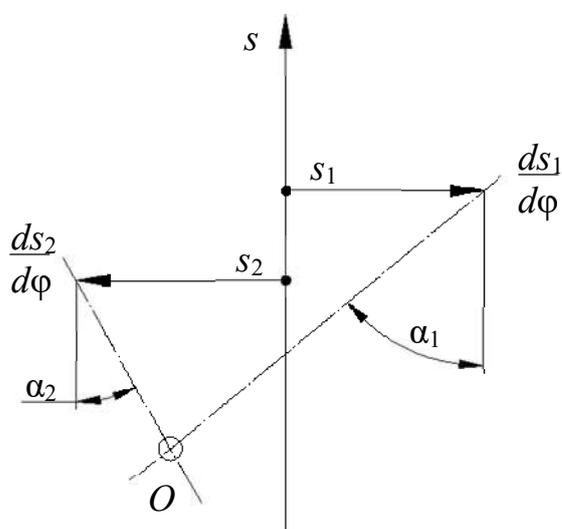
$$\frac{l_{OK}}{l_{OA}} = \frac{pb}{pa} = \frac{v_B}{v_A} = \frac{ds}{dt \omega l_{OA}} = \frac{ds}{dt} \cdot \frac{dt}{d\phi l_{OA}}, \quad (7.2)$$

откуда

$$l_{OK} = \frac{ds}{d\phi}. \quad (7.3)$$

Таким образом, отложив вектор  $\frac{ds}{d\phi}$  от точки *B* в направлении вектора скорости *v* толкателя, повернутого на  $90^\circ$  в сторону вращения кулачка, и проведя линию *tn* через точку *O* и конец вектора  $\frac{ds}{d\phi}$ , получим угол  $\alpha$ .

Можно решить обратную задачу, находя положение центра  $O$  вращения кулачка при заданных значениях  $\alpha$  и  $\frac{ds_1}{d\varphi}$ ,  $\frac{ds_2}{d\varphi}$  для двух положений толкателя



(рис. 52).

Из рис. 52 видно, что чем больших значений достигают углы давления  $\alpha$ , тем меньшие габариты имеет механизм, но риск заклинивания при этом увеличивается.

Рис. 52. Решение обратной задачи (нахождение положения центра вращения)

## 7.4. Синтез кулачковых механизмов

### 7.4.1. Выбор закона движения толкателя

При проектировании кулачковых механизмов используются различные методы синтеза.

Если известен минимальный радиус ( $r_{\min}$ ) кулачка и закон его движения, то построение профиля – задача кинематического синтеза. Если  $r_{\min}$  должен определяться с условием отсутствия заклинивания, то построение профиля – задача динамического синтеза.

Вопрос о выборе закона движения толкателя отпадает в случае, если он полностью определяется той операцией, которую толкатель осуществляет, т. е. является исходно заданным. Однако во многих случаях заданы лишь частичные перемещения, скорости или ускорения толкателя и необходимо подобрать какой-либо закон движения на недостающих участках.

Например, может быть задано максимальное и минимальное перемещение толкателя по двум участкам  $t_2$  и  $t_4$  (рис. 53) в виде графика  $s(t)$ , показанного основной линией. На остальных участках  $t_1$  и  $t_3$  закон движения следует выбрать.

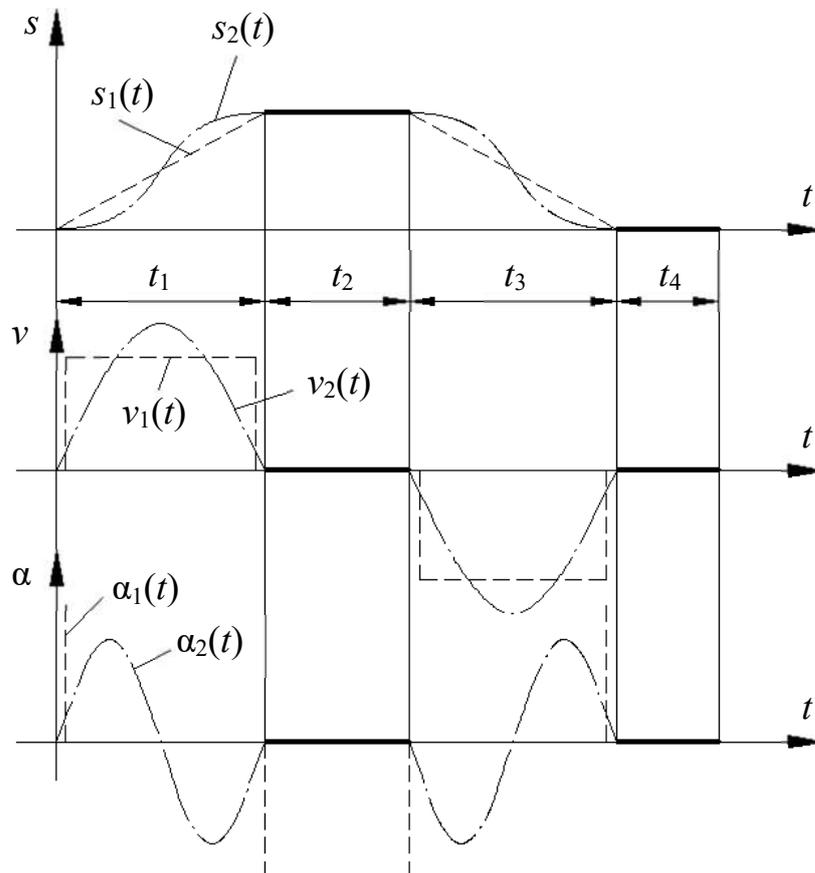


Рис. 53. Выбор закона движения толкателя

Из всех возможных законов движения необходимо выбирать оптимальный с точки зрения условий работы механизма. Одним из таких законов является синусоидальный закон  $s_2(t)$ , обеспечивающий плавную безударную работу механизма без резких изменений скорости и без больших значений ускорений, как, например, при выборе закона  $s_1(t)$ , где ускорения, а следовательно, силы инерции достигают больших величин, способных вызвать износ и поломку.

#### 7.4.2. Профилирование кулачка

Рассмотрим графический метод получения профиля кулачка как задачу кинематического синтеза. В этом случае заданы схема кулачкового механизма, закон движения толкателя и  $r_{\min}$  кулачка. Профилирование осуществляется на основе закона движения толкателя. В качестве примера рассмотрим профилирование кулачка в осевом механизме с поступательно движущимся толкателем.

Схема механизма, диаграмма движения толкателя и  $r_{\min}$  кулачка даны (рис. 54).

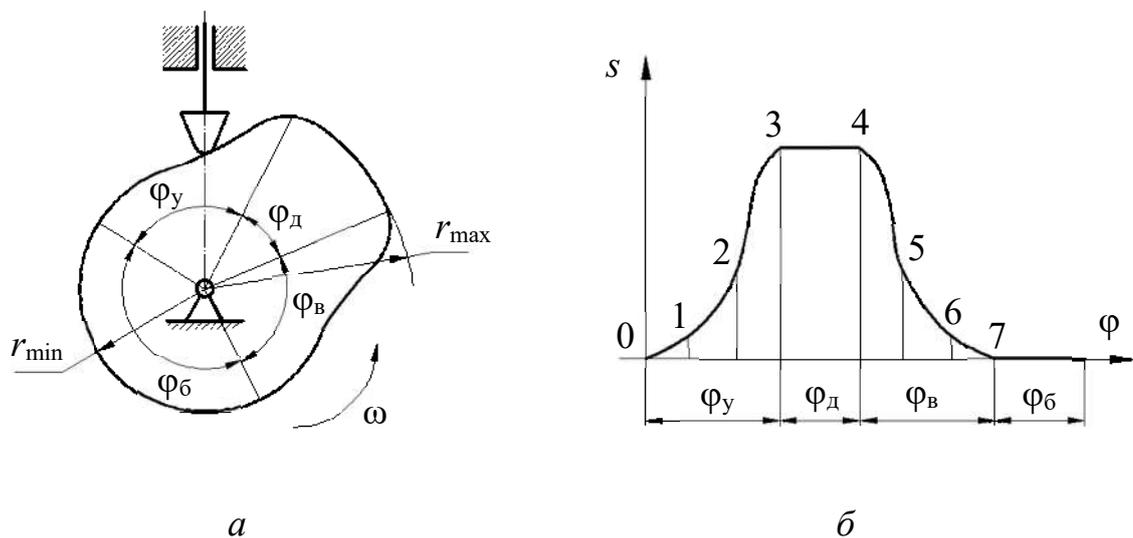


Рис. 54. Профилирование кулачка:  
*a* – схема механизма; *б* – диаграмма движения толкателя

В начале размечаются основные размеры механизма в масштабе  $\mu_l$ , а также фазовые углы, причём углы  $\varphi_y$  и  $\varphi_v$  делятся на ряд равных частей в соответствии с диаграммой (рис. 54, *б*). Строятся начальное, а затем ряд последующих положений толкателя в обратном движении (рис. 55, *а*), и полученные точки соединяются плавной кривой.

В случае построения профиля кулачка для механизма с роликовым толкателем сначала строится эквидистанта (центральной профиль) как и в

предыдущем случае, а затем и сам рабочий профиль кулачка, отстоящий от эквидистанты на величину радиуса ролика  $r_{\text{рол}}$  (рис. 55, б).

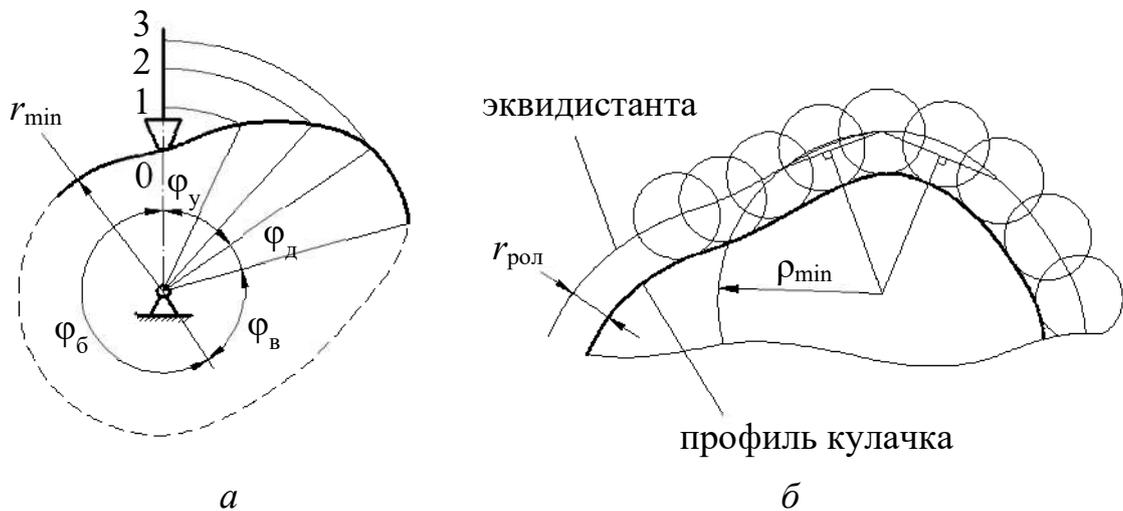


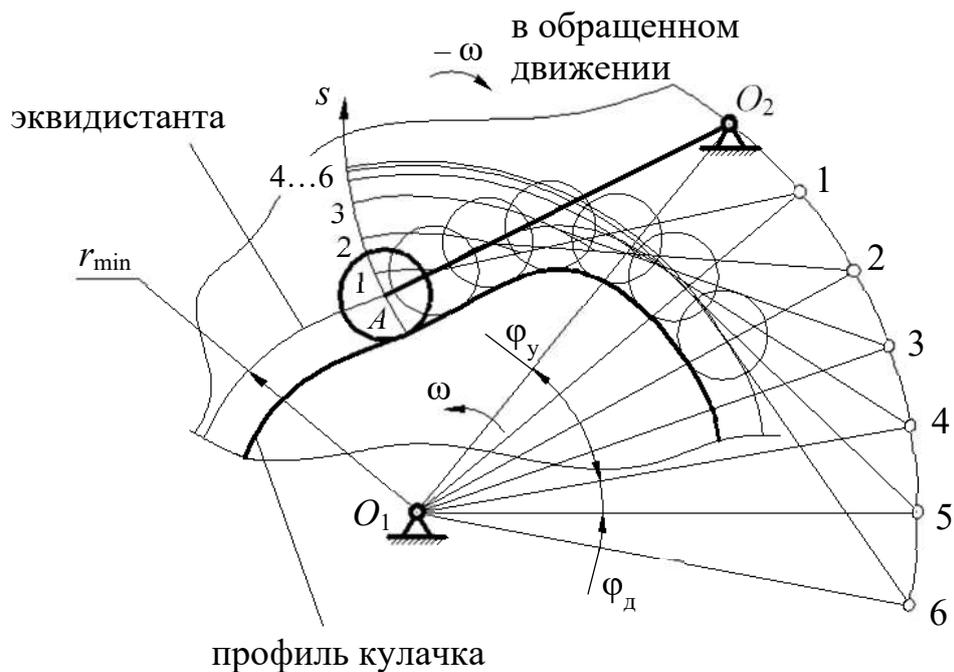
Рис. 55. Построение профиля кулачка:  
 а – ряд положений толкателя в обратном движении; б – построение профиля кулачка для механизма с роликовым толкателем

Величина  $r_{\text{рол}}$  выбирается из соотношения:

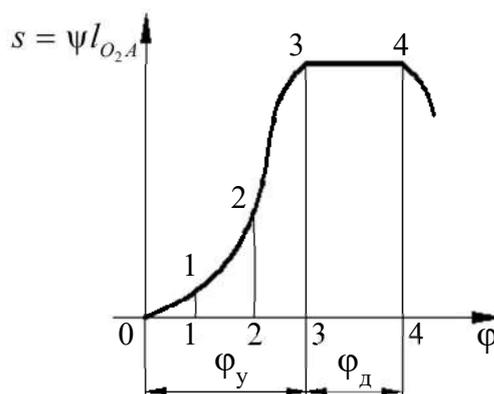
$$r_{\text{рол}} \leq \min \begin{cases} 0,4r_{\text{min}}; \\ 0,8\rho_{\text{min}} \end{cases} \quad (7.4)$$

где  $\rho_{\text{min}}$  – минимальный радиус центрального профиля кулачка, который можно определить графически по трём точкам в месте наибольшей кривизны эквидистанты (рис. 55, б).

Профилирование кулачка механизма с коромысловым толкателем состоит из аналогичных операций, т. е. после разметки межцентровых расстояний строится ряд положений коромысла в обратном движении (рис. 56, а) в соответствии с заданной диаграммой  $s(\varphi)$ , часть которой показана на рис. 56, б.



*a*



*б*

Рис. 56. Профилирование кулачка механизма с коромысловым толкателем: *a* – ряд положений коромысла в обратном движении; *б* – диаграмма движения коромысла

### 7.4.3. Динамический синтез кулачкового механизма

Задача динамического синтеза заключается в нахождении центра вращения кулачка при условии минимизации размеров механизма, когда заданы закон движения толкателя и предельно допустимый угол давления  $\alpha_{\text{доп}}$ . В конечном итоге задача состоит в определении  $r_{\text{min}}$  кулачка, после чего может быть выполнен кинематический синтез (профилирование).

Рассмотрим пример определения  $r_{\min}$  кулачка для механизма с поступательно движущимся толкателем, когда заданы диаграммы перемещений  $s(\varphi)$  и аналогов скоростей  $\frac{ds}{d\varphi}(\varphi)$ , которые должны быть вычерчены в едином масштабе  $\mu_s = \mu_{\frac{ds}{d\varphi}} = \dots$

Путём исключения параметра  $\varphi$  вычерчивается совмещённая диаграмма  $s\left(\frac{ds}{d\varphi}\right)$ , как показано на рис. 57.

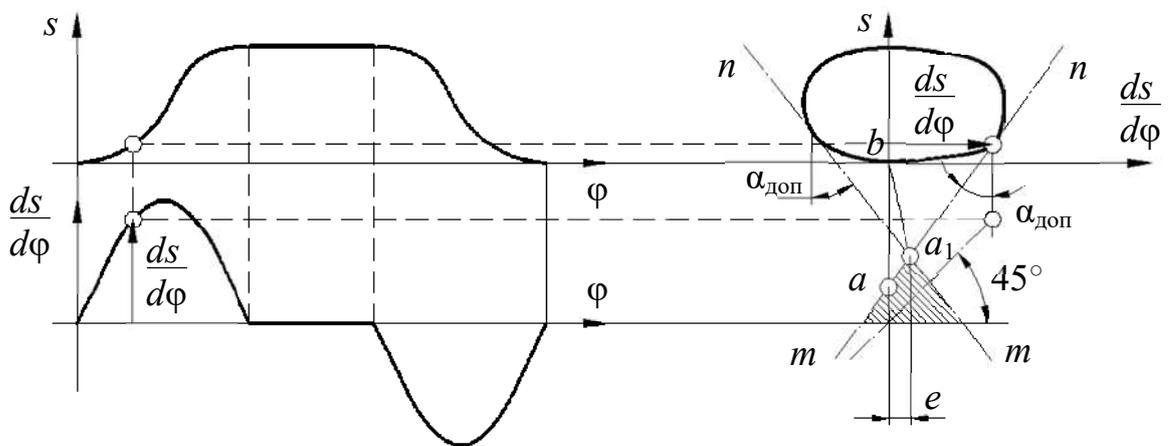


Рис. 57. Совмещённая диаграмма движения

Проведя касательные  $mn$  к диаграмме  $s\left(\frac{ds}{d\varphi}\right)$  под углами  $\varphi_{\text{доп}}$ , как показано на рис. 57, получим точку  $a_1$  на их пересечении. Тогда отрезок  $a_1b$  будет соответствовать в масштабе  $\mu_s$  величине

$$r_{\min} = \mu_s \cdot (a_1b) \quad (7.5)$$

для внеосного механизма со смещением оси толкателя  $e \neq 0$  относительно центра вращения кулачка. Так как центр кулачка можно располагать в любой точке заштрихованной области, то при  $e = 0$  получим

$$r = \mu_s \cdot (ab), \quad (7.6)$$

когда центр кулачка совпадает с осью толкателя.

Таким образом, габариты механизма уменьшаются при  $e \neq 0$ , т. к. центр кулачка приближается к точке  $b$ , а предельный угол давления  $\varphi_{\text{доп}}$  остаётся неизменным.

Обычно при силовом замыкании такие построения делаются только для фазы удаления, т. к. на фазе возврата толкатель является ведущим звеном и заклинивания не происходит.

Для механизма с коромысловым толкателем построение совмещённой диаграммы  $s \left( \frac{ds}{d\varphi} \right)$  производится в пределах заданного максимального угла размаха коромысла  $\psi_{\text{max}}$ . Причём отрезки, равные  $\frac{ds}{d\varphi}$  откладываются в масштабе  $\mu_l$  от траектории точки  $A$  коромысла по его оси в сторону вектора  $\frac{ds}{d\varphi}$ , повернутого на  $90^\circ$  в направлении вращения кулачка (рис. 58).

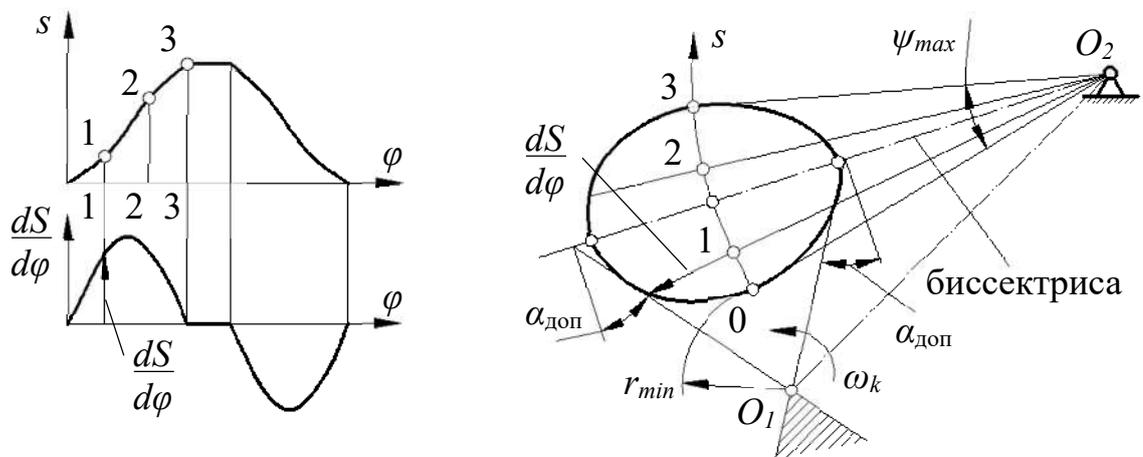


Рис. 58. Построение совмещённой диаграммы движения для механизма с коромысловым толкателем

Точки, полученные для нескольких положений коромысла, соединяют плавной кривой и строят допусковую зону размещения центра вращения кулачка, которую приближённо можно получить, проведя касательные к диаграмме  $s \left( \frac{ds}{d\varphi} \right)$  под углами  $\alpha_{\text{доп}}$ , образованными биссектрисой угла  $\psi_{\text{max}}$  и

перпендикулярами к ней (рис. 58, б). Выбранное положение центра  $O_1$  в допускаемой (заштрихованной) зоне определяет величину  $r_{\min}$  и межцентровое расстояние  $O_1O_2$  между кулачком и коромыслом.

#### 7.4.4. Аналитический способ синтеза кулачковых механизмов

При аналитическом методе синтеза вместо диаграмм в графической форме используются аналитические зависимости  $s(\varphi)$ ,  $\frac{ds}{d\varphi}(\varphi)$  и т. д.

Например, для осевого кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем профиль кулачка может быть представлен аналитической зависимостью вида

$$r = r_{\min} + s(\varphi). \quad (7.7)$$

При заданном  $r_{\min}$  и известной зависимости  $S(\varphi)$  можно получить профиль кулачка с любой заданной степенью точности.

#### 7.4.5. Понятие о проектировании пространственных кулачковых механизмов

Распространённым методом синтеза пространственных механизмов является условная их замена плоским кулачковым механизмом. Тогда задача сводится к синтезу плоского механизма. Например, задача проектирования механизма с поступательно движущимся толкателем и вращающимся кулачком сводится при заданном законе  $s(\varphi)$  к построению развёртки цилиндра, на которой по данным диаграммы строится теоретический и действительный профиль кулачка (рис. 59).

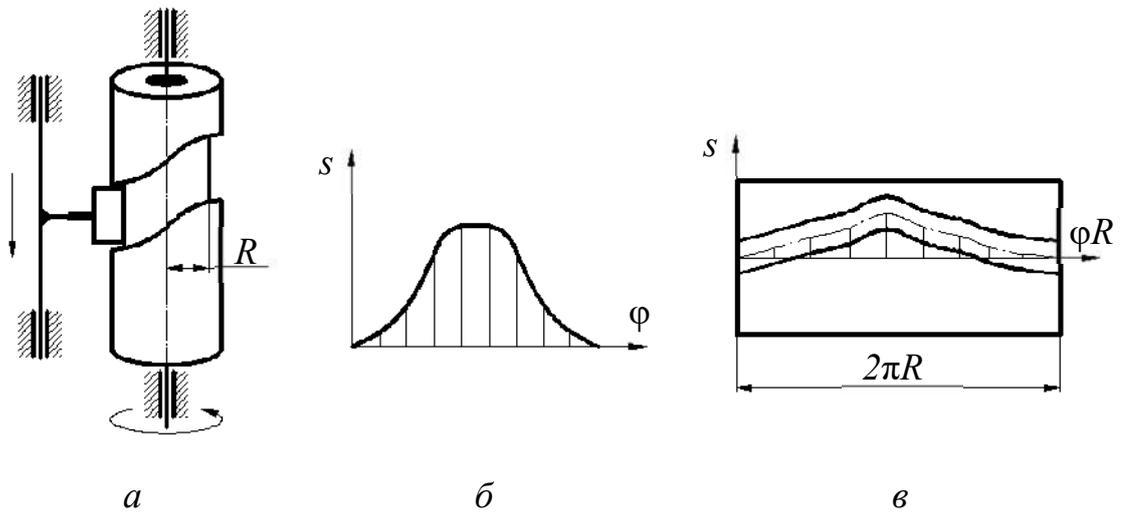


Рис. 59. Проектирование пространственного кулачкового механизма:  
*a* – план механизма; *б* – диаграмма движения толкателя; *в* – развертка цилиндра

## 8. ФРИКЦИОННЫЕ И ЗУБЧАТЫЕ МЕХАНИЗМЫ

### 8.1. Общие сведения о передачах вращения

Фрикционные и зубчатые механизмы предназначены для передачи вращательного движения с одного вала на другой с помощью деталей типа диска в основном цилиндрической формы. При этом, как правило, меняется величина угловой скорости и передаваемого момента, а также их направление. Вал, от которого передаётся движение, называется ведущим, а вал, которому передаётся движение – ведомым.

Оси валов могут быть параллельными, пересекаться или скрещиваться под различными углами. В первом случае механизм является плоским, в остальных случаях механизмы пространственные.

Если в механизме имеются только ведущие и ведомые валы и отсутствуют промежуточные вращающиеся звенья, то механизм называется *передачей*. Передача вращения может осуществляться:

- 1) путём непосредственного соприкосновения двух дисков, жёстко связанных с ведущим и ведомым валами (фрикционная, червячная, зубчатая);
- 2) посредством промежуточных гибких тел, сцепляющихся с дисками, которые жёстко связаны с ведущим и ведомым валами (ременная, цепная, волновая).

Отношения угловых скоростей вращения обоих валов передачи называется *передаточным отношением* ( $i$ ), которое характеризует процесс преобразования движения количественно.

Отношения угловой скорости ведущего вала к угловой скорости ведомого называется *передаточным числом* ( $u$ ), которое определяет направление передачи энергии.

Величина  $i$  и  $u$  может меняться или оставаться постоянным за время одного оборота ведущего вала.

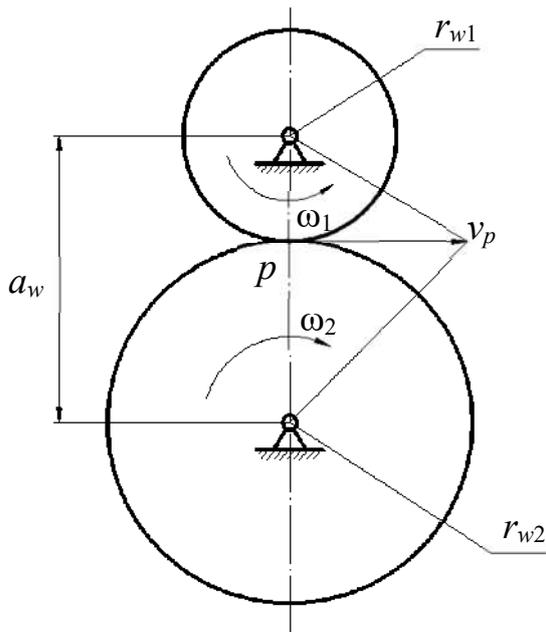


Рис. 60. Схема передачи вращения

Любую передачу можно схематично представить в виде двух начальных поверхностей, контактирующих между собой, а плоскую передачу – в виде двух начальных окружностей с радиусами  $r_{w1}$  и  $r_{w2}$ , перекатывающихся друг по другу без скольжения и контактирующих в полюсе  $p$  (рис. 60).

Тогда

$$v_p = r_{w1}\omega_1 = r_{w2}\omega_2, \quad (8.1)$$

откуда следует выражение для

передаточного отношения

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}}. \quad (8.2)$$

Аналогично можно изобразить ременную или цепную передачи, а также пространственные передачи (рис. 61).

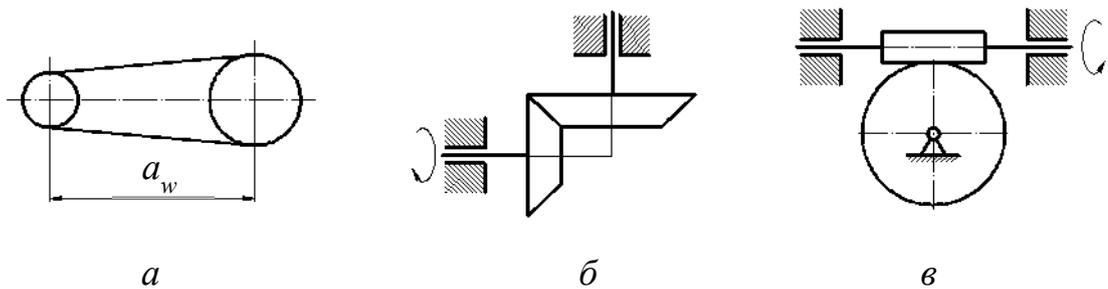


Рис. 61. Схематические обозначения различных типов передач:  
 $a$  – ременная или цепная передача;  $b$  – коническая зубчатая передача;  
 $в$  – червячная передача

## 8.2. Фрикционные передачи

Одной из наиболее простых и во многих случаях достаточно надёжной является фрикционная передача, состоящая в простейшем случае из двух колёс (роликов), закреплённых на ведущем и ведомом валах. Для передачи движения без скольжения необходимо приложить к одному из роликов силу  $Q$ , достаточную для возникновения трения в месте контакта (рис. 62), при этом касательная сила их сцепления равна

по величине передаваемого окружному усилию.

Фрикционные передачи могут быть с постоянным и переменным передаточным отношением. Передачи с переменным передаточным отношением называются *вариаторами* (рис. 64).

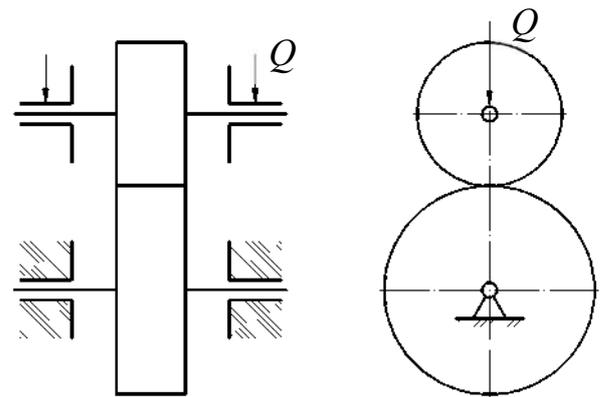


Рис. 62. Фрикционная передача

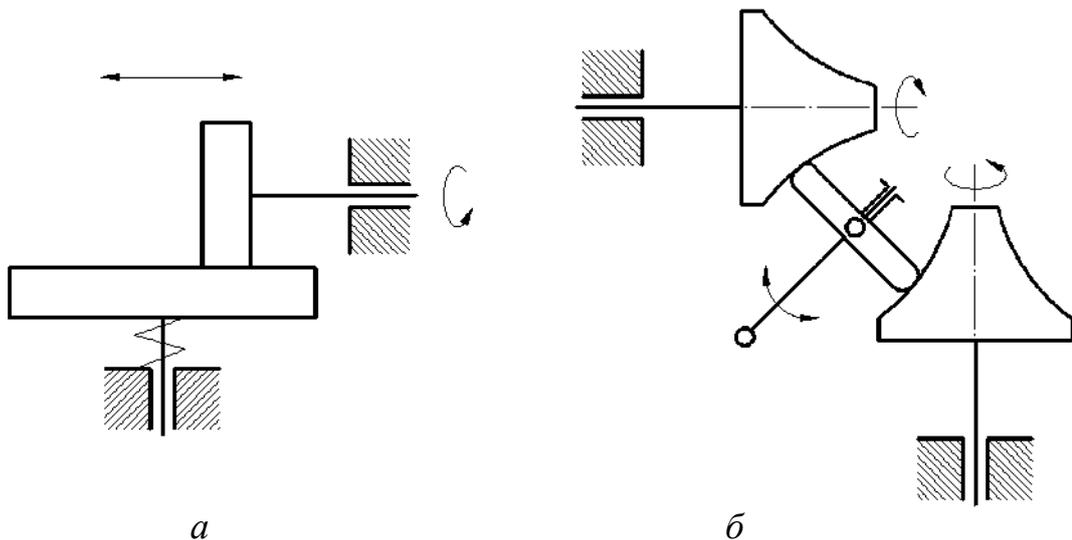


Рис. 63. Вариаторы: *a* – лобовой; *б* – торовый

Достоинствами фрикционных передач являются: плавность и бесшумность в работе, простота конструкции, невозможность поломки при резком изменении крутящего момента на одном из валов благодаря возможности проскальзывания роликов, возможность бесступенчатого регулирования скоростей.

Недостатками являются: необходимость прижимного устройства, непостоянство передаточного отношения, невозможность передачи значительных крутящих моментов.

В связи с указанными недостатками фрикционные передачи не получили такого широкого распространения как зубчатые.

### 8.3. Зубчатые передачи. Виды и классификация

Зубчатые передачи осуществляют передачу вращательного движения с одного вала на другой с помощью цилиндрических, конических, червячных колёс, имеющих специально профилированные зубья, при этом зубчатые колёса могут иметь прямые, косые, спиральные, шевронные зубья и т.д. (рис. 64).

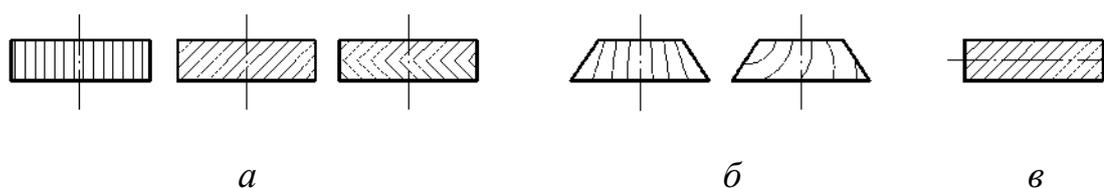


Рис. 64. Виды зубчатых колёс:  
*a* – цилиндрические колёса; *б* – конические колёса; *в* – червяк

При использовании колёс с непрямыми зубьями повышается плавность и бесшумность работы и увеличивается нагрузочная способность передачи.

В зубчатых передачах с пересекающимися осями в качестве начальных поверхностей используются усечённые конусы, вершины которых пересекаются в одной точке (рис. 65, *a*), а в передачах с перекрещивающимися

осями теоретическими начальными поверхностями являются гиперболоиды вращения (рис. 65, б). Такие передачи называются *гиперболоидными*.

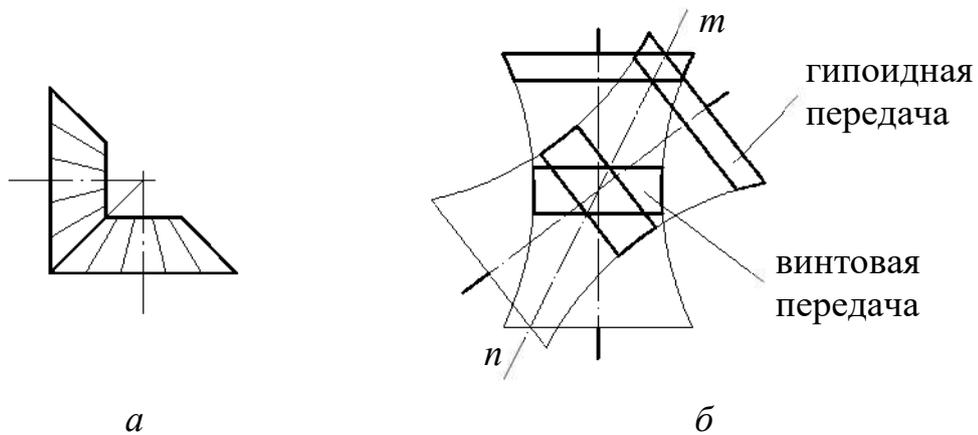


Рис. 65. Начальные плоскости зубчатых передач: *а* – зубчатая передача с пересекающимися осями; *б* – зубчатая передача с перекрещивающимися осями

При использовании колёс с непрямыми зубьями повышается плавность и бесшумность работы и увеличивается нагрузочная способность передачи.

В зубчатых передачах с пересекающимися осями в качестве начальных поверхностей используются усечённые конусы, вершины которых пересекаются в одной точке (рис. 65, *а*), а в передачах с перекрещивающимися осями теоретическими начальными поверхностями являются гиперболоиды вращения (рис. 65, *б*). Такие передачи называются *гиперболоидными*.

Контакт зубьев колёс в таких передачах происходит по прямолинейным образующим *mn*. В машиностроительной практике ограничиваются отдельными короткими частями гиперболоидов. Например, используя среднюю часть гиперболоидов, получают винтовую зубчатую передачу, а если использовать усечённые конусы, близкие по профилю к гиперболоидам в их широкой части, то получим так называемую *гипоидную передачу* (рис. 65, *б*).

Частным случаем винтовой передачи является червячная передача, в которой малое колесо называется *червяком*, а большое – *червячным колесом* (рис. 66).

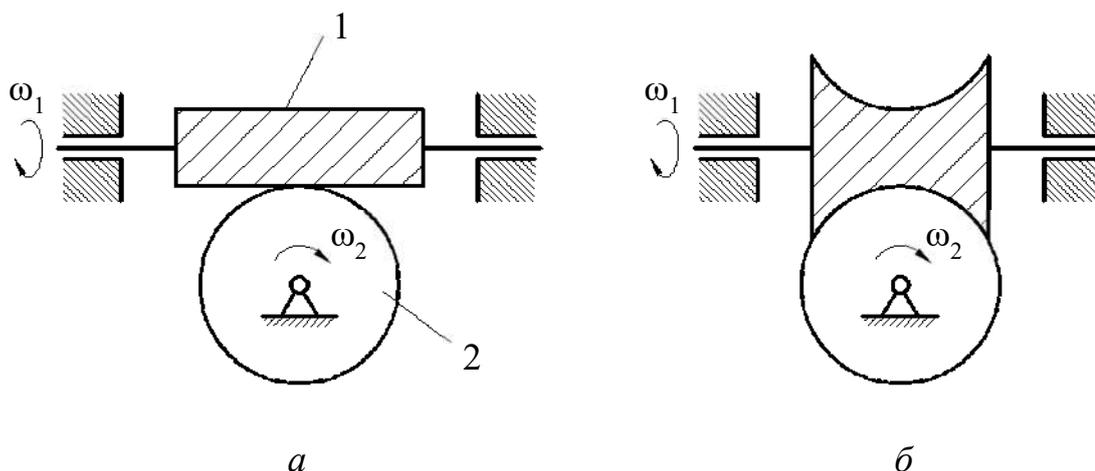


Рис. 66. Червячная передача:  
*a* – передача с цилиндрическим червяком; *б* – передача с тороидным (глобоидным) червяком

Червячные передачи могут быть с одно и многозаходными червяками, при этом число заходов червяка равно числу его зубьев.

Червячные передачи позволяют обеспечить большое передаточное отношение при сравнительно малых габаритах вследствие малого числа  $z_1$  зубьев (заходов) на червяке (обычно  $z_1 = 1; 2; 4$ ). Однако коэффициент КПД передачи ниже, чем у цилиндрической.

Широко употребляются следующие значения передаточных отношений для зубчатой пары: 1...6 – для цилиндрических передач; 1...4 – для конических передач; 10...40 – для червячных передач.

По форме профиля зуба различают передачи *эвольвентные, циклоидные, цевочные*, а также *передачи с зацеплением Новикова*.

Наибольшее распространение получили эвольвентные передачи с профилем, предложенным Л. Эйлером в 1754 г. Преимуществом этого профиля является простота изготовления, достаточно высокая нагрузочная способность, малая чувствительность к неточностям межцентрового расстояния. Однако эвольвентный профиль удовлетворяет не всем требованиям, предъявляемым к современным зубчатым передачам. Так, например, в мощных передачах внешнего зацепления, где контактируют

выпуклые зубья с малыми радиусами кривизны профилей, происходит их быстрое разрушение из-за недостаточной контактной прочности. Одним из путей повышения контактной прочности является использование внутреннего зацепления, в котором профиль зуба одного из колёс вогнутый.

Другой путь – применение передач с зацеплением Новикова, где выпуклые профили зубьев одного из колёс, очерченные по дуге окружности, контактируют с вогнутыми профилями другого колеса. При этом нагрузочная способность передачи повышается в два – три раза по сравнению с эвольвентной, а также уменьшаются потери на трение.

Одной из интересных и перспективных передач является так называемая волновая передача (рис. 67), состоящая из жёсткого 1 и гибкого 2 зубчатых колёс, а также генератора волн 3 с роликами 4. При вращении генератора 3, благодаря разнице чисел зубьев жёсткого и гибкого колёс, приводится во вращение колесо 2, причём передаточное отношение может быть очень большим ( $i = 40...400$ ). Изобретатель волновой передачи У. Массер (США, 1959 г.) указывал на возможность использования треугольного профиля зубьев.

К зубчатым передачам относятся передачи с некруглыми, секторными

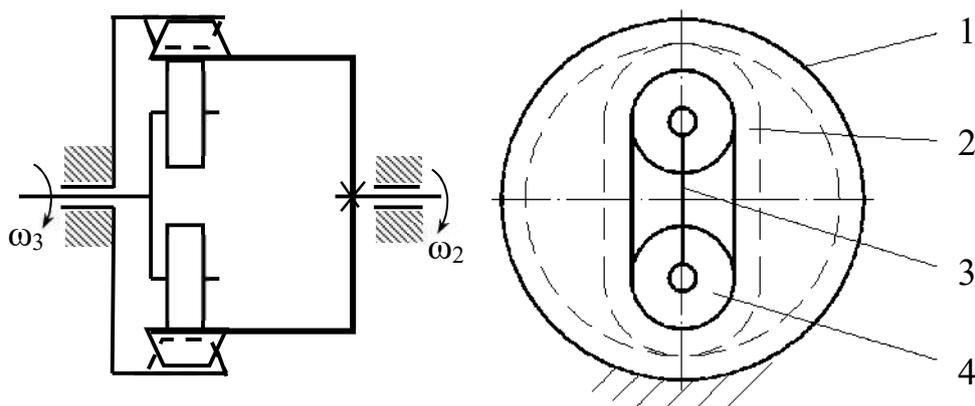


Рис. 67. Волновая передача

колёсами, колёсами, имеющими зубья на части обода и т. д.

Обычно в зубчатых передачах меньшее колесо называется *шестерней*.

Выбор той или иной передачи зависит от традиционной области её применения и конкретных функциональных особенностей механизма, в котором эта передача будет использована.

#### 8.4. Основная теорема зацепления (теорема Виллиса)

Для постоянства передаточного отношения при зацеплении двух профилей зубьев необходимо, чтобы радиусы начальных окружностей зубчатых колёс, перекатывающихся друг по другу без скольжения, оставались неизменными. Если рассмотреть обращённое движение начальных окружностей (рис. 68, *a*), когда всей системе задана угловая скорость  $(-\omega_2)$ , то второе колесо будет условно неподвижным и точка  $p$  является мгновенным центром относительного вращения колёс. Эта точка, называемая *полюсом зацепления*, где контактируют начальные окружности, делит межцентровое расстояние на отрезки, обратно пропорциональные угловым скоростям, т. к. при  $r_w = const$

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{w1}}{r_{w2}} = const. \quad (8.1)$$

Рассмотрим обращённое движение профилей зубьев зубчатых колёс (рис. 68).

Точка контакта зубьев (точка  $k$ ), принадлежащая первому колесу, вращается вокруг точки  $p$ , которая будет мгновенным центром скоростей. Скорость  $v_k \perp pk$  и совпадает с общей касательной к профилям в точке  $k$  при условии постоянства этого контакта. В противном случае постоянного контакта не будет, так как появится составляющая  $v_k''$ , и профили разомкнутся (рис. 69). Так как рассматривается произвольное положение зубьев, то можно сформулировать теорему.

Нормаль  $n - n$  к касающимся профилям зубьев, проведённая через точку их касания, делит межцентровое расстояние на части, обратно пропорциональные угловым скоростям.

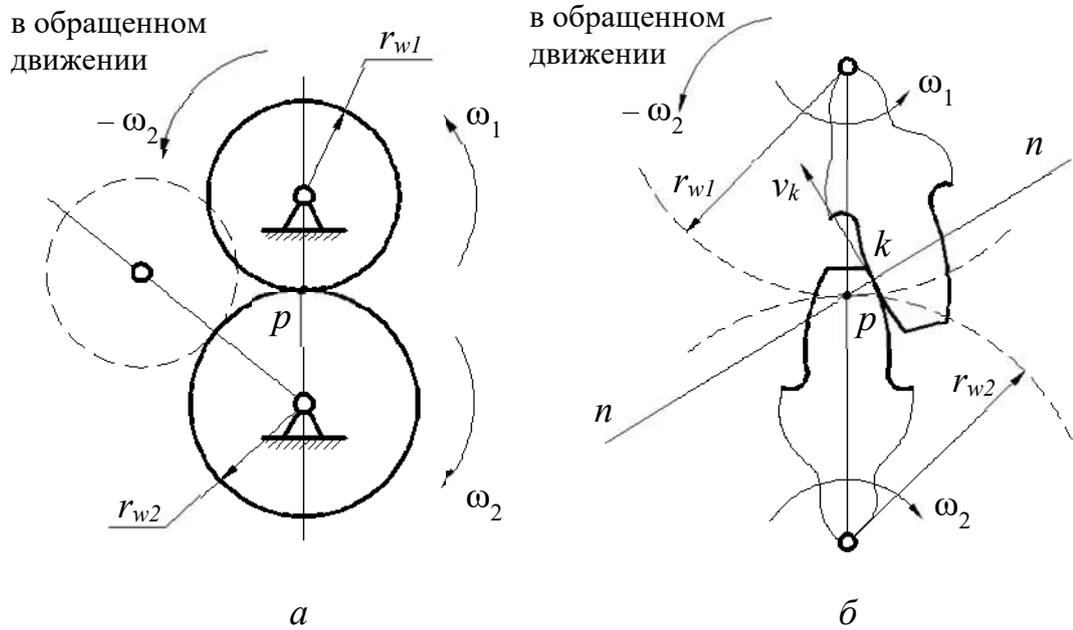


Рис. 68. Обращенное движение зубчатых колес:  $a$  – обращенное движение зубчатых колес;  $b$  – обращенное движение профилей зубьев

Эта теорема, сформулированная Р. Виллисом в 1841 г., определяет основной закон зацепления профилей, которые не могут быть произвольными, а должны быть специально подобраны.

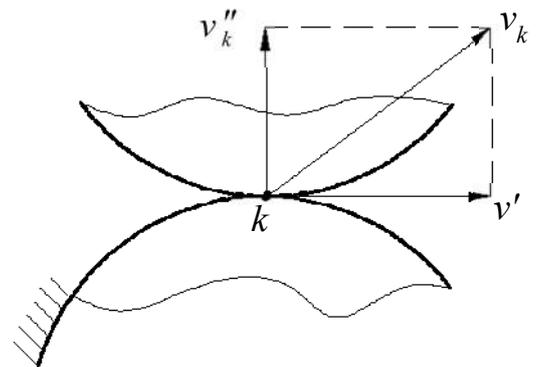


Рис. 69. Размыкание контакта в точке  $k$

### 8.5. Эвольвента и её свойства

Наибольшее применение получили эвольвентные зубчатые передачи с профилем зубьев, очерченным по эвольвенте (рис. 70).

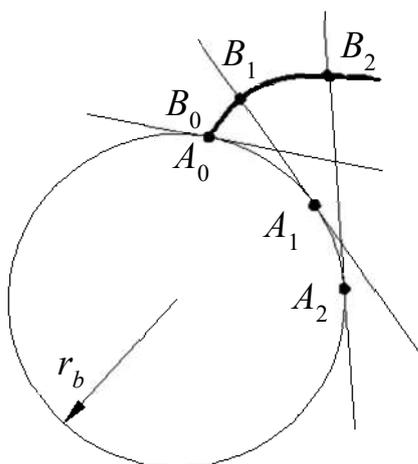


Рис. 70. Эвольвента круга

Эвольвентой круга называется траектория точки, лежащей на прямой, которая перекачивается без скольжения по окружности радиуса  $r_b$ , называемой *основной*.

Эвольвента имеет следующие свойства:

- 1) начинается с основной окружности;
- 2) нормаль к эвольвенте является касательной к основной окружности;
- 3) радиус кривизны эвольвенты в каждой её точке лежит на нормали к эвольвенте в этой

точке.

Основная окружность представляет собой геометрическое место центров кривизны эвольвенты и является её *эволютой*.

## 8.6. Геометрия эвольвентного зацепления

В процессе зацепления зубья касаются друг друга различными точками профиля (рис. 71). Так как эти точки лежат на нормали к профилям, которая одновременно является касательной к обеим основным окружностям, то совокупность точек касания (линия  $ab$ ) совпадает с общей для обеих основных окружностей касательной  $n - n$ .

Эта линия называется *теоретической линией зацепления*, а линия  $ab$  длиной  $g_\alpha$  является её активной частью, где располагаются все точки контакта зубьев. Угол  $\alpha_w$ , измеряемый между нормалью  $n - n$  к профилям в полюсе зацепления  $p$  и общей касательной к обеим начальным окружностям, называется *углом зацепления*. Таким образом:

$$\begin{aligned} r_{b1} &= r_{w1} \cos \alpha_w; \\ r_{b2} &= r_{w2} \cos \alpha_w. \end{aligned} \tag{8.2}$$

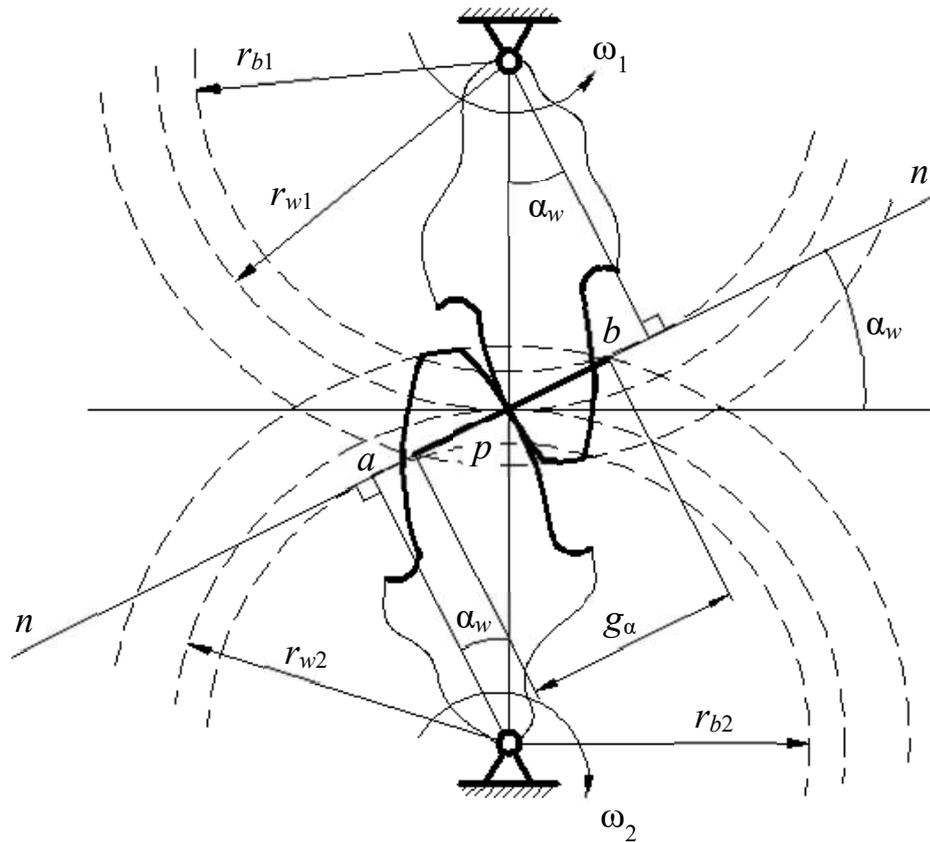


Рис. 71. Геометрия эвольвентного зацепления

### 8.7. Качественные показатели зацепления

Одним из качественных показателей зубчатой передачи является коэффициент перекрытия  $\varepsilon_\alpha$ , равный

$$\varepsilon_\alpha = \frac{g_\alpha}{p_b}, \quad (8.3)$$

где  $p_b$  – шаг по основной окружности (расстояние между сходственными точками двух соседних зубьев, замеренное по дуге основной окружности).

Коэффициент  $\varepsilon_\alpha$  показывает, сколько пар зубьев в среднем одновременно находится в зацеплении. Для прямозубой передачи обычно  $1 < \varepsilon_\alpha < 2$ . Чем больше  $\varepsilon_\alpha$ , тем более плавно и бесшумно работает передача.

Другим качественным показателем является коэффициент скольжения, который учитывает влияние геометрии передачи и её кинематики на

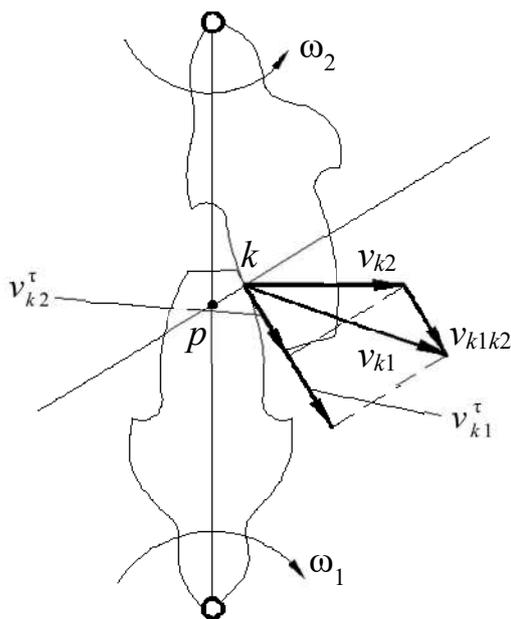


Рис. 72. План скоростей в зубчатом зацеплении

скольжение и износ профилей, скользящих друг по другу (рис. 72), что видно из плана скоростей.

На плане:

$v_{k1}$  – скорость точки  $k$  первого профиля;

$v_{k1}^{\tau}$  – проекция этой скорости на касательную к контактирующим профилям;

$v_{k2}, v_{k2}^{\tau}$  – то же для колеса 2.

Скорость скольжения колес 1 и 2

относительно друг друга равна:

$$v_{c.k} = v_{k1k2} = v_{k1}^{\tau} - v_{k2}^{\tau}. \quad (8.4)$$

Коэффициенты скольжения колёс 1 и 2 равны:

$$\lambda_1 = \frac{v_{c.k}}{v_{k1}^{\tau}}; \quad (8.5)$$

$$\lambda_2 = \frac{v_{c.k}}{v_{k2}^{\tau}}.$$

Эти коэффициенты равны нулю в полюсе (точка  $p$ ) и увеличиваются с удалением от него по линии зацепления.

Таким образом, чем длиннее линия зацепления, (и чем больше коэффициент перекрытия  $\epsilon_a$ ), тем больше скольжение и износ профилей зубьев.

### 8.8. Основные параметры зубчатых колёс

Основными параметрами зубчатого колеса являются (рис. 73):

$z$  – число зубьев;

$r_a$  ( $d_a$ ) – радиус (диаметр) окружности выступов;

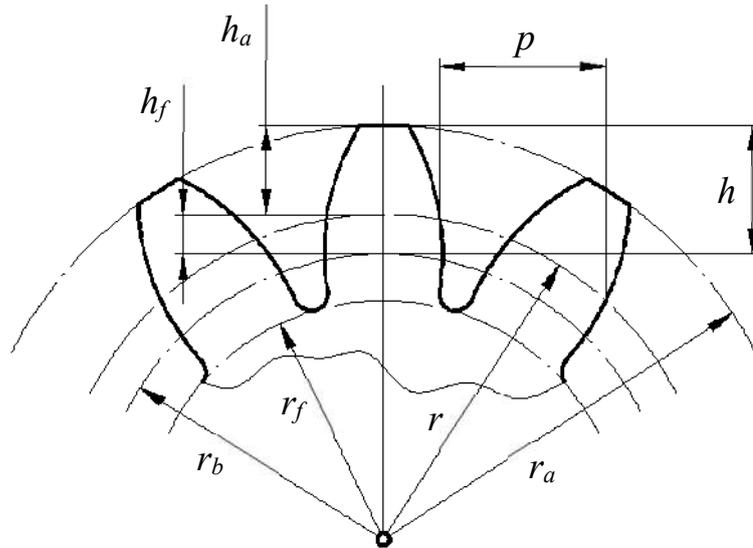


Рис. 73. Основные геометрические параметры зубчатого колеса

$r_f$  ( $d_f$ ) – радиус (диаметр) окружности впадин;

$r_b$  ( $d_b$ ) – радиус (диаметр) основной окружности;

$r$  ( $d$ ) – радиус (диаметр) делительной окружности, т. е. окружности, которая является начальной в станочном зацеплении колеса с режущим инструментом;

$p$  – шаг зубьев по делительной окружности;

$m$  – модуль зацепления, определяемый следующим образом:

$$d = zm = \frac{zp}{\pi},$$

$$m = \frac{p}{\pi};$$
(8.6)

$h$  – высота зуба, равная

$$h = h_a + h_f,$$
(8.7)

где  $h_a = m$  – высота головки зуба;

$h_f = 1,25 m$  – высота ножки зуба;

Величина  $m$  стандартизирована и выражена в миллиметрах, а делительная окружность является окружностью стандартного модуля.

Обычно используется угол зацепления  $\alpha = 20^\circ$ .

## 8.9. Методы нарезания зубчатых колёс

Существует два принципиально различных метода нарезания: метод копирования и метод обкатки.

В методе копирования впадина зубчатого колеса фрезеруется на универсальном фрезерном станке фасонными дисковыми или пальцевыми фрезами, профиль которых соответствует профилю впадины (рис. 74). Затем заготовку поворачивают на угол  $360^\circ / z$  и выполняют следующую впадину. При этом используется делительная головка, а также имеются наборы фрез для нарезания колёс с различным модулем и различным числом зубьев. Метод имеет низкую производительность и применяется в мелкосерийном и

единичном производстве.

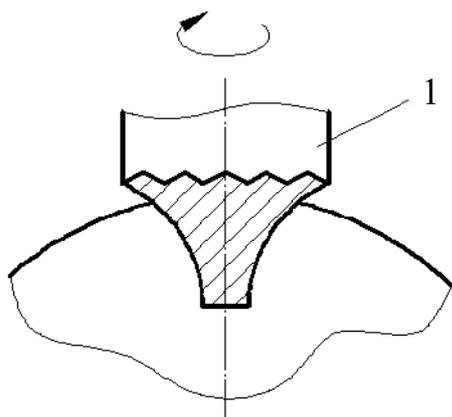


Рис. 74. Метод копирования:  
1 – пальцевая модульная фреза

Метод обкатки (другое название – метод огибания) может производиться с помощью инструментальной рейки (гребёнки) на зубострогальном станке; долбяком на зубодолбёжном станке или червячной фрезой на зубофрезерном станке.

Этот метод высокопроизводителен и применяется в массовом и крупносерийном производстве. Одним и тем же инструментом

можно нарезать колёса с различным числом зубьев. Нарезание с помощью инструментальной рейки имитирует реечное зацепление (рис. 75, а), где профиль зуба образуется как огибающая последовательных положений профиля инструмента, угол исходного контура которого  $\alpha=20^\circ$  (рис. 75, б). Зацепление между режущим инструментом и нарезаемым колесом называется *станочным*. В станочном зацеплении начальная окружность всегда совпадает с делительной.

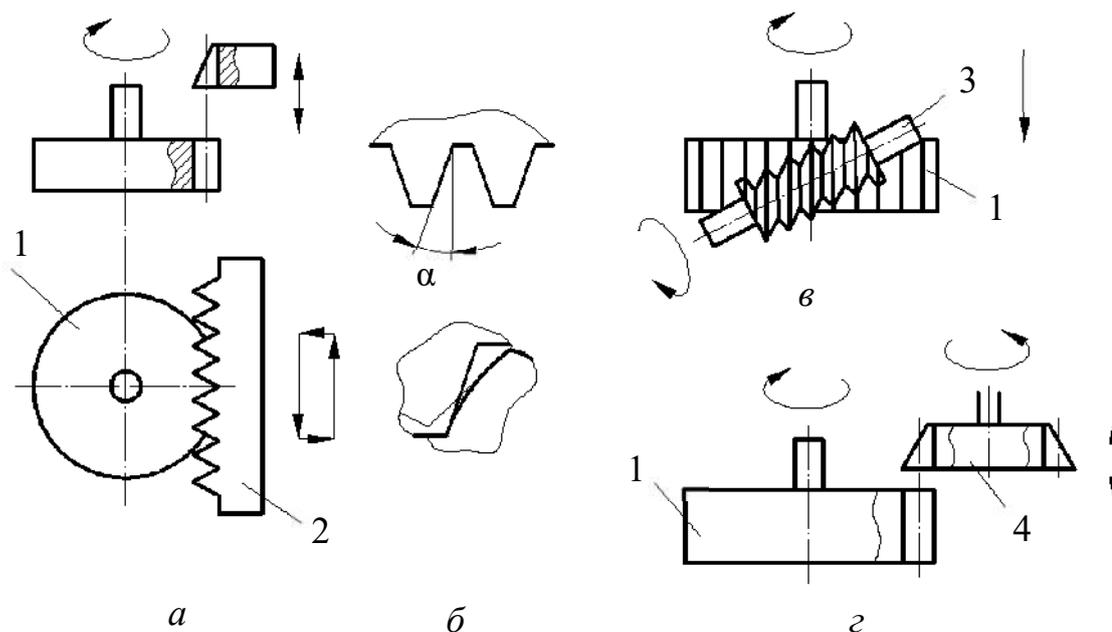


Рис. 75. Метод обкатки:

- а) – нарезание с помощью инструментальной рейки; б) – формирование профиля зуба;  
 в) – нарезание с помощью червячной фрезы; г) – нарезание долбяком;  
 1 – заготовка; 2 – рейка; 3 – фреза; 4 – долбяк

Самым производительным из рассмотренных методов является зубофрезерование с помощью червячных фрез, которые находятся в зацеплении с заготовкой по аналогии с червячной передачей (рис. 75, в).

При нарезании долбяком осуществляется его возвратно поступательное движение при одновременном вращении. Фактически при этом осуществляется зацепление заготовки с инструментальным зубчатым колесом – долбяком (рис. 75, г). Этот метод чаще всего используется при нарезании внутренних зубчатых венцов.

Все рассмотренные методы используются для нарезания цилиндрических колёс как с прямыми, так и с косыми зубьями.

## 8.10. Корригирование зубчатых колёс

При нарезании колёс режущий инструмент можно располагать ближе к заготовке или дальше от неё. Положение инструмента определяется расстоянием между делительной окружностью колеса и так называемой модульной прямой рейки, проходящей через середину высоты зуба режущего инструмента (рис. 76).

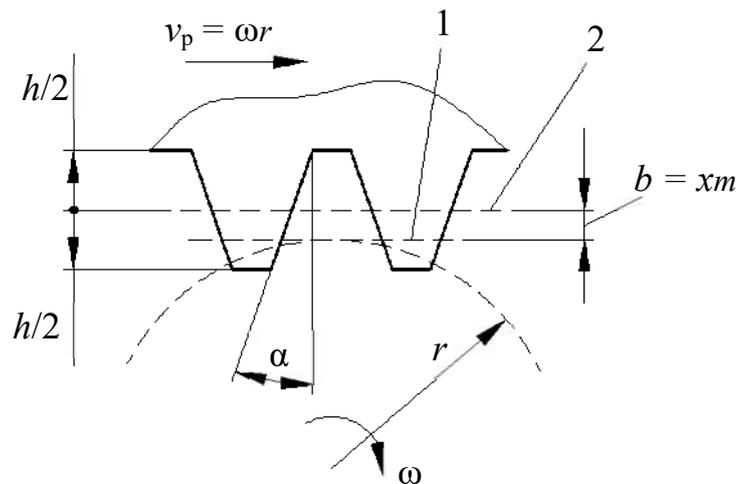


Рис. 76. Корригирование зубчатых колёс:  
1 – модульная прямая рейка; 2 – начальная прямая рейка;  
 $v_p$  – скорость рейки

В зависимости от положения рейки по делительной окружности может перекашиваться без скольжения либо модульная прямая рейки, либо начальная прямая, отстоящая от модульной прямой на величину смещения  $b$ , которое называется *сдвигом* или *коррекцией*, а коэффициент  $x$ , равный

$$x = \frac{b}{m}, \quad (8.8)$$

называется *коэффициентом смещения инструмента*. Если инструмент смещён от нарезаемого колеса, то  $x$  считается положительным (положительная коррекция), а если к центру колеса, то  $x$  считается отрицательным (отрицательная коррекция). При  $x = 0$  нарезаемое колесо называется

*нормальным (нулевым)*. Толщина зуба и ширина впадины такого колеса по делительной окружности равны между собой.

При положительной коррекции увеличивается прочность зуба, но уменьшается длина линии зацепления, а следовательно, и коэффициент перекрытия  $\varepsilon_\alpha$ . При отрицательной коррекции – обратный эффект, т. е. увеличивается плавность и бесшумность работы передачи, но прочность зуба уменьшается.

Зацепление двух зубчатых колёс характеризуется суммарным коэффициентом коррекции  $x_\Sigma = x_1 + x_2$ , причём возможны три случая:

1)  $x_\Sigma = 0$  при  $x_1 = x_2 = 0$ , когда в зацеплении находятся два нулевых зубчатых колеса (нулевое зацепление);

2)  $x_\Sigma = 0$  при  $x_1 = -x_2$ , когда в зацеплении находятся два скорректированных зубчатых колеса, коэффициенты коррекции которых равны по величине и противоположны по знаку (равносмещённое зацепление с высотной коррекцией);

3)  $x_\Sigma \neq 0$ , когда в зацеплении находятся два скорректированных колеса, имеющих:

а)  $x_\Sigma > 0$  – положительное неравнорасмещённое зацепление с угловой коррекцией;

б)  $x_\Sigma < 0$  – отрицательное неравнорасмещённое зацепление с угловой коррекцией.

В первых двух случаях ( $x_\Sigma = 0$ ) делительные окружности совпадают с начальными, угол зацепления  $\alpha_w$  равен углу исходного контура рейки  $\alpha$  и межосевое расстояние равно

$$a_w = \frac{m(z_1 + z_2)}{2}, \quad (8.9)$$

в отличие от неравнорасмещённого зацепления, где делительные и начальные окружности не совпадают,  $\alpha_w \neq \alpha$ , а межосевое расстояние и диаметры начальных окружностей равны

$$a_w = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w};$$

$$d_{w1} = mz_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w};$$

$$d_{w2} = mz_2 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}.$$
(8.10)

### 8.11. Наименьшее число зубьев зубчатых колёс. Подрезание и заострение зубьев

При нарезании нулевых колёс с малым числом зубьев может возникнуть явление врезания головок зубьев режущего инструмента в ножки зубьев колеса. Это явление называется *подрезанием зуба*. При этом уменьшается его прочность и увеличивается износ рабочей части зуба (рис. 77).

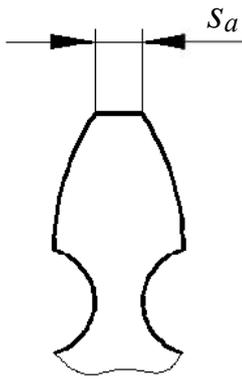


Рис. 77. Подрезание зуба

Согласно свойствам эвольвентного зацепления точки контакта зубьев эвольвентного профиля совпадают с линией  $pr$ , начиная с точки  $n$  (рис. 78), т. е. высота прямолинейной части головки зуба режущего инструмента (рейки), равная  $m$ , должна быть меньше отрезка  $pf$ , иначе часть головки зуба рейки будет контактировать с заготовкой (нарезать её) не по эвольвенте.

Так как  $m \leq pf$ , а размер  $pf$  равен

$$pf = r \sin^2 \alpha = \frac{mz}{2} \sin^2 \alpha,$$
(8.11)

то

$$z \geq \frac{2}{\sin^2 \alpha}.$$
(8.12)

Подстановка в выражение (8.12) стандартного  $\alpha = 20^\circ$  даёт условие отсутствия подреза в виде  $z \geq z_{\min} = 17$ .

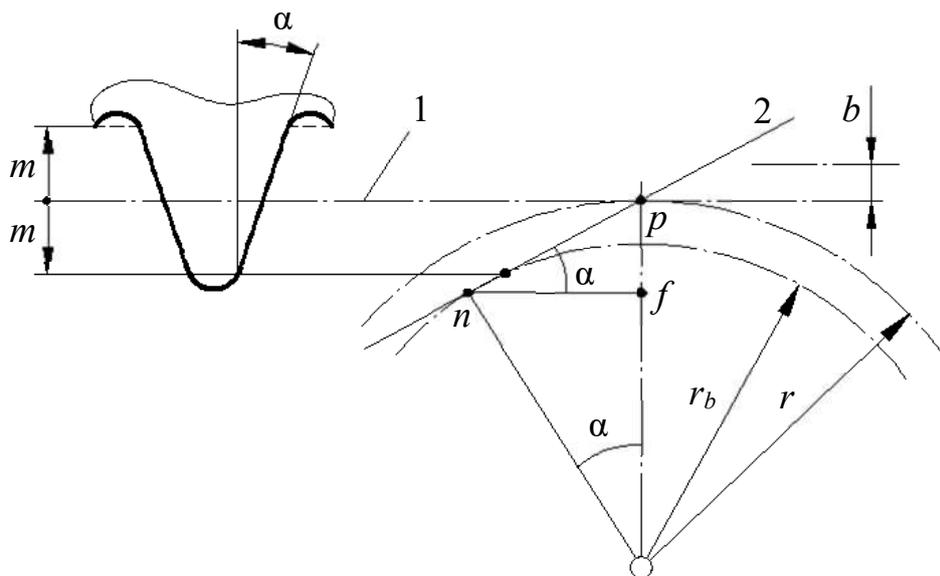


Рис. 78. Условие контакта рейки с заготовкой:  
1 – модульная прямая; 2 – линия зацепления

Для исключения подреза при  $z < z_{\min}$  необходимо сместить инструмент от центра заготовки (положительная коррекция) так, чтобы

$$m - b \leq \frac{mz}{2} \sin^2 \alpha, \quad (8.12)$$

откуда

$$b = mx \geq m - \frac{mz}{2} \sin^2 \alpha. \quad (8.13)$$

С учётом того, что

$$\sin^2 \alpha = \frac{2}{z_{\min}}, \quad (8.14)$$

из формулы (8.13) после преобразований получим нижний предел коэффициента коррекции по условию отсутствия подреза.

$$x_{\min} = \frac{z_{\min} - z}{z_{\min}}. \quad (8.15)$$

Если увеличивать коэффициент  $x$ , то толщина зуба  $s_a$  у вершины (рис. 77) будет уменьшаться и при некотором  $x_{\max}$  наступит заострение зуба ( $s_a = 0$ ). Опасность заострения наиболее велика у колёс с малым числом зубьев ( $z < 15$ ).

Для предотвращения разрушения заострённого зуба коэффициент смещения  $x$  назначают с расчётом, чтобы  $s_a \geq 0,2m$ .

### 8.12. Выбор расчётных коэффициентов смещения для передач внешнего зацепления

При назначении коэффициентов смещения  $x_1$  и  $x_2$  для любой передачи должны выполняться три условия:

- 1) отсутствие подрезания;
- 2) отсутствие заострения;
- 3) непрерывность зацепления.

Первое условие выполняется при  $x_i \geq x_{\min i}$  ( $x_{\min i}$  определяются из условия отсутствия подреза). Второе и третье условия выполняются при ограничении верхних пределов  $x_i$  величинами  $x_{\max i}$  с учётом возможности заострения зубьев и уменьшения коэффициента перекрытия  $\varepsilon_\alpha$  до величины  $\varepsilon_\alpha < 1$ . Для этого при выборе  $x_i$  необходимо чтобы  $x_{\min i} \leq x_i \leq x_{\max i}$ , где  $x_{\max i}$  для каждого из колёс берётся наименьшим из значений, учитывающих заострение зуба и снижения  $\varepsilon_\alpha$  до величины  $\varepsilon_\alpha < 1$ .

Внутри указанных диапазонов  $x$  назначают так, чтобы по возможности улучшить качественные показатели передачи (прочность, износостойкость, плавность хода).

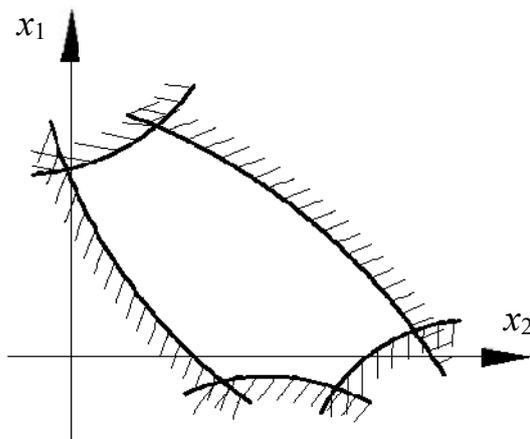


Рис. 79. Блокирующий контур

Для передачи можно построить область допустимых значений коэффициентов смещения в координатах  $x_1$  и  $x_2$ , которая называется *блокирующим контуром*. Допустимые значения  $x_1$  и  $x_2$  расположены внутри контура (рис. 79).

Для каждой передачи можно построить свой контур. Такие

блокирующие контуры для различных передач имеются в справочной литературе.

### 8.13. Цилиндрические колёса с косыми зубьями и их особенности

Образование косозубого колеса можно представить, если взять цилиндрическое прямозубое колесо и сообщить ему крутильную деформацию. При этом угол скручивания, образованный осью колеса и винтовой линией, является углом наклона винтовой линии  $\beta$ .

Цилиндрические колёса с косыми зубьями применяются при передаче вращения между параллельными и перекрещивающимися осями. В передаче с параллельными осями углы  $\beta$  обоих колёс равны по величине и противоположны по направлению при внешнем зацеплении и одинаковы по направлению при внутреннем зацеплении. Угол  $\beta$  (рис. 80, *a*) называется *углом наклона зубьев по делительному цилиндру радиуса  $r$* . С другими соосными цилиндрами, начальным ( $r_w$ ) и основным ( $r_b$ ) винтовая поверхность зуба образует, соответственно, углы  $\beta_w$   $\beta_b$ . Шаг винтовой линии равен

$$p = 2\pi r \operatorname{ctg} \beta = 2\pi r_w \operatorname{ctg} \beta_w = 2\pi r_b \operatorname{ctg} \beta_b. \quad (8.16)$$

В косозубом колесе различают торцовый  $m_t$ , нормальный  $m_n$  и осевой  $m_x$  модули, причём стандартное значение имеет нормальный модуль  $m_n$ , соответствующий размерам зуба, замеренным по нормали  $n - n$  к его оси (рис. 80, *б*), что объясняется установкой режущего инструмента. Аналогично различают торцовый  $p_t$ , нормальный  $p_n$  и осевой  $p_x$  шаг. Значения модуля и шага определяются формулами:

$$\begin{aligned} m_t &= \frac{m_n}{\cos \beta} = \frac{m_x}{\operatorname{ctg} \beta}; \\ p_t &= \frac{p_n}{\cos \beta} = \frac{p_x}{\operatorname{ctg} \beta}. \end{aligned} \quad (8.17)$$

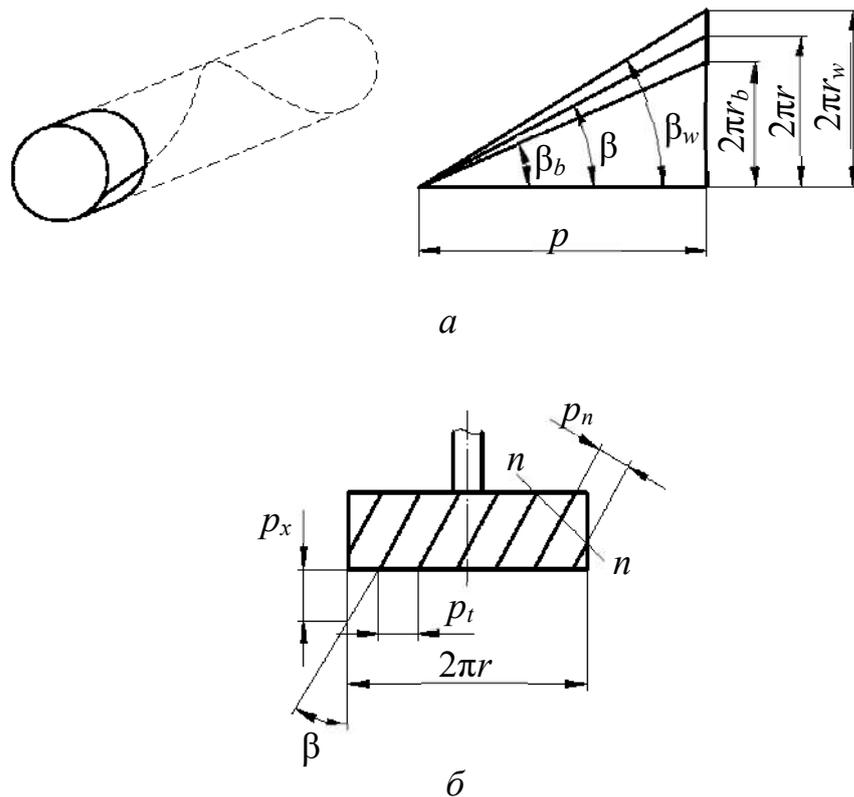


Рис. 80. Особенности цилиндрических колес с косыми зубьями:  
 а – углы наклона зубьев; б – шаги косых зубьев

Большим достоинством зацеплений с косыми зубьями является возможность получения малогабаритных передач. Так, если для прямозубого колеса  $z_{\min} = 17$ , то для косозубого

$$z_{\min} = 17 \cos^3 \beta. \quad (8.18)$$

В экспериментальных конструкциях  $z_{\min}$  доводят до трёх и менее зубьев. Кроме того, увеличивается коэффициент перекрытия, доходя до 10 и выше, что также повышает нагрузочную способность и позволяет уменьшить габариты передачи. *Недостатком* косозубой передачи является возникновение дополнительных осевых усилий, нагружающих подшипники.

Этот недостаток устраняется в шевронных передачах.

## 8.14. Конические зубчатые передачи

Конические передачи являются передачами с пересекающимися осями вращения звеньев. Применяются, главным образом, передачи с углом между осями  $\delta = 90^\circ$  (ортогональные). Основные параметры аналогичны параметрам цилиндрических колёс (рис. 81), причём делительной окружностью внешнего окружного модуля  $m_e$  является внешняя делительная окружность конического колеса диаметром  $d_e$ .

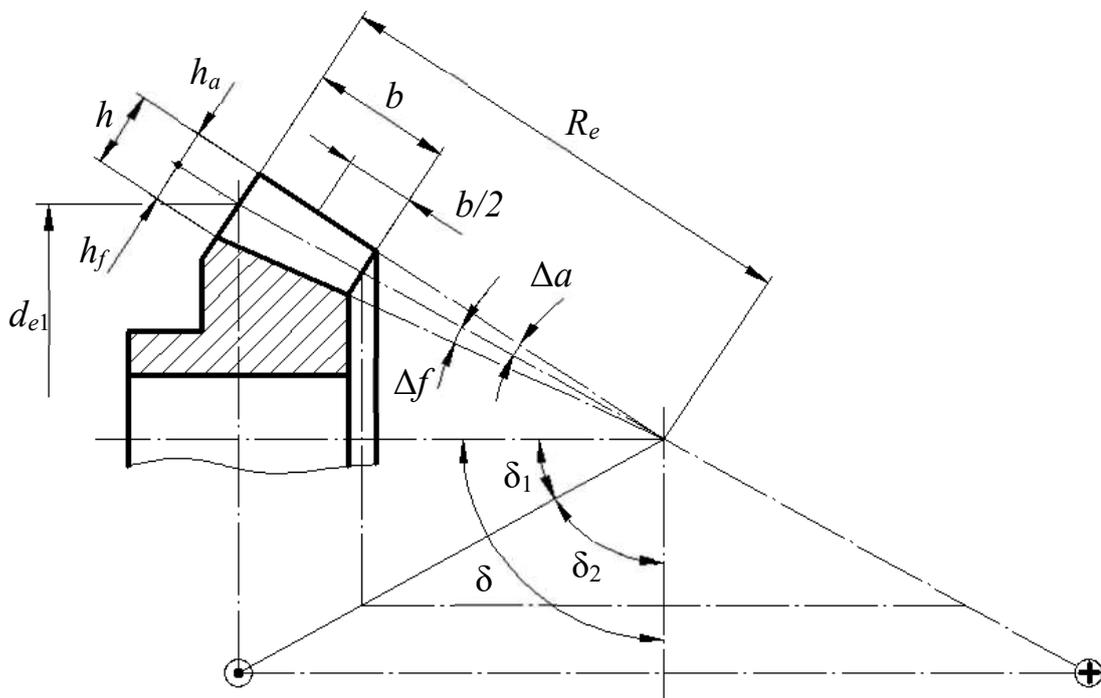


Рис. 81. Основные геометрические параметры конического зубчатого колеса

Через модуль выражаются все остальные размеры. Для расчёта зубьев на изгиб используется величина среднего модуля  $m_m$ , замеренного в середине ширины  $b$  зубчатого венца. Передаточное отношение равно

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1}, \quad (8.19)$$

где  $\delta_1, \delta_2$  – углы делительных конусов колёс 1 и 2 соответственно.

В конических передачах  $i(u)$  не имеет знака, а для определения направления вращения изображают векторы абсолютных скоростей точек на начальных конусах в виде кружка с точкой (на зрителя) и крестиком (от зрителя), как показано на рис. 81.

Важным параметром является внешнее конусное расстояние  $R_e$ , равное

$$R_e = \frac{d_{e1}}{2\sin\delta_1}. \quad (8.20)$$

### 8.15. Червячные передачи

Червячные передачи являются передачами со скрещивающимися осями.

Угол между осями в плане обычно равен  $90^\circ$ . Принцип их действия аналогичен передаче винт-гайка.

Червяки подразделяются по числу заходов (винтовых линий) на одно- и многозаходные. Число заходов  $z_1$  есть число винтовых линий (витков), по которым расположены зубья. Расстояние между двумя соседними витками называется *шагом*  $p$ , а размер  $h$ , равный

$$h = z_1 p, \quad (8.21)$$

называется *ходом* винтовой линии.

Угол подъема винтовой линии  $\gamma$  определяется по формуле

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{h}{\pi d_1}, \quad (8.22)$$

где  $d_1$  – диаметр делительной окружности червяка (рис. 82, а).

За основной параметр червячного зацепления принимается осевой модуль червяка  $m_s$  (принято обозначать его  $m$ ), равный торцевому модулю червячного колеса. Значения  $m$  стандартизованы. Кроме того, стандартным параметром является относительный диаметр червяка  $q$

$$q = \frac{m}{d_1}. \quad (8.23)$$

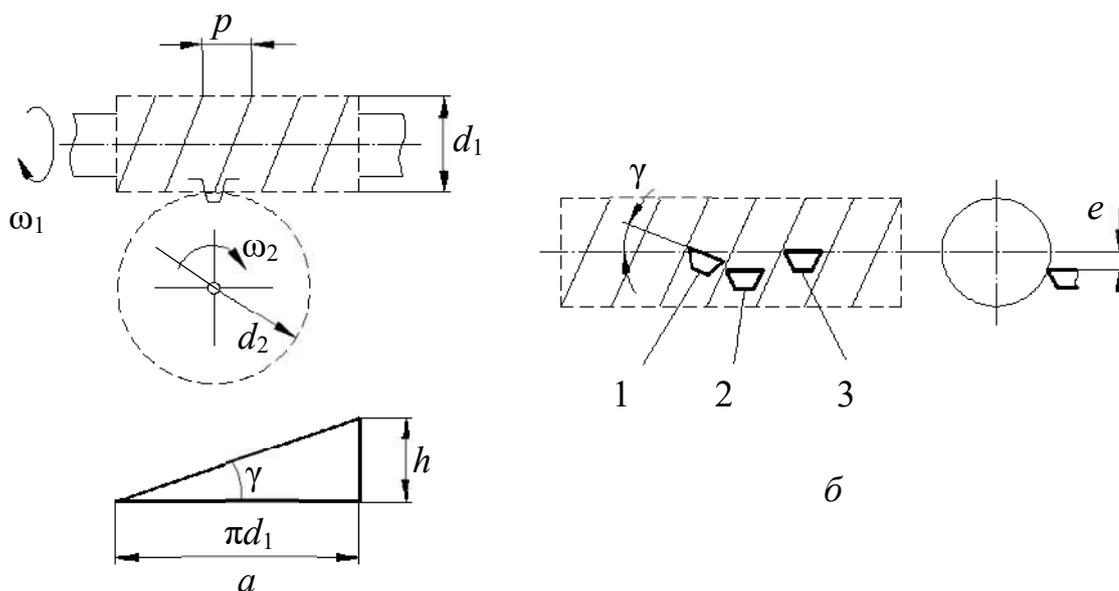


Рис. 82. Геометрические параметры червяка

По форме боковой поверхности резьбы различают конволютный, эвольвентный и архимедов червяки, образуемые при расположении резца трапецевидной формы, как указано на рис. 82, б, с режущей кромкой под углом  $\gamma$  наклона винтовой линии (положение 1) или при  $\gamma = 0$  и смещении  $e \neq 0$  (положение 2), а также при  $e = 0$  (положение 3). Наименования червяков соответствуют наименованиям кривых, по которым очерчены зубья червяка в сечении, перпендикулярном его оси.

## 8.16. Кинематический анализ и классификация зубчатых механизмов

### 8.16.1. Механизмы с неподвижными осями

В практике машиностроения чаще возникает необходимость понижения, реже повышения скорости при передаче движения от входного звена к выходному.

Механизмы для передачи вращения, в которых происходит понижение

скорости вращения, называются *редукторами*, а механизмы, повышающие эту скорость, называются *мультипликаторами*.

По кинематическому признаку различают:

- механизмы с неподвижными геометрическими осями всех колёс (рядовые);
- механизмы с подвижными геометрическими осями некоторых колёс (эпициклические), которые обладают одной степенью свободы (планетарные) или двумя и более (дифференциальные).

Кроме того, различают одно- и многоступенчатые механизмы. Многоступенчатые состоят из одной или двух и более пар колёс, соединённых последовательно (рис. 83, *а*), параллельно (рис. 83, *б*), или смешанно.

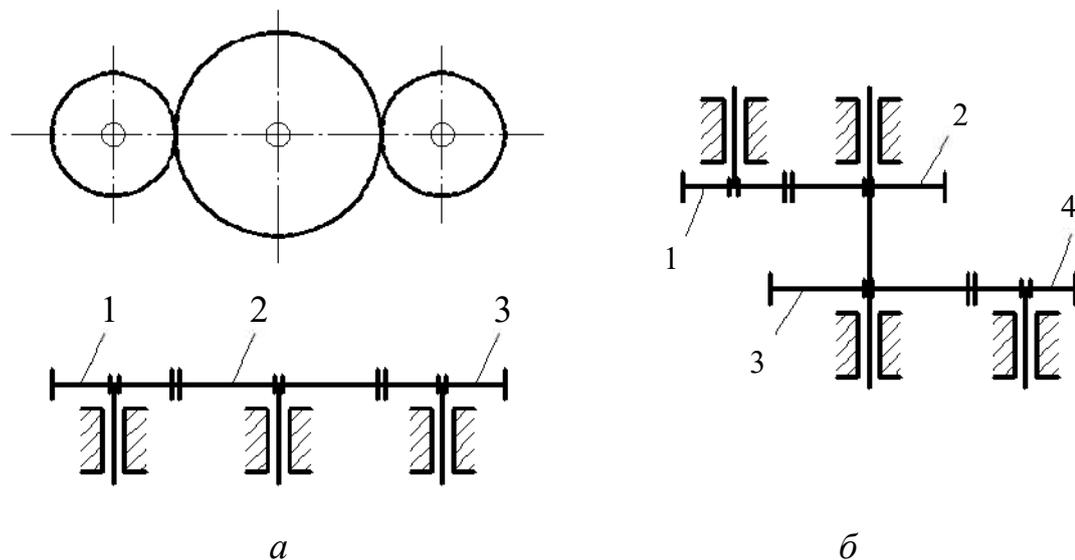


Рис. 83. Многоступенчатые механизмы:  
*а* – последовательное соединение; *б* – параллельное соединение

При проектировании механизмов для передачи вращения с заданным значением передаточных отношений и крутящего момента стремятся обеспечить высокий коэффициент полезного действия (кпд), минимальные габариты и вес.

Передаточное отношение одноступенчатого зубчатого редуктора (при отсутствии скольжения) равно

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{d_{w2}}{d_{w1}} = \pm \frac{z_2}{z_1}. \quad (8.24)$$

Для зубчатых понижающих передач принято использовать понятие *передаточное число  $u$* .

Передаточное отношение считается положительным, если оба колеса зубчатой пары вращаются в одну сторону, и отрицательным, если в разные стороны. Обычно положительное передаточное отношение имеет зубчатая передача с внутренним зацеплением (рис. 84, б), а отрицательное – с внешним зацеплением (рис. 84, а).

В случае многоступенчатого механизма с параллельным соединением колёс (рис. 81, б) получим

$$u_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_3}{\omega_4} = u_{12} \cdot u_{34}. \quad (8.25)$$

При последовательном соединении колёс (рис. 83, а)

$$u_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_3}. \quad (8.26)$$

Таким образом, в общем виде передаточное отношение многоступенчатого механизма равно произведению частных передаточных отношений отдельных ступеней:

$$i_{1k} = i_{12} \cdot i_{23} \cdot \dots \cdot i_{(k-1)k}, \quad (8.27)$$

причём промежуточные колёса в механизме с последовательным соединением не влияют на величину передаточного отношения, а служат лишь для изменения направления вращения. Эти промежуточные колёса называются *паразитными*.

Для кинематического анализа механизмов можно использовать графоаналитический метод, наглядно иллюстрирующий характер

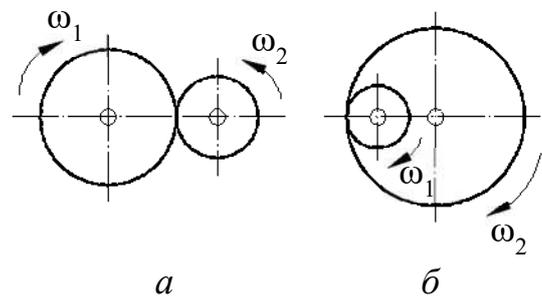


Рис. 84. Направление угловых скоростей: а – внешнее зацепление; б – внутреннее зацепление

распределения линейных скоростей звеньев механизма. Метод основан на использовании линейной зависимости скорости  $v$  от радиуса, т. е.  $v = \omega r$ .

При построении картины, иллюстрирующей характер распределения линейных скоростей, сначала откладываются в выбранном масштабе  $\mu_v$  известные вектора линейных скоростей точек, закон движения которых задан (рис. 85).

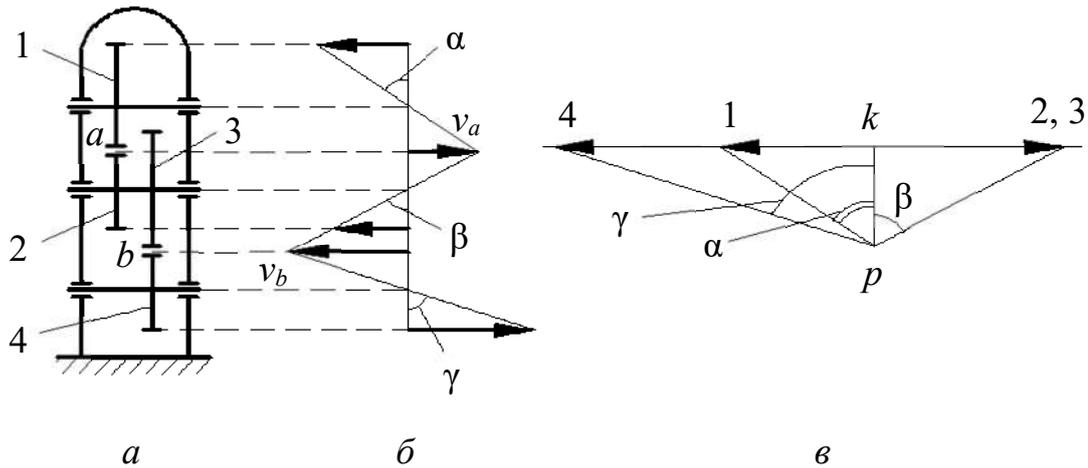


Рис. 85. Планы скоростей:  
*a* – схема редуктора ( $\mu_l$ ); *б* – план линейных скоростей ( $\mu_v$ );  
*в* – план угловых скоростей ( $\mu_\omega$ ), частот вращения ( $\mu_n$ )

Затем, проводя отрезки через концы векторов известных скоростей, получим план линейных скоростей.

Для определения угловых скоростей (частот вращения) всех звеньев удобно использовать план угловых скоростей (частот вращения), где отрезки  $k_1, k_2, \dots$  соответствуют угловым скоростям (частотам вращения) колёс 1, 2, ... При этом схема редуктора вычерчивается в масштабе  $\mu_l$ , а поскольку отрезки  $k_1, k_2, \dots$  пропорциональны  $\operatorname{tg}\alpha, \operatorname{tg}\beta, \dots$ , то

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{v}{r} = \omega. \quad (8.28)$$

Выбор полюсного расстояния  $pk$  может быть произвольным.

### 8.16.2. Эпициклические механизмы

Простейший эпициклический механизм (редуктор Джемса) состоит из центральных колёс 1 и 3 (рис. 86), сателлитного колеса (сателлита) 2 и водила  $H$ . Если одно из центральных колёс, например, колесо 3 остановить с помощью тормоза  $T$ , то эпициклический механизм превращается в планетарный, где при вращении колеса 1 сателлит 2 обегает неподвижное колесо 3, вращая водило  $H$  с угловой скоростью  $\omega_H$ . Степень подвижности такого редуктора равна единице.

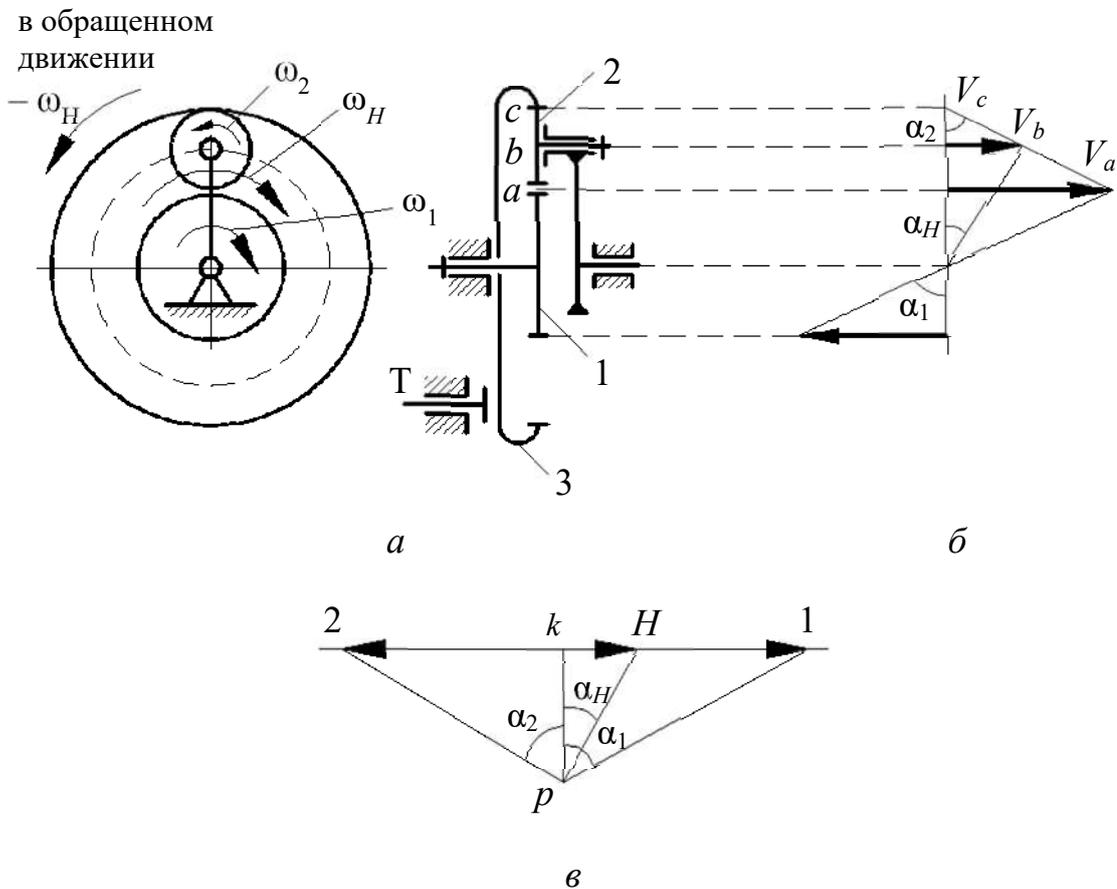


Рис. 86. Эпициклический механизм (редуктор Джемса):  
 а – схема механизма; б – картина скоростей; в – план угловых скоростей  
 (частот вращения)

Для планетарного механизма можно построить картину скоростей и план угловых скоростей (частот вращения), используя рассмотренные выше

приёмы. План угловых скоростей можно использовать для приближённого определения передаточного числа планетарного механизма, которое равно

$$i_{1H} = \frac{k1}{kH}. \quad (8.29)$$

Аналитически передаточное число определяется с использованием метода обращения движения, когда механизму в целом сообщается вращение с угловой скоростью, обратной скорости водила ( $-\omega_H$ ). При этом относительное движение звеньев не изменится, а водило  $H$  в обращённом движении будет оставаться неподвижным, и планетарный редуктор превращается в рядовой (с неподвижными осями). Если обозначить угловые скорости звеньев в обращённом движении с индексом в круглых скобках, указывающим неподвижное звено, то

$$i_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1^{(H)}}{\omega_3^{(H)}} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H}, \quad (8.30)$$

а поскольку в планетарном механизме  $\omega_3 = 0$ , то выражение (8.30) принимает вид

$$i_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1^{(H)}}{\omega_3^{(H)}} = -\frac{\omega_1}{\omega_H} + 1 = -i_{1H} + 1. \quad (8.31)$$

С другой стороны, через соотношение чисел зубьев,

$$i_{13}^{(H)} = -\frac{z_3}{z_1}, \quad (8.32)$$

поэтому

$$i_{1H} = 1 - i_{13}^{(H)} = 1 + \frac{z_3}{z_1}. \quad (8.33)$$

Если в эпициклическом механизме (рис. 86) оба центральных колеса совершают вращение, то степень подвижности такого механизма будет равна двум, и он превращается в дифференциальный. Такие механизмы служат:

- 1) для привода одного рабочего органа от двух или более двигателей (т. е. для сложения движения нескольких ведущих звеньев);

2) для разложения движения одного вала на два и более независимых движений ведомых валов.

Выражение (8.30) называется *формулой Виллиса*, оно позволяет получить любую неизвестную угловую скорость в эпициклическом механизме при заданных остальных скоростях.

Одним из распространённых типов дифференциальных механизмов являются так называемые замкнутые, в которых благодаря дополнительной зубчатой передаче связаны оба центральных колеса (рис. 87).

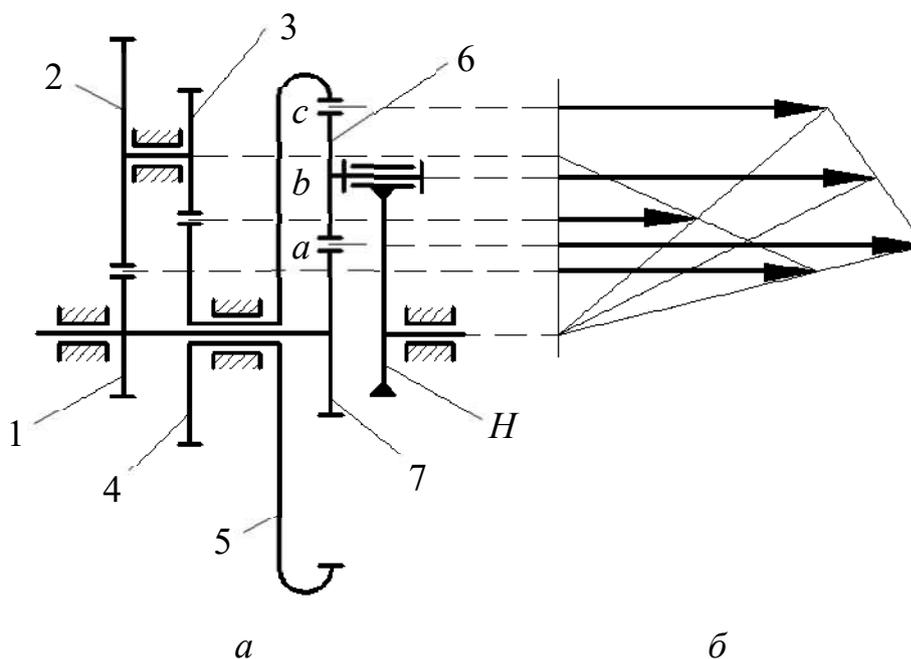


Рис. 87. Замкнутый дифференциальный механизм:  
*a* – схема механизма; *б* – план скоростей

Это позволяет использовать один двигатель для привода механизма. Для определения передаточного отношения используем формулу Виллиса.

Так как

$$i_{75}^{(H)} = -\frac{z_5}{z_7}, \quad (8.34)$$

то

$$-\frac{z_5}{z_7} = \frac{i_{1H} - 1}{\omega_5 - 1}, \quad (8.35)$$

где

$$\frac{\omega_5}{\omega_H} = \frac{\omega_5}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_H} = \left( -\frac{z_3}{z_4} \right) \cdot \left( -\frac{z_1}{z_2} \right) i_{1H}. \quad (8.36)$$

После подстановки выражения (8.36) в (8.35) и преобразований получается:

$$\left( 1 - i_{1H} \frac{z_3 z_1}{z_4 z_2} \right) \frac{z_5}{z_7} = i_{1H} - 1. \quad (8.37)$$

Выразив из уравнения (8.37) передаточное отношение  $i_{1H}$ , получим:

$$i_{1H} = \frac{1 + \frac{z_5}{z_7}}{1 + \frac{z_1 z_2 z_5}{z_2 z_4 z_7}}. \quad (8.38)$$

### 8.16.3. Эпициклические механизмы с коническими колёсами

Примером дифференциального механизма с коническими колёсами является дифференциал автомобиля (рис. 88).

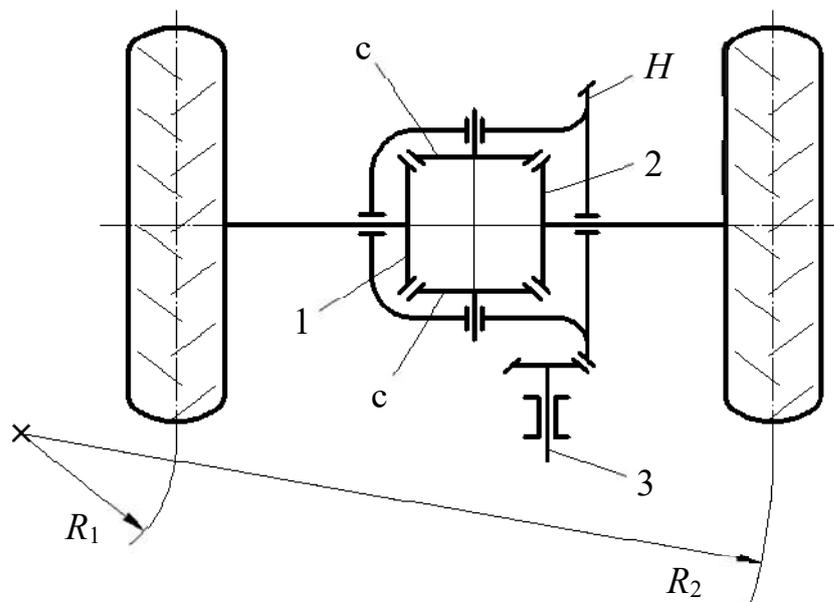


Рис. 88. Дифференциал автомобиля:  
1, 2 – конические зубчатые колеса; с – сателлит; H – водило; 3 – карданный вал

Согласно формуле Виллиса

$$-\frac{z_2}{z_1} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H}. \quad (8.39)$$

Числа зубьев  $z_2 = z_1$ , поэтому

$$\omega_H = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}, \quad (8.40)$$

т.е. при постоянной скорости вращения карданного вала и скорости автомобиля в целом полуоси могут вращаться с различными или с одинаковыми скоростями. Например, на повороте скорости вращения полуосей пропорциональны радиусам поворота  $R_1$  и  $R_2$ , а при ровной прямой дороге скорость полуосей одинакова и равна  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_H$ .

## 8.17. Некоторые вопросы синтеза зубчатых механизмов

### 8.17.1. Синтез эпициклических механизмов с цилиндрическими колёсами. Условия синтеза

Комплексные задачи синтеза зубчатых механизмов настолько сложны, что в полной постановке с учётом факторов кинематики и динамики они не решены до настоящего времени. Известны решения частных задач как геометрического, так и динамического синтеза зубчатых механизмов, причём эти решения часто носят характер рекомендаций по выбору параметров. Например, выбор передаточных отношений каждой ступени в многоступенчатом зубчатом механизме с общим передаточным отношением, определяемым по формуле (8. 27), рекомендуется осуществлять так, чтобы  $i_{12} > i_{23} > \dots > i_{(k-1)k}$ . Это связано с возрастанием нагрузки по мере уменьшения угловой скорости. Выполнение указанного условия позволяет более равномерно распределить нагрузку между зубчатыми парами.

При заданных передаточных отношениях и известном числе зубьев колёс задача синтеза сводится к определению их параметров. Сначала должен быть выбран материал колёс с учётом назначения передачи, условий работы и

других факторов, затем определяется модуль передачи, позволяющий обеспечить изгибную и контактную прочность зубьев, а затем – все геометрические параметры зубчатых колёс.

Известны решения частных задач подбора чисел зубьев сложных зубчатых механизмов с учётом различных условий, например, геометрического характера.

При проектировании планетарного редуктора с заданным передаточным отношением возникает задача определения чисел зубьев при соблюдении следующих условий:

- 1) кинематическое условие;
- 2) условие соосности;
- 3) условие соседства;
- 4) условие сборки;
- 5) условие правильного зацепления.

Физический и математический смысл этих условий разберём на конкретной схеме планетарного механизма с нулевыми эвольвентными цилиндрическими колёсами (рис. 89).

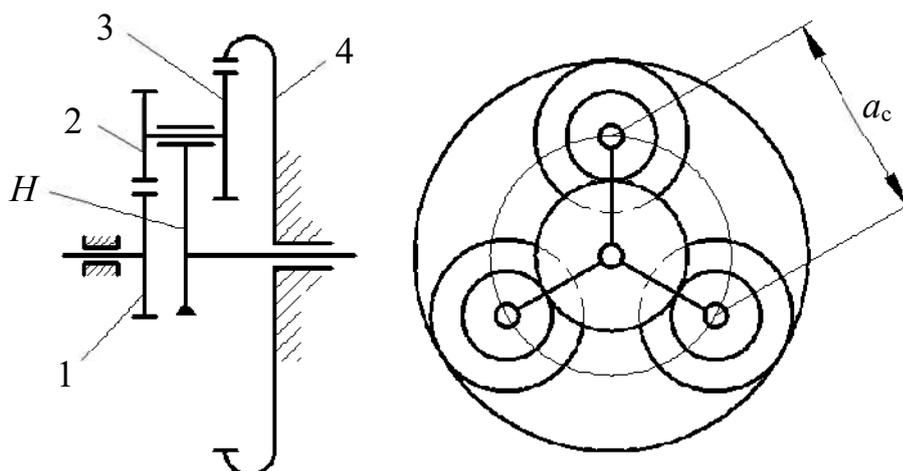


Рис. 89. Планетарный механизм с нулевыми эвольвентными цилиндрическими колёсами:

1 – солнечная шестерня; 2, 3 – сателлиты; 4 – неподвижное колесо;  $H$  – водило

**Кинематическое условие** обеспечивает заданное передаточное отношение и для данного механизма имеет следующий вид:

$$i_{14}^{(H)} = -\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H}, \quad (8.41)$$

откуда при  $\omega_4 = 0$  получим:

$$i_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}. \quad (8.42)$$

Обычно допускается отклонение передаточного отношения в пределах 5% от заданного.

**Условие соосности** требует, чтобы оси колёс 1 и 4, в данном случае, совпадали для обеспечения зацепления сателлитов с центральными колёсами. Для этого необходимо, чтобы выполнялись следующие соотношения радиусов делительных окружностей и (при равных модулях зубьев всех колёс) чисел зубьев:

$$\begin{aligned} r_1 + r_2 &= r_4 - r_3; \\ z_1 + z_2 &= z_4 - z_3. \end{aligned} \quad (8.43)$$

**Условие соседства** включает требование совместного размещения нескольких сателлитов по общей окружности так, чтобы они не задевали друг друга своими зубьями. Необходимость выполнения этого условия возникает при числе сателлитов  $k > 2$  (увеличение числа сателлитов уменьшает нагрузку на зубья). В этом случае необходимо, чтобы выполнялось неравенство  $a_c > 2r_a^c$ , где  $r_a^c$  - радиус окружности вершин наибольшего сателлита). Так как

$$\begin{aligned} a_c &= 2(r_1 + r_2) \sin \frac{2\pi}{2k} = m(z_1 + z_2) \sin \frac{\pi}{k}; \\ z_a^c &= z_a + h_a m = m \left( \frac{z_c}{2} + 1 \right), \end{aligned} \quad (8.44)$$

то

$$\sin \frac{\pi}{k} > \frac{z_c + 2}{z_1 + z_2}, \quad (8.45)$$

где  $z_c$  – число зубьев наибольшего сателлита (2 или 3).

**Условие сборки** учитывает необходимость одновременного зацепления

всех сателлитов с центральными колёсами, т.е. установив первый сателлит и повернув водило на угол  $\frac{2\pi}{k}$  рад, необходимо в то же самое место установить следующий сателлит. Это может быть осуществлено, если зубья колёс второго блока сателлитов окажутся точно против впадин зубьев центральных колёс. Иначе сборку осуществить невозможно. Для формирования условия примем, что оба колеса всех  $k$  блоков сателлитов имеют одинаковую ориентацию зубьев друг относительно друга. После установки первого сателлита на ось водило должно быть повернуто на угол  $\frac{2\pi}{k}$ , при этом колесо 1 необходимо повернуть на угол

$$\varphi_1 = i_{1H} \frac{2\pi}{k}. \quad (8.46)$$

С другой стороны, угол  $\varphi_1$  поворота колеса 1 должен быть кратным его угловому шагу зубьев  $\frac{2\pi}{z_1}$ , в противном случае при повороте на угол  $\varphi_1$  положение зубьев колеса 1 изменится и второй сателлит вставить будет невозможно. Таким образом,

$$\varphi_1 = q \frac{2\pi}{z_1}, \quad (8.47)$$

где  $q$  – целое число).

Таким образом,

$$\begin{aligned} q \frac{2\pi}{z_1} &= i_{1H} \frac{2\pi}{k}; \\ q &= i_{1H} \frac{z_1}{k}. \end{aligned} \quad (8.48)$$

**Условие правильного зацепления** включает условие отсутствия подреза у колёс с внешним зубчатым венцом и условие отсутствия заедания (интерференции) во внутреннем зацеплении. Эти условия имеют вид:

$$z_i \geq z_{\min}, \quad (8.49)$$

где  $z_{\min} = 17$  для колёс с внешним зацеплением;  $z_{\min} = 85$  для колёс с внутренним зацеплением без смещения исходного контура;  $z_{\min} = 20$  – то же со смещением исходного контура.

### 8.17.2. Методы синтеза эпициклических механизмов

Задача подбора чисел зубьев колёс для эпициклического механизма в общей постановке является оптимизационной ввиду множества возможных решений. Её можно считать типичной задачей дискретного нелинейного программирования, если за критерий оптимальности принять габариты или вес механизма, а ограничениями на целочисленные параметры  $z_1, z_2, \dots$  будут условия (8.43), (8.45), (8.48), (8.49).

Такую задачу можно решать различными методами, например, численными методами направленного перебора, когда варьируются  $z_1, z_2, \dots$  с целью минимизации габаритов или веса при соблюдении ограничений. Такая задача может быть решена с помощью ЭВМ.

Применяются упрощённые методы, позволяющие найти одно из конструктивно допустимых решений. Один из таких методов – метод сомножителей.

Представим числа зубьев в виде нескольких сомножителей:

$$\begin{aligned} z_1 &= \alpha \cdot A \cdot t; \\ z_2 &= \alpha \cdot B \cdot t; \\ z_3 &= \beta \cdot C \cdot t; \\ z_4 &= \beta \cdot D \cdot t. \end{aligned} \quad (8.50)$$

Из условия (8.45)

$$\alpha(A + B) = \beta(D - C). \quad (8.51)$$

Это уравнение превращается в тождество при:

$$\begin{aligned} \alpha &= D - C; \\ \beta &= A + B. \end{aligned} \quad (8.52)$$

Тогда:

$$\begin{aligned}z_1 &= A \cdot t \cdot (D - C); \\z_2 &= B \cdot t \cdot (D - C); \\z_3 &= C \cdot t \cdot (A + B); \\z_4 &= D \cdot t \cdot (A + B).\end{aligned}\tag{8.53}$$

Подставив эти выражения в условие (8.43), получим:

$$\frac{B}{A} \cdot \frac{D}{C} = i_{1H} - 1.\tag{8.54}$$

Таким образом, величину  $(i_{1H} - 1)$  можно представить в виде нескольких сомножителей  $(A, B, C, D)$ . Далее определяются значения  $t$ , обеспечивающие выполнение условий сборки и правильного зацепления и выбирается одно из этих значений. Например, из условия сборки (8.48)

$$q = t \frac{A(D - C)}{k} i_{1H}\tag{8.55}$$

выбираются значения  $t$ , обеспечивающие целочисленность  $q$ . После этого можно определить числа зубьев.

## 9. ТРЕНИЕ В КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАХ

### 9.1. Виды трения

Когда одно тело соприкасается с другим, то независимо от их физического состояния (твёрдое, жидкое, газообразное) возникает явление, называемое *трением*. В зависимости от характера относительного движения тел различают *трение скольжения* и *трение качения*. Сила, препятствующая относительному движению контактирующих тел, называется *силой трения*. Вектор этой силы лежит в плоскости, касательной к поверхности тел в зоне их контакта.

Сила трения скольжения уменьшается, если соприкасающиеся тела смазаны специальными смазочными материалами, причём, если материал – жидкость, полностью разделяющая контактирующие поверхности, то трение называется *жидкостным*. При совершенном отсутствии смазки имеет место *сухое трение*.

Если смазывающая жидкость не полностью разделяет трущиеся поверхности, то трение называется *полужидкостным* или *полусухим* в зависимости от того, какой из двух видов трения преобладает.

Применяемые смазки делятся на несколько видов: *твёрдые*, *жидкие*, *газовые*; при этом смазка может быть: *гидро-* или *газостатической*, когда она поступает под давлением в зазор между трущимися телами, а также *гидро-* или *газодинамической*, когда она разделяет трущиеся поверхности в результате давления, возникающего в слое жидкости при относительном движении тел.

Сцепление и трение широко используется в современной технике. Благодаря сцеплению движутся различные транспортные средства. Принцип действия фрикционной, ременной и других передач основан на использовании трения. Распространение получила также сварка трением.

Вместе с тем трение отрицательно сказывается там, где оно вызывает потери энергии.

## 9.2. Трение скольжения в поступательных парах

Сила трения на поверхности соприкосновения двух звеньев направлена в сторону, противоположную скорости относительного движения и приближённо может быть определена по формуле Кулона

$$F_{\text{тр}} = F_n f, \quad (9.1)$$

где  $F_n$  – сила реакции, нормальная к поверхности контакта;  $f$  – коэффициент трения скольжения (величина, постоянная в определённом диапазоне скоростей и удельных давлений).

Коэффициент трения зависит от многих факторов (чистоты поверхности, наличия и качества смазки, материала тел и др.) и определяется экспериментально.

Сила трения покоя (сила сцепления), т.е. сила, которую надо преодолеть, чтобы тело привести в движение, обычно больше силы трения скольжения, поэтому различают коэффициент сцепления  $f_0$  и коэффициент трения скольжения  $f$ .

Сила трения возникает как результат действия внешних сил  $F$ , поэтому она является реактивной силой, в результате действия которой суммарная реакция  $F_{\Sigma}$  отклоняется на угол  $\rho$  от нормали к трущимся поверхностям (рис. 90, а).

При этом

$$f = \frac{F_{\text{тр}}}{F_n} = \text{tg } \rho. \quad (9.2)$$

Угол  $\rho$  называется *углом трения скольжения*.

Если построить конус с углом при вершине  $2\rho$  (рис. 90, б), то получим *конус трения*. Движение возможно при  $F_t \geq F_{\text{тр}}$ , или при

$$\begin{aligned} F_n \text{tg } \lambda &\geq F_n \text{tg } \rho; \\ \lambda &\geq \rho, \end{aligned} \quad (9.3)$$

где  $\lambda$  – угол между линиями действия сил  $F$  и  $F_n$  (рис. 90, а).

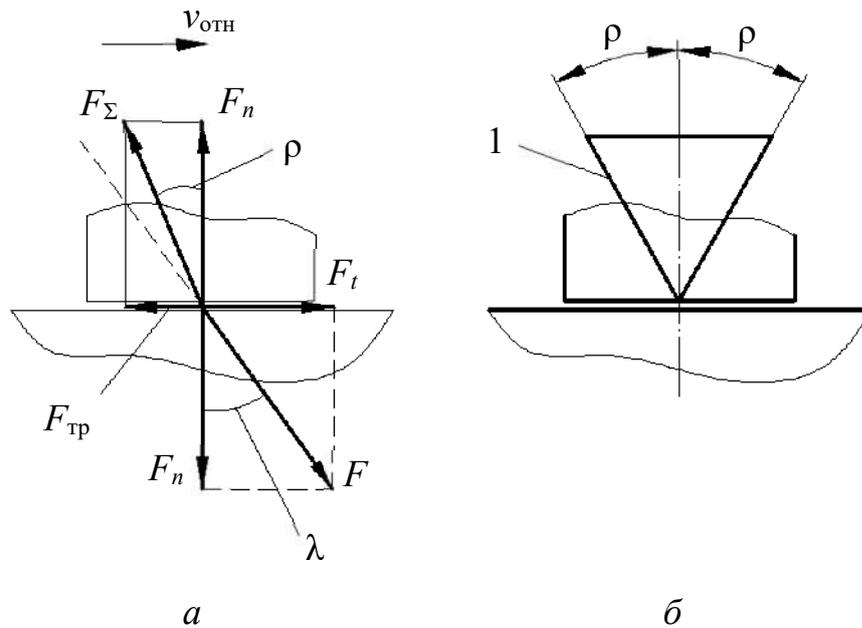


Рис. 90. Трение скольжения в поступательных парах:  
*а* – силы в точке контакта; *б* – конус трения (позиция 1)

Если  $\lambda = \rho$ , то движение происходит с постоянной скоростью:  $v_{\text{отн}} = \text{const.}$

Мощность, затрачиваемая на трение скольжения, равна:

$$P_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} v_{\text{отн}} = F_n f (v_1 \pm v_2), \quad (9.4)$$

где  $v_1, v_2$  – скорости тела и опорной поверхности соответственно; знак «+» – при противоположно направленном движении; знак «-» – при однонаправленном движении.

### 9.3. Трение скольжения во вращательных парах

Вращательные кинематические пары, образуемые цапфами валов и их опорами, широко распространены в машиностроении. *Цапфами* называются части валов и осей, посредством которых они опираются на подшипники. Трение цапф в подшипниках удобно оценивать величиной момента сил трения скольжения относительно оси вращения (рис. 91):

$$M_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} r = F_n f r = F_{\Sigma} r_{\text{тр}}, \quad (9.5)$$

где  $F_{\Sigma}$  – полная реакция;  $r_{\text{тр}}$  – радиус круга трения, равный:

$$r_{\text{тр}} = r \sin \rho \approx r \operatorname{tg} \rho \approx fr. \quad (9.6)$$

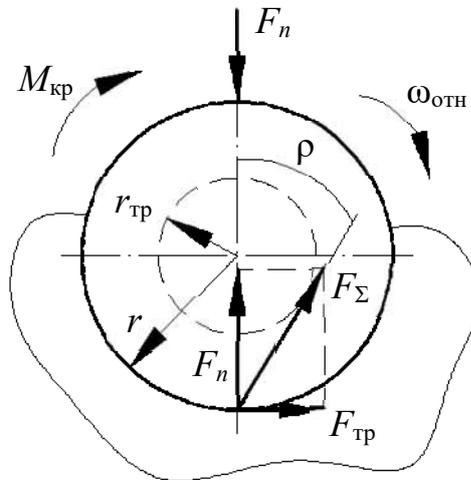


Рис. 91. Трение скольжения во вращательной паре

Мощность, затрачиваемая на трение, равна:

$$P_{\text{тр}} = M_{\text{тр}} \omega_{\text{отн}} = M_{\text{тр}} (\omega_1 \pm \omega_2), \quad (9.7)$$

где  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  – угловые скорости цапфы и опорной поверхности соответственно; знак плюс – при противоположно направленном вращении; знак минус – при однонаправленном вращении.

#### 9.4. Трение качения

В случаях идеально твёрдых тел, одно из которых катится по поверхности другого, соприкосновение их происходит по линии или в точке и сопротивление качению отсутствует, так как линии действия сил  $F_n$  совпадают (рис. 92, а) и сумма моментов относительно точки  $A$  равна

$$\Sigma M_A = Fh. \quad (9.8)$$

В действительности соприкосновение происходит не по линии, а по поверхности вследствие деформаций (рис. 92, б) и сумма моментов  $\Sigma M_A$  равна:

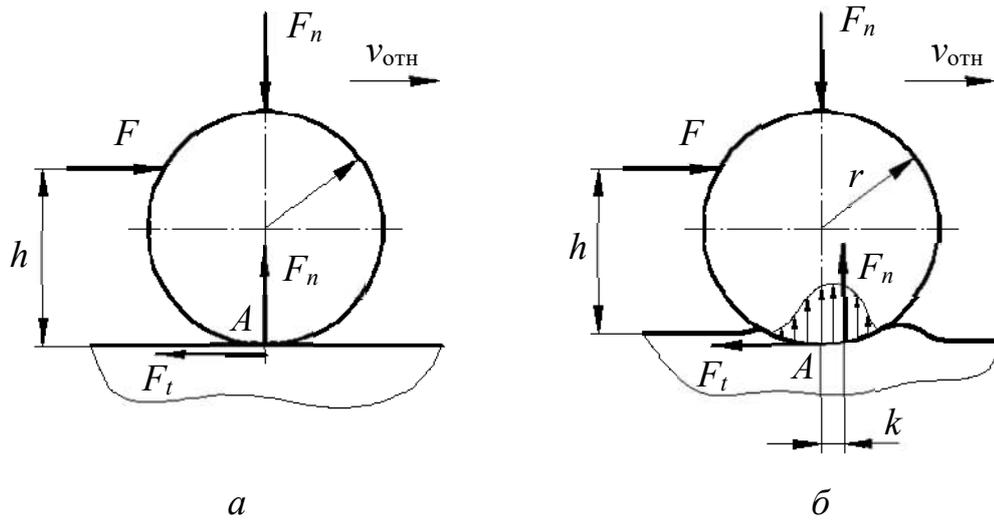


Рис. 92. Трение качения:  
*a* – идеально твердые тела; *б* – реальные тела

$$\Sigma M_A = Fh - F_n k, \quad (9.9)$$

где  $h, k$  – плечи сил  $F$  и  $F_n$ .

При  $v_{отн} = const$  и  $F_t = F$  получим

$$\begin{aligned} Fh - F_n k &= 0; \\ k &= h \frac{F}{F_n}. \end{aligned} \quad (9.10)$$

Плечо  $k$  называется *коэффициентом трения качения* и измеряется в единицах длины. Часто используется величина

$$f_k = \frac{k}{r}, \quad (9.11)$$

называемая *приведённым коэффициентом трения качения*. При этом сила трения качения  $F_{тр}^k$  по аналогии с силой трения скольжения может быть представлена в виде

$$F_{тр}^k = F_n f_k = F_n \frac{k}{r} = \frac{M_{тр}}{r}. \quad (9.12)$$

Мощность, затрачиваемая на трение, равна:

$$P_{тр} = F_{тр}^k v_{отн}, \quad (9.13)$$

где  $v_{\text{отн}}$  – скорость центра катка.

Для подшипников качения затраты мощности на преодоление трения равны

$$P_{\text{тр}} = M_{\text{тр}} \omega_{\text{отн}} = F_n f_k (\omega_1 \pm \omega_2) \frac{d}{2}, \quad (9.14)$$

где  $d$  – диаметр внутреннего кольца подшипника.

Принимается  $f_k = 0,003$  для шарикоподшипников;  $f_k = 0,005$  для роликоподшипников.

### 9.5. Особенности учёта сил трения при силовом расчёте рычажных механизмов

Для учёта сил трения в кинематических парах рычажных механизмов при определении  $F_{\text{ур}}$  или  $M_{\text{ур}}$  используется метод приведения сил трения, позволяющий определять уточнённые значения  $F_{\text{ур}}^*$  ( $M_{\text{ур}}^*$ ) без повторного силового расчёта с учётом трения по формуле:

$$M_{\text{ур}}^* = M_{\text{ур}} + M_{\text{пр}}^{\text{тр}}, \quad (9.15)$$

где  $M_{\text{ур}}$  – уравновешивающий момент, вычисленный без учёта трения;  $M_{\text{пр}}^{\text{тр}}$  – момент трения, приведённый к вращающемуся с угловой скоростью  $\omega_{\text{в}}$  входному звену, и равный

$$M_{\text{пр}}^{\text{тр}} = \frac{\Sigma P_i^{\text{тр}}}{\omega_{\text{в}}}, \quad (9.16)$$

где  $\Sigma P_i^{\text{тр}}$  – суммарная мощность сил трения в кинематических парах.

Для определения реакций в кинематических парах с учётом трения обычно используется метод последовательных приближений, когда по найденным без учёта трения реакциям определяются силы и моменты трения в кинематических парах. Затем эти силы прикладываются как внешние и производится перерасчёт реакций в установленном порядке. Обычно достаточно одного перерасчёта (итерации).

## 9.6. Коэффициент полезного действия (КПД) машины

Энергия, потребляемая машиной, расходуется на преодоление полезных и вредных сопротивлений. Полезные – это сопротивления, для преодоления которых машина предназначена. Вредные – это сопротивления, преодоление которых не даёт производственного эффекта.

*Механическим* КПД ( $\eta$ ) называется отношение полезной работы  $A_{\text{пл}}$  или мощности  $P_{\text{пл}}$  к затраченной  $A_{\text{зт}}(P_{\text{зт}})$ . Потери механической энергии в разного рода устройствах состоят главным образом из потерь на трение:

$$\eta = \frac{A_{\text{пл}}}{A_{\text{зт}}} = \frac{P_{\text{пл}}}{P_{\text{зт}}} = \frac{A_{\text{зт}} - A_{\text{тр}}}{A_{\text{зт}}} = \frac{P_{\text{зт}} - P_{\text{тр}}}{P_{\text{зт}}} = 1 - \xi_{\text{п}}, \quad (9.17)$$

где  $\xi_{\text{п}} = \frac{A_{\text{тр}}}{A_{\text{зт}}} = \frac{P_{\text{тр}}}{P_{\text{зт}}}$  – коэффициент потерь.

При холостом ходе машины  $\eta = 0$ , но могут быть случаи когда  $\eta < 0$ , что означает невозможность совершать движение из-за явления, называемого *самоторможением*. Например, червячный редуктор не может совершать вращение со стороны червячного колеса.

Рассмотрим машину как совокупность  $n$  элементов, соединённых различным образом между собой.

1. Элементы соединены последовательно и КПД каждого из них  $\eta_i$  известен (рис. 93, а). Тогда

$$\begin{aligned} A_2 &= A_1 \eta_1; \\ A_3 &= A_2 \eta_2 = A_1 \eta_1 \eta_2; \\ &\vdots \\ A_{n+1} &= A_1 \eta_1 \eta_2 \dots \eta_n, \end{aligned} \quad (9.18)$$

т. е. общий КПД всей цепи равен

$$\eta_{\Sigma} = \frac{A_{n+1}}{A_1} = \eta_1 \eta_2 \dots \eta_n = \prod_{i=1}^n \eta_i. \quad (9.19)$$

Поэтому следует стремиться к созданию простых конструкций с малым числом элементов.

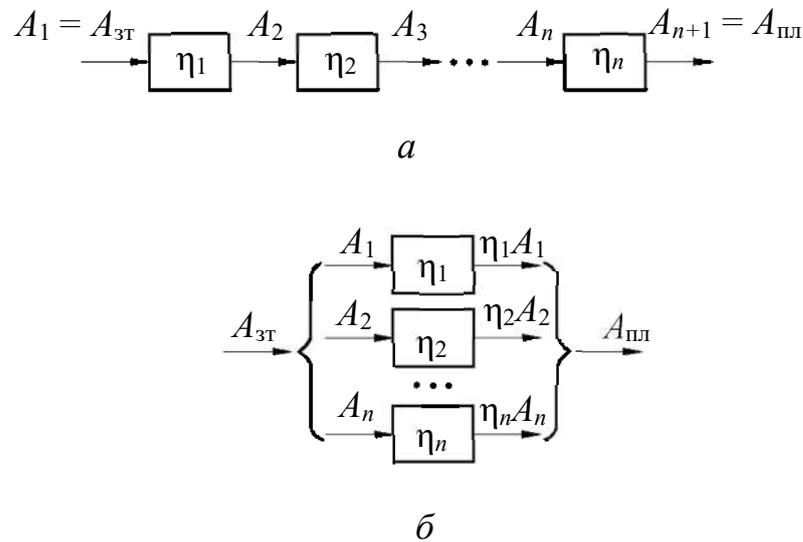


Рис. 93. Машина как совокупность элементов:  
*a* – элементы соединены последовательно; *б* – элементы соединены параллельно

2. Элементы соединены параллельно (рис. 93, *б*). Тогда

$$\eta_{\Sigma} = \frac{\eta_1 A_1 + \eta_2 A_2 + \dots + \eta_n A_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n} = \sum_{i=1}^n \alpha_i \eta_i, \quad (9.20)$$

где  $\alpha_i = \frac{A_i}{A_{зт}}$  – коэффициент распределения энергии.

При  $\eta_1 = \eta_2 = \dots = \eta_n$  получим  $\eta_{\Sigma} = \eta_i$ , следовательно, низкое качество отдельных элементов меньше влияет на общий КПД машины, чем при последовательном соединении.

Сложные механизмы могут образовывать разветвлённую систему, состоящую из последовательного и параллельного соединённых более простых механизмов, где КПД определяется согласно указанным выше правилам.

Так как любой механизм представляет собой кинематическую цепь с последовательно и параллельно соединёнными в кинематических парах

звеньями, то общий КПД механизма вычисляется аналогично при известных КПД кинематических пар.

Например, необходимо определить  $\eta_{\Sigma}$  механизма с низшими парами, изображённого на рис. 94.

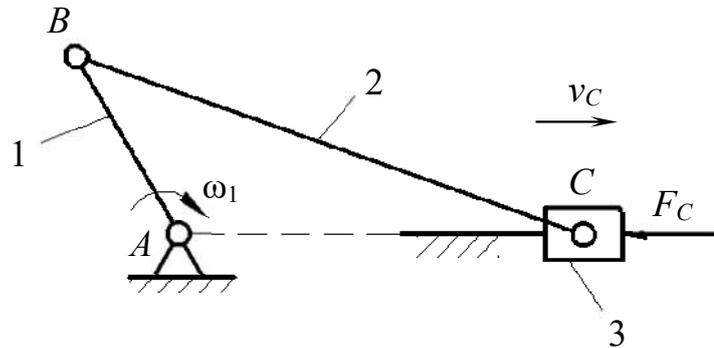


Рис. 94. Схема рычажного механизма

Мощность сил полезного сопротивления

$$P_{\text{пл}} = F_C v_C, \quad (9.21)$$

где  $v_C$  — скорость точки  $C$ ;  $F_C$  — сила полезного сопротивления.

Затраченная мощность

$$P_{\text{зт}} = P_{\text{пл}} + \sum_{i=1}^4 P_i^{\text{тр}}. \quad (9.22)$$

В формуле (9.22) мощность, затраченная на трение в кинематических парах, равна:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^4 P_i^{\text{тр}} &= P_A^{\text{тр}} + P_B^{\text{тр}} + P_C^{\text{тр}} + P_{30}^{\text{тр}}; \\ P_A^{\text{тр}} &= F_{01} f_A \frac{d_A}{2} \omega_1; \\ P_B^{\text{тр}} &= F_{12} f_B \frac{d_B}{2} (\omega_1 \pm \omega_2); \\ P_C^{\text{тр}} &= F_{23} f_C \frac{d_C}{2} \omega_2; \\ P_{30}^{\text{тр}} &= F_{30} f_{30} v_C, \end{aligned} \quad (9.23)$$

где  $P_A^{тр}, P_B^{тр}, P_C^{тр}$  – затраты мощности на трение в шарнирах;  $P_{30}^{тр}$  – затраты мощности на трение в поступательной паре;  $f_A, f_B, f_C$  – коэффициенты трения в шарнирах;  $f_{30}$  – коэффициент трения в поступательной паре;  $d_A, d_B, d_C$  – диаметры шарниров;  $\omega_1, \omega_2$  – угловые скорости звеньев.

Мгновенный КПД, который является функцией положения звена 1, равен

$$\eta_{\Sigma} = \frac{P_{пл}}{P_{зт}}. \quad (9.24)$$

## 10. УРАВНОВЕШИВАНИЕ МАСС В МЕХАНИЗМАХ

### 10.1. Действие сил на фундамент. Условия уравнивания

В общем случае в кинематических парах механизмов и машин возникают динамические усилия, переменные по величине и направлению. Через стойку они передаются на фундамент, вызывая дополнительные напряжения в отдельных звеньях, вибрацию и ухудшение условий работы. Чтобы этого избежать, необходимо рационально подобрать и расположить массы звеньев с условием полного или частичного гашения динамических усилий. Эта задача решается при уравнивании.

Основными динамическими составляющими при работе любого механизма являются силы инерции, которые, как правило, переменны по величине и направлению. Это характерно и для случаев, когда входное звено вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega_1 = const$  (см. рис. 94). Все силы и моменты сил инерции можно привести к главному вектору  $\bar{F}_{и\Sigma}$  и моменту  $\bar{M}_{и\Sigma}$  относительно выбранной точки (точки приведения):

$$\begin{aligned}\bar{F}_{и\Sigma} &= \Sigma \bar{F}_{иi}; \\ \bar{M}_{и\Sigma} &= \Sigma \bar{M}_{иi} + \Sigma \overline{F_{иi} h_{F_{иi}}},\end{aligned}\tag{10.1}$$

где  $\bar{F}_{иi}, \bar{M}_{иi}$  – сила инерции и момент сил инерции  $i$ -го звена;  $h_{F_{иi}}$  – плечо силы инерции относительно точки приведения.

Полностью уравновешенным считается механизм, в котором  $F_{и\Sigma} = 0$  и  $M_{и\Sigma} = 0$ , т. е. сила давления стойки на фундамент остаётся постоянной при движении звеньев.

Из теоретической механики известно, что

$$\bar{F}_{и\Sigma} = -m_{\Sigma} \bar{a}_s,\tag{10.2}$$

где  $m_{\Sigma}$  – масса всех подвижных звеньев;  $a_s$  – ускорение центра масс системы.

Следовательно, для выполнения условия  $F_{и\Sigma} = 0$  необходимо, чтобы ускорение  $a_s = 0$ .

Это равносильно требованию постоянства положения центра масс механизма относительно стойки. Такое уравнивание называется *статическим* или *уравниванием первого рода*. В этом случае используется метод заменяющих (сосредоточенных) масс, обладающих массой, центром масс и моментом инерции  $J_S$  заменяемого твёрдого тела (звена) с распределённой массой. Если поместить начало системы координат в центр масс системы, то условия эквивалентности заменяемой и заменяющих масс запишутся так:

$$\begin{aligned}\Sigma m_i &= m_\Sigma; \\ \Sigma m_i x_i &= 0; \\ \Sigma m_i y_i &= 0; \\ \Sigma m_i (x_i^2 + y_i^2) &= J_S,\end{aligned}\tag{10.3}$$

где  $m_i$  – масса  $i$ -го звена;  $x_i, y_i$  – координаты центра тяжести  $i$ -го звена.

Таким образом, в общем случае плоского звена необходимы четыре заменяющих массы. В частных случаях число заменяющих масс может быть сведено к двум. Например, для звена  $AB$  (рис. 95) можно ограничиться частичной заменой его массы  $m$  двумя массами  $m_1$  и  $m_2$ , учитывая условия:

$$\begin{aligned}m_1 + m_2 &= m; \\ m_1 l_1 - m_2 l_2 &= 0.\end{aligned}\tag{10.4}$$

Отсюда следует, что

$$\begin{aligned}m_1 &= m \frac{l_2}{l}; \\ m_2 &= m \frac{l_1}{l}.\end{aligned}\tag{10.5}$$

Для полного уравнивания механизма необходимо выполнение обоих условий:  $F_{и\Sigma} = 0$ ;  $M_{и\Sigma} = 0$ , причём выполнение условия  $M_{и\Sigma} = 0$  решается

при моментном (динамическом) уравнивании, которое называется *уравниванием второго рода*.

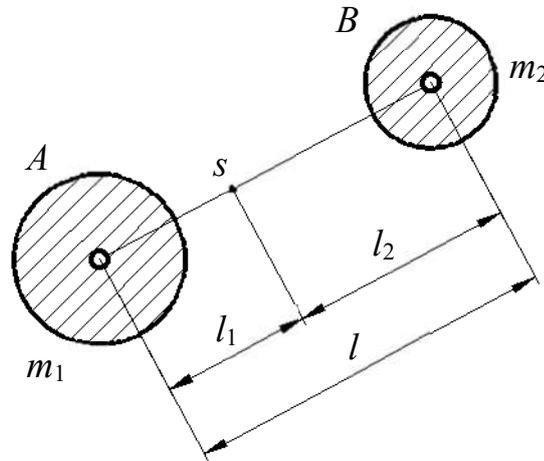


Рис. 95. Звено *AB*

### 10.2. Уравнивание с помощью противовесов на звеньях механизма

Рассмотрим последовательность статического уравнивания на примере четырёхшарнирного механизма (рис. 96, *а*). Заменяем массы звеньев 1, 2, 3 сосредоточенными массами в точках *A*, *B*, *C*, *D*, причём в силу неподвижности точек *A* и *D*, массы, сосредоточенные в этих точках, можно не учитывать.

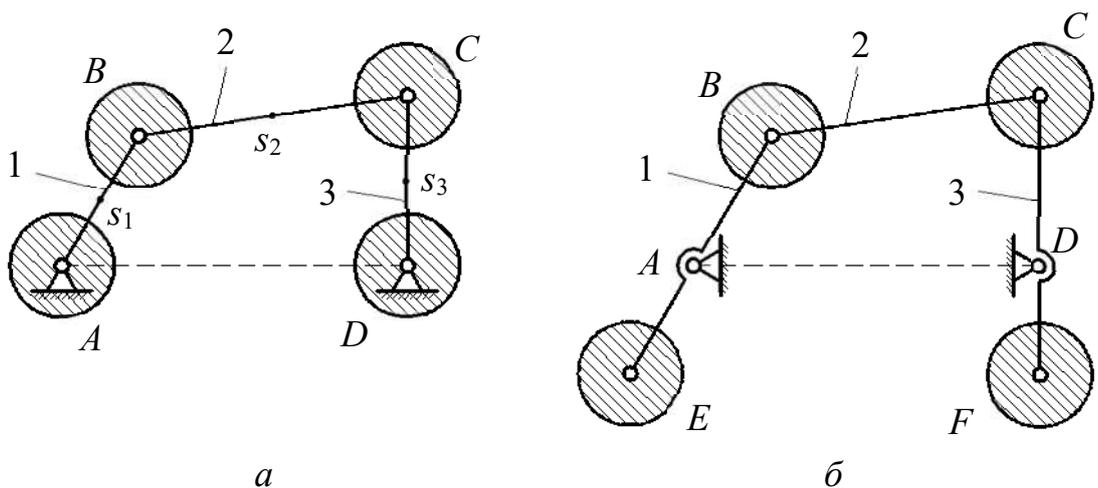


Рис. 96. Статическое уравнивание механизма:  
*а* – схема механизма; *б* – статически уравновешенный механизм

Приведённые массы в точках  $B$  и  $C$  равны:

$$\begin{aligned} m_B &= m_{B_1} + m_{B_2} = m_1 \frac{l_{AS_1}}{l_{AB}} + m_2 \frac{l_{CS_2}}{l_{BC}}; \\ m_C &= m_{C_2} + m_{C_3} = m_2 \frac{l_{BS_2}}{l_{BC}} + m_3 \frac{l_{DS_3}}{l_{CD}}. \end{aligned} \quad (10.6)$$

Так как заменяющие массы  $m_B$  и  $m_C$  совершают вращательное движение, то для уравновешивания сил инерции необходимы противовесы с массами  $m_E$  и  $m_F$ , определяемыми из следующих условий (рис. 96, б):

$$\begin{aligned} m_E l_{AE} &= m_B l_{AB}; \\ m_F l_{DF} &= m_C l_{DC}, \end{aligned} \quad (10.7)$$

где, задавая длины противовесов, можно получить их массы и наоборот.

Рассмотрим моментное уравновешивание на примере четырёхшарнирного механизма. Его приближённое моментное уравновешивание можно осуществить после статического уравновешивания, введя в схему механизма два одинаковых дополнительных противовеса  $m_M$  (рис. 97), соединённых с зубчатыми колёсами  $a$  и  $b$ . Колесо  $a$  жёстко связано с кривошипом 1 и вращается с угловой скоростью  $\omega_1$ , а равное ему колесо  $b$  вращается с той же угловой скоростью  $\omega_1$ , но угловые координаты противовесов отличаются на  $180^\circ$ , поэтому момент пары сил инерции от противовесов  $m_M$  равен

$$M_{иМ} = F_{иМ} h_M. \quad (10.8)$$

Подбирая положение точки  $E$ , можно обеспечить направление  $M_{иМ}$ , противоположное направлению  $M_{и\Sigma}$ , а массу противовесов  $m_M$  определяют из условия  $M_{и\Sigma} = M_{иМ}$ .

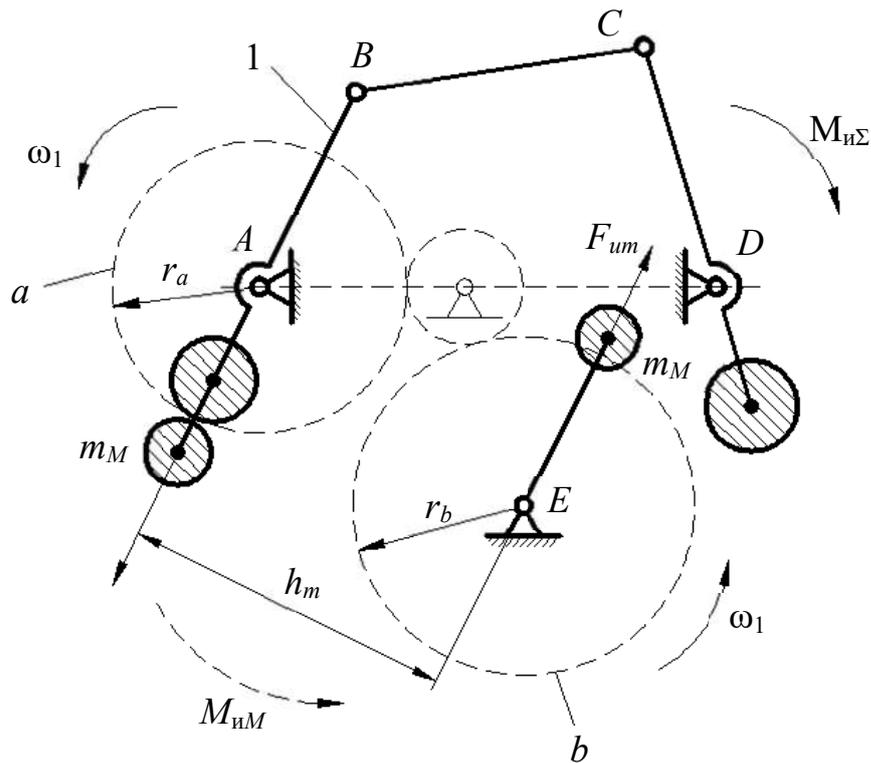


Рис. 97. Моментное уравнивание механизма

### 10.3. Уравнивание вращающихся масс (роторов)

*Ротором* в теории балансировки называется любое вращающееся тело. В связи с появлением быстроходных машин возникла проблема уравнивания быстровращающихся деталей. Так, например, скорость некоторых турбин, валов гироскопов, суперцентрифуг достигает 50 тысяч об/мин, и малейшее смещение центра масс с геометрической оси вращения вызывает появление больших сил инерции, т. е. вибрационных явлений в машине и фундаменте.

Различают статическое уравнивание (статическая балансировка) вращающихся роторов и динамическое. Статическая балансировка достигается тем, что центр тяжести вращающейся детали переводят в неподвижную точку. Такое уравнивание применяется для плоских деталей, длина которых мала по сравнению с диаметром. Если такую деталь заменить сосредоточенной массой  $m$ , вращающейся относительно

неподвижного центра вращения (рис. 98, а), то можно записать уравнение динамики:

$$\bar{G} + \bar{F}_A + \bar{F}_и = 0, \quad (10.9)$$

где  $G$  – вес;  $F_A$  – реакция в опоре;  $F_и$  – сила инерции, равная

$$F_и = ma_S^n = \frac{G}{g} \omega^2 \rho = d \frac{\omega^2}{g}, \quad (10.10)$$

где  $\rho = AS$  – радиус окружности вращения массы  $m$ ;  $d = G\rho$  – дисбаланс, который характеризует неуравновешенность и направлен так же, как сила инерции  $F_и$ .

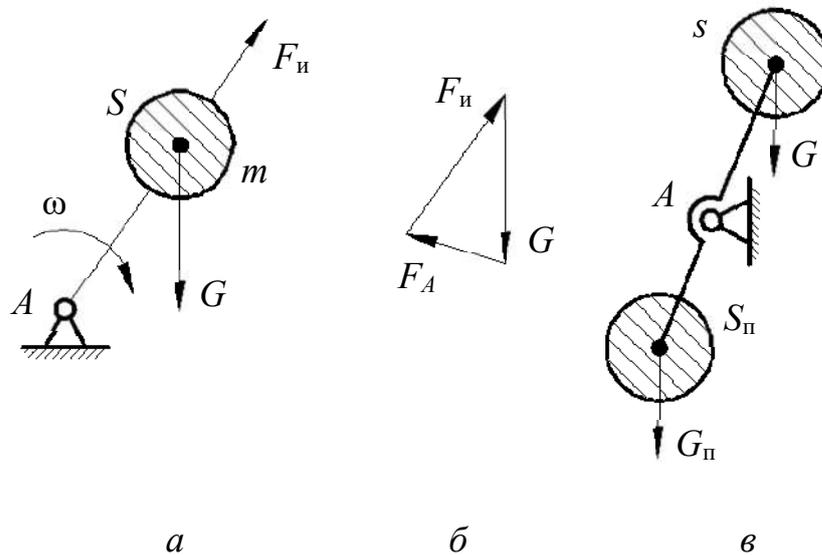


Рис. 100. Уравновешивание вращающихся масс

План сил в данном положении (рис. 98, б) показывает, что  $F_A$  – сила переменная по направлению и создаёт динамические нагрузки и вибрацию. Если  $d = 0$ , то  $\bar{G} + \bar{F}_A = 0$ , и динамические нагрузки отсутствуют. Для этого необходимо уравновесить дисбаланс установкой массы противовеса с противоположной стороны (рис. 98, в). Тогда дисбалансы будут уравновешены, и вес противовеса  $G_{II}$  определится из условия

$$G\rho = G_{II}\rho_{II}, \quad (10.11)$$

где  $\rho_{II} = AS_{II}$  – радиус окружности вращения противовеса.

Рассмотрим уравнивание неплоской детали, которую можно представить, например, в виде двух грузов  $G_1$  и  $G_2$  (рис. 99, а), с углом  $\alpha_2$  между радиусами  $\rho_1$  и  $\rho_2$ . В этом случае возникают реакции, вызванные неуравновешенностью как сил, так и моментов от сил инерции. При этом момент от сил инерции относительно точки  $A$  равен

$$M_{и2} = F_{и2}a \quad (10.12)$$

и характеризуется дисбалансом

$$d_2a = G_2\rho_2a. \quad (10.13)$$

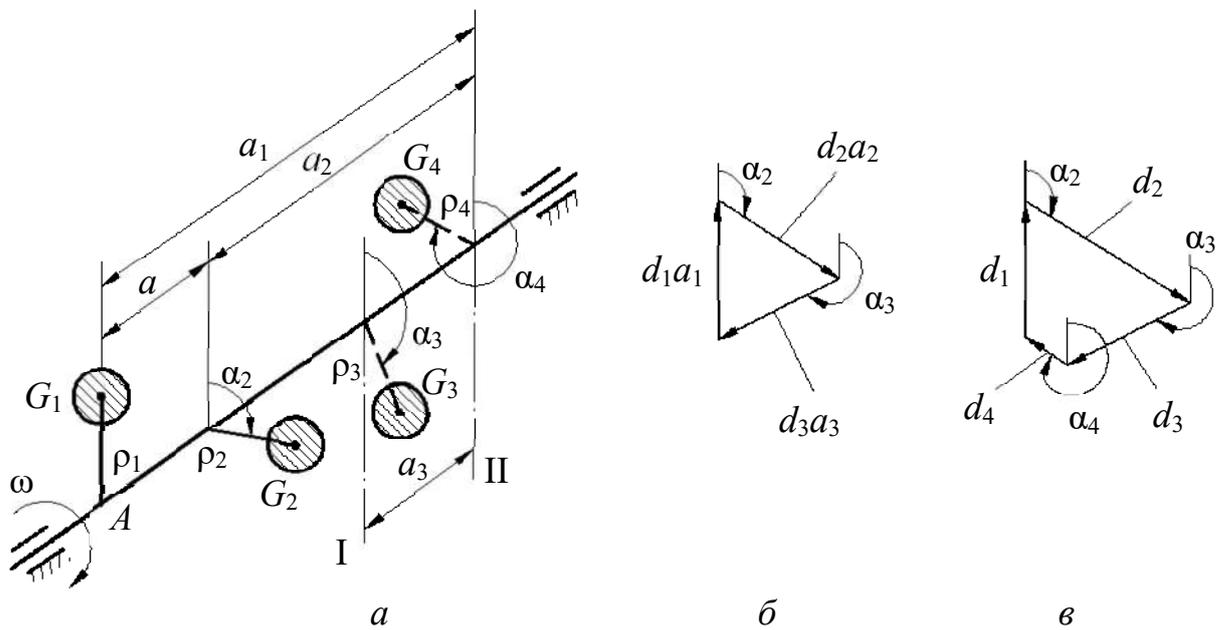


Рис. 99. Уравнивание неплоской детали

В этом случае динамические нагрузки на опоры возникают даже если проведена статическая балансировка, когда центр тяжести грузов 1 и 2 совпадает с центром вращения. Уравнивание моментов от сил инерции вращающихся деталей будет обеспечена динамической балансировкой.

Полное уравнивание системы можно осуществить двумя дополнительными грузами  $G_3$  и  $G_4$ , установленными в разных плоскостях I и II, называемых *плоскостями исправления*, под углами  $\alpha_3$  и  $\alpha_4$ . При этом должны выполняться условия:

$$\begin{aligned}\Sigma \bar{F}_{ii} &= 0, \text{ или } \bar{d}_1 + \bar{d}_2 + \bar{d}_3 + \bar{d}_4 = 0; \\ \Sigma \bar{M}_{ii} &= 0, \text{ или } \bar{d}_1 a_1 + \bar{d}_2 a_2 + \bar{d}_3 a_3 + \bar{d}_4 a_4 = 0.\end{aligned}\tag{10.14}$$

Совместное решение уравнений (10.14), например, графическим путём (рис. 99, б, в) позволяет найти вес и положение противовесов  $G_3$  и  $G_4$ .

Балансировка вращающихся масс осуществляется на специальных балансировочных станках, при этом исключается неуравновешенность, вызванная неточностью изготовления детали.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Артоболовский И. И. Теория механизмов и машин: учебник для вузов. – М.: Наука, 1988.
2. Артоболовский И. И. Сборник задач по теории механизмов и машин: для машин. спец. вузов. – М.: Наука, 1975.
3. Левитская О. Н., Левитский Н. И. Курс теории механизмов и машин: учеб. пособие для механ. спец. вузов. – М.: Наука, 1990.
4. Прикладная механика: учеб. пособие и контрольные задания на курсовой проект «Кинематический, силовой анализ и синтез плоского механизма» для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело» специализации «Горные машины и оборудование» очного и заочного обучения. / А. И. Афанасьев, Ю. М. Казаков, С. А. Ляпцев и др. – 2-е издание, переработанное и дополненное. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2019.

Учебное издание

Виталий Михайлович ТАУГЕР, Александр Анатольевич ЛЕОНТЬЕВ

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

*Учебное пособие*

Редактор изд-ва  
Компьютерная вёрстка авторов  
Дизайн обложки

Подписано в печать  
Бумага офсетная. Гарнитура *Times New Roman*. Формат 60×84 $\frac{1}{16}$ .  
Печать на ризографе. Печ. л. 8,0. Уч. изд. л. 6,0  
Тираж 100 экз. Заказ

Издательство УГГУ  
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30  
Уральский гос. горный ун-т  
Отпечатано с оригинал-макета  
в лаборатории множительной техники УГГУ

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебно-методическому



**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ  
К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**Б1.О.25 ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН**

Направление подготовки  
**15.03.02 Технологические машины и оборудование**

Направленность (профиль)  
**Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов**

Форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

год набора: 2024

Автор: Лагунова Ю. А., профессор, д-р техн. наук

Одобрены на заседании кафедры

Горных машин и комплексов  
(название кафедры)  
Зав.кафедрой  
(подпись)  
Лагунова Ю.А.  
(Фамилия И.О.)  
Протокол № 1 от 06.09.2023  
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

горно-механического  
(название факультета)  
Председатель  
(подпись)  
Осипов П.А.  
(Фамилия И.О.)  
Протокол № 2 от 20.10.2023  
(Дата)

Екатеринбург

## **ОГЛАВЛЕНИЕ**

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ...	4
2. ОФОРМЛЕНИЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ .....	4
3. ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ .....	5
ЛИТЕРАТУРА.....	10

## ВВЕДЕНИЕ

При проектировании машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов решаются задачи на прочность элементов конструкции. Выпускники университета должны уметь применять соответствующие методики расчета при проектировании объектов нефтепромыслов.

**Цель контрольной работы:** проверка приобретенных студентами навыков оптимизации и поиска оптимальных значений параметров объектов и технологических процессов нефтегазовой отрасли.

**Результат изучения дисциплины:** «Основы проектирования технологических машин»

*Знать:*

- методику расчетного обеспечения конструкционной и прочностной надежности машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов;
- методику расчета параметров узлов машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов;
- основы и этапы проектирования деталей и узлов машин с использованием технической литературы, а также средств автоматизированного проектирования на базе САПР;
- программное обеспечение, реализующее методики расчета узлов машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов;
- программное обеспечение, позволяющее внедрить методику по определению параметров, учитывающих конструктивные и прочностные характеристики изделий;
- правила оформления научно-технической и служебной документации;
- требования к размещению оборудования при выполнении операций технологических процессов бурения, добычи, ремонта скважин;
- специфику технологического процесса для конкретных условий эксплуатации бурового и нефтепромыслового оборудования;
- специфику эксплуатации машин и оборудования нефтегазового комплекса;
- основные показатели технологичности конструкции изделия, качественные и количественные методы оценки технологичности;

*Уметь:*

- использовать компьютерные программы для расчета и проектирования узлов и деталей машин;
- оформлять графическую и текстовую конструкторскую документацию в полном соответствии с требованиями ЕСКД;
- рассчитать технические параметры машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов по заданным технологическим требованиям;
- оценить уровень технологичности конструкции машин и механизмов;
- оценить достоинства и недостатки проектируемого оборудования и машин нефтяных и газовых промыслов;
- использовать принципы унификации и стандартизации при проектировании оборудования;
- оптимизировать конструктивные решения, выбирать и обосновывать критерии оптимизации;
- вносить коррективы, исправлять ошибки в научно-технической и служебной документации;
- оформлять графическую и текстовую конструкторскую документацию в полном соответствии с требованиями ЕСКД;

оценить уровень технологичности конструкции машин и механизмов;  
оценить уровень стандартизации и унификации;  
оценить достоинства и недостатки проектируемого оборудования и машин нефтяных и газовых промыслов;  
оценить уровень технологичности конструкции машин и механизмов;  
выбирать основные и вспомогательные материалы деталей при проектировании в зависимости от различных критериев работоспособности нефтегазового оборудования;  
анализировать параметры технологических процессов в соответствии с конструктивными параметрами и функциональным назначением применяемого оборудования;

*Владеть:*

методами расчета по определению требуемого уровня конструктивной и прочностной надежности узлов машин и оборудования;  
навыками проектирования машин и механизмов;  
современной методологией научного анализа исследуемых механических систем и технологических процессов;  
способами перехода от реального объекта к расчетной схеме;  
методиками проектных и проверочных расчетов инженерных конструкций на прочность, долговечность и жесткость;  
навыками работы с основными российскими и зарубежными средствами автоматизированного проектирования на базе современных САПР;  
навыками набора текста и создания изображений в компьютерных программах;  
способностью анализировать полученный результат и умением сделать вывод о состоянии объекта расчета;  
навыками разработки рабочей проектной и технической документации, в соответствии со стандартами, техническими условиями и другими нормативными документами, оформления законченных проектно-конструкторских работ;  
методикой определения металлоемкости и жесткости проектируемых конструкций

## **1. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ**

При подготовке к контрольной работе необходимо изучить примеры, рассмотренные на лекциях а также в пособии [1].

## **2. ОФОРМЛЕНИЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ**

Контрольная работа должна включать следующие этапы:

1. Постановка задачи.
2. Анализ задачи.
3. Составление графической схемы для расчета конструктивных параметров.
4. Выбор методики расчета на прочность.
5. Выполнение необходимых расчетов по выбранной методике..
6. Выводы и предложения по совершенствованию механизма.

### 3. ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

#### Задание.

Произвести сравнительную оценку нескольких экскаваторов и выбрать наиболее эффективный тип машины для условий карьера, высота уступа в котором составляет 15 м.

Горные породы, подлежащие выемке: очень крепкий уголь (отнесен к породе VII категории); погрузка осуществляется после БВР в железнодорожный транспорт; возможно разделение развала взорванной породы на подступы, высота которых не должна превышать максимальную высоту копания экскаватора.

Исходные данные для расчета экскаватора с ковшем вместимостью 4,6м<sup>3</sup> и максимальным коэффициентом наполнения  $k_n=1,2$ :

- 0,700 – сопротивление породы копанию, МПа;
- 3200. – плотность породы в целике, кг/м<sup>3</sup>;
- 1,60 – коэффициент разрыхления породы;
- 04,60 – емкость ковша экскаватора, м<sup>3</sup>;
- 1,20 – коэффициент наполнения ковша;
- 10,50 – длина стрелы экскаватора, м;
- 45,0 – угол наклона (установки) стрелы, градусы;
- 07,800 – длина рукояти напорного механизма, м;
- 3,000 – диаметр опорного поворотного круга экскаватора, м;
- 0175,00 – суммарная мощность лебедки подъемного механизма, кВт;
- 0060,00 – суммарная мощность напорного механизма, кВт;
- 1,050 – диаметр головного блока стрелы, м;
- 02 – число ветвей полиспаста канатной подвески ковша;
- 0,9500 – общий КПД блоков полиспаста ковша и подъемного барабана лебедки;
- 0,9412 – общий КПД редуктора подъемной лебедки;
- 0,8674 – общий КПД напорного механизма;
- 25,00 – угол между подъемным канатом и вертикальной рукоятью в начале копания (ковш пустой), градусы;
- 69,00 – угол между подъемным канатом и горизонтальной рукоятью в конце копания (ковш полностью заполнен), градусы;
- 75,00 – угол между подъемным канатом и максимально-выдвинутой рукоятью при максимальной высоте подъема ковша, градусы;
- 0,870 – скорость подъема ковша, м/с;
- 0,450 – скорость напора рукояти напорного механизма, м/с;
- 2,530 – высота оси пяты стрелы от почвы, м;
- 1 – индекс типа рукояти;
- 023. – длительность рабочего цикла, с;

- 015. – время передвижек экскаватора у забоя в течение часа, мин;
- 090. – угол поворота экскаватора на разгрузку, градусы;
- 0,70 – коэффициент использования экскаватора за время работы;
- 08,00 – продолжительность рабочей смены, ч.

*Методические указания к выполнению задания.*

Выбор типа экскаватора зависит от горнотехнических условий, главными из которых являются высота уступа в карьере  $h_y$ , где будет работать экскаватор, и организация горных работ в карьере.

Свойства горных пород, подлежащих экскавации, изменяются в весьма широких пределах, поэтому их принято объединять в группы (категории) с определенным диапазоном свойств (табл.1).

Выемка горных пород экскаваторами осуществляется без предварительного их рыхления или после буровзрывных работ (БВР). В первом случае имеет место чисто механическое разрушение (резание) пород зубьями ковша экскаватора. К указанным породам относится горная масса в массиве с I до III категорий согласно классификации горных пород по трудности экскавации [1] (табл.1). Во втором случае имеет место комбинированное разрушение горных пород (взрывом и ковшом). Необходимо учитывать, что на рабочий процесс и эффективность использования экскаваторов решающее влияние оказывают физико-механические свойства разрабатываемых горных пород.

Таблица 1

**Классификация горных пород по трудности экскавации применительно к открытым работам [1]**

Категория пород	Характеристика горных пород		Удельное сопротивление копанью $K_s$ , МПа	Объемная плотность в целике $\gamma$ , кг/м <sup>3</sup>	Коэффициент разрыхления $K_p$
	в массиве	после рыхления с применением БВР			
I	Мягкие и рыхлые породы (супесь, мягкий суглинок, песок рыхлый, песок влажный)	Уголь и полускальные породы	0,016-0,12	1400-1600	1,10-1,15
II	Довольно плотные породы; мерзлый грунт I категории (суглинок, гравий мелкий и средний, мягкая глина)	Полускальные и скальные породы	0,07-0,16	1700	1,20
III	Слабый уголь; плотная порода; мерзлый грунт I и II категорий (суглинок плотный, глина средняя, мягкие аргиллиты)	Скальные породы, тяжелая руда, тяжелая глина разрыхленная	0,12-0,25	1800	1,30

IV	Уголь средней крепости; очень плотная порода; мерзлый грунт II и III категорий (суглинков крепкий со щебнем, глина плотная)	Крепкий уголь, полускальные и скальные породы, тяжелые руды	0,22-0,36	1900-2500	1,35-1,45
V	Крепкий уголь; наименее прочные полускальные породы; мерзлые породы III и IV категорий; сильнотрещиноватые скальные породы и руды	Очень крепкий уголь, полускальные породы VI-VIII категорий; тяжелая руда VI-VIII категорий	0,33-0,55	3000	1,50
VI	Очень крепкий уголь; прочные полускальные породы IV и V категорий; трещиноватые скальные породы и тяжелая руда	Полускальные породы VII категории; скальные породы VIII-IX категорий; тяжелая руда VIII категории	0,43-0,75	3200	1,60
VII	Сланцы, мергель, гипс, мел, известняк, песчаник мягкий; мерзлые породы V и VI категорий; среднетрещиноватые скальные породы и руда	Скальные породы и тяжелая руда VIII категории	0,8-1	3500	1,70
VIII	Скальные мало-трещиноватые мерзлые породы; тяжелая руда	Скальные тяжелые породы и руда практически монолитные, породы IX категории	1-1,2	3500	1,70

При работе экскаватора в рыхлых породах (категории I-III) высота обрабатываемого уступа  $h_y$  забоя должна обеспечивать полное наполнение ковша за одно черпание, при этом наибольшая высота копания (черпания)  $H_k$ , т.е. высота при максимально поднятой рукояти напорного механизма, не должна быть меньше высоты уступа:  $H_k \geq h_y$

При работе экскаватора в породах, требующих предварительного рыхления, в результате буровзрывных работ (БВР) образуется развал взорванной горной массы, где и формируется забой машины. Параметры забоя зависят от формы и размеров развала взорванной массы  $H_{раз}$ , который, в свою очередь, зависит от высоты уступа, параметров БВР и их организации. Высота развала пород после взрыва при числе рядов взрываеваемых скважин от одного до трех не должна превышать высоты уступа:  $H_{раз} \leq h_y \leq H_k$ .

При многорядном взрывании (число рядов скважин более трех) в хорошо дробимых породах, где не образуются «kozyрьки» и «навеси» развала допускается увеличение высоты обрабатываемого уступа до полуторной высоты копания экскаватора  $h_y \leq 1,5 H_k$ , т.е.  $H_k \geq 2/3 h_y$  при условии разделения образующегося развала породы ( $H_{раз} \leq 1,1 h_y$ ) по высоте на подступы, высота которых, в свою очередь, не превышает наибольшей высоты копания машины [2]. Указанные условия позволяют обеспечить для безопасного ведения горных работ в забое отсутствие нависающих козырьков породы.

По заданной высоте уступа  $h_y$  и наибольшей высоте копания (черпания)  $H_k$  выбираются типы экскаваторов, подходящие для работы в заданных условия карьера. Необходи-

димо иметь в виду, что экономически целесообразным является выбор машин, у которых разница между  $h_y$  и  $H_k$ , естественно при соблюдении условия  $h_y \leq H_k$  или  $h_y \leq 1,5 H_k$ , минимальная при этом обеспечивается минимальная стоимость экскаватора и рациональная загрузка приводов рабочего оборудования).

### Определение максимально-возможной производительности экскаватора

Под производительностью экскаватора понимается объем горной породы, отделяемой от массива и перемещаемой экскаватором на заданное расстояние, определяемое его рабочими параметрами, в единицу времени. За единицу времени принимается час, смена, сутки, месяц или год. На производительность машины влияют различные факторы: горно-геологические, конструктивные, технологические, климатические, организационные. Основными факторами следует считать следующие:

- трудность разработки горной массы, которая оценивается категорией породы по крепости и ее состоянием (табл.1). При разработке, например, влажной глинистой породы, которая налипает на ковш, полезный объем ковша уменьшается, а продолжительность цикла из-за более длительной разгрузки ковша увеличивается. В зимних условиях плохо раздробленный мерзлый грунт также снижает коэффициент наполнения ковша;

- технические данные, состояние и надежность экскаватора;

- квалификация машиниста;

- качество забоя, оцениваемое его высотой, условиями подхода транспорта к месту погрузки, освещенностью, степенью дробления горной массы;

- организация работ, зависящая от достаточности транспортных средств, состояния дорог, своевременного снабжения топливом, энергией, запасными частями и т.п.

Различают теоретическую (паспортную), техническую и эксплуатационную производительность экскаватора.

**Теоретическая производительность** экскаватора – количество горной массы (в тоннах или кубических метрах), которое может быть переработано в единицу времени (обычно за час) при непрерывной его работе. При этом удельное сопротивление породы копанию  $K_s$  принимают максимально допустимое по паспорту машины; коэффициенты наполнения ковша  $K_n$  и разрыхления породы  $K_p$  – равными единице; угол поворота на разгрузку у карьерного экскаватора –  $90^\circ$ , у драглайна –  $135^\circ$ ; высота черпания ковша – на уровне оси напорного вала рукояти (Н); скорости рабочих движений устанавливаются номинальными (по паспорту). Теоретическая производительность для данного экскаватора – величина постоянная и повысить ее можно только путем внесения усовершенствований в его конструкцию. Эта производительность указывается в паспорте машины и по ней можно сравнивать различные экскаваторы, оценивать их технические возможности.

Теоретическая производительность карьерного экскаватора по рыхлой массе определяется,  $m^3/ч$ :

$$Q_T = 3600 E/t_{ц},$$

Где  $E$  – вместимость установленного на экскаваторе ковша (стандартного или сменного),  $m^3$ ;  $t_{ц}$  – продолжительность цикла работы машины, с (указывается в технической характеристике экскаватора для угла поворота стрелы на разгрузку, равного  $90^\circ$ ).

Для углов поворота, отличных от  $90^\circ$ , время цикла умножают на нижеприведенный коэффициент корректировки  $K_y$  [3, с.82]:

Угол поворота экскаватора на разгрузку					120	150	180
	45°	60°	75°	90°	°	°	°
$K_y$	0,79	0,86	0,93	1,0	1,14	1,26	1,4

Величина угла поворота на разгрузку зависит от схемы движения транспорта, обслуживающего экскаватор в карьере. Так, при расположении автотранспорта для погрузки во время проходки траншеи (при вскрытии карьера) этот угол составляет около  $180^\circ$ , а при отработке забоя и сквозном движении транспорта – около  $90^\circ$ .

Техническая производительность – это максимальная производительность данного экскаватора при его непрерывной работе в данном забое за единицу времени. Она рассчитывается с учетом конкретных условий работы: категории разрабатываемых пород, коэффициентов разрыхления горной массы и наполнения ковша, а также перерывов в работе, неизбежных для данного типа машины (например, время маневрирования экскаватора около забоя).

Техническая производительность по рыхлой массе определяется,  $\text{м}^3/\text{ч}$ :

$$Q_{\text{тех}} = Q_T \frac{K_n}{K_p} \frac{t_p}{(t_p + t_{\text{п}})},$$

где  $K_n$  – коэффициент наполнения ковша, равный отношению объема разрыхленной горной массы в ковше к паспортной вместимости ковша; максимальное значение этого коэффициента достигает:  $K_n = 1,2$ ; в исключительных случаях для пород до III категории по трудности экскавации без применения БВР достигает -  $1,5$ ;  $K_p$  – коэффициент разрыхления горной массы, характеризующийся отношением объема грунта в разрыхленном состоянии к объему того же грунта в плотном теле (целике);  $t_p$  – длительность непрерывной работы экскаватора с одного места стояния в течение часа; для приближенных расчетов можно принимать  $t_p = 45 \div 50$  мин;  $t_{\text{п}}$  – длительность передвижки (или передвижек) экскаватора по мере продвижения забоя в течение часа,  $t_{\text{п}} \approx 10 \div 15$  мин.

**Эксплуатационная производительность** – это действительный объем горной массы, переработанный экскаватором за определенный период эксплуатации. Она рассчитывается с учетом конкретных горнотехнических условий карьера, неизбежных организационных и технологических перерывов, связанных с приемкой смены и осмотром машины, смазкой, подачей транспорта и др. Эксплуатационная производительность всегда меньше технической. Она рассчитывается за смену, за месяц, за год (в последнем случае учитываются потери времени на профилактические осмотры, текущие и капитальные ремонты).

Эксплуатационная производительность определяется,  $\text{м}^3/\text{смену}$ :

$$Q_3 = Q_{\text{тех}} T_{\text{см}} K_{\text{и}},$$

где  $T_{\text{см}}$  – длительность смены, ч;  $K_{\text{и}}$  – коэффициент использования экскаватора за время его работы;  $K_{\text{и}} = 0,8 \div 0,9$  для экскаваторов, работающих с погрузкой в автосамосвалы или на конвейер или в отвал;  $K_{\text{и}} = 0,55 \div 0,8$  при погрузке в железнодорожные вагоны.

В общем виде эксплуатационная производительность может быть представлена формулой,  $\text{м}^3/\text{смену}$ :

$$Q_3 = 3600 \frac{E K_n}{t_{\text{п}} K_p} \frac{t_p}{(t_p + t_{\text{п}})} T_{\text{см}} K_{\text{и}}$$

Согласно вышеприведенной формуле для повышения производительности можно увеличивать величину вместимости ковша ( $E$ ) и коэффициента его наполнения ( $K_n$ ) до максимально допустимого значения как для стандартного, так и для сменных ковшей различной вместимости. Необходимо учитывать, что можно получить максимальную производительность и при меньшей вместимости ковша, но с большей величиной коэффициента его наполнения.

**Критерием**, определяющим максимальное значение коэффициента наполнения ковша, является соответствие потребляемых средневзвешенных мощностей приводов экскаватора установленным паспортным значениям мощностей этих узлов. При этом принимается, что в течение цикла экскавации приводы рабочего оборудования экскаватора загружены на полную мощность. Таким образом:

$$N_{\text{с.п}} \leq N_{\text{п}}; N_{\text{с.н}} \leq N_{\text{н}}; N_{\text{с.пв}} \leq N_{\text{пв}}$$

где  $N_{с.п}$ ,  $N_{с.н}$ ,  $N_{с.пв}$  – расчетные средневзвешенные мощности механизмов соответственно подъема, напора ковша и поворота экскаватора, кВт;  $n_{п}$ ,  $n_{н}$  и  $n_{пв}$  – установленные мощности электродвигателей приводов экскаватора соответственно механизма подъема, напора и поворота, кВт.(см. табл.2).

**Другим критерием**, определяющим коэффициент наполнения ковша является допустимая нагрузка при подъеме и выдвигении ковша при копании:

$$SP_i \leq P_s \text{ и } SN_i \leq N_n,$$

где  $SP_i$  и  $SN_i$  –соответственно максимальное усилие подъема ковша и максимальное усилие в напорном механизме в одном из “i” расчетных положениях экскаватора (см. рис.1 и 2);  $P_s$  и  $N_n$  - соответственно максимальное (паспортное) усилие на блоке подъема ковша и максимальное (паспортное) усилие напора.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Подэрни Р.Ю. Механическое оборудование карьеров. Учеб. Для вузов. 5 изд. М.: Государственный Горный университет,2003.
2. Единые правила безопасности при разработке месторождений полезных ископаемых открытым способом. ПБ 03-498-02, Санкт-Петербург: ЦОТПБСП, 2003.
3. Справочник механика открытых работ. Эскавационно-транспортные машины циклического действия / Под ред. М.И. Щадова. М.: Недра, 1989.

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебно-методическому комплексу  
С.А. Попов



**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**  
*по выполнению практических работ по дисциплине*

**Б1.О.25 ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН**

Направление подготовки  
**15.03.02 Технологические машины и оборудование**

Направленность (профиль)  
**Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов**

Форма обучения: **очная, заочная, очно-заочная**

Год набора: **2024**

Автор: Лагунова Ю.А., профессор, д-р техн. наук

Одобрены на заседании кафедры

Горных машин и комплексов  
*(название кафедры)*  
Зав.кафедрой  
*(подпись)*  
Лагунова Ю.А.  
*(Фамилия И.О.)*  
Протокол № 1 от 06.09.2023  
*(Дата)*

Рассмотрены методической комиссией факультета

горно-механического  
*(название факультета)*  
Председатель  
*(подпись)*  
Осипов П.А.  
*(Фамилия И.О.)*  
Протокол № 2 от 20.10.2023  
*(Дата)*

Екатеринбург

## **ОГЛАВЛЕНИЕ**

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ.....	5
2. ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ.....	6
3. Виды контроля.....	7
ЛИТЕРАТУРА.....	7

## ВВЕДЕНИЕ

При расчете и конструировании машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов решаются задачи на прочность элементов конструкции. Выпускники университета должны уметь применять соответствующие методики расчета при проектировании объектов нефтепромыслов.

**Цель практических занятий:** закрепление приобретенных студентами навыков расчета и конструирования машин и оборудования нефтегазовой отрасли.

### **Результат изучения дисциплины:**

#### *Знать:*

- методику расчетного обеспечения конструкционной и прочностной надежности машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов;
- методику расчета параметров узлов машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов;
- основы и этапы проектирования деталей и узлов машин с использованием технической литературы, а также средств автоматизированного проектирования на базе САПР;
- программное обеспечение, реализующее методики расчета узлов машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов;
- программное обеспечение, позволяющее внедрить методику по определению параметров, учитывающих конструктивные и прочностные характеристики изделий;
- правила оформления научно-технической и служебной документации;
- требования к размещению оборудования при выполнении операций технологических процессов бурения, добычи, ремонта скважин;
- специфику технологического процесса для конкретных условий эксплуатации бурового и нефтепромыслового оборудования;
- специфику эксплуатации машин и оборудования нефтегазового комплекса;
- основные показатели технологичности конструкции изделия, качественные и количественные методы оценки технологичности;

#### *Уметь:*

- использовать компьютерные программы для расчета и проектирования узлов и деталей машин;
- оформлять графическую и текстовую конструкторскую документацию в полном соответствии с требованиями ЕСКД;
- рассчитать технические параметры машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов по заданным технологическим требованиям;
- оценить уровень технологичности конструкции машин и механизмов;
- оценить достоинства и недостатки проектируемого оборудования и машин нефтяных и газовых промыслов;
- использовать принципы унификации и стандартизации при проектировании оборудования;
- оптимизировать конструктивные решения, выбирать и обосновывать критерии оптимизации;
- вносить коррективы, исправлять ошибки в научно-технической и служебной документации;
- оформлять графическую и текстовую конструкторскую документацию в полном соответствии с требованиями ЕСКД;

оценить уровень технологичности конструкции машин и механизмов;  
оценить уровень стандартизации и унификации;  
оценить достоинства и недостатки проектируемого оборудования и машин нефтяных и газовых промыслов;  
оценить уровень технологичности конструкции машин и механизмов;  
выбирать основные и вспомогательные материалы деталей при проектировании в зависимости от различных критериев работоспособности нефтегазового оборудования;  
анализировать параметры технологических процессов в соответствии с конструктивными параметрами и функциональным назначением применяемого оборудования;

*Владеть:*

методами расчета по определению требуемого уровня конструктивной и прочностной надежности узлов машин и оборудования;  
навыками проектирования машин и механизмов;  
современной методологией научного анализа исследуемых механических систем и технологических процессов;  
способами перехода от реального объекта к расчетной схеме;  
методиками проектных и проверочных расчетов инженерных конструкций на прочность, долговечность и жесткость;  
навыками работы с основными российскими и зарубежными средствами автоматизированного проектирования на базе современных САПР;  
навыками набора текста и создания изображений в компьютерных программах;  
способностью анализировать полученный результат и умением сделать вывод о состоянии объекта расчета;  
навыками разработки рабочей проектной и технической документации, в соответствии со стандартами, техническими условиями и другими нормативными документами, оформления законченных проектно-конструкторских работ;  
методикой определения металлоемкости и жесткости проектируемых конструкций.

## **1. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ**

На практических занятиях необходимо стремиться к самостоятельному решению задач, находя для этого более эффективные методы. При этом студентам надо приучить себя доводить решения задач до конечного «идеального» ответа. Это очень важно для будущих специалистов. Практические занятия вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

Практическое занятие – активная форма учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помочь обучающимся освоиться в «пространстве» (тематике) дисциплины, самостоятельно прооперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале.

Выполнению практических занятий предшествует проверка знаний студентов — их теоретической готовности к выполнению задания.

Работы, носящие репродуктивный характер, отличаются тем, что при их проведении студенты пользуются подробными инструкциями, в которых указаны: цель работы, пояснения (теория, основные характеристики), оборудование, аппаратура, материалы и их характеристики, порядок выполнения работы, таблицы, выводы (без формулировки), контрольные вопросы, учебная и специальная литература.

Работы, носящие частично поисковый характер, отличаются тем, что при их прове-

дении студенты не пользуются подробными инструкциями, им не дан порядок выполнения необходимых действий, и требуют от студентов самостоятельного подбора оборудования, выбора способов выполнения работы в инструктивной и справочной литературе и др.

Работы, носящие поисковый характер, характеризуются тем, что студенты должны решить новую для них проблему, опираясь на имеющиеся у них теоретические знания.

При планировании практических занятий преподаватель использует различное сочетание репродуктивных, частично поисковых и поисковых работ, чтобы обеспечить высокий уровень интеллектуальной деятельности.

Формы организации студентов на практических занятиях:

- фронтальная,
- групповая
- индивидуальная.

При фронтальной форме организации занятий все студенты выполняют одновременно одну и ту же работу.

При групповой форме организации занятий одна и та же работа выполняется бригадами по 2—5 человек.

При индивидуальной форме организации занятий каждый студент выполняет индивидуальное задание.

Содержанием практических занятий является:

- решение разного рода задач, в том числе профессиональных (анализ производственных ситуаций, решение ситуационных производственных задач, выполнение профессиональных функций в деловых играх и т.п.);
- выполнение вычислений, расчетов, чертежей;
- изучение, заполнение, разработка инструкционных и технологических карт;
- работа с измерительными приборами, оборудованием;
- самостоятельное выполнение технологических операций;
- работа с нормативными документами, инструктивными материалами, справочниками;
- составление технической и специальной документации и др.

## **2. ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ**

1. Изучение конструкторской документации на технологическое оборудование.
2. Применение методов конструирования.
3. Выбор показателей функционального назначения технологического оборудования.
4. Выбор показателей технологичности.
5. Изучение показателей ТКИ.
6. Выбор и обоснование материала для изготовления технологического оборудования.
7. Разработка функциональной схемы бурового станка.
8. Разработка функциональной схемы карьерного экскаватора.

9. Разработка функциональной схемы насосной установки.
10. Определение взаимосвязи конструктивных и технологических параметров технологического оборудования.
11. Определение взаимосвязи конструктивных и технологических параметров бурового оборудования.
12. Применение методики расчета на прочность узлов бурового станка.
13. Применение методик расчета на прочность узлов и механизмов экскаватора.
14. Применение показателей качества для оценки уровня эффективности технологического оборудования.
15. Выбор материалов для изготовления бурового оборудования.
16. Обоснование выбора компоновочных схем оборудования для конкретных условий эксплуатации.
17. Подбор насосных установок для транспортировки нефти

Задания для выполнения практических работ.

1. Составить алгоритм работы оборудования по заданной компоновочной схеме бурового станка. Определить взаимосвязь конструктивных и технологических параметров.
2. Составить алгоритм и программу расчета узла бурового станка для конкретных условий эксплуатации.
3. Расчет буровых труб на прочность.
4. Рассчитать показатели функционального назначения станка для бурения скважин вращательным способом.
5. Рассчитать показатели функционального назначения станка для бурения скважин вращательно-ударным способом.
6. Рассчитать показатели функционального назначения станка для бурения скважин шарошечным способом.

### **3. ВИДЫ КОНТРОЛЯ**

Оценивание практических работ проводится дифференцированно (по пятибалльной системе) и при определении оценок за семестр рассматривается как один из основных показателей текущего учета знаний.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Подэрни Р.Ю. Механическое оборудование карьеров. Учеб. Для вузов. 5 изд. М.: Государственный Горный университет, 2003
  2. Буровые комплексы: Учебное пособие/ Под ред. К.П. Порожского; Урал. Гос. Горный ун-т – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013 – 768с
-

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому  
комплексу  
С.А. Упоров

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

*по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся*

**Б1.О.25 ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ  
МАШИН**

Направление подготовки

***15.03.02 Технологические машины и оборудование***

Направленность (профиль)

***Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов***

год набора: 2024

Автор: Лагунова Ю. А., д-р техн. наук, профессор

Одобрены на заседании кафедры

Горных машин и комплексов  
*(название кафедры)*

Зав. кафедрой

*(подпись)*

Лагунова Ю.А.

*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 1 от 06.09.2023

*(Дата)*

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

горно-механического  
*(название факультета)*

Председатель

*(подпись)*

Осипов П.А.

*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 2 от 20.10.2023

*(Дата)*

Екатеринбург

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
1. Повторение материала лекций .....	3
2. Самостоятельное изучение тем.....	4
3. Подготовка к практическим (семинарским) занятиям .....	6
4. Выполнение самостоятельного домашнего задания.....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
Литература.....	6

## ВВЕДЕНИЕ

Роль конструктора в развитии современного материального мира трудно переоценить. В машиностроении 80...85 % затрат зависят от технических решений, которые формируются в процессе конструирования и разработки технологий. Повышение эффективности конструирования является одной из основных задач современного машиностроения.

**Цель самостоятельной работы:** обучение студентов рациональному конструированию, то есть приобретение ими:

- умения непрерывно улучшать функциональные показатели машин, разумно сочетая новое со старым в конструкции изделия;
- навыков выбора из всего арсенала возможных конструкторских решений наиболее приемлемых для данных условий, базируясь на опыте, знаниях и убежденности в реальности предлагаемых решений.

Конструирование представляет собой одну из эмпирико-интуитивных форм творческой деятельности, плохо поддающихся изучению, формализации и алгоритмизации. Конкретные методы конструирования всегда индивидуальны, поэтому очень трудно формулировать однозначные рецепты по их применению.

Одним из важнейших условий самостоятельной работы студента является повторение материала лекций.

### 1. ПОВТОРЕНИЕ МАТЕРИАЛА ЛЕКЦИЙ

#### **Тема 1: Введение. Общие приемы и методы конструирования.**

Разработка концепции машин и устройств. Этапы и методы разработки концепции. Алгоритмические методы проектирования. Эвристические методы проектирования. Принятие решений при проектировании.

#### **Тема 2: Основные операции проектирования.**

Композиция – декомпозиция. Объединение – Дробление. Накапливание - Расходование. Преобразование – Восстановление. Колебание – Выравнивание. Управление - Неуправление. Концентрирование. Пропускание – Изолирование. Испускание – Поглощение. Сжатие – Разрежение. Фиксирование - Расфиксирование.

#### **Тема 3: Система движений. Способы и механизмы для преобразования движений.**

Соединение приводов. Последовательное соединение. Независимое параллельное соединение двигателя. Управление энергетическим потоком. Различные способы и механизмы для преобразования движений. Суммирование, реверсирование, прерывание, синхронизация движений. Преобразование движений.

#### **Тема 4: Использование физико-технических эффектов при решении конструкторских задач.**

Центробежные силы. Инерция. Клин. Рычаг. Эксцентрик. Гидростатический эффект. Упругость. Сила тяжести. Теплопроводность материалов. Колебание. Трение. Закономерности истечения. Тепловое расширение материалов. Давление – Разрежение. Электромагнитные явления. Ферромагнитные частицы. Магнитострикция, пьезоэффект. Закон Гука. Тензометрия. Удар. Фазовое и псевдофазовое превращения. Лазер. Капилляр. Эффект струны. Эффект «память формы». Избирательный перенос при трении. Внутреннее трение. Ультразвуковое диспергирование.

#### **Тема 5: Выделение главных моментов при конструировании. Метод формообразования.**

Схемы движений. Компоновка технологической машины. Рациональная силовая схема. Разработка технического задания на проектирование. Формулировка задачи. Разработка технических требований с ограничениями. Основные показатели. Состав требований.

### **Тема 6: Нетрадиционные конструкторские решения. Морфологический анализ.**

Обеспечение компактности конструкции. Совмещение различных функций. Выборка зазоров в кинематических цепях. Компенсация упругих деформаций деталей. Приводы перемещений узлов. Создание оригинальной конструкции. Морфологический анализ. Составление морфологической карты. Учет «мелочей» при конструировании. Учет ошибок конструирования. Метод анализа ошибок.

### **Тема 7: Метод анализа ошибок.**

Явные и неявные ошибки. Ошибки функционирования. Ошибки формообразования. Кинематические ошибки. Ошибки компоновки. Конструкции механизмов, в которых не в полной мере учтены условия эксплуатации. Нерациональное восприятие нагрузок. Погрешности изготовления и сборки. Нерациональные конструкции. Недостатки оформления чертежей.

### **Тема 8: Преобразование объектов. Варьирование носителем эффекта как средство решения конструкторской задачи.**

Изменение формы. Изменение вида рабочих поверхностей. Изменение положения элементов. Преобразование структуры. Изменение связей. Преобразование в пространстве, во времени, преобразование движения и силы. Изменение материала. Использование аналогий. Использование инверсии. Совмещение функций.

### **Тема 9: Особенности функционального конструирования**

Функциональная целесообразность конструкции горной машины. Варианты конструкций. Расчетно-логический анализ по основным показателям работоспособности конструкции. Прямая и многокритериальная оптимизация. Качественные критерии работоспособности конструкции. Использование личного опыта и интуиции конструктора. Компромиссы при конструировании. Надежность, технологичность конструкции. Выход из тупиковых ситуаций. «Парадоксы» конструкций.

### **Тема 10: Обеспечение преемственности конструкции.**

Конструктивный ряд. Типовые конструкции и модульный принцип конструирования. Конструкционный модуль. Конструирование с использованием каталогов. Конструирование с использованием аналогов.

### **Тема 11: Рациональное конструирование технологических машин.**

Основные этапы создания машин. Проектирование. Конструирование. Технологическая подготовка производства. Изготовление и испытание опытных образцов. Освоение серийного производства. Показатели функционирования, надежности, эргономичности, эстетичности, технологичности, ресурсопотребления, безопасности, экологичности, конкурентоспособности.

### **Тема 12: Виды и показатели технологичности конструкции. Способы повышения компактности.**

Конструирование и силовые схемы. Силы, действующие в конструкциях. Факторы, влияющие на выбор рациональной силовой схемы. Рациональное нагружение деталей. Избыточные и недостающие связи в конструкциях.

## **2. САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ТЕМ**

### **Тема 1: Общие приемы и методы конструирования.**

Разработка концепции машин и устройств. Этапы и методы разработки концепции. Принятие решений при проектировании. Использование при конструировании элементарных физических операций [1-2].

### **Тема 2: Основные операции проектирования.**

Композиция – декомпозиция. Объединение – Дробление. Накапливание - Расходование. Преобразование – Восстановление. Колебание – Выравнивание. Управление - Неуправление. Концентрирование. Пропускание – Изолирование. Испускание – Поглощение. Сжатие – Разрежение. Фиксирование - Расфиксирование. [1, 2].

### **Тема 3: Система движений. Способы и механизмы для преобразования движений.**

Соединение приводов. Последовательное соединение. Независимое параллельное соединение двигателя. Управление энергетическим потоком. Различные способы и механизмы для преобразования движений. Суммирование, реверсирование, прерывание, синхронизация движений. Преобразование движений. [1, 2].

### **Тема 4: Использование физико-технических эффектов при решении конструкторских задач.**

Центробежные силы. Инерция. Клин. Рычаг. Эксцентрик. Гидростатический эффект. Упругость. Сила тяжести. Теплопроводность материалов. Колебание. Трение. Закономерности истечения. Тепловое расширение материалов. Давление – Разрежение. Электромагнитные явления. Ферромагнитные частицы. Магнитострикция, пьезоэффект. Закон Гука. Тензометрия. Удар. Фазовое и псевдофазовое превращения. Лазер. Капилляр. Эффект струны. Эффект «память формы». Избирательный перенос при трении. Внутреннее трение. Ультразвуковое диспергирование. [1, 2].

### **Тема 5: Выделение главных моментов при конструировании. Метод формообразования.**

Схемы движений. Компонировка горной машины. Рациональная силовая схема. Разработка технического задания на проектирование. Формулировка задачи. Разработка технических требований с ограничениями. Основные показатели. Состав требований. [1, 2].

### **Тема 6: Нетрадиционные конструкторские решения. Морфологический анализ.**

Обеспечение компактности конструкции. Совмещение различных функций. Выборка зазоров в кинематических цепях. Компенсация упругих деформаций деталей. Приводы перемещений узлов. Создание оригинальной конструкции. Морфологический анализ. Составление морфологической карты. Учет «мелочей» при конструировании. Учет ошибок конструирования. Метод анализа ошибок. [1, 2].

### **Тема 7: Метод анализа ошибок.**

Явные и неявные ошибки. Ошибки функционирования. Ошибки формообразования. Кинематические ошибки. Ошибки компоновки. Конструкции механизмов, в которых не в полной мере учтены условия эксплуатации. Нерациональное восприятие нагрузок. Погрешности изготовления и сборки. Нерациональные конструкции. Недостатки оформления чертежей. [1, 2].

### **Тема 8: Преобразование объектов. Варьирование носителем эффекта как средство решения конструкторской задачи.**

Изменение формы. Изменение вида рабочих поверхностей. Изменение положения элементов. Преобразование структуры. Изменение связей. Преобразование в пространстве, во времени, преобразование движения и силы. Изменение материала. Использование аналогий. Использование инверсии. Совмещение функций. [1, 2].

### **Тема 9: Особенности функционального конструирования**

Функциональная целесообразность конструкции горной машины. Варианты конструкций. Расчетно-логический анализ по основным показателям работоспособности конструкции. Прямая и многокритериальная оптимизация. Качественные критерии работоспособности конструкции. Использование личного опыта и интуиции конструктора. Компромиссы при конструировании. Надежность, технологичность конструкции. Выход из тупиковых ситуаций. «Парадоксы» конструкций. [1, 2].

### **Тема 10: Обеспечение преемственности конструкции.**

Конструктивный ряд. Типовые конструкции и модульный принцип конструирования. Конструкционный модуль. Конструирование с использованием каталогов. Конструирование с использованием аналогов. [1, 2].

### **Тема 11: Рациональное конструирование горных машин.**

Основные этапы создания машин. Проектирование. Конструирование. Технологическая подготовка производства. Изготовление и испытание опытных образцов. Освоение серийного производства. Показатели функционирования, надежности, эргономичности, эстетичности,

технологичности, ресурсопотребления, безопасности, экологичности, конкурентоспособности. [1, 2].

### **Тема 12: Виды и показатели технологичности конструкции. Способы повышения компактности.**

Конструирование и силовые схемы. Силы, действующие в конструкциях. Факторы, влияющие на выбор рациональной силовой схемы. Рациональное нагружение деталей. Избыточные и недостающие связи в конструкциях. [1, 2].

## **3. ПОДГОТОВКА К ПРАКТИЧЕСКИМ (СЕМИНАРСКИМ) ЗАНЯТИЯМ**

Подготовка к практическим занятиям должна вестись непрерывно по всем вышеперечисленным темам.

Примеры практических заданий приведены ниже.

Задача 1. Определите осевое и радиальное усилия, действующие на вал, если известны: момент двигателя 12,6 кН.м, делительный диаметр шестерни 212 мм, и угол профиля зуба 20 град

Задача 2. Рассчитать основные параметры карьерного экскаватора ЭКГ-5 при зубчато-реечном напорном механизме.

Задача 3. Провести функциональное преобразование деталей по предложенным чертежам.

Задача 4. Составить морфологическую карту конструкции привода карьерного экскаватора.

Задача 5. Провести анализ формообразования конструкции поворотного механизма шагающего драглайна.

Задача 6. Провести анализ компоновки конструкции бурового станка.

Задача 7. При проектировании привода хода карьерного экскаватора воспользоваться модульным принципом конструирования.

## **ЛИТЕРАТУРА**

1. Крайнев А.Ф. Идеология конструирования. М.: Машиностроение-1, 2003. - 384 с.
2. Орлов П.И. Основы конструирования: справ.-метод. пособие в 2 кн. – 3-е изд., испр. М.: Машиностроение, 1988.
3. Подэрни Р.Ю. Механическое оборудование карьеров: Учебник для вузов. – 7-е изд., перераб. и доп. - М.: Издательство «Майнинг Медиа Групп», 2011. - 640 с.
4. Лагунова Ю.А., Бочков В.С. Экскаваторы-драглайны: Учебно-методическое пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – 120 с.
5. Лагунова Ю. А., Комиссаров А.П., Шестаков В.С. и др. Машиностроение. Энциклопедия. М.: Машиностроение. Горные машины. Т. IV-24, 2011. 496 с.
6. Горное оборудование Уралмашзавода / Коллектив авторов. Ответств. Редактор-составитель Г.Х. Бойко. – Екатеринбург: Уральский рабочий, 2003. – 240 с.

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебно-методическому комплексу  
С.А.Упоров

## МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

### Б1.О.26 ИНЖЕНЕРНЫЙ ДИЗАЙН САД (САПР)

Направление подготовки

***15.03.02 Технологические машины и оборудование***

Направленность (профиль)

***Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов***

Форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

Год набора: **2024**

Автор: Шестаков В. С., канд. техн. наук, профессор

Одобрены на заседании кафедры

Горных машин и комплексов

(название кафедры)

Зав. кафедрой

(подпись)

Лагунова Ю. А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 06.09.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

Горно-механического

(название факультета)

Председатель

(подпись)

Осипов П. А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время проектирование технических объектов выполняется полностью на ЭВМ, что привело к использованию понятия автоматизированное проектирование. Выпускники университета должны уметь работать на ЭВМ в текстовых и графических редакторах, конструкторских пакетах, позволяющих выполнять проектирование машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов.

**Цель контрольной работы:** обучение студентов проектированию и расчетам с применением компьютерных технологий. Умение использовать компьютерные технологии при проектировании объектов машиностроения позволит в последующей профессиональной деятельности разрабатывать оптимальные конструкции с минимальной массой и стоимостью и сократить продолжительность разработки проектов.

В методических указаниях приведен один из вариантов типового задания, практикуется применение индивидуальных заданий, соответствующих выбранному студентом направлению будущей работы. Такими заданиями являются разработка проекта отдельных механизмов и узлов экскаваторов, дробилок, буровых установок и т.п.

### **Соответствие курсовой работы компетенциям Государственного стандарта.**

При изучении дисциплины студенты наряду с другими осваивали следующие направления:

- проведение расчетов с использованием программных модулей,
- создание проектов объектов машиностроения с использованием конструкторских пакетов 3D моделирования, в частности конструкторского пакета Компас 3D.

**Результат изучения дисциплины:** Компьютерные технологии в машиностроении»

*Знать:*

- функциональные возможности компьютерных программ, используемых для профессиональной деятельности;
- способы хранения, обработки и передачи информации программными средствами;
- приемы моделирования объектов и технологических процессов с использованием стандартных пакетов и средств автоматизированного проектирования;
- этапы разработки проекта и приемы создания 3 D моделей деталей и ГОСТ оформления чертежей.

*Уметь:*

- применять программы для ЭВМ для задач профессиональной деятельности;
- накапливать и обрабатывать информацию;
- моделировать технологические процессы с использованием стандартных пакетов и средств автоматизированного проектирования;
- разрабатывать проекты деталей и узлов;
- оформлять конструкторскую документацию.

*Владеть:*

- навыками работы на персональном компьютере;
- программными средствами для хранения и обработки информации;
- навыками моделирования технологических процессов с использованием стандартных пакетов и средств автоматизированного проектирования;
- навыками создания деталей в конструкторских пакетах 3 D моделирования;
- навыками создания сборочных узлов в конструкторских пакетах 3 D моделирования;
- навыками оформления рабочих и сборочных чертежей в конструкторских пакетах 3 D моделирования.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Справочные материалы конструкторского пакета Компас 3D
2. Сайт с обучающими материалами <https://kompas.ru/publications/video/>

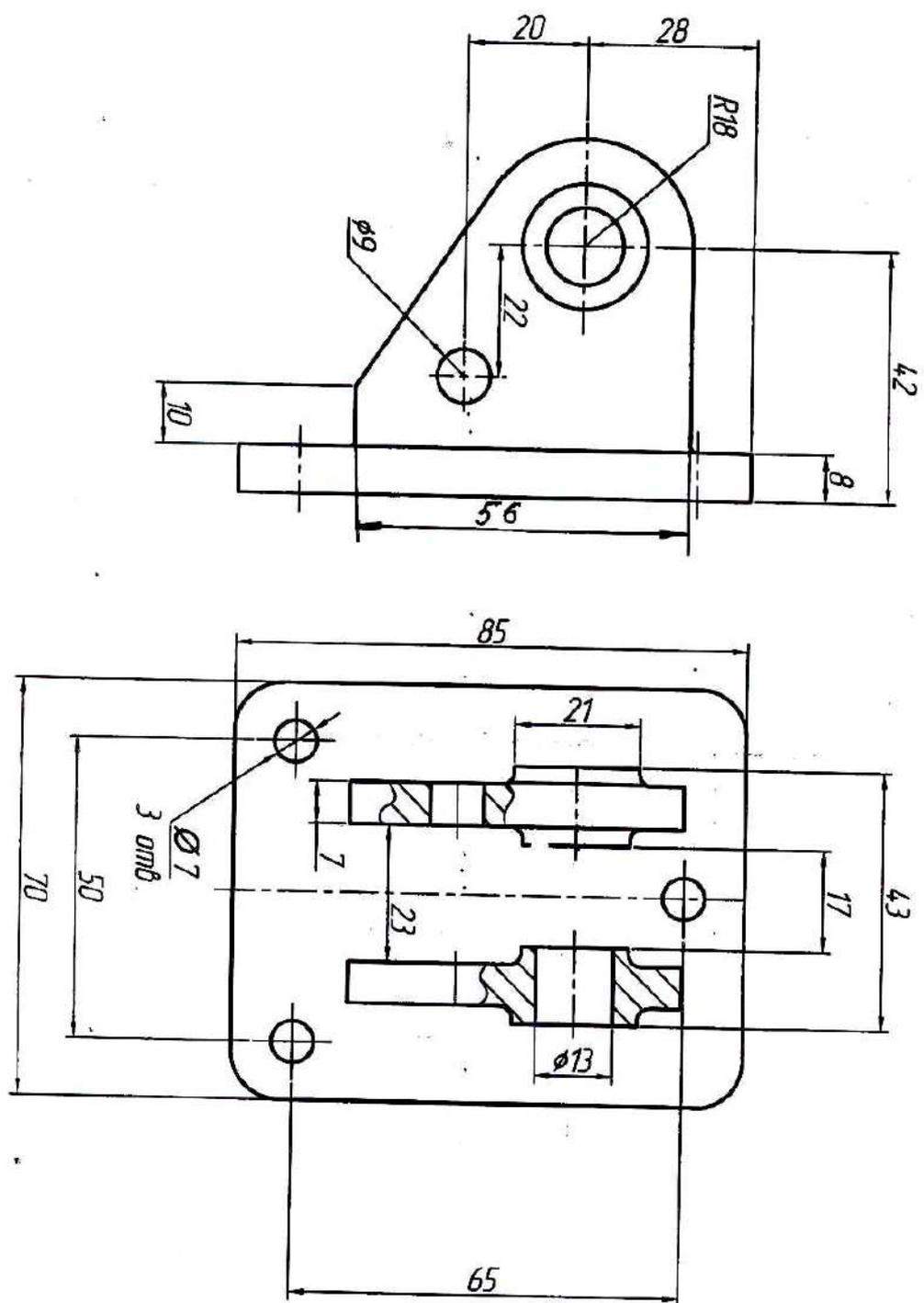
3. Описание конструкторского пакета Компас 3D.

### **ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ**

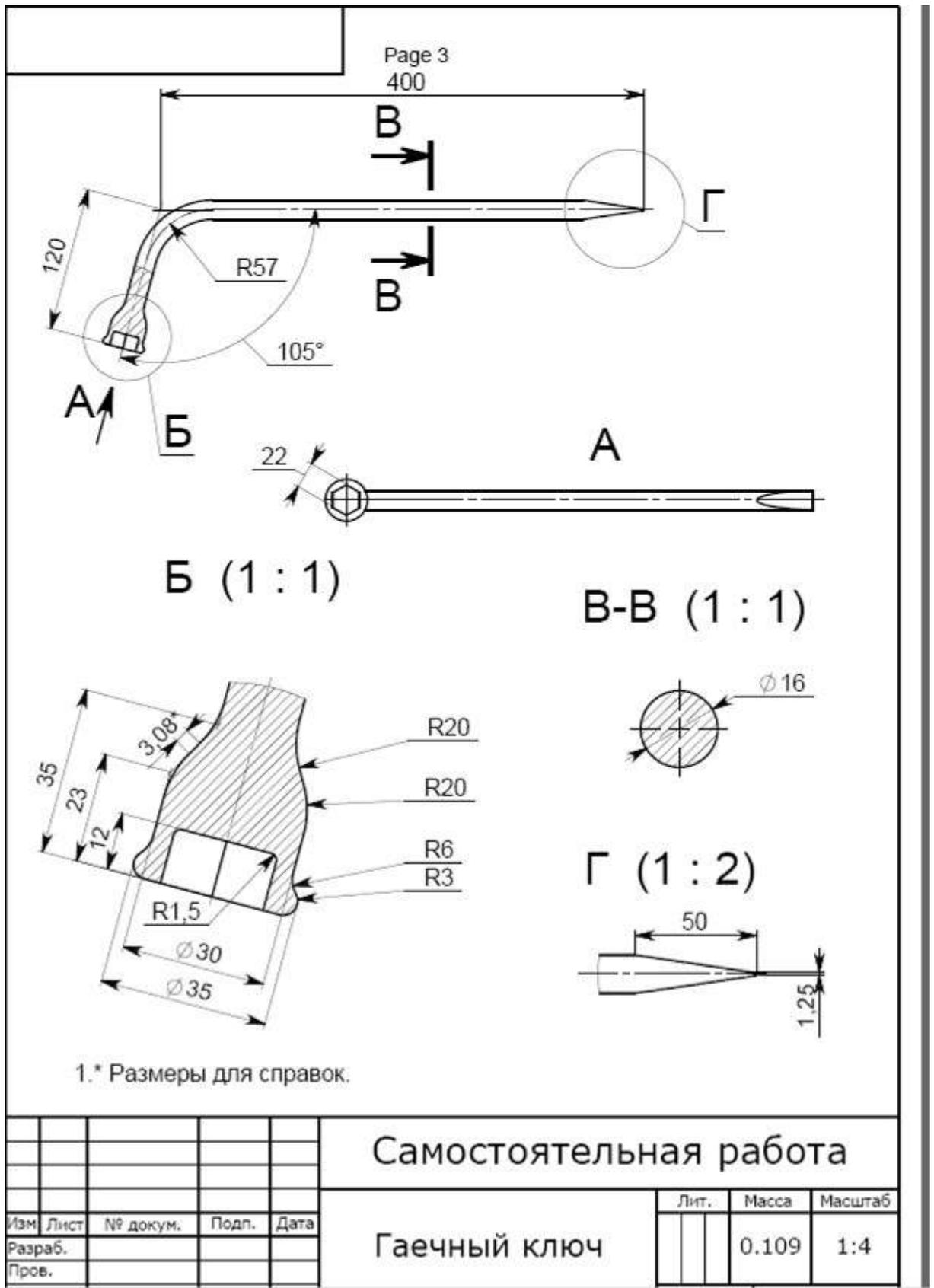
#### **Задания к контрольной работе по дисциплине «Инженерный дизайн САД (САПР)»**

Создать объемные модели деталей и оформить рабочие чертежи в конструкторском пакете Компас

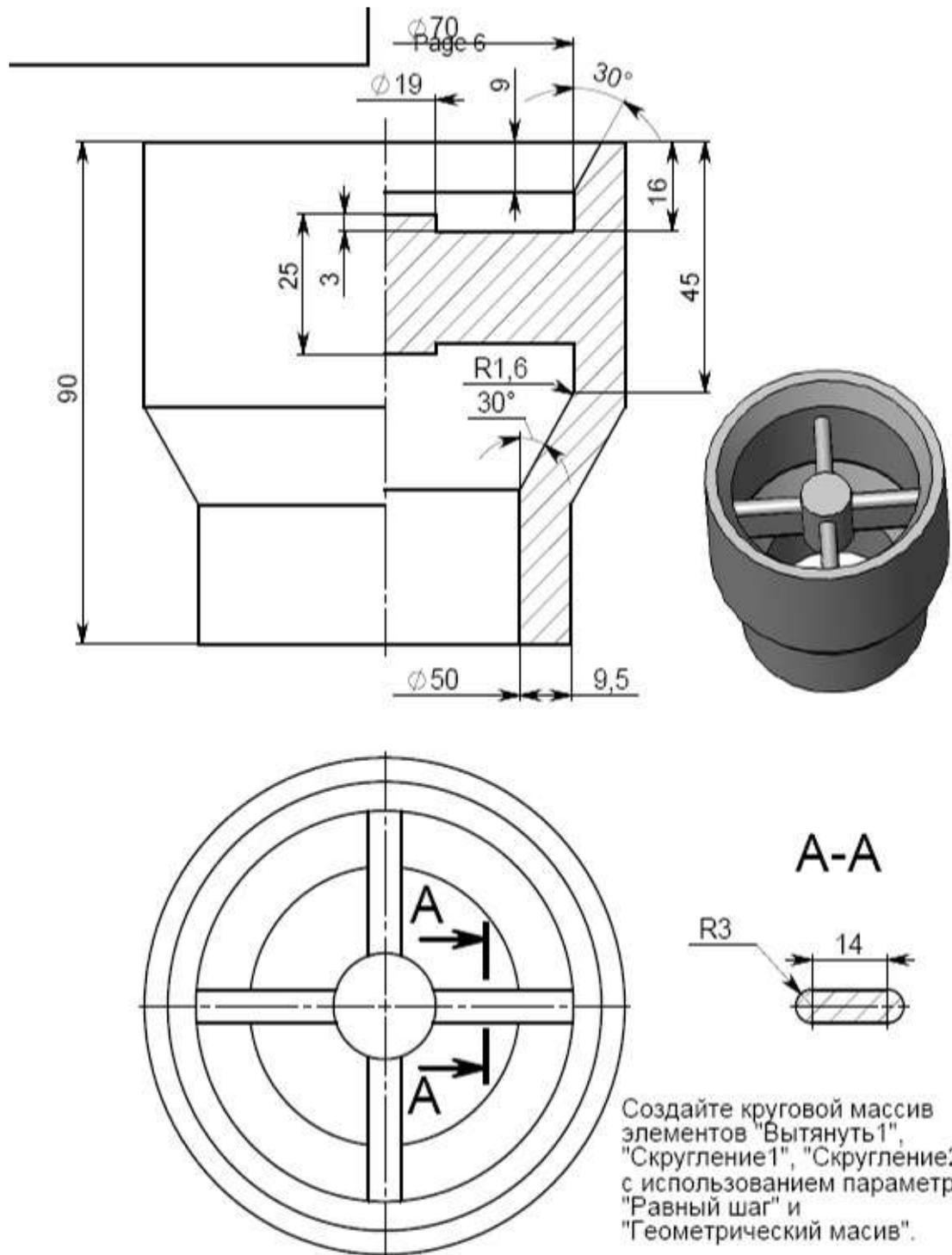
Задание



Задание 2



### Задание 3



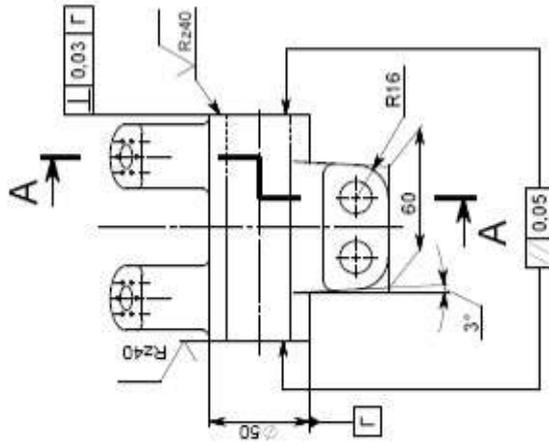
				Самостоятельная работа			
ИМ	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Лит.	Масса	Масштаб
израб.						0.211	1:1
ров.							
контр.					Лист	Листов 1	

### Задание 4

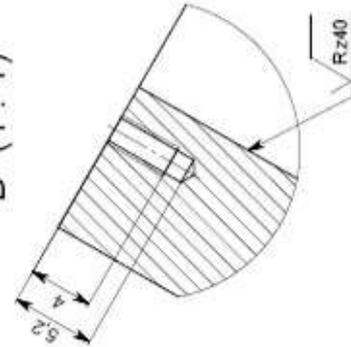
Z00.000.002

Page 17

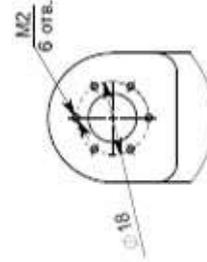
Rz20 (✓)



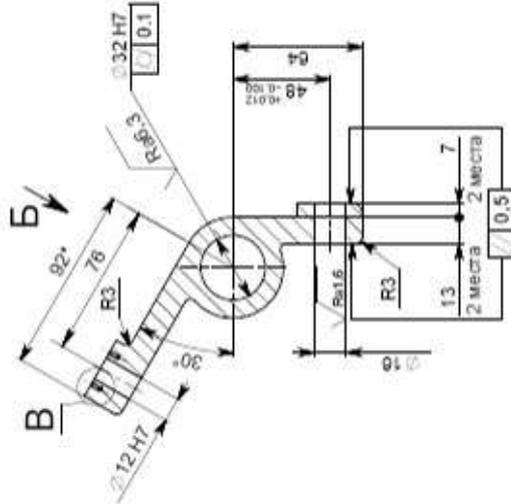
B (4 : 1)



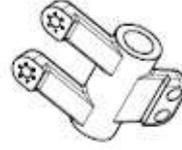
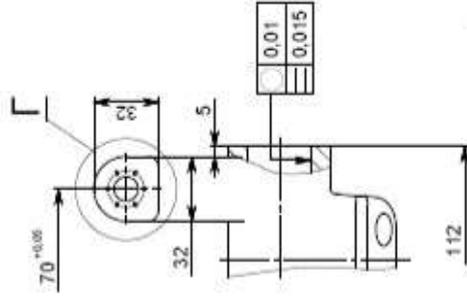
Г (1 : 1)



A-A



Б



- \* Размеры для справок.
- Неуказанные радиусы 3 мм.
- Неуказанные предельные отклонения размеров:  
H12, h12,  $\frac{IT12}{2}$ .

АБВГ.000.002		Лист	Масса	Масштаб
Качалка		1.884	1:2	
Лист	Листов	1 / 1		
Сталь 3ГОСТ 535-88		SolidWorks RUSSIA		
Коллекция		Формат А.3		

Имя, № подл.

Подл. и дата

Имя, № подл.

Подл. и дата

Имя, № подл.

Подл. и дата

Задание 5

Page 24

ABVG.000.100.010 CB

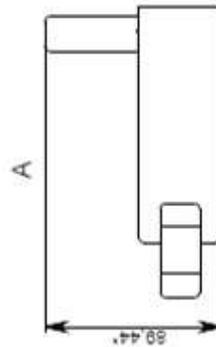
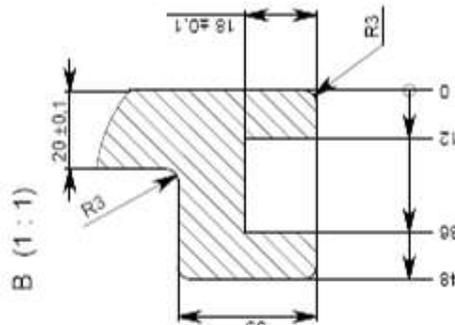
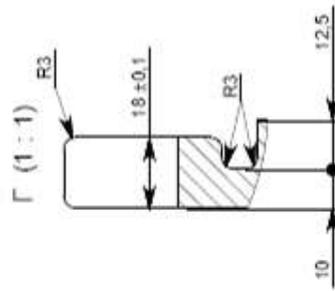
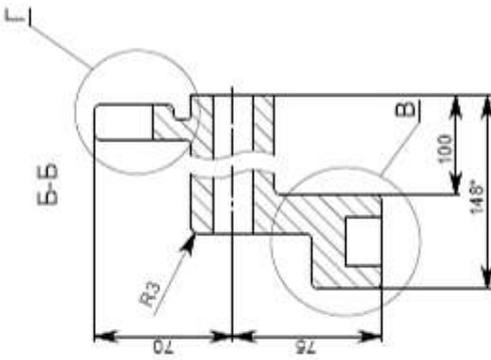
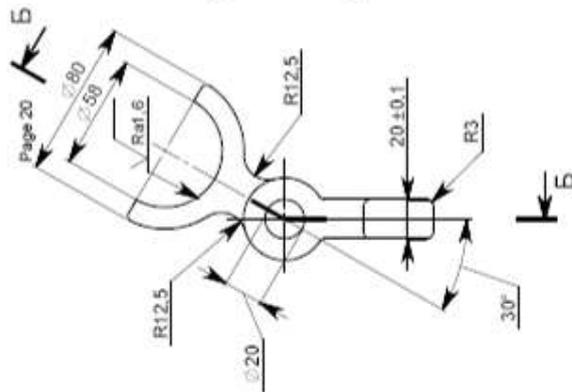
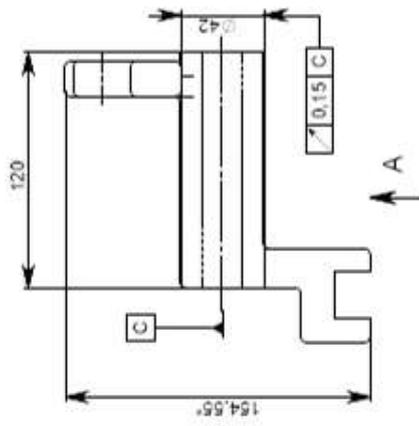
1. Чертеж должен быть воспроизведен полностью.  
 2. Большинство размеров на чертеже должно быть импортировано из модели.  
 3. Неуказанные радиусы 3 мм (значение должно быть связано с размером модели).  
 4. Материалы деталей:  
 поз.1 - сталь ГОСТ 535-88;  
 поз.2 - гетинакс.

<b>АБВГ.000.100.010 СБ</b>			
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.
Разраб.	Иванов		
Пров.	Петров		
Т. контр.			
Кронштейн Сборочный чертеж			
Лит.	Масса	Масштаб	
	1.077	1:2	
Лист		Листов 1	

SolidWorks

Задание 6

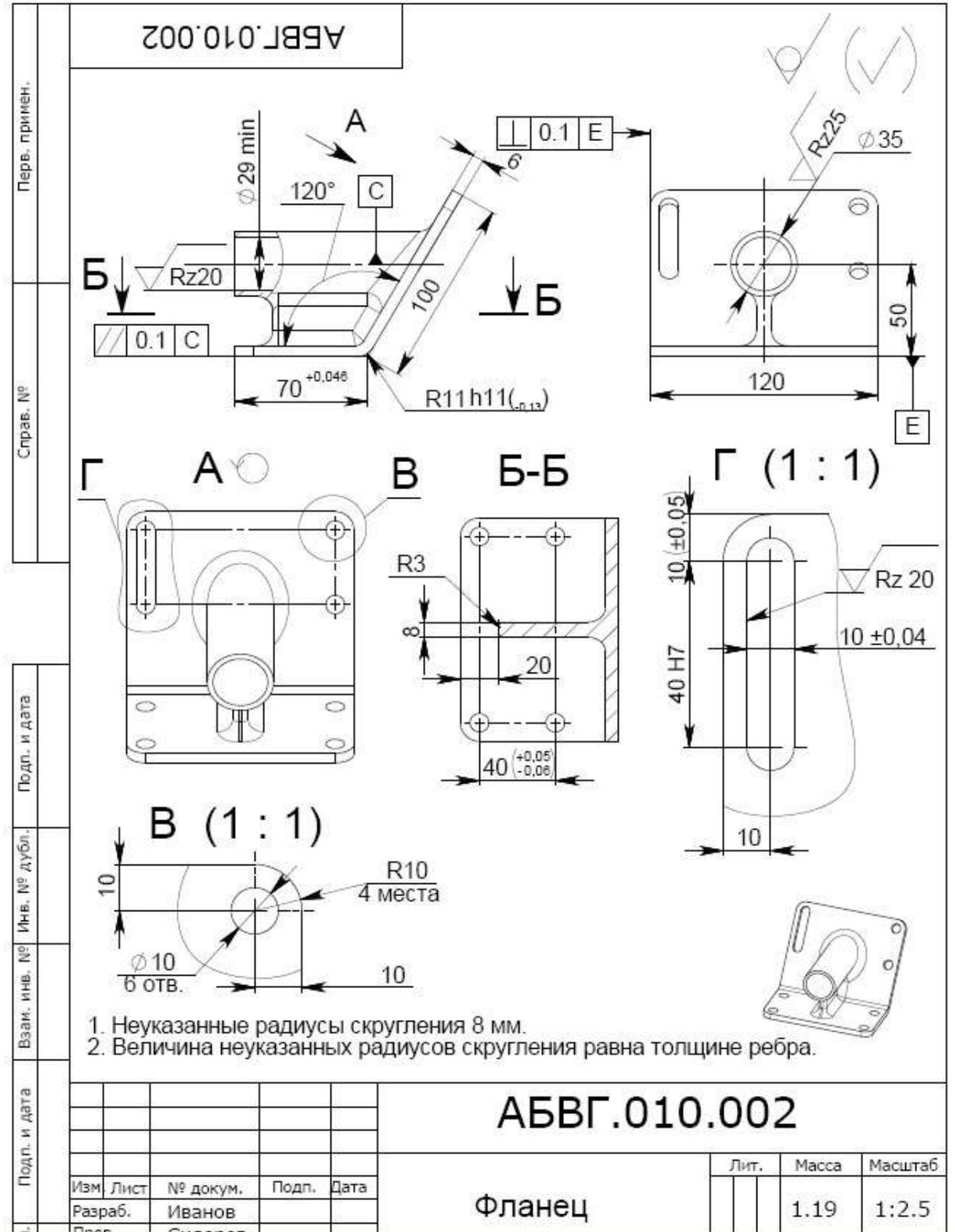
АБВГ.000.003

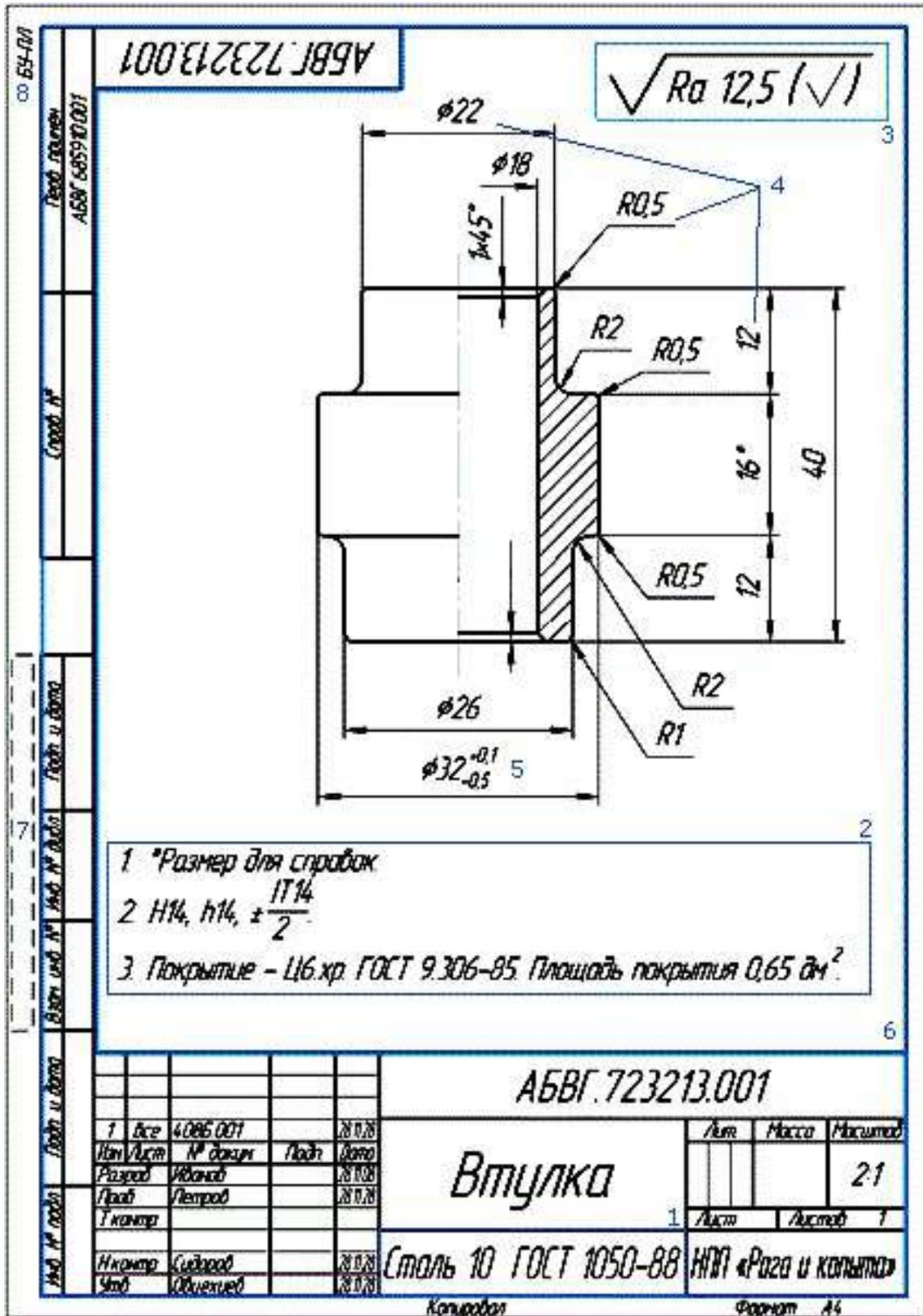


1. \* Размеры для справок.
2. Покрытые поверхности с шероховатостью  $Ra 1.6$  - ХТВ 126 по ГОСТ 9.306-85.
3. H12, h12,  $IT12$ .

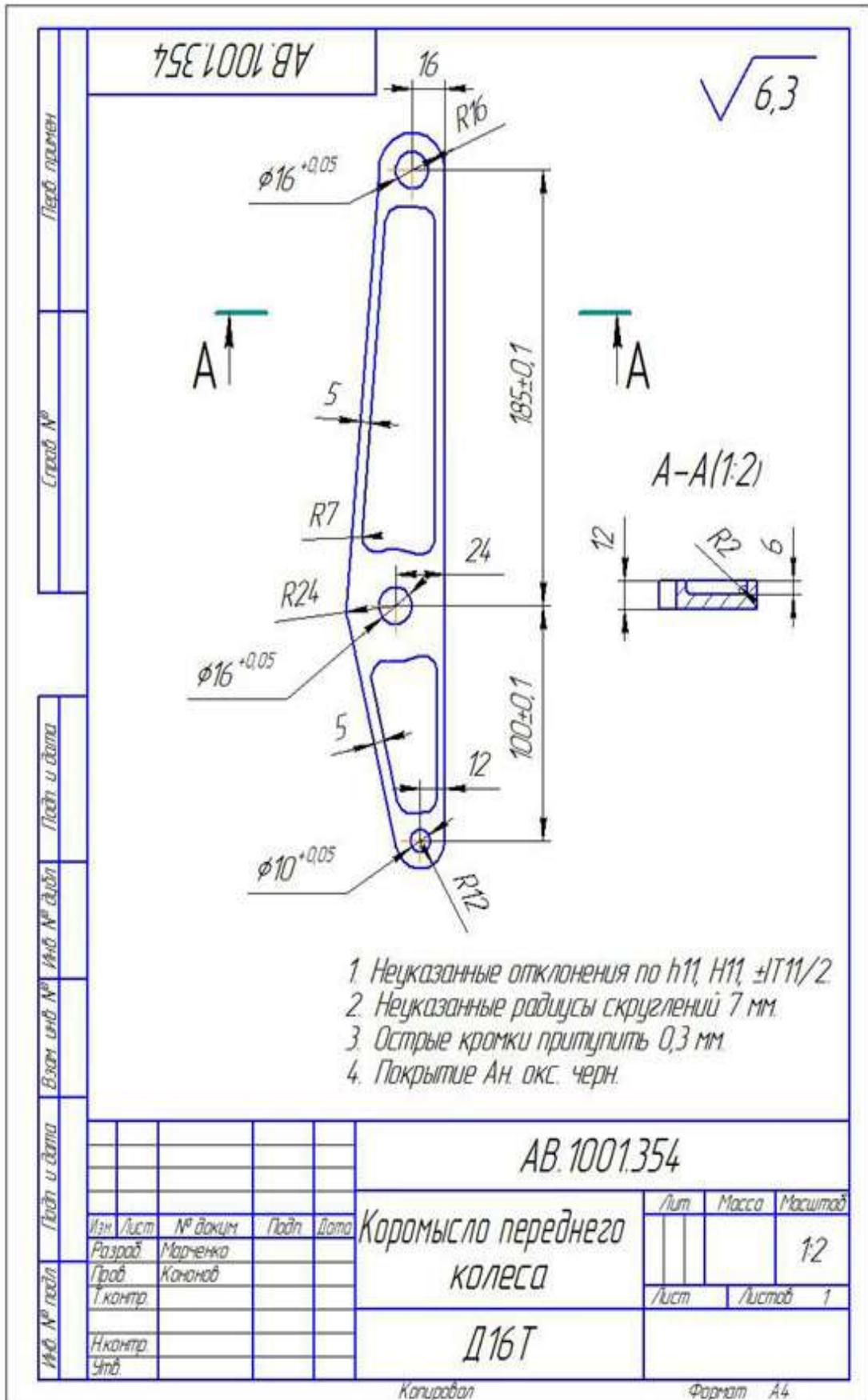
АБВГ.000.003		Лист	Масштаб
		1.443	1:2
Рычаг		Лист	Листов 1
		Стель 20 ГОСТ 535-88	
SolidWorks RUSSIA			

Задание 7

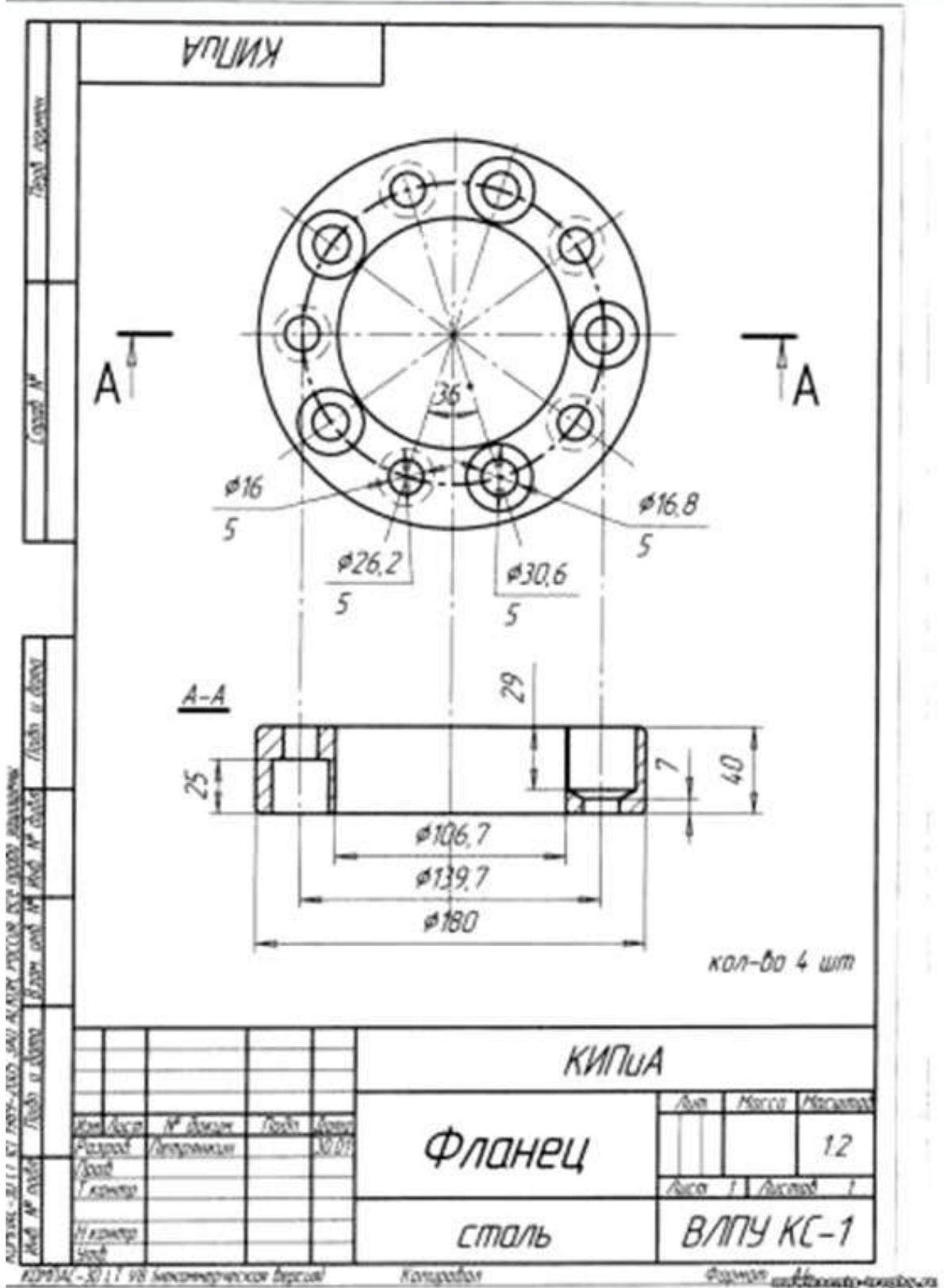




Задание 9

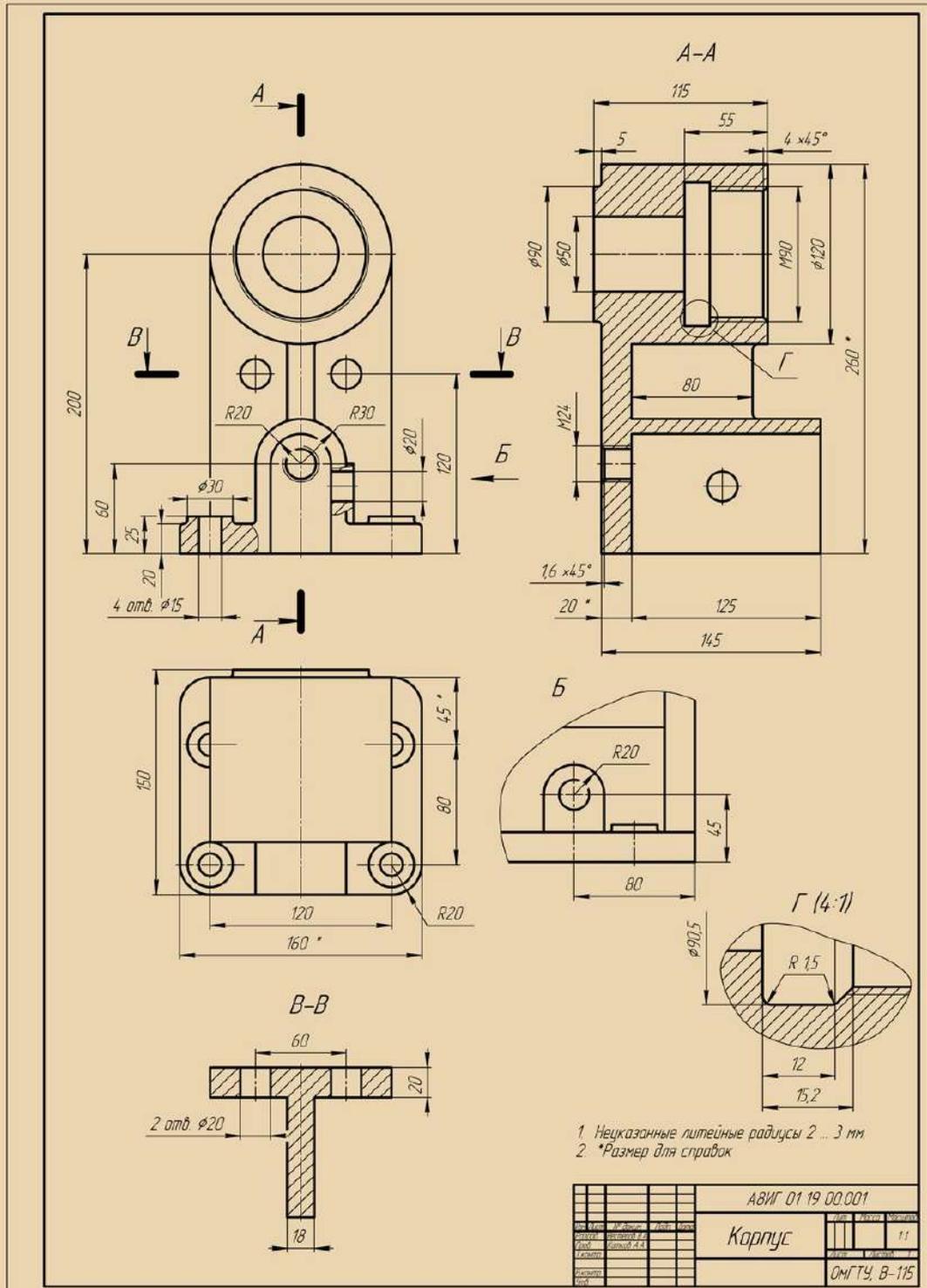


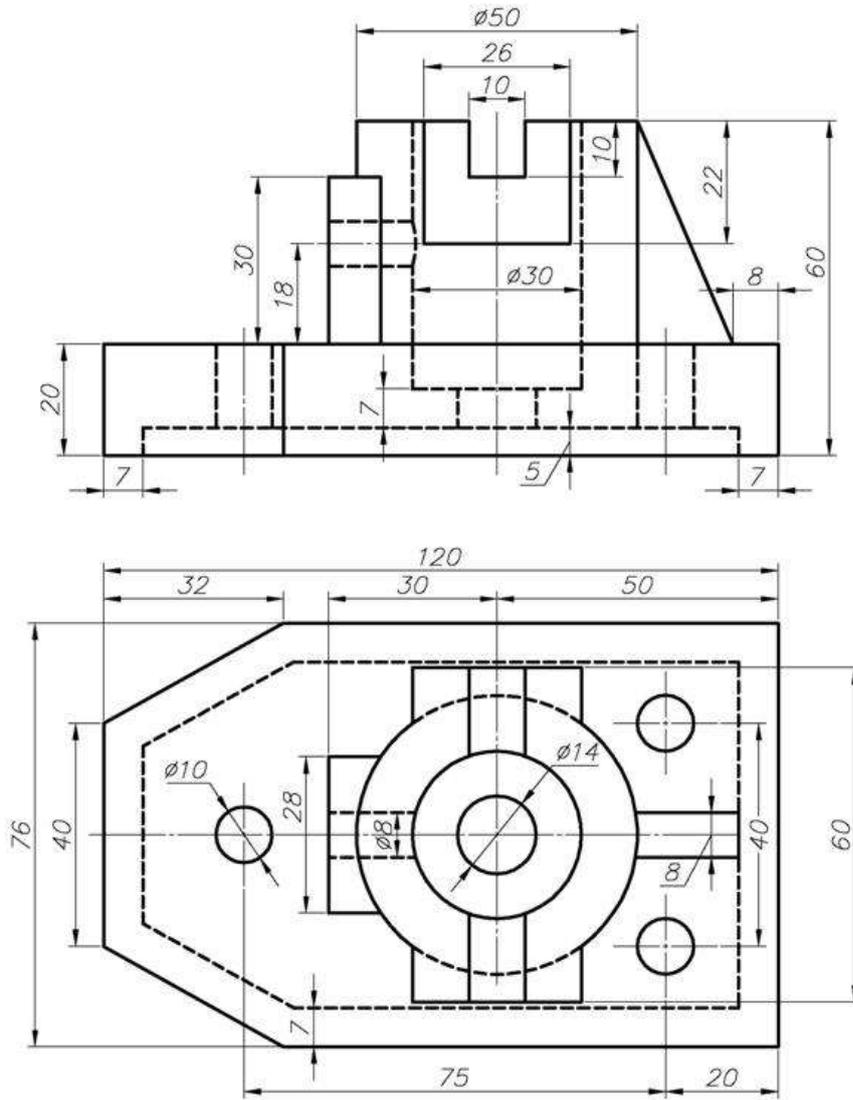
Задание 10



# ЧЕРТЕЖ ДЕТАЛИ

## ГОСТ 2.109-73\*

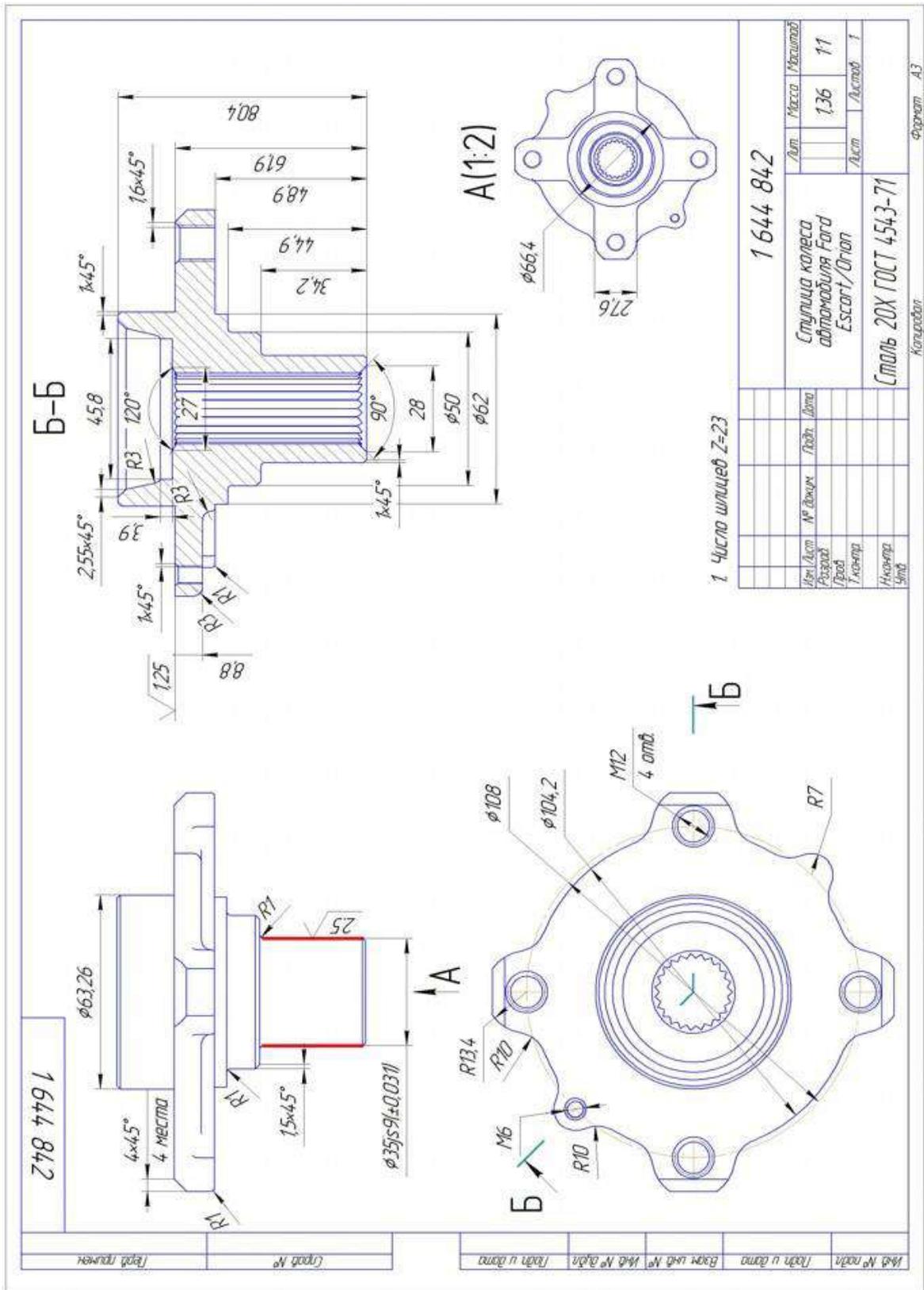




Чертеж детали в двух проекциях		Масштаб 1:1
Чертил		
Принял		Лист **

## Задание 13

Задание 14



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ  
КУРСОВОЙ РАБОТЫ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**Б1.О.26 ИНЖЕНЕРНЫЙ ДИЗАЙН САД (САПР)**

Направление подготовки

***15.03.02 Технологические машины и оборудование***

Направленность (профиль)

***Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов***

Форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

год набора: 2024

Автор: Шестаков В. С., канд. техн. наук, профессор

Одобрены на заседании кафедры

Горных машин и комплексов  
(название кафедры)

Зав. кафедрой

(подпись)

Лагунова Ю. А.  
(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 06.09.2023  
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

Горно-механического  
(название факультета)

Председатель

(подпись)

Осипов П. А.  
(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023  
(Дата)

Екатеринбург

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время конструирование технических объектов выполняется полностью на ЭВМ, что привело к использованию понятия автоматизированное проектирование. Выпускники университета должны уметь работать на ЭВМ в текстовых и графических редакторах, конструкторских пакетах, позволяющих выполнять проектирование машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов.

**Цель курсовой работы:** обучение студентов конструированию и расчетам с применением компьютерных технологий. Умение использовать компьютерные технологии при проектировании нефтегазового и иного оборудования позволит в последующей профессиональной деятельности разрабатывать оптимальные конструкции с минимальной массой и стоимостью и сократить продолжительность разработки проектов.

### **Результат изучения дисциплины:**

#### *Знать:*

- методы контроля качества изделий и объектов, причины нарушений технологических процессов и мероприятия по их предупреждению;
- этапы разработки проекта;
- приемы создания 3 D моделей деталей и ГОСТы оформления чертежей;
- показатели технического состояния и остаточного ресурса технологического оборудования, порядок профилактического осмотра и текущего ремонта;
- этапы изготовления прототипов;
- командную работу на производстве.

#### *Уметь:*

- применять методы контроля качества изделий и объектов, внедрять мероприятия для исключения нарушений технологических процессов;
- разрабатывать проекты деталей и узлов;
- оформлять конструкторскую документацию
- определять техническое состояние и остаточный ресурс технологического оборудования, проводить профилактический осмотр и текущий ремонт;
- изготавливать прототипы;
- организовывать командную работу на производстве.

#### *Владеть:*

- приемами контроля качества изделий и объектов, внедрения мероприятий для исключения нарушений технологических процессов;
- навыками создания деталей в конструкторских пакетах 3 D моделирования;
- навыками создания сборочных узлов в конструкторских пакетах 3 D моделирования;
- навыками оформления рабочих и сборочных чертежей в конструкторских пакетах 3

#### D моделирования

- навыками определения технического состояния и остаточного ресурса технологического оборудования, проведения профилактического осмотра и текущего ремонта;
- приемами изготовления прототипов;
- приемами организации командной работы на производстве.

### **Указания к выполнению**

1. Студент по порядковому номеру в списке группы выбирает вариант из таблицы. По приведенным формулам рассчитывает требуемые диаметры поршня и штока и увеличивает до стандартных. Все остальные размеры принимаются конструктивно по рекомендациям [1-3] и по ним выполняются 3D модели деталей по варианту схемы гидроцилиндра. Для штока нужно учесть рекомендации по соотношению диаметров штока и поршня из литературных источников, должна учитываться и конфигурация штока. Способ крепления.

2. При принятии решения соединения деталей между собой на сварку (например, проушины к штоку) должна быть оформлена отдельная подборка, чертеж для нее и спецификация. При выполнении детали нетехнологическим способом, например, гильзу вместе с патрубком будет считаться ошибкой, так как студент должен показать знания и конструирования.

3. Приведенные схемы гидроцилиндров не являются сборочным чертежом, поэтому выполнять нужно не по этому образцу. Такие схемы используются в отделах комплектации для указания какие уплотнения применяются. Из схемы нужно реализовать способ крепления гидроцилиндра в механизме (проушины, болтовое соединение, цапфы). Размеры должны быть свои расчетные. Способы уплотнений поршня, штока, гильзы с крышками, способы соединения крышек необходимо принять по [1-3]. Рисунок 1 приведен для наименования деталей, а не как образец, что будет в проекте.

4. Обозначения для деталей и сборок. Начинается двумя буквами КР затем идет две цифры порядковый номер студента, потом две цифры подборка или сборка. Потом три цифры для номера детали в сборке. КР 01.02.002 (первый студент, вторая подборка, вторая деталь в подборке 02). На пояснительной записке КР 01.00.000 ПЗ

5. В сборку гидроцилиндра стандартные изделия (гайки, уплотнения, подшипники и др.) необходимо вставлять из библиотеки Компас.

6. Оформлять чертежи и пояснительную записку необходимо по правилам ЕСКД. Для пояснительной записки можно применять текстовый документ Компас или в выданном вам шаблоне файла Word.

7. В пояснительной записке должны быть приведены расчеты, скрины созданных деталей, сборок, чертежей, спецификаций с соответствующими пояснениями.

8. Результаты: файлы с пояснительной запиской, все 3D модели деталей, чертежи, и др. архивируются в один, указывается в наименование фамилия студента, выставляются в ТИМС в папку задания «Компьютерные технологии в машиностр. Курсовая работа».

9. После получения файлов преподаватель указывает ошибки для обоснования оценки и отправляет студенту.

10. Используя APM WinMachine выполнить прочностные расчеты корпуса и штока.

11. Используя переменные обеспечить автоматическое перестроение деталей при задании диаметров поршня и штока, хода поршня.

## ЗАДАНИЯ К КУРСОВОЙ РАБОТЕ

**Задание.** Определить параметры гидроцилиндра, используя конструкторский пакет Компас 3D разработать проект гидроцилиндра. По усилиям на штоке и давлению в гидроцилиндре провести расчет напряжений в элементах гидроцилиндра и подобрать сечения по условию прочности

Расчетная схема по заданиям и пример объемных моделей элементов приведена на рис. 1.

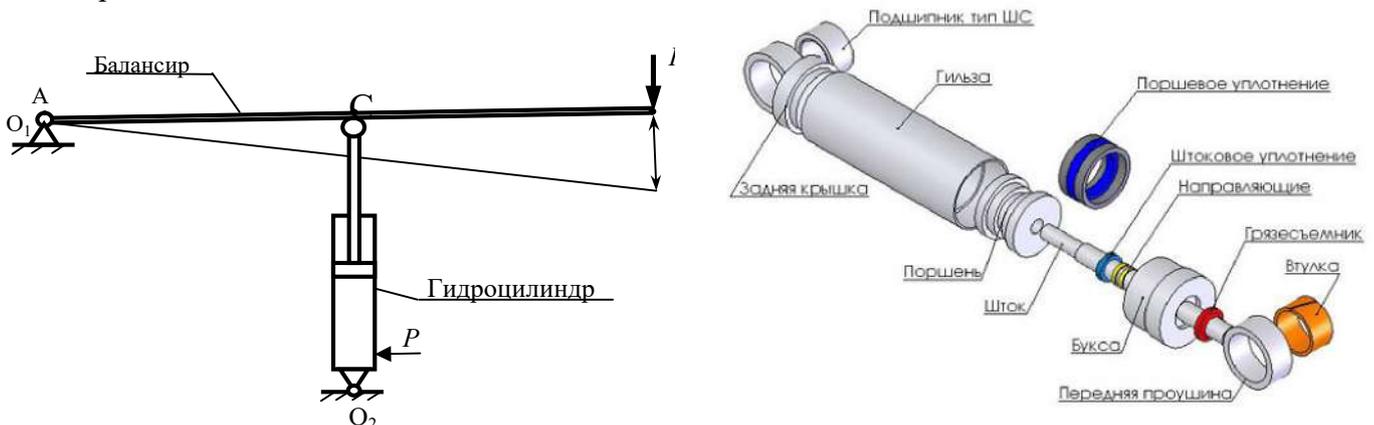


Рис. 1. Расчетная схема и примеры объемных моделей деталей 3

Конструктивные схемы вариантов исполнений гидроцилиндров приведены в приложении 1. Для выполнения проекта гидроцилиндра по этим схемам необходимо рассмотреть известные конструкции изготовления крышек, поршней, уплотнений, соединений, приведенные в [3].

### Варианты заданий и исходные данные

Вариант	№ ГЦ	Усилие $F$ , Н	$L_{AB}$ , м	$L_{AC}$ , м	Угол поворота балансира $\Delta\beta$ , град	Давление $P$ , МПа	Допустимое напряжение штока, МПа	Детали для оформления рабочего чертежа
1	1	10000	2	1	15	16	120	Шток, поршень
2	2	20000	2	1	20	16	120	Корпус, крышка задняя
3	3	30000	2	1	18	16	120	Шток, крышка передняя
4	4	10000	3	1	15	16	120	Шток, крышка задняя
5	5	20000	3	1	18	16	120	Поршень, крышка задняя
6	6	30000	3	1	20	16	120	Корпус, крышка передняя
7	7	50000	3	1	15	16	120	Шток, поршень
8	8	50000	4	1	15	16	120	Корпус, крышка задняя
9	9	50000	4	1	15	32	120	Шток, крышка передняя
10	1	30000	4	1	20	32	120	Шток, крышка задняя
11	2	40000	4	1	18	32	120	Поршень, крышка задняя
12	3	20000	4	1	18	32	120	Корпус, крышка передняя
13	4	100000	4	1	15	32	120	Шток, поршень
14	5	50000	3	1	15	32	120	Корпус, крышка задняя
15	6	150000	3	1	15	32	120	Шток, крышка передняя
16	7	100000	3	1	15	32	120	Шток, крышка задняя
17	8	120000	3	1	15	32	120	Поршень, крышка задняя
18	9	180000	4	1	15	32	120	Корпус, крышка передняя
19	1	100000	4	1	18	32	120	Шток, поршень
20	2	80000	4	1	15	32	120	Корпус, крышка задняя
21	3	50000	4	1	20	10	120	Шток, крышка передняя
22	4	40000	4	1	15	10	120	Шток, крышка задняя
23	5	30000	4	1	10	10	120	Поршень, крышка задняя
24	6	20000	4	1	15	10	120	Корпус, крышка передняя
25	7	10000	4	1	15	10	120	Шток, крышка задняя

*Примечание.* В приложении приведены схемы вариантов гидроцилиндров, используемые в отделах для приобретения комплектующих уплотнений. Приведенные на рисунках размеры не следует применять для создания деталей гидроцилиндра по варианту задания. Конструктивное исполнение поршня, крышек и иных элементов необходимо уточнить, пользуясь примерами и рекомендациями в [3].

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ

1. Выполнить расчет параметров

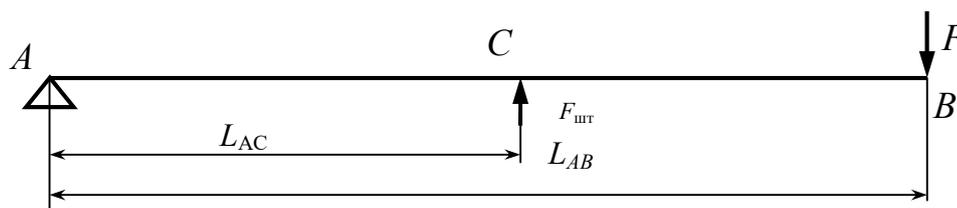


Рис. 2. Схема к расчету усилия на штоке гидроцилиндра

Усилие на штоке гидроцилиндра определяется по условию равновесия – сумма моментов относительно опоры А равна нулю

$$\sum M_A = 0, \text{ т.е. } F_{шт} \cdot L_{AC} - F \cdot L_{AB} = 0.$$

Откуда

$$F_{шт} = \frac{F \cdot L_{AB}}{L_{AC}}$$

Площадь поршня по заданному давлению

$$S_{п} = F_{шт} / P$$

Диаметр поршня

$$D_{п} = \sqrt{4 \cdot S_{п} / \pi}$$

Площадь штока определяется по условию прочности. При работе штока на сжатие площадь штока определяется по формуле

$$S_{шт} = F_{шт} / [\sigma]$$

Диаметр штока

$$d_{шт} = \sqrt{4 \cdot S_{шт} / \pi}$$

Ход штока

$$\Delta x = 2L_{AC} \sin(\Delta\beta/2)$$

2. Диаметры поршней и штоков округлить до стандартных значений [1,2].
3. По стандартным значениям спроектировать гидроцилиндр. Конструктивные схемы вариантов исполнений гидроцилиндров приведены в приложении 1. Для выполнения проекта гидроцилиндра по этим схемам необходимо рассмотреть известные конструкции изготовления крышек, поршней, уплотнений, соединений, приведенные в [3].
4. Проектирование должно быть выполнено с использованием конструкторских пакетов Компас 3D.. Проект должен включать все детали, сборки, рабочие чертежи указанных в задании деталей и сборочные чертежи, спецификации, пояснительную записку.
5. Выполнить прочностные расчеты корпуса гидроцилиндра, штока с использованием модуля *Structure 3D* системы *APM WinMachine*
6. Оформление пояснительной записки: пояснительная записка должна содержать:
  - расчет параметров,
  - виды 3D моделей всех деталей,
  - рабочие чертежи указанных в задании деталей, выполненные по требованиям ЕСКД на формате А4 или ином, на ином, но в записке разрешается представить в уменьшенном до А4 вида,

- сборочные чертежи узлов гидроцилиндра по тем же требованиям, что и для деталей,
- прочностные расчеты корпуса и штока

#### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя. В 3-х т. Т.3. М.Машиностроение, 2010.- 864 с
2. Суслов Н. М., Лагунова Ю. А. Объемные гидравлические машины гидро- и пневмоприводов: учебное пособие / Н.М. Суслов, Ю.А. Лагунова; Уральский государственный горный университет. - Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2009. – 328с.
3. Марутов В.А., Павловский С.А. Гидроцилиндры. В 2-х томах, М. - Машиностроение, 1966.- 864
4. Замрий А.А. Учебное пособие Практический учебный курс САД/САЕ система АРМ WinMachine М. 2013; Изд-во АПМ. – 144 с
5. Описание конструкторского пакета Компас 3D.

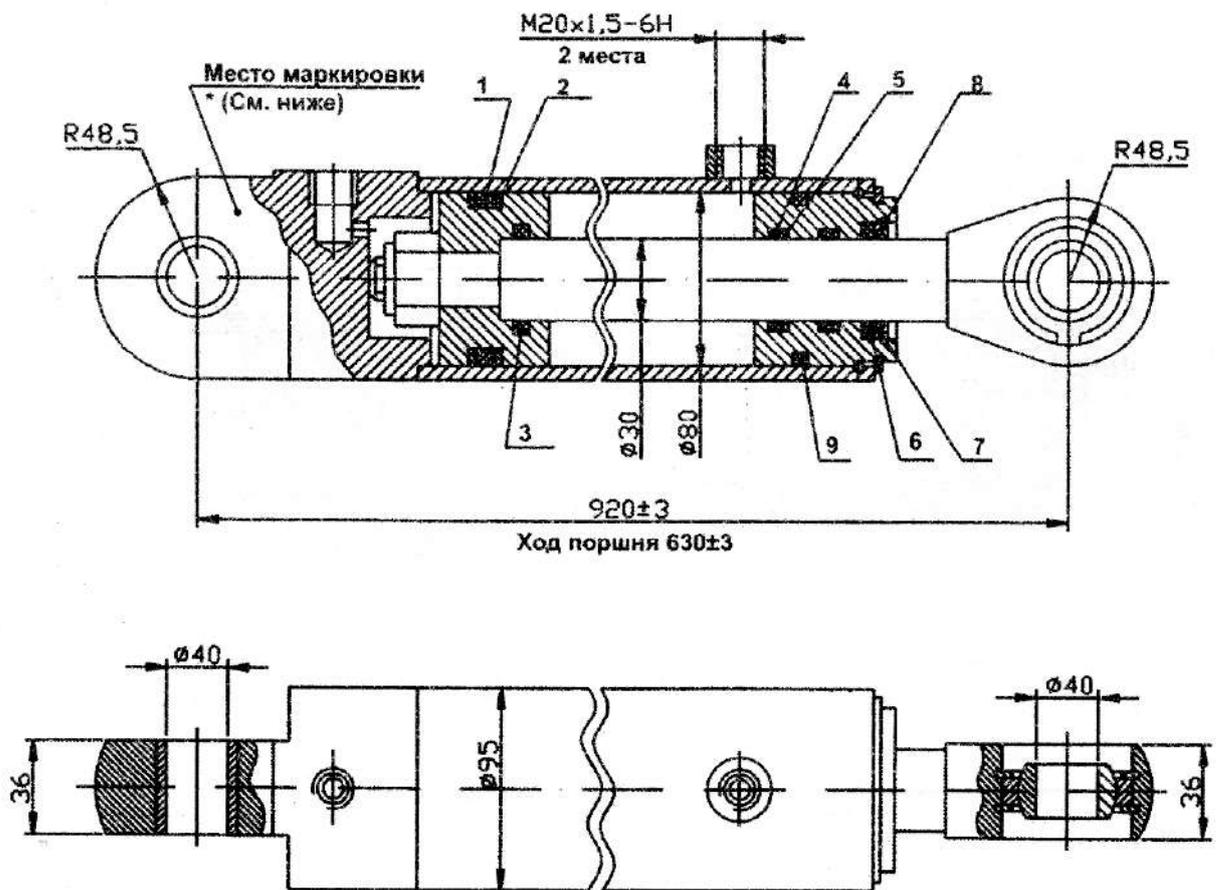
ВАРИАНТЫ СХЕМ ГИДРОЦИЛИНДРОВ

**ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК -80.30x630.21**

№ 1

Давление, МПа  
 номинальное 16  
 максимальное 20  
 Усилие на штоке, кН (кг)  
 толкающее 80,38 (8038)  
 тянущее 69,08 (6908)  
 Масса, кг 25,7

Уплотнение по поршню:  
 поз.1 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.  
 поз.2 - кольцо защитное - 2 шт.  
 поз.3 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.  
 Уплотнение по штоку:  
 поз.4 - кольцо резиновое уплотнительное - 2 шт.  
 поз.5 - кольцо защитное - 2 шт.  
 поз.6 - манжета - 1 шт.  
 поз.7 - скребок - 1 шт.  
 поз.8 - кольцо стопорное - 1 шт.  
 Уплотнение "корпус-крышка передняя":  
 поз.9 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.

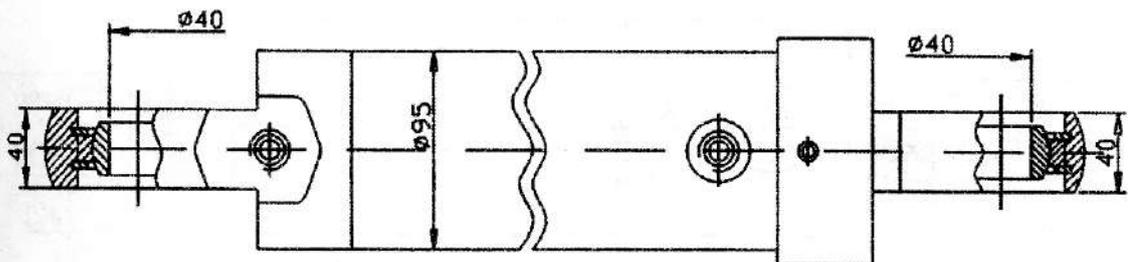
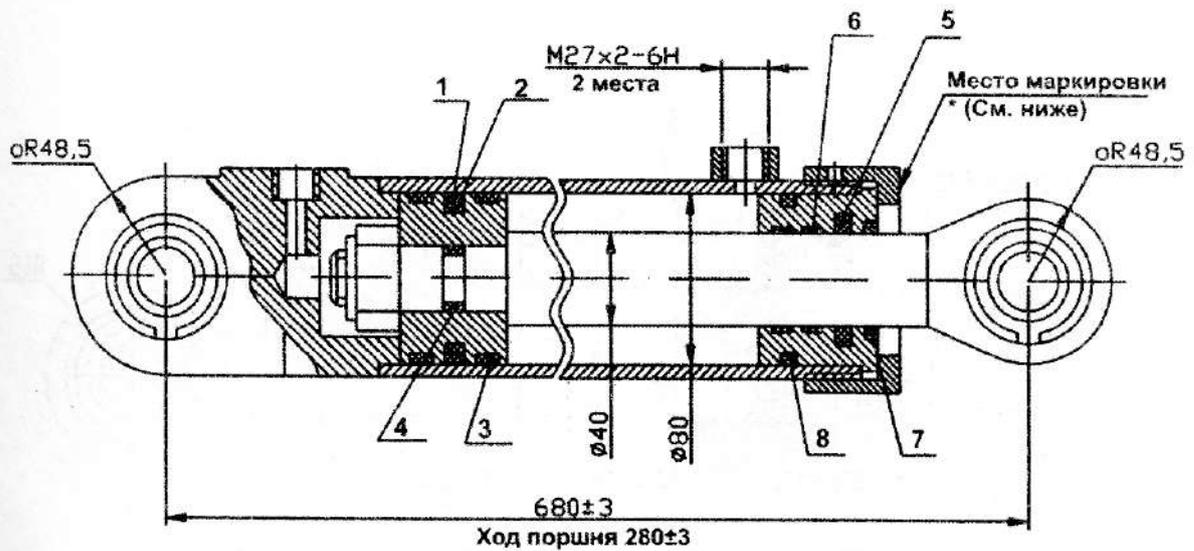


# ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК-80.40x280.680.11

№ 2

Давление, МПа  
 номинальное 16  
 Усилие на штоке, кН (кг):  
 толкающее 80,38 (8038)  
 тянущее 6029 (6029)  
 Масса, кг 18,5

Уплотнение по поршню:  
 поз.1 - уплотнение поршневое - 1 шт.  
 поз.2 - кольцо поджимное - 1 шт.  
 поз.3 - кольцо опорно-направляющее - 2 шт.  
 поз.4 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.  
 Уплотнение по штоку:  
 поз.5 - уплотнение штоковое - 1 шт.  
 поз.6 - кольцо опорно-направляющее - 2 шт.  
 поз.7 - грязесъемник - 1 шт.  
 Уплотнение "корпус-крышка передняя":  
 поз.8 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.

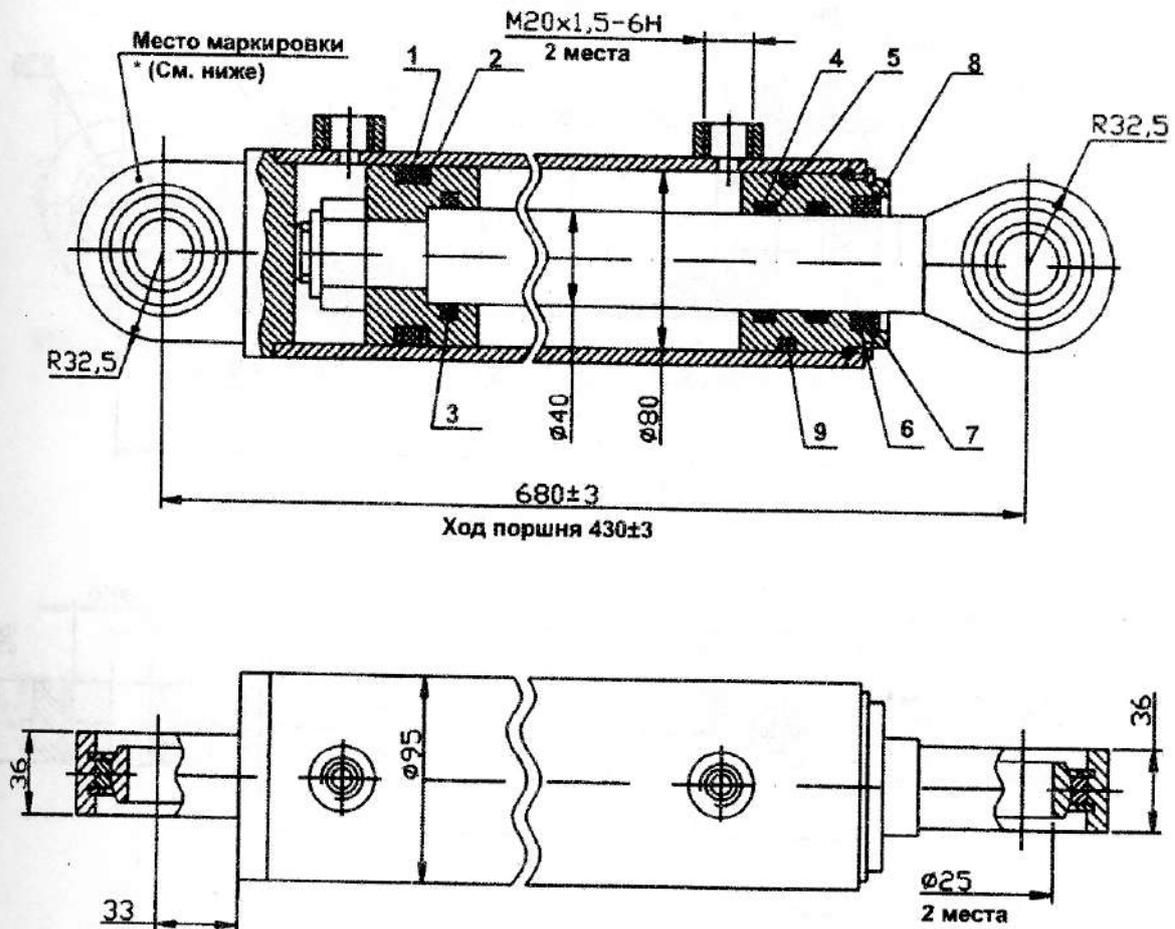


# ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК -80.40x430.11

№ 3

Давление, МПа  
 номинальное 16  
 Максимальное 20  
 Усилие на штоке, кН (кг):  
 толкающее 80,38 (8038)  
 тянущее 6029 (6029)  
 Масса, кг 21,7

Уплотнение по поршню:  
 поз.1 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.  
 поз.2 - кольцо защитное - 2 шт.  
 поз.3 - кольцо резиновое уплотнительное - 2 шт.  
 Уплотнение по штоку:  
 поз.4 - кольцо резиновое уплотнительное - 2 шт.  
 поз.5 - кольцо защитное - 2 шт.  
 поз.6 - менжета - 1 шт.  
 поз.7 - скребок - 1 шт.  
 Поз.8 - кольцо стопорное - 1 шт.  
 Уплотнение "корпус-крышка передняя":  
 Поз.9 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.



\* Пример маркировки:  
 ГЦК-80.30x430.11  
 11.04

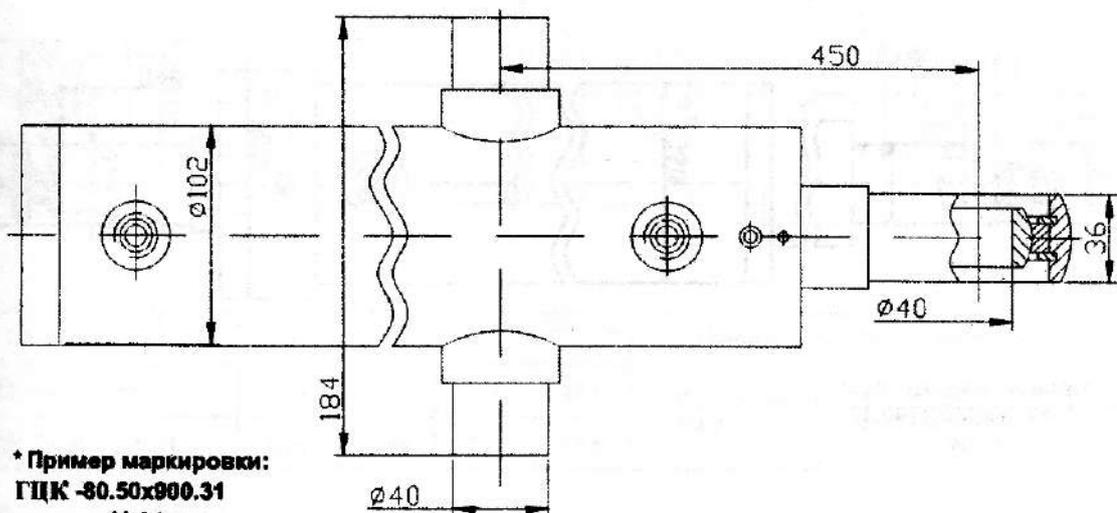
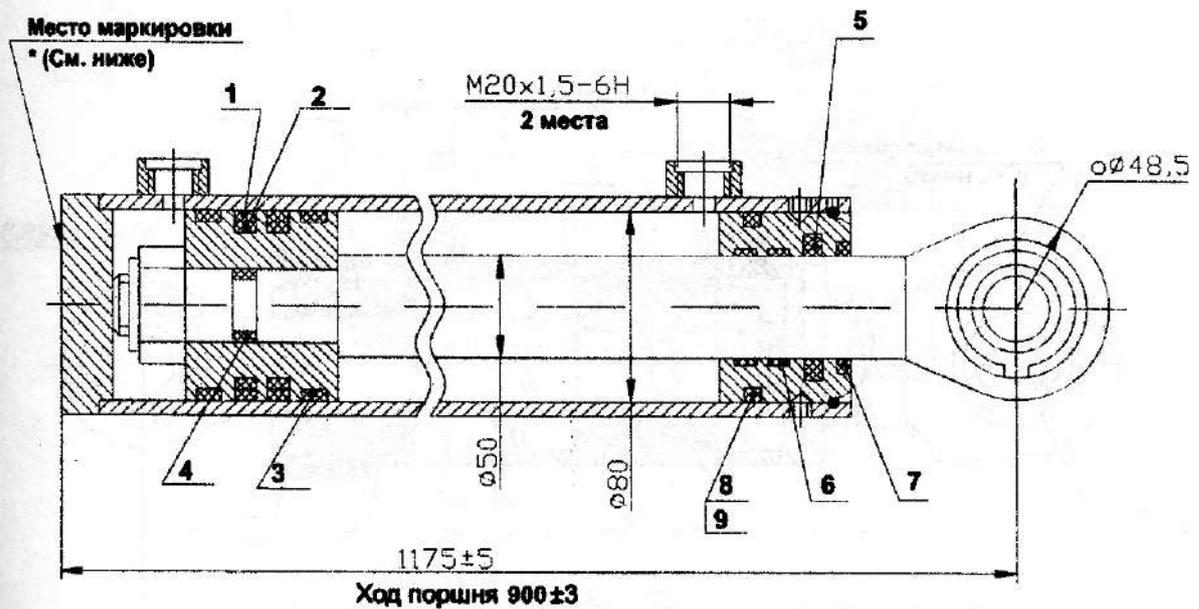
Применяется для поворота изделия КО - 812 - 2

# ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК-80.50x900.31

№ 4

Давление, МПа  
 номинальное 16  
 максимальное 20  
 Усилие на штоке, кН (кг):  
 толкающее 80,38 (8038)  
 тянущее 49,98 (4998)  
 Масса, кг 50,5

Уплотнение по поршню:  
 поз.1 - уплотнение поршневое - 2 шт.  
 поз.2 - кольцо поджимное - 2 шт.  
 поз.3 - кольцо опорно-направляющее - 2 шт.  
 поз.4 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.  
 Уплотнение по штоку:  
 поз.5 - уплотнение штоковое - 1 шт.  
 поз.6 - кольцо опорно-направляющее - 2 шт.  
 поз.7 - грязесъемник - 1 шт.  
 Уплотнение "корпус-крышка передняя":  
 поз.8 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.  
 поз.9 - кольцо защитное - 1 шт.

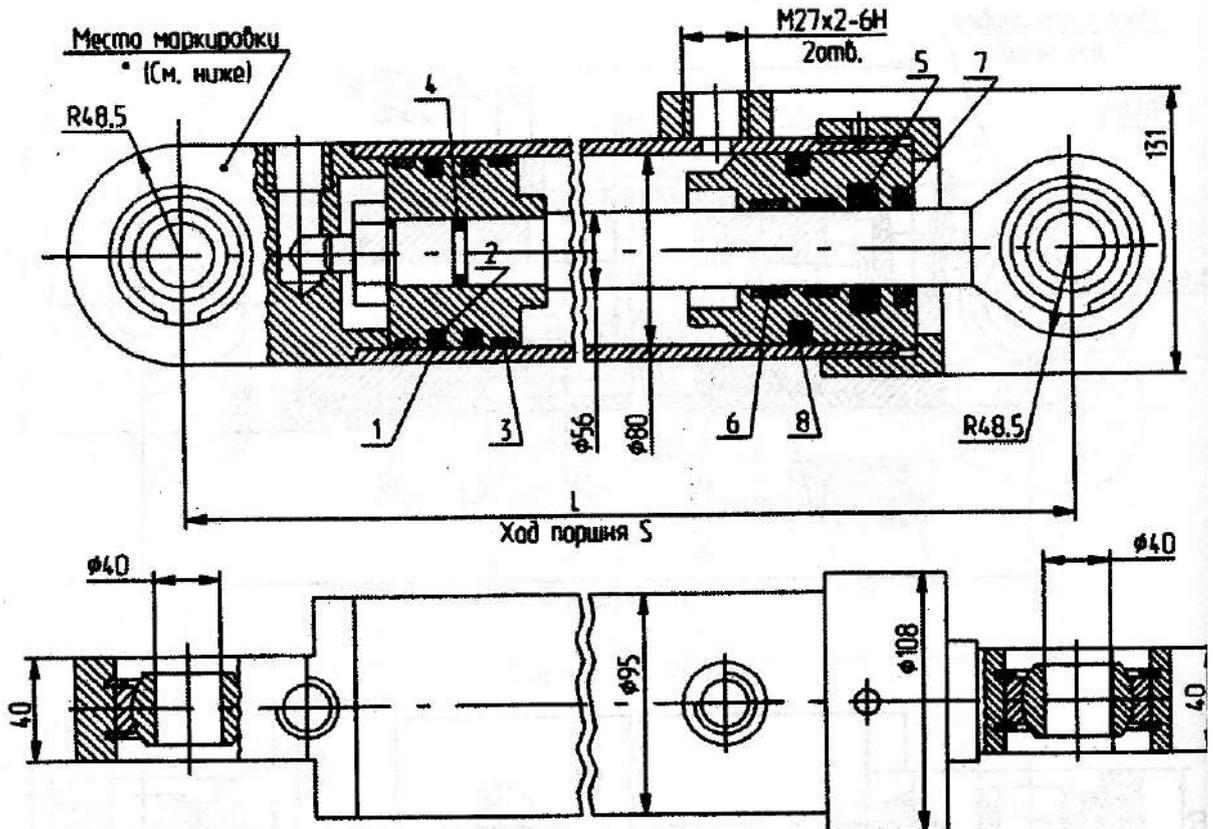


# ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК-80.56xS.11

№ 5

Давление, МПа  
 номинальное 16  
 максимальное 20  
 Усилие на штоке, кН (кГ):  
 толкающее 80,38 (8038)  
 тянущее 40,99 (4099)

Уплотнение по поршню:  
 поз.1 - уплотнение поршневое - 2 шт.  
 поз.2 - кольцо поджимное - 2 шт.  
 поз.3 - кольцо опорно-направляющее - 2 шт.  
 поз.4 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.  
 Уплотнение по штоку:  
 поз.5 - уплотнение штоковое - 1 шт.  
 поз.6 - кольцо опорно-направляющее - 2 шт.  
 поз.7 - грязесъемник - 1 шт.  
 поз.8 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.



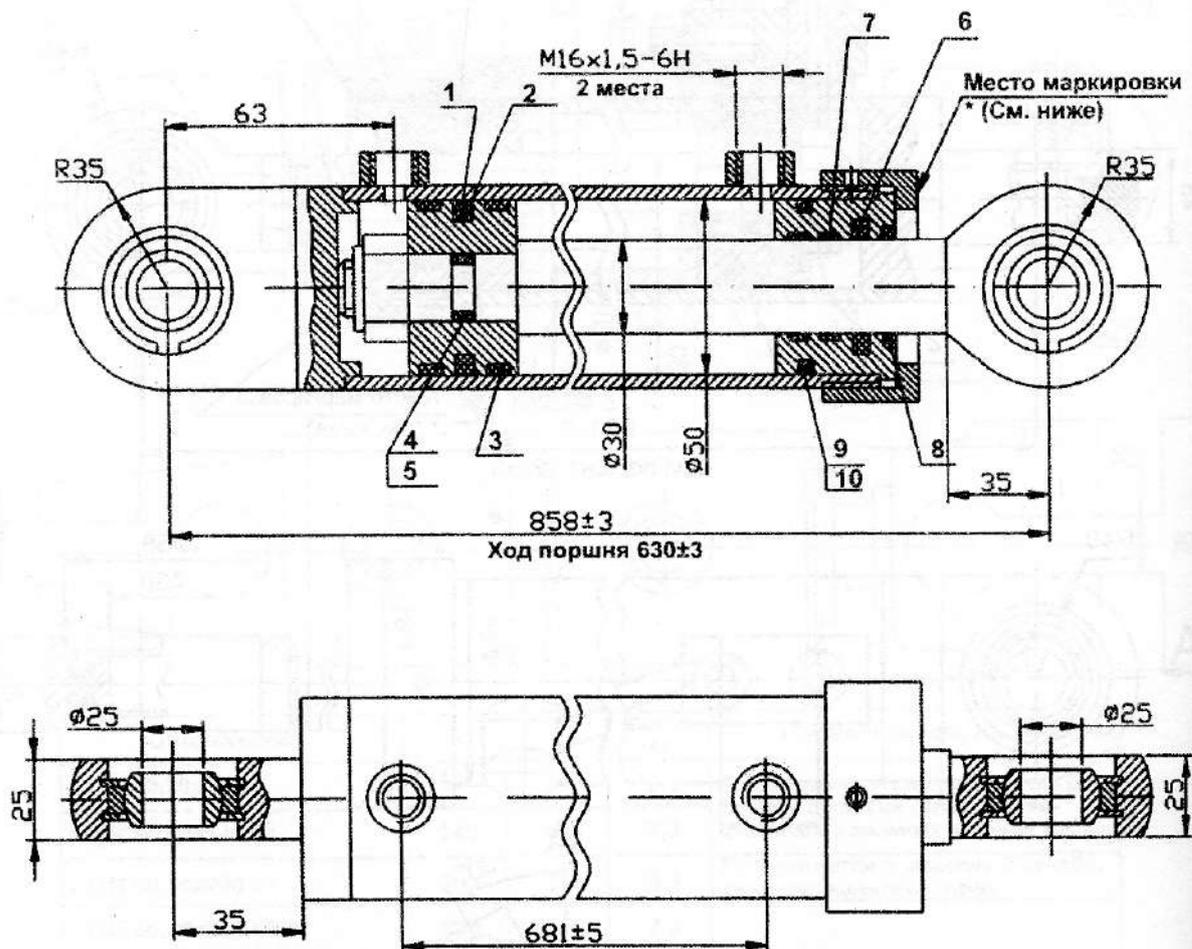
Обозначение	S	L	Масса, кг	Применяемость на машинах
ГЦК -80.56x160.11	160	510	20,3	для открывания ковша экскаваторов: ЭО-2201, -2203, "Борэкс" -2626
ГЦК -80.56x280.11	280	645	26	для отвала экскаваторов ЭО-2621А, В, В1, В2, В3, -2201, -2203, -2629
ГЦК -80.56x400.11	400	765	31	для подъема ковша погрузчиков: ТО-18А, -18Б, 18Д, -25, -28; ЭО-2201, -83, ДЗ-133; экскаваторов ЭО-2201, "Борэкс"
ГЦК -80.56x560.11	560	925	38,5	для подъема стрелы погрузчиков: ТО-49, ЭО-2628, -2203, ДЗ-133
ГЦК -80.56x630.11	630	1010	41,3	для погрузчика экскаваторов ЭО-2626, -2626А, -2627, -2628, "Борэкс", -2626
ГЦК -80.56x700.11	700	1100	47,2	для ковша экскаваторов: ЭО-2626, -2201, -2203, "Борэкс" -2626, ЭО-2629; для мусоровоза АМК-920
ГЦК -80.56x900.11	900	1250	52,3	для рукояти и ковша экскаваторов: ЭО-2621А, В, В1, В2 -2203, -2626, ТО-49; полуприцепа -автовоза мод. А956М-02/03

# ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК-50.30x630.11

№ 6

Давление, МПа  
 номинальное 16  
 максимальное 20  
 Усилие на штоке, кН (кг)  
 толкающее 31,4 (3140)  
 тянущее 20 (2000)  
 Масса, кг 17

Уплотнение по поршню:  
 поз.1 - уплотнение поршневое - 1 шт.  
 поз.2 - кольцо поджимное - 1 шт.  
 поз.3 - кольцо опорно-направляющее - 2 шт.  
 поз.4 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.  
 поз.5 - кольцо защитное - 2 шт.  
 Уплотнение по штоку:  
 поз.6 - уплотнение штоковое - 1 шт.  
 поз.7 - кольцо опорно-направляющее - 2 шт.  
 поз.8 - грязесъемник - 1 шт.  
 Уплотнение "корпус-крышка передняя":  
 поз.9 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.  
 поз.10 - кольцо защитное - 1 шт.

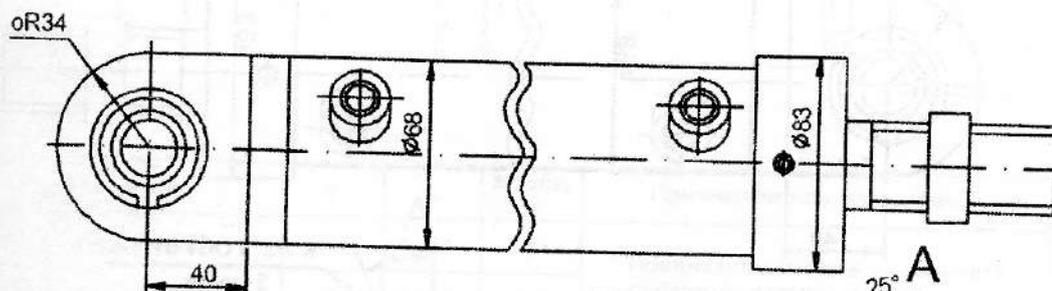
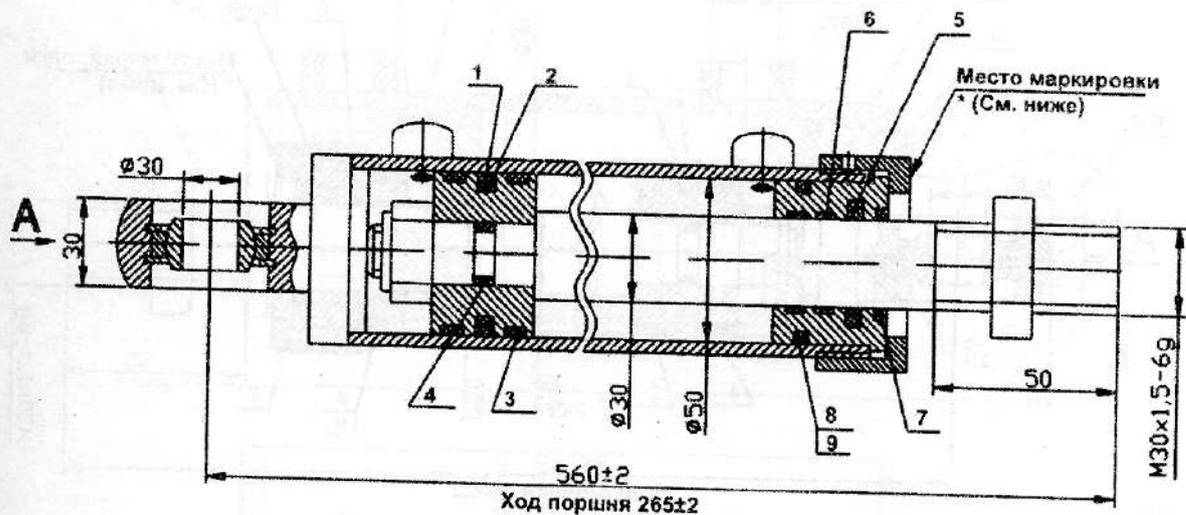


# ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК-50.30x265.13 (ДЗ.122.06.30.000-03)

№ 7

Давление, МПа  
номинальное 12  
Усилие на штоке, кН (кг)  
толкающее 23,55 (2355)  
тянущее 15,07 (1507)  
Масса, кг 10,4

Уплотнение по поршню:  
поз.1 - уплотнение поршневое - 1 шт.  
поз.2 - кольцо поджимное - 1 шт.  
поз.3 - кольцо опорно-направляющее - 2 шт.  
поз.4 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.  
Уплотнение по штоку:  
поз.5 - уплотнение штоковое - 1 шт.  
поз.6 - кольцо опорно-направляющее - 2 шт.  
поз.7 - грязесъемник - 1 шт.  
Уплотнение "корпус-крышка передняя":  
поз.8 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.  
поз.9 - кольцо защитное 1 шт.



\* Пример маркировки:  
ГЦК 50.30x265.13  
(ДЗ.122.06.30.000-03)  
11.04

К 1/2" ГОСТ 6111-52  
2 места

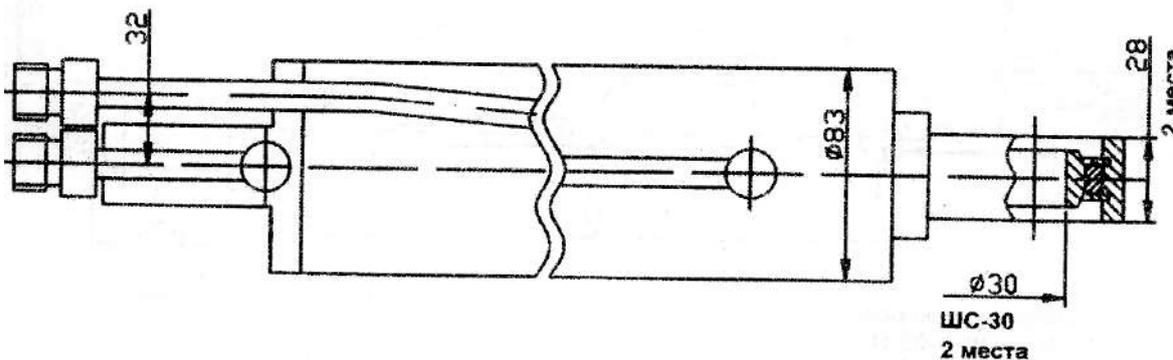
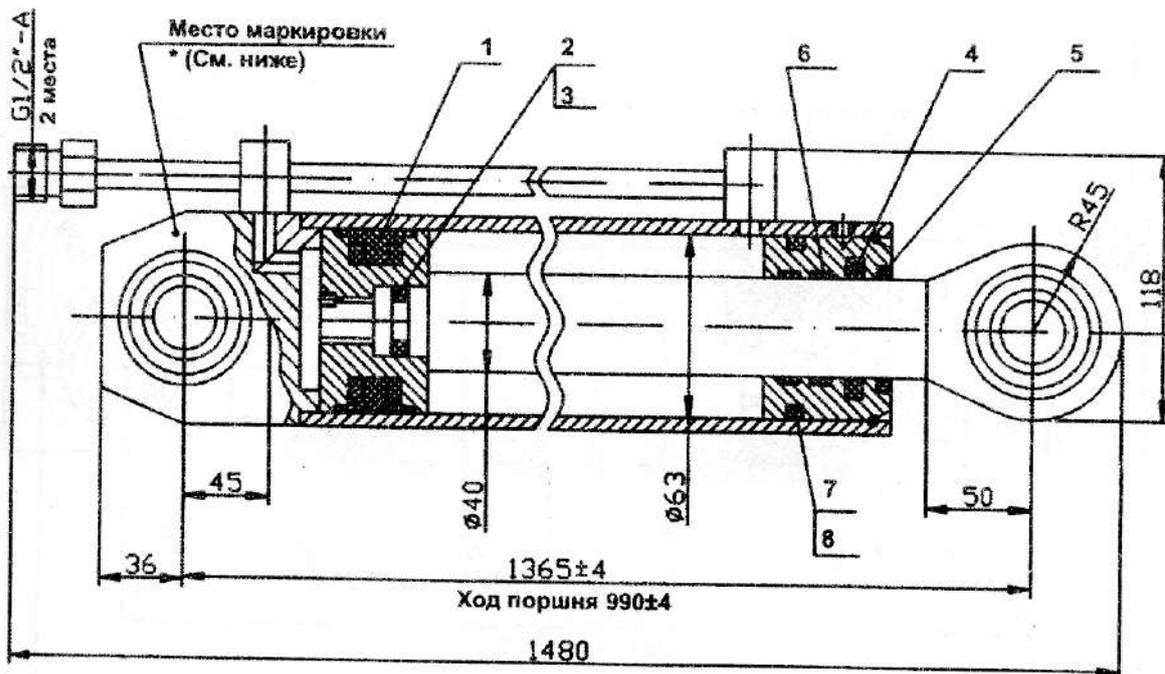
Применяется для рулевого управления  
автогрейдеров ДЗ-122Б, ДЗ-122Б-7

# ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК-63.40x990.11

№ 8

Давление, МПа  
 номинальное 20  
 Усилие на штоке, кН (кг)  
 толкающее 62,31 (6231)  
 тянущее 37,19 (3719)  
 Масса, кг 35,8

Уплотнение по поршню:  
 поз.1 - уплотнение - 1 шт.  
 поз.2 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.  
 поз.3 - кольцо защитное - 2 шт.  
 Уплотнение по штоку:  
 поз.4 - манжета - 1 шт.  
 поз.5 - грязесъемник - 1 шт.  
 поз.6 - кольцо опорное - 2 шт.  
 Уплотнение "корпус-крышка передняя":  
 поз.7 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.  
 поз.8 - кольцо защитное - 1 шт.



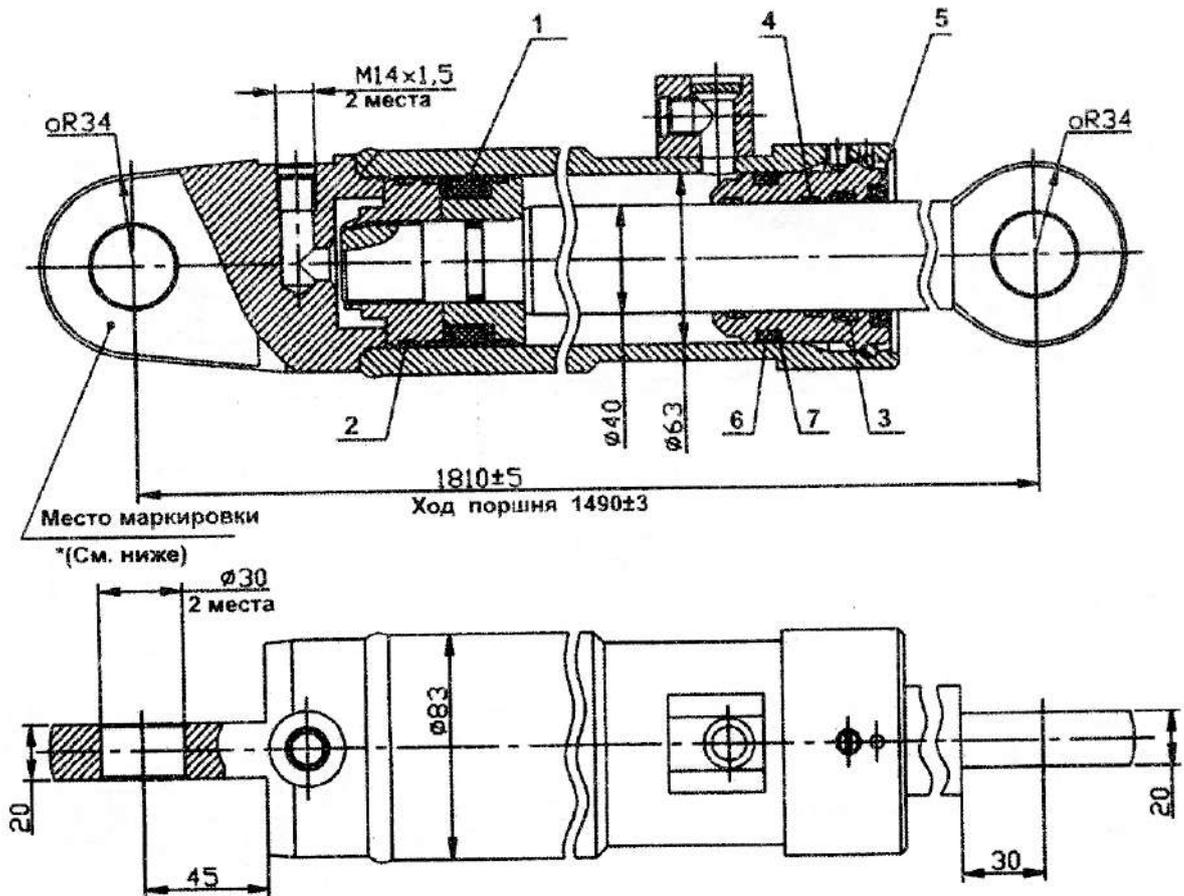
\* Пример маркировки:  
 ГЦК -63.40x990.11  
 08.03

# ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК-63.40x1490.17

№ 9

Давление, МПа  
 номинальное 18  
 Усилие на штоке, кН (кг)  
 толкающее 56,08 (5608)  
 тянущее 33,47 (3347)  
 Масса, кг 49

Уплотнение по поршню:  
 поз.1 - уплотнение поршневое - 1 шт.  
 поз.2 - кольцо опорно-направляющее - 1 шт.  
 Уплотнение по штоку:  
 поз.3 - манжета - 1 шт.  
 поз.4 - кольцо опорное - 2 шт.  
 поз.5 - грязесъемник - 1 шт.  
 Уплотнение "корпус-крышка передняя":  
 поз.6 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.  
 поз.7 - кольцо защитное - 1 шт.



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**  
*по выполнению практических занятий по дисциплине*  
**Б1.О.26 ИНЖЕНЕРНЫЙ ДИЗАЙН САД (САПР)**

Направление подготовки  
**15.03.02 Технологические машины и оборудование**

Направленность (профиль)  
**Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов**

Форма обучения: очная, заочная, очно-заочная  
Год набора: **2024**

Автор: Шестаков В.С., канд. техн. наук, профессор

Одобрены на заседании кафедры

Горных машин и комплексов  
*(название кафедры)*

Зав. кафедрой

*(подпись)*

Лагунова Ю. А.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 1 от 06.09.2023  
*(Дата)*

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

Горно-механического  
*(название факультета)*

Председатель

*(подпись)*

Осипов П. А.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 2 от 20.10.2023  
*(Дата)*

Екатеринбург

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время конструирование технических объектов выполняется полностью на ЭВМ, что привело к использованию понятия автоматизированное проектирование. Выпускники университета должны уметь работать на ЭВМ в текстовых и графических редакторах, конструкторских пакетах, позволяющих выполнять проектирование машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов.

При изучении дисциплины студенты наряду с другими осваивали следующие направления:

- проведение расчетов с использованием программных модулей,
- создание проектов нефтегазовых машин и оборудования с использованием конструкторских пакетов 3D моделирования, в частности конструкторского пакета Компас 3D.

**Результат изучения дисциплины:** Компьютерные технологии в машиностроении»

*Знать:*

- методы контроля качества изделий и объектов, причины нарушений технологических процессов и мероприятия по их предупреждению;
- этапы разработки проекта;
- приемы создания 3 D моделей деталей и ГОСТы оформления чертежей;
- показатели технического состояния и остаточного ресурса технологического оборудования, порядок профилактического осмотра и текущего ремонта;
- этапы изготовления прототипов;
- командную работу на производстве.

*Уметь:*

- применять методы контроля качества изделий и объектов, внедрять мероприятия для исключения нарушений технологических процессов;
- разрабатывать проекты деталей и узлов;
- оформлять конструкторскую документацию
- определять техническое состояние и остаточный ресурс технологического оборудования, проводить профилактический осмотр и текущий ремонт;
- изготавливать прототипы;
- организовывать командную работу на производстве.

*Владеть:*

- приемами контроля качества изделий и объектов, внедрения мероприятий для исключения нарушений технологических процессов;
- навыками создания деталей в конструкторских пакетах 3 D моделирования;
- навыками создания сборочных узлов в конструкторских пакетах 3 D моделирования;
- навыками оформления рабочих и сборочных чертежей в конструкторских пакетах 3 D моделирования
- навыками определения технического состояния и остаточного ресурса технологического оборудования, проведения профилактического осмотра и текущего ремонта;
- приемами изготовления прототипов;
- приемами организации командной работы на производстве.

### Указания к выполнению

Практические занятия выполняются под руководством преподавателя на примере создания 3Д деталей, формирования сборочных единиц и оформления чертежей.

Создание указанных документов демонстрируется преподавателем на экране через проектор, студенты повторяют и задают вопросы и появлении затруднений.

Для обучения выбрано упражнение приведенное в приложении.

Пример выполнения первой детали.

## Создание 3Д модели детали «Планка» и оформление чертежа

1. **Начало создания детали.** После загрузки системы Компас (рис. 2.1) выполняется щелчок по значку «Деталь» - появится окно редактора создания детали (рис. 2.2).

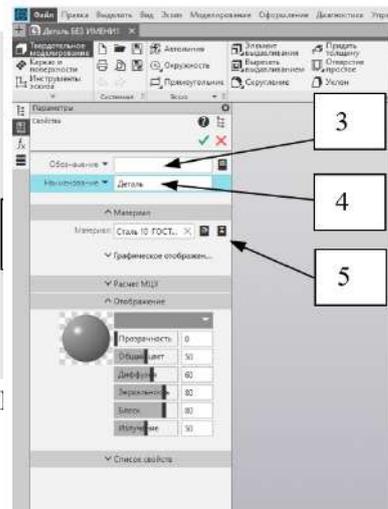


Рис. 2.3. Окно свойств

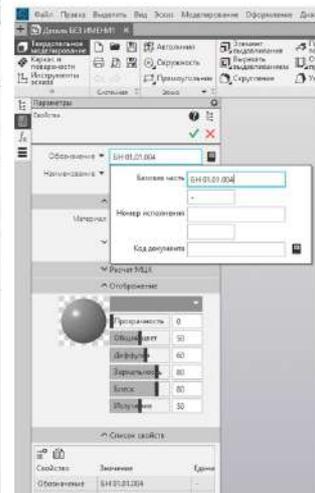


Рис. 2.4. Задание обозначения

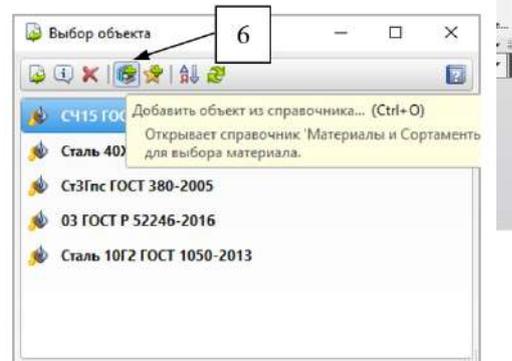


Рис. 2.5. Выбор материала

2. **Настройка свойства детали:** двойной щелчок по «Деталь» (2) в дереве – появится окно свойств (рис. 2.3). Щелчком по окну «Обозначение» (2) вызовем окно ввода (рис. 2.4) и впишем в окно базовой части обозначение для передачи его в последующем в штампы чертежей и спецификацию БН 01.01.004. В окно «Наименование» впишем наименование детали «Планка». Щелчком по кнопке «Выбрать материал из справочника» (5) – на экран выведется окно выбора материала (рис. 2.5), в списке будут материалы, с которыми уже выполнялась работа. Если требуется материал, которого нет в этом списке, то необходимо щелкнуть по кнопке «Добавить материал из справочника» (6) – на экран выведется окно (рис. 2.6). В этом окне необходимо щелкнуть по знаку «+» против нужного материала (7), (8). Если деталь изготавливается из выпускаемого сортамента, то необходимо распахать (щелкнуть по «+» против марки материала), распахать нужный сортament (на рис. 2.7 выбрана полоса). Щелчками нужно щелчками отметить выбор (9), (10), (11), щелкнуть по строке «Полоса» (13) и завершить выбор щелчком по кнопке «Выбрать» (13).

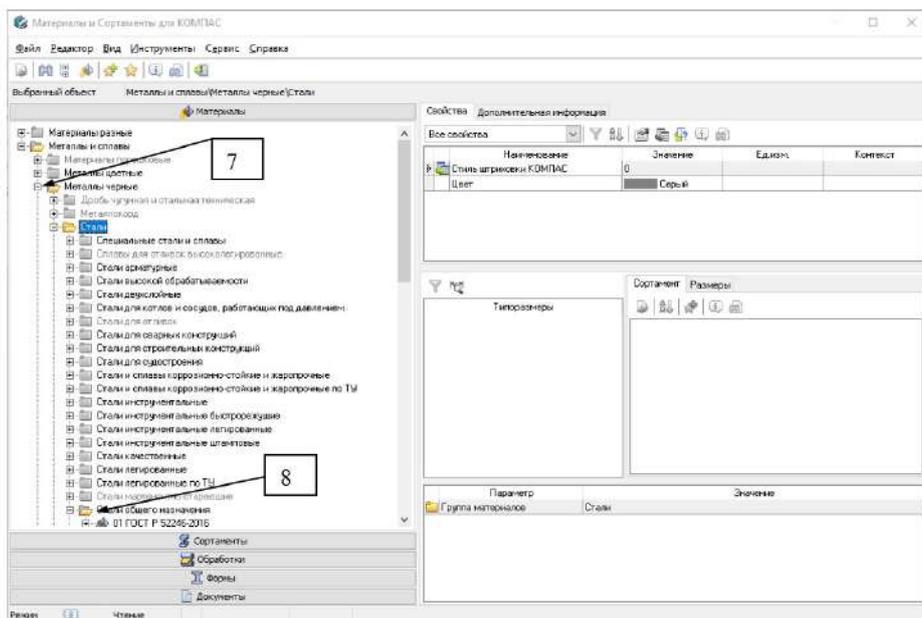


Рис. 2.6. Выбор материала

3. **Сохранение файла:** щелкнуть по кнопке «Сохранить» и в проводнике выбрать маршрут для папки, в которой будут храниться все файлы создаваемого объекта. Для сохранения предлагается имя файла, включающего обозначение и наименование детали. Это очень удобно для поиска нужного файла – на чертеже детали имеется в штампе обозначение и наименование такое же имя, что и файла.

4. **Разработка проекта создания детали планка** (рис. 2.8). Этот этап является очень важным и позволяет сократить время проектирования объекта. При разработке проекта определяются из каких элементов будет состоять деталь, какие эскизы потребуются для каждого элемента, где должна располагаться исходная точка.

Рассмотрим проект нашей детали планка. Планку можно создать несколькими способами.

1 - планка состоит из двух элементов: первый представляет собой планка без отверстий и создается элементом выдавливания из эскиза прямоугольника, второй элемент отверстия создается операцией вырез выдавливанием из эскиза включающего две окружности, исходная точка на оси симметрии планки.

2 - планка состоит из трех элементов: первый представляет собой планка без отверстий и создается элементом выдавливания из эскиза прямоугольника, второй элемент одно отверстие создается операцией вырез выдавливанием из эскиза включающего окружность, исходная точка на оси симметрии планки.

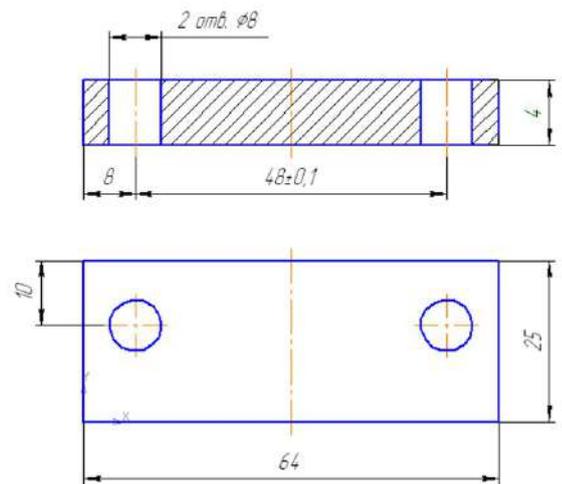


Рис. 2.8. Эскиз планки

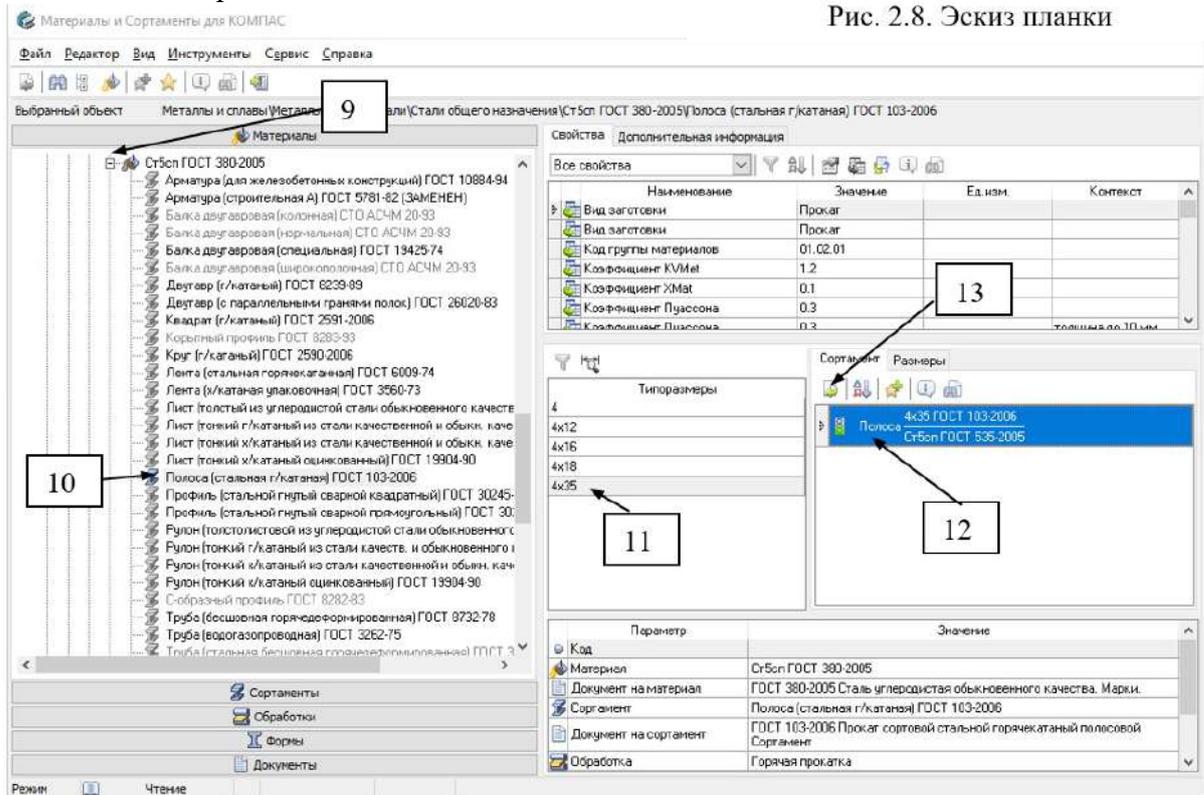


Рис. 2.7. Выбор материала и сортамента

3 - планка состоит из одного элемента собственно : первый представляет собой планка без отверстий и создается элементом выдавливания из эскиза прямоугольника, второй эле-

мент одно отверстие создается операцией вырез выдавливанием из эскиза включающего округлость, исходная точка на оси симметрии планки, третий элемент образуется операцией зеркального отражения второго элемента, исходная точка на оси симметрии планки.

Первый и второй элементы соответствуют реальному процессу: из полосы фрезой отделяется прямоугольник 64x25, затем на сверлильном станке сверлятся два отверстия диаметром 8. В дереве для первого варианта будет два элемента выдавливания, для второго варианта будет три элемента (два выдавливания и зеркальное отражение).

Третий вариант не соответствует реальному процессу так как за одну операцию отрезается прямоугольник и сразу же появляются отверстия. Достоинством такого варианта всего одна операция, недостатком – более сложный эскиз. Целью учебного курса является обучение всем возможностям системы Компас, для этой цели большие обучающие функции будут у третьего варианта. При создании эскиза будут рассмотрено применение ограничений. Применение массивов с зеркальным отражением рассмотрим на других примерах.

5. Создание эскиза. Для детали по третьему варианту эскиз соответствует виду сверху (рис. 2.8). Эскиз создается на стандартной плоскости и чтобы проще было создавать чертеж для него выберем плоскость «Сверху». Для выбора плоскости на панели быстрого доступа (рис. 2.9) распахиваем вкладку «Ориентация» (14), щелчок по пиктограмме вида сверху (15) – к нам повернется плоскость, соответствующая виду сверху. Это плоскость ХУ (синяя). Щелчком выделим плоскость (появятся маркеры), затем щелчком по кнопке «Эскиз» (16)

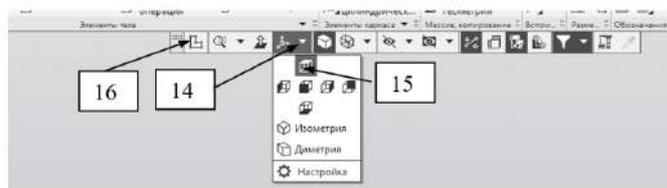


Рис. 2.9. Панель быстрого доступа

входим в редактор. Информация, что мы находимся в эскизе: в дереве появится строка «Эскиз 1» с замочком, а в правом верхнем углу появится знак эскиза.

6. **Построение эскиза.** Щелчок по кнопке «Прямоугольник» (17), прорисуем основным типом линии прямоугольник чуть выше исходной точки (18). Значение высоты и ширины прямоугольника вводить не нужно, так как все равно будут устанавливаться размеры и значения лучше задавать размерам, это будет быстрее.

Проставим размеры: щелчок по кнопке авторазмеры (19), наводим на сторону прямоугольника и когда сторона приобретет красный цвет, нажимаем левую кнопку, отводим курсор выше (ниже) стороны и выполняем щелчок, появится окно ввода значения, с клавиатуры набираем значение, после нажатия клавиши Enter или щелчка по V размер будет задан (20), а прямоугольник изменится. Также проставляем второй размер (рис. 2.10).

**Задание ограничений.** Если навести курсор на любую сторону прямоугольника, нажать левую кнопку и, не отпуская ее, переместить мышь, то увидим, что прямоугольник переместится относительно исходной точки. Почему нужно запрещать такое перемещение? При смещении эскиза сместится также вид чертежа по этой детали, т. е. чертеж может стать невозможным для применения при изготовлении детали. Может также испортится сборка, если для фиксации компонентов применялись плоскости. Исходя из этого прямоугольник нужно закрепить к исходной точке. Закрепление можно выполнить размерами, но по требованиям ЕСКД «лишние» размеры не допускаются. Система Компас для реализации требуемых построений имеет очень мощный инструмент «Ограничения». Часть ограничений устанавливаются автоматически, говорят, «по умолчанию». Так в прямоугольнике присутствуют ограничения: перпендикулярности между сторонами, горизонтальности и вертикальности. Другие же ограничения задаются командами. Кнопки запуска команд находятся на вкладке «Ограничения». Прямоугольник можно закрепить несколькими способами: использованием ограничения выравнивания средних точек сторон и исходной точки, использованием совпадения середины нижней стороны прямоугольника и исходной точки и другими. Для установления ограничения щелчок по кнопке «Объединение точек»

(21) (рис. 2.11), выбрать «Точка на середине кривой», навести на линию и когда она станет красной щелкнуть (23), щелкнуть по исходной точке (24) – прямоугольник переместится в исходную точку и закрепится в ней серединой нижней стороны, теперь уже не удастся перетащить прямоугольник относительно исходной точки.

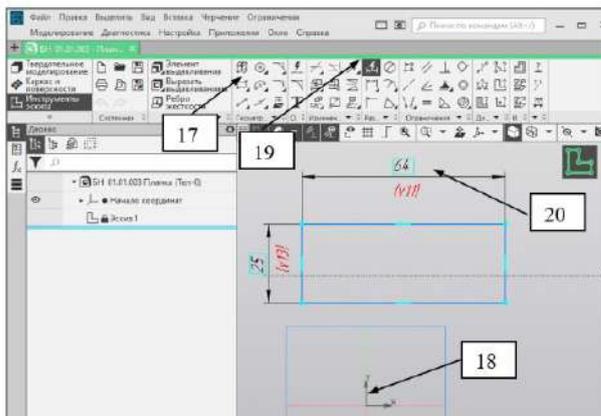


Рис. 2.10. Создание эскиза

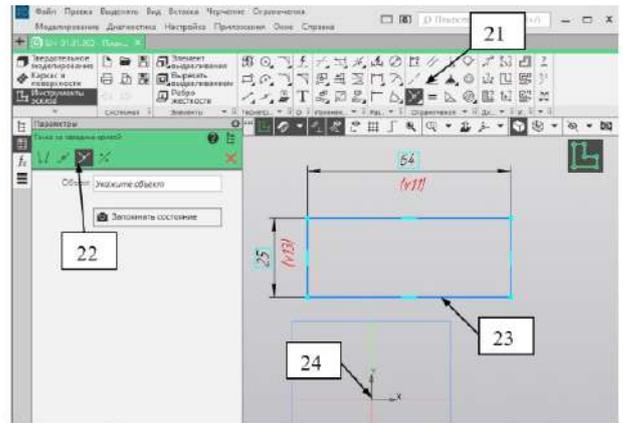


Рис. 2.11. Задание ограничений

## 7. Создание элемента.

7.1. Прием для снижения времени создания. При создании сложных эскизов возможны ошибки, при наличии которых элемент не получится создать. Таким грубыми ошибками будут наличие пересечений. Если провести одну основную линию поверх другой основной линии, то это будет грубая ошибка. Зрительно увидеть такую ошибку невозможно. Поиск ошибок занимает зачастую больше времени, чем создание нового эскиза. Как сократить время на поиск ошибок?. Можно порекомендовать следующий прием: вначале созавать не весь эскиз, а только первую очередь, завершить ее созданием элемента, потом вернуться в этот же эскиз, дополнить его новыми элементами и снова проверить его в элементах. Такой прием позволит уменьшать область поиска ошибок. Если после первой очереди ошибок не было, а после второй появилась, то ошибки будем искать во второй очереди эскиза.

7.2. Для создания элемента щелчок по кнопке «Элемент выдавливания» (25) на вкладке «Элемент, тела», в появившемся окне параметров зададим расстояние 4 (26), после щелчка по V и X получим планку без отверстий.

7.3. Возврат в эскиз для его дополнения (корректировки). Навести курсор в дереве на наименование «Эскиз 1», правый щелчок (29), из контекстного меню выбрать «Открыть» (30) – выполнится возврат в эскиз.

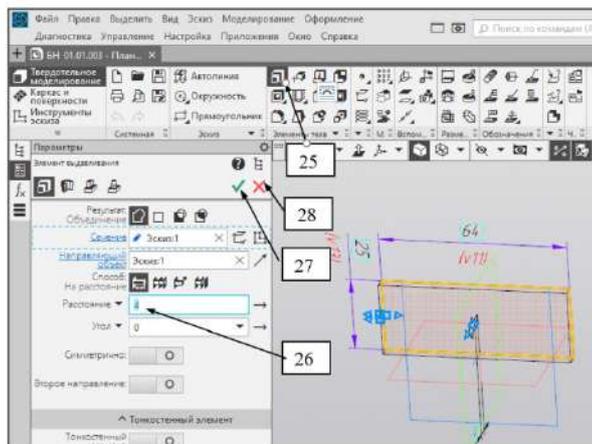


Рис. 2.12. Создание элемента

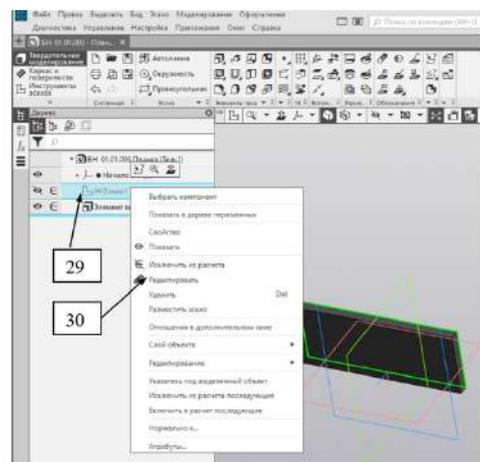


Рис. 2.13. Редактирование эскиза

7.4. Дополнение эскиза. Выбираем «Окружность» (31), прорисовываем две окружности не задавая диаметра в окне свойств (32), (33) (рис. 2.14).. Одну окружность образмери-

ваем: щелчок по кнопке «Авторазмер» (34), наводим курсор на окружность и, когда цвет окружности изменится на красный, щелкаем, отводим в сторону и снова щелчок, вводим с клавиатуры значение 8, для задания размера относительно сторон прямоугольника щелчок по центру окружности, наводим курсор на сторону прямоугольника и, когда цвет линии стороны изменится на красный, щелкаем, отводим в сторону и снова щелчок, вводим с клавиатуры значение 8 относительно левой стороны и 10 относительно верхней стороны. Все размеры окружности заданы.

Задание ограничений для второй окружности.

Задать размеры для второй окружности несложно и не займет больше времени, чем задание ограничений, но по правилам ЕСКД избыточные размеры недопустимы, кроме того, при использовании 3Д моделей повторные размеры могут привести к грубым ошибкам. При редактировании пользователь найдет первый размер у окружности и изменит его, а второй размер не будет искать, в результате на чертеже одна окружность изменится, а вторая останется прежней. Исходя из этого размеры для второй окружности не ставятся, а требуемое положение и диаметр устанавливаются ограничениями.

*Исключение размера диаметра.* На вкладке ограничения щелчок по кнопке «Равенство» (36) (рис. 2.15), щелчок по первой окружности (37), а затем по второй (38) – окружности станут одинаковыми и у них появятся по две дуги, обозначающие срабатывание равенства.

*Исключение размера 10 от стороны прямоугольника.* Чтобы исключить повторение размера 10 выполняем щелчок по кнопке «Выравнивание» (39), щелчок по центру одной окружности (40) и по центру другой (41) – центры выровняются по горизонтали и появится пунктирная линия, обозначающая ограничение выравнивания.

*Исключение размера 8 от стороны прямоугольника.* Ограничения, которым бы удалось исключить этот размер без дополнительных построений нет, но если провести две тонкие линии, соединяющие углы прямоугольника с центрами окружностей. То можно будет применить ограничение равенства. Щелчок по элементу эскиза «Отрезок» (42), выберем тип линии «Тонкая» (43), проводим отрезок от центра первой окружности до угла прямоугольника (44) и также для второй (45) (рис. 2.16), щелчок по знаку равенства (36), щелчок по первому отрезку и по второму отрезку – вторая окружность сместится на расстояние 8 мм от правой стороны.

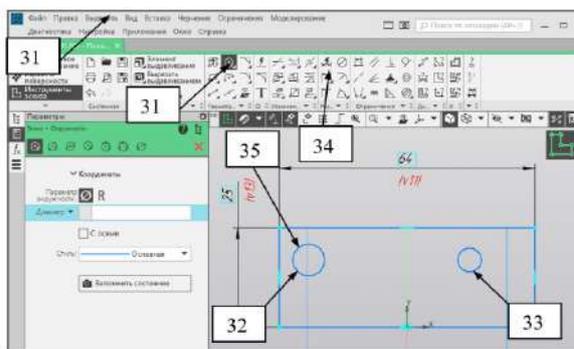


Рис. 2.14. Дополнение эскиза

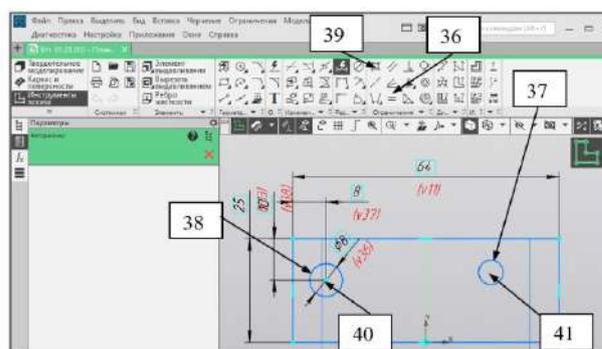


Рис. 2.15. Дополнение эскиза

Завершение дополнения эскиза. Щелчок по кнопке эскиза (46) – выполнится возврат в объемную деталь. Повторять команду создания элемента **не нужно**.

7.5. *Вывод размеров на объемную модель.* Введенные в эскизе размеры не видны на детали и их нельзя передавать на чертеж. Для отображения размеров: меню «Оформление» (47), выбрать «Производные размеры» (48) (рис. 2.17).

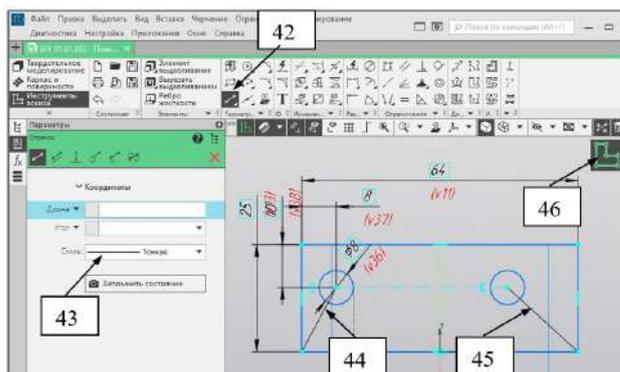


Рис. 2.16. Дополнение эскиза

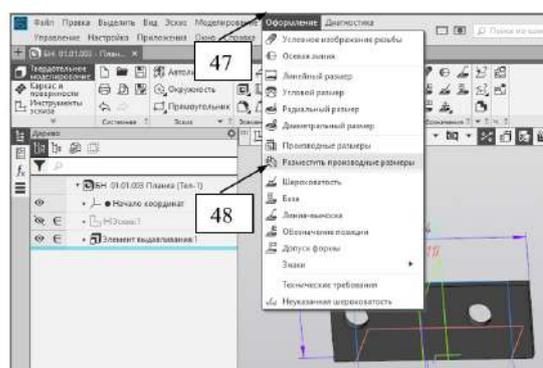


Рис. 2.17. Вывод размеров

В появившемся окне параметров распахнем «Дерево» (49) (рис. 2.18), щелчками в дереве щелчками выделим элементы, размеры которых нужно отобразить (50) – в окне «Объекты» появятся выбранные элементы (51). Щелчками по V (52) и X завершаем – на детали появятся размеры (рис 2.19).

8. **Редактирование детали.** Изменение размеров детали осуществляется изменением значений размеров. Для этого двойной щелчок по нужному размеру, с клавиатуры выполняется ввод нового значения и после щелчка по V деталь изменится.

9. **Редактирование информации в размерах.** Размеры, выведенные на 3Д могут быть переданы на чертеж, если включить соответствующую команду. На чертеже некоторые размеры по требованиям ЕСКД должны выводиться в ином виде. Так фаску принято обозначать «4x45°». На чертеже редактировать выведенные размеры нельзя, их можно только скрыть и проставить новые. Требуемый для чертежа вид размеров необходимо оформить в эскизах. Для фаски в поле «Текст после» дописать «x45°». В эскизе не требуется ставить знак диаметра, а на чертеже знак должен быть, добавка знака в размер выполняется в поле «Текст до». Для корректировки размера: вернуться в эскиз, щелкнуть по размерам, в окне свойств найти нужное поле и добавить информацию.

## ОФОРМЛЕНИЕ ЧЕРТЕЖА ДЕТАЛИ «ПЛАНКА»

1. **Проект оформления чертежа.** На чертеже должен присутствовать вид сверху и разрез по центрам отверстия. Планка предназначена для стопорения от проворачивания, прикручивается винтами к поверхности вилки. Для стопорения планка входит в прорезь оси, зазор 0,5 мм, поэтому никаких точных посадок и допусков форм не требуется.

2. **Способы создания чертежа.** Вид сверху может быть установлен двумя способами щелчком по кнопке «Создать чертеж по модели» - при этом откроется пустой чертеж и окно параметров для выбора вида, указания масштаба и др. Второй способ открывается новый документ «Чертеж», настраивается формат, затем выполняется вставка или трех стандартных видов или одного вида. **Вставка вида сверху.** Рассмотрим второй способ. Через меню «Файл», «Создать», «Чертеж» - появится чертеж с форматом А4 (если ранее в настройках не указан другой формат)

3. Для выбора нужного формата (в нашем случае А4 поэтому настройки не требуется) распахнем «Листы» (1), щелкнем по А4 (2), укажем нужный формат (3), щелкнем по ориентации

4. Для вставки вида: щелчок по кнопке «Вид с модели» (4) (рис. 3.1), укажем деталь планка, в окне параметров распахнем поле «Ориентация модели» и выберем вид «Сверху»

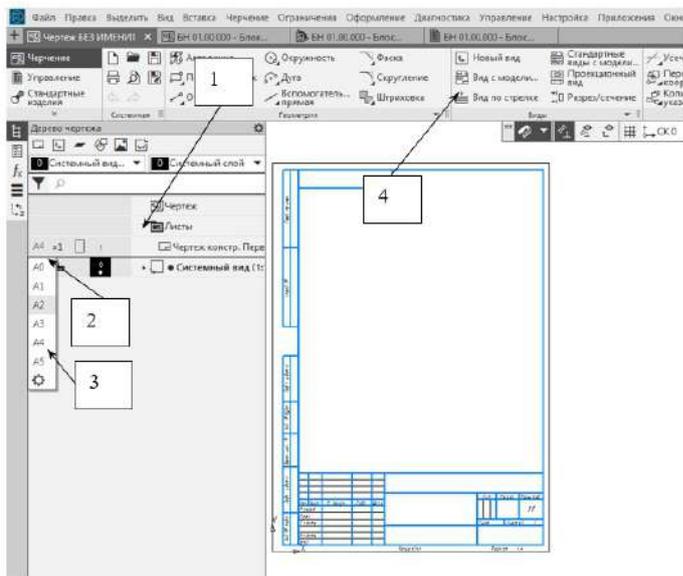


Рис. 3.1. Настройка формата листа

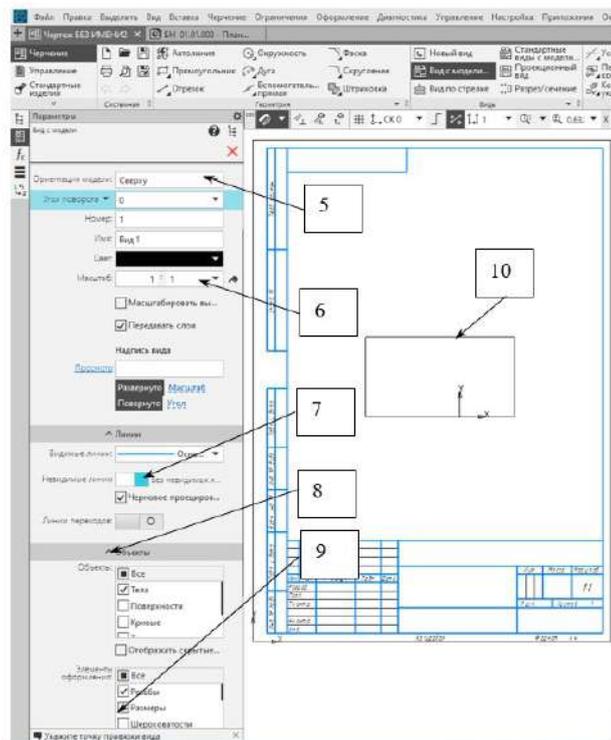


Рис. 3.2. Задание параметров вида

(5), если требуется распахнем «Масштаб» и выберем нужный (6), если нужно выводить невидимые линии, переключим переключатель (7), распахнем «Объекты», если нужно вывести размеры, то поставим отметку в поле «Размеры» (9), наведем прямоугольник вида в нужное место листа и щелчком закрепим его (10).

5. **Создание разреза AA.** Щелчок по кнопке «Разрез» (11), прицелиться против центра отверстия, по которому проводится линия разреза чуть левее вида, щелкнуть (12), прицелиться также против правого отверстия правее вида и также щелкнуть (13), сместить мышь вниз, чтобы стрелка разреза смотрела вверх и щелкнуть, отвести вид разреза вверх и щелчком закрепить разрез (рис. 3.3) – на чертеже появится разрез.

6. **чертежа.** Включим параметрический режим щелчком по соответствующей кнопке (15).

Вставка обозначения центра: щелчок по кнопке «Обозначение центра» (16) на вкладке

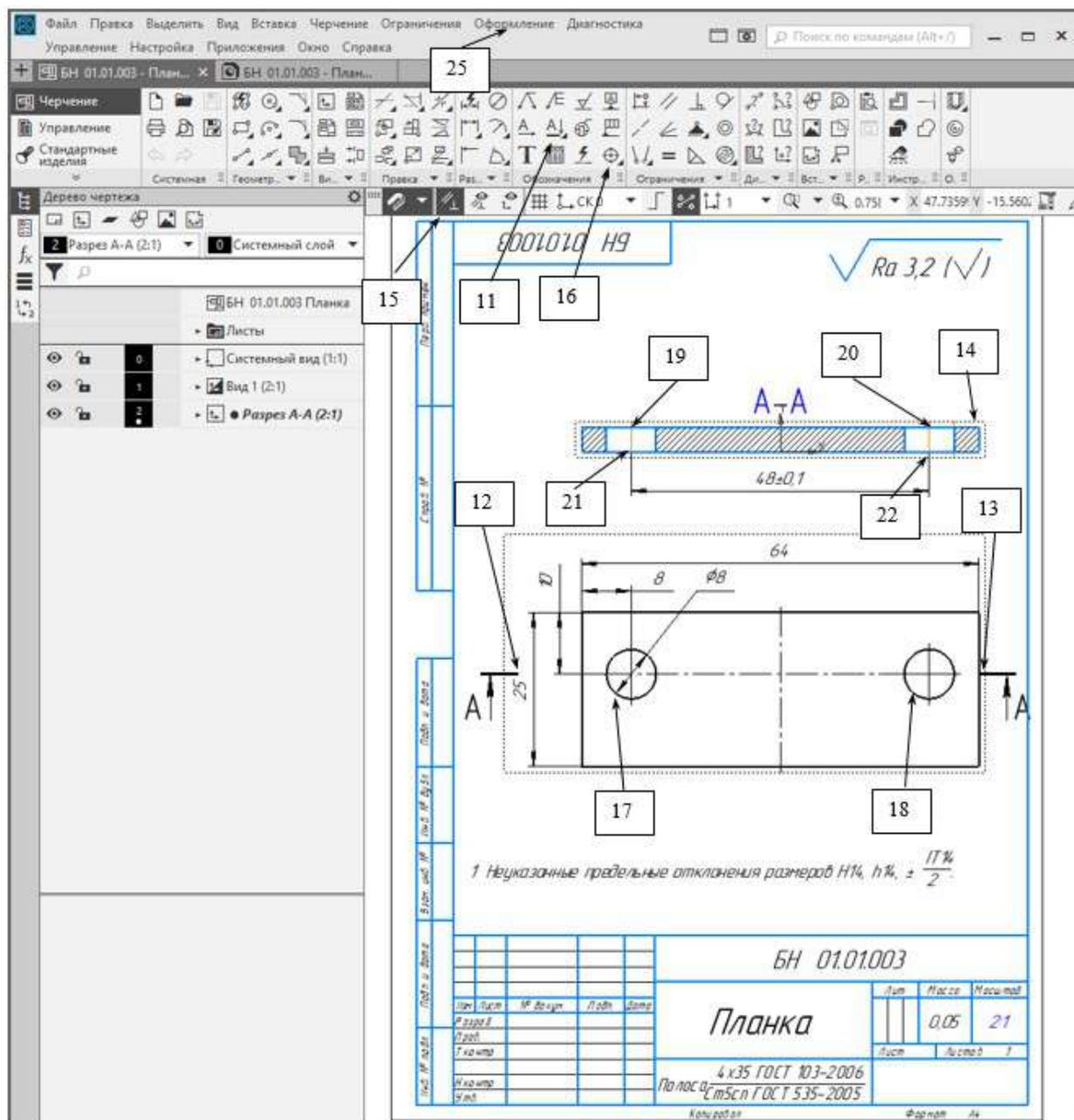


Рис. 3.3. Создание разреза.

«Оформление», навести на окружность (17), (18), выбрать движением мыши нужное направление (для горизонтального положения держать нажатой клавишу Shift), щелчком закрепить положение.

Простановка осевых линий. Распахнуть панель «Обозначения» и выбрать «Осевая» щелкнуть по точке, откуда должна начинаться осевая, а затем по второй точке, в которой осевая будет заканчиваться – между ними появится осевая.

7. **Простановка размеров.** На созданном чертеже часть размеров переданы с модели, но там не было расстояния между отверстия. Дополняют размеры нужно при включенном параметрическом режиме. При простановке в параметрическом режиме при изменении размеров модели размеры на чертеже изменятся соответственно. Для размера выбираем «Аторазмер», щелчком по точкам между которыми ставится размер, затем нажмем любую клавишу кроме

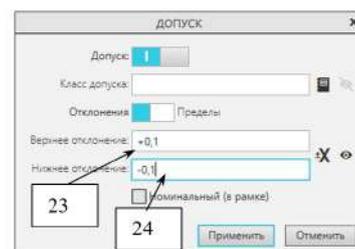


Рис. 3.4. Задание отклонений

пробела – появится окно настройки размера. В этом окне можно указать знак диаметра. Для задания отклонения  $\pm 0,1$  выполняем щелчок по кнопке  $\pm$ , в появившемся окне (рис. 3.4) вводим значения (23), (24).

8. **Редактирование информации в размерах.** В п. 3 показано, как передать размеры из эскиза и элементов в чертеж. На чертеже некоторые размеры по требованиям ЕСКД должны выводиться в ином виде. Так фаску принято обозначать «4x45°». На чертеже редактировать выведенные размеры нельзя, их можно только скрыть и проставить новые. Требуемый для чертежа вид размеров необходимо оформить в эскизах. Для фаски в поле «Текст после» дописать «x45°». В эскизе не требуется ставить знак диаметра, а на чертеже знак должен быть, добавка знака в размер выполняется в поле «Текст до». Для корректировки размера: вернуться в эскиз, щелкнуть по размерам, в окне свойств найти нужное поле и добавить информацию.

9. **Заполнение штампа:** выполнить двойной щелчок по штампу, заполнить поля и завершить щелчком по V.

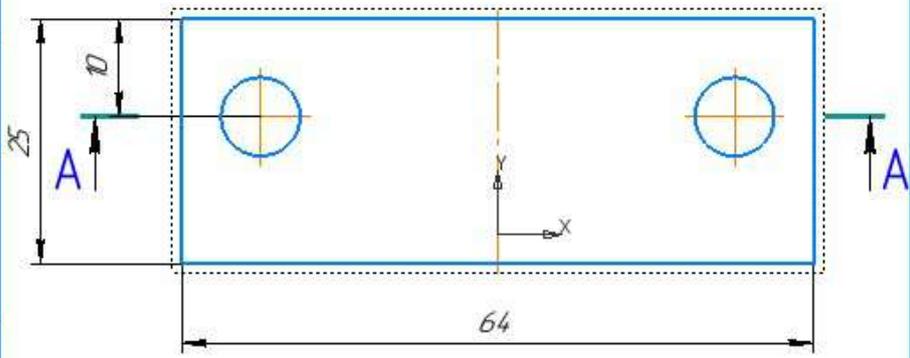
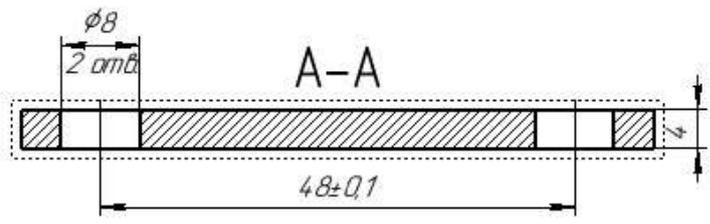
10. **Задание** неуказанной шероховатости: щелчок по пункту меню «Оформление» (25), выбор «Неуказанная шероховатость», «Ввод», в окне свойств щелчок по полю «Текст», - в значке шероховатости выполняем двойной щелчок по активному полю и появившейся форме выбираем Ra или Rz, а затем значение шероховатости 3,5, выполняем щелчок по кнопке V.

11. **Ввод технических требований:** щелчок по пункту меню «Оформление» (25), выбор «Технические требования», «Задать», в появившейся форме ввести необходимое. Если можно ввести типовой текст, то нужно выполнить правый щелчок, выбрать «Типовой текст», распахнуть «Технические требования», «Общие», найти нужный текст и выполнить по нему двойной щелчок. Иногда технические требования размещаются не над штампом, а слева от листа. Для переноса необходимо «Оформление» (25), выбор «Технические требования», «Разместить», поджать рамку с техническими требованиями и перетащить над штамп.

12. **Сохранить** чертеж: выполнить щелчок по кнопке «Сохранить» - будет предложено имя, такое же как и у детали.

БН 02.06.01.03

$\sqrt{Ra\ 3,2}$  ( $\sqrt{1}$ )



1 Неуказанные предельные отклонения размеров Н14, н14, ± IT14.

БН 02.06.01.03

Изм./Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Лит.	Масса	Мас штаб
Разраб.						
Проб.				Лист	Листов	1
Г. контр.				Ст5пс ГОСТ 380-2005		
И. контр.						
Утв.						

Копиробал

Формат А4

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

*по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся*

**Б1.О.26 ИНЖЕНЕРНЫЙ ДИЗАЙН САД (САПР)**

Направление подготовки

***15.03.02 Технологические машины и оборудование***

Направленность (профиль)

***Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов***

Форма обучения: ***очная, заочная, очно-заочная***

год набора: 2024

Автор: Шестаков В. С., канд. техн. наук, профессор

Одобрены на заседании кафедры

Горных машин и комплексов  
*(название кафедры)*

Зав. кафедрой

*(подпись)*

Лагунова Ю. А.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 1 от 06.09.2023  
*(Дата)*

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

Горно-механического  
*(название факультета)*

Председатель

*(подпись)*

Осипов П. А.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 2 от 20.10.2023  
*(Дата)*

Екатеринбург

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время проектирование технических объектов выполняется полностью на ЭВМ, что привело к использованию понятия автоматизированное проектирование. Выпускники университета должны уметь работать на ЭВМ в текстовых и графических редакторах, конструкторских пакетах, позволяющих выполнять проектирование машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов.

**Цель самостоятельной работы:** обучение студентов проектированию и расчетам с применением компьютерных технологий. Умение использовать компьютерные технологии при проектировании объектов машиностроения позволит в последующей профессиональной деятельности разрабатывать оптимальные конструкции с минимальной массой и стоимостью и сократить продолжительность разработки проектов.

В методических указаниях приведен один из вариантов типового задания для самостоятельной работы, практикуется применение индивидуальных заданий, соответствующих выбранному студентом направлению будущей работы. Такими заданиями являются разработка проекта отдельных механизмов и узлов экскаваторов, дробилок, буровых установок и т.п.

**Результат изучения дисциплины:** Инженерный дизайн САД (САПР)»

*Знать:*

- методы контроля качества изделий и объектов, причины нарушений технологических процессов и мероприятия по их предупреждению;
- этапы разработки проекта;
- приемы создания 3 D моделей деталей и ГОСТы оформления чертежей;
- показатели технического состояния и остаточного ресурса технологического оборудования, порядок профилактического осмотра и текущего ремонта;
- этапы изготовления прототипов;
- командную работу на производстве.

*Уметь:*

- применять методы контроля качества изделий и объектов, внедрять мероприятия для исключения нарушений технологических процессов;
- разрабатывать проекты деталей и узлов;
- оформлять конструкторскую документацию
- определять техническое состояние и остаточный ресурс технологического оборудования, проводить профилактический осмотр и текущий ремонт;
- изготавливать прототипы;
- организовывать командную работу на производстве.

*Владеть:*

- приемами контроля качества изделий и объектов, внедрения мероприятий для исключения нарушений технологических процессов;
- навыками создания деталей в конструкторских пакетах 3 D моделирования;
- навыками создания сборочных узлов в конструкторских пакетах 3 D моделирования;
- навыками оформления рабочих и сборочных чертежей в конструкторских пакетах 3 D моделирования
- навыками определения технического состояния и остаточного ресурса технологического оборудования, проведения профилактического осмотра и текущего ремонта;
- приемами изготовления прототипов;
- приемами организации командной работы на производстве.

## ЗАДАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

**Задание.** По выданным эскизам составить 3D модели детали и оформить рабочие чертежи, выполнить сборку, оформить сборочный чертеж и спецификацию. Задание 3.13 приведено ниже, остальные задания согласно варианту выдаются студентам электронном виде.

Варианты заданий:

1. Задание 1.4
2. Задание 2.7
3. Задание 3.13
4. Задание 4.13
5. Задание 5.16
6. Задание 7.22
7. Задание 8.25
8. Задание 9.28
9. Задание 10.31
10. Задание 11.34
11. Задание 12.37
12. Задание 13.40
13. Задание 14.43
14. Задание 15.46
15. Задание 16.49
16. Задание 17.52
17. Задание 18.55
18. Задание 19.58
19. Задание 20.61
20. Задание 21.64
21. Задание 22.89

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ

1. По выделенным эскизам создать все детали. Для обозначения наименования применить ГМО 01.3-13.001 (где ТМО-группа; 01-варианта; 3-13-задание; 001 – группа для детали)
2. Для каждой детали оформить рабочие чертежи
3. Создать сборочную единицу
4. Оформить сборочный чертеж
5. Оформить спецификацию.

## ОФОРМЛЕНИЕ И ПОРЯДОК ЗАЩИТЫ

Выполненное задание представляется преподавателю в электронном виде.

Защита задания выполняется пояснениями о порядке выполнения деталей, составлении сборочных единиц, оформления чертежей. Преподавателем оцениваются пояснения студента и ответы на дополнительные вопросы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Справочные материалы конструкторского пакета Компас 3D
2. Сайт с обучающими материалами <https://kompas.ru/publications/video/>
3. Описание конструкторского пакета Компас 3D.

## Задание 3.13

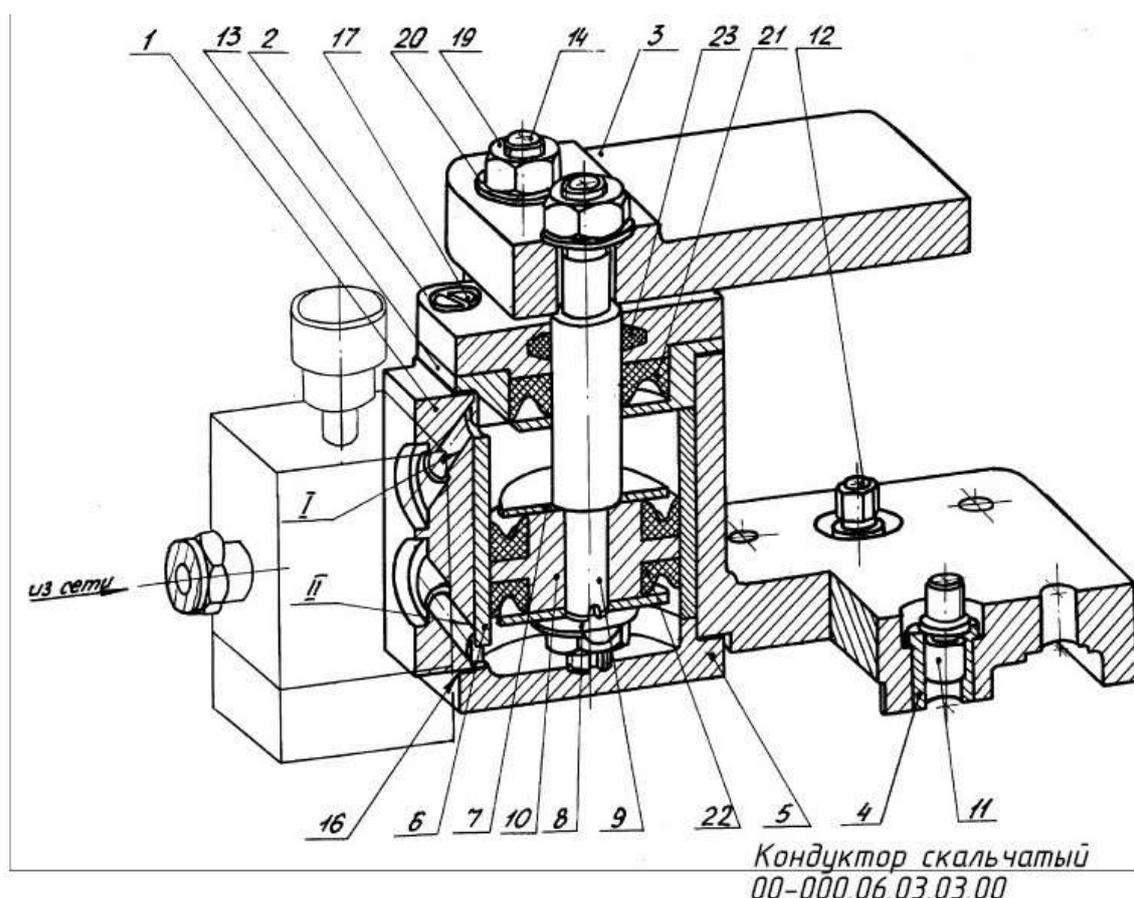
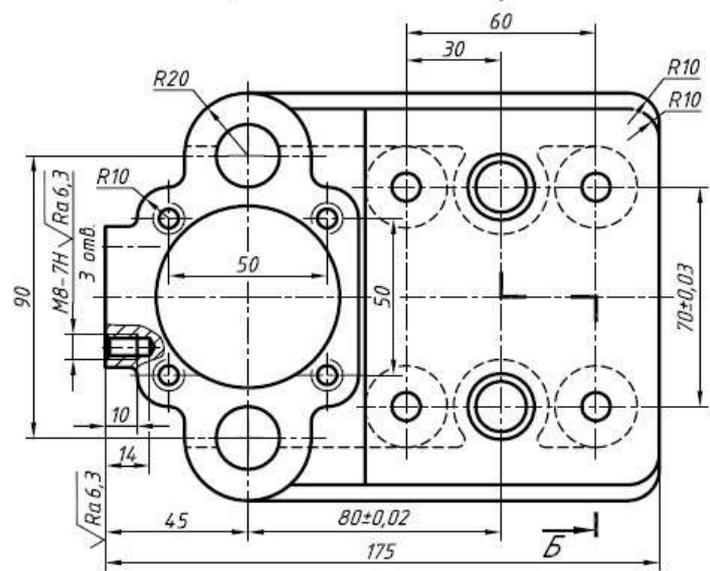
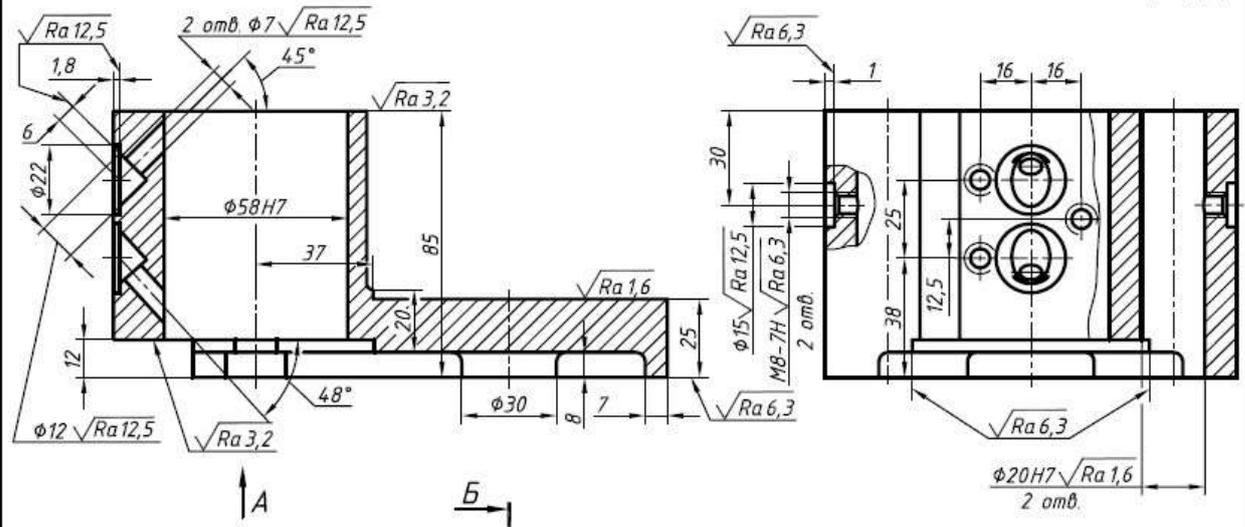
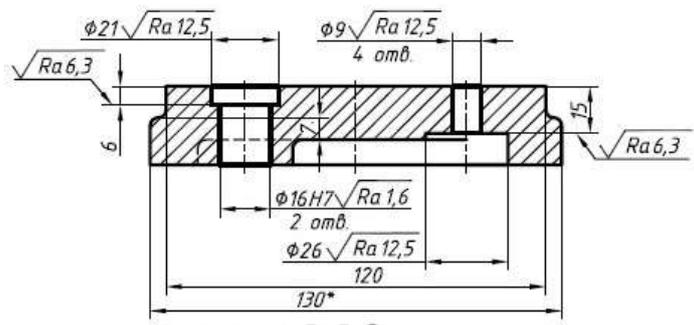
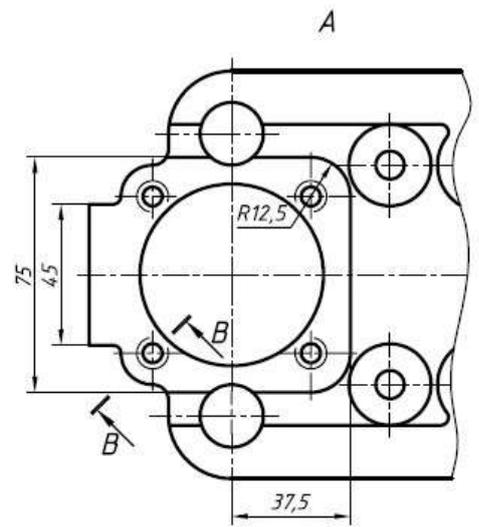


Рис. 1. Вид кондуктора скальчатого

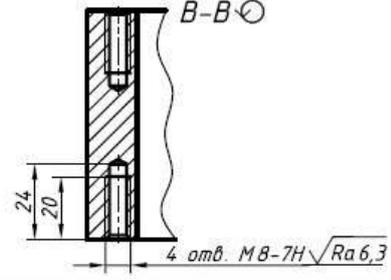
✓(✓)



Б-Б



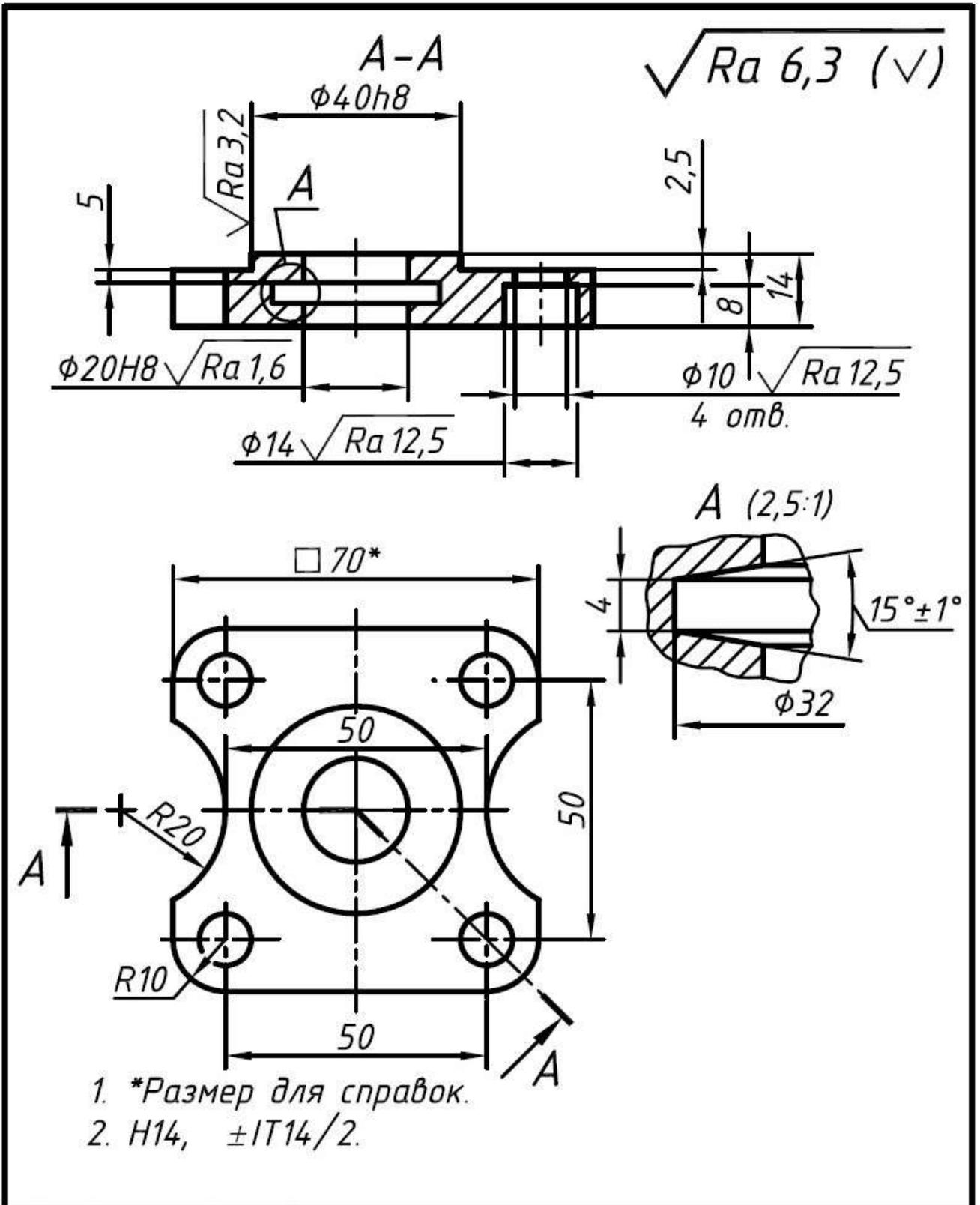
В-В



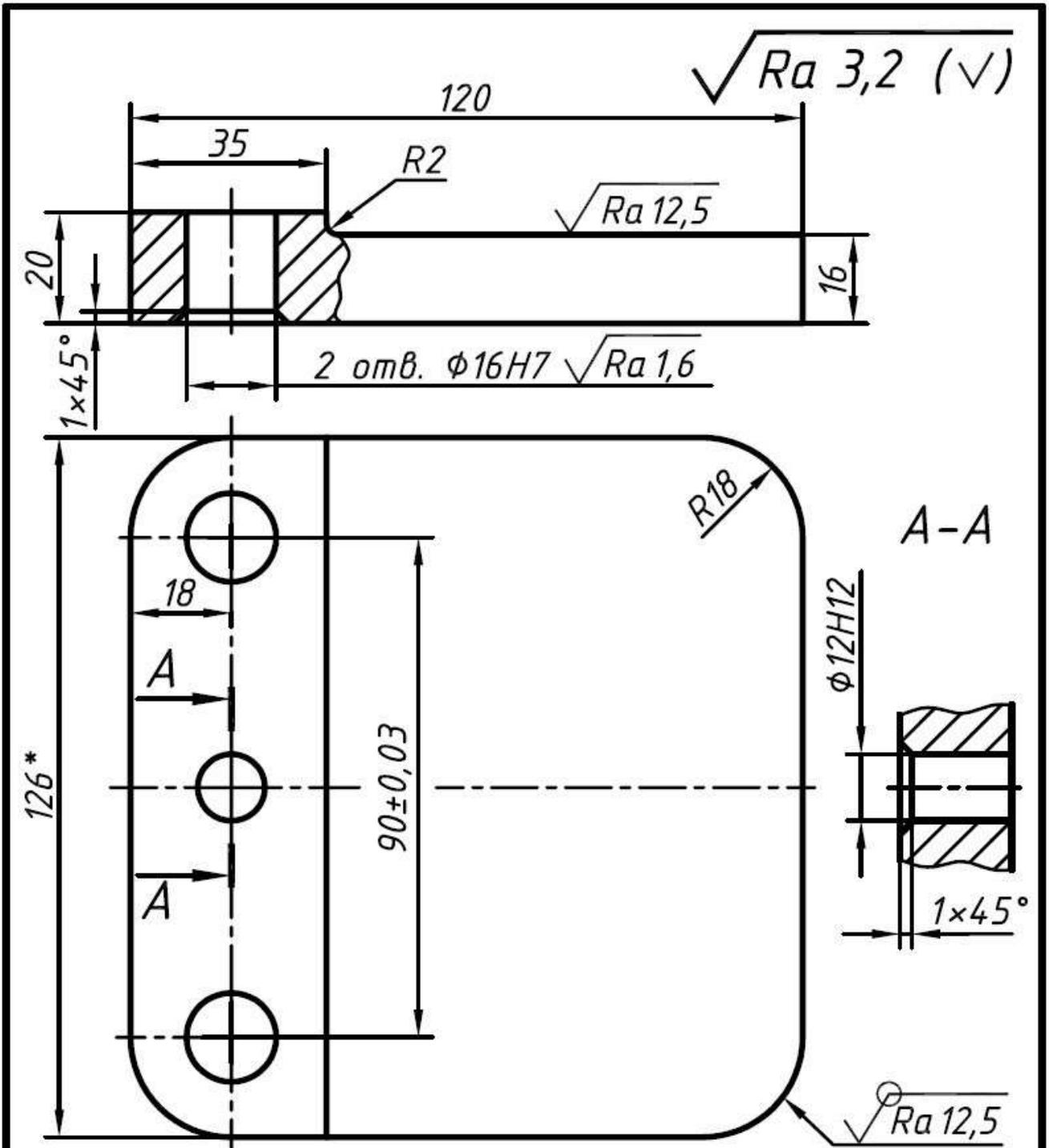
1. Отжечь HRCэ 20...25.
2. Неуказанные литейные радиусы 2...4 мм.
3. Формовочные уклоны 3°...5°.
4. \*Размеры для справок.
5. H14, h14, ±IT14/2.

					00-000.06.03.03.01		
Изм	Контр	№ докум	Испол	Дата	Лит	Масса	Масштаб
Разработ							
Проф					Корпус		
Т. констр					Лист	Изготов	1:1
Н. констр					СЧ20 ГОСТ 14.12-85		
Умб							

Копировал Формат А2

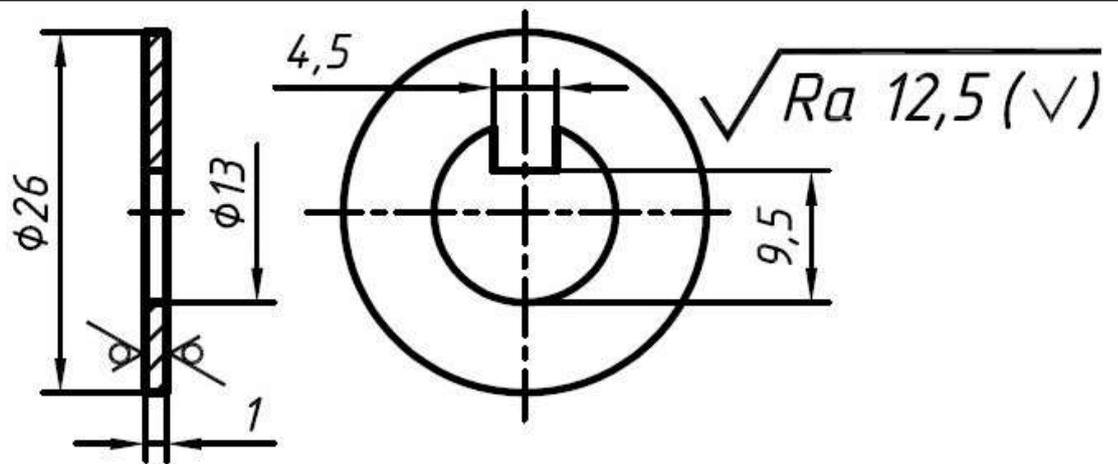


					00-000.06.03.03.02		
					Крышка		
					Сталь 45 ГОСТ 1050-88		
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Лит.	Масса	Масштаб
Разраб.							1:1
Пров.					Лист	Листов	1
Т. контр.							
Н. контр.							
Утв.							



- \*Размер для справок.
- ±IT14/2.

					00-000.06.03.03.03			
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Плита	Лист	Масса	Масштаб
Разраб.								1:1
Пров.						Лист	Листов	1
Т. контр.								
Н. контр.					Сталь 45			
Утв.					ГОСТ 1050-88			

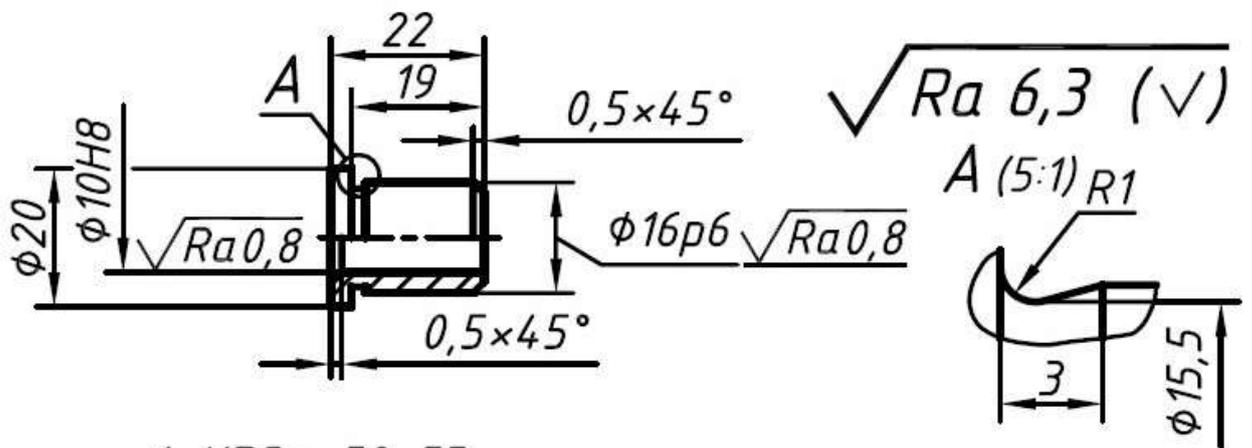


H14, h14, ±IT14/2.

					00-000.06.03.03.08		
					Шаўда		
Изм.	Лист	№ докцм.	Подп.	Дата	Лист	Масса	Масштаб
Разраб.							2:1
Пров.					Лист	Листов	1
Т. контр.					Ст3 ГОСТ 380-2005		
Н. контр.							
Утв.							

Копировал

Формат А5

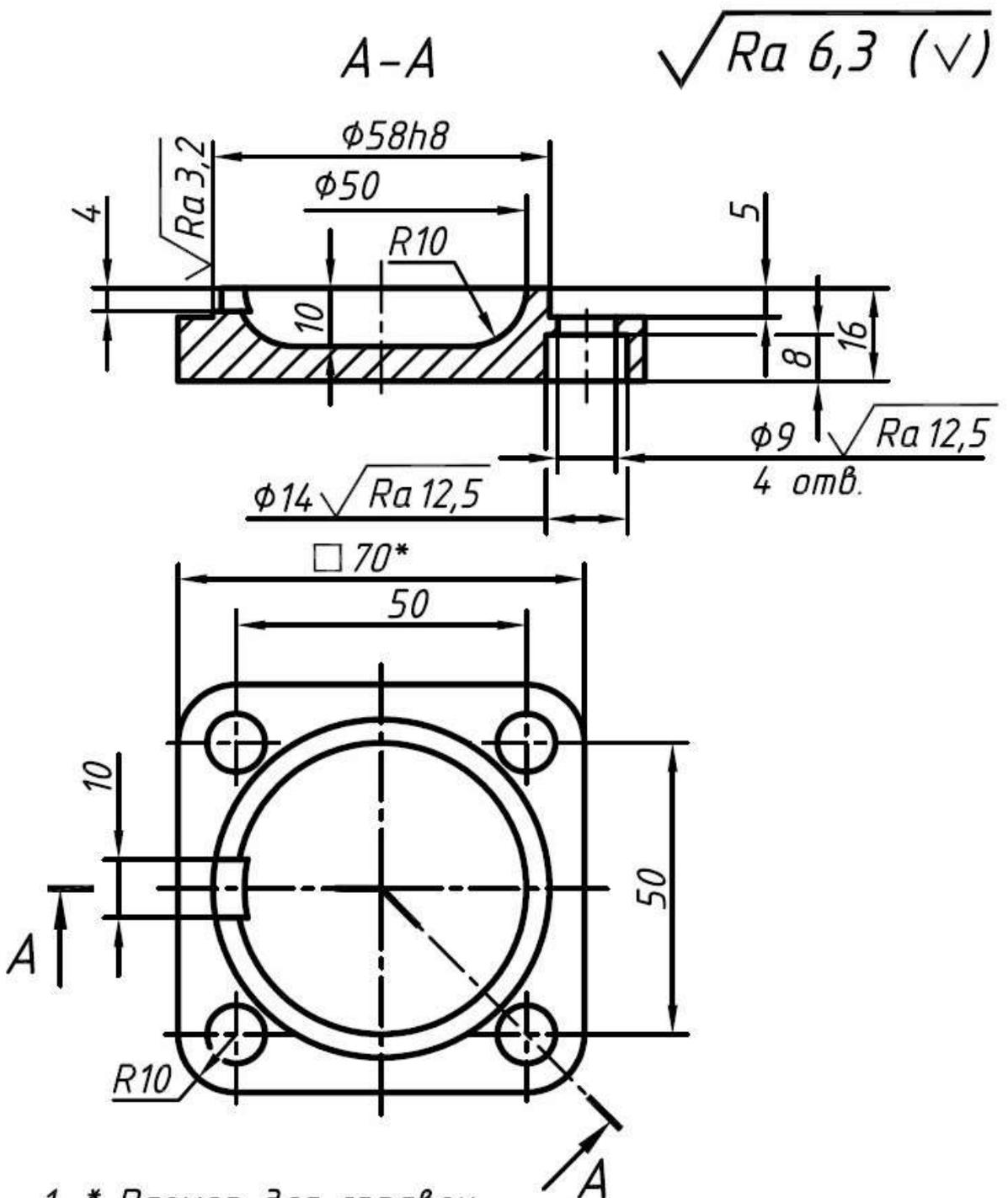


- HRC э 50...55.
- h14, ±IT14/2.

					00-000.06.03.03.04		
					Втулка		
Изм.	Лист	№ докцм.	Подп.	Дата	Лист	Масса	Масштаб
Разраб.							1:1
Пров.					Лист	Листов	
Т. контр.					Сталь У8А ГОСТ 1435-99		
Н. контр.							
Утв.							

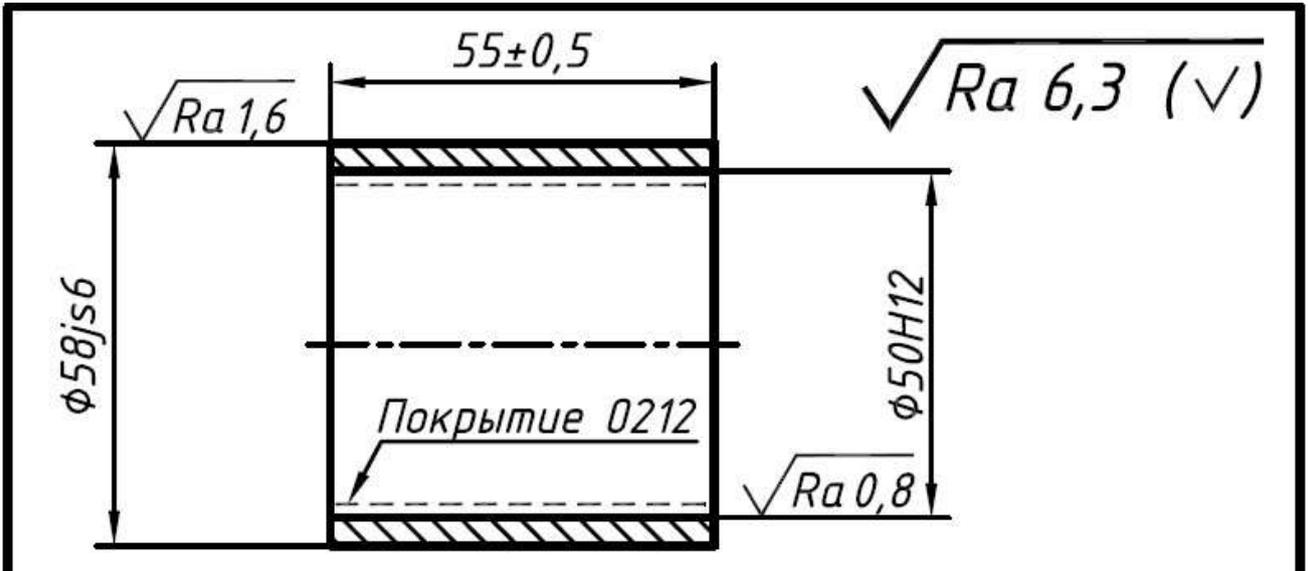
Копировал

Формат А5



1. \* Размер для справок.
2. H14, h14, ±IT14/2.

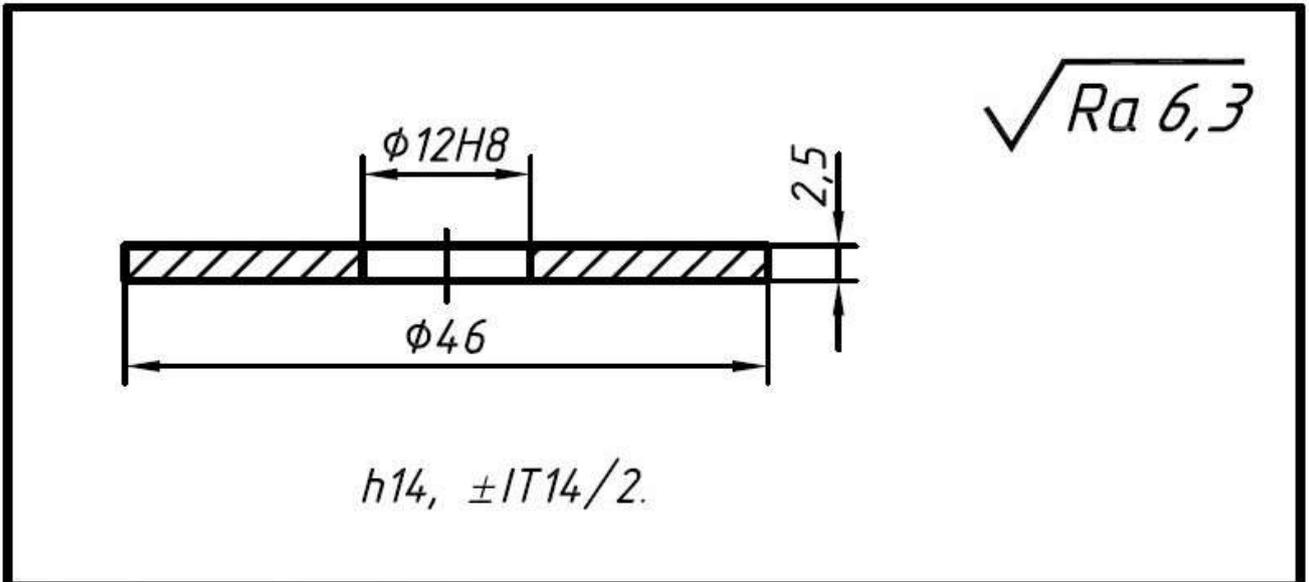
00-000.06.03.03.05						
Крышка				Лит.	Масса	Масштаб
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	1:1	
Ст3 ГОСТ 380-2005					Лист	Листов
Утв.					1	



					00-000.06.03.03.06			
Изм.	Лист	№ докцм.	Подп.	Дата	Гильза	Лит.	Масса	Масштаб
Разраб.								1:1
Пров.						Лист	Листов	1
Т. контр.						Сталь 35 ГОСТ 1050-88		
Н. контр.								
Утв.								

Копировал

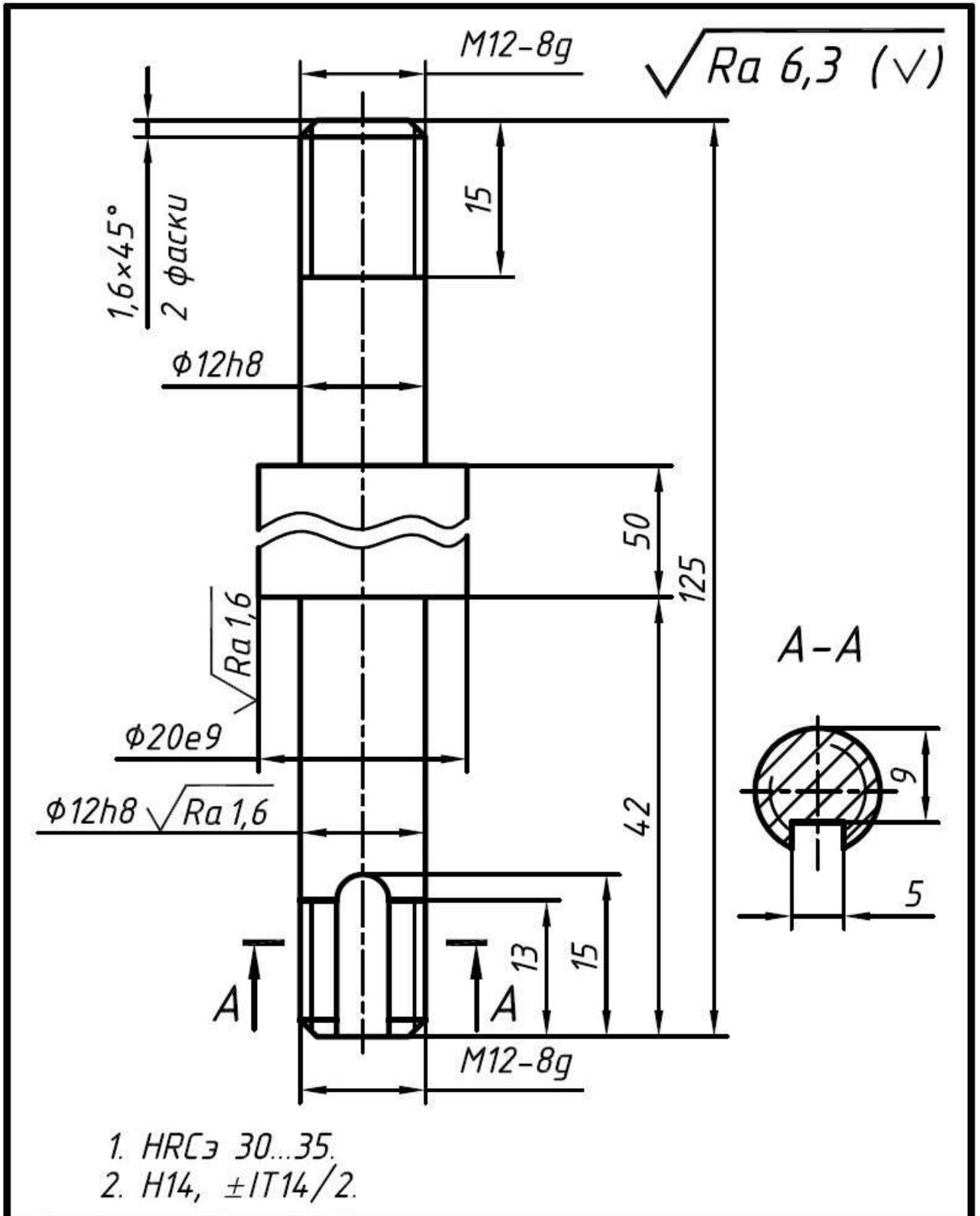
Формат А5



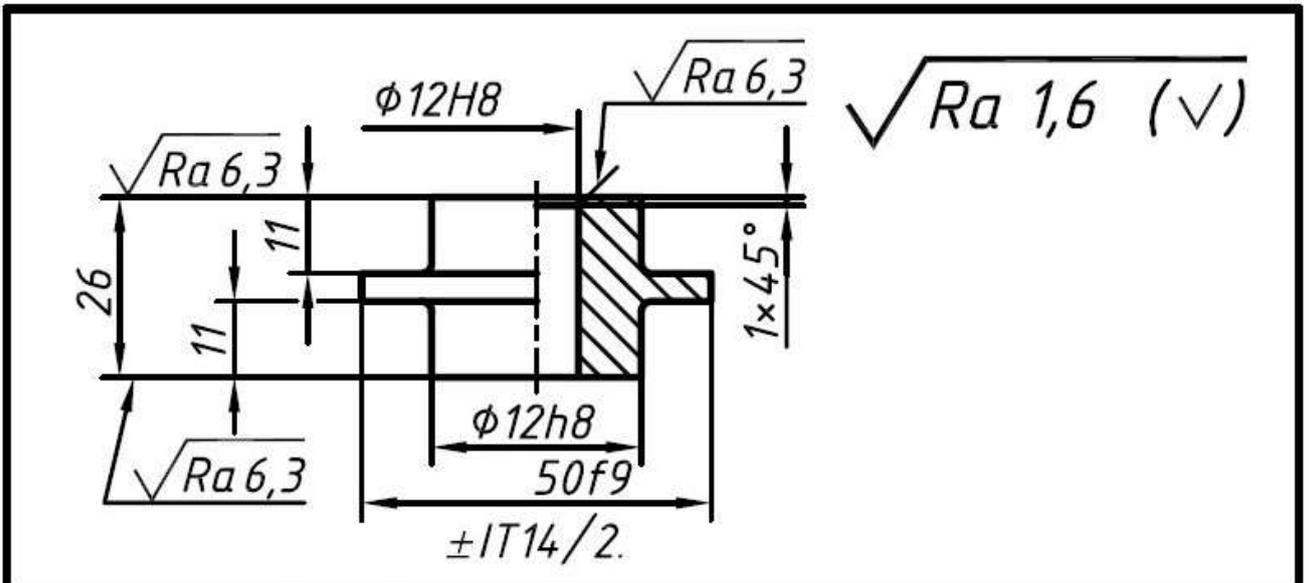
					00-000.06.03.03.08			
Изм.	Лист	№ докцм.	Подп.	Дата	Кольцо	Лит.	Масса	Масштаб
Разраб.								2:1
Пров.						Лист	Листов	1
Т. контр.						Ст3 ГОСТ 380-2005		
Н. контр.								
Утв.								

Копировал

Формат А5



					00-000.06.03.03.09		
					Шток		
					Сталь 45 ГОСТ 1050-88		
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Лит.	Масса	Масштаб
Разраб.							2:1
Проб.					Лист	Листов	1
Т. контр.							
Н. контр.							
Утв.							

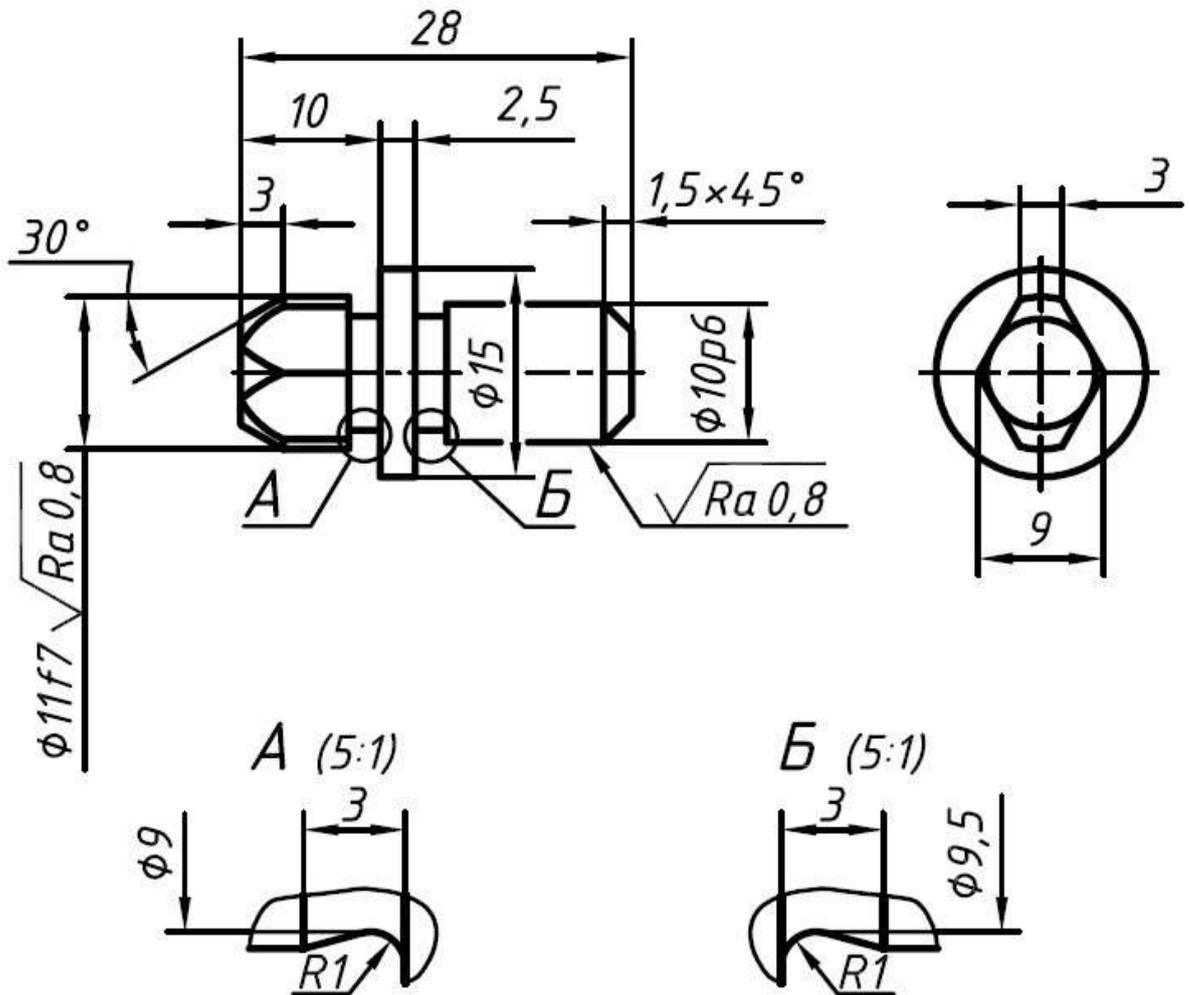


					00-000.06.03.03.10		
					Поршень		
Изм.	Лист	№ докцм.	Подп.	Дата	1:1		
Разраб.							
Пров.					Лист      Листов		
Т. контр.							
					Сталь 35		
					ГОСТ 1050-88		
Н. контр.							
Утв.							

Копировал

Формат А5

$\sqrt{Ra\ 6,3\ (\checkmark)}$

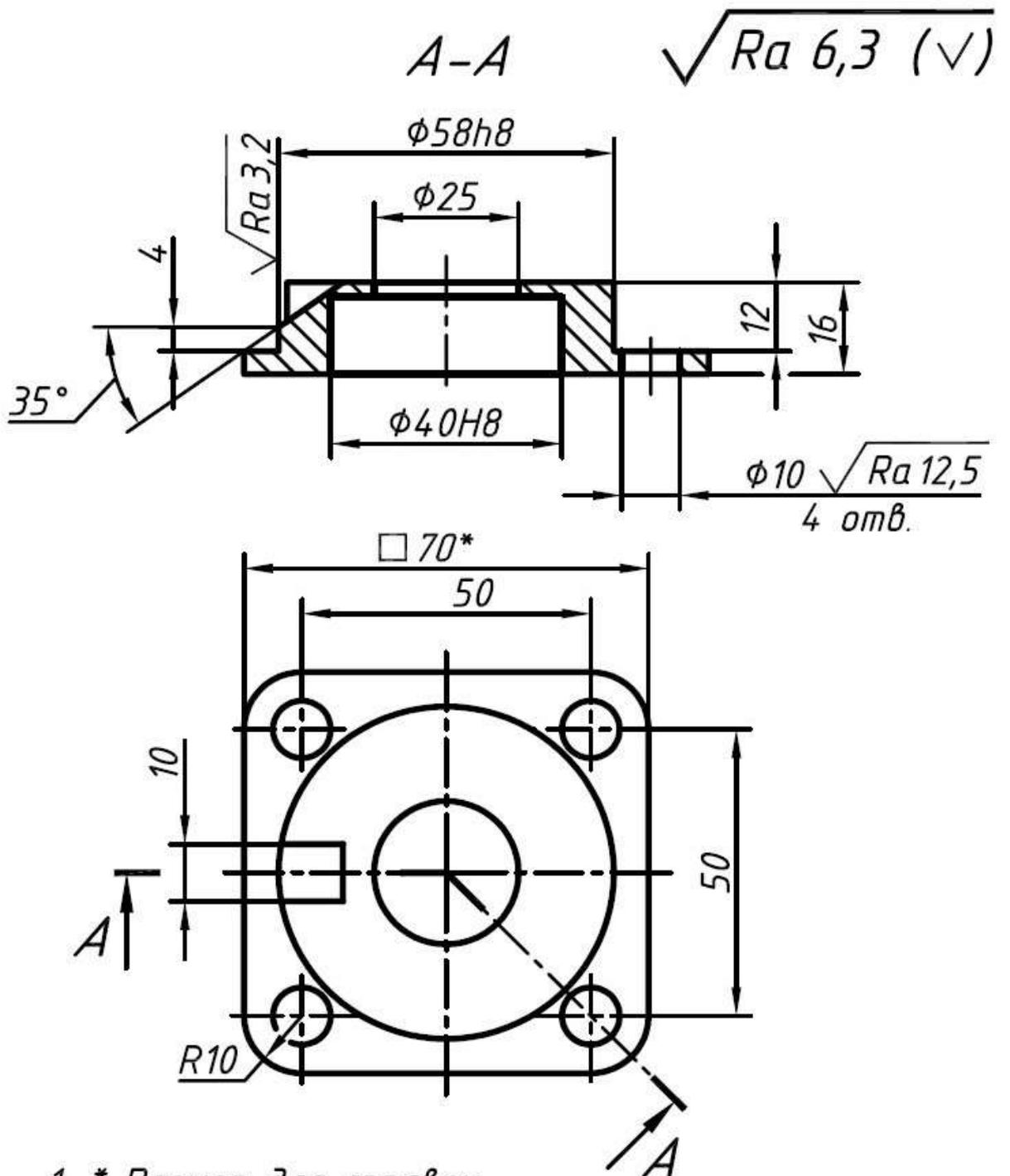


1. HRCэ 50...55.
2. h14, ±IT14/2.

					00-000.06.03.03.11			
					Палец			
					Лит.		Масса	Масштаб
								2:1
					Лист		Листов 1	
					Сталь У8А ГОСТ 1435-99			
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата				
Разраб.								
Пров.								
Т. контр.								
Н. контр.								
Утв.								

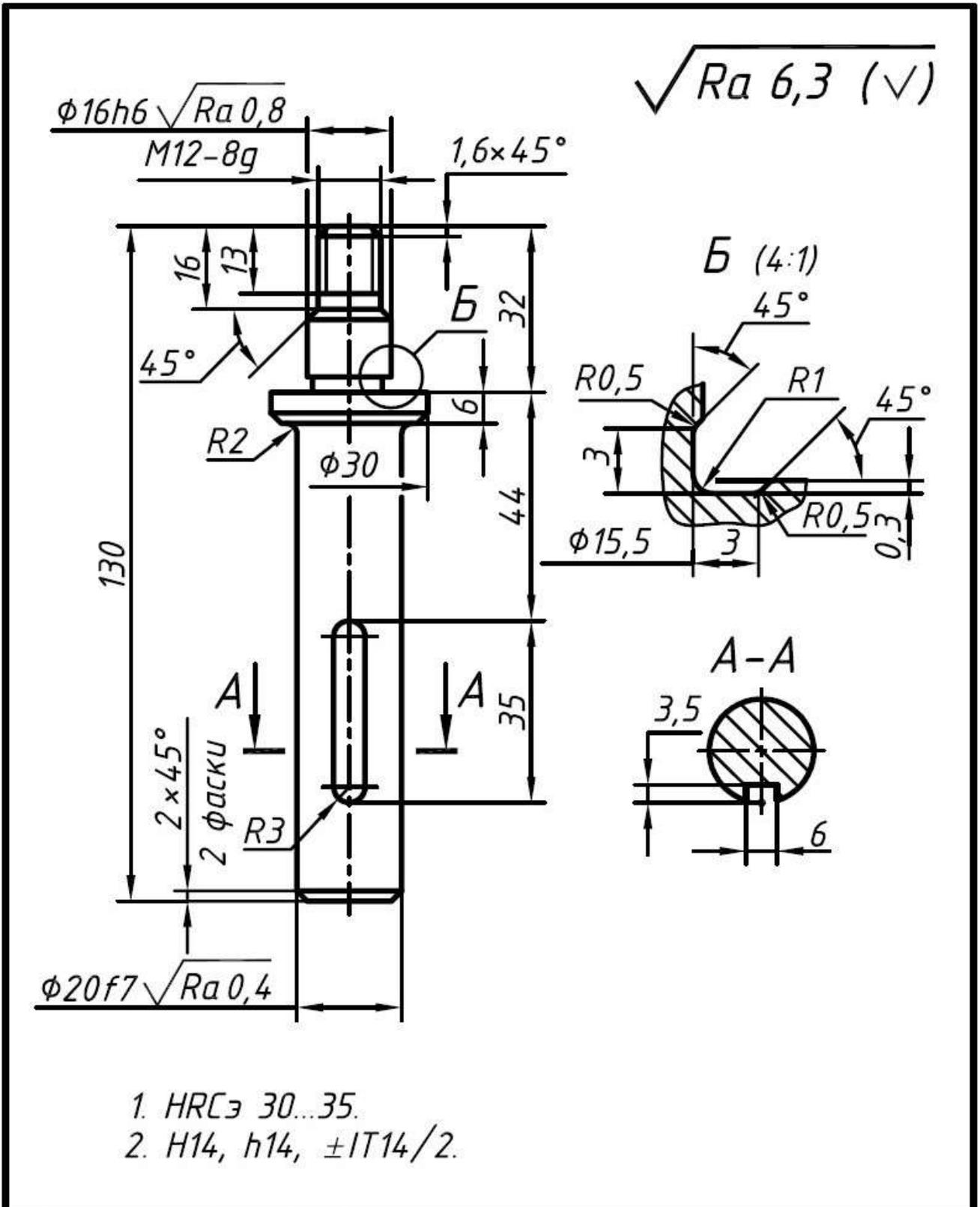
Копировал

Формат А4

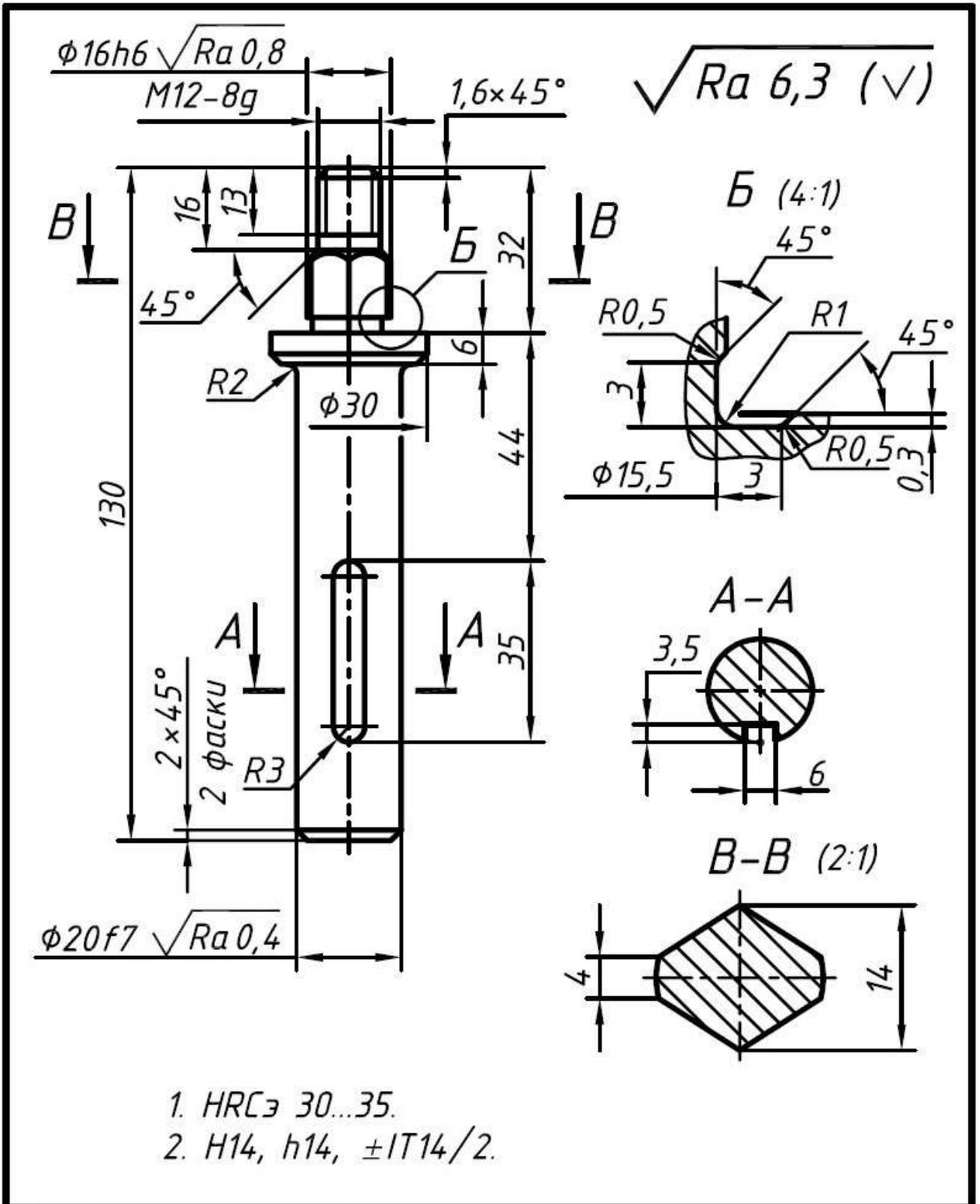


1. \* Размер для справок.
2. H14,  $\pm IT14/2$ .

00-000.06.03.03.13							
					Лит.	Масса	Масштаб
Изм.	Лист	№ док-м.	Подп.	Дата	<div style="font-size: 1.2em; font-weight: bold;">Крышка</div> <div style="margin-top: 10px;">Сталь 45 ГОСТ 1050-88</div>		
Разраб.							
Пров.							
Т. контр.							
Н. контр.					Лист	Листов	1
Утв.							



					00-000.06.03.03.14			
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	<b>Скалка</b>	Лит.	Масса	Масштаб
Разраб.								1:1
Пров.								
Т. контр.						Лист	Листов	1
Н. контр.								
Утв.					Сталь 45 ГОСТ 1050-88			



					<b>00-000.06.03.03.15</b>		
					<b>Скалка</b>		
					<b>Сталь 45 ГОСТ 1050-88</b>		
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Лит.	Масса	Масштаб
Разраб.							1:1
Пров.					Лист	Листов	1
Т. контр.							
Н. контр.							
Утв.							



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому  
Комплексу  
С.А.Упоров

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ  
К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**Б1.О.27 ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ**

Направление подготовки

***15.03.02 Технологические машины и оборудование***

Направленность (профиль)

***Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов***

Форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

год набора: **2024**

Автор: Шестаков В. С., канд. техн. наук, профессор

Одобрены на заседании кафедры

Горных машин и комплексов  
*(название кафедры)*

Зав. кафедрой

*(подпись)*

Лагунова Ю. А.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 1 от 06.09.2023  
*(Дата)*

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

Горно-механического  
*(название факультета)*

Председатель

*(подпись)*

Осипов П. А.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 2 от 20.10.2023  
*(Дата)*

Екатеринбург

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время проектирование технических объектов выполняется полностью на ЭВМ, что привело к использованию понятия автоматизированное проектирование. Выпускники университета должны уметь работать на ЭВМ в текстовых и графических редакторах, конструкторских пакетах, позволяющих выполнять проектирование машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов.

**Цель контрольной работы:** обучение студентов проектированию и расчетам с применением компьютерных технологий. Умение использовать компьютерные технологии при проектировании объектов машиностроения позволит в последующей профессиональной деятельности разрабатывать оптимальные конструкции с минимальной массой и стоимостью и сократить продолжительность разработки проектов.

В методических указаниях приведен один из вариантов типового задания, практикуется применение индивидуальных заданий, соответствующих выбранному студентом направлению будущей работы. Такими заданиями являются разработка проекта отдельных механизмов и узлов экскаваторов, дробилок, буровых установок и т.п.

### **Результат изучения дисциплины:**

#### *Знать:*

- функциональные возможности компьютерных программ, используемых для профессиональной деятельности при оптимизации объектов;
- требования к технологичности изделий и оптимальности процессов их изготовления;
- методы математического моделирования технологических процессов и технологических машин и оборудования;
- методы математической обработки экспериментальных данных, теорию вероятностей и математическую статистику для получения целевых функций;

#### *Уметь:*

- применять современные образовательные и информационные технологии для приобретения новых знаний при оптимизации объектов;
- реализовывать в проектах требования к технологичности изделий и оптимальности процессов их изготовления;
- применять методы математического моделирования технологических процессов и технологических машин и оборудования;
- применять методы математической обработки экспериментальных данных, теории вероятности и математической статистики для получения уравнений регрессии для использования их в целевых функциях;

#### *Владеть:*

- навыками работы на персональном компьютере при оптимизации объектов;
- навыками реализации в проектах требования к технологичности изделий и оптимальности процессов их изготовления;
- навыками математического моделирования технологических процессов и технологических машин и оборудования;
- приемами математической обработки экспериментальных данных, использования теории вероятности и математической статистики для получения уравнений регрессии для использования их в целевых функциях.

## 1. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

При подготовке к контрольной работе необходимо изучить примеры, рассмотренные на лекциях, а также в пособии [1].

## 2. ОФОРМЛЕНИЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Контрольная работа должна включать следующие этапы:

1. Постановка задачи оптимизации.
2. Анализ задачи.
3. Выбор критерия оптимальности.
4. Выбор переменных проектирования и оптимизации.
5. Выбор ограничений.
6. Составление целевой функции.
7. Выбор метода оптимизации.
8. Составление алгоритма решения для ЭВМ.
9. Составление программы для ЭВМ и проведение оптимизации.

## 3. ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

1. Определить оптимальное сечение каната при аварийном срыве с захватов бурового става. Перед срывом имелась слабина каната  $\Delta L$ . Барабан лебедки заторможен. Исходные данные:  $C$  – жесткость каната,  $m_c$  – масса бурового става,  $D_b$  – диаметр барабана лебедки,  $J_b$  – момент инерции барабана лебедки,  $J_d$  – момент инерции двигателя лебедки,  $U$  – передаточное отношение лебедки,  $\eta_m$  – КПД лебедки

2. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины снизу вверх. Ударник перемещается сжатым воздухом, давление которого не меняется в процессе движения и равно  $P_0$ , а усилие сопротивления определяется по выражению  $F_c = K_v \cdot V^2$ , где  $K_v$  – коэффициент,  $V$  – текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния  $L_1$ , переключается подача сжатого воздуха в другую камеру, под действием которой происходит торможение ударника.

3. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины сверху вниз. Поршень перемещается сжатым воздухом, давление которого не меняется в процессе движения и равно  $P_0$ , а усилие сопротивления определяется по выражению  $F_c = C_v \cdot V^2$ , где  $C_v$  – коэффициент,  $V$  – текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния  $L_1$ , перекрывается выхлопное окно и оставшаяся часть воздуха в нижней части камеры начинает тормозить ударник. Усилие торможения может быть определено по выражению  $F_T = C_T \cdot X$ , где  $C_T$  – коэффициент пропорциональности,  $X$  – ход ударника после перекрытия отверстия.

4. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины. Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в нижнюю часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно  $P_0$ . Усилие сопротивления в процессе движения определяется по выражению  $F_c = C_v \cdot V^2$ , где  $C_v$  – коэффициент,  $V$  – текущее значение скорости ударника.

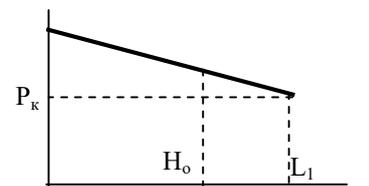
После прохождения расстояния  $L_1$ , цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать), а после прохождения расстояния  $L_2$ , перекрывается выхлопное окно и в верхнюю часть цилиндра начинает поступать сжатый воздух под давлением  $P_0$ , под действием которого и происходит торможение ударника.

5. Определить оптимальное сечение каната при аварийном срыве с захватов бурового става. Перед срывом имелась слабина каната  $\Delta L$ . Барабан лебедки заторможен. При движении бурового става усилие сопротивления  $F_c = kV^2$ , где  $v$  – скорость. Исходные данные:  $C$  – жесткость каната,  $m_c$  – масса бурового става,  $D_6$  – диаметр барабана лебедки,  $J_6$  – момент инерции барабана лебедки,  $J_d$  – момент инерции двигателя лебедки,  $U$  – передаточное отношение лебедки,  $\eta_m$  – КПД лебедки,  $k$  – коэффициент для расчета усилия сопротивления

6. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины снизу вверх. Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в верхнюю часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно  $P_0$ . Усилие сопротивления определяется по выражению  $F_c = K_v \cdot V^2$ , где  $K_v$  – коэффициент,  $V$  – текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния  $L_1$ , цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать), а после прохождения расстояния  $L_2$ , перекрывается выхлопное окно и в нижнюю часть цилиндра начинает поступать сжатый воздух под давлением  $P_0$ , под действием которого и происходит торможение ударника.

7. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение горизонтальной скважины. Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в левую часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно  $P_0$ . После прохождения расстояния  $L_1$ , цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать), после прохождения расстояния  $L_2$ , перекрывается выхлопное окно и в правую часть цилиндра начинает поступать сжатый воздух под давлением  $P_0$ , под действием которого и происходит торможение поршня. Усилие сопротивления определяется по выражению  $F_c = K_v \cdot V^2$ , где  $K_v$  – коэффициент,  $V$  – текущее значение скорости ударника.

8. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины. Ударник перемещается сжатым воздухом, давление которого равномерно меняется в процессе движения от  $P_0$  до  $P_k$  на расстоянии  $L_1$ . Усилие сопротивления, действующее на поршень определяется по выражению  $F_c = C \cdot V$ , где  $C$  – коэффициент пропорциональности,  $V$  – скорость перемещения ударника, м/с.



Определить время перемещения поршня на расстояние  $H_0$ .

Исходные данные:

$P_0, P_k$  – давление сжатого воздуха вначале движения, и на расстоянии  $L_1$ , Па;  $M$  – масса поршня, кг;  $D$  – диаметр поршня, м

$C$  – коэффициент пропорциональности

9. Определить глубину погружения бурового снаряда в породу, которая требуется для оптимизации по производительности бурового станка. Буровой снаряд, массой  $M$ , падает под собственным весом с высоты  $H_0$  и в конце хода наносит удар по забою скважины. Сопротивление при падении снаряда определяется по выражению  $F_c = K_v \cdot V^2$ , где  $K_v$  – коэффициент пропорциональности,  $V$  – скорость перемещения, м/с.

При внедрении снаряда на него начинает действовать усилие сопротивления грунта, изменяющееся по закону  $F_c = C_r \cdot H_{вн}$ , где  $C_r$  – коэффициент пропорциональности,  $H_{вн}$  – глубина погружения в породу,

10. Определить глубину погружения бурового снаряда в породу, которая требуется для оптимизации по производительности бурового станка. Буровой снаряд, массой  $M$ , падает под собственным весом с высоты  $H_0$  и в конце хода наносит удар по забою скважины. Сопротивление при падении снаряда меняется по закону  $F_c = aV^2$ , где  $a$  – коэффициент пропорцио-

нальности,  $V$  — текущее значение скорости в процессе падения снаряда. При внедрении снаряда в породу, на него начинает действовать усилие сопротивления, изменяющееся по закону  $F_c = C_r \cdot H_{вн}$ , где  $C_r$  — коэффициент пропорциональности,  $H_{вн}$  — глубина погружения в породу, м.

11. Определить оптимальное сечение каната при срыве с уступа ковша драглайна. Перед срывом имелась слабина каната  $\Delta L$ . Барабан лебедки заторможен. Исходные данные:  $C$  — общая жесткость каната стрелы драглайна,  $m_c$  — масса ковша,  $D_6$  — диаметр барабана лебедки,  $J_6$  — момент инерции барабана лебедки,  $J_d$  — момент инерции двигателя лебедки,  $U$  — передаточное отношение лебедки,  $\eta_m$  — КПД лебедки

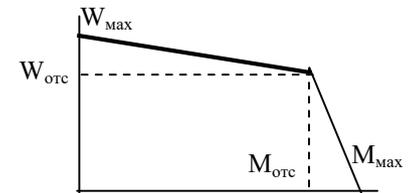
12. Для проведения оптимизации по производительности определить время цикла лебедки при подъеме груза на высоту  $H_0$  и опускании крюка на глубину  $H_0$ .

Исходные данные:  $M, M_k$  — масса груза и крюка, кг;  
 $J_6, J_d$  — момент инерции барабана и двигателя, кгм<sup>2</sup>;  
 $U$  — передаточное число редуктора,  $T_{п}$  — время погрузки, с.

$R_6$  — радиус барабана, м;  $M_{max}$  — максимальный момент на валу двигателя привода, Нм;  $M_{отс}$  — момент отсечки на валу двигателя привода, Нм;

$W_{max}$  — максимальная скорость вала двигателя, рад/с;  $W_{отс}$  — скорость “отсечки вала двигателя, рад/с;

При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент  $M_{max}$ .



13. Для проведения оптимизации по производительности определить время опускания груза лебедкой на глубину  $H_0$ .

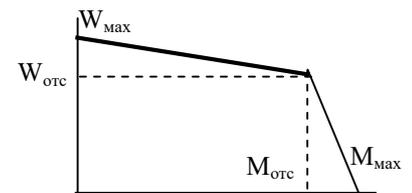
Исходные данные:  $M$  — масса груза, кг;  
 $J_6, J_d$  — момент инерции барабана и двигателя, кгм<sup>2</sup>;  
 $U$  — передаточное число редуктора,  
 $R_6$  — радиус барабана, м;  $M_{max}$  — максимальный момент на валу двигателя привода, Нм;

$M_{отс}$  — момент отсечки на валу двигателя привода, Нм;

$W_{max}$  — максимальная скорость вала двигателя, рад/с;

$W_{отс}$  — скорость “отсечки вала двигателя, рад/с;

При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент  $M_{max}$ .



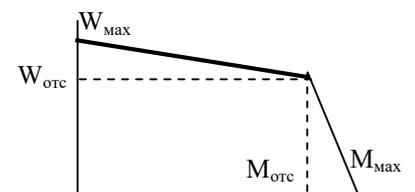
14. Определить время подъема груза лебедкой на высоту  $H_0$ .

Исходные данные:  $M$  — масса груза, кг;  
 $J_6, J_d$  — момент инерции барабана и двигателя, кгм<sup>2</sup>;  
 $i$  — передаточное число редуктора,  $R_6$  — радиус барабана, м;

$M_{max}$  — максимальный момент на валу двигателя привода, Нм;  $M_{отс}$  — момент отсечки на валу двигателя привода, Нм;

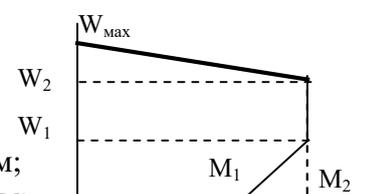
$W_{max}$  — максимальная скорость вала двигателя, рад/с;  $W_{отс}$  — скорость “отсечки” вала двигателя, рад/с;

При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент  $M_{max}$ .



15. Определить время опускания груза лебедкой на глубину  $L_0$ .

Исходные данные:  $M$  — масса груза, кг;  
 $J_6, J_d$  — момент инерции барабана и двигателя, кгм<sup>2</sup>;  
 $U$  — передаточное число редуктора,  $R_6$  — радиус барабана, м;  
 $M_1, M_2$  — моменты на валу двигателя привода при скорости, Нм;



$W_1, W_2$  – скорости участков статической характеристики.

При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент  $M_2$

16. Определить время подъема груза лебедкой на высоту  $H_0$ .

Исходные данные:  $M$  — масса груза, кг;  $q$  — масса 1 м. каната.

$J_6, J_d$  — момент инерции барабана и двигателя,  $\text{кгм}^2$ ;

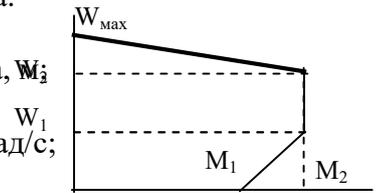
$U$  — передаточное число редуктора,  $R_6$  — радиус барабана,  $\text{м}$ ;

$M_1, M_2$  — моменты на валу двигателя привода

$W_1, W_2$  — скорости участков статической характеристики  $\text{рад/с}$ ;

Учесть уменьшение длины каната при подъеме.

При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент.



17. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара при холостом ходе ударника. Бурение горизонтальной скважины. Ударник перемещается сжатым воздухом, давление которого равномерно меняется по закону  $P=P_0-k \cdot X$ , где  $P_0$  — давление в начале движения,  $k$  — коэффициент пропорциональности,  $X$  — перемещение поршня с начала движения. Усилие сопротивления определяется по выражению  $F_c=9.81 \cdot f \cdot M+a \cdot V$ , где  $M$  — масса поршня,  $f$  — коэффициент трения,  $a$  — коэффициент пропорциональности,  $V$  — скорость перемещения поршня. После прохождения расстояния  $L_1$ , перекрывается выхлопное окно, в камеру подается сжатый воздух под давлением  $P_0$ , под действием этого давления и усилия сопротивления и происходит торможение.

18. Определить глубину внедрения коронки в породу при рабочем ходе поршня ударника при бурении вниз и время перемещения ударника при рабочем ходе. Поршень перемещается сжатым воздухом, давление которого постоянно и равно  $P_0$ . Усилие сопротивления от сил трения определяется по выражению  $F_c=F_{c0}+a \cdot V$ , где  $F_{c0}$  — сопротивление, не зависящее от скорости,  $a$  — коэффициент пропорциональности,  $V$  — скорость перемещения поршня.

После перемещения на расстояние  $L_1$ , происходит удар по коронке. За счет сопротивления породы происходит торможение поршня. Усилие сопротивления породы определяется по выражению  $F_p=C_r \cdot X$ , где  $C_r$  — коэффициент сопротивления грунта,  $X$  — глубина погружения коронки

19. Определить глубину погружения бурового снаряда в породу, которая требуется для оптимизации по производительности бурового станка. Буровой снаряд, массой  $m$ , падает под собственным весом с высоты  $H_0$  и в конце хода наносит удар по забою скважины. Вначале буровой снаряд движется в воздухе (на расстоянии  $L_1$ ), а затем в шламе (смесь воды и буровой мелочи). Сопротивление при падении в шламе определяется по выражению  $F_c=K_v \cdot V^2$ , где  $K_v$  — коэффициент пропорциональности,  $V$  — скорость,  $\text{м/с}$ . При внедрении снаряда на него начинает действовать усилие сопротивления грунта, изменяющееся по закону  $F_c = C_r \cdot H_{вн}$ , где  $C_r$  — коэффициент пропорциональности,  $H_{вн}$  — глубина погружения в породу,  $\text{м}$ .

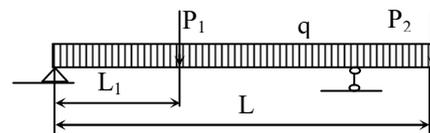
20. Определить глубину погружения бурового снаряда в породу, которая требуется для оптимизации по производительности бурового станка. Буровой снаряд, массой  $m$ , падает под собственным весом с высоты  $H_0$  и в конце хода наносит удар по забою скважины. Каната в начале движения не препятствует падению. Сопротивление при падении снаряда определяется по выражению  $F_c=K_v \cdot V^2$ , где  $K_v$  — коэффициент пропорциональности,  $V$  — скорость,  $\text{м/с}$ . На расстоянии  $\Delta L$  от забоя натягивается канат и дальнейшее внедрение происходит при сжатии пружин амортизатора, при этом усилие в канате определяется по формуле  $F_c=C_k \cdot X$ , где  $C_k$  — коэффициент,  $X$  — расстояние, проходимое буровым снарядом после натяжения каната. При внедрении снаряда на него начинает действовать усилие сопротивления грунта, изменяющееся по закону  $F_c = C_r \cdot H_{вн}$ , где  $C_r$  — коэффициент пропорциональности,  $H_{вн}$  — глубина погружения в породу,  $\text{м}$ .

21. Определить оптимальное сечение каната по условию выбора по максимальному усилию. Максимальное усилие определить при аварийном срыве буровой колонны с захватов. Перед срывом имелась слабина каната  $\Delta L$ . Барабан лебедки расторможен и может поворачиваться усилием в канате. При падении бурильной колонны на нее действует сопротивление  $F_c = F_{co} + k_v V^2$ . где  $F_{co}$  – трение, не зависящее от скорости,  $k_v$  – коэффициент пропорциональности,  $V$  – скорость перемещения колонны. Исходные данные:  $C$  – жесткость каната,  $m_{бк}$  – масса бурильной колонны,  $D_б$  – диаметр барабана лебедки,  $J_б$  – момент инерции барабана лебедки,  $J_д$  – момент инерции двигателя лебедки,  $U$  – передаточное отношение лебедки,  $\eta_m$  – КПД лебедки.

22. Определить оптимальное сечение каната по условию выбора по максимальному усилию. Максимальное усилие определить при аварийном срыве шахтной клетки с захватов. Перед срывом имелась слабина каната  $\Delta L$ . Барабан лебедки расторможен и может поворачиваться усилием в канате. При падении клетки срабатывают тормозные устройства, обеспечивающие усилие торможения  $F_T = F_{co} + k_v V^2$ . где  $F_{co}$  – усилие от трения, не зависящее от скорости,  $k_v$  – коэффициент пропорциональности,  $V$  – скорость перемещения клетки.

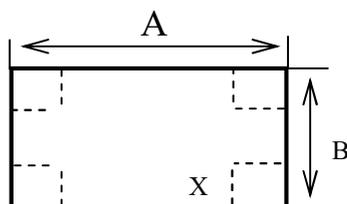
Исходные данные:  $C$  – жесткость каната,  $m_k$  – масса клетки,  $D_б$  – диаметр барабана лебедки,  $J_б$  – момент инерции барабана лебедки,  $J_д$  – момент инерции двигателя лебедки,  $U$  – передаточное отношение лебедки,  $\eta_m$  – КПД лебедки.

23. Определить оптимальное положение правой опоры балки, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой  $q$  и сосредоточенными силами  $P_1$  и  $P_2$ . Левая опора находится на конце балки.



24. Определить оптимальные размеры контейнера, изготовляемого из стального листа заданного размера  $A * B$  (с углов листа удаляются квадраты размером  $X$ , затем отгибаются боковые стороны контейнера и выполняются сварные швы).

Удаленные квадраты идут в отходы, стоимость сварного шва не учитывать.



## ЛИТЕРАТУРА

Шестаков В.С. Оптимизация технических объектов: учебное пособие; Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2016 – 238 с..

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому  
комплексу  
С.А.Упоров

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

*по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся*

### Б1.О.27 ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Направление подготовки

**15.03.02 Технологические машины и оборудование**

Направленность (профиль)

**Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов**

Форма обучения: **очная, заочная, очно-заочная**

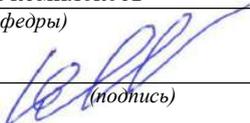
год набора: 2024

Автор: Шестаков В. С., канд. техн. наук, профессор

Одобрены на заседании кафедры

Горных машин и комплексов  
*(название кафедры)*

Зав. кафедрой

  
*(подпись)*

Лагунова Ю. А.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 1 от 06.09.2023  
*(Дата)*

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

Горно-механического  
*(название факультета)*

Председатель

  
*(подпись)*

Осипов П. А.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 2 от 20.10.2023  
*(Дата)*

Екатеринбург

## **ОГЛАВЛЕНИЕ**

ВВЕДЕНИЕ .....	3
1. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ.....	3
2. ОФОРМЛЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ.....	3
3. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ.....	4
ЛИТЕРАТУРА .....	8

## ВВЕДЕНИЕ

При проектировании технических объектов решаются задачи поиска оптимальных решений. Выпускники университета должны уметь применять ЭВМ при проведении оптимизации.

**Цель самостоятельной работы:** проверка приобретенных студентами навыков оптимизации и поиска оптимальных значений параметров объектов и технологических процессов нефтегазовой отрасли.

Самостоятельная работа соответствуют следующим компетенциям Государственного стандарта:

*общепрофессиональные:*

- способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности (ОПК-1);

- способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения (ОПК-14).

**Результат изучения дисциплины:**

*Знать:*

- общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности;

- алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения;

*Уметь:*

- применять общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности

- разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения;

*Владеть:*

- навыками применения методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности;

- способами разработки алгоритмов и компьютерных программы, пригодных для практического применения.

## 1. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

При выполнении самостоятельной работы необходимо изучить примеры, рассмотренные в лекциях, а также в пособии [1].

## 2. ОФОРМЛЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Отчет по самостоятельной работе должна включать следующие этапы:

1. Постановка задачи оптимизации.
2. Анализ задачи.
3. Выбор критерия оптимальности.
4. Выбор переменных проектирования и оптимизации.
5. Выбор ограничений.
6. Составление целевой функции.
7. Выбор метода оптимизации.
8. Составление алгоритма решения для ЭВМ.
9. Составление программы для ЭВМ и проведение оптимизации.

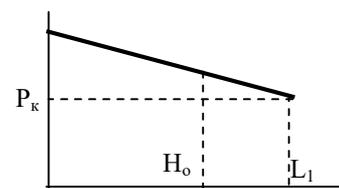
### 3. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Определить оптимальное сечение каната при аварийном срыве с захватов бурового става. Перед срывом имелась слабина каната  $\Delta L$ . Барабан лебедки заторможен. Исходные данные:  $C$  – жесткость каната,  $m_c$  – масса бурового става,  $D_6$  – диаметр барабана лебедки,  $J_6$  – момент инерции барабана лебедки,  $J_d$  – момент инерции двигателя лебедки,  $U$  – передаточное отношение лебедки,  $\eta_m$  – КПД лебедки
2. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины снизу вверх. Ударник перемещается сжатым воздухом, давление которого не меняется в процессе движения и равно  $P_0$ , а усилие сопротивления определяется по выражению  $F_c = K_v \cdot V^2$ , где  $K_v$  – коэффициент,  $V$  – текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния  $L_1$ , переключается подача сжатого воздуха в другую камеру, под действием которого происходит торможение ударника.
3. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины сверху вниз. Поршень перемещается сжатым воздухом, давление которого не меняется в процессе движения и равно  $P_0$ , а усилие сопротивления определяется по выражению  $F_c = C_v \cdot V^2$ , где  $C_v$  – коэффициент,  $V$  – текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния  $L_1$ , перекрывается выхлопное окно и оставшаяся часть воздуха в нижней части камеры начинает тормозить ударник. Усилие торможения может быть определено по выражению  $F_T = C_T \cdot X$ , где  $C_T$  – коэффициент пропорциональности,  $X$  – ход ударника после перекрытия отверстия.
4. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины. Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в нижнюю часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно  $P_0$ . Усилие сопротивления в процессе движения определяется по выражению  $F_c = C_v \cdot V^2$ , где  $C_v$  – коэффициент,  $V$  – текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния  $L_1$ , цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать), а после прохождения расстояния  $L_2$ , перекрывается выхлопное окно и в верхнюю часть цилиндра начинает поступать сжатый воздух под давлением  $P_0$ , под действием которого и происходит торможение ударника.
5. Определить оптимальное сечение каната при аварийном срыве с захватов бурового става. Перед срывом имелась слабина каната  $\Delta L$ . Барабан лебедки заторможен. При движении бурового става усилие сопротивления  $F_c = kV^2$ , где  $v$  – скорость. Исходные данные:  $C$  – жесткость каната,  $m_c$  – масса бурового става,  $D_6$  – диаметр барабана лебедки,  $J_6$  – момент инерции барабана лебедки,  $J_d$  – момент инерции двигателя лебедки,  $U$  – передаточное отношение лебедки,  $\eta_m$  – КПД лебедки,  $k$  – коэффициент для расчета усилия сопротивления
6. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины снизу вверх. Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в верхнюю часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно  $P_0$ . Усилие сопротивления определяется по выражению  $F_c = K_v \cdot V^2$ , где  $K_v$  – коэффициент,  $V$  – текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния  $L_1$ ,

цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать), а после прохождения расстояния  $L_2$ , перекрывается выхлопное окно и в нижнюю часть цилиндра начинает поступать сжатый воздух под давлением  $P_0$ , под действием которого и происходит торможение ударника.

7. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение горизонтальной скважины. Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в левую часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно  $P_0$ . После прохождения расстояния  $L_1$ , цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать), после прохождения расстояния  $L_2$ , перекрывается выхлопное окно и в правую часть цилиндра начинает поступать сжатый воздух под давлением  $P_0$ , под действием которого и происходит торможение поршня. Усилие сопротивления определяется по выражению  $F_c = K_v \cdot V^2$ , где  $K_v$  – коэффициент,  $V$  – текущее значение скорости ударника.

8. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины. Ударник перемещается сжатым воздухом, давление которого равномерно меняется в процессе движения от  $P_0$  до  $P_k$  на расстоянии  $L_1$ . Усилие сопротивления, действующее на поршень определяется по выражению  $F_c = C \cdot V$ , где  $C$  – коэффициент пропорциональности,  $V$  – скорость перемещения ударника, м/с.



Определить время перемещения поршня на расстояние  $H_0$ .

Исходные данные:

$P_0, P_k$  – давление сжатого воздуха вначале движения, и на расстоянии  $L_1$ , Па;  $M$  – масса поршня, кг;  $D$  – диаметр поршня, м  
 $C$  – коэффициент пропорциональности

9. Определить глубину погружения бурового снаряда в породу, которая требуется для оптимизации по производительности бурового станка. Буровой снаряд, массой  $M$ , падает под собственным весом с высоты  $H_0$  и в конце хода наносит удар по забою скважины. Сопротивление при падении снаряда определяется по выражению  $F_c = K_v \cdot V^2$ , где  $K_v$  – коэффициент пропорциональности,  $V$  – скорость перемещения, м/с.

При внедрении снаряда на него начинает действовать усилие сопротивления грунта, изменяющееся по закону  $F_c = C_T \cdot H_{вн}$ , где  $C_T$  – коэффициент пропорциональности,  $H_{вн}$  – глубина погружения в породу,

10. Определить глубину погружения бурового снаряда в породу, которая требуется для оптимизации по производительности бурового станка. Буровой снаряд, массой  $M$ , падает под собственным весом с высоты  $H_0$  и в конце хода наносит удар по забою скважины. Сопротивление при падении снаряда меняется по закону  $F_c = aV^2$ , где  $a$  – коэффициент пропорциональности,  $V$  – текущее значение скорости в процессе падения снаряда. При внедрении снаряда в породу, на него начинает действовать усилие сопротивления, изменяющееся по закону  $F_c = C_T \cdot H_{вн}$ , где  $C_T$  – коэффициент пропорциональности,  $H_{вн}$  – глубина погружения в породу, м.

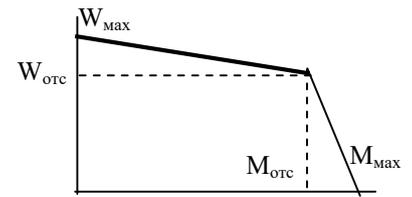
11. Определить оптимальное сечение каната при срыве с уступа ковша драглайна. Перед срывом имелась слабина каната  $\Delta L$ . Барабан лебедки заторможен. Исходные данные:  $C$  – общая жесткость каната стрелы драглайна,  $m_c$  – масса ковша,  $D_6$  –

диаметр барабана лебедки,  $J_6$  – момент инерции барабана лебедки,  $J_d$  – момент инерции двигателя лебедки,  $U$  – передаточное отношение лебедки,  $\eta_m$  – КПД лебедки

12. Для проведения оптимизации по производительности определить время цикла лебедки при подъеме груза на высоту  $H_0$  и опускании крюка на глубину  $H_0$ .

Исходные данные:  $M, M_k$  — масса груза и крюка, кг;  
 $J_6, J_d$  — момент инерции барабана и двигателя, кгм<sup>2</sup>;  
 $U$  — передаточное число редуктора,  $T_{п}$  – время погрузки, с.  
 $R_6$  — радиус барабана, м;  $M_{max}$  — максимальный момент на валу двигателя привода, Нм;  
 $M_{отс}$  — момент отсечки на валу двигателя привода, Нм;  
 $W_{max}$  — максимальная скорость вала двигателя, рад/с;  $W_{отс}$  — скорость “отсечки вала двигателя, рад/с;

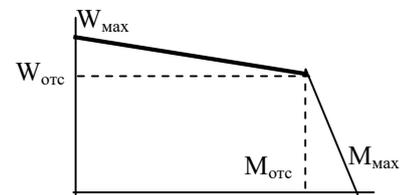
При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент  $M_{max}$ .



13. Для проведения оптимизации по производительности определить время опускания груза лебедкой на глубину  $H_0$ .

Исходные данные:  $M$  — масса груза, кг;  
 $J_6, J_d$  — момент инерции барабана и двигателя, кгм<sup>2</sup>;  
 $U$  — передаточное число редуктора,  
 $R_6$  — радиус барабана, м;  $M_{max}$  — максимальный момент на валу двигателя привода, Нм;  
 $M_{отс}$  — момент отсечки на валу двигателя привода, Нм;  
 $W_{max}$  — максимальная скорость вала двигателя, рад/с;  
 $W_{отс}$  — скорость “отсечки вала двигателя, рад/с;

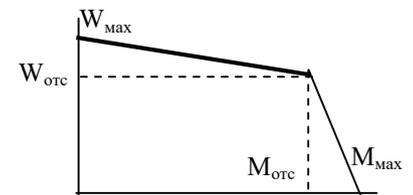
При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент  $M_{max}$ .



14. Определить время подъема груза лебедкой на высоту  $H_0$ .

Исходные данные:  $M$  — масса груза, кг;  
 $J_6, J_d$  — момент инерции барабана и двигателя, кгм<sup>2</sup>;  
 $i$  — передаточное число редуктора,  $R_6$  — радиус барабана, м;  
 $M_{max}$  — максимальный момент на валу двигателя привода, Нм;  $M_{отс}$  — момент отсечки на валу двигателя привода, Нм;  
 $W_{max}$  — максимальная скорость вала двигателя, рад/с;  
 $W_{отс}$  — скорость “отсечки” вала двигателя, рад/с;

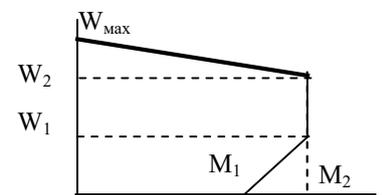
При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент  $M_{max}$ .



15. Определить время опускания груза лебедкой на глубину  $L_0$ .

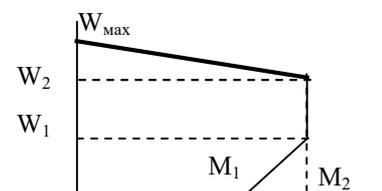
Исходные данные:  $M$  — масса груза, кг;  
 $J_6, J_d$  — момент инерции барабана и двигателя, кгм<sup>2</sup>;  
 $U$  — передаточное число редуктора,  $R_6$  — радиус барабана, м;  
 $M_1, M_2$  — моменты на валу двигателя привода при скорости, Нм;  
 $W_1, W_2$  — скорости участков статической характеристики.

При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент  $M_2$



16. Определить время подъема груза лебедкой на высоту  $H_0$ .

Исходные данные:  $M$  — масса груза, кг;  $q$  — масса 1 м. каната.  
 $J_6, J_d$  — момент инерции барабана и двигателя, кгм<sup>2</sup>;  
 $U$  — передаточное число редуктора,  $R_6$  — радиус барабана, м;  
 $M_1, M_2$  — моменты на валу двигателя привода



$W_1, W_2$ ,- скорости участков статической характеристики рад/с;  
Учесть уменьшение длины каната при подъеме.

При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент.

17. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара при холостом ходе ударника. Бурение горизонтальной скважины. Ударник перемещается сжатым воздухом, давление которого равномерно меняется по закону  $P=P_0 \cdot k \cdot X$ , где  $P_0$  - давление в начале движения,  $k$  - коэффициент пропорциональности,  $X$  — перемещение поршня с начала движения. Усилие сопротивления определяется по выражению  $F_c=9.81 \cdot f \cdot M + a \cdot V$ , где  $M$  - масса поршня,  $f$  - коэффициент трения,  $a$  - коэффициент пропорциональности,  $V$  - скорость перемещения поршня. После прохождения расстояния  $L_1$ , перекрывается выхлопное окно, в камеру подается сжатый воздух под давлением  $P_0$ , под действием этого давления и усилия сопротивления и происходит торможение.

18. Определить глубину внедрения коронки в породу при рабочем ходе поршня ударника при бурении вниз и время перемещения ударника при рабочем ходе. Поршень перемещается сжатым воздухом, давление которого постоянно и равно  $P_0$ . Усилие сопротивления от сил трения определяется по выражению  $F_c=F_{c0} + a \cdot V$ , где  $F_{c0}$  - сопротивление, не зависящее от скорости,  $a$  - коэффициент пропорциональности,  $V$  - скорость перемещения поршня.

После перемещения на расстояние  $L_1$ , происходит удар по коронке. За счет сопротивления породы происходит торможение поршня. Усилие сопротивления породы определяется по выражению  $F_p=C_g \cdot X$ , где  $C_g$  - коэффициент сопротивления грунта,  $X$  - глубина погружения коронки

19. Определить глубину погружения бурового снаряда в породу, которая требуется для оптимизации по производительности бурового станка. Буровой снаряд, массой  $m$ , падает под собственным весом с высоты  $H_0$  и в конце хода наносит удар по забою скважины. Вначале буровой снаряд движется в воздухе (на расстоянии  $L_1$ ), а затем в шламе (смесь воды и буровой мелочи). Сопротивление при падении в шламе определяется по выражению  $F_c=K_v \cdot V^2$ , где  $K_v$  — коэффициент пропорциональности,  $V$  — скорость, м/с. При внедрении снаряда на него начинает действовать усилие сопротивления грунта, изменяющееся по закону  $F_c = C_g \cdot H_{вн}$ , где  $C_g$  — коэффициент пропорциональности,  $H_{вн}$  — глубина погружения в породу, м.

20. Определить глубину погружения бурового снаряда в породу, которая требуется для оптимизации по производительности бурового станка. Буровой снаряд, массой  $m$ , падает под собственным весом с высоты  $H_0$  и в конце хода наносит удар по забою скважины. Каната в начале движения не препятствует падению. Сопротивление при падении снаряда определяется по выражению  $F_c=K_v \cdot V^2$ , где  $K_v$  — коэффициент пропорциональности,  $V$  — скорость, м/с. На расстоянии  $\Delta L$  от забоя натягивается канат и дальнейшее внедрение происходит при сжатии пружин амортизатора, при этом усилие в канате определяется по формуле  $F_c=C_k \cdot X$ , где  $C_k$  - коэффициент,  $X$  - расстояние, проходимое буровым снарядом после натяжения каната. При внедрении снаряда на него начинает действовать усилие сопротивления грунта, изменяющееся по закону  $F_c = C_g \cdot H_{вн}$ , где  $C_g$  — коэффициент пропорциональности,  $H_{вн}$  — глубина погружения в породу, м.

21. Определить оптимальное сечение каната по условию выбора по максимальному усилию. Максимальное усилие определить при аварийном срыве буровой колонны с захватов. Перед срывом имелась слабина каната  $\Delta L$ . Барабан лебедки расторможен и может поворачиваться усилием в канате. При падении буровой колонны на нее действует сопротивление  $F_c=F_{c0} + k_v V^2$ . где  $F_{c0}$  - трение, не зависящее от скорости,  $k_v$  - коэффициент пропорциональности,  $V$  - скорость перемещения колонны. Исходные данные:  $C$  -

жесткость каната,  $m_{бк}$  – масса бурильной колонны,  $D_б$  – диаметр барабана лебедки,  $J_б$  – момент инерции барабана лебедки,  $J_д$  – момент инерции двигателя лебедки,  $U$  – передаточное отношение лебедки,  $\eta_m$  – КПД лебедки.

22. Определить оптимальное сечение каната по условию выбора по максимальному усилию. Максимальное усилие определить при аварийном срыве шахтной клетки с захватов. Перед срывом имелась слабина каната  $\Delta L$ . Барабан лебедки расторможен и может поворачиваться усилием в канате. При падении клетки срабатывают тормозные устройства, обеспечивающие усилие торможения  $F_T = F_{co} + k_v V$ . где  $F_{co}$  – усилие от трения, не зависящее от скорости,  $k_v$  – коэффициент пропорциональности,  $V$  – скорость перемещения клетки.

Исходные данные:  $C$  – жесткость каната,  $m_k$  – масса клетки,  $D_б$  – диаметр барабана лебедки,  $J_б$  – момент инерции барабана лебедки,  $J_д$  – момент инерции двигателя лебедки,  $U$  – передаточное отношение лебедки,  $\eta_m$  – КПД лебедки.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Шестаков В.С. Оптимизация технических объектов: учебное пособие; Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2016 – 238 с..

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебно-методическому  
комплексу  
С.А. Упоров



## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

*к практическим занятиям по дисциплине*

### **Б1.О.27 ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ**

Направление подготовки

***15.03.02 Технологические машины и оборудование***

Направленность (профиль)

***Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов***

Форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

год набора: **2024**

Автор: Шестаков В.С., канд. техн. наук, профессор

Одобрены на заседании кафедры

Горных машин и комплексов  
*(название кафедры)*

Зав. кафедрой

Лагунова Ю. А.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 1 от 06.09.2023  
*(Дата)*

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

Горно-механического  
*(название факультета)*

Председатель

Осипов П. А.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 2 от 20.10.2023  
*(Дата)*

Екатеринбург

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
2. Задания к практическим занятиям .....	3
3. Порядок выполнения работы.....	4
4. ПРИМЕРЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ .....	4
4.1. Практическое занятие № 1 .....	4
Освоение набора кода программы и отладку.....	4
4.2. Практическое занятие № 2.....	9
4.3. Практическое занятие № 3.....	14
Литература.....	20

## ВВЕДЕНИЕ

**Трудоемкость дисциплины (модуля):** 6 з.е. 216 часов.

**Форма промежуточной аттестации** – экзамен.

**Цель дисциплины:** приобретение студентами представлений о возможности оптимизации и поиска оптимальных значений параметров объектов и технологических процессов нефтегазовой отрасли.

**Результат изучения дисциплины (модуля):**

*общефессиональные:*

- способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности (ОПК-1);
- способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения (ОПК-14).

**Результат изучения дисциплины (модуля):**

*Знать:*

- общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности;
- алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения;

*Уметь:*

- применять общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
- разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения;

*Владеть:*

- навыками применения методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности;
- способами разработки алгоритмов и компьютерных программы, пригодных для практического применения.

## 2. ЗАДАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Занятие 1-2. Изучение проведения расчетов на алгоритмическом языке Visual Basic на примерах простейших программ.

Занятие 3. Решение задачи «Определение продолжительности разгона поршня-ударника на расстоянии  $L_0$  и скорости в конце разгона

Занятие 4. Решение задачи «Определение продолжительности торможения поршня-ударника со скорости  $V_0$

Занятие 5. Разработка имитационной модели рабочего процесса погружного пневмоударника.

Занятие 6-7. Разработка имитационной модели рабочего процесса подъема груза лебедкой на высоту  $H_0$ .

Занятие 8. Разработка имитационной модели рабочего цикла лебедки при подъеме груза лебедкой на высоту  $H_0$  и опускании порожнего крюка.

Занятие 9-10. Решение задачи определения максимального усилия в канате лебедки при выборе слабины.

Занятие 11. Решение задачи определения коэффициента загрузки привода лебедки за рабочий цикл.

Занятие 12. Составление программы для ЭВМ для метода одномерной оптимизации поиска оптимального значения аргумента для функции в виде квадратичного уравнения.

Занятие 13. Решение задачи определения оптимального положения опоры мачты бурового станка.

Занятие 14. Разработка программы для ЭВМ, включающей готовые модули, реализующих алгоритмы методов многомерной поисковой оптимизации, и поиска оптимальных значений аргументов функций.

Занятие 15-16. Решение задачи определения оптимального передаточного отношения лебедки

### **3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ**

Примеры выполнения заданий рассмотрены в [1, 2].

Задания выполняются в следующей последовательности:

Решение задач расчета длительности операций можно проводить в следующей последовательности:

1. формулировка задачи;
2. анализ задачи и составление расчетной схемы;
3. математическое описание в дифференциальной форме;
4. преобразование выражений в численную форму для решения на ЭВМ;
5. разработка вычислительного алгоритма;
6. разработка программы для ЭВМ;
7. набор программы на ЭВМ и ее отладка;
8. выполнение расчетов и анализ полученных результатов.

Содержание указанных этапов определяется конкретной задачей.

Отчетность по работе: пункты 1-5 оформляются в рукописном виде на бумаге, пункты 6-8 представляются при защите работы на компьютере.

### **4. ПРИМЕРЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ**

#### **4.1. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1**

##### **ОСВОЕНИЕ НАБОРА КОДА ПРОГРАММЫ И ОТЛАДКУ**

###### **Подготовка к занятию.**

1. Изучить лекцию 2.
2. Изучить пример 1. Расчет площади прямоугольника (приведен ниже)

###### **Вопросы для зачета по практической работе**

1. Порядок вычисления формул
2. Математические функции используемые в VBA
3. Из каких соображений определено количество подпрограмм в разработанной программе?
4. Поясните работу каждой программной единицы.
5. Как обеспечивается передача данных с листа ввода данных в программный модуль?
6. Как обеспечивается вывод результатов расчета на лист?
7. Пояснить назначение строк программы.
8. Как выполнить набор программы?
9. Как выполнить отладку программы?
10. Как организовать независимость расположения ячеек с исходными данными от кода программы?
11. Как расположить элементы управления на листе Excel

###### **Указания к выполнению**

Задание выполняется одно по примеру, вариант задания – порядковый номер студента в ведомости.

Цель: освоение приемов работы в среде Excel при решении инженерных задач с применением языка программирования Visual Basic

Порядок выполнения работы.

При первом наборе задачи в Microsoft Excel проделать пункты настройки по приложению (приведено ниже)

1. Изучите выданную задачу.
2. Выполните математическое описание.
3. Разработайте алгоритм.
4. Разработайте программу для ЭВМ.
5. Выполните набор программы на ЭВМ и ее отладку.
6. Установите кнопку для запуска программы.
7. Выполните расчет.

### Задания к практическому занятию 1

1. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета площади окружности. Расчет провести с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Для проведения расчета на листе расположить кнопку.
2. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета площади треугольника. Расчет провести с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Для проведения расчета на листе расположить кнопку.
3. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формулы  $y = \frac{A + \sqrt[3]{B}}{C + D}$ . Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений  $x, y, z$ .
4. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формулы  $y = A * x^{2.5}$ . Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений  $x, y, z$ .
5. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формулы  $y = \frac{A + B * X}{C}$ . Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений  $x, y, z$ .
6. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формулы  $y = \frac{A + B * X}{C + D}$ . Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений  $x, y, z$ .
7. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формулы  $y = \frac{A + B * \sin X}{C + D}$ . Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений  $x, y, z$ .
8. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формул

$$a = 2^{-x} \sqrt{x + 4\sqrt{|y|}}, b = \sqrt[3]{e^{x-1/\sin z}}, \text{ при } x=3.981, y=-1.625, z=0.512$$

Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений  $x, y, z$ .

9. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формул

$$a = 2^{(y^x)} + (3^x)^y, b = \frac{|x-y| \left( 1 + \frac{\sin^2 z}{x+y} \right)}{e^{|x-y|} + \frac{x}{2}}, \text{ при } x=3.251, y=0.325, z=0.466$$

Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений  $x, y, z$ .

10. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формул

$$a = \frac{\sqrt{|x-1|} - \sqrt[3]{|y|}}{1 + \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4}}, b = x \left( \arctg z + e^{-(x+3)} \right), \text{ при } x=-0.622, y=3.325, z=5.541$$

Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений  $x, y, z$ .

11. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формул

$$a = \sqrt[4]{y + \sqrt[3]{x-1}}, b = |x-y| (\sin^2 z + \tg z), \text{ при } x=17.421, y=10.365, z=0.828$$

Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений  $x, y, z$ .

12. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формул

$$a = \frac{y^{x+1}}{\sqrt[3]{|y-2|+3}} + \frac{x+y/2}{2|x+y|}, b = (x+1)^{-1/\sin z}, \text{ при } x=1.625, y=-15.4, z=0.252$$

Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений  $x, y, z$ .

13. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формул

$$a = \frac{x^{y+1} + e^{y-1}}{1+x|y-\tg z|}, b = 1 + |y-x| + \frac{|y-x|^2}{2} + \frac{|y-x|^3}{3}, \text{ при } x=0.244, y=0.869, z=-0.166$$

Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений  $x, y, z$ .

14. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формул

$$a = \frac{2\cos(x-\pi/6)}{\frac{1}{2} + \sin^2 y}, b = 1 + \frac{z^2}{3+z^2/5}, \text{ при } x=1.426, y=-1.220, z=3.5$$

Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений  $x, y, z$ .

15. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формул

$$a = \frac{\sqrt[3]{8+|x-y|^2+1}}{x^2+y^2+2}, b = e^{|x-y|} (\tg^2 z + 1)^x, \text{ при } x=-4.500, y=0.750, z=0.845$$

Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений x,y,z.

16. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формул

$$a = |\cos x + \cos y|^{1+2\sin^2 y}, b = 1 + z + \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} + \frac{z^4}{4}, \text{ при } x=0.400, y=-0.875, z=-0.475$$

Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений x,y,z.

17. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формул

$$a = \ln\left(y^{-\sqrt{|x|}}\right)\left(x - \frac{y}{2}\right), b = \sin^2 \arctg z, \text{ при } x=-15.246, y=4.642, z=20.001$$

Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений x,y,z.

### Пример задачи 1. Расчета площади прямоугольника

Последовательность действий будет следующей.

1. На листе «Лист1» располагаем вводные данные и готовим место для вывода результатов:

- увеличиваем ширину столбца А – навести курсор на линию между А и В, нажать левую кнопку мыши и потянуть;
- объединяем в первой строке ячейки А1 и В1 – выделить мышью эти ячейки и щелкнуть по кнопке «Объединить и поместить в центре» на панели «Форматирование»;
- вводим обозначение параметров и размеры сторон в виде

	А	В
1	Вычисление площади прямоугольника	
2	Ширина прямоугольника, м	4
3	Длина прямоугольника, м	10
4	Площадь, м <sup>2</sup>	

2. Вызываем на экран панель *Visual Basic* (если она отсутствует):

- курсор мыши на любую из имеющихся панелей;
- щелчок правой кнопкой, щелчок по *Visual Basic* (на экран выведется панель рис. 1).



Рис. 1.

3. Записываем заготовку для основной подпрограммы:

- щелчок по кнопке «Запись макроса» на панели *Visual Basic*;
- вписываем название основной процедуры «Прямоугольник» в окно «Имя макроса», щелчок по «ОК» (рис. 2);

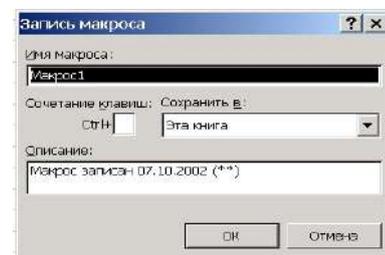
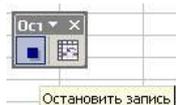


Рис. 2. Окно записи макроса

- щелчок по кнопке «Остановить запись» на появившейся дополнительной панели (рис. 3) или на панели *Visual Basic*. (на ней кнопка «Запись» заменится кнопкой «Остановить запись»).



Р

### 4. Переходим в окно редактора *Visual Basic*:

- щелчок по кнопке «Редактор» на панели *Visual Basic* – на экране должно появиться окно, показанное на рис. 4;
- если на экране отсутствует окно проекта, то его необходимо открыть *View*→*Project Explorer* (Вид→Окно проекта);

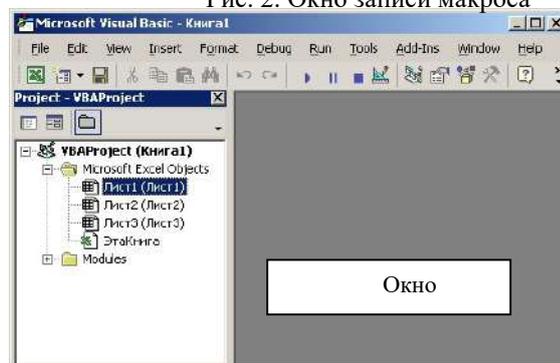


Рис. 4.

- щелчок по папке «Модули» (*Modules*);
- двойной щелчок по «Модуль1» (*Module1*).

**5. Выполняем набор с клавиатуры кода программы** (в отдельные подпрограммы выделен ввод данных и расчет, процедура «Прямоугольник» использована как общая для вызова остальных процедур, передача данных выполнена через аргументы).

```
Option Explicit
Sub Прямоугольник()
    Dim A, B
    Call Ввод(A, B)
    Call Расчет(A, B)
End Sub
Sub Ввод (A, B)
    A = Worksheets("Лист1").Range("B2")
    B = Worksheets("Лист1").Range("B3")
End Sub
Sub Расчет(A, B)
    Dim S
    S = A * B
    Worksheets("Лист1").Range("B4") = S
End Sub
```

При наборе необходимо освоить копирование строк:

- текстовый курсор (вертикальная мигающая черточка) навести на начало копируемой строки клавишами с изображением стрелок или щелчком мыши;
- нажать Shift и не отпуская ее выделить нужный участок (если не всю строку то нажатиями на клавишу с стрелкой → на клавиатуре, если одну строку, то нажать клавишу End, если несколько строк, то клавишей со стрелкой ↓) – выделенный участок выделится темным цветом;
- отпустить Shift;
- нажать Cntr и не отпуская клавишу Insert;
- навести текстовый курсор на место, куда должна быть скопирован фрагмент;
- нажать Shift и не отпуская клавишу Insert.



Рис. 5

## 6. Выполняем отладку программы:

- компиляция - *Debug*→*Compile VBAProject* (Отладка→Компиляция) – при обнаружении ошибок появится соответствующее сообщение,
  - при обнаружении не определенной переменной появится сообщение (рис.5), неизвестная переменная выделится синим цветом;
  - при отсутствии вызываемой процедуры сообщение по рис. 6;

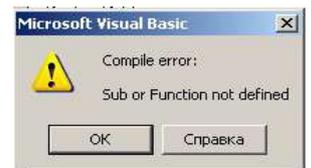


Рис. 6

- пошаговое выполнение – наводим курсор на основную программу (на строку *Sub Прямоугольник*), нажатиями кнопки *F8* на клавиатуре прогоняем желтую полосу по всем строкам программы. После завершения отладки на листе *Excel* в ячейке "B4" должно появиться значение 40. При проверке процедуры «Ввод» после прохождения строки *В=...*, но еще до выхода из этой процедуры, т.е. полоса на *End Sub*, проверяем получаемые с листа *Excel* значения (наводим и задерживаем курсор на «А» - должно появиться желтое поле со значением А). При проверке процедуры «Расчет» аналогично проверяем, передаются ли значения переменных между подпрограммами.

## 7. Устанавливаем кнопку управления для запуска программы:

- переходим из редактора на лист *Excel* (можно щелкнуть по значку *Microsoft Excel* строки задач *Windows*);
- вызываем на экран панель «Формы» (курсор на любую панель инструментов, щелчок правой кнопки мыши, щелчок левой кнопкой по строке «Формы»);
- щелчок по изображению кнопки на панели «Формы»;
- щелчок по свободному месту листа;
- в окне «Назначить макрос объекту» щелчок по наименованию «Прямоугольник»;
- щелчок по кнопке «ОК»;
- щелчок по полю внутри кнопки, удаляем «Кнопка1» и набираем слово «Расчет»;

- щелчок по листу *Excel* вне кнопки – должны исчезнуть маркеры вокруг кнопки.
- 8. Проверяем работу программы:**
- наводим курсор на ячейку «B2» и с клавиатуры вводим 6, нажимаем “Enter”;
  - щелчок по установленной кнопке «Расчет» - в ячейке «B4» должно появиться 60.

## 9. Сохраняем программу – обязательно выбрать тип «С поддержкой макросов»

### 4.2. ПРАКТИЧЕСКОЕ занятие № 2.

## ОСВОЕНИЕ ПРОГРАММИРОВАНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ АЛГОРИТМОВ

### Подготовка к занятию.

3. Изучить лекцию 2.
4. Изучить пример 2. Программа расчета синусоиды (приведен ниже)

### Вопросы для зачета по практической работе

12. Порядок составления алгоритма
13. Приведите операторы для организации циклов
14. Приведите операторы ветвления
15. Из каких соображений определено количество подпрограмм в разработанной программе?
16. Поясните работу каждой программной единицы.
17. Как обеспечивается передача данных с листа ввода данных в программный модуль?
18. Как обеспечивается вывод результатов расчета на лист в табличной форме?
19. Пояснить назначение строк программы.
20. Как выполнить набор программы?
21. Как выполнить отладку программы?
22. Как организовать независимость расположения ячеек с исходными данными от кода программы?
23. Как расположить элементы управления на листе Excel

### Указания к выполнению

Задание выполняется одно по примеру, вариант задания – порядковый номер студента в ведомости.

Цель: освоение приемов работы в среде Excel при решении инженерных задач с применением языка программирования Visual Basic

#### Порядок выполнения работы.

8. Изучите выданную задачу.
9. Выполните математическое описание.
10. Разработайте алгоритм.
11. Разработайте программу для ЭВМ.
12. Выполните набор программы на ЭВМ и ее отладку.
13. Установите кнопку для запуска программы.
14. Выполните расчет.

### Задания к практическому занятию 2

#### Задание 2.1

Функция задается выражениями

$$Y=A+B \cdot x, \text{ при } x < X_1$$

$$Y=C+D \cdot x^2, \text{ при } X_1 \leq x < X_2$$

$$Y=E+F/x, \text{ при } X_2 \leq x$$

Составить алгоритм и программу для расчета функции, вывода на лист Excel таблицы результатов при изменении аргумента от  $X_{\min}$  до  $X_{\max}$  N раз, а также минимального и максимального значений функции и соответствующих значений аргументов. Мастером диаграмм построить график зависимости  $Y=f(x)$

### Задание 2.2

Функция задается выражениями

$$Y=A+B\sin(x), \text{ при } x < X_1$$

$$Y=C+D\cos(x), \text{ при } X_1 \leq x < X_2$$

$$Y=E+F \cdot x, \text{ при } X_2 \leq x$$

Составить алгоритм и программу для расчета функции, вывода на лист Excel таблицы результатов при изменении аргумента от  $X_{\min}$  до  $X_{\max}$  N раз, а также минимального и максимального значений функции и соответствующих значений аргументов. Мастером диаграмм построить график зависимости  $Y=f(x)$

### Задание 2.3

Функция задается выражениями

$$Y=A+B \cdot x - C \cdot X^3 - D \cdot \cos(x)$$

Составить алгоритм и программу для расчета функции, вывода на лист Excel таблицы результатов при изменении аргумента от  $X_{\min}$  до  $X_{\max}$  N раз, найти корень уравнения. Мастером диаграмм построить график зависимости  $Y=f(x)$

### Задание 2.4

Функция задается выражениями

$$Y=A+B \cdot x - C \cdot x^2 - D \cdot \sin(x)$$

Составить алгоритм и программу для расчета функции, заполнения таблицы результатов при изменении аргумента от  $X_{\min}$  до  $X_{\max}$  N раз, поиска корня уравнения. Мастером диаграмм построить график зависимости  $Y=f(x)$

### Задание 2.5

Функция задается выражениями

$$Y=A+B/x, \text{ при } x < X_1$$

$$Y=C+D \cdot x^2, \text{ при } X_1 \leq x < X_2$$

$$Y=E+F \cdot x, \text{ при } X_2 \leq x$$

Составить алгоритм и программу для расчета функции, заполнения таблицы при изменении аргумента от  $X_{\min}$  до  $X_{\max}$  N раз, поиска корня уравнения. Мастером диаграмм построить график зависимости  $Y=f(x)$

### Задание 2.6

Функция задается выражениями

$$Y=A+B/x, \text{ при } x < X_1$$

$$Y=C+D \cdot x^2, \text{ при } X_1 \leq x < X_2$$

$$Y=E+F \cdot x, \text{ при } X_2 \leq x$$

Составить алгоритм и программу. Рассчитать значение функции при изменении аргумента от  $X_{\min}$  до  $X_{\max}$  с шагом  $\Delta x$ . Вывести на лист Excel в таблицу результатов каждого 10 рассчитанного значения функции и соответствующего значения аргумента. Мастером диаграмм построить график зависимости  $Y=f(x)$

### Задание 2.7

Функция задается выражениями

$$Y=A+B/x, \text{ при } x < X_1$$

$$Y=C+D \cdot x^2, \text{ при } X_1 \leq x < X_2$$

$$Y=E+F \cdot x, \text{ при } X_2 \leq x$$

Составить алгоритм и программу. Рассчитать значение функции при изменении аргумента от  $X_{\min}$  до  $X_{\max}$  с шагом  $\Delta x$ . Вывести на лист Excel в таблицу результатов по 10 строк рассчитанных значения функции и соответствующих значений аргументов (количество вычислений на каждом участке должно быть во много раз больше 10). Мастером диаграмм построить график зависимости  $Y=f(x)$

### Задание 2.8

Функция задается выражениями

$$Y=A+B \cdot x, \text{ при } x < X_1$$

$$Y=C+D \cdot x^2, \text{ при } X_1 \leq x < X_2$$

$$Y=E+F/x, \text{ при } X_2 \leq x$$

Составить алгоритм и программу для расчета функции и построения графика отрезками из программы при изменении аргумента от  $X_{\min}$  до  $X_{\max}$  N раз

### Задание 2.9

Функция задается выражениями

$$Y=A+B \sin(x), \text{ при } X < X_1$$

$$Y=C+D \cos(x), \text{ при } X_1 \leq x < X_2$$

$$Y=E+F \cdot x, \text{ при } X_2 \leq x$$

Составить алгоритм и программу для расчета функции и построения графика отрезками из программы при изменении аргумента от  $X_{\min}$  до  $X_{\max}$  N раз

### Задание 2.10

Функция задается выражениями

$$Y=A+B \cdot x - C \cdot x^3 - D \cdot \cos(x)$$

Составить алгоритм и программу для расчета функции, построения графика отрезками из программы при изменении аргумента от  $X_{\min}$  до  $X_{\max}$  N раз, для графика вывести сетку и проградировать ее.

### Задание 2.11

Функция задается выражениями

$$Y=A+B \cdot x - C \cdot x^2 - D \cdot \sin(x)$$

Составить алгоритм и программу для расчета функции, построения графика отрезками из программы при изменении аргумента от  $X_{\min}$  до  $X_{\max}$  N раз, поиска корня уравнения

### Задание 2.12

Функция задается выражениями

$$Y=A+B/x, \text{ при } X < X_1$$

$$Y=C+D \cdot x^2, \text{ при } X_1 \leq x < X_2$$

$$Y=E+F \cdot x, \text{ при } X_2 \leq x$$

Составить алгоритм и программу для расчета функции, построения графика отрезками из программы при изменении аргумента от  $X_{\min}$  до  $X_{\max}$  N раз, поиска корня уравнения.

### Задание 2.13

Функция задается выражениями

$$Y=A \cos(x), \text{ при } x < X_1$$

$$Y=C \sin(x), \text{ при } X_2 \leq x$$

Составить алгоритм и программу для расчета функции, построения графика отрезками из программы при изменении аргумента от  $X_{\min}$  до  $X_{\max}$  N раз

## ПРИМЕР 2. ПРОГРАММА ПОВТОРЯЮЩИХСЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ С ВЫВОДОМ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Рассмотрим также очень простую программу вычисления данных для построения синусоиды. При использовании *Excel* график может быть построен мастером диаграмм, но при этом требуется таблица данных в виде двух столбцов – аргумента  $x$  и функции  $y=\sin(x)$ .

**Анализ задачи.** Для проведения вычислений на листе *Excel* должны располагаться исходные данные и на этот же лист в виде таблицы должны быть выведены результаты. При вычислении таблицы необходимо организовать изменение аргумента (угла)  $N$  раз от минимального значения  $x_{\min}$  до максимального значения  $x_{\max}$  и для каждого значения аргумента вычислить  $y=\sin(x)$ . В алгоритмических языках повторяющиеся вычисления принято заключать в цикл. При этом не требуется  $N$  раз набирать формулы, кроме того, при использовании циклов программа приобретает универсальность. Какое значение  $N$  введет пользователь, столько раз и повторится цикл.

### **Форма ввода-вывода.**

Чистый лист *Excel* переименовываем: курсор мыши на ярлычок листа, щелчок правой кноп-

кой, переименовать, набрать с клавиатуры Синусоида.

По подобию примера оформляем лист и вводим исходные данные.

**Разработка алгоритма расчета.** Эта задача сложнее рассмотренной первой простейшей задачи, но и она опытным программистом может быть решена без предварительного составления алгоритма. Целью учебных занятий является обучение программированию и составлению алгоритмов, так как для решения более сложных задач обязательно потребуется умение составлять алгоритмы. Рассмотрим два варианта создания алгоритма: словесно-пошаговую (текстовую) и блок-схему.

1 вариант.

Ввести:  $N$  – количество вычислений,  $x_{\min}$   $x_{\max}$  минимальное и максимальное значение аргумента, ввод в градусах.

Вычислить шаг изменения переменной:  $dx = (x_{\max} - x_{\min}) / N$

Организовать повторение выполнения строк вычислений функции и вывода результатов при изменении аргумента от минимального до максимального с шагом  $dx$   $N$  раз. После каждого вычисления выводить в таблицу значения  $x$  и  $y$ .

2 вариант.

В этой задаче можно выделить подпрограммы ввода, расчета и вывода. Кроме того, для вызова этих подпрограмм должна быть еще одна подпрограмма. Таким образом, программа будет состоять из четырех подпрограмм. Передача данные между подпрограммами будет выполнена через аргументы.

Алгоритм будем составлять только для подпрограммы расчета, так подпрограммы ввода и вывода очень просты и не требуют составления алгоритма. На рисунке представлено два варианта алгоритма. На рис. 1, а цикл организован при изменении параметра цикла  $i$   $N$  раз, но при такой организации цикла потребуется в подпрограмме использовать две дополнительных строки  $x = x_{\min}$  и  $x = x + dx$ . В варианте по рис. 1, б задание начального значения и изменения аргумента выполняется в операторе цикла, поэтому дополнительных строк не нужно. При вычислении синуса в скобках выполнено деление на 57.3 чтобы перевести градусы в радианы (функции  $\sin$ ,  $\cos$  и др. на ал-

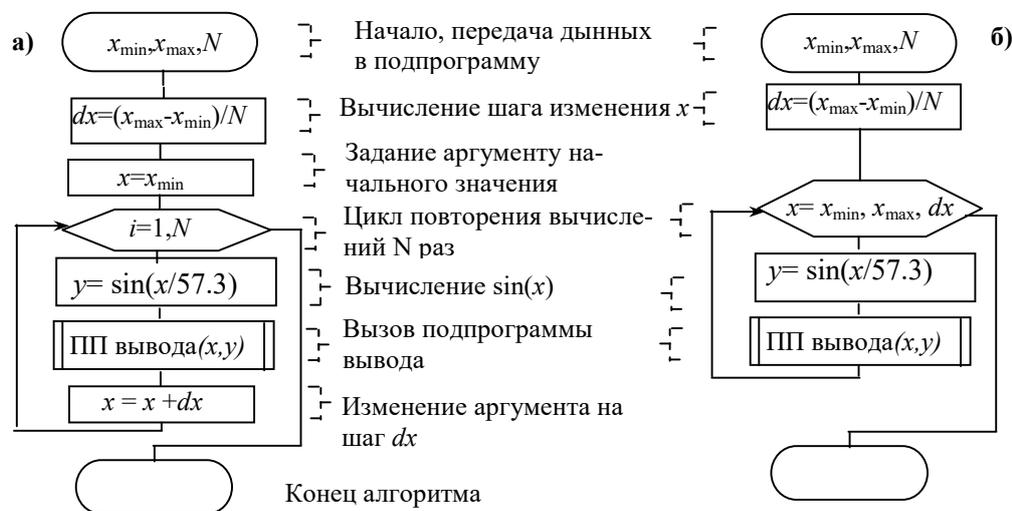


Рис. 1. Алгоритмы расчета с вычислением аргумента: а - отдельными операторами, б – алгоритмических языках берутся от аргумента в радианах).

**Разработка программы.** Подпрограмму ввода оформляем аналогично предыдущему примеру.

Подпрограмма расчета оформляется по составленному алгоритму по рис. 1, б.

Таблица 1. Соответствие блоков алгоритма строкам подпрограммы расчета

Блок алгоритма	Строки программы
	Sub Расчет(Xmin, Xmax, N).

Таблица 2. Назначение дополнительных строк и переменных подпрограммы расчета

i	Переменная для указания текущей строки таблицы при выводе данных
Dim dx, x, y, i	Описание переменных, тех, которые

$dx = (x_{\max} - x_{\min}) / N$	$dx = (X_{\max} - X_{\min}) / N.$
$x = x_{\min}, x_{\max}, dx$	For x = Xmin To Xmax Step dx Next x
$y = \sin(x/57.3)$	$y = \text{Sin}(x / 57.3)$
ПП вывода(x,y)	Call Вывод(x, y, i)
	End Sub

	не передаются через аргументы заголовка подпрограммы
i=8	Указание номера первой строки листа Excel, в которую будут выводиться результаты расчета. На листе примера первые 7 строк занято под исходные данные и заголовок, пустая для вывода 8 стр.

Подпрограмм вывода. Для вывода в таблицу должен быть использован адрес с использованием указания ячейки с помощью Cells. В скобках указывается на первом месте номер строки, а на втором номер столбца числом, а не именем столбца, т.е. вместо А используется цифра 1, вместо В – цифра 2 и т.д. Чтобы обеспечить заполнение таблицы результатов необходимо обеспечить изменение номера строки листа Excel для вывода очередной строки данных результатов. Поэтому для номера строки в адресе Cells должна быть использована вычисляемая переменная. Изменение строки на единицу выполняется строчкой  $i=i+1$ . В подпрограмме расчета использованы для хранения результатов переменные, а не массивы, поэтому вывод результатов должен быть осуществлен в процессе выполнения цикла расчета. Исходя из этого, строка вызова подпрограммы вывода включена в цикл после расчета функции. Задание начальной строки вывода  $i=8$  выполнено в подпрограмме расчета до цикла, внутрь цикла или в подпрограмму вывода эту строку вводить нельзя, так как после перевода строки оператором  $i=i+1$  строкой  $i=8$ , при расположении ее в цикле или в подпрограмме вывода будет происходить возврат вывода снова в 8-ю строку.

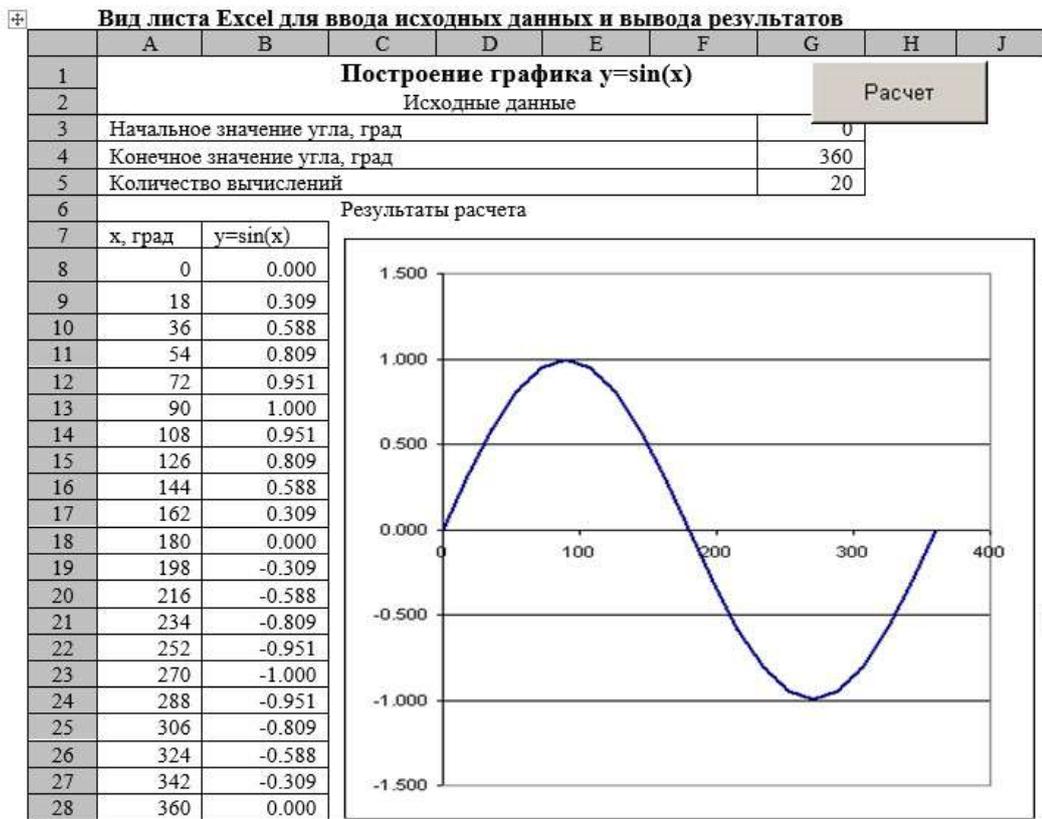
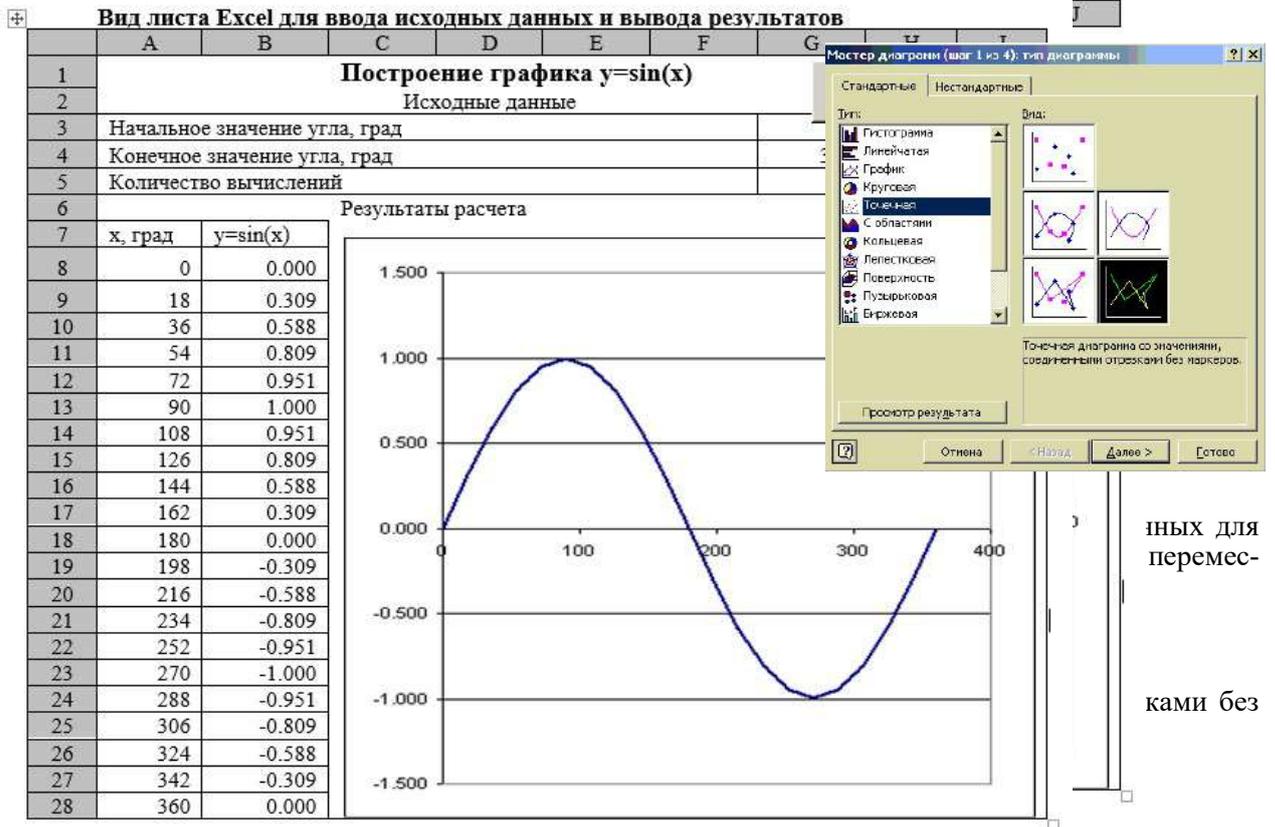
Программа расчета данных для построения синусоиды:

```
Option Explicit
Sub Синусоида()
  Dim Xmin, Xmax, N
  Call Ввод(Xmin, Xmax, N)
  Call Расчет(Xmin, Xmax, N)
End Sub
```

```
Sub Ввод(Xmin, Xmax, N)
  Xmin = Worksheets("Синусоида").Range("G3")
  Xmax = Worksheets("Синусоида").Range("G4")
  N = Worksheets("Синусоида").Range("G5")
End Sub
```

```
Sub Расчет(Xmin, Xmax, N)
  Dim dx, x, y, i
  i = 8
  dx = (Xmax - Xmin) / N
  For x = Xmin To Xmax Step dx
    y = Sin(x / 57.3)
    Call Вывод(x, y, i)
  Next x
End Sub
```

```
Sub Вывод(x, y, i)
  Worksheets("Синусоида").Cells(i, 1) = x 'Вывод в i-ю строку в 1-й столбец аргумента x
  Worksheets("Синусоида").Cells(i, 2) = y 'Вывод в i-ю строку во 2-й столбец y
```



#### 4.3. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 3.

#### РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ РАСЧЕТА ДЛИТЕЛЬНОСТИ ЦИКЛА

##### Задания

3.1. Определить скорость в начале внедрения бурового снаряда в породу . Буровой снаряд,

массой  $m$ , падает под собственным весом с высоты  $H_0$  и в конце хода наносит удар по забою скважины. Сопротивление при падении снаряда определяется по выражению  $F_c = K_v \cdot V^2$ , где  $K_v$  — коэффициент пропорциональности,  $V$  — скорость перемещения, м/с

3.2. Определить скорость в начале внедрения бурового снаряда в породу. Буровой снаряд, массой  $m$ , падает под собственным весом с высоты  $H_0$  и в конце хода наносит удар по забою скважины. Сопротивление при падении снаряда до глубины  $H_1$  определяется по выражению  $F_c = K_v \cdot V^2$ , где  $K_v$  — коэффициент пропорциональности,  $V$  — скорость перемещения, м/с, а ниже глубины  $H_1$  добавляется усилие сопротивления шлама (взвесь буровой мелочи в воде) по выражению  $F_{\text{см}} = k_1 + k_2 \cdot x$ , где  $x$  — расстояние от поверхности шлама,  $k_1, k_2$  — известные коэффициенты

3.3. Определить скорость ударника при движении его в нижнее положение на расстояние  $L_2$  и время перемещения. Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в верхнюю часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно  $P_0$ . Усилие сопротивления определяется по выражению  $F_c = K_v \cdot V^2$ , где  $K_v$  — коэффициент,  $V$  — текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния  $L_1$ , цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать)

3.4. Определить скорость ударника при движении его в верхнее положение на расстояние  $L_2$  и время перемещения. Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в верхнюю часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно  $P_0$ . Усилие сопротивления определяется по выражению  $F_c = K_v \cdot V^2$ , где  $K_v$  — коэффициент,  $V$  — текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния  $L_1$ , цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать)

3.5. Определить скорость и время перемещения ударника при горизонтальном движении на расстоянии  $L_2$ . Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в левую часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно  $P_0$ . После прохождения расстояния  $L_1$ , цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать).

3.6. Определить скорость при аварийном срыве с захватов бурового става в конце выбора слабины. Перед срывом имелась слабина каната  $\Delta L$ . Барабан лебедки расторможен. При падении на буровой став действует усилие сопротивления, изменяющегося по выражению  $F_c = k_1 + k_2 v^2$  ( $k_1, k_2$  — известные коэффициенты,  $v$  — текущее значение скорости).

Указания к выполнению

Задание выполняется одно по примеру, вариант задания — порядковый номер студента в ведомости.

Цель работы: освоение приемов работы в среде Excel при решении инженерных задач с применением языка программирования Visual Basic

Порядок выполнения работы.

15. Изучите формулировку выданной для выполнения задачи.
16. Выполните анализ задачи и составьте расчетную схему.
17. Выполните математическое описание в дифференциальной форме.
18. Выполните преобразование выражений в численную форму для решения на ЭВМ.
19. Разработайте вычислительный алгоритм.
20. Разработайте программу для ЭВМ.
21. Выполните набор программы на ЭВМ и ее отладку.
22. Выполните расчет и анализ полученных результатов.

#### Пример выполнения занятия

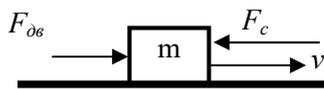


Рис. 1. Расчетная схема

Формулировка задачи. Определить время перемещения на расстояние  $L_0$  поршня-ударника массой  $m$  под действием постоянного движущего усилия  $F_{дв}$  и усилия сопротивления  $F_c$ . Ударник перемещается горизонтально.

Анализ задачи. В процессе решения задачи необходимо определять:

- текущее значение пути перемещения, чтобы его использовать в алгоритме для сравнения с заданным расстоянием;
- текущее значение скорости, для использования при расчете пути перемещения;
- время перемещения.

Расчетная схема механической системы показана на рис. 1. Практически все механизмы горных машин имеют одну степень свободы — обеспечивают или вращение рабочего органа вокруг его оси, или перемещение рабочего органа вдоль определенной линии. Поэтому для расчета текущего значения скорости пере-

мещения может быть использовано соответствующее уравнение движения.

Математическое описание.

Для механизмов поступательного движения с неизменной массой уравнение движения  $F_{дв} - F_c = m \cdot dv/dt$ , (1)

где  $F_{дв}$ ,  $F_c$  – движущее усилие и усилие сопротивления, действующие на ударник,  $m$  – масса,  $dv/dt$  – ускорение движения,  $v$  – скорость.

Движущее усилие определится по давлению сжатого воздуха и площади  $F_{дв} = P \cdot S$

Из выражения (1) может быть определена скорость. Для расчета пути перемещения  $X$  можно применить выражение, реализующее определение скорости (скорость – это первая производная пути по времени)  $v = dX/dt$ . (2)

Преобразование в численную форму.

Выражения (1)-(2) не могут быть использованы в программе непосредственно в дифференциальном виде. Они должны быть переведены в численную форму. Для преобразования применяют численные методы, наиболее простым из которых является метод Эйлера.

Суть метода Эйлера заключается в замене:  $dv/dt \rightarrow (v_{i+1} - v_i)/\Delta t$ ;  $dx/dt \rightarrow (x_{i+1} - x_i)/\Delta t$ , где  $v_{i+1}$ ,  $v_i$  – последующее и предыдущее значение скорости, определенные через шаг интегрирования  $\Delta t$ ;  $x_{i+1}$ ,  $x_i$  – последующее и предыдущее значение пути перемещения ударника, определенные через шаг интегрирования  $\Delta t$ .

При такой замене выражение (1) примет вид:  $F_{дв} - F_c = m \cdot (v_{i+1} - v_i)/\Delta t$ .

В этом выражении неизвестными являются  $v_{i+1}$ ,  $v_i$ . Для решения подобных выражений необходимо применять начальные условия. В начале движения скорость равна нулю  $v_i = 0$ , и в выражении остается только одна неизвестная. Таким образом, последующее значение скорости можно вычислить через предыдущее  $v_{i+1} = v_i + (F_{дв} - F_c) \cdot \Delta t / m$ ; (1')

Для расчета перемещения, после соответствующей подстановки, получим  $x_{i+1} = x_i + v_{i+1} \cdot \Delta t$ . (2')

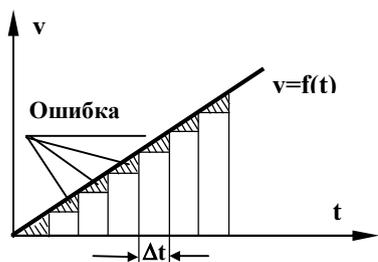


Рис. 2. Иллюстрация метода Эйлера

Время перемещения определяется суммированием  $\Delta t$  до тех пор, пока условие выполняется  $T_{i+1} = T_i + \Delta t$ . (3)

При решении на ЭВМ индексы в выражениях можно опустить и при этом не произойдет искажения смысла – определение последующего значения переменной по предыдущему значению. Графически метод Эйлера хорошо иллюстрируется на примере определения пути перемещения через график скорости (рис. 2). Из курса физики и теоретической механики известно, что путь это интеграл от скорости, а при графическом представлении – это площадь под линией интегрируемой функции. По выражению (2') выполняется суммирование прямоугольников, а заштрихованные треугольники показывают ошибку использования метода Эйлера для интегрирования. Рис. 2 показывает, что ошибка зависит от

шага интегрирования  $\Delta t$ , при уменьшении шага ошибка уменьшается. Для повышения точности расчетов желательно уменьшить шаг интегрирования, но при этом одновременно увеличится число вычислений, а значит и время вычислений, поэтому необходимо использовать «разумную точность». Зададим шаг 0.1 с, выполним расчет времени цикла, затем шаг уменьшим в 10 раз, повторно выполним расчет времени и сравним с предыдущим расчетом. Если относительная разница между ними будет существенной (больше одного процента), то шаг уменьшим еще, а если нет, то оставим последнее значение шага.

После исключения индексов выражения примут вид:

$$v = v + (F_{дв} - F_c) \cdot \Delta t / m; \quad (1'')$$

$$x = x + v \cdot \Delta t; \quad (2'')$$

$$T = T + \Delta t. \quad (3'')$$

Разработка вычислительного алгоритма.

Из рис. 2 следует, что определить путь перемещения при известном графике скорости за одно вычисление невозможно, потребуется обязательно выполнить вычисления  $v$ ,  $x$ ,  $T$  несколько раз. Для реализации повторяющихся вычислений в программе применим цикл. Блок-схема такого алгоритма будет изображена на рис. 3.

Алгоритм составлен в следующей последовательности.

- 1). В качестве условия выхода из цикла принимаем  $X < L_0$  и заносим его в элемент сравнения 4 в нижней части листа, на котором изображается алгоритм.
- 2). Введенное неравенство анализируем. Переменные, входящие в правые части вычисляемого выражения или в обе части логического должны быть обязательно определены.  $L_0$  является заданным значением расстояния, следовательно, эту переменную указываем в блоке ввода данных 1
- 3). Выше блока сравнения 4, для определения переменной  $X$ , присутствующей в логическом выражении, в алгоритм вводится выражение для вычисления пути  $x = x + v \cdot \Delta t$ . В правой части этого выражения должны быть определены переменные  $x$ ,  $v$ ,  $\Delta t$ . Шаг интегрирования  $\Delta t$  вводится в блоке ввода данных 1. Для

определения  $x$  используем начальное состояние ударника – в начале движения путь равен нулю, поэтому выражение  $x=0$  вводим в блок начальных условий 2.

4). Выше выражения расчета пути вводится выражение для расчета скорости  $v$ , необходимой для вычисления  $x$ ,  $v = v + (F_{0a} - F_c) \cdot \Delta t / m$ .

Для определения переменных правой части этого выражения добавляем в блок ввода данных 1:  $F_{0a}$ ,  $F_c$ ,  $m$ , и  $v=0$  - в блок начальных условий 2.

5). При формальном подходе для расчета параметра больше не требуется ни одного выражения и можно завершать цикл расчетов. Выражение для расчета времени  $T = T + \Delta t$  потребуется, когда будет решаться вопрос вывода результатов расчетов – значения  $T$ . Его можно ввести как выше выражения расчета скорости, так и ниже выражения расчета пути, но это выражение должно обязательно попасть в цикл. После ввода выражения для расчета времени в блок начальных значений добавляем условие  $T=0$ .

#### Разработка программы на ЭВМ.

На примере этой задачи освоим приемы программирования:

1. Реализацию составленного алгоритма программным кодом
2. Вывод данных в таблицу для последующего построения графика
3. Управление количеством выводимых в таблицу данных

При составлении сложного программного обеспечения применяют подход поэтапного составления программы и ее отладки. В данной задаче можно вначале решить задачу без вывода промежуточных данных (реализация составленного алгоритма), затем обеспечить вывод в таблицу всех данных, а затем освоить вывод с управлением количества выводимых строк.

#### Первый вариант программы – решение задачи без вывода промежуточных данных

На листе Excel формируем форму ввода-вывода. Для данной задачи она может иметь вид

	A	B	C	D	E	F
1	<b>Расчет времени перемещения элемента на заданное расстояние</b>					
2	Исходные данные					
3	1. Расстояние перемещения, м					1
4	2. Масса поршня, кг					20
5	3. Движущее усилие, Н					100
6	4. Усилие сопротивления, Н					10
7	5. Шаг интегрирования					0.001
8	Результаты расчеты					
9	1. Время перемещения, с					
10	2. Скорость в конце хода, м/с					
11	Время,с	Скорость, м/с	Путь,м			
12						

Программа составляется по разработанному алгоритму. Для упрощения отладки программу разбивают на отдельные подпрограммы по условию: каждая функция выполняется отдельной подпрограммой. В этой задаче можно выделить подпрограммы ввода и расчета. Наименования переменных желательно применять такие же, что и используются в математической модели. Для пояснений в программу введены комментарии. Передача данных между подпрограммами здесь выполнена через аргументы.

В нижней части алгоритма, представленного на рис. 3 выполняется проверка  $x < L_0$ . Если это условие выполняется, то должен быть выполнен возврат к расчету скорости  $v$ . В программе для осуществления возврата после какого-либо сравнения из нижней части алгоритма к верхней применим оператор цикла.

Первый вариант программы без вывода промежуточных данных представлен на рис. 4. После отладки и выполнения программы получим «Время перемещения = 0,667», «Скорость в конце хода = 3.0015».

#### Второй вариант программы - вывод промежуточных данных (дополним процедуру Расчет)

Вывод данных в таблицу выполняется с использованием указателя ячейки .Cells(номер строки, номер столбца). В этой задаче вывод времени осуществляется в столбец 1 (столбец A), скорости во 2, а пути в 3-й. Строки должны меняться, вначале вывод в 12, затем в 13 и т.д. Для указания строки введем переменную  $i$  (допишем ее в строке Dim V, X, T, i). Перед циклом присвоим ей начальное значение  $i = 12$ . Внутри цикла вставим строки для вывода. Чтобы график начинался с нулевой точки строки вывода вставим выше строк расчета. После вывода строк изменим строку  $i = i + 1$ , чтобы следующий вывод был на другую строку. Вид процедуры показан на рис. 5. Изменим исходные данные «Шаг интегрирования=0.1» и выполним расчет. В результате будет получено 7 строк в таблице. Изменим «Шаг интегрирования=0.01» и снова выполним расчет. В результате будет получено 66 строк в таблице. Таким образом, при решении задачи с малым шагом будут выводиться таблицы с большим количеством строк.

Построим график средствами Excel. Выделим три столбика с данными, щелкнем по кнопке «Мастер диаграмм», выберем «Точечная» и вид с соединением точек, щелкнем по «Готово».

Снова увеличим шаг до 0,1 и проведем перерасчет. В таблице останется 66 строк с данными, а график будет неверным. Это объясняется тем, что в таблице остались данные от предыдущего расчета. При выводе в таблицу вначале необходимо таблицу подготовить – очистить ячейки от предыдущих значений. Для этого

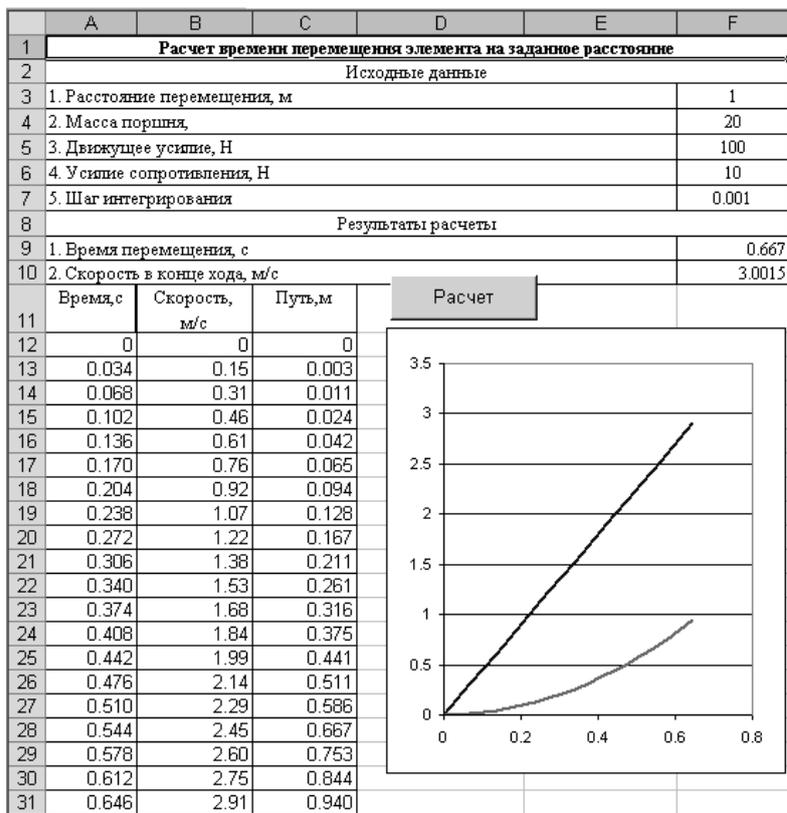
можно составить макрос и вызвать его в программе:

- выполнить щелчок по кнопке «Запись макроса» на панели инструментов *Visual Basic*;
- ввести наименование макроса, например «Очистка»;
- курсор мыши навести на ячейку «A12» и при нажатой левой кнопке выделить диапазон до ячейки «C100»;
- нажать клавишу «Delete»;
- выполнить щелчок мышью по ячейке «A12»;
- выполнить щелчок по кнопке «Остановить запись макроса»;
- перейти в программу и в основной процедуре ввести строку Call Очистка.

Третий вариант программы - вывод промежуточных данных через заданное число строк

Освоим вывод, например каждого 10-го вычисления. Идея, которая должна быть реализована: вывести результаты, затем выполнить расчет 9 раз без вывода результатов, и снова повторить эти этапы. Следовательно, вывод должен быть управляемым. Для управления используется оператор проверки If и он должен быть расположен перед выводом. Если мы рассматривает вывод каждого 10-го значения, то в условие организуем проверку достижения этого значения. Теперь решаем вопрос, а что сравнивать с этим числом. Анализ процедуры по рис. 5 покажет, что без дополнительной переменной не обойтись. Введем новую переменную j. Тогда строка проверки примет вид If j >= 10 Then. End If вставим после всех строк управления выводом. Решим вопрос по ее изменению. Чтобы вывести строку при нулевых значениях T,V,X первым значением j должно быть число не меньше 10, поэтому до цикла введем строку j=10. Если при таких изменениях запустить программу, то увидим, что ничего не изменилось, вывод будет всех строк. Это происходит потому, что j все время остается равным 10. Для того, чтобы прекратить вывод следующих за первой строк обнулим после вывода j=0. Но если после этого запустить программу, то в результате буде получена всего одна строка таблицы. Значит, после обнуления необходимо включить оператор определения количества вычислений, чтобы после 9 вывести строку j=j+1. На рис. 6 показана процедура этого варианта с процедурой «Очистка»

Четвертый вариант программы - вывод заданного числа промежуточных данных (любое количество расчетных данных должно выводиться в заданную заранее таблицу). Примем, что результаты должны поместиться в 20 строк. Чтобы правильно научиться составлять программы проще всего применять численные значения. Определим, через сколько вычислений надо выводить результаты, если количество вычислений 2000, а надо получить 20 строк. Очевидно через 100. Если вычислений 400, то выводить нужно через 20. Эти рассуждения позволяют сделать вывод, что вместо числа 10 (в процедуре на рис. 6) необходимо ввести вычисляемую переменную, например, dN и вычислять ее как  $dN=N/20$  (N – число вычислений). Значит, до вывода необходимо знать количество вычислений, а оно до тех пор, пока не просчитаем неизвестно. Как решить эту проблему? Ответ будет такой: вначале выполняем расчет без вывода промежуточных данных, определяем число вычислений, а затем после определения dN повторяем расчет с выводом данных. Эта идея реализуется организацией цикла выполнения расчетов два раза. Пример программы на рис. 7. В примере на рис. 7 строки, которые обеспечивают вывод данных в таблицу вынесены в отдельную процедуру. Это сделано для того,



**Рис. 8. Вид листа Excel**

чтобы операторы вывода не затрудняли восприятие процедуры расчета. Для случая, когда нужно выводить не 20, а иное число строк, заменяется число в операторе  $dN=N/20$

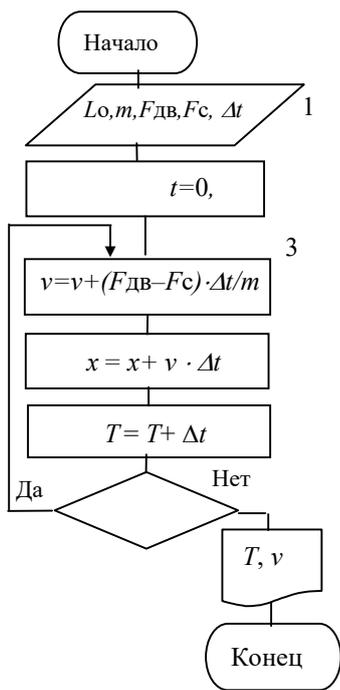


Рис. 3. Блок-схема алгоритма расчета времени перемещения

```

Option Explicit
Sub Разгон_до_макс_скорости()
  Dim Fdv, Fc, m, Lo, dt, I
  Call Ввод (Lo,m,Fdv,Fc,dt)
  Call Расчет(Lo,M,Fdv,Fc,dt)
End Sub
Sub Ввод(Lo,m,Fdv,Fc,dt)
  Lo=Worksheets("Лаб1").Range("F3")
  m=Worksheets("Лаб1").Range("F4")
  Fdv = Worksheets("Лаб1").Range("F5")
  Fc=Worksheets("Лаб1").Range("F6")
  dt = Worksheets("Лаб1").Range("F7")
End Sub
.Sub Расчет(Lo,M,Fdv,Fc,dt)
  Dim V, X, T
  T = 0 : V = 0 : X = 0
  While x < Lo
    V = V + (Fdv - Fc) * dt / M
    X = X + V * dt
    T = T + dt
  Wend
  Worksheets("Лаб1").Range("F9") = T
  Worksheets("Лаб1").Range("F10") = V
End Sub
  
```

Рис. 4. Вариант без вывода данных в табл.

```

Sub Расчет (Lo, M, Fdv, Fc, dt)
  Dim V, X, T, i
  T = 0: V = 0: X = 0
  i = 12
  While X < Lo
    Worksheets("Лаб1").Cells(i, 1) = T
    Worksheets("Лаб1").Cells(i, 2) = V
    Worksheets("Лаб1").Cells(i, 3) = X
    i = i + 1
    V = V + (Fdv - Fc) * dt / M
    X = X + V * dt
    T = T + dt
  Wend
  Worksheets("Лаб1").Range("f9") = T
  Worksheets("Лаб1").Range("f10") = V
End Sub
  
```

Рис. 5. Вариант с выводом всех данных в таблицу

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В.С.Шестаков. Оптимизация технических объектов. Учебное пособие. Изд. УГУ, Екатеринбург, 2016, 238 с.

**В. Т. Трапезников**

**Электрический привод горных машин**

**конспект лекций**

Екатеринбург 2018

## ВВЕДЕНИЕ

В течение продолжительного периода времени для привода общепромышленных механизмов и транспортных машин использовались паровые машины и двигатели внутреннего сгорания. Основными недостатками этих двигателей являются большие габариты и вес, сложность в обслуживании, невозможность использования индивидуального и взаимосвязанного привода и низкий КПД.

Несомненные преимущества использования электрической энергии перед другими привело к тому, что основным типом двигателя в промышленности в настоящее время является электрический двигатель. Работы по электрификации промышленных предприятий в России начались в 20-е годы прошлого столетия в соответствии с планом ГОЭЛРО. За 15 лет было введено в строй районных электростанций общей мощностью 4,5 миллионов кВт; в 1970 г. мощность электростанций составляла около 120 миллионов кВт.

Из основных преимуществ электрических двигателей перед другими следует отметить их высокий КПД, который составляет  $98 \div 99,5$  % для самых мощных двигателей, для двигателей мощностью 10 Вт он составляет  $20 \div 40$  %; КПД паровой машины не превышает 8 %, а мощной паровой турбины – 30 %.

Возможность передачи электрической энергии на большие расстояния с малыми потерями, удобство распределения её между потребителями, простота в обслуживании и управлении обусловили повсеместное использование электрических двигателей во всех отраслях промышленного производства.

Внедрение электропривода оказало существенное влияние на конструкцию рабочих машин. Прежде всего, это привело к отказу от группового привода, в котором от одного двигателя с помощью трансмиссии движение получала

группа рабочих машин. Это позволило существенно упростить управление приводом, повысить безопасность работ, а также – вести технологический процесс (например, обработку детали) на оптимальных скоростях.

Основное назначение электропривода – приводить в движение исполнительный орган рабочей машины. Однако современный электропривод выполняет более сложную задачу: оптимальное управление технологическим процессом; пуск и торможение с заданным ускорением и замедлением; плавное изменение скорости в определенном диапазоне регулирования; преодоление кратковременных перегрузок и защиту электродвигателя от аварийных режимов работы.

Выполнение перечисленных требований осуществляется с помощью использования специальных двигателей, получающих питание от преобразователей различного типа. Из специальных двигателей, используемых в настоящее время в промышленности, следует отметить шаговые двигатели, линейные асинхронные двигатели, двигатели постоянного тока с постоянными магнитами, вентильные двигатели и т. д.

Преобразователи электрической энергии можно разделить на электромашинные и вентильные. Вентильные (тиристорные и транзисторные) преобразователи являются наиболее перспективными, поскольку обладают большим быстродействием, меньшими габаритами и весом, более высоким КПД по сравнению с электромашинными. Однако наряду с достоинствами вентильный привод обладает рядом недостатков, основными из которых являются сравнительно высокая стоимость, недостаточная в производственных условиях (температура, вибрация, наличие агрессивной среды) надежность, чувствительность к перегрузкам по току, отрицательное влияние преобразователей на сеть и низкий коэффициент мощности. Создание достаточно надежного и экономически целесообразного плавно-регулируемого электропривода остается актуальной задачей электротехнической промышленности до настоящего времени.

# 1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ЭЛЕКТРОПРИВОДЕ

## 1.1. Определение понятия “электропривод”

Одним из основных элементов производственного агрегата является привод, назначение которого – приводить в движение рабочий орган машины. Привод состоит из двигателя и передаточного механизма (редуктора). На различных этапах развития производительных сил использовались ветряные и водяные двигатели, паровые машины, двигатели внутреннего сгорания и электрические двигатели. Несравненные преимущества электрической энергии привели к тому, что основным видом привода в настоящее время является электрический привод, или электропривод.

Электроприводом называется электромеханическое устройство, предназначенное для электрификации и автоматизации рабочих процессов, состоящее из преобразовательного, электродвигательного, передаточного и управляющих устройств. Преобразовательное и передаточное устройства в отдельных случаях могут отсутствовать. В зависимости от способа распределения механической энергии от электродвигателя к исполнительным органам производственных машин все электроприводы делятся на три основных типа: групповой, индивидуальный и взаимосвязанный. Групповым электроприводом называется такой электропривод, в котором исполнительные органы нескольких энергетических машинных устройств приводятся в движение одним электродвигателем. Необходимым элементом такого привода является трансмиссия, с помощью которой движение передается на группу рабочих машин, поэтому такой привод иногда называют трансмиссионным. Вследствие своего технического несовершенства (сложность кинематической цепи, громоздкость, низкий КПД и т. д.) этот тип привода в настоящее время почти не применяется. Он уступил место индивидуальному и взаимосвязанному электроприводам.

Индивидуальный электропривод – это такой электропривод, в котором исполнительные органы одного энергетического машинного устройства приводятся в движение одним электродвигателем. Индивидуальный привод нашел широкое применение в простых установках небольшой мощности, таких, как сверлильный станок, простейший металлообрабатывающий станок, насосы, вентиляторы, лебедки и т.д. Обычно для данного типа привода применяются двигатели общепромышленного назначения, однако иногда применяются специальные двигатели (фланцевые или встроенные), такой привод называется индивидуальным. Индивидуальный электропривод позволяет существенно упростить кинематическую схему рабочей машины, уменьшить ее габариты, вес, увеличить надежность ее работы, КПД и улучшить качество продукции за счет ведения технологического процесса на оптимальных режимах. В настоящее время это самый распространенный тип привода.

Взаимосвязанным электроприводом называется такой электропривод, в котором каждый исполнительный орган энергетического машинного устройства приводится в движение одним или несколькими электродвигателями. Такие электроприводы применяются в сложных металлообрабатывающих станках, прокатных станах, экскаваторах, буровых установках. Данный тип привода включает в себя две интерпретации: во – первых, это привод для создания движения исполнительного органа по различным координатам (например, в сложных металлообрабатывающих станках существует механизм резания и механизм подачи; в экскаваторах – механизмы напора, подъема и поворота; в буровых станках – механизм вращателя и механизм подачи бурового инструмента на забой скважины); во – вторых, это привод, в котором один и тот же исполнительный орган приводится в движение несколькими двигателями (например, в механизмах поворота мощных экскаваторов, конвейеров большой протяженности и т. д.).

Кроме приведенной, существуют следующие классификации типов электроприводов:

- 1) по видам движения исполнительных органов (вращательного, поступательного, непрерывного и дискретного движения);
- 2) по видам передаточных устройств (редукторный, безредукторный);
- 3) по роду тока (постоянного и переменного тока);
- 4) по видам преобразовательных устройств (электромашинные, дроссельные, вентильные и т.д.);
- 5) по степени управления (односкоростные, многоскоростные, полностью управляемые и частично управляемые);
- 6) по уровню автоматизации (неавтоматизированный, автоматизированный, автоматический);
- 7) по видам усилительных элементов (с релейно-контакторным управлением, с электромашинным управлением, с бесконтактным управлением).

Поскольку питание электроустановок осуществляется от сети трехфазного переменного тока с постоянными значениями частоты и амплитуды напряжения, то для обеспечения необходимых статических и динамических свойств электроприводов необходимо применять преобразовательные устройства, которые преобразуют переменное напряжение сети в постоянное или также в переменное, но другой частоты и амплитуды. В настоящее время в промышленности используются электромашинные преобразователи (система генератор – двигатель), дроссельные преобразователи постоянного и переменного тока, вентильные (тиристорные и транзисторные) .

Для обеспечения плавного пуска и торможения привода, регулирования скорости, а также для защиты двигателя от ненормальных режимов работы служит система управления электроприводом. Система управления содержит датчики, командоаппараты и реле защиты и управления.

В общем случае электропривод содержит все четыре указанных устройства: преобразователь, двигатель, редуктор и систему управления, однако в отдельных установках могут отсутствовать преобразователь и передаточное устройство, а система управления предельно упрощается, например, в электроприводе маслонасоса трехфазный асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором управляется с помощью кнопочного поста и магнитного пускателя.

## **1.2. Основные направления в развитии электропривода**

Несомненные преимущества электропривода по сравнению с другими видами приводов (высокая надежность, большой срок службы, небольшие габариты и вес, простота управления, возможность полной механизации и автоматизации производственного процесса, широкий диапазон регулирования скорости и др.) привели к тому, что электропривод занял главенствующее место во всех отраслях промышленности, сельском хозяйстве, строительстве и в быту. Развитие электропривода обуславливает новые области его применения в народном хозяйстве; основной тенденцией развития электропривода можно считать расширение области его применения.

Следующим направлением в совершенствовании электропривода является отказ от группового и развитие индивидуального и многосвязанного электропривода, при этом существенно упрощается кинематическая схема, уменьшаются габариты и вес промышленного агрегата, увеличивается КПД установки и улучшается качество продукции за счет работы на оптимальных (по технологическим требованиям) скоростях вращения вала рабочей машины. Дальнейшее развитие индивидуального электропривода приводит к созданию электроорудия, когда двигатель и исполнительный орган машины

представляют единое целое. Примером электроорудия может служить двигатель-ролик, применяемый в металлургической промышленности для перемещения слитков металла.

Расширение области применения электроприводов требует повышения его надежности, экономичности, снижения габаритов и веса, повышения КПД; совершенствуются и создаются новые электрические двигатели (шаговые, линейные и вентильные). Разработана новая серия двигателей постоянного тока с гладким якорем, имеющих восьмикратную перегрузочную способность и высокое быстродействие.

Современная промышленность требует от приводов большого диапазона скоростей от нескольких оборотов в минуту (лентопротяжные механизмы регистрирующих приборов) до сотен тысяч оборотов в минуту (центрифуги). Значительное количество промышленных установок требует плавного регулирования угловой скорости с высокой степенью точности и в большом диапазоне, в связи с этим стоит задача увеличения диапазона регулирования угловой скорости, что позволит упростить конструкцию рабочей машины, повысить ее производительность и качество продукции. Здесь намечено два пути развития: электродвигатель постоянного тока, получающий питание от управляемого статического преобразователя, и электропривод с бесколлекторным двигателем с питанием от статического преобразователя частоты. В настоящее время разработаны и широко применяются в практике преобразователи постоянного и переменного тока, построенные на полупроводниковых приборах – тиристорах.

Наиболее прогрессивным путем развития электропривода в настоящее время является использование автоматизированного электропривода, представляющего собой сложную электромеханическую систему, которая может управлять механизмами огромной мощности (до нескольких десятков тысяч киловатт). Системы управления таких приводов часто содержат ЭВМ,

что позволяет увеличить производительность, улучшить качество продукции и сократить обслуживающий персонал.

В соответствии с требованием промышленной практики развитие электропривода идет как в сторону увеличения единичной мощности привода, так и в сторону создания карликовых приводов. Наряду с двигателями в десятки тысяч киловатт (для привода мощных насосов, вентиляторов аэродинамических труб и т.д.) используются двигатели мощностью до 1 Вт.

Большой вклад в развитие электропривода внесли русские и советские ученые. В 1834 г. русский академик Якоби Б. С. построил и испытал первый электродвигатель постоянного тока, основанный на принципе вращательного движения и предназначенный для практической работы. Якоби Б. С. разработал конструкцию коллектора, которая сохранилась почти в неизменном виде до наших дней. Якоби Б. С. занимался также вопросами, касавшимися эксплуатационных характеристик электрической машины, и в особенности ее КПД. Выявилось, что работа электродвигателя неразрывно связана с условиями его питания. Чтобы проверить свой электродвигатель в работе, Якоби Б. С. применил его для движения судов. Первый электроход начал плавать по Неве в 1838 г. Двигатель развивал мощность около 1 л. с., питание осуществлялось от гальванических батарей; электроход вмещал 12 – 14 человек и развивал скорость около 4 км/ч против течения. Привод, предложенный Якоби Б. С., не получил применения в промышленности из-за несовершенства электродвигателя и неэкономичности источника питания.

Первую установку переменного тока демонстрировал в 1878 г. Яблочков П. Н. для питания изобретенных им “свечей Яблочкова”. Созданный Яблочковым П. Н. генератор переменного тока был прообразом современной синхронной машины. Генератор Яблочкова П. Н. получил широкое применение и явился толчком для изучения явлений в цепях переменного тока. Инженер Доливо-Добровольский в 1889 – 1891 годах предложил и

обосновал несомненные преимущества системы трехфазного переменного тока; им в 1889 г. был изобретен трехфазный асинхронный двигатель, который получил широкое применение в промышленных странах Европы и Америки в конце прошлого века.

Мощность электродвигателей по отношению к общей мощности установленных двигателей составляла в 1890 г. 5 %, в 1927 г. 75 %, в настоящее время эта цифра практически равна 100 %.

Развитие электропривода в России началось после того, как в 1920 г. на VIII съезде Советов был принят план ГОЭЛРО. Большой вклад в теорию электропривода внесли советские ученые. Первым трудом по теории и практике электропривода явилась книга проф. Ринкевича С. А. “Электрическое распределение механической энергии”. Дальнейшее развитие теории электропривода нашло свое отражение в работе Попова В. К. “Применение электродвигателей в промышленности”, а также в трудах Аронова Р. Л., Голована А. Т., Морозова Д. П., Андреева В. П., Чиликина М. Г., Ключева В. И., Сандлера А. С. и других.

### **3. Особенности эксплуатации электрических двигателей**

Высокие технико-экономические показатели электрических машин, удобство преобразования и распределения электрической энергии по потребителям, возможность её передачи на большие расстояния, простота в управлении и обслуживании обусловило их повсеместное применение в промышленности, сельском хозяйстве и быту. Электрооборудование, в том числе и двигатели, должны надежно работать в сложных условиях: резкие перепады температуры, высокая влажность и запыленность воздуха, наличие химически агрессивных и взрывоопасных сред. При работе электрических двигателей в химически агрессивной и взрывоопасной среде (морские суда,

горные выработки, предприятия химической промышленности и т. д.) вредному влиянию подвергается не только изоляция обмоток двигателей, но и корпуса и валы двигателей, а также коробки передач и другое оборудование. Поэтому для бесперебойной работы электропривода необходимо уже при проектировании учитывать условия его эксплуатации и выбирать тип его исполнения, исходя из свойств окружающей среды. Например, для привода погружных насосов необходимо применять электродвигатели герметичного исполнения, для работы в жарких и пыльных помещениях – двигатели с принудительной вентиляцией. Необходимо учитывать, что при выборе типа электрооборудования необходимо исходить не только из технических условий его эксплуатации, но также принимать во внимание и экономические показатели. Применение электрооборудования, имеющего большую степень защиты от окружающей среды, чем это требуется по объективным условиям, приводит к увеличению габаритов и веса установки, а также к росту капитальных затрат.

Все электроаппараты подразделяются по степени их защиты от окружающей среды, конструктивно они имеют оболочки, предохраняющие обслуживающий персонал от соприкосновения с токоведущими или вращающимися частями и попадания внутрь посторонних тел и воды. Степень защиты обозначается латинскими буквами IP и двумя цифрами, первая из которых (от 0 до 6) указывает на степень защиты персонала и от попадания твердых тел, а вторая (от 0 до 8) – степень защиты от проникновения влаги. Например, электродвигатели, работающие в пыльных и влажных помещениях, имеют исполнение IP54, а на морских судах – IP56; у погружаемых в воду электродвигателей исполнение IP57.

По способу охлаждения двигатели обозначают латинскими буквами IC с последующим кодом характеристики цепи охлаждения. Код состоит из прописной буквы, обозначающей вид хладагента (H – водород, F – фреон, W – вода и т. д.), буква опускается, если охлаждение производится воздухом.

Две последние цифры означают: первая (от 0 до 9) – тип и цепи для циркуляции хладагента, вторая (от 0 до 9) – способ его перемещения. Например, IC01 – с самовентиляцией (лопатки вентилятора находятся на валу); IC06 – с пристроенным вентилятором с собственным электродвигателем.

По исполнению электрические аппараты различают также в зависимости от климатических факторов и категории размещения при эксплуатации. Виды климатического исполнения обозначаются буквами: У – умеренный; Х – холодный; Т – тропический; О – для всех климатических районов на суше; М – с умеренно холодным морским климатом; ОМ – для неограниченного района плавания; В – на суше и на море для всех макроклиматических районов.

Категории размещения разбиты на пять групп, обозначаемых цифрами от 1 до 5. Категории 1 соответствуют двигатели, работающие на открытом воздухе; 2, 3, 4, и 5 – в помещениях, различающихся температурой и влажностью среды, условиями вентиляции и отопления помещения.

Кроме того, электродвигатели различают по роду тока (постоянного тока и переменного тока), по напряжению (до 1000 В и свыше 1000 В), по мощности (мелкие, малой мощности, средние, крупные и мощные), по скорости вращения (тихоходные до 250 об/мин, средней скорости до 1000 об/мин и быстроходные – более 1000 об/мин); по классу вибрации, уровню шума и другим признакам.

Основные требования, предъявляемые к современному приводу промышленных механизмов, можно сформулировать следующим образом. Привод должен обеспечивать надежную работу всех механизмов рабочей машины. Привод должен быть индивидуальным или многодвигательным и обеспечивать высокий диапазон и плавность регулирования скорости и иметь достаточное быстродействие и перегрузочную способность для обеспечения устойчивой работы механизма при кратковременных перегрузках.

Управление приводом должно быть безопасно в обслуживании, просто в исполнении и надежно в работе.

### **Контрольные вопросы**

1. Дать определение понятию “электропривод”.
2. Перечислить типы электроприводов, отличающихся по способу передачи механической энергии от двигателя производственной машины.
3. Назвать основные направления развития электропривода.
4. Назвать диапазон мощностей электродвигателей, используемых в промышленности.
5. Перечислить пути развития электропривода.
6. Назвать отечественных ученых, внёсших существенный вклад в развитие электропривода.

## 2. ОСНОВЫ МЕХАНИКИ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

### 2.1. Основное уравнение движения электропривода

Основной функцией электропривода является приведение в движение рабочего органа производственной машины. Для самого электродвигателя направление вращения не играет существенной роли; другое дело – производственная машина. Конвейерная лента, центробежный насос, валки дробилки, подъемный сосуд (при выемке полезного ископаемого) и т. д. должны иметь строго определенное направление движения. Ввиду этого одно из возможных направлений вращения вала электродвигателя следует считать за положительное, это же направление принимают за положительное и для других величин, характеризующих состояние электропривода (угол поворота, момент двигателя и т. д.). При совпадении направления момента и скорости вращения вала электрическая машина работает в двигательном режиме (потребляет из сети электрическую энергию и преобразует ее в механическую энергию на валу двигателя). Если же знаки момента и скорости не совпадают, то электрическая машина работает в тормозном режиме, т. е. потребляет механическую энергию с вала и преобразует ее в электрическую энергию.

Движение исполнительного органа производственной машины происходит под воздействием двух моментов: момента, развиваемого двигателем, и момента сопротивления, который возникает при взаимодействии исполнительного органа производственной машины с обрабатываемым материалом (рудой, углем, породой, металлом и т. д.).

По своему характеру моменты статического сопротивления бывают активными и реактивными. Активные моменты сопротивления вызываются потенциальными силами (силами веса, упругих деформаций при растяжении,

сжатии и кручении). Направление активного момента статического сопротивления не зависит от направления движения привода. Реактивный момент статического сопротивления вызывается силами трения и пластических (неупругих) деформаций; он всегда направлен навстречу движению. Таким образом, при изменении направления движения исполнительного органа рабочей машины реактивный момент меняет свое направление.

Исследование закона движения исполнительного органа машины производят на основе решения уравнения движения. Основное уравнение движения электропривода может быть получено на основе законов теоретической механики. Например, при поступательном движении исполнительного органа рабочей машины можно воспользоваться теоремой об изменении количества движения: производная по времени от количества движения равна сумме внешних сил, действующих на систему:

$$\frac{d}{dt}(m\bar{v}) = \sum \bar{F}, \quad (2.1)$$

где  $m$  – масса поступательно движущихся элементов, кг;

$v$  – скорость движения, м/с;

$\sum \bar{F} = \bar{F} - \bar{F}_{\text{н}}$  – сумма сил, действующих на систему (исполнительный

орган рабочей машины);

$\bar{F}$  – движущая сила, Н;

$\bar{F}_{\text{н}}$  – сила сопротивления движению, Н.

При постоянной массе выражение (2.1) принимает следующий вид:

$$\bar{F} - \bar{F}_{\text{н}} = m \frac{d\bar{v}}{dt}. \quad (2.2)$$

Выражение (2.2) называют основным уравнением привода при поступательном движении. Если направления движения и сил совпадают, то знаки векторов в выражении (2.2) опускают:

$$F - F_{\text{н}} = m \frac{dv}{dt} . \quad (2.3)$$

Более характерным для электропривода является вращательное движение. Основное уравнение при вращательном движении исполнительного органа может быть получено на основании теоремы об изменении момента количества движения; производная по времени от момента количества движения равна сумме моментов, действующих на систему:

$$\frac{dL}{dt} = \sum \overline{M} , \quad (2.4)$$

где  $L = J \cdot \omega$  – момент количества движения, Н·м·с;

$\sum \overline{M} = \overline{M} - \overline{M}_{\text{н}}$  – суммарный момент, действующий на систему, Н·м;

$\overline{M}$  – движущий момент, Н·м;

$\overline{M}_{\text{н}}$  – момент сопротивления, Н·м;

$J$  – момент инерции исполнительного органа, кг·м<sup>2</sup>;

$\omega$  – угловая скорость вращения исполнительного органа, рад/с.

При постоянном моменте инерции  $J = \text{const}$  выражение (2.4) принимает следующий вид:

$$\overline{M} - \overline{M}_{\text{н}} = J \frac{d\omega}{dt} . \quad (2.5)$$

Уравнение (2.5) называют основным уравнением при вращательном движении привода. Если направления моментов и угловой скорости вращения совпадают, то знаки векторов в выражении, (2.5) опускают:

$$M - M_{\text{н}} = J \frac{d\omega}{dt} . \quad (2.6)$$

Уравнение (2.6) может служить для анализа режима работы привода. Левая часть уравнения (2.6) представляет избыточный момент, а правая часть - динамический момент, направление которого всегда совпадает с направлением ускорения привода. В зависимости от знака динамического момента различают следующие режимы работы:

$$1. \quad M - M_{\bar{n}} > 0; \quad J \frac{d\omega}{dt} > 0 - \text{ускорение.}$$

$$2. \quad M - M_{\bar{n}} < 0; \quad J \frac{d\omega}{dt} < 0; \quad d\omega < 0 - \text{замедление.}$$

$$3. \quad M - M_{\bar{n}} = 0; \quad J \frac{d\omega}{dt} = 0; \quad d\omega = 0, \quad \omega = \text{const} - \text{установившийся режим работы привода.}$$

В уравнение (2.6) входит момент инерции исполнительного органа машины  $J$ . Под моментом инерции тела относительно оси, проходящей через центр тяжести, понимают сумму произведений элементарных масс на квадрат их расстояния до оси вращения  $0$ , взятую для всей массы тела  $m_{\bar{i}}$ :

$$J_0 = \sum m_i r_i^2. \quad (2.7)$$

Для тела с непрерывным распределением масс:

$$J_0 = \int_0^{m_i} r^2 dm. \quad (2.8)$$

Если ось вращения  $A$  не проходит через центр тяжести, то момент инерции определяют из выражения:

$$J_A = J_0 + m_{\bar{i}} l^2, \quad (2.9)$$

где  $J_A$  - момент инерции относительно оси  $A$ ;

$J_0$  - момент инерции относительно центра тяжести  $0$ ;

$m_{\bar{i}}$  - полная масса тела;

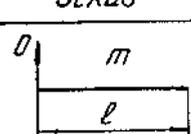
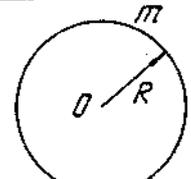
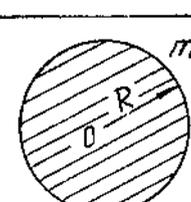
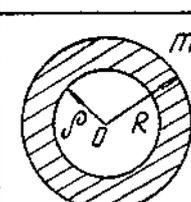
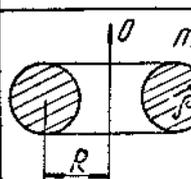
$l$  - расстояние между осями  $0$  и  $A$ .

Значение моментов инерции некоторых тел с равномерным распределением масс приведено в табл. 2.1. В каталогах на электродвигатели и справочниках иногда приводят значения не моментов инерции, а значения маховых моментов  $GD^2$ , кгс·м<sup>2</sup> ( $G$  - вес ротора или якоря,  $D$  - диаметр инерции). Переход от махового момента к моменту инерции производят по выражению:

$$J = \frac{GD^2}{4} \quad (2.10)$$

Таблица 2.1

**Значения моментов инерции некоторых тел**

Эскиз	Наименование	Момент инерции
	Тонкий стержень	$J_0 = \frac{1}{3} m l^2$
	Обруч	$J_0 = m R^2$
	Цилиндр	$J_0 = \frac{1}{2} m R^2$
	Полый цилиндр	$J_0 = \frac{1}{2} m (R^2 + \rho^2)$
	Тор	$J_0 = m (R^2 + \frac{3}{4} \rho^2)$

Момент двигателя и момент статического сопротивления могут иметь различные направления по отношению к угловой скорости вращения вала, для которого написано основное уравнение движения. В основном уравнении движения перед моментом ставится знак (+), если момент совпадает с угловой скоростью, и ставится знак (-), если момент направлен навстречу угловой скорости. Исходя из этого правила знаков, основное уравнение движения привода для всех режимов работы записывается следующим образом:

$$\pm M \pm M_{\text{н}} = J \frac{d\omega}{dt}. \quad (2.11)$$

Рассмотрим работу привода при поступательном движении исполнительного органа рабочей машины. Если действующая сила и перемещение совпадают по направлению, то дифференциал работы равен:

$$dA = F \cdot dS \quad (2.12)$$

или с учетом выражения (2.3):

$$dA = F_{\text{н}} dS + m \frac{dv}{dt} \cdot dS. \quad (2.13)$$

Первая составляющая правой части выражения (2.13) представляет дифференциал работы сил статических, вторая составляющая – дифференциал работы сил динамических. При  $F_{\text{н}} = \text{const}$  после интегрирования (2.13) получим:

$$A = F_{\text{н}}(S_2 - S_1) + \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2), \quad (2.14)$$

т. е. работа привода равна изменению потенциальной  $F_{\text{н}}(S_2 - S_1)$  и кинетической  $\frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$  энергии системы.

При вращательном движении исполнительного органа дифференциал работы равен:

$$dA = M d\varphi \quad (2.15)$$

или с учетом выражения (2.6)

$$dA = M_{\dot{n}} d\varphi + J \frac{d\omega}{dt} d\varphi \quad (2.16)$$

После интегрирования (2.16) при постоянном  $M_{\dot{n}}$  получим:

$$A = M_{\dot{n}}(\varphi_2 - \varphi_1) + \frac{1}{2} J(\omega_2^2 - \omega_1^2) \quad (2.17)$$

Мощность определяется количеством работы, совершаемой приводом в единицу времени:

$$P = \frac{dA}{dt} \quad (2.18)$$

Для поступательного движения:

$$P = F \frac{dS}{dt} = Fv \quad (2.19)$$

Для вращательного движения:

$$P = M \frac{d\varphi}{dt} = M\omega \quad (2.20)$$

Здесь  $A$  – работа привода, Дж;

$S$  – перемещение исполнительного органа, м;

$S_1$  – начальное положение исполнительного органа, м;

$S_2$  – конечное положение исполнительного органа, м;

$v$  – скорость движения исполнительного органа, м/с;

$v_1$  – начальная скорость исполнительного органа, м/с;

$v_2$  – конечная скорость исполнительного органа, м/с;

$m$  – масса исполнительного органа, кг;

$\varphi$  – угол поворота исполнительного органа;

$P$  – мощность привода, Вт.

Таким образом, основное уравнение движения электропривода может быть использовано для анализа характера режима работы (ускорение, замедление, установившийся режим работы). Кроме того, интегрируя основное уравнение движения электропривода, можно получить зависимости угловой скорости вращения от времени, для чего необходимо знать функции  $M(\omega)$  и  $M_{\dot{n}}(\omega)$ , т. е. механические характеристики электродвигателя и рабочей машины.

## **2.2. Механические характеристики рабочих механизмов**

При расчетах и проектировании электроприводов в первую очередь необходимо выявить соответствие механических свойств электрического двигателя и производственной машины как в установившихся, так и в переходных режимах. Поэтому для правильного проектирования и экономичной эксплуатации привода необходимо предварительно изучить эти свойства производственных машин. Свойства производственных машин в установившемся режиме работы описываются их механическими характеристиками. Механическая характеристика производственной машины - это зависимость между скоростью вращения вала и моментом статического сопротивления, развиваемого машиной:  $\omega = f(M_{\dot{n}})$ . Обратная зависимость  $M_{\dot{n}} = f(\omega)$  также является механической характеристикой производственной машины. Механические характеристики производственных машин обладают большим разнообразием форм и часто представляются графическим способом. Однако при расчетах переходных процессов необходимо иметь аналитическую зависимость механической характеристики. Для этой цели чаще всего используют эмпирическую характеристику вида:

$$M_c = M_0 + (M_{\text{нi}} - M_0) \left( \frac{\omega}{\omega_i} \right)^x, \quad (2.21)$$

где  $M_{\text{н}}$  – полный момент сопротивления производственного механизма;

$M_0$  – момент сопротивления при работе без нагрузки;

$M_{\text{нi}}$  – момент сопротивления при номинальной скорости вращения вала

машины;

$\omega_i$  – номинальное значение угловой скорости вращения вала машины;

$\omega$  – текущее значение угловой скорости вращения вала машины;

$x$  – показатель степени.

Приведенное выражение позволяет разделить производственные механизмы на несколько основных групп:

1. Механические характеристики с постоянным моментом статического сопротивления. В этом случае  $x = 0$ . Такой механической характеристикой обладают подъемные механизмы, поршневые насосы при неизменной высоте подачи, конвейеры с постоянной массой передвигаемого груза; сюда же можно отнести все механизмы, у которых основным моментом сопротивления является момент трения.

2. Механические характеристики с линейно возрастающим моментом статического сопротивления. В этом случае  $x = 1$ . Такой характеристикой обладает привод генератора постоянного тока с неизменным возбуждением и постоянным сопротивлением нагрузки.

3. Механическая характеристика с моментом статического сопротивления, изменяющимся по параболическому закону. В этом случае  $x = 2$ . Такие характеристики иногда называют вентиляторными. К

механизмам, обладающим такими характеристиками, относятся центробежные вентиляторы, компрессоры, гребные винты и т. д.

4. Механические характеристики с нелинейно-ниспадающим моментом статического сопротивления ( $x = -1$ ). Момент сопротивления и угловая скорость обратно пропорциональны, а мощность, потребляемая механизмом, остается примерно постоянной. Такой характеристикой обладают металлообрабатывающие станки. Рассмотренные механические характеристики представлены на рис. 2.1.

Необходимо отметить, что показатель степени  $x$  может принимать не только целые, но и любые промежуточные значения. Таким образом, приведенные механические характеристики не исчерпывают все возможные в практике случаи, но дают представление о наиболее типичных механических характеристиках производственных машин. Следует также отметить, что момент статического сопротивления производственных машин может быть функцией не только угловой скорости, но и пути (угла поворота вала машины) и времени. В этом случае даже при постоянной скорости вращения величина момента статического сопротивления будет изменяться, а равновесие момента двигателя и производственной машины будет нарушено; установившийся режим работы для данных механизмов невозможен. Кроме того, момент статического сопротивления может изменяться случайным образом; к механизмам, обладающим случайным моментом статического сопротивления, относятся горные машины: буровые станки, экскаваторы, очистные комбайны, дробилки и т. д.

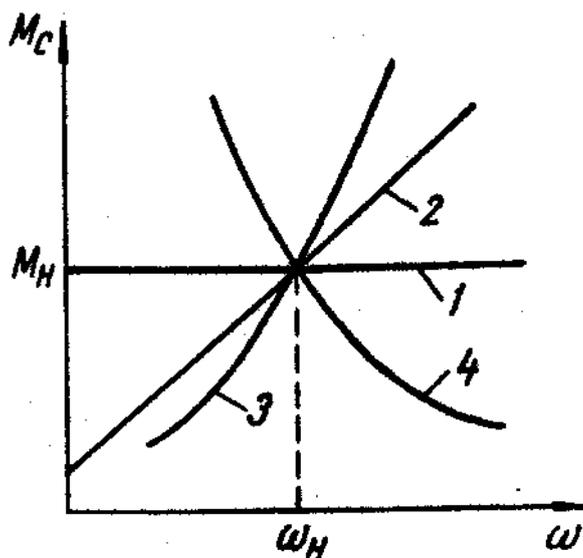


Рис. 2.1. Механические характеристики рабочих механизмов:

1 – при  $x=0$ ; 2 – при  $x=1$ ; 3 – при  $x=2$ ; 4 – при  $x=$  -

1

### 2.3. Механические характеристики электрических машин

Механической характеристикой электрической машины называется зависимость угловой скорости вращения вала машины от развиваемого ею момента:  $\omega = f(M)$ . Механическая характеристика электрической машины отображает ее свойства в установившемся режиме работы, и сниматься они должны также в установившемся режиме. Различают естественные и искусственные механические характеристики. Естественной характеристикой называют характеристику, полученную при номинальных параметрах режима питания, отсутствии дополнительных сопротивлений и нормальной схеме включения двигателя в сеть. К номинальным параметрам режима питания относятся следующие величины: номинальное напряжение  $U_i$ ,

номинальный поток возбуждения  $\Phi_i$ , номинальная частота питающего напряжения  $f_i$ . При отклонении любой из перечисленных величин от номинального значения или введения дополнительного сопротивления будет получена искусственная механическая характеристика. На практике часто используют искусственные механические характеристики электрических машин.

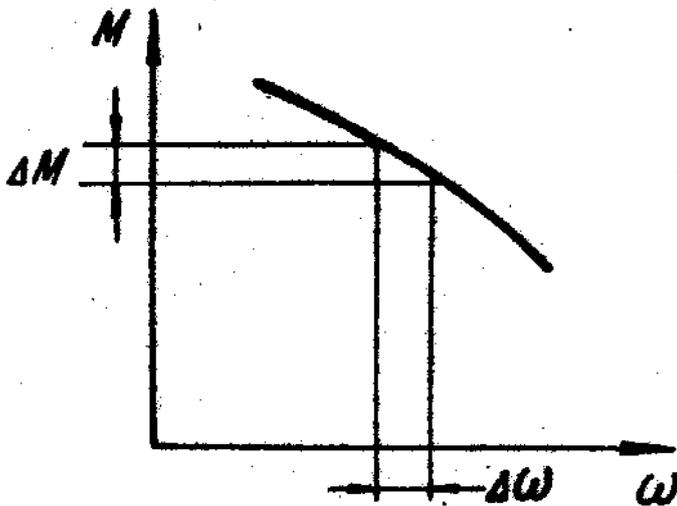


Рис. 2.2. График для определения коэффициента жесткости механической характеристики

Почти все механические характеристики электрических машин обладают тем свойством, что с увеличением момента нагрузки их угловая скорость уменьшается. Степень падения угловой скорости с увеличением момента для двигателей различна и характеризуется жесткостью механической характеристики. Коэффициент жесткости механической характеристики двигателя  $\beta_a$  это отношение приращения момента к соответствующему приращению угловой скорости вращения (рис. 2.2):

$$\beta_a = \frac{dM}{d\omega} \approx \frac{\Delta M}{\Delta \omega} . \quad (2.22)$$

Понятие жесткости может быть применено и к механической характеристике производственной машины:

$$\beta_{\text{н}} = \frac{dM_{\text{с}}}{d\omega} \approx \frac{\Delta M_{\text{с}}}{\Delta \omega} . \quad (2.23)$$

По жесткости механические характеристики электрических двигателей классифицируются на следующие группы (рис. 2.3):

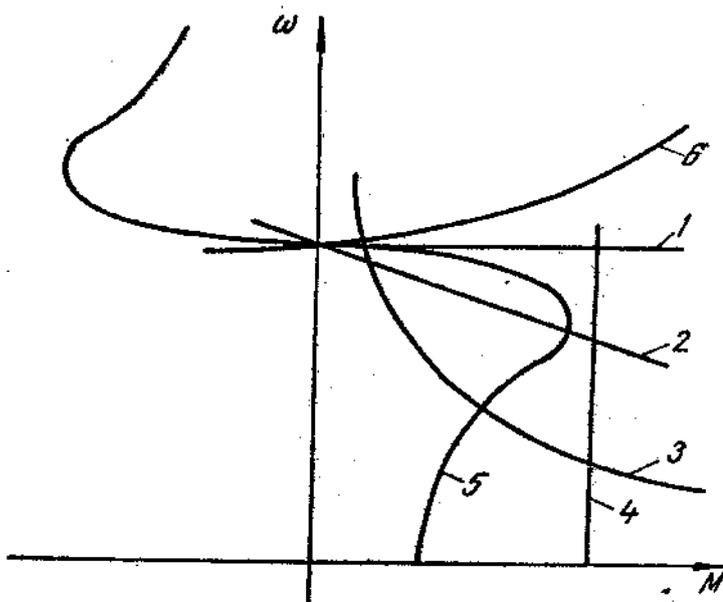


Рис. 2.3. Механические характеристики электрических двигателей

1. Абсолютно жесткая механическая характеристика (1). С изменением нагрузки угловая скорость вращения вала двигателя остается постоянной, коэффициент жесткости механической характеристики равен бесконечности. Такой механической характеристикой обладает синхронный двигатель.
2. Жесткая механическая характеристика (2). С увеличением нагрузки угловая скорость вращения вала двигателя уменьшается незначительно. Коэффициент жесткости механической характеристики постоянен и меньше нуля. Такой характеристикой обладают двигатели постоянного тока параллельного и независимого возбуждения.

3. Мягкие механические характеристики (3), у которых с изменением момента двигателя угловая скорость вращения вала изменяется значительно, особенно при малых нагрузках. Коэффициент жесткости механической характеристики – здесь величина отрицательная и переменная. Такой характеристикой обладает двигатель постоянного тока последовательного возбуждения.

4. Абсолютно мягкая механическая характеристика (4). Это характеристика, у которой момент двигателя остается постоянным при изменении угловой скорости вращения его вала. Коэффициент жесткости механической характеристики (4) равен нулю. Такой характеристикой обладают двигатели постоянного тока независимого возбуждения при питании якоря от источника тока или при работе в замкнутых системах электропривода в режиме стабилизации тока якоря.

5. Асинхронная механическая характеристика (5). Жесткость механической характеристики изменяется как по величине, так и по знаку. Это характеристика асинхронного двигателя. Часть асинхронной характеристики (от холостого хода до критического момента) может быть аппроксимирована прямой линией, т. е. на рабочем участке асинхронную механическую характеристику можно считать жесткой.

6. Возрастающая механическая характеристика (6). С увеличением момента угловая скорость вращения вала двигателя несколько возрастает, т. е. коэффициент жесткости положителен. Такая характеристика может быть получена для двигателя независимого возбуждения, питающегося от генератора с сильной положительной обратной связью по току. Работа двигателя на такой механической характеристике статически неустойчива.

Механические характеристики электрических двигателей изображаются в четырех квадрантах на плоскости в системе координат  $M$  и  $\omega$  (рис. 2.4). Положение точки на плоскости изображает тот или иной режим работы электрической машины, которая обладает свойством обратимости, т.

е. может работать в режиме электродвигателя (потреблять электрическую энергию из сети и преобразовывать ее в механическую на валу) или в режиме генератора (преобразовывать механическую энергию с вала в электрическую энергию). В первом и в третьем квадрантах момент и угловая скорость вращения совпадают по направлению, т. е.  $P\omega > 0$ , и машина работает двигателем; во втором и четвертом квадрантах момент двигателя направлен навстречу угловой скорости (препятствует движению), т. е.  $P\omega < 0$ , и электрическая машина работает в генераторном (тормозном) режиме. Следовательно, электрическая машина может работать в одном из двух режимов: в двигательном, когда электрическая энергия преобразуется в механическую, и в тормозном, когда механическая энергия преобразуется в электрическую (обратное направление энергии). В отличие от двигательного режима тормозных режимов может быть несколько, в зависимости от того, как используется преобразованная энергия.

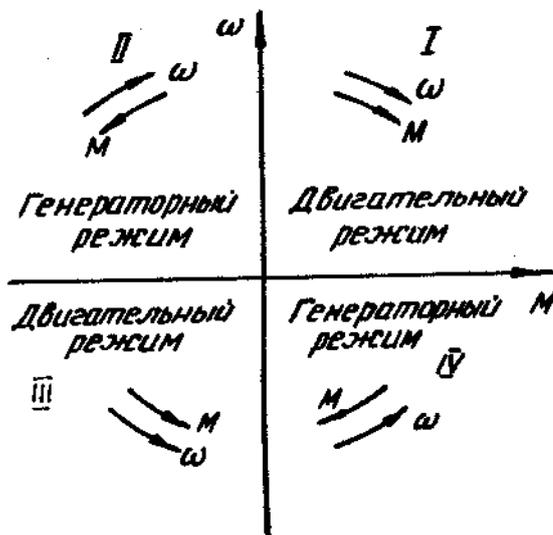


Рис. 2.4. Режимы работы электрического двигателя

Тормозные режимы классифицируются следующим образом:

1. Генераторный режим с отдачей энергии в сеть. В этом режиме преобразованная энергия (за вычетом потерь) отдается в электрическую сеть. Баланс мощностей выражается следующим образом:

$$P_i = P_y + \Delta P, \quad (2.24)$$

где  $P_i$  – механическая мощность на валу машины;

$P_y$  – электрическая мощность, поступающая в сеть;

$\Delta P$  – потери мощности при преобразовании энергии.

Переход из двигательного режима в режим генераторного торможения с отдачей энергии в сеть возможен лишь при превышении угловой скорости двигателя его скорости идеального холостого хода. Поскольку преобразованная энергия не теряется, а отдается в сеть, то этот режим считается экономичным.

2. Режим торможения противовключением. В этом случае электрическая машина потребляет как механическую энергию с вала, так и электрическую энергию из сети. Баланс мощности для торможения противовключением:

$$P_i + P_y = \Delta P. \quad (2.25)$$

Машина работает как генератор, преобразуя механическую энергию с вала в электрическую. При этом вся энергия (из сети и преобразованная с вала машины) преобразуется в потери и выделяется в виде тепла в силовых цепях машины. Такой режим работы является неэкономичным.

3. Режим электродинамического (динамического) торможения. Машина преобразует механическую энергию с вала в электрическую энергию, которая в свою очередь рассеивается в силовых цепях машины. В этом случае машина отключена от сети и не получает электрической энергии. Баланс мощности для режима электродинамического торможения:

$$P_i = \Delta P. \quad (2.26)$$

Режим электродинамического торможения экономичнее торможения противовключением, т. к. происходит без потребления энергии из сети.

Таким образом, во всех тормозных режимах электрическая машина работает как генератор, однако только один режим сопровождается отдачей энергии в сеть.

#### **2.4. Совместная механическая характеристика электропривода и производственной машины**

При работе привода в установившемся режиме имеет место равенство момента производственной машины и момента, развиваемого двигателем. Однако момент статического сопротивления рабочей машины со временем может измениться, в этом случае равенство моментов нарушается и начинается переходный процесс выравнивания нагрузок, при котором происходит автоматическое изменение момента и угловой скорости электрического двигателя. После окончания переходного процесса привод будет работать устойчиво при другом значении момента и угловой скорости двигателя. Для установления равновесия между изменившимися значениями моментов сопротивления и двигателя во всех неэлектрических приводах требуется применение специальных регуляторов, которые воздействуют на источник энергии, увеличивая или уменьшая подачу воды, топлива или пара (например, регулятор Уатта). В электрических приводах роль регулятора выполняет электродвижущая сила двигателя. Эта способность электродвигателя автоматически поддерживать равновесие системы при изменении момента сопротивления является весьма ценным свойством

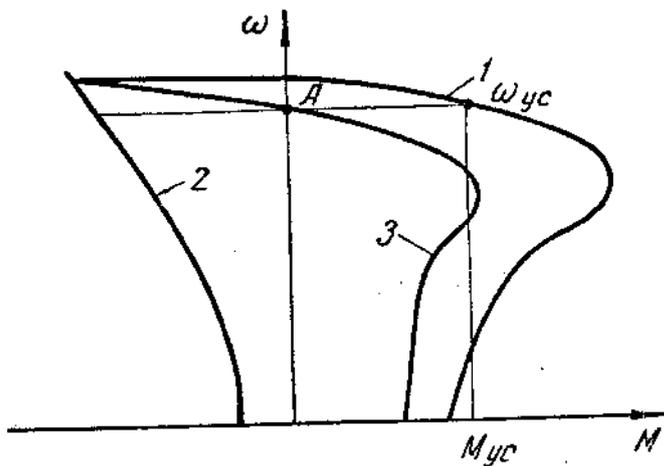


Рис. 2.5. Совместная механическая характеристика двигателя и рабочей машины

электрического двигателя, поскольку на практике момент статического сопротивления чаще всего изменяется с течением времени. Для определения параметров установившегося режима работы часто используют совместную механическую характеристику электрического двигателя и производственной машины, под которой понимают алгебраическую сумму моментов двигателя и производственной машины (при одинаковых скоростях вращения).

На рис. 2.5 представлены механическая характеристика двигателя (1), механическая характеристика рабочей машины (вентилятора) (2) и совместная механическая характеристика привода (3). В установившемся режиме работы двигатель развивает момент, равный моменту статического сопротивления, в этом случае момент на совместной механической характеристике привода равен нулю (точка А), двигатель преодолевает момент  $M_{\text{ст}}$  и развивает скорость  $\omega_{\text{уст}}$ .

## 2.5. Критерий статической устойчивости электропривода

Эксплуатировать производственный агрегат можно только в случае, если его работа статически устойчива. Под статической устойчивостью привода понимают его способность приходить в состояние устойчивого равновесия, после того как под действием внешнего возмущения привод был выведен из этого состояния. Устойчивая работа привода может быть получена соответствующим подбором параметров и характеристик исполнительного механизма, электродвигателя и преобразователя, от которого получает питание электродвигатель.

Анализ статической устойчивости привода требует значительно меньшей затраты времени, чем расчет и построение графиков переходного процесса. В простейших случаях, когда рассматриваются лишь механические переходные процессы, достаточно бывает исследовать лишь статическую устойчивость привода. Производственный агрегат обладает статической устойчивостью только в том случае, если при нарушении равновесного состояния привода в нем возникают моменты, стремящиеся вернуть агрегат в состояние равновесия. При неустойчивой работе любое отклонение от установившегося режима приводит к изменению состояния привода – он уже не возвращается в прежнее состояние равновесия.

Для определения статической устойчивости привода может быть использована совместная механическая характеристика электрического двигателя и производственного механизма. Критерий статической устойчивости выражается следующим образом: привод статически устойчив, если выполняется условие:

$$\frac{\partial M_{\text{нi}}}{\partial \omega} < 0, \quad (2.27)$$

где  $M_{\text{нi}}$  – момент совместной механической характеристики (по опреде-

лению  $M_{\text{нi}} = M - M_{\text{н}}$ );

$M$  – момент двигателя;

$M_{\dot{n}}$  – момент сопротивления;

$\omega$  – угловая скорость вращения двигателя.

Выражение (2.27) может быть представлено в следующем виде:

$$\frac{\partial M}{\partial \omega} - \frac{\partial M_{\dot{n}}}{\partial \omega} < 0, \text{ или } \beta - \beta_{\dot{n}} < 0, \quad (2.28)$$

где  $\beta$  и  $\beta_{\dot{n}}$  – жесткости механических характеристик двигателя и рабочей машины соответственно.

Таким образом, работа привода статически устойчива, если совместная механическая характеристика имеет отрицательный наклон (падающая). Понятие статической устойчивости применимо и к двигателю, работающему без нагрузки, в этом случае говорят о статической устойчивости механической характеристики двигателя.

Критерий статической устойчивости для механической характеристики двигателя выражается следующим образом:

$$\frac{\partial M}{\partial \omega} < 0, \beta < 0.$$

Следовательно, возрастающая механическая характеристика двигателя является статически неустойчивой. Для примера на рис. 2.6 представлены механические характеристики асинхронного двигателя (1), статическая характеристика подъемной машины (2) и совместная механическая характеристика привода (3). Совместная механическая характеристика пересекает ось угловой скорости в двух точках  $A$  и  $B$ . Установившийся режим работы привода в этих точках возможен, если только совместная механическая характеристика в окрестностях точек  $A$  и  $B$  статически

устойчива. Очевидно, что в точке  $A$   $\frac{\partial M_{\dot{n}}}{\partial \omega} < 0$ , т. е. характеристика в точке  $A$  статически устойчива, и установившийся режим работы в этой точке воз-

можен; в точке  $B$   $\frac{\partial M_{\text{нi}}}{\partial \omega} > 0$ , следовательно, условие критерия статической устойчивости привода не выполняется, и в точке  $B$  устойчивая работа привода невозможна.

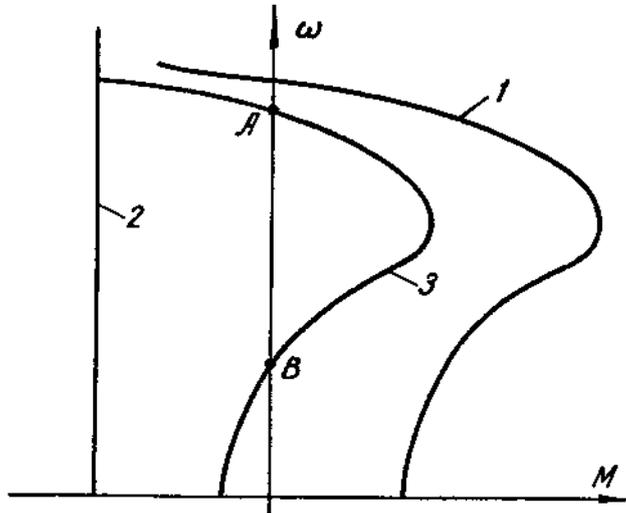


Рис. 2.6. К определению статической устойчивости привода

Следует отметить, что критерий статической устойчивости определяет устойчивость системы «в малом», т. е. при малых значениях отклонения момента статического сопротивления; для определения устойчивости системы «в целом» (при неограниченном изменении параметров) необходимо применять другие критерии устойчивости: Михайлова, Гурвица и т. д.

## **2.6. Приведение моментов и сил сопротивления, моментов инерции и инерционных масс к валу двигателя**

Обычно двигатель приводит рабочую машину через систему передач (зубчатый редуктор, вариатор, цепную передачу и т. д.). Отдельные элементы передаточного механизма и сама рабочая машина вращаются с угловыми скоростями, отличными от скорости вращения двигателя, имеют свои

моменты инерции, передают различные усилия и моменты, т. е. их динамическое воздействие на двигатель различное. Основное уравнение движения привода (2.6) справедливо лишь для исследования движения какого-то одного механического элемента (вала, зубчатого колеса и т. д.). Для решения задач о передаче движения от двигателя к рабочей машине необходимо записать основное уравнение движения для каждого элемента, входящего в систему «привод» (двигателя, каждого вала редуктора и рабочей машины). Одно и то же уравнение (2.6) будет переписано многократно, после чего методом исключения переменных полученная система может быть сведена к одному уравнению (для скорости одного вала, например, двигателя). Ввиду громоздкости такого решения всю систему заменяют, когда это возможно, одним динамическим звеном, т. е. приводят к скорости вращения какого-то одного вала, например, вала двигателя.

Приведение основано на законе сохранения энергии. На рис. 2.7 представлены упрощенные кинематические схемы приводов при вращательном и поступательном движении исполнительного органа рабочей машины. Между двигателем  $M$  и рабочим органом машины  $PM$  имеется редуктор  $P$ , который характеризуется коэффициентом полезного действия передачи  $\eta_i$  и передаточным числом  $i_{i\ddot{\alpha}\delta}$ . В установившемся режиме работы момент, развиваемый двигателем, равен моменту статического сопротивления ( $M = M_{\ddot{n}}$ ). Рабочий орган машины вращается со скоростью  $\omega_i$  (рис. 2.7,  $a$ ) и создает момент сопротивления  $M_i$ ; потери в редукторе учитываются с помощью коэффициента полезного действия передачи. На основании равенства мощностей имеем:

$$M_{\ddot{n}} \omega \cdot \eta_{i\ddot{\alpha}\delta} = M_i \cdot \omega_i ,$$

откуда:

$$M_{\bar{n}} = M_i \cdot \frac{\omega_i}{\omega} \cdot \frac{1}{\eta_{i\bar{a}\bar{o}}} = M_i \cdot \frac{1}{i_i} \cdot \frac{1}{\eta_{i\bar{a}\bar{o}}} \quad (2.29)$$

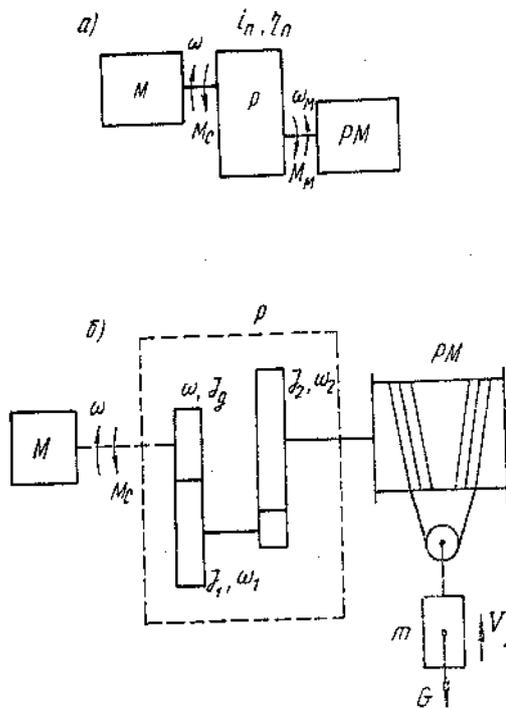


Рис. 2.7. Кинематическая схема электропривода:

*a* – при вращательном движении рабочей машины; *б* – при поступательном движении

рабочей машины; *M* – двигатель; *P* – редуктор; *PM* – рабочая машина

Аналогично для поступательного движения рабочего органа, (рис. 2.7, б):

$$M_{\bar{n}} \omega \cdot \eta_{\bar{i}} = Gv,$$

после преобразований получим:

$$M_{\bar{n}} = G \left( \frac{v}{\omega} \right) \frac{1}{\eta_{i\bar{a}\bar{o}}} \quad (2.30)$$

При наличии нескольких ступеней передач коэффициент полезного действия и передаточное число определяются следующим образом:

$$\eta_{i\bar{a}\bar{o}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \dots \eta_n, \quad i_{i\bar{a}\bar{o}} = i_1 \cdot i_2 \cdot i_3 \dots i_n, \quad (2.31)$$

где  $\eta_1, \eta_2, \eta_3 \dots \eta_n$ ;  $i_1, i_2, i_3 \dots i_n$  – коэффициенты полезного действия и передаточ-

ные числа каждой ступени.

Приведение моментов инерции и поступательно движущихся масс к одной оси вращения также основано на законе сохранения энергии. Считают, что кинетическая энергия приведенного звена, обладающего моментом инерции  $J_{\text{вд}}$  и вращающегося с угловой скоростью двигателя  $\omega$ , равна суммарному запасу кинетической энергии всех элементов привода, обладающих моментами инерции  $J_{\text{вв}}, J_1, J_2 \dots J_n$  и вращающихся с угловыми скоростями  $\omega, \omega_1, \omega_2, \omega_3 \dots \omega_n$  и массой  $m$ , движущейся со скоростью  $v$ . Таким образом:

$$\frac{1}{2} J_{\text{вд}} \omega^2 = \frac{1}{2} J_{\text{вв}} \omega^2 + \frac{1}{2} J_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2 + \dots + \frac{1}{2} J_n \omega_n^2 + \frac{1}{2} m v^2$$

После преобразований получим:

$$J_{\text{вд}} = J_{\text{вв}} + J_1 \left( \frac{\omega_1}{\omega} \right)^2 + J_2 \left( \frac{\omega_2}{\omega} \right)^2 + \dots + J_n \left( \frac{\omega_n}{\omega} \right)^2 + m \left( \frac{v}{\omega} \right)^2,$$

или

$$J_{\text{вд}} = J_{\text{вв}} + J_1 \frac{1}{i_1^2} + J_2 \frac{1}{i_1^2 \cdot i_2^2} + \dots + J_n \frac{1}{i_1^2 \cdot i_2^2 \cdot \dots \cdot i_n^2} + m \left( \frac{v}{\omega} \right)^2. \quad (2.32)$$

Такое представление системы «привод» одним механическим звеном возможно, если пренебречь упругостью всех кинематических звеньев, т. е. считать все валы абсолютно жесткими и недеформируемыми. В этом случае мы имеем одномассовую систему, в которой, зная закон движения какого-то одного элемента, можно определить закон движения любого другого элемента электропривода.

## 2.7. Упругое механическое звено

На практике встречаются кинематические звенья, упругостью которых пренебречь нельзя; к ним относятся канаты подъемных установок, конвейерные ленты большой протяженности, валы прокатных станков и гребных винтов. В данном случае пренебречь величиной деформации такого элемента не представляется возможным, а кинематическая схема не может быть заменена одним динамическим звеном. Такие системы называются многомассовыми, в них один элемент по отношению к другому может совершать колебательные движения, т. е. появляется некоторая свобода в движении отдельных элементов; поэтому по закону движения одного элемента нельзя определить закон движения элемента, связанного с первым упругим механическим звеном. При решении задач динамики в многомассовых системах необходимо записывать основное уравнение движения для каждого звена, которое вращается со своей угловой скоростью. Различают коэффициенты жесткости упругого элемента при растяжении и сжатии и коэффициент жесткости упругого элемента при кручении. Согласно закону Гука воздействие и деформация тел в пределах упругости пропорциональны друг другу:

$$F = C_1 \cdot \Delta l ; \quad (2.33)$$

$$M = C_2 \cdot \Delta \varphi ; \quad (2.34)$$

где  $C_1$  – коэффициент жесткости при растяжении и сжатии, Н/м;

$C_2$  – то же при кручении, Н·м;

$\Delta l$ ,  $\Delta \varphi$  – деформация при растяжении – сжатии и при кручении, соответствен-

но.

Для прямолинейного стержня равного сечения коэффициент жесткости при растяжении – сжатии равен:

$$C_1 = \frac{E \cdot S}{l}, \quad (2.35)$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения стержня, м<sup>2</sup>;

$E$  – модуль упругости растяжения или сжатия, Па;

$l$  – длина стержня, м.

Для цилиндрического вала существует аналогичная зависимость для коэффициента жесткости при кручении:

$$C_2 = \frac{J \cdot G}{l}, \quad (2.36)$$

где  $J$  – момент инерции поперечного сечения вала, м<sup>4</sup>;

$G$  – модуль упругости при кручении, Па;

$l$  – длина стержня, м.

Чем больше коэффициент жесткости, тем меньше величина деформации. На практике валы двигателей, звенья редукторов и т.д. выполняют таким образом, что возникающие в них деформации невелики и могут не учитываться. В отдельных случаях жесткость элементов привода может быть мала, возникающие при этом деформации искажают движение звеньев привода. Примером могут быть установки, в которых двигатель соединен с большими маховыми массами через явно выраженный упругий элемент, длинный вал, канат, ленту в конвейерах большой протяженности. Система может содержать несколько упругих элементов, соединенных последовательно или параллельно (рис. 2.8). При последовательном соединении элементов (рис. 2,8, а) имеем:

$$F = C_{11}\Delta l_1 = C_{12}\Delta l_2 = \dots = C_{1a}\Delta l_n; \quad \Delta l_i = \frac{F}{C_{1i}};$$

$$\Delta l = \sum \Delta l_i = \sum \frac{F}{C_{1i}} = F \sum \frac{1}{C_{1i}};$$

$$C_{li} = \frac{F}{\Delta l_i},$$

откуда определяем эквивалентную жесткость системы  $C_{1\dot{y}}$ :

$$C_{1\dot{y}} = \frac{F}{\Delta l},$$

$$C_{1\dot{y}} = \frac{1}{\sum \frac{1}{C_{li}}}. \quad (2.37)$$

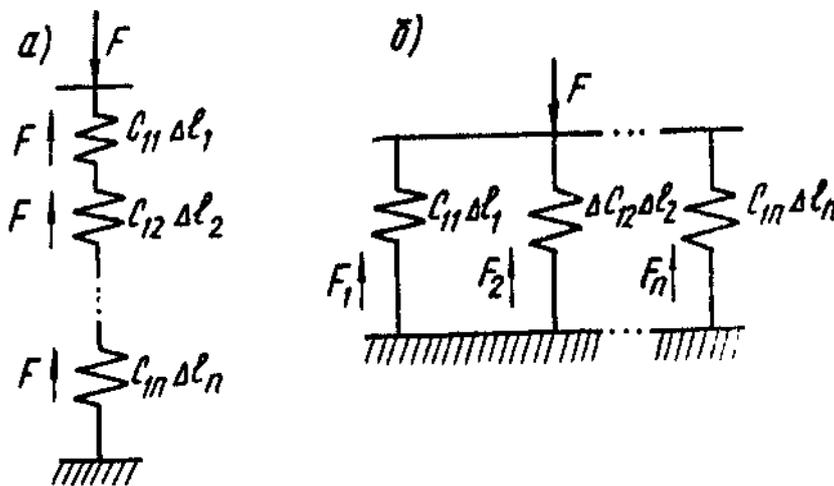


Рис. 2.8. Схема соединения упругих элементов

*a* – последовательное соединение упругих элементов;

*б* – параллельное соединение упругих элементов

При параллельном соединении элементов (рис. 2.8, б) имеем:

$$\Delta l = \Delta l_1 = \Delta l_2 = \dots = \Delta l_n;$$

$$F = \sum F_i; F_i = \Delta l \cdot C_{li}; F = \sum \Delta l \cdot C_{li};$$

$$C_{1\dot{y}} = \frac{F}{\Delta l} = \sum C_{li}. \quad (2.38)$$

Таким образом, эквивалентная жесткость параллельно соединенных элементов равна алгебраической сумме жесткостей всех элементов системы.

## 2.8. Оптимальное передаточное число редуктора.

### Время пуска и торможения электропривода

Под оптимальным передаточным числом редуктора могут пониматься разные величины, в зависимости от того, какой показатель необходимо оптимизировать в данной задаче: например, для заданного момента механизма  $M_i$  и постоянного момента двигателя  $M$  определить передаточное число редуктора, обеспечивающее минимальное время разгона привода. Передаточное число редуктора также может быть оптимальным по времени перехода исполнительного органа рабочей машины из одного положения в другое, т. е. за минимальное время привод должен отработать заданный угол поворота вала рабочей машины и т. д. Решим первую задачу, которую можно сформулировать следующим образом: определить передаточное число редуктора, обеспечивающего максимальное ускорение привода при заданных (и постоянных) значениях моментов двигателя и механизма. В данном случае движение приводим к валу рабочей машины, поэтому основное уравнение движения привода запишется следующим образом:

$$M \cdot i - M_i = (J \cdot i^2 + J_i) \frac{d\omega_i}{dt}, \quad (2.39)$$

где  $M$  – момент, развиваемый двигателем;

$M_i$  – момент на валу рабочей машины;

$J$  – момент инерции двигателя;

$J_i$  – момент инерции рабочей машины;

$\omega_i$  – угловая скорость вращения вала рабочей машины.

Из выражения (2.39) определяем угловое ускорение вала рабочей машины:

$$\varepsilon_i = \frac{d\omega_i}{dt} = \left( \frac{M \cdot i - M_i}{J \cdot i^2 + J_i} \right) = \frac{M}{J} \cdot \frac{\left( i - \frac{M_i}{M} \right)}{\left( i^2 + \frac{J_i}{J} \right)}. \quad (2.40)$$

Взяв производную  $\frac{d\varepsilon_i}{di}$  и приравняв ее к нулю, получим:

$$\frac{d\varepsilon_i}{di} = \frac{i_2 + \frac{J_i}{J} - 2i \left( i - \frac{M_i}{M} \right)}{\left( i^2 + \frac{J_i}{J} \right)^2} \cdot \frac{M}{J} = 0 \quad (2.41)$$

Решив уравнение (2.41), получим выражение для оптимального передаточного числа редуктора:

$$i_{\text{opt}} = \frac{M_i}{M} + \sqrt{\left( \frac{M_i}{M} \right)^2 + \frac{J_i}{J}}. \quad (2.42)$$

При разгоне вхолостую оптимальное передаточное число редуктора равно:

$$i_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{J_i}{J}}. \quad (2.43)$$

После преобразований выражение (2.43) принимает вид:

$$\frac{1}{2} J \omega^2 = \frac{1}{2} J_i \omega_i^2,$$

т. е. при разгоне вхолостую оптимальное передаточное число редуктора обеспечивает равенство кинетических энергий, запасенных двигателем и рабочим механизмом.

Время пуска и торможения электропривода оказывает существенное влияние на производительность рабочей машины, особенно для часто пускаемых и останавливаемых механизмов, поэтому изучение переходных процессов при пуске и торможении с целью сокращения непроизводительных затрат времени имеет большое практическое значение.

Для определения времени пуска и торможения привода используют основное уравнение движения (2.11).

При пуске:

$$M - M_c = J \frac{d\omega}{dt} .$$

После разделения переменных последнее уравнение примет вид:

$$dt = J \frac{d\omega}{M - M_c} . \quad (2.44)$$

Интегрируя выражение (2.44) (при постоянных значениях  $J$ ,  $M$  и  $M_c$ ), получим:

$$t_i = J \left( \frac{\omega_{\hat{e}} - \omega_{i\pm}}{M - M_c} \right) , \quad (2.45)$$

где  $t_i$  – время пуска

$\omega_{\hat{e}}$  – конечная угловая скорость вращения двигателя;

$\omega_{i\pm}$  – начальная угловая скорость вращения двигателя.

Основное уравнение движения привода для режима торможения запишется в следующем виде:

$$-M - M_c = J \frac{d\omega}{dt} .$$

Разделяя переменные и интегрируя при тех же допущениях, что и в случае пуска, получим:

$$t_{\hat{o}} = J \left( \frac{\omega_{i\pm} - \omega_{\hat{e}}}{M + M_c} \right) , \quad (2.46)$$

где  $t_{\hat{o}}$  – время торможения привода.

Сравнивая выражения (2.45) и (2.46), можно сделать вывод о том, что при одинаковом перепаде скоростей  $|\omega_{\hat{e}} - \omega_{i\pm}|$  всегда выполняется условие  $t_i > t_{\hat{o}}$ , т. е. время пуска всегда больше времени торможения. Способы

определения времени пуска и торможения привода при переменных значениях  $M$  и  $M_c$  приведены в гл. 5.

### **Контрольные вопросы**

1. Написать основное уравнение привода при поступательном и вращательном движении.
2. Дать определение момента инерции тела.
3. Чему равна мощность при поступательном и вращательном движении исполнительного органа рабочей машины?
4. Дать определение механической характеристики рабочей машины.
5. Что понимают под механической характеристикой электродвигателя?
6. Как различаются механические характеристики электродвигателей по жесткости?
7. Дать определение совместной механической характеристики электродвигателя и рабочей машины.
8. Что понимают под установившимся режимом работы двигателя?
9. Дать определение статической устойчивости привода.
10. С какой целью осуществляется приведение моментов сил и моментов инерции к валу двигателя?

### 3. МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ

#### 3.1. Механические характеристики двигателей постоянного тока независимого возбуждения в двигательном и тормозном режимах работы

На рис. 3.1 представлена обычная схема включения в сеть двигателя постоянного тока независимого возбуждения. Якорь двигателя  $M$  и обмотка возбуждения  $LM$  получают питание от различных источников напряжения. Ток нагрузки  $I$  и электродвижущая сила обмотки якоря  $E$  направлены встречно, что соответствует двигательному режиму работы (ток протекает под воздействием напряжения сети, а электродвижущая сила направлена против напряжения).

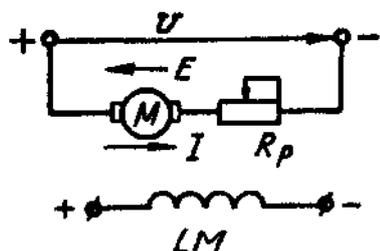


Рис. 3.1. Схема включения в сеть двигателя постоянного тока независимого возбуждения

Для получения аналитического выражения механической характеристики двигателя необходимо написать следующие уравнения:

– второй закон Кирхгофа для якорной цепи в установившемся режиме работы:

$$U = E + IR, \quad (3.1)$$

т. е. напряжение, приложенное к якорю двигателя, уравновешивается электродвижущей силой  $E$  и падением напряжения в якорной цепи  $IR$ ;

– выражение для электродвижущей силы обмотки якоря:

$$E = k\Phi\omega; \quad (3.2)$$

– выражение для электромагнитного момента:

$$M = k\Phi I, \quad (3.3)$$

где  $R$  – суммарное сопротивление якорной цепи, Ом;

$k$  – коэффициент, зависящий от конструктивных параметров двигателя;

$\Phi$  – поток возбуждения двигателя, Вб;

$\omega$  – угловая скорость вращения вала двигателя, рад/с;

$M$  – электромагнитный момент двигателя, Н·м.

Из выражения электромагнитного момента двигателя (3.3) следует, что реверс (изменение направления движения двигателя) можно осуществить двумя способами: изменением направления тока якоря или изменением потока возбуждения. Если одновременно изменить направление тока якоря и потока возбуждения, то знак электромагнитного момента не изменится.

Решая совместно (3.1) и (3.2) относительно угловой скорости вращения вала двигателя, получим:

$$\omega = \frac{U}{k\Phi} - I \frac{R}{k\Phi}. \quad (3.4)$$

Выражение (3.4) называют скоростной, или электромеханической характеристикой двигателя постоянного тока независимого возбуждения. Для получения механической характеристики необходимо значение тока из выражения (3.3) подставить в (3.4):

$$\omega = \frac{U}{k\Phi} - M \frac{R}{k^2\Phi^2}. \quad (3.5)$$

При постоянном значении напряжения питания обмотки якоря и потока возбуждения механическую характеристику можно представить следующим образом:

$$\omega = \omega_0 - M \frac{R}{C^2}, \quad (3.6)$$

где  $\omega_0 = \frac{U}{k\Phi}$  – скорость идеального холостого хода двигателя;

$C = k\Phi$  – коэффициент, принимаемый постоянным, если у двигателя имеется компенсационная обмотка или если пренебречь реакцией якоря.

Из выражения (3.5) можно определить коэффициент жесткости механической характеристики:

$$|\beta| = \left| \frac{\Delta M}{\Delta \omega} \right| = \frac{k^2 \Phi^2}{R}. \quad (3.7)$$

Очевидно, что коэффициент жесткости (наклон) механической характеристики двигателя постоянного тока независимого возбуждения пропорционален квадрату потока возбуждения и обратно пропорционален сопротивлению якорной цепи двигателя. С учетом коэффициента жесткости уравнение механической характеристики принимает вид:

$$\omega = \omega_0 - \frac{1}{\beta} M. \quad (3.8)$$

Механическая характеристика двигателя постоянного тока независимого возбуждения при неизменных значениях напряжения, потока возбуждения и сопротивления якорной цепи представляется прямой линией. При номинальных значениях параметров режима питания:  $U = U_i$ ,  $\Phi = \Phi_i$ , нормальной схеме включения двигателя в сеть и отсутствии дополнительного сопротивления  $R_\delta = 0$  будет получена естественная характеристика двигателя. Если значение какого-либо параметра режима питания отклонится от номинальной величины или в цепь якоря будет введено добавочное сопротивление  $R_\delta \neq 0$ , то полученная при этом механическая характеристика называется искусственной. На рис. 3.2 представлены естественная (*e*) и искусственные (*u1*, *u2*, *u3*) механические характеристики двигателя постоянного тока независимого возбуждения,

полученные при введении дополнительного сопротивления в цепь якоря. Эти характеристики называются реостатными; все они проходят через точку идеального холостого хода  $\omega_0$ . Реостатные характеристики так же линейны, как и естественная характеристика, но обладают меньшей жесткостью, что подтверждается выражением (3.7).

Двигатель независимого возбуждения обладает свойством обратимости, он может работать как в двигательном режиме (преобразовывать электрическую энергию в механическую), так и в тормозных режимах (преобразуя механическую энергию с вала в электрическую, которая либо отдается в электрическую сеть, либо выделяется в виде тепла в якорной цепи двигателя). В приводе тормозные режимы применяются для остановки или реверса (изменения направления движения) механизма, а также для удержания груза в неподвижном состоянии либо ограничения скорости движения механизмов, подверженных активным моментам статического сопротивления. Часто необходимо экстренно остановить механизм при появлении аварии или исчезновении напряжения сети.

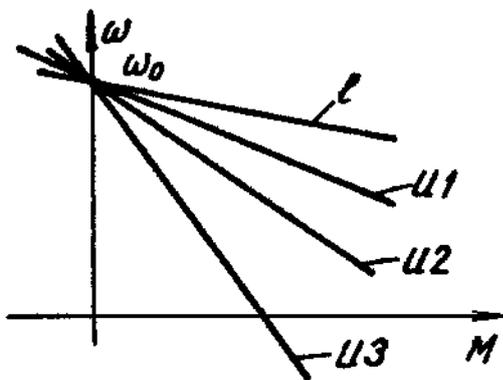


Рис. 3.2. Естественная и семейство искусственных механических характеристик двигателя постоянного тока независимого возбуждения

В приводе используются три способа электрического торможения: генераторное торможение с отдачей энергии в сеть (рекуперативное),

торможение противовключением и электродинамическое (динамическое) торможение.

В тормозном режиме работы электрическая машина преобразует механическую энергию в электрическую, следовательно, происходит убыль механической энергии, т. е. механическая мощность отрицательна  $M\omega < 0$ ; момент, развиваемый двигателем, и его угловая скорость не совпадают по знаку: момент двигателя препятствует движению.

Рассмотрим режим генераторного торможения с отдачей энергии в сеть. Переход в этот режим возможен, когда на вал электрической машины, работающей в двигательном режиме, со стороны механизма действует момент, направленный согласно с моментом машины. Под действием суммарного положительного момента привод разгоняется, угловая скорость увеличивается. Из выражения (3.1) определяем ток для двигательного режима работы:

$$I = \frac{U - E}{R} \quad (3.9)$$

С увеличением угловой скорости увеличивается электродвижущая сила:  $E = k\Phi\omega$ , а ток и электромагнитный момент двигателя уменьшаются согласно механической характеристике (рис. 3.3).

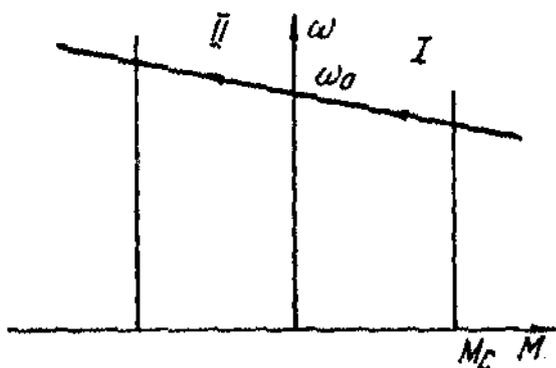


Рис. 3.3. График механической характеристики двигателя в генераторном режиме

Когда угловая скорость вращения достигает скорости идеального холостого хода, электродвижущая сила  $E = k\Phi\omega_0$  будет равна напряжению, приложенному к якору  $E = U$ , а ток и электромагнитный момент будут равны нулю. Система продолжает разгоняться теперь только под действием момента, развиваемого рабочей машиной. Скорость двигателя становится больше скорости идеального холостого хода, а электродвижущая сила – больше приложенного напряжения, поэтому ток изменяет свой знак:

$$I = -\frac{E - U}{R} \quad (3.10)$$

Теперь ток протекает под действием электродвижущей силы навстречу напряжению сети, а момент двигателя направлен навстречу движению, т. е.  $M\omega < 0$ . Электрическая машина работает в режиме генератора, преобразуя механическую энергию с вала в электрическую и отдавая ее в сеть.

Действительно, из выражения (3.10) следует:

$$E = U + IR,$$

умножая обе части выражения на ток  $I$ , получим

$$EI = UI + RI^2$$

или

$$P_i = P_y + \Delta P,$$

где  $P_i = EI$  – механическая мощность с вала двигателя;

$P_y = UI$  – электрическая мощность, отдаваемая в сеть;

$\Delta P = RI^2$  – потери мощности в якоре двигателя.

Механические характеристики электрической машины в режиме генераторного торможения с отдачей энергии в сеть являются продолжением характеристики двигательного режима в область второго квадранта (см. рис. 3.3). Этот способ применяется в механизмах с активным моментом статического сопротивления, к которым относятся подъемные установки.

На практике режим генераторного торможения получают при опускании грузов (рис. 3.4). Двигатель включают на направление «назад». В момент пуска угловая скорость равна нулю, момент равен моменту короткого замыкания  $M_{\epsilon}$  (точка  $a$ ). Момент двигателя совпадает по направлению с моментом статического сопротивления  $M_{\text{ст}}$ . Под действием суммарного отрицательного момента система разгоняется в отрицательном направлении. В третьем квадранте момент двигателя совпадает с направлением угловой скорости вращения, и машина работает в двигательном режиме. При переходе скорости идеального холостого хода  $(-\omega_0)$  момент двигателя изменяет знак, он становится положительным и направлен навстречу угловой скорости, т. е. электрическая машина препятствует движению (развивает тормозной момент). Установившийся режим работы имеет место в точке  $c$ , где момент двигателя и момент сопротивления равны по величине, а суммарный момент равен нулю. Машина работает в режиме генераторного торможения с отдачей энергии в сеть.

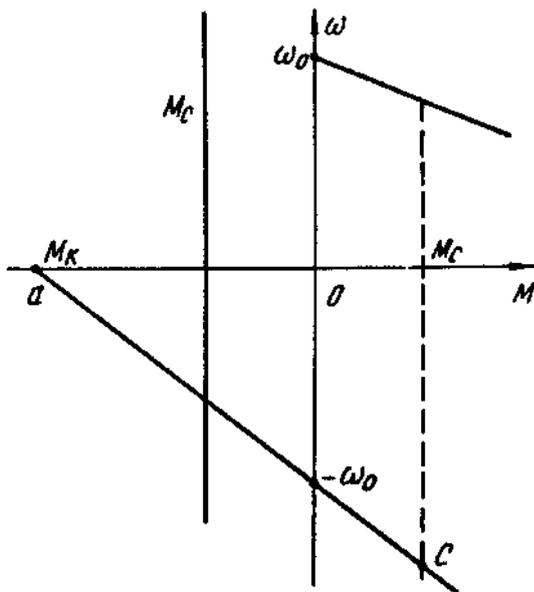


Рис. 3.4. Генераторный режим работы двигателя постоянного тока независимого возбуждения при опускании груза

Генераторное торможение является весьма экономичным, поскольку оно сопровождается отдачей в сеть электрической энергии; однако этот способ имеет и недостаток: торможение осуществляется при высоких скоростях  $\omega > \omega_0$  и непригодно для остановки привода.

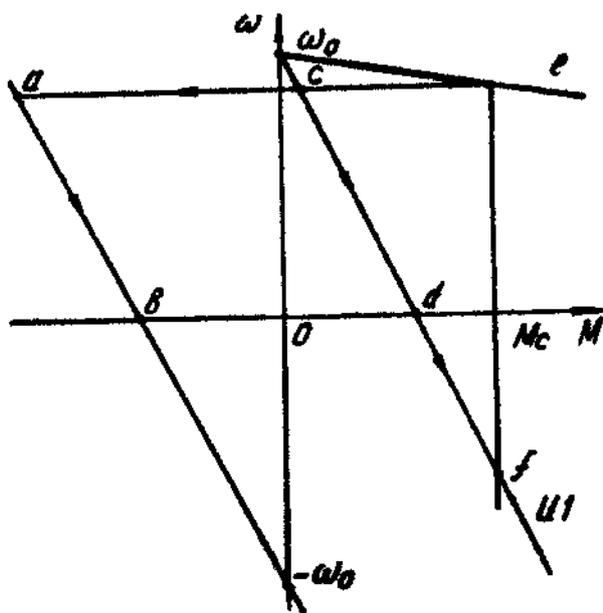


Рис. 3.5. Механические характеристики двигателя в режиме торможения противовключением

Торможение противовключением – это такой режим работы, когда обмотки двигателя включены на одно направление вращения, а вал двигателя под действием внешнего момента или момента инерции вращается в противоположную сторону. Режим торможения противовключением может быть получен двумя способами. Первый способ пригоден лишь для активного момента статического сопротивления, когда в цепь якоря двигателя включается большое дополнительное сопротивление. Двигатель с естественной характеристики переходит работать на искусственную характеристику (при неизменной угловой скорости вращения в точку  $c$ ), рис. 3.5. Момент двигателя уменьшился, а момент статического сопротивления

остался прежним, поэтому на привод действует избыточный отрицательный момент, который тормозит систему. В точке  $d$  угловая скорость двигателя равна нулю, а момент сопротивления больше момента, развиваемого двигателем. Под действием момента статического сопротивления угловая скорость двигателя меняет свое направление (привод реверсируется). Установившийся режим работы привода наступает в точке  $f$ , когда момент двигателя равен моменту статического сопротивления и направлен ему навстречу (суммарный момент, действующий на систему, равен нулю). На части механической характеристики  $df$  угловая скорость двигателя и его момент не совпадают по направлению; двигатель включен на направление «вперед», но под действием активного момента статического сопротивления вращается в направлении «назад». Имеет место торможение противовключением. Поскольку угловая скорость двигателя изменила свое направление, электродвижущая сила обмотки якоря изменила свой знак, теперь ее направление совпадает с направлением напряжения сети. Напряжение сети и ЭДС обмотки якоря складываются и уравнивают падение напряжения в якорной цепи, обусловленное нагрузкой, что является характерной особенностью режима торможения противовключением.

Второй способ получения режима торможения противовключением применим как для активного, так и реактивного характера момента статического сопротивления. С этой целью на ходу переключают обмотку якоря, т. е. изменяют полярность напряжения, подводимого к обмотке якоря. Теперь электродвижущая сила обмотки якоря и напряжение сети складываются (как и в первом способе). Для ограничения тока в цепи якоря вводят большое дополнительное сопротивление. Второй закон Кирхгофа в этом случае записывается следующим образом:

$$-U = E + IR. \quad (3.11)$$

Из выражения (3.11) определяем ток якоря двигателя:

$$I = -\frac{U + E}{R}.$$

Из последнего выражения видно, что ток якоря изменил свое направление, электромагнитный момент также изменил свой знак; угловая скорость из-за инерции привода не может сразу изменить свое направление. Привод переходит работать в точку  $a$  на характеристику, проходящую через точку  $-\omega_0$  (см. рис. 3.5). В точке  $a$  момент двигателя и его угловая скорость направлены встречно (тормозной режим); двигатель включен на направление «назад», но по инерции продолжает вращаться «вперед» (торможение противовключением). В этом случае характеристика режима торможения противовключения (отрезок  $ab$ ) расположена во втором квадранте. Под действием момента двигателя и момента статического сопротивления привод интенсивно тормозится. В точке  $b$  угловая скорость двигателя равна нулю; якорь двигателя отключают от сети и ставят привод на механический тормоз. Если это не произвести, то двигатель изменит направление угловой скорости вращения (реверсируется) и перейдет работать в третий квадрант (двигательный режим работы). Умножив обе части уравнения (3.11) на ток нагрузки  $I$ , после преобразований получим:

$$-UI - EI = I^2 R$$

или

$$P_y + P_i = \Delta P, \quad (3.12)$$

где  $P_y = U \cdot I$  – электрическая мощность из сети;

$P_i = E \cdot I$  – механическая мощность с вала двигателя;

$\Delta P = -I^2 R$  – потери в якорной цепи двигателя.

Из выражения (3.12) видно, что двигатель потребляет электрическую мощность из сети  $UI$ , преобразует механическую мощность с вала в электрическую  $EI$ , и вся энергия, полученная из сети и преобразованная с

вала, рассеивается в виде тепла в якорной цепи двигателя. Таким образом, режим торможения противовключением является весьма неэкономичным, но обеспечивает интенсивное торможение привода и используется в практике в качестве аварийного.

Режим электродинамического торможения осуществляется при соблюдении трех условий: двигатель отключается от сети и замыкается на сопротивление; двигатель возбужден; вал двигателя вращается под действием внешних моментов или момента инерции движущихся элементов привода (рис. 3.6, а). Внешнее напряжение (задание) отсутствует, поэтому второй закон Кирхгофа запишется в следующей форме:

$$0 = E + IR, \quad (3.13)$$

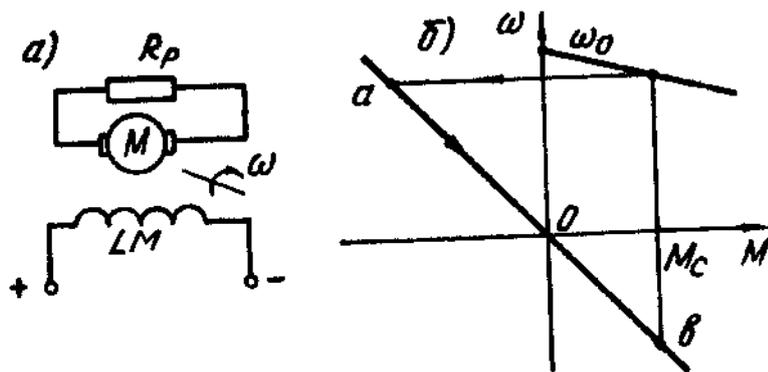


Рис. 3.6. Электродинамическое торможение двигателя постоянного тока независимого возбуждения:

а - электрическая схема; б – механическая характеристика

откуда ток якоря:  $I = -\frac{E}{R}$ , т. е. ток двигателя меняет свое направление (по отношению к двигательному режиму работы) и протекает под действием электродвижущей силы обмотки якоря. Момент двигателя также изменяет свое направление и направлен навстречу угловой скорости вращения якоря, которая сразу измениться не может. Двигатель переходит работать в точку а характеристики, проходящей через начало координат (рис. 3.6, б). В ре-

жиме электродинамического торможения механическая мощность  $M\omega$  преобразуется в электрическую  $EI$  и выделяется в виде потерь  $I^2R$  в якорной цепи двигателя. Машина работает как генератор на внешнее сопротивление. Режим электродинамического торможения протекает без потребления энергии из сети (мощность, потребляемая обмоткой возбуждения, мала и не принимается во внимание); в этом отношении он экономичнее, чем режим торможения противовключением.

### **3.2. Построение механических характеристик двигателя постоянного тока независимого возбуждения**

Как видно из выражений (3.5), (3.6) и (3.8), механические характеристики двигателя постоянного тока независимого возбуждения описываются уравнением прямой линии, которая может быть построена по двум точкам. Для более точного построения механической характеристики двигателя в рабочей зоне изменения нагрузок следует воспользоваться точкой идеального холостого хода  $(0, \omega_0)$  и номинальным режимом работы  $(M_i, \omega_i)$ . В паспорте машины (щиток на корпусе двигателя) указаны следующие номинальные величины:  $P_i$  - номинальная мощность на валу двигателя, кВт;  $n_i$  - номинальная скорость вращения вала машины, об/мин;  $U_i$  - номинальное напряжение питания обмотки якоря, В;  $I_i$  - номинальный ток якоря, А;  $\eta_i$  - номинальный коэффициент полезного действия машины, %.

Расчет производим в системе СИ, в паспортных данных машины только скорость вращения является внесистемной величиной, ее необходимо перевести в систему СИ; номинальная угловая скорость равна:

$$\omega_i = \frac{\pi n_i}{30}. \quad (3.14)$$

Если номинальное значение коэффициента полезного действия не указано в паспорте, то его можно определить из выражения:

$$\eta_i = \frac{P_i \cdot 10^3}{U_i I_i}. \quad (3.15)$$

Сопротивление обмотки якоря берут из каталогов или определяют ориентировочно по выражению:

$$R_{\dot{y}} \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{U_i}{I_i} (1 - \eta_i). \quad (3.16)$$

Затем определяется коэффициент  $C = k\Phi$ , В·с:

$$C = \frac{U_i - I_i R_{\dot{y}}}{\omega_i}. \quad (3.17)$$

Скорость идеального холостого хода:  $\omega_0 = \frac{U_i}{C}$ .

Номинальный электромагнитный момент  $M_i = C \cdot I_i$ , Н·м.

По двум точкам: идеальному холостому ходу  $(0, \omega_0)$  и номинальному режиму работы  $(M_i, \omega_i)$  строим естественную механическую характеристику двигателя (рис. 3.7, а).

Перейдем теперь к построению пусковой диаграммы и расчету пусковых сопротивлений. Определяем пусковой ток:

$$I_1 = \lambda I_i,$$

где  $I_1$  – пусковой ток;

$\lambda$  – перегрузочная способность двигателя постоянного тока,  $2 \leq \lambda \leq 2,5$ .

Пусковому току соответствует пусковой момент  $M_1 = C I_1$ .

Пусковое сопротивление (при угловой скорости, равной нулю):

$$R_i = \frac{U_i}{I_1}.$$

Задаемся числом ступеней  $n$  и определяем коэффициент  $\gamma$  :

$$\gamma = n \sqrt{\frac{R_{\dot{y}}}{R_{\ddot{y}}}}$$

Ток и момент переключения:

$$I_2 = \frac{I_1}{\gamma}; \quad M_2 = CI_2.$$

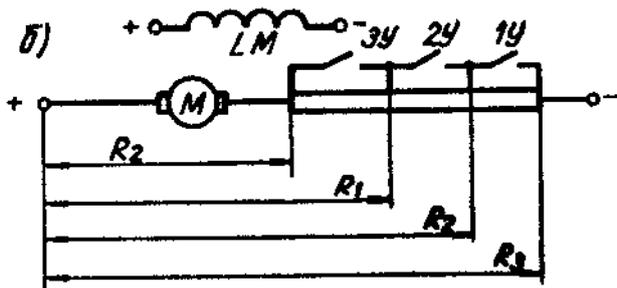
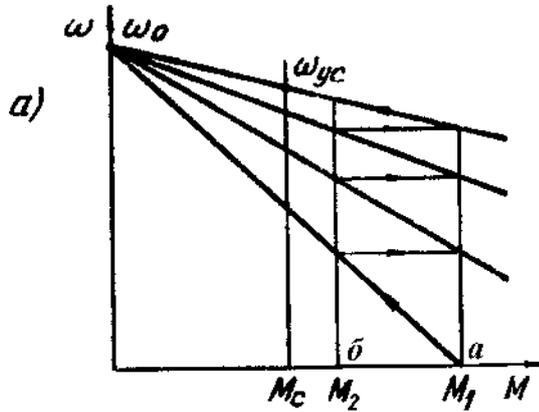


Рис. 3.7. Реостатный пуск двигателя независимого возбуждения:  
*a* – пусковая диаграмма; *б* – схема включения сопротивлений в  
 цепь якоря

Необходимо выполнение условия:  $M_2 > M_c$ . Если это условие не выполняется, то увеличиваем число ступеней на единицу и производим расчет, начиная с коэффициента  $\gamma$ . Строим пусковую диаграмму (см. рис. 3,7, *a*), для чего отмечаем на оси моментов значения пускового момента  $M_1$

(точка  $a$ ) и момента переключения  $M_2$  (точка  $b$ ). Соединяем точку  $a$  с точкой идеального холостого хода  $\omega_0$  и получаем искусственную характеристику. Точку пересечения этой характеристики с моментом  $M_2$  проецируем на прямую, соответствующую моменту  $M_1$ , и т. д. Если расчет произведен верно, то последняя горизонталь пересечет естественную характеристику в точке при моменте, равном  $M_1$ . Сопротивление якорной цепи для первой искусственной характеристики  $R_1 = R_y \gamma$ ; для второй  $R_2 = R_1 \gamma$ ; для третьей  $R_3 = R_2 \gamma$ . Если расчет произведен без арифметических ошибок, то (для  $n = 3$ ) должно быть  $R_3 = R_1$ . Схема включения пусковых сопротивлений приведена на рис. 3.7, б.

### 3.3. Механические характеристики двигателей постоянного тока последовательного возбуждения в двигательном и тормозном режимах работы

Схема включения двигателя постоянного тока последовательного возбуждения представлена на рис. 3.8.

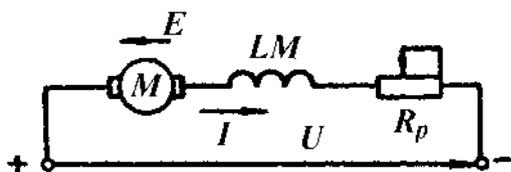


Рис. 3.8. Схема включения двигателя постоянного тока последовательного возбуждения

Обмотка якоря  $M$  и обмотка возбуждения  $LM$  машины включены последовательно, что накладывает особенности на ее конструкцию: обмотка возбуждения имеет малое число витков, выполнена из медного провода

большого сечения, обладает малым сопротивлением. Таким образом, ток нагрузки является током возбуждения, и снижение угловой скорости вращения вала машины при увеличении нагрузки происходит как за счет падения напряжения в цепи якоря, так и за счет увеличения потока возбуждения. Это обуславливает малую жесткость механической характеристики двигателя постоянного тока последовательного возбуждения. Уравнение электромеханической характеристики двигателя можно получить, используя второй закон Кирхгофа для якорной цепи и выражения для электродвижущей силы якорной цепи:

$$\left. \begin{aligned} U &= E + IR; \\ E &= k\Phi\omega. \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

Решая систему (3.18) относительно угловой скорости, получим выражение электромеханической характеристики:

$$\omega = \frac{U}{k\Phi} - I \frac{R}{k\Phi}, \quad (3.19)$$

где  $R$  – сопротивление цепи, состоящее из сопротивления обмотки якоря  $R_{\dot{y}}$ , обмотки возбуждения  $R_{\dot{i}a}$ , дополнительных полюсов и сопротивления реостата  $R_{\delta}$ ; Ом;  
 $\Phi$  – поток возбуждения двигателя, Вб.

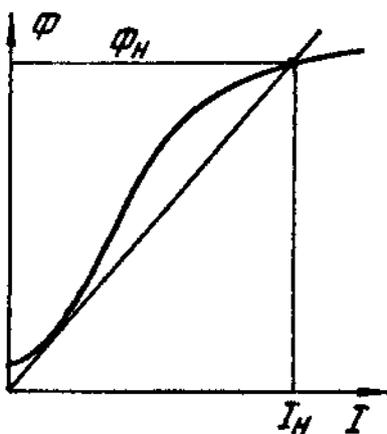


Рис. 3.9. Кривая намагничивания двигателя постоянного

тока последовательного возбуждения

В отличие от двигателя независимого возбуждения магнитный поток, входящий в выражение (3.19), является функцией тока нагрузки:  $\Phi = f(I)$ . Эта зависимость обычно представляется графически и называется кривой намагничивания (рис. 3.9). Аналитической зависимости для этой кривой не существует, поэтому нет и аналитического выражения для механической характеристики двигателя постоянного тока последовательного возбуждения. Упрощенное уравнение механической характеристики двигателя последовательного возбуждения можно получить, если принять магнитный поток пропорциональным току нагрузки, т. е. заменить действительную кривую намагничивания прямой линией (см. рис. 3.9). Тогда поток равен:

$$\Phi = aI,$$

$a$  электромагнитный момент:

$$M = k\Phi I = kaI^2.$$

Из последнего выражения определяем ток нагрузки:

$$I = \sqrt{\frac{M}{ka}}.$$

Подставив выражения тока и потока в выражение электромеханической характеристики (3.19), получим уравнение механической характеристики идеализированного двигателя постоянного тока последовательного возбуждения, т. е. такого двигателя, у которого отсутствует насыщение магнитной системы (рис. 3.10).

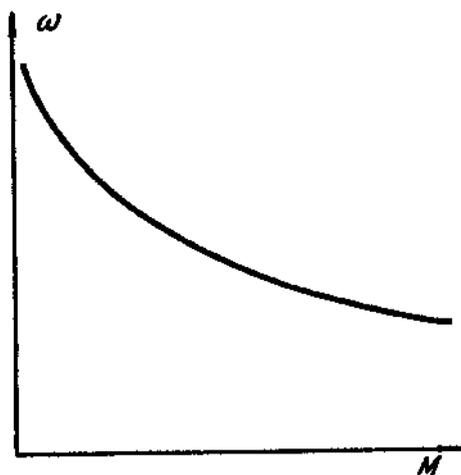


Рис. 3.10. Механическая характеристика идеализированного двигателя постоянного тока последовательного возбуждения

Особенностью этой характеристики является ее малая жесткость при небольших нагрузках, при уменьшении момента угловая скорость вращения двигателя стремится к бесконечности, т. е. характеристика не имеет скорости идеального холостого хода. Уравнение механической характеристики идеализированного двигателя постоянного тока последовательного возбуждения имеет вид:

$$\omega = \frac{A}{\sqrt{M}} - B, \quad (3.20)$$

где  $A = \frac{U}{\sqrt{ka}}$ ,  $B = \frac{R}{ka}$  – постоянные коэффициенты.

Уравнение (3.20) дает лишь общее представление о свойствах механической характеристики двигателя последовательного возбуждения, при расчетах этим уравнением пользоваться нельзя, т. к. они дают слишком приближенные результаты. На практике для различного рода расчетов пользуются графическими и графоаналитическими методами, с этой целью применяют зависимости:  $n = f(I)$  и  $M = \varphi(I)$ , которые приводятся в виде графиков в каталогах и справочниках. Это так называемые рабочие характеристики

двигателя постоянного тока последовательного возбуждения; они учитывают насыщение магнитной системы двигателя, реакцию якоря и потери в двигателе. Момент на рабочей характеристике – это момент на валу двигателя, а не электромагнитный момент, как у двигателя независимого возбуждения.

Для двигателя последовательного возбуждения возможны два тормозных режима: режим торможения противовключением и режим электродинамического (динамического) торможения. Генераторное торможение с отдачей энергии в сеть не может быть получено по двум причинам: во-первых, при уменьшении момента нагрузки угловая скорость вращения вала двигателя достигает недопустимых значений по условиям прочности обмоток якоря; во-вторых, при изменении направления тока якоря изменяется и направление магнитного потока, а направление момента не изменяется. Поэтому при переходе в тормозной режим необходимо переключить концы обмотки возбуждения. Если двигатель все же будет переведен в режим генераторного торможения с отдачей энергии в сеть, то его параллельная работа с генераторами постоянного тока независимого возбуждения будет неустойчивой. На практике для двигателей постоянного тока последовательного возбуждения режим генераторного торможения с отдачей энергии в сеть не применяется.

Режим торможения противовключением может быть получен следующими способами:

- 1) введением большого дополнительного сопротивления в цепь якоря двигателя (только при активном моменте статического сопротивления);
- 2) изменением полярности напряжения, подводимого к обмотке якоря (момент сопротивления может носить как активный, так и реактивный характер), для ограничения тока в цепь якоря вводится дополнительное сопротивление.

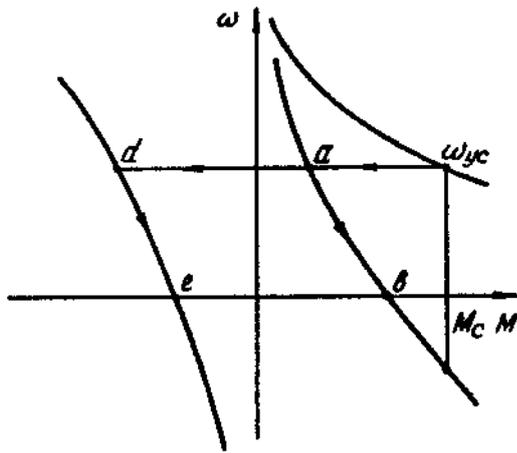


Рис. 3.11. Механические характеристики двигателей последовательного возбуждения в режиме торможения противовключением

Механические характеристики двигателя последовательного возбуждения в режиме торможения противовключением являются продолжением двигательного режима во второй и четвертый квадрант (рис. 3.11). Если при работе двигателя в установившемся режиме ( $M = M_{\text{н}}$ ,  $\omega = \omega_{\text{о\u043d}}$ ) в цепь якоря включить большое дополнительное сопротивление, то двигатель переходит работать на искусственную (реостатную) характеристику в точку *a*. Момент двигателя стал меньше момента статического сопротивления, угловая скорость вращения двигателя уменьшается в соответствии с характеристикой *ab*. В точке *b* скорость двигателя равна нулю, а момент меньше момента статического сопротивления. При активном моменте статического сопротивления привод начинает разгоняться в противоположном направлении; момент и скорость двигателя на участке характеристики *be* имеют разные знаки; двигатель был включен на направление «вперед», но под действием момента статического сопротивления вращается в направлении «назад», имеет место режим торможения противовключением. При переключении обмотки якоря двигатель переходит с характеристики на направление «вперед» на характеристику на направление «назад» (точка *d*); переход осуществляется при постоянной скорости вращения. В точке *d* на

привод действуют два отрицательных момента: момент двигателя и момент статического сопротивления. Под воздействием суммарного отрицательного момента скорость двигателя уменьшается в соответствии с характеристикой  $de$ . На этом участке характеристики двигатель включен на направление «назад», но по инерции продолжает вращаться в направлении «вперед», т. е. имеет место торможение противовключением.

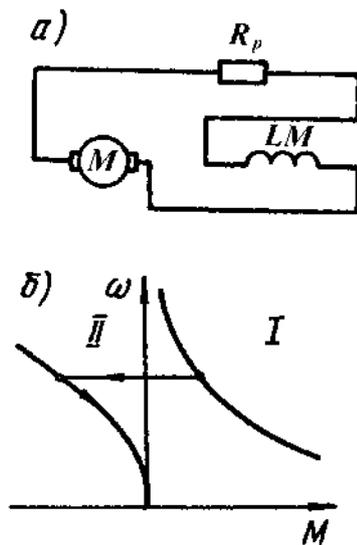


Рис. 3.12. Механическая характеристика двигателя последовательного возбуждения в режиме электродинамического торможения с самовозбуждением:

*a* – электрическая схема; *б* – механическая характеристика

Режим электродинамического торможения двигателя последовательного возбуждения может быть осуществлен двумя способами: с самовозбуждением и с независимым возбуждением. При торможении с самовозбуждением двигатель отключается от сети и замыкается на сопротивление (рис. 3,12, *a*). Необходимо отметить, что в этом случае во избежание размагничивания машины следует изменить полярность обмотки якоря, чтобы при изменении направления тока в обмотке якоря ток в обмотке возбуждения не изменил свое направление. Механическая характеристика машины для этого тормозного режима представлена на рис. 3.12, *б* во втором квадранте. Как

видно из графика рисунка, при малых угловых скоростях тормозной момент мал.

С увеличением угловой скорости тормозной момент резко возрастает, процесс торможения получается не плавным. Достоинством этого способа является то, что он может использоваться при исчезновении напряжения сети.

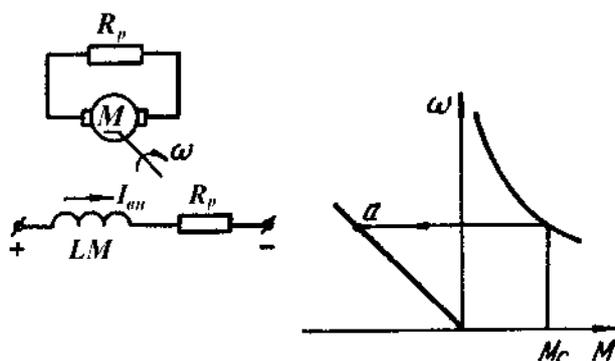


Рис. 3.13. Электродинамическое торможение двигателя последовательного возбуждения с независимым возбуждением

*a* – электрическая схема; *б* – механическая характеристика

Для получения плавного торможения применяют динамическое торможение с независимым возбуждением (рис. 3.13, *a*): якорь двигателя замыкают на дополнительное сопротивление  $R_{\delta}$ , а обмотка возбуждения подключается к сети через дополнительное сопротивление, ограничивающее ток возбуждения до номинального значения. Машина работает как генератор независимого возбуждения на дополнительное сопротивление, поэтому полученные характеристики подобны механическим характеристикам двигателя независимого возбуждения, работающего в режиме электродинамического торможения. Эти характеристики линейны и проходят через начало координат (рис. 3.13, *б*). Этот способ торможения является неэкономичным, поскольку двигатель потребляет из сети номинальную

мощность, которая рассеивается в сопротивлении, включенном в цепь обмотки возбуждения.

### 3.4. Построение характеристик двигателя постоянного тока последовательного возбуждения

Рассмотрим графический метод построения искусственных (реостатных) характеристик двигателя постоянного тока последовательного возбуждения. Основой расчета является естественная (рабочая) характеристика двигателя. Первоначально определим зависимость угловой скорости вращения вала двигателя от сопротивления якорной цепи при неизменном токе нагрузки. В этом случае в уравнении электромеханической характеристики двигателя

$$\omega = \frac{U}{k\Phi} - I \frac{R}{k\Phi} \quad (3.21)$$

величины  $I$ ;  $\frac{U}{k\Phi} = a$ ;  $\frac{I}{k\Phi} = b$  будут постоянны, и уравнение (3.21) принимает вид:

$$\omega(R) = a - bR. \quad (3.22)$$

Выражение (3.22) представляет уравнение прямой линии, которая может быть построена по двум точкам. Построение производится в двух квадрантах: в первом квадранте задана рабочая характеристика  $\omega = f(I)$ , во втором квадранте строим характеристику  $\omega(R)$  (рис. 3.14). Построение производится следующим образом. В первом квадранте на оси абсцисс отмечаем токи  $I_1, I_2 \dots I_6$  и получаем соответствующие этим токам скорости на естественной характеристике  $\omega_1, \omega_2 \dots \omega_6$ . Во втором квадранте откладывается по оси абс-

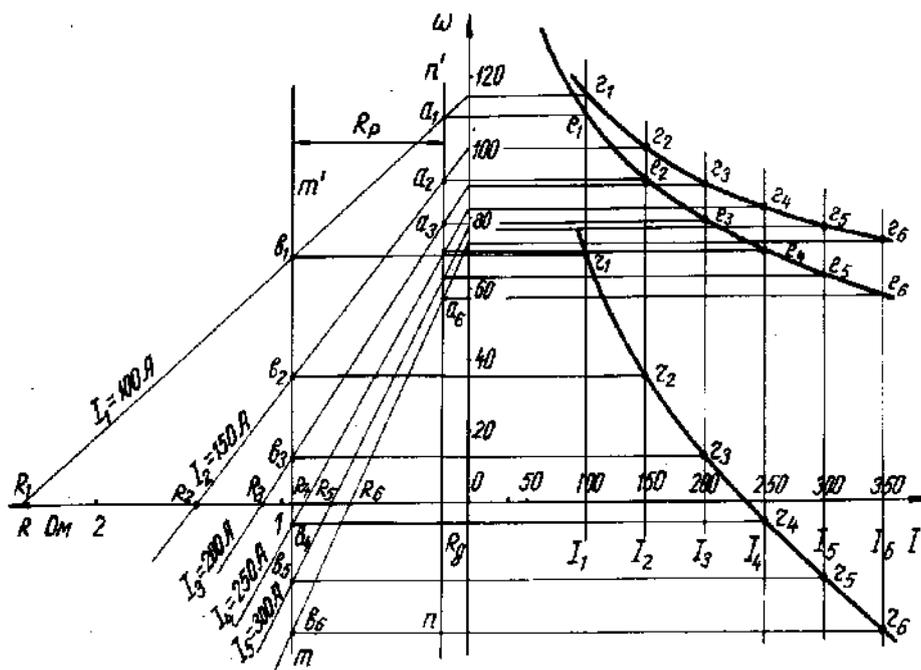


Рис. 3.14. Графическое построение искусственной скоростной характеристики двигателя последовательного возбуждения

цисс собственное сопротивление двигателя  $R_a$  и проводится прямая  $nn'$  параллельно оси скорости. Точки  $l_1, l_2, \dots$  проектируются на прямую  $nn'$  (точки  $a_1, a_2, \dots$ ). На оси сопротивлений откладываются величины:

$$R_1 = \frac{U}{I_1}, R_2 = \frac{U}{I_2} \text{ и т. д.}$$

Полученные точки соединяем с точками  $a_1, a_2, \dots$

прямыми линиями постоянного тока  $I_1 = \text{const}, I_2 = \text{const}, \dots$  Теперь можно построить искусственную (реостатную) характеристику двигателя при любом наперед заданном сопротивлении. Например, отложив сопротивление реостата  $R_\delta$  (прямая  $mm'$ ), получим точки пересечения с линиями постоянного тока  $b_1, b_2, \dots$ ; проецируя эти точки на соответствующие токи  $I_1, I_2, \dots$  в первом квадранте, получим точки  $r_1, r_2, \dots$  для построения реостатной характеристики.

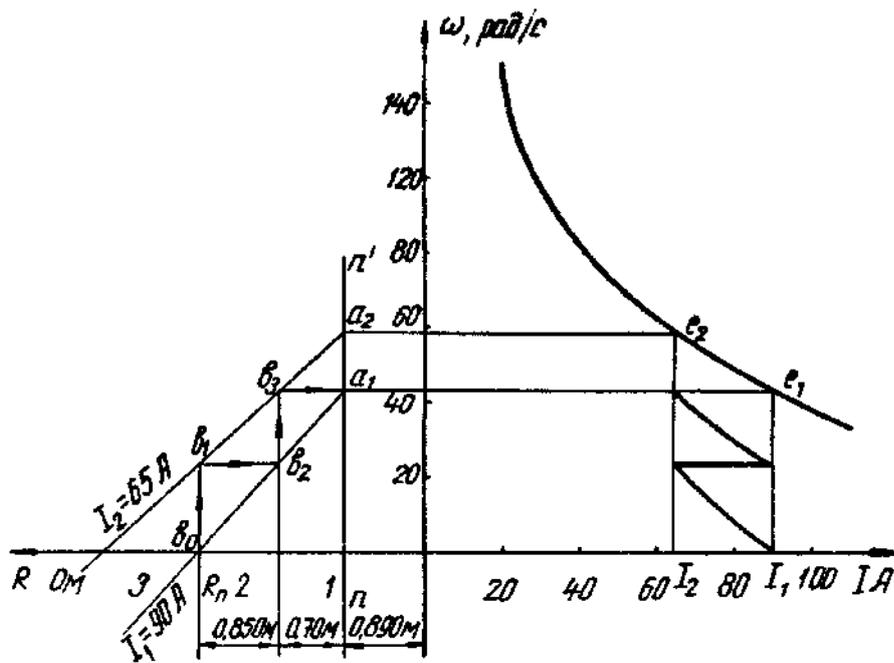


Рис. 3.15. Графический расчет пусковых сопротивлений для двигателя постоянного тока последовательного возбуждения

Из всего многообразия искусственных характеристик двигателя последовательного возбуждения особый интерес представляет характеристика, отвечающая идеализированному двигателю с обмотками, не обладающими сопротивлением. Такая характеристика называется граничной. Граничная характеристика получается изложенным методом при продолжении линий постоянных токов до оси угловой скорости. Если полученные при этом точки спроектировать на соответствующие токи в первом квадранте, то будет получена граничная характеристика  $\tilde{a}_1, \tilde{a}_2 \dots$ .

Изложенная методика позволяет рассчитать пусковые сопротивления двигателя последовательного возбуждения графическим методом. Для этой цели используют рабочую характеристику (рис. 3.15).

Задаемся пусковым током  $I_1$  и током переключения  $I_2$  и получаем точки  $l_1$  и  $l_2$  на рабочей характеристике. Проектируя точки  $l_1$  и  $l_2$  на прямую  $nn'$ ,

получим точки  $a_1$  и  $a_2$ . На оси сопротивлений откладываем значения  $R_1 = R_i = \frac{U}{I_1}$  и  $R_2 = \frac{U}{I_2}$ . Проводим прямые постоянных токов  $I_1 = \text{const}$  и  $I_2 = \text{const}$ . Из точки  $R_i$  проводим вертикаль до прямой  $I_2 = \text{const}$  в точке  $b_1$ , затем проводим прямую, параллельную оси абсцисс до точки  $b_2$ ; аналогично проводят прямые  $b_2b_3$  и  $b_3a_1$ . Построение будет удачным, если последняя горизонталь пройдет через точку  $a_1$ . Если этого не произойдет, то изменяют значение тока переключения и повторяют построение. С помощью графического метода получено две ступени пускового реостата. Отрезок  $b_1b_2$  соответствует сопротивлению первой секции пускового реостата  $r_1$ , а  $b_3a_1$  - второй секции пускового реостата  $r_2$ .

### 3.5. Механические характеристики двигателей постоянного тока смешанного возбуждения

Двигатель смешанного возбуждения имеет две обмотки возбуждения: обмотку параллельного возбуждения  $LM1$  и обмотку последовательного возбуждения  $LM2$  (рис. 3.16, а), поэтому его механические характеристики занимают промежуточное положение по жесткости: они более жесткие, чем характеристики двигателя последовательного возбуждения, и менее жесткие, чем характеристики двигателей независимого возбуждения. Магнитный поток двигателя имеет две составляющие:

$$\Phi = \Phi_{\sigma} \pm \Phi_{\pi}, \quad (3.23)$$

где  $\Phi_{\sigma}$  - поток, создаваемый обмоткой параллельного возбуждения (шунтовой);

$\Phi_{\pi}$  - поток, создаваемый обмоткой последовательного возбуждения (се-

риесной).

Знак (+) соответствует согласованному включению обмоток; знак (-) соответствует встречному включению обмоток.

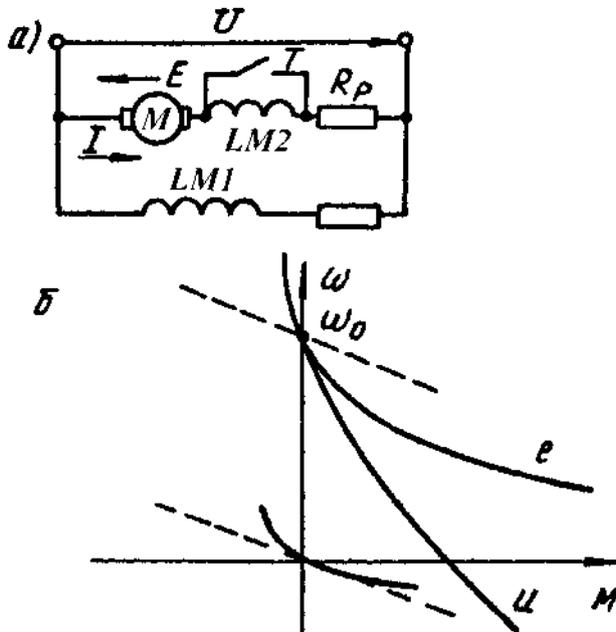


Рис.3.16. Схема включения (а) двигателя смешанного возбуждения и механические характеристики (б) двигателя постоянного тока смешанного возбуждения

Двигатели со смешанным возбуждением выпускаются со значительным насыщением магнитной системы, поток возбуждения их зависит от тока нагрузки; поэтому двигатели смешанного возбуждения не имеют аналитического выражения для механической характеристики. В отличие от двигателей последовательного возбуждения эти двигатели имеют допустимое значение угловой скорости вращения идеального холостого хода, которая определяется напряжением питания и потоком, создаваемым

шунтовой обмоткой:

$$\omega_0 = \frac{U}{k\Phi_\circ}$$

Двигатели смешанного возбуждения конструируют таким образом, что при номинальной нагрузке обмотки последовательного и параллельного

возбуждения создают одинаковые потоки. Характеристика двигателя (рис. 3.16, б) при малых нагрузках мягкая; при увеличении нагрузки характеристика становится более жесткой. Это происходит из-за того, что с увеличением нагрузки наступает насыщение машины, и магнитный поток практически не изменяется с увеличением намагничивающей силы обмотки последовательного возбуждения.

Двигатель смешанного возбуждения может работать в трех тормозных режимах: в режиме генераторного торможения с отдачей энергии в сеть, в режиме торможения противовключением и в режиме электродинамического торможения. С изменением направления тока якоря при работе в тормозных режимах обмотка последовательного возбуждения начинает размагничивать машину; поток возбуждения и тормозной момент уменьшаются, а механическая характеристика становится мягкой. Чтобы исключить размагничивающее действие обмотки последовательного возбуждения в тормозных режимах, ее шунтируют (контакт  $T$ ). При этом получаются линейные механические характеристики, как у двигателя независимого или параллельного возбуждения; на рис. 3.16, б они показаны пунктиром.

Расчет искусственных (реостатных) характеристик и пусковых сопротивлений производится на основе рабочих характеристик двигателей с использованием рассмотренного выше графического метода для двигателей последовательного возбуждения.

### **3.6. Механические характеристики трехфазного асинхронного двигателя в двигательном и тормозном режимах работы**

Асинхронные двигатели получили в промышленности весьма широкое применение благодаря ряду существенных преимуществ по сравнению с другими типами двигателей. Асинхронный двигатель прост и надежен в

эксплуатации, т. к. не имеет коллектора; асинхронные машины дешевле и значительно легче (на единицу мощности) двигателей постоянного тока, требуют меньшего расхода цветных металлов, обладают высоким коэффициентом полезного действия и меньшим моментом инерции. Схема включения асинхронного двигателя в сеть представлена на рис. 3.17, а.

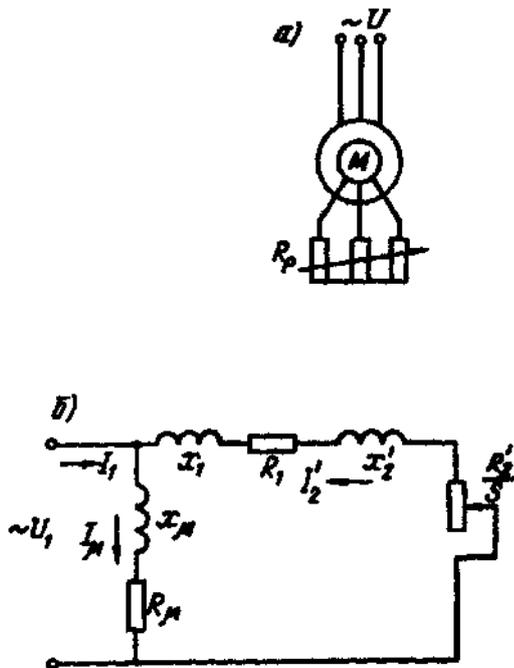


Рис. 3.17. Схема включения (а) трехфазного асинхронного двигателя и схема замещения (б) трехфазного асинхронного двигателя

Для исследования статических характеристик асинхронной машины в двигательном и тормозном режимах работы используют схемы замещения; наиболее удобной для этих целей является Г-образная схема замещения, представленная на рис. 3.17, б, где приняты следующие обозначения:  $U_{1\hat{o}}$  – фазное напряжение статора;  $I_1$  – фазный ток статора;  $I_2'$  – приведенный ток ротора;  $x_1, R_1$  – индуктивное и активное сопротивления фазы статора;  $x_2', R_2'$  – индуктивное и активное сопротивления фазы ротора, приведенные к обмотке статора;  $x_\mu, R_\mu$  – индуктивное и активное сопротивления контура

намагничивания;  $I_\mu$  – ток контура намагничивания;  $s$  – скольжение, выражающее перепад скорости в относительных единицах,

$$s = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0};$$

$\omega_0 = \frac{2\pi f_1}{p}$  – синхронная скорость асинхронного двигателя;  $f_1$  – частота напряжения сети (в Европе частота напряжения питания промышленных предприятий принята 50 Гц);  $p$  – число пар полюсов асинхронной машины.

Выражение для электромагнитного момента асинхронного двигателя может быть получено на основе баланса мощности:

$$P_y = P_i + \Delta P, \quad (3.24)$$

где  $P_y$  – электромагнитная мощность,  $P_y = M \cdot \omega_0$ ;

$P_i$  – механическая мощность,  $P_i = M \cdot \omega$ ;

$\Delta P$  – мощность потерь в меди ротора,  $\Delta P = m I_2'^2 R_2'$ ;

$m$  – число фаз ( $m = 3$ ).

С учетом принятых обозначений выражение (3.24) можно переписать следующим образом:

$$M\omega_0 = M\omega + m I_2'^2 R_2', \quad (3.25)$$

откуда

$$M = \frac{m I_2'^2 R_2'}{\omega_0 - \omega}.$$

Перепад скорости можно выразить через скольжение:

$$\omega_0 - \omega = \omega_0 \cdot s.$$

Подставляя последнее выражение в (3.25), получим:

$$M = \frac{m I_2'^2 R_2'}{\omega_0 s}. \quad (3.26)$$

Из схемы замещения (см. рис. 3.17) можно получить выражение для приведенного тока ротора:

$$I'_2 = \frac{U_{1\dot{0}}}{\sqrt{(x_1 + x'_2)^2 + \left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2}}. \quad (3.27)$$

Выражение для электромагнитного момента с учетом зависимости (3.27) принимает вид:

$$M = \frac{m \cdot U_{1\dot{0}}^2 \cdot R'_2}{\omega_0 s \left[ (x_1 + x'_2)^2 + \left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 \right]}. \quad (3.28)$$

При номинальных значениях режима питания ( $U_{1\dot{0}} = U_i$ ,  $f_1 = f_i$ ) и постоянных сопротивлений статора и ротора электромагнитный момент асинхронной машины является сложной функцией одного параметра - скольжения,  $M = f(s)$ . Эта функция имеет два экстремума: максимум в двигательном режиме работы и минимум - в генераторном режиме. Взяв

производную  $\frac{dM}{ds}$  и приравняв ее к нулю, получим критическое скольжение:

$$s_{\hat{e}} = \pm \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + (x_1 + x'_2)^2}} = \pm \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + x_{\hat{e}}^2}}, \quad (3.29)$$

где  $x_{\hat{e}} = x_1 + x'_2$  - индуктивное сопротивление машины при коротком замыкании.

Подставив выражение (3.29) в (3.28), получим выражение для критического момента:

$$M_{\hat{e}} = \frac{m U_{1\dot{0}}^2}{2\omega_0 \left( R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + x_{\hat{e}}^2} \right)}. \quad (3.30)$$

Знак (+) выражениях (3.29) и (3.30) относится к двигательному режиму асинхронной машины, знак (-) - к генераторному режиму.

Из выражения (3.30) следует, что критический момент асинхронной машины в генераторном режиме работы по абсолютной величине больше, чем в двигательном:

$$\left| \frac{M_{\dot{e}\ddot{a}}}{M_{\ddot{e}\dot{a}}} \right| = \frac{\sqrt{R_1^2 + x_{\dot{e}}^2} + R_1}{\sqrt{R_1^2 + x_{\dot{e}}^2} - R_1} > 1,$$

что обусловлено падением напряжения в активном сопротивлении обмотки статора  $R_1$ .

Выражения (3.28) и (3.30) могут быть приведены к следующему виду:

$$M = \frac{2M_{\dot{e}}(1 + as_{\dot{e}})}{\left( \frac{s}{s_{\dot{e}}} + \frac{s_{\dot{e}}}{s} + 2as_{\dot{e}} \right)}, \quad (3.31)$$

где  $a = \frac{R_1}{R_2'}$ .

Если пренебречь активным сопротивлением статора  $R_1 = 0$ , то  $a=0$ , и критические моменты асинхронной машины в двигательном и генераторном режимах работы будут равны. В этом случае получается упрощенное уравнение механической характеристики асинхронного двигателя, которым чаще всего пользуются в практических расчетах:

$$M = \frac{2M_{\dot{e}}}{\left( \frac{s}{s_{\dot{e}}} + \frac{s_{\dot{e}}}{s} \right)}. \quad (3.32)$$

Из полученных выражений можно сделать следующие выводы. Критическое скольжение пропорционально сопротивлению ротора, а критический момент не зависит от сопротивления ротора. Критические скольжения в двигательном и генераторном режимах работы равны по абсолютной величине, а критический момент в генераторном режиме работы по модулю больше критического момента в двигательном режиме:  $|M_{\dot{e}\ddot{a}}| > |M_{\ddot{e}\dot{a}}|$ . Критический момент пропорционален квадрату приложенного напряжения,

поэтому асинхронный двигатель чувствителен к изменению напряжения сети, например, при изменении напряжения сети на 10 % критический момент изменяется на 20 %. Это существенный недостаток асинхронного двигателя.

На графике механической характеристики асинхронного двигателя  $M=f(s)$  (рис. 3.18) можно выделить следующие характерные точки:

- 1)  $s = 0, \omega = \omega_0, M_0 = 0$  – режим идеального холостого хода;
- 2)  $s = s_i, \omega = \omega_i, M = M_i$  - номинальный режим работы;
- 3)  $s = s_{\epsilon}, M = M_{\epsilon}$  - машина развивает критический момент в двигательном режиме работы;
- 4)  $s = 1, \omega = 0, M = M_i$  - двигатель развивает пусковой момент при неподвижном роторе.

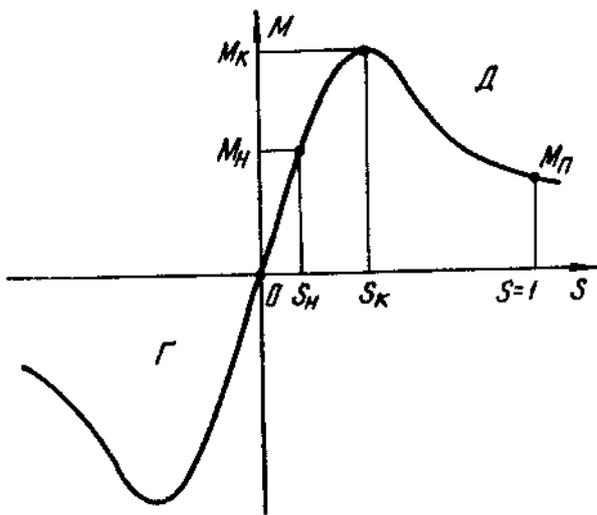


Рис. 3.18. График механической характеристики трехфазного асинхронного двигателя

При  $s > 1$  скорость двигателя отрицательна  $\omega < 0$ , а момент положителен;  $M > 0$ ; имеет место торможение противовключением. Если скольжение отрицательное  $s < 0$ , то скорость больше синхронной  $\omega > \omega_0$ , а

электромагнитный момент машины отрицателен  $M < 0$ ; в этом случае машина работает в генераторном режиме с отдачей энергии в сеть.

С увеличением скольжения от нуля до критического значения электромагнитный момент асинхронной машины возрастает, при дальнейшем увеличении скольжения ( $s > s_{\text{к}}$ ) момент уменьшается, что объясняется уменьшением активной составляющей тока двигателя.

Чтобы получить механическую характеристику асинхронного двигателя в обычной форме:  $\omega = \varphi(M)$ , необходимо к выражению (3.32) добавить зависимость между угловой скоростью и скольжением:  $\omega = \omega_0(1 - s)$ . Совокупность двух выражений даст механическую характеристику двигателя в параметрической форме. Исключив из них параметр  $s$ , получают график механической характеристики  $\omega = \varphi(M)$ . На рис. 3.19 представлены графики естественной и искусственных (реостатных) механических характеристик асинхронной машины в двигательном и тормозных режимах работы. Как видно из графиков этих рисунков, с увеличением сопротивления ротора увеличивается критическое скольжение и пусковой момент до критического значения; при дальнейшем увеличении сопротивления пусковой момент начинает убывать. Критический момент остается неизменным.

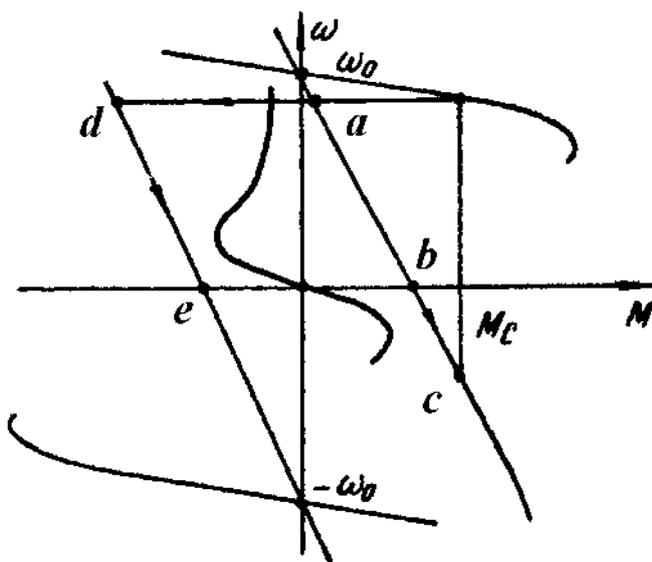


Рис. 3.19. Механические характеристики трехфазного асинхронного двигателя в тормозных режимах

Для двигателей с короткозамкнутым ротором нет возможности изменять сопротивление ротора и увеличивать его пусковой момент. В этом случае важной характеристикой двигателя является показатель, называемый

$$K_i = \frac{M_i}{M_i}$$

кратностью начального пускового момента: Для двигателей с короткозамкнутым ротором в каталогах указывается кратность начального пускового момента; двигатель нормального исполнения обладает кратностью начального пускового момента в пределах  $1,0 \leq K_i \leq 1,9$ ; краново-металлургические  $2,5 \leq K_i \leq 3,3$ .

С введением сопротивления в цепь ротора изменяется начальный пусковой ток асинхронного двигателя, значение которого можно определить из выражения (3.27) при  $s = 1$ :

$$I_i = \frac{U_{1\delta}}{\sqrt{(R_1 + R_2')^2 + (x_1 + x_2)^2}}. \quad (3.33)$$

Для короткозамкнутых двигателей в каталогах приводится кратность

$$K_I = \frac{I_i}{I_i}$$

начального пускового тока величина которой колеблется в пределах  $5,5 \leq K_I \leq 7,0$ .

Важной характеристикой асинхронной машины является кратность максимального (критического) момента, определяемая отношением критического момента к номинальному моменту:

$$\lambda = \frac{M_{\hat{e}}}{M_i}$$

Кратность максимального момента у двигателей с фазным ротором нормального исполнения должна быть не ниже 1,8; а у короткозамкнутых двигателей 1,7; для краново-металлургических двигателей  $\lambda = 2,3 \div 3,4$ .

Реостатные характеристики асинхронного двигателя обладают меньшей жесткостью, чем естественные. В рабочей зоне изменения нагрузки механическая характеристика асинхронного двигателя может быть представлена прямой линией. С этой целью в выражении (3.32) пренебрегают

членом  $\frac{s}{s_{\hat{e}}}$ , тогда:

$$M = \frac{2M_{\hat{e}}}{s_{\hat{e}}} s. \quad (3.34)$$

Подставив в последнее выражение зависимость скольжения от скорости, после простых преобразований получим уравнение прямой линии:

$$\omega = \omega_0 - \frac{1}{|\beta|} M, \quad (3.35)$$

где  $|\beta| = \frac{2M_{\hat{e}}}{\omega_0 s_{\hat{e}}}$  – жесткость рабочей части механической характеристики асинхронного двигателя в точке идеального холостого хода.

Жесткость механической характеристики асинхронного двигателя зависит от скольжения, в общем виде она может быть определена из выражения:

$$\beta = \frac{dM}{d\omega} = \frac{dM}{ds} \cdot \frac{ds}{d\omega} = -\frac{2M_{\hat{e}} s_{\hat{e}}}{\omega_0} \cdot \frac{(s_{\hat{e}}^2 - s^2)}{(s_{\hat{e}}^2 + s^2)^2}. \quad (3.36)$$

В рабочей зоне изменения нагрузки ( $s < s_{\hat{e}}$ ) жесткость отрицательна и механическая характеристика статически устойчива; в нерабочей части характеристики ( $s > s_{\hat{e}}$ ) жесткость положительна, на этой части характеристики устойчивая работа двигателя невозможна.

Асинхронная машина может работать в следующих тормозных режимах: в режиме генераторного торможения с отдачей энергии в сеть, в режиме торможения противовключением и в режиме электродинамического торможения. Генераторное торможение с отдачей энергии в сеть возможно при скорости выше синхронной, при этом скольжение отрицательное. Механическая энергия с вала двигателя преобразуется в электрическую и отдается в сеть, т.е. электромагнитная мощность меняет свой знак, что видно из выражения:

$$P_y = M\omega_0 = \frac{mI_2'^2 R_2'}{s} \quad (3.37)$$

при  $s < 0$ ,  $P < 0$ .

Реактивная мощность ротора равна:

$$Q = mU_{1\delta} I_2' \sin \psi_2, \quad (3.38)$$

где

$$I_2' = \frac{U_{1\delta}}{z};$$

$$\sin \psi_2 = \frac{x_{\hat{e}}}{z};$$

$$z = \sqrt{\left(R_1 + \frac{R_2'}{s}\right)^2 + x_{\hat{e}}^2}.$$

После преобразований выражение (3.38) принимает вид:

$$Q = \left[ \frac{mU_{1\delta}^2 \cdot x_{\hat{e}} \cdot s^2}{(R_1 s + R_2')^2 + x_{\hat{e}}^2 s^2} \right]. \quad (3.39)$$

Из выражения (3.39) следует, что реактивная мощность асинхронного двигателя всегда положительна, т. е. он потребляет реактивную энергию из сети, которая идет на создание магнитного поля машины, как в двигательном, так и в генераторном режиме работы. Таким образом, генераторный режим для асинхронной машины возможен только при

наличии сети, способной снабжать ее реактивной энергией. Отсюда следует также вывод, что коэффициент мощности ( $\cos \varphi$ ) асинхронного двигателя никогда не может быть равным единице.

На практике режим генераторного торможения используется в установках с активным моментом статического сопротивления (при опускании больших грузов в шахту, колонны бурильных труб в скважину и т.д.). Тормозные режимы асинхронного двигателя представлены на рис. 3.19. В первом квадранте имеет место двигательный режим работы, по мере приближения угловой скорости машины к скорости идеального холостого хода (синхронной) ее момент стремится к нулю. При дальнейшем увеличении скорости под действием внешнего момента, когда  $\omega = \omega_0$ , электрическая машина переходит в режим генераторного торможения. Механическая характеристика режима генераторного торможения является продолжением характеристики двигательного режима из первого во второй квадрант.

Торможение противовключением имеет значительно большее применение для асинхронной машины, чем генераторное с отдачей энергии в сеть. Режим торможения противовключением может быть получен, как и для двигателя постоянного тока независимого возбуждения, введением большого дополнительного сопротивления в цепь ротора. В этом случае момент статического сопротивления должен быть активным. Этому режиму работы соответствует участок механической характеристики  $bc$  (см. рис. 3.19).

Режим торможения противовключением может быть получен также путем переключения на ходу двух фаз обмотки статора (сменой порядка чередования фаз), что ведет к изменению направления вращения магнитного поля машины. Ротор при этом вращается против направления движения магнитного поля машины и постепенно замедляется. Этому режиму соответствует участок механической характеристики  $de$  (см. рис. 3.19). Когда угловая скорость асинхронной машины снижается до нуля (точка  $e$ ), двигатель отключают от сети, иначе он может снова перейти в двигательный

режим в третьем квадранте, причем ротор будет вращаться в направлении, обратном предыдущему, т.е. произойдет реверс двигателя.

При этом способе торможения с целью увеличения тормозного момента и уменьшения тормозного тока в цепь ротора включается значительное активное сопротивление.

Электродинамическое торможение асинхронной машины может быть осуществлено отключением обмотки статора от сети переменного тока и подключением к источнику постоянного тока, обмотка ротора в этом случае замыкается на сопротивление. Постоянный ток, протекая по обмотке статора, образует неподвижное в пространстве магнитное поле. При вращении ротора его обмотки пересекают магнитные силовые линии поля статора. В обмотках ротора наводится электродвижущая сила, под действием которой в роторе протекает ток. Взаимодействие тока ротора и поля статора обуславливает тормозной момент, величина которого зависит от величины постоянного тока статора, сопротивления ротора и скорости вращения вала машины. Механическая характеристика асинхронной машины в режиме электродинамического торможения проходит через начало координат и представлена на рис. 3.19. На рис. 3.20 представлены различные схемы включения обмоток статора к сети постоянного тока, с целью получения режима электродинамического торможения. Этот способ электродинамического торможения называется торможением с независимым возбуждением.

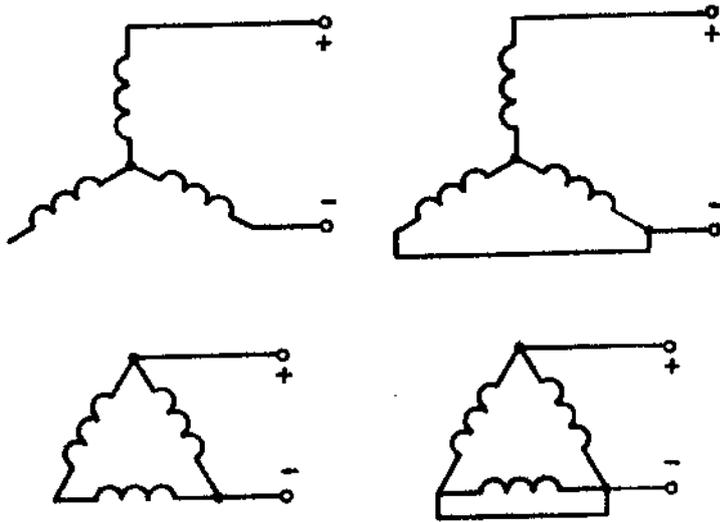


Рис. 3.20. Схемы включения обмоток статора трехфазного асинхронного двигателя для получения режима электродинамического торможения

На практике иногда применяют режим электродинамического торможения с самовозбуждением. С этой целью к статору асинхронной машины подключают батарею статических конденсаторов. В этом случае при отключении машины от сети энергия, запасенная конденсаторами, идет на создание магнитного поля статора. Схема электродинамического торможения асинхронной машины с самовозбуждением ввиду высокой стоимости бумажных конденсаторов не нашла широкого применения на практике.

### 3.7. Построение механических характеристик трехфазного асинхронного двигателя

Для построения механических характеристик трехфазного асинхронного двигателя используются его паспортные и каталожные данные:  $P_i$  - номинальная мощность на валу двигателя;  $n_i$  - номинальная скорость вала двигателя;  $\lambda$  - перегрузочная способность;  $E_{2\hat{e}}$  - напряжение на кольцах ротора при неподвижном двигателе;  $I_{2i}$  - номинальный ток ротора.

Определяют угловую номинальную и синхронную скорость вращения

асинхронного двигателя:  $\omega_i = \frac{\pi n_i}{30}$ ;  $\omega_0 = \frac{\pi n_0}{30}$ . Критическое скольжение

определяют из выражения (3.32) при  $M = M_i$  и  $s = s_i$ :

$$M_i = \frac{2M_{\hat{e}}}{\left( \frac{s_i}{s_{\hat{e}}} + \frac{s_{\hat{e}}}{s_i} \right)}. \quad (3.40)$$

Решая (3.40) относительно  $s_{\hat{e}}$  и заменяя  $\frac{M_{\hat{e}}}{M_i} = \lambda$ , получают выражение для критического скольжения:

$$s_{\hat{e}} = s_i \left( \lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1} \right) \quad (3.41)$$

Номинальный момент двигателя:  $M_i = \frac{P_i \cdot 10^3}{\omega_i}$ .

Критический момент:  $M_{\hat{e}} = M_i \cdot \lambda$ .

Величина сопротивления ротора:  $R_2 = \frac{E_{2\hat{e}} \cdot s_i}{\sqrt{3} I_{2i}}$ .

Задаваясь значениями скольжения  $0 \leq s \leq 1$ , по выражениям (3.32) и  $\omega = \omega_0(1 - s)$  определяют момент и угловую скорость вращения двигателя; расчеты сводят в табл. 3.1.

Взяв две последние строчки из табл. 3.1, строят естественную характеристику трехфазного асинхронного двигателя  $\omega = f(M)$ . Для построения искусственной (реостатной) характеристики асинхронного двигателя при заданном сопротивлении реостата  $R_{\delta}$  необходимо в табл. 3.1 пересчитать первую и третью строки (при тех же значениях момента) по выражениям:

$$s_{\hat{e}} = \frac{s(R_2 + R_{\delta})}{R_2} \quad \text{и} \quad \omega_{\hat{e}} = \omega_0(1 - s_{\hat{e}}).$$

Таблица 3.1

Расчет механической характеристики асинхронной машины

$s$	0	...	$s_i$	$s_\epsilon$	...	1
$M$	0		$M_i$	$M_\epsilon$		$M_\epsilon$
$\omega$	$\omega_0$		$\omega_i$			0

Построение пусковой диаграммы и расчет пусковых сопротивлений могут быть произведены на основании естественной характеристики трехфазного асинхронного двигателя (рис. 3.21), для чего проводят прямые  $M_1 = 0,85M_\epsilon$  и  $M_2 = (1,2 \div 1,5)M_\epsilon$  до пересечения с естественной характеристикой в ее рабочей части, точки  $b$  и  $b'$ . Через полученные точки проводят прямую до пересечения с линией синхронной скорости в точке  $t$ , которую называют полюсом. Полюс соединяют прямой с точкой  $(M_1, 0)$  точка  $e$ . Дальнейшее построение, аналогичное построению пусковой диаграммы для двигателя постоянного тока независимого возбуждения, показано на рис. 3.21. Последняя горизонталь должна проходить через точку  $b$  на естественной характеристике; если этого не произойдет, то необходимо изменить значение момента переключения  $M_2$  (при том же значении пускового момента  $M_1$ ) в ту или иную сторону и повторить построение. Сопротивление секции пу-

скового реостата определяется по выражениям:  $r_{c1} = R_2 \frac{de}{ab}$ ;

$r_{c2} = R_2 \frac{dc}{ab}$ ;  $r_{c3} = R_2 \frac{bc}{ab}$ , значения  $de$ ,  $dc$  и  $bc$  берутся в мм из графика рис.

3.21. Число ступеней пускового реостата может быть любым наперед заданным, в данном случае (рис. 3.21) пуск асинхронного двигателя производится в три ступени.

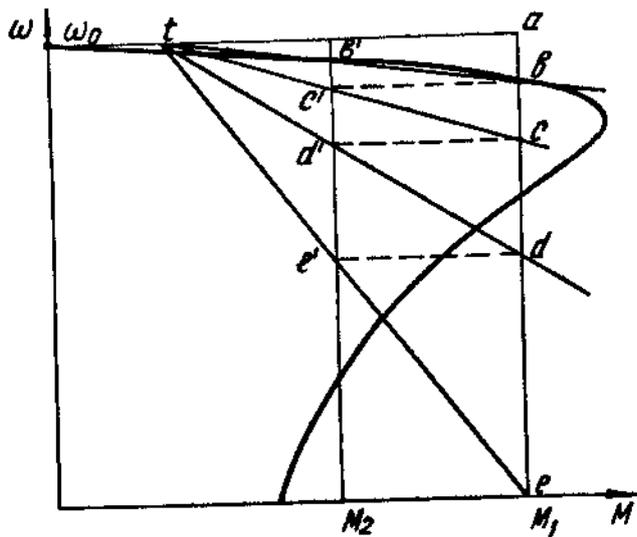


Рис. 3.21. Пусковая диаграмма трехфазного асинхронного двигателя

### 3.8. Механическая и угловая характеристики синхронного двигателя

На рис. 3.22, а представлена схема включения синхронного двигателя в электрическую сеть. Синхронная машина имеет обмотку статора, которая включается в сеть трехфазного переменного тока, и обмотку ротора, получающую питание от источника постоянного тока; кроме того, на роторе расположена пусковая обмотка.

Трехфазная обмотка статора создает магнитный поток, вращающийся с синхронной угловой скоростью, которая определяется частотой сети и числом пар полюсов обмотки. Постоянный ток, протекая по обмотке ротора, создает основной магнитный поток синхронной машины, неподвижный относительно ротора. Синхронная машина развивает момент только при постоянном взаимодействии полей статора и ротора, когда эти поля жестко сцеплены, т.е. при синхронной скорости машины. Это накладывает особенности на механическую характеристику синхронной машины, которая в пределах изменения нагрузки от  $-M_{\text{éä}}$  до  $+M_{\text{éä}}$  работает с постоянной скоростью вращения (см. рис. 3.22, б). Синхронные машины применяются в

приводах механизмов, не требующих регулирования скорости, к которым относятся компрессоры, холодильные машины, насосы, вентиляторы, дробилки и др. Синхронные машины имеют высокий коэффициент полезного действия и могут работать с высоким и опережающим коэффициентом мощности, что обусловило их широкое применение в различных отраслях народного хозяйства. Однако синхронные машины дороже асинхронных, сложнее в обслуживании, имеют тяжелые условия пуска.

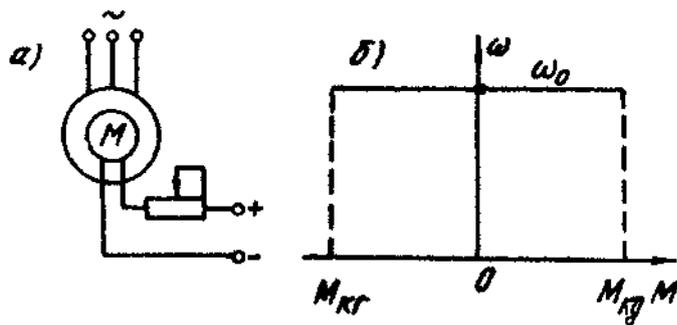


Рис. 3.22. Схема включения (а) и механическая характеристика (б) синхронного двигателя

Синхронная машина развивает момент только при синхронной угловой скорости; при неподвижном роторе вращающий момент отсутствует. Поэтому синхронная машина запускается как асинхронная, для чего снабжается специальной пусковой короткозамкнутой обмоткой. При пуске обмотка возбуждения ротора замыкается на разрядное сопротивление, которое в  $10 \div 12$  раз превышает сопротивление обмотки возбуждения; обмотка статора включается в сеть трехфазного переменного тока и двигатель разгоняется как асинхронный. Синхронная машина имеет пусковую характеристику как у короткозамкнутого асинхронного двигателя. Пусковой момент, создаваемый взаимодействием поля статора с током ротора, разгоняет машину. Когда угловая скорость ротора достигнет значения подсинхронной скорости ( $\omega = 0,95\omega_0$ ), в обмотку возбуждения подают постоянный ток, и машина автоматически втягивается в синхронизм.

Если этого не произойдет, то через определенный промежуток времени защита отключит обмотку статора от сети.

Пусковая характеристика синхронной машины имеет две характерные точки: пусковой момент  $M_{\tau}$ , развиваемый в неподвижном состоянии, и входной, или подсинхронный, момент  $M_{\text{аб}}$ , развиваемый двигателем при подсинхронной угловой скорости. Синхронные машины могут иметь пусковые характеристики двух типов: с большим сопротивлением пусковой обмотки, у которых большой пусковой и малый входной моменты; и с малым сопротивлением пусковой обмотки, у которых большой входной, но малый пусковой момент. В зависимости от требований, предъявляемых к приводу, и от условий работы применяются синхронные машины с разными пусковыми характеристиками.

Среднее значение угловой скорости синхронной машины (за период) постоянно и определяется частотой питающего напряжения и числом ее пар полюсов. Мгновенное же значение угловой скорости может изменяться под влиянием пульсации момента статического сопротивления. Эти колебания происходят за счет изменения угла между вектором питающего напряжения и вектором электродвижущей силы обмотки статора. Колебания угловой скорости практически сказываются на работе синхронной машины на пульсирующую нагрузку, например, на поршневой компрессор. В таких случаях устойчивость работы синхронной машины определяют на основе ее угловой характеристики, под которой понимают зависимость момента синхронной машины от угла между векторами напряжения и электродвижущей силы обмотки статора, выраженного в электрических градусах. На рис. 3.23, а этот угол обозначен через  $\theta$ .

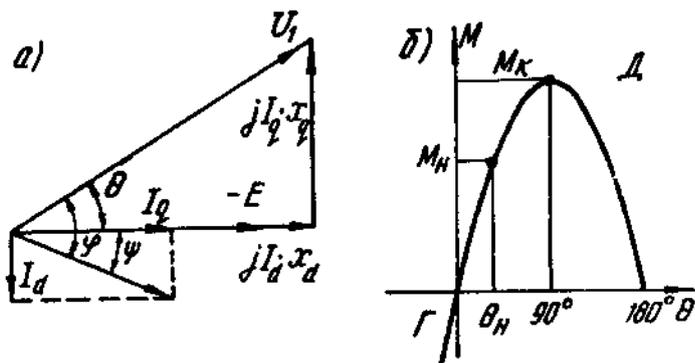


Рис. 3.23. Векторная диаграмма (а) и угловая характеристика (б) синхронного двигателя

Для вывода уравнения угловой характеристики синхронной машины воспользуемся ее упрощенной векторной диаграммой (см. рис. 3.23, а), которая получается, если пренебречь активным сопротивлением обмотки статора. Используя геометрические соотношения векторной диаграммы и выражение для электромагнитной мощности двигателя, получим систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= mU_1 I_1 \cos \varphi; \\ \varphi &= \theta + \psi; \\ I_1 \sin \psi &= I_d; \\ I_1 \cos \psi &= I_q; \\ U_1 \cos \theta &= E + I_d x_d; \\ U_1 \sin \theta &= I_q x_q, \end{aligned} \right\} \quad (3.42)$$

где  $P_1$  – электромагнитная мощность машины;

$\varphi$  – угол между током и напряжением обмотки статора;

$U_1$  – напряжение фазы статора;

$I_1$  – ток фазы статора;

$I_d, I_q$  – составляющие тока по продольной и поперечной осям;

$x_d, x_q$  – синхронные индуктивные сопротивления по продольной и попереч-

ной осям соответственно;

$E$  – электродвижущая сила обмотки статора;

$\Psi$  – угол между током и электродвижущей силой статора;

$M$  – электромагнитный момент синхронной машины;

$\omega_0$  – синхронная скорость синхронной машины.

Решая систему (3.42) относительно момента, получим уравнение угловой характеристики синхронной машины:

$$M = \frac{m}{\omega_0} \left[ \frac{U_1 E}{x_d} \sin \theta + \frac{U_1^2}{2} \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \sin 2\theta \right]. \quad (3.43)$$

Электромагнитный момент состоит из двух составляющих: синхронного момента, пропорционального ЭДС и  $\sin \theta$ , и реактивного момента, пропорционального  $\sin 2\theta$  и возникающего в двигателе без возбуждения из-за наличия явнополюсного ротора. Машины с неявнополюсным ротором имеют  $x_d = x_q$ , и реактивный момент, равный нулю. В мощных явнополюсных синхронных машинах реактивный момент составляет 10 ÷ 20 % от общего момента, поэтому им часто пренебрегают. Уравнение угловой характеристики для неявнополюсного синхронного двигателя имеет вид:

$$M = \frac{m U_1 E}{\omega_0 x} \sin \theta = M_\epsilon \sin \theta, \quad (3.44)$$

где  $M_\epsilon$  - критический момент.

Как видно из выражения (3.44), критический момент синхронной машины зависит от величины питающего напряжения в первой степени, т. е. она менее чувствительна к колебаниям напряжения сети, чем асинхронный двигатель. Кроме того, в случае больших нагрузок критический момент синхронной машины может быть увеличен за счет электродвижущей силы  $E$  (путем увеличения тока возбуждения ротора), что невозможно для асинхронного двигателя.

Угловая характеристика неявнополюсной синхронной машины представляет синусоиду (рис. 3.23, б); максимальное (критическое) значение момента достигается при угле  $\theta = 90^\circ$ . Характеристика проходит через начало координат; с увеличением нагрузки увеличивается момент, развиваемый двигателем, и угол  $\theta$ , что удовлетворяет условию устойчивой работы двигателя. Когда угол  $\theta > 90^\circ$ , условие устойчивости нарушается, т.к. с увеличением нагрузки угол  $\theta$  растет, а момент двигателя уменьшается, вследствие чего двигатель выпадает из синхронизма. Номинальному моменту двигателя соответствует номинальное значение угла  $\theta_i = 25 \div 30^\circ$ .

Перегрузочная способность синхронной машины:

$$\lambda = \frac{M_{\hat{\epsilon}}}{M_i} = \frac{1}{\sin \theta_i} = 2,0 \div 2,5.$$

Существуют специальные синхронные двигатели с повышенной перегрузочной способностью, достигающей до  $3,5 \div 4$ . При отрицательных углах  $\theta < 0$  момент синхронной машины отрицателен, она работает в режиме генераторного торможения.

Для синхронной машины возможны все три тормозных режима. Генераторное торможение с отдачей энергии в сеть практического применения не имеет, т.к. двигатель работает с постоянной скоростью и не может быть заторможен, а для получения электрической энергии используют более экономичные синхронные генераторы. Торможение противовключением также не применяется на практике, т. к. оно сопровождается большими токами из сети и может привести к выходу из строя пусковой аппаратуры и сильному нагреву пусковой обмотки.

Наиболее применяемым для синхронной машины является режим электродинамического торможения, при котором обмотка статора отключается от сети и замыкается на тормозное сопротивление, а ротор получает питание от источника постоянного тока. Интенсивность

торможения зависит от величины сопротивления включенного в цепь статора и величины тока возбуждения ротора. Время торможения при питании ротора от собственного возбудителя, находящегося на валу машины, больше, чем при питании от независимого источника постоянного тока. Машина работает генератором переменного тока переменной частоты на добавочное сопротивление. Кинетическая энергия, запасенная вращающимися частями привода, превращается в электрическую и рассеивается в виде тепла в сопротивлениях статорных цепей синхронной машины.

### **Контрольные вопросы**

1. Что называют механической характеристикой электрического двигателя?
2. Написать уравнение механической характеристики двигателя постоянного тока независимого возбуждения.
3. Перечислить тормозные режимы электрических машин.
4. Начертить механические характеристики двигателя постоянного тока независимого возбуждения в четырех квадрантах.
5. Начертить механическую характеристику двигателя постоянного тока последовательного возбуждения.
6. Перечислить тормозные режимы двигателя последовательного возбуждения.
7. Начертить схему замещения асинхронного двигателя.
8. Написать уравнение механической характеристики трехфазного асинхронного двигателя.
9. Перечислить достоинства и недостатки асинхронного двигателя.
10. От каких параметров зависят критический момент и критическое скольжение асинхронного двигателя?
11. С какой целью при пуске асинхронного двигателя вводят в цепь ротора добавочное сопротивление?
12. Перечислить тормозные режимы работы асинхронного двигателя.

13. Дать определение угловой характеристики синхронного двигателя.
14. От каких параметров зависит критический момент синхронного двигателя?
15. Начертить векторную диаграмму и угловую характеристику синхронного двигателя.

## **4. РЕГУЛИРОВАНИЕ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ**

4.1. Цели и задачи регулирования угловой скорости вращения электроприводов.

Показатели регулирования скорости

Большое количество приводов в промышленности требует регулирования угловой скорости вращения исполнительного органа рабочей машины. К ним относятся приводы металлообрабатывающих станков, подъемных машин, экскаваторов, буровых станков, бумагоделательных и текстильных машин, лентопротяжных механизмов и т. д. В металлорежущих станках необходимо изменять угловую скорость вращения при переходе от черновой к чистовой обработке детали или при изменении диаметра детали для поддержания необходимой скорости резания. В подъемных машинах скорость следует снижать при остановках, чтобы обеспечить необходимое значение замедления и точную остановку подъемного сосуда в заданном положении. При бурении глубоких скважин регулирование угловой скорости позволяет проходить различные породы при оптимальных значениях режимных параметров и добиться высокой стойкости породоразрушающего инструмента.

Регулированием угловой скорости называется ее принудительное изменение в зависимости от требований технологического процесса и независимо от нагрузки. Регулирование угловой скорости может быть обеспечено либо механическим путем (коробки скоростей, вариаторы), либо путем электрического воздействия на привод. Механические способы регулирования получили распространение при переходе от нерегулируемого привода к регулируемому. В настоящее время все большее распространение получают электрические способы регулирования угловой скорости. Понятие

регулирования угловой скорости не следует смешивать с естественным изменением скорости, вызванным изменением нагрузки на валу рабочей машины. Регулирование угловой скорости осуществляется дополнительным воздействием со стороны оператора или системы управления на приводной двигатель. Регулирование угловой скорости имеет целью улучшение качества продукции, увеличение производительности агрегата, снижение затрат электроэнергии и улучшение условий труда.

В настоящее время существует много различных методов регулирования угловой скорости, которые отличаются как по сложности реализации, так и по результатам. Для сравнения эффективности применения того или иного метода регулирования угловой скорости вращения вала рабочей машины или выбора типа регулируемого электропривода существуют следующие показатели регулирования скорости: диапазон регулирования, плавность, экономичность, стабильность работы на заданной скорости, направление регулирования, допустимая нагрузка при различных скоростях.

Диапазоном регулирования угловой скорости называется отношение максимальной  $\omega_{\max}$  к минимальной  $\omega_{\min}$  угловой скорости вращения при номинальной нагрузке:

$$D = \frac{\omega_{\max}}{\omega_{\min}}. \quad (4.1)$$

Обычно диапазон регулирования выражается в целых числах (например, 2:1, 10:1, 1000:1). Современная промышленность требует от приводов различные диапазоны регулирования угловой скорости вращения. При изготовлении низких сортов бумаги необходимо иметь диапазон регулирования скорости 3:1, а высших - 20:1; механизмы металлорежущих станков работают с диапазоном регулирования скорости 4:1 ÷ 100:1, а для сверхточной обработки деталей требуется диапазон регулирования угловой скорости 1000:1 и выше. При бурении геологоразведочных скважин твердосплавным породоразрушающим инструментом диапазон регулирования скорости

вращения породоразрушающего инструмента для поддержания оптимальных режимов бурения составляет 10:1, а для алмазных коронок— 100:1. Диапазон регулирования зависит от способа, целей и задач регулирования угловой скорости вращения электроприводов.

Плавность регулирования характеризуется числом устойчивых скоростей, получаемых в данном диапазоне регулирования. Коэффициент плавности  $K_{пл}$  может быть определен как отношение двух соседних скоростей при регулировании:

$$K_{пл} = \frac{\omega_i}{\omega_{i-1}}, \quad (4.2)$$

где  $\omega_i, \omega_{i-1}$  - угловые скорости на  $i$ -й и  $(i-1)$ -й ступенях регулирования.

Плавность регулирования тем выше, чем больше устойчивых скоростей в заданном диапазоне регулирования. Плавный переход с одной скорости вращения на другую определяет качество продукции. Наименьшей плавностью регулирования скорости обладают двухскоростные асинхронные двигатели с короткозамкнутым ротором. Значительная плавность регулирования скорости достигается в приводе постоянного тока при регулировании потоком возбуждения или изменении величины напряжения, подводимого к обмотке якоря.

Экономичность регулирования угловой скорости определяется затратами на его осуществление, эксплуатационными затратами и эффектом от регулирования скорости. Затраты на проектирование и изготовление регулируемого привода определяются в основном способом регулирования и типом преобразователя, питающего электродвигатель. Эксплуатационные затраты косвенно определяются коэффициентом полезного действия привода:

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P},$$

(4.3)

где  $P_2$  - мощность на валу привода;

$\Delta P$  - потери мощности при регулировании скорости.

При работе двигателя на различных скоростях необходимо подсчитать средневзвешенный за регулировочный цикл коэффициент полезного действия. Если цикл состоит из  $m$  ступеней, то средневзвешенный КПД определяется следующим образом:

$$\eta_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^m P_{2i} \cdot t_i}{\sum_{i=1}^m (P_{2i} + \Delta P_i) \cdot t_i} \quad (4.4)$$

Потери энергии различны для разных способов регулирования; они велики там, где регулирование осуществляется в силовых цепях машин, и значительно ниже, если регулирование производится в цепях возбуждения, т. к. мощность возбуждения составляет  $1 \div 5 \%$  мощности силовых цепей.

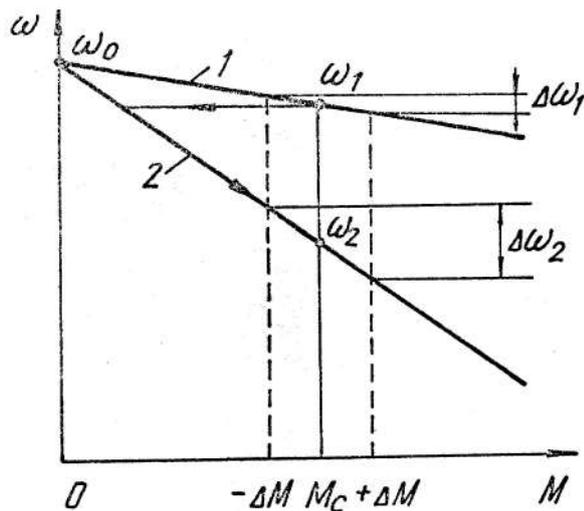


Рис. 4.1. Графическое определение стабильности работы на заданной скорости

Стабильность работы на заданной скорости характеризуется изменением угловой скорости вращения при заданном отклонении момента нагрузки и зависит от жесткости механической характеристики. Она тем выше, чем больше коэффициент жесткости механической характеристики двигателя. Если при регулировании скорости величина жесткости механической характеристики изменяется, то изменяется и перепад скорости  $\Delta\omega$  при изменении нагрузки (рис. 4.1). Как видно из графика рис. 4.1, при введении дополнительного сопротивления в цепь якоря двигателя и неизменном значении нагрузки  $M_c$  двигатель перейдет работать с характеристики 1 на характеристику 2, жесткость которой ниже, чем для характеристики 1. При том же значении изменения момента  $\pm\Delta M$  колебания угловой скорости будут больше для характеристики, имеющей меньшую жесткость, т.е.  $\Delta\omega_2 > \Delta\omega_1$ . Это обстоятельство во многих случаях ограничивает пределы регулирования скорости данным методом (введением сопротивления в силовую цепь двигателя).

Направление, в котором регулируется угловая скорость, зависит от способа регулирования. Например, при регулировании скорости введением сопротивления в силовую цепь двигателя скорость изменяется вниз от основной, а при уменьшении магнитного потока (в пределах рабочей зоны изменения нагрузок) угловая скорость вращения изменяется вверх от основной.

Допустимая нагрузка двигателя при регулировании угловой скорости также зависит от способа регулирования. Зависимости момента нагрузки от скорости вращения вала (механическая характеристика производственной машины) для различных механизмов существенно отличаются друг от друга. Существуют механизмы с постоянным моментом статического сопротивления (подъемные машины), с моментом статического

сопротивления, изменяющимся по гиперболе (металлообрабатывающие станки) и по параболе (центробежные насосы и вентиляторы). Путем выбора двигателя соответствующей мощности можно удовлетворить любому изменению нагрузочного момента при изменении угловой скорости. Однако такое регулирование скорости часто является неэкономичным, т. к. при работе двигателя на некоторых скоростях он окажется недогружен. Недогрузка двигателя влечет ухудшение показателей работы привода: уменьшение КПД, а для двигателей переменного тока - уменьшение коэффициента мощности. Наоборот, перегрузка двигателя вызывает повышенный нагрев его обмоток и преждевременный выход из строя. Нагрев двигателя определяется главным образом током, протекающим по его обмоткам.

Таким образом, условием полного использования двигателя при работе на разных скоростях является постоянство нагрузочного тока. При этом предполагается, что условия охлаждения двигателя остаются неизменными во всем диапазоне регулирования угловой скорости вращения.

Существующие методы регулирования угловой скорости электроприводов могут быть грубо разбиты на следующие основные группы: параметрические методы и методы, связанные с питанием двигателя от отдельного регулируемого источника энергии (преобразователя).

В основу параметрических методов регулирования угловой скорости положены изменения тех или иных параметров электродвигателя или его отдельных цепей: активных или индуктивных сопротивлений, числа витков обмоток, числа полюсов и т.д. Выражение механической характеристики двигателя постоянного тока независимого возбуждения:

$$\omega = \frac{U}{k\Phi} - M \frac{R}{k^2\Phi^2} \quad (4.5)$$

показывает, что для принудительного изменения угловой скорости (при постоянном моменте) можно воздействовать на один или сразу несколько

параметров, определяющих скорость, а именно: на сопротивление в цепи якоря или величину магнитного потока двигателя.

Уравнение механической характеристики трехфазного асинхронного двигателя:

$$M = \frac{2M_{\kappa}}{\left(\frac{s}{s_{\kappa}} + \frac{s_{\kappa}}{bl}\right)},$$

$$M_{\kappa} = \frac{mU_{1\phi}^2}{2\omega_0 \left[ R_1 + \sqrt{R_1^2 + x_{\kappa}^2} \right]},$$

$$s_{\kappa} = \frac{R_2'}{\sqrt{R_1^2 + x_{\kappa}^2}};$$

$$s = \frac{s_e (R_2' + R_p')}{R_2'};$$

$$\omega = \frac{2\pi f_1}{p} (1 - s),$$
(4.6)

где  $s_e$  - скольжение на естественной характеристике;

$R_p'$  - добавочное сопротивление в цепи ротора;

$p$  - число пар полюсов обмотки статора.

Очевидно, что угловую скорость асинхронного двигателя можно регулировать следующими параметрическими методами: изменением активного сопротивления ротора, изменением полного сопротивления в цепи статора, изменения полного сопротивления в цепи ротора, изменением числа пар полюсов, периодическим отключением обмоток статора и ротора (импульсное регулирование).

Регулирование скорости вращения привода при питании от отдельного источника основано на применении специальных генераторов или преобразователей электрической энергии, в которых возможно изменение напряжения или частоты тока, питающего двигатель. К числу этих методов,

применяемых для двигателя постоянного тока, относятся: изменение напряжения на зажимах якоря двигателя с помощью электромашинного преобразователя (система генератор—двигатель); изменение напряжения на зажимах якоря двигателя с помощью статических преобразователей (тиристорных, ионных, магнитных). Для асинхронных двигателей могут быть использованы следующие методы: питание двигателя от источника переменной частоты (и напряжения), каскадные установки, обеспечивающие введение добавочных ЭДС в цепь ротора.

#### 4.2. Реостатное и импульсное параметрическое регулирование угловой скорости двигателя постоянного тока независимого возбуждения

В цепь якоря двигателя (рис. 4,2, *a*) вводится дополнительное сопротивление, все остальные параметры (напряжение, поток возбуждения) остаются неизменными. Если считать, что для всех значений угловой скорости ток якоря, допустимый по условиям нагрева, остается постоянным и равным номинальному, то допустимый момент также постоянен:

$$M = k\Phi_n I_n = M_n = const.$$

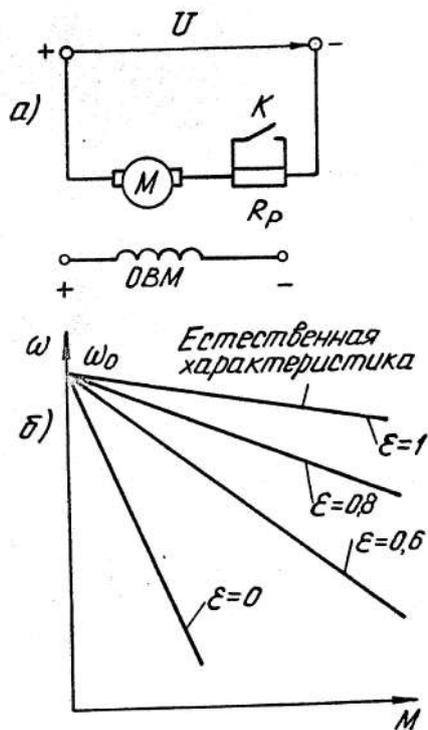


Рис. 4.2. Импульсное регулирование угловой скорости вращения двигателя постоянного тока параллельного возбуждения:

*а – электрическая схема; б – механические характеристики*

Таким образом, данный способ регулирования угловой скорости двигателя постоянного тока (независимого или параллельного возбуждения) применяется при постоянном моменте статического сопротивления. Диапазон регулирования скорости не превосходит 2:1 и зависит от момента нагрузки.

Плавность регулирования зависит от числа ступеней реостата: чем больше ступеней, тем выше плавность; однако число ступеней не может быть велико из-за усложнения схемы и снижения надежности работы.

Данный способ регулирования угловой скорости является неэкономичным, т. к. потери пропорциональны мощности из сети и перепаду скорости в относительных единицах. Это видно из следующих энергетических соотношений:

потери мощности равны:

$$\Delta P = UI - EI = I(U - E) = k\Phi I(\omega_0 - \omega)$$

или

$$\Delta P = k\Phi I \omega_0 \left( \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} \right) = UI \left( \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} \right) = P_1 \Delta v,$$

где  $\Delta v = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0}$  - перепад скорости в относительных единицах.

Ориентировочно коэффициент полезного действия привода для данного способа регулирования скорости может быть подсчитан по формуле

$$\eta = \frac{\omega}{\omega_0}. \quad (4.7)$$

С увеличением сопротивления в якорной цепи жесткость механической характеристики двигателя уменьшается, что приводит к ухудшению стабильности работы на заданной скорости.

Направление регулирования угловой скорости для данного способа - вниз от основной скорости.

Большим недостатком данного способа регулирования угловой скорости является наличие контактной системы и то, что скорость изменяется ступенчато, поэтому данный способ не обеспечивает плавного регулирования. Для двигателей малой мощности плавное регулирование скорости может быть обеспечено использованием жидкостного или ползункового реостата. В этом случае плавного регулирования скорости введением резисторов в цепь якоря добиваются при использовании импульсного параметрического регулирования, которое может применяться для поддержания заданного значения угловой скорости в автоматизированном электроприводе.

Схема включения двигателя постоянного тока независимого возбуждения при импульсном регулировании добавочного сопротивления в цепи якоря показана на рис. 4.2, а. Добавочный резистор  $R_p$  либо полностью включается последовательно с якорем двигателя, либо замыкается ключом  $K$ .

Коммутация ключа  $K$  осуществляется периодически. При замкнутом ключе ток в цепи якоря и угловая скорость вращения вала двигателя увеличиваются, а при разомкнутом положении ключа ток и угловая скорость снижаются. Угловая скорость при этом колеблется около некоторого среднего значения, определяемого соотношением длительности замкнутого состояния ключа к периоду коммутации и моментом нагрузки. Отношение длительности замкнутого состояния к величине периода коммутации называют скважностью управляющих импульсов:

$$\varepsilon = \frac{t_1}{t_1 + t_2}, \quad (4.8)$$

где  $\varepsilon$  - скважность управляющих импульсов;

$t_1$  - длительность замкнутого состояния ключа;

$t_2$  - длительность разомкнутого состояния ключа.

Очевидно, что при неизменном моменте статического сопротивления с увеличением скважности управляющих импульсов угловая скорость двигателя будет возрастать, а при  $\varepsilon = 1$  двигатель работает на естественной характеристике  $t_2 = 0$  (ключ  $K$  постоянно замкнут), наоборот, при  $\varepsilon = 0$  (ключ  $K$  постоянно разомкнут) двигатель работает на реостатной характеристике, соответствующей постоянно включенному резистору  $R_p$ . Для промежуточных значений  $\varepsilon$  эквивалентное (усредненное) сопротивление в цепи якоря определяется выражением:

$$R_{p\varepsilon} = R_p(1 - \varepsilon), \quad (4.9)$$

а механическая характеристика двигателя (рис. 4.2,б):

$$\omega_{cp} = \frac{U}{k\Phi} - \frac{M_{cp}}{k^2\Phi^2}(R_{я} + R_{p\varepsilon}), \quad (4.10)$$

т.е. механические характеристики имеют те же свойства, что и при чисто реостатном регулировании угловой скорости, однако при плавном изменении скважности управляющих импульсов коэффициент плавности регулирования угловой скорости достигает единицы.

Высокая плавность изменения скважности управляющих импульсов обеспечивается применением бесконтактных ключей, выполненных на базе транзисторов (при токе якоря до 20 А) или тиристоров (при токе якоря до 150 А).

При импульсном регулировании сопротивления в цепи якоря двигателя энергетические показатели привода несколько ниже, чем при ступенчатом его изменении, что обусловлено наличием в якоре переменной составляющей тока, вызванной коммутацией ключа; переменная составляющая тока якоря влечет увеличение потерь энергии.

#### 4.3. Регулирование угловой скорости двигателя постоянного тока независимого возбуждения изменением магнитного потока

Принципиальные схемы электропривода при регулировании потоком (током) возбуждения двигателя представлены на рис. 4.3. Ток возбуждения регулируется с помощью резистора  $R$  в случае двигателя малой мощности (рис. 4,3, *а*) или посредством регулятора напряжения  $PH$  для мощных двигателей (рис. 4.3, *б*). При этом остальные параметры (напряжение, прикладываемое к якору, и сопротивление якорной цепи) остаются постоянными. Магнитный поток двигателя равен:

$$\Phi = \frac{U - IR}{k\omega},$$

(4.11)

а при постоянном значении тока нагрузки:

$$\Phi = \frac{A_1}{\omega}$$

(4.12)

Электромагнитный момент двигателя равен:

$$M = k\Phi I = \frac{kA_1}{\omega} I = \frac{A_2}{\omega}$$

(4.13)

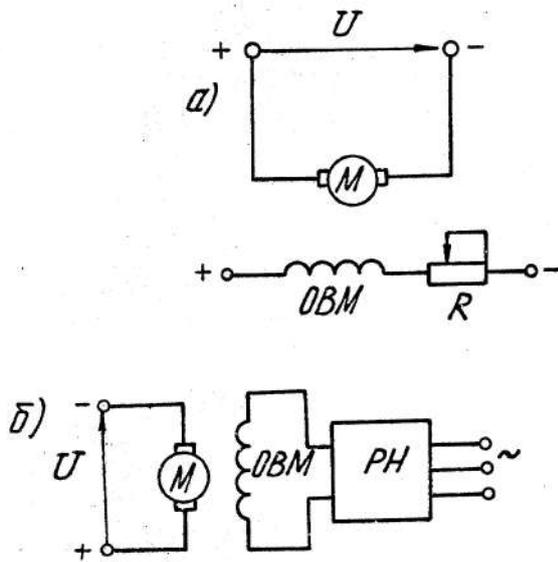


Рис. 4.3. Принципиальные схемы регулирования потока двигателя:

*а – с помощью резистора; б – с помощью регулятора напряжения PH*

Поскольку выпускаемые промышленностью двигатели в номинальном режиме работают со значительным насыщением магнитной системы, существенное изменение магнитного потока возможно лишь в сторону его уменьшения. Тогда из выражения (4.12) видно, что угловая скорость при этом изменяется вверх от основной скорости вращения вала двигателя. Как видно из выражения (4.12) и (4.13), магнитный поток и момент при регулировании скорости изменяются по гиперболическому закону. Из выражения (4.13) можно получить выражение для мощности, развиваемой двигателем:

$$P = M\omega = A_2 = const.$$

(4.14)

Таким образом, регулирование угловой скорости вращения изменением магнитного потока является регулированием при постоянной мощности двигателя.

При уменьшении потока (тока) возбуждения скорость идеального холостого хода электромеханической характеристики двигателя увеличивается, что видно из уравнения

$$\omega_0 = \frac{U}{k\Phi}.$$

(4.15)

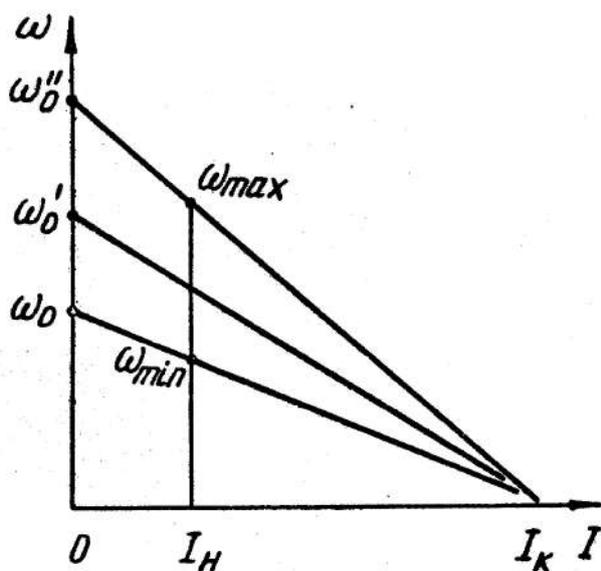


Рис 4.4. Скоростные характеристики двигателя независимого возбуждения при регулировании потока возбуждения

Ток короткого замыкания  $I_k = \frac{U}{R}$  не зависит от потока возбуждения, поэтому все электромеханические характеристики пересекаются с осью токов в одной точке. На рис. 4.4 показаны электромеханические характеристики двигателя

постоянного тока независимого возбуждения при регулировании угловой скорости изменением потока возбуждения. Механические характеристики двигателей при регулировании потоком возбуждения имеют те же значения скоростей идеального холостого хода, что и электромеханические; однако они не пересекаются в одной точке на оси моментов, поскольку момент короткого замыкания  $M_{\kappa} = k\Phi I_{\kappa}$  изменяется вместе с изменением потока. Все механические характеристики (рис. 4.5) при регулировании угловой скорости потоком возбуждения пересекаются в первом квадранте. На рис. 4,5 пунктиром показана линия постоянного тока  $I = I_n = const$ , ей соответствует номинальная мощность двигателя. При работе на скоростях, соответствующих точкам левее указанной линии, двигатель будет недогружен; при работе на скоростях, соответствующих точкам правее этой кривой, двигатель будет перегружен.

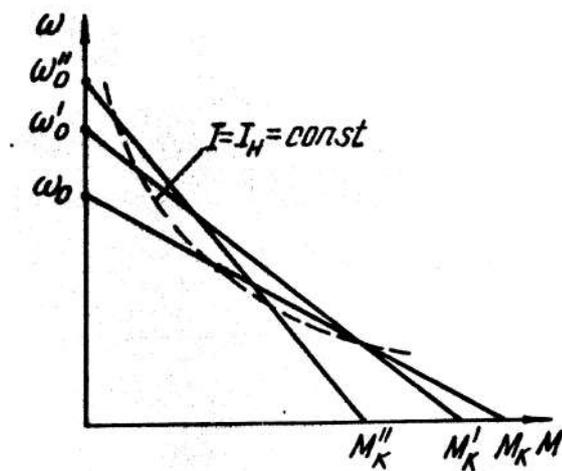


Рис 4.5. Механические характеристики двигателя постоянного тока независимого

возбуждения при регулировании при регулировании потока возбуждения

При токах нагрузки  $I < 0,5I_{\kappa}$  с уменьшением потока угловая скорость двигателя увеличивается, при токах нагрузки  $I > 0,5I_{\kappa}$  с уменьшением потока

скорость уменьшается. Это явление называется опрокидыванием регулирования (реакция на воздействие противоречит цели регулирования).

Диапазон регулирования скорости ограничивается механической прочностью бандажей, крепящих обмотку якоря, и условиями коммутации (с увеличением скорости увеличивается реактивная ЭДС, обуславливающая искрение щеток якоря). Для специальных двигателей диапазон регулирования угловой скорости составляет 5:1. За рубежом ряд фирм выпускает двигатели для регулирования угловой скорости магнитным потоком с диапазоном регулирования до 10:1. Нижний предел регулирования скорости ограничивается насыщением машины. Данный способ регулирования угловой скорости обеспечивает высокую плавность.

Мощность, затрачиваемая на возбуждение машины, невелика, потери мощности на регулирование скорости незначительны, поэтому данный способ регулирования угловой скорости весьма экономичный (при работе двигателя с постоянной мощностью).

Коэффициент жесткости механической характеристики двигателя  $\beta = \frac{k^2 \Phi^2}{R}$  с уменьшением потока уменьшается, поэтому стабильность работы двигателя при ослабленном поле нарушается.

Направление регулирования угловой скорости (до опрокидывания регулирования) - вверх от основной скорости.

#### 4.4. Регулирование угловой скорости двигателя постоянного тока независимого возбуждения изменением подводимого к якорю напряжения

Так как напряжение питающей сети поддерживается на постоянном уровне, то реализация данного способа регулирования угловой скорости возможна при использовании источника питания, напряжение на выходе которого

может изменяться в широких пределах. В качестве таких источников используются различного рода управляемые преобразователи электрической энергии переменного тока в электрическую энергию постоянного тока. Наиболее широкое распространение получили электромашинные и вентильные преобразователи. Электромашинный преобразователь представляет собой генератор постоянного тока, приводимый во вращение синхронной или асинхронной машиной. Изменение напряжения на зажимах генератора производится за счет изменения его потока возбуждения. В этих преобразователях осуществляется двукратное преобразование энергии: электрической переменного тока в механическую (сетевой двигатель, приводящий во вращение генератор) и механической в электрическую постоянного тока (в генераторе). На передвижных установках или в удаленных районах, где отсутствуют электрические сети, генератор постоянного тока приводится от двигателя внутреннего сгорания.

Регулирование величины напряжения вентильных преобразователей осуществляется изменением угла открывания вентилей в случае управляемого преобразователя или изменением величины переменного напряжения при использовании неуправляемого преобразователя. В последнем случае для регулирования напряжения служат автотрансформаторы, трансформаторы с переменным коэффициентом трансформации и магнитные усилители.

Общим для перечисленных методов является наличие преобразователя, расчетная мощность которого должна быть равна или несколько больше потребляемой мощности двигателя. На рис. 4.6 приведена эквивалентная схема привода с регулированием напряжения на зажимах якоря двигателя.

Преобразователь показан источником  $E_{np}$ , величина которого изменяется в процессе регулирования скорости, и эквивалентным сопротивлением  $R_{np}$ . На схеме также показаны сопротивления соединительных проводов  $R_c$  и цепи

якоря двигателя  $R_{я}$ . Для представленной эквивалентной схемы второй закон Кирхгофа записывается в следующей форме:

$$E_{np} - E = I_{я} \cdot R_{\Sigma},$$

(4.16)

где  $R_{\Sigma} = R_{np} + R_c + R_{я}$  - суммарное сопротивление.

Электромагнитный момент и электродвижущая сила равны соответственно:

$$M = k_{\phi} \Phi_{\phi} \cdot I_{я}; \quad (4.17)$$

$$E = k_{\phi} \Phi_{\phi} \omega.$$

(4.18)

Решая совместно уравнения (4.16), (4.17) и (4.18) относительно угловой скорости, получим уравнение механической характеристики:

$$\omega = \frac{E_{np}}{k_{\phi} \Phi_{\phi}} - M \frac{R_{\Sigma}}{k_{\phi}^2 \Phi_{\phi}^2}.$$

(4.19)

Из выражения (4.19) следует, что при изменении электродвижущей силы преобразователя (другие параметры считаем неизменными) изменяется только скорость идеального холостого хода:

$$\omega_0 = \frac{E_{np}}{k_{\phi} \Phi_{\phi}}. \quad (4.20)$$

Жесткость механических характеристик при неизменном сопротивлении и потоке возбуждения остается постоянной. В этом случае механические характеристики представляют собой семейство параллельных прямых, каждая из которых отсекает от оси ординат скорость идеального холостого хода, соответствующую ЭДС преобразователя (рис. 4.7). Поскольку суммарное сопротивление  $R_{\Sigma}$  превышает сопротивление якоря двигателя, то модуль жесткости механической характеристики будет меньше, чем у естественной механической характеристики электрического двигателя, полу-

чающего питание от сети. Однако по сравнению с параметрическими методами регулирования угловой скорости данный привод имеет более жесткие механические характеристики, что позволяет существенно увеличить диапазон регулирования и получить более высокую стабильность работы при малых скоростях.

Другим достоинством данного способа регулирования скорости является то, что для изменения электродвижущей силы преобразователя необходимо воздействовать не на главные цепи, а на цепи управляющих устройств - возбуждения (в электромашинных преобразователях), регулирования угла включения вентилей (в управляемых вентильных преобразователях). Мощность этих цепей во много раз меньше мощности регулируемого двигателя и главной цепи преобразователя, поэтому просто решается вопрос об увеличении числа регулировочных ступеней, а значит, и плавности регулирования угловой скорости. По этой же причине проще осуществляется формирование специального вида механических характеристик привода.

С целью расширения диапазона регулирования угловой скорости можно использовать ослабление магнитного потока двигателя. Однако одновременно изменять поток возбуждения и напряжение нецелесообразно, т. к. при этом снижается величина допустимого момента и модуль жесткости механической характеристики. Поэтому регулирование от номинальной угловой скорости до нуля (вниз от основной) осуществляется изменением величины подводимого к якору напряжения, а вверх от основной — с помощью уменьшения потока возбуждения двигателя. Таким образом, схема позволяет осуществить двухзонное регулирование угловой скорости.

В практике получили распространение электромашинные преобразователи на основе генератора постоянного тока - системы Г - Д (генератор—двигатель). Принципиальная схема системы Г - Д представлена на рис. 4.8. Якорь двигателя непосредственно (без дополнительных сопротивлений) подключен к зажимам якоря генератора.

Генератор  $G$  приводится во вращение с помощью сетевого двигателя  $СМ$ , в качестве которого используется асинхронная или синхронная машина. Обмотки возбуждения двигателя  $M$  и генератора  $G$  получают питание от независимого источника постоянного тока, в качестве которого может использоваться возбудитель, находящийся на валу сетевого двигателя. В ряде случаев обмотки возбуждения генератора и двигателя имеют различные источники питания. Второй закон Кирхгофа для якорной цепи системы  $\Gamma - Д$ :

$$E_2 - E = IR_{\Sigma}, \quad (4.21)$$

где  $R_{\Sigma} = R_2 + R_{\partial}$  - суммарное сопротивление якорной цепи;

$E_2 = k_2 \Phi_2 \cdot \omega_2$  - электродвижущая сила генератора;

$\Phi_2$  - поток возбуждения генератора;

$\omega_2$  - угловая скорость вращения вала генератора;

$I$  - ток якорной цепи;

$R_2, R_{\partial}$  - сопротивление якоря генератора и двигателя соответственно.

Электромагнитный момент и электродвижущая сила двигателя могут быть получены из выражений (4.17) и (4.18). Уравнение механической характеристики привода по системе  $\Gamma - Д$ :

$$\omega = \frac{E_2}{k_{\partial} \Phi_{\partial}} - M \frac{R_{\Sigma}}{k_{\partial}^2 \Phi_{\partial}^2}. \quad (4.22)$$

Скорость идеального холостого хода привода по системе  $\Gamma - Д$ :

$$\omega_0 = \frac{E_2}{k_{\partial} \Phi_{\partial}} = \frac{k_2 \Phi_2 \omega_2}{k_{\partial} \Phi_{\partial}}. \quad (4.23)$$

Обычно угловая скорость вращения генератора постоянна, что справедливо, если в качестве сетевого двигателя используется синхронная машина. В

случае применения асинхронного двигателя с изменением нагрузки генератора угловая скорость его изменяется незначительно.

При постоянном потоке возбуждения двигателя механические характеристики системы Г - Д представляют собой семейство параллельных прямых, жесткость которых определяется общим сопротивлением якорной цепи (см. рис. 4.7). Поскольку мощность двигателя примерно равна мощности генератора, то сопротивление якоря двигателя незначительно отличается от сопротивления якоря генератора. Модуль жесткости обратно пропорционален сопротивлению якорной цепи. Очевидно, что модуль жесткости механических характеристик системы Г - Д примерно вдвое ниже по сравнению с модулем жесткости естественной характеристики двигателя, получающего питание от сети.

Достоинством системы Г - Д является то, что двигатель может работать в тормозных режимах при любом направлении угловой скорости.

В простейших системах Г - Д (для небольшой мощности привода) диапазон регулирования скорости составляет 8:1 и достигается изменением напряжения, подводимого к якорю двигателя. Диапазон регулирования может быть расширен за счет изменения потока возбуждения двигателя до значения 16:1. С помощью системы Г - Д добиваются высокой плавности регулирования угловой скорости.

К недостаткам системы Г - Д следует отнести ее высокую стоимость, большие габариты и вес установки, шум при работе. Потери энергии в цепях управления (возбуждение генератора и двигателя) невелики, однако КПД установки мал из-за трехкратного преобразования энергии. Номинальный КПД системы Г - Д равен произведению номинальных значений КПД сетевой машины, генератора и двигателя:

$$\eta_{Г-Д} = \eta_{см} \cdot \eta_{нг} \cdot \eta_{нд}. \quad (4.24)$$

При работе на пониженной угловой скорости КПД будет еще ниже. Система Г - Д обеспечивает стабильную работу привода, поскольку ее механические характеристики довольно жесткие. Для увеличения жесткости механических характеристик и расширения диапазона регулирования скорости вращения применяют замкнутые системы Г - Д с использованием обратных связей и усилителей с большим коэффициентом усиления (электронных). Примером такой схемы может служить система Г - Д с отрицательной обратной связью по скорости (рис. 4.9). Здесь на одном валу с двигателем  $M$  расположен тахогенератор  $GT$ , напряжение на выходе которого пропорционально угловой скорости вращения двигателя. Напряжение тахогенератора сравнивается с задающим напряжением  $U_3$ . Разность задающего напряжения и напряжения тахогенератора усиливается усилителем  $U$  и подается на обмотку возбуждения  $OB$  генератора  $G$ . Сущность действия жесткой отрицательной обратной связи по скорости заключается в следующем. С ростом нагрузки на валу двигателя уменьшается его угловая скорость и понижается напряжение тахогенератора, находящегося на одном валу с двигателем. Так как задающий сигнал остается постоянным, то сигнал на входе усилителя возрастает, следовательно, возрастает и ЭДС генератора, что автоматически приводит к компенсации падения угловой скорости двигателя. Степень компенсации зависит от коэффициента усиления усилителя, с увеличением которого возрастает приращение ЭДС генератора и повышается жесткость механической характеристики двигателя. Система описывается следующими уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} U_e &= (U_3 - \gamma\omega) \cdot k_1; \\ E_2 &= U_e k_2; \\ E_2 &= c\omega + IR_\Sigma, \end{aligned} \right\} \quad (4.25)$$

где  $k_1$  - коэффициент пропорциональности между напряжением на выходе усилителя и напряжением на его входе - коэффициент усиления усилителя;

$k_2$  - коэффициент усиления генератора.

Решая систему (4.25) относительно угловой скорости, получим уравнение механической характеристики системы Г - Д с отрицательной обратной связью по угловой скорости:

$$\omega = \frac{U_3 k}{1 + \gamma k} - M \frac{R_\Sigma}{(1 + \gamma k) c^2}, \quad (4.26)$$

где  $k = k_1 \cdot k_2 \cdot c^{-1}$  - коэффициент усиления системы.

С увеличением коэффициента усиления системы модуль жесткости механической характеристики возрастает. Введением обратных связей можно существенно расширить диапазон регулирования скорости двигателя, доведя его до 500:1 и выше. Системы с обратными связями обладают значительными преимуществами в отношении плавности, диапазона регулирования скорости и жесткости механических характеристик перед разомкнутыми системами, благодаря чему они находят широкое применение в промышленности. Однако и замкнутым системам Г - Д присущи недостатки электромашинных преобразователей: низкий КПД из-за двукратного преобразования энергии, большие габариты и вес, шум при работе, высокая стоимость.

В последнее время в практике получили широкое применение полупроводниковые (тиристорные) преобразователи, с помощью которых осуществляется преобразование энергии переменного тока в энергию постоянного тока регулируемого напряжения. Основным элементом тиристорного преобразователя является тиристор - полупроводниковый прибор, имеющий четырехслойную структуру, смежные слои которой обладают различной проводимостью типа  $p-n-p-n$ . Тиристор имеет два устойчивых состояния: открытое и закрытое. В открытом состоя-

нии сопротивление тиристора мало и составляет десятые доли Ома; а в закрытом состоянии - более тысячи Ом.

Тиристорный привод по сравнению с ионным вентильным (ртутным) и системой Г - Д имеет следующие преимущества: высокий КПД, равный 0,98 ÷ 0,99, малые габариты и вес; большой срок службы, большой коэффициент усиления по мощности (несколько тысяч); отсутствие вращающихся частей, высокое быстродействие, нечувствительность к вибрации.

В электроприводе тиристоры применяют в качестве преобразователей переменного тока в постоянный, бесконтактных коммутирующих аппаратов и статических преобразователей частоты.

Прямым направлением тока в тиристоре является направление от анода к катоду. Переход тиристора из закрытого состояния в открытое осуществляется подачей на управляющий электрод положительного (по отношению к катоду) сигнала. Переход в закрытое состояние осуществляется при подаче на анод отрицательного напряжения или при снижении анодного тока до значения тока удержания. После подачи отпирающего сигнала на управляющий электрод его управляющее свойство исчезает. Поэтому тиристор называют полууправляемым элементом.

Принцип регулирования среднего выпрямленного напряжения показан на схеме рис. 4.10. На рис. 4.10, а представлена схема включения тиристора  $VSI$  к источнику напряжения. Тиристор имеет три электрода: анод  $A$ , катод  $K$  и управляемый электрод  $УЭ$ . Тиристор может пропускать ток только тогда, когда на его аноде положительный потенциал. Отпирающие импульсы напряжения  $U_y$  с определенными для каждого типа тиристора амплитудой, длительностью и крутизной переднего фронта подаются на  $УЭ$  от импульсного трансформатора  $ИТ$ , диод  $VD$  служит для того, чтобы к управляющему электроду подводился только положительный потенциал (относительно катода). Если изменять время  $t_0$  подачи управляющего

импульса  $U_y$  (отсчитываемого от момента перехода анодного напряжения из отрицательного значения в положительное), то изменяется момент открывания тиристора и площадь заштрихованной части синусоиды, т.е. среднее выпрямленное напряжение на нагрузке  $R_n$ .

Графики изменения напряжения и тока во времени в выпрямленной цепи имеют сложный вид, они содержат постоянные и гармонические составляющие. С целью уменьшения гармонических составляющих тока, оказывающих отрицательное влияние на процесс коммутации и нагрев машины постоянного тока, в цепь якоря двигателя постоянного тока включают сглаживающий реактор.

Средние значения выходного напряжения и тока вентильного преобразователя зависят от его параметров и схемы соединения тиристорov. Все существующие схемы соединения тиристорov можно разделить на два класса: схемы выпрямления с нулевым проводом, в которых выпрямляется одна полуволна синусоидального напряжения сети, и мостовые схемы, в которых выпрямляются обе полуволны напряжения сети.

Рассмотрим две основные схемы нереверсивных тиристорных преобразователей постоянного тока: трехфазную с нулем и трехфазную мостовую. На рис. 4.11 представлены принципиальная силовая схема (а), эквивалентная схема замещения (б), графики фазных ЭДС (в), ЭДС и напряжений преобразователя (г) и токов в вентильях (д). Преобразователь получает питание от силового трехфазного трансформатора  $T$ , вторичные обмотки которого соединены в звезду с нулевым проводом. Тиристоры  $VS1$ ,  $VS2$ ,  $VS3$  собраны по схеме с общим катодом  $K$ . Двигатель постоянного тока с независимым возбуждением  $M$  через сглаживающий дроссель  $L_d$  подсоединяется к нулевому проводу и общему катоду преобразователя.

На рис. 4.11, б представлена эквивалентная схема замещения преобразователя. Вторичные обмотки силового трансформатора  $T$  заменены

источниками ЭДС  $e_{2a}, e_{2b}, e_{2c}$ , а также активными сопротивлениями трансформатора  $R_T$  и индуктивными сопротивлениями трансформатора  $x_T$ . К якорной цепи двигателя приложено средневывпрямленное напряжение  $U_d$ , средний выпрямленный ток равен  $i_d$ .

На рис. 4.11, в показаны графики ЭДС вторичных обмоток трансформатора. Угол  $\alpha$ , отсчитываемый от угла естественного открытия, называется углом запаздывания или углом регулирования; угол  $\gamma$  называется углом коммутации. Из-за индуктивности вторичной обмотки трансформатора переход тока от одного тиристора к другому происходит не мгновенно, а в течение некоторого времени, которому соответствует угол коммутации. В течение этого времени работающий тиристор не закрылся, а вступающий в работу тиристор еще не открылся полностью. В период коммутации выпрямленное напряжение преобразователя становится меньше и равно полусумме напряжений фаз, участвующих в коммутации:  $U_d = 0,5(U_{2a} + U_{2b})$ . Снижение напряжения зафиксировано на рис. 4.11, г заштрихованной площадкой.

На графиках рис. 4.11, г показаны кривые ЭДС вторичных обмоток трансформатора  $e_2$  и мгновенное значение выпрямленного напряжения  $U_d$ . Мгновенное значение напряжения выпрямителя в межкоммутационный период меньше ЭДС трансформатора на величину падения напряжения в преобразователе, которое складывается из падения напряжения на активном сопротивлении трансформатора и падения напряжения на вентиле в проводящий период, которое практически не зависит от тока тиристора и составляет  $0,5 \div 1,0$  В.

На рис. 4.12 представлена эквивалентная схема замещения тиристорного преобразователя. Схема содержит источник выпрямленной ЭДС  $U_d$ , идеальный вентиль  $ИВ$ , источник ЭДС  $\Delta U_\sigma$ , эквивалентное сопротивление

преобразователя  $R_{\text{эпр}}$ , активное сопротивление сглаживающего дросселя  $R_p$ ; электрический двигатель представлен источником ЭДС обмотки якоря  $E$  и сопротивлением обмотки якоря  $R_{\text{я}}$ .

Параметры эквивалентной схемы преобразователя:

$$E_d = E_{d0} \cdot \cos \alpha ;$$

$$E_{d0} = \frac{m}{\pi} \sqrt{2} E_{2\phi} \cdot \sin \frac{\pi}{m} ;$$

$$R_T = R_2 + R_1 \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2 ;$$

$$x_T = x_2 + x_1 \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2 ;$$

$$R_{\text{я}} = R_T + \frac{m}{2\pi} x_T ,$$

где  $m$  - число выпрямленных фаз;

$R_1, x_1$  - активное, индуктивное сопротивления первичной обмотки силового трансформатора;

$w_1, w_2$  - число витков первичной и вторичной обмоток силового трансформатора;

$E_{2\phi}$  - действующее фазное значение ЭДС вторичной обмотки силового трансформатора.

В соответствии с эквивалентной схемой преобразователя второй закон Кирхгофа может быть записан следующим образом:

$$E_d - U_\varepsilon = E + (R_{\text{эпр}} + R_p + R_\text{я}) I_\text{я}.$$

(4.27)

Уравнение механической характеристики двигателя, получающего питание от тиристорного преобразователя, имеет вид:

$$\omega = \frac{E_{d0} \cos \alpha - \Delta U_\varepsilon}{k\Phi} - M \frac{R_\Sigma}{k^2 \Phi^2}, \quad (28)$$

где  $R_\Sigma = R_{\text{эпр}} + R_p + R_\text{я}$ .

На рис. 4.13 представлены механические характеристики двигателя постоянного тока независимого возбуждения, получающего питание от тиристорного преобразователя; эти характеристики напоминают характеристики системы Г - Д, но отличаются рядом особенностей. Характеристики имеют меньшую жесткость, чем в системе Г - Д, за счет большого падения напряжения в якорной цепи, но наклон их остается практически постоянным при различных значениях угла регулирования. При конечных значениях индуктивности сглаживающего реактора и малых нагрузках наступает режим прерывистых токов, при котором характеристики теряют жесткость и резко возрастают. Явление прерывистых токов обусловлено тем, что с уменьшением нагрузки уменьшается энергия, запасенная сглаживающим дросселем, и наступает момент, когда создаваемая ею ЭДС самоиндукции недостаточна для поддержания тока якоря при отрицательных напряжениях на анодах тиристоров, что приводит к увеличению среднего выпрямленного напряжения, следовательно, и к возрастанию угловой скорости двигателя при холостом ходе. Зона прерывистых токов на рис. 4.13 заштрихована. Очевидно, что с увеличением глубины регулирования угловой скорости (с увеличением угла регулирования) увеличивается ток, при котором начинается, резкий подъем угловой скорости (зона прерывистых токов).

Характерной особенностью однополупериодной схемы выпрямления является то, что за исключением периода коммутации вентилей, т.е. периода, когда прекращается работа одного вентиля и вступает в работу другой вентиль, ток нагрузки равен току одного работающего тиристора. Следовательно, ток нагрузки определяется ЭДС работающей фазы трансформатора, а падение напряжения в преобразователе - падением напряжения в этой фазе. В каждый момент времени (за исключением периода коммутации) работает один тиристор, число выпрямляющихся фаз равно трем.

В приведенной схеме двигатель может работать в двигательном режиме и режиме торможения противовключением (за счет активного момента сопротивления) при неизменном направлении тока в цепи якоря. Реверс двигателя можно производить изменением полярности напряжения на якоре при неизменном направлении тока возбуждения.

В мостовых схемах одновременно работают два вентиля (за исключением периода коммутации). При этом ток нагрузки проходит последовательно через два вентиля и две фазы трансформатора под действием разности двух соответствующих фазных ЭДС (рис. 4.14). За полный период изменения переменного напряжения работают все шесть вентилей преобразователя. Поскольку в мостовой схеме выпрямляется и отрицательная полуволна напряжения, то число выпрямленных фаз ( $m$ ) в данном случае равно 6. Для данного преобразователя справедлива эквивалентная схема, представленная на рис. 4.12, но со следующими параметрами:

$$E_{d0} = \frac{m}{\pi} \sqrt{6} E_{2\phi} \sin \frac{\pi}{m};$$

$$R_s = 2 \left( R_T + \frac{m}{2\pi} x_T \right);$$

$$\Delta U_B = 2 \Delta U_T,$$

где  $\Delta U_B$  - падение напряжения в идеальном вентиле;

$\Delta U_T$  - падение напряжения в тиристоре.

При углах регулирования  $\alpha > \frac{\pi}{2}$  среднее значение выпрямленного напряжения преобразователя становится отрицательным. Направление тока из-за односторонней проводимости тиристорov остается постоянным. Поскольку ток двигателя протекает навстречу напряжению источника, то двигатель работает в генераторном режиме. Генерируемая электрической машиной энергия постоянного тока преобразуется вентильным преобразователем в энергию переменного тока и отдается в электрическую сеть. Вентильный преобразователь в этом случае работает в режиме инвертирования, характерной чертой которого является то, что ток в обмотках трансформатора в течение большей части периода проводимости вентилей направлен навстречу ЭДС этих обмоток и протекает под действием ЭДС электрической машины, как показано на рис. 4.15. При этом ЭДС машины постоянного тока должна превышать среднее значение выпрямленного напряжения преобразователя. Механические характеристики привода в этом случае в режиме непрерывного тока представляют собой семейство параллельных прямых. Однако работа тиристорного преобразователя в инверторном режиме ограничена, поскольку осуществить работу преобразователя с углом регулирования  $\alpha = \pi$  невозможно. При  $\alpha = \pi - (\gamma + \delta)$  ( $\gamma$  - угол, соответствующий времени, необходимому для восстановления запирающих свойств тиристора) в момент подачи отпирающего импульса на последующий тиристор ток работающего тиристора должен уменьшаться, а ток открываемого тиристора - увеличиваться. В пределах угла коммутации  $\gamma$  оба тиристора проводят ток в одном направлении. Если процесс коммутации не успеет закончиться до времени  $\omega t = \pi$ , то при переходе ЭДС через нуль к закрываемому тиристору будет приложено напряжение в проводящем направлении, и он не закроется.

В этом случае к тиристорному преобразователю приложено напряжение, равное сумме ЭДС трансформатора и двигателя. Величина тока, протекающего через тиристор, намного превышает нормальный ток, на который рассчитан тиристор, что приводит к необратимому пробоему вентиля и выходу его из строя. Этот режим работы называется опрокидыванием инвертора.

Следует также заметить, что в инверторном режиме (как и в выпрямительном, когда электрическая машина работает в качестве двигателя) ЭДС двигателя и среднее выпрямленное напряжение преобразователя должны быть направлены встречно; при переходе в инверторный режим ( $\alpha > 90^\circ$ ) среднее выпрямленное напряжение преобразователя изменяет знак, следовательно, необходимо изменить и направление ЭДС двигателя, что может быть произведено изменением направления потока возбуждения или переключением обмотки якоря.

Односторонняя проводимость тиристорного преобразователя затрудняет осуществление реверса в таких системах. На практике применяются следующие основные способы изменения направления момента двигателя: изменением направления тока возбуждения двигателя, изменением полярности напряжения на зажимах якоря с помощью переключателя, изменением полярности напряжения на зажимах якоря с помощью двух групп вентильных преобразователей. Наиболее дешевый первый способ, его существенным недостатком является большое время реверса, что обусловлено большой индуктивностью обмотки возбуждения двигателя. Схема с переключением в цепи якоря двигателя позволяет быстрее осуществить процесс реверса, однако и в этом случае время переходного процесса составляет не менее 0,1 с.

Для приводов, в которых требуется максимальное быстродействие, а также необходимы двигательный и тормозные режимы при том же направлении вращения, применяются схемы с двумя комплектами вентилях, каждый из которых проводит ток в одном направлении, благодаря чему создается

эффект двусторонней проводимости преобразователя в целом. Существующие схемы реверсивных вентильных преобразователей можно разделить на два типа: перекрестные и встречно-параллельные (рис. 4.16, 4.17). При работе преобразователя один из комплектов, например  $B1$  работает в режиме выпрямления, а другой - закрыт или подготовлен к работе в режиме инвертирования. При работе на другое направление движения в режиме выпрямления работает уже комплект  $B2$ , а  $B1$  закрыт или подготовлен к режиму инвертирования.

При работе привода в режиме рекуперативного торможения один из комплектов вентиля работает в режиме инвертирования, а второй либо закрыт, либо подготовлен к работе в режиме выпрямления. Режим работы реверсивного преобразователя определяется способом управления обоими комплектами вентиля. Различают совместное и отдельное управление группами вентиля реверсивного тиристорного преобразователя. При совместном управлении управляющие сигналы подаются на оба комплекта вентиля таким образом, чтобы ЭДС выпрямителя не превышала ЭДС инвертора. В этом случае возникает задача ограничения уравнивающих токов, протекающих между двумя комплектами вентиля из-за того, что их проводящие направления совпадают, а мгновенные значения их ЭДС различны. С целью уменьшения уравнивающих токов в цепи преобразователей включены уравнивающие реакторы  $L1 \div L4$  (см. рис. 4.16 и 4.17). При отдельном управлении комплектами вентиля управляющие сигналы подаются только на тот комплект, который должен работать, на другой комплект управляющие импульсы не подаются, и он закрыт. В этом случае цепь уравнивающего тока разомкнута и необходимость в уравнивающих реакторах отпадает. Вид механических характеристик реверсивных тиристорных приводов зависит от способа согласования углов управления обоими комплектами вентиля. Для линейного согласования характерно равенство нулю среднего значения уравнивающего напряжения. В этом

случае между углами регулирования первого и второго комплектов выполняется соотношение:

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \pi$$

(4.29)

Недостатком схемы с линейным согласованием является наличие уравнивающих токов, дополнительно загружающих вентили и трансформаторы, но не выполняющих полезной работы, что снижает быстродействие системы и приводит к неполному использованию мощности привода.

С целью уменьшения уравнивающих токов в ряде случаев используют нелинейное согласование, когда

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \pi + \varepsilon$$
 (4.30)

На практике используют системы, в которых значение угла  $\varepsilon$  изменяется автоматически в функции какого-либо параметра. Механические характеристики при данном способе согласования теряют линейность при переходе из двигательного режима работы в генераторный и становятся мягкими. На рис. 4.18 представлены скоростные характеристики реверсивного привода с вентильными преобразователями при совместном управлении и линейном согласовании (а); при совместном управлении и нелинейном согласовании (б); при отдельном управлении и линейном согласовании (в).

Совместное управление и линейное согласование позволяют получить наилучшие динамические показатели и однозначные статические характеристики. Данный способ управления позволяет обеспечить простой переход из одного режима работы в другой; он имеет существенные преимущества перед другими способами управления и находит широкое применение на практике.

Модуль жесткости механических характеристик электропривода с вентильными преобразователями сравнительно мал. С целью расширения диапазона регулирования угловой скорости в системах вентильного привода постоянного тока могут использоваться те же обратные связи, что и в системе Г - Д. С целью ограничения тока вентильного преобразователя может использоваться задержанная отрицательная обратная связь по току (токовая отсечка). В этом случае привод имеет экскаваторную характеристику. Следует отметить, что вентильный преобразователь имеет большой коэффициент усиления, в связи с чем обратные связи могут быть реализованы в ряде случаев без промежуточных усилителей.

Привод по системе тиристорный преобразователь - двигатель постоянного тока обладает высокими технико-экономическими показателями. Диапазон регулирования угловой скорости достигает нескольких тысяч; плавность регулирования весьма высокая. По экономичности тиристорный привод является вполне конкурентоспособным с системой Г - Д. Недостатком в этом отношении является высокая сложность системы управления и связанная с этим невысокая надежность. Коэффициент полезного действия тиристорного преобразователя определяется КПД трансформатора и вентилей. Трансформаторы большой мощности имеют КПД примерно 0,95—0,98. Коэффициент полезного действия тиристоров определяется прямым падением напряжения в нем, которое составляет около 1 В. Поэтому общий КПД преобразователя при номинальной нагрузке велик и составляет при мощности привода 50-7-100 кВт около 0,90—0,92. С увеличением мощности он еще увеличивается. Однако с уменьшением угловой скорости КПД уменьшается значительно даже при постоянном моменте нагрузки. Коэффициент мощности тиристорного преобразователя определяется по формуле:

$$\cos \varphi = \cos \left( \alpha + \frac{\gamma}{2} \right),$$

(4.31)

откуда видно, что с увеличением угла регулирования тиристоры коэффициент мощности падает, что является существенным недостатком тиристорного преобразователя.

Кроме этого, тиристорный преобразователь имеет следующие недостатки. Пульсация выходного напряжения вызывает пульсацию тока якоря двигателя. Нежелание увеличивать габариты, вес и стоимость привода, а также ухудшать его динамические свойства приводит к отказу от установки сглаживающих дросселей, что увеличивает пульсацию тока. С увеличением амплитуды пульсации увеличиваются тепловые потери, ухудшаются условия коммутации; увеличивается шум, особенно при низких скоростях, а также износ щеток и подшипников. Дополнительный износ подшипников вызывается подшипниковыми токами, наведенными пульсирующим напряжением через емкость между обмоткой якоря и валом. Низкочастотные пульсации тока, возникающие при асимметричной работе фазового управления, могут вызвать пульсации скорости.

При питании двигателя от тиристорного преобразователя целесообразно снижать допустимый ток до 70%, а в некоторых случаях и более. Потери в стали также зависят от пульсации тока; для однофазных схем выпрямления увеличение потерь в меди составляет 70%, а в стали - 50% по сравнению с идеальным напряжением постоянного тока, а для трехфазных схем это увеличение составляет 20 и 10 % соответственно.

Высокое быстродействие тиристорного преобразователя может быть реализовано по условиям коммутации лишь в случае применения двигателей с шихтованными дополнительными полюсами. Такие двигатели для тиристорных преобразователей существенно дороже машин нормального исполнения, но позволяют избежать применения сглаживающих дросселей. В

настоящее время разработаны специальные двигатели постоянного тока, имеющие улучшенную вентиляцию, меньший маховый момент, встроенный тормоз и тахогенератор. Двигатели этой серии специально изготовлены для тиристорного управления. Конструкция двигателя предназначена для питания пульсирующим током, что позволяет отказаться от завышения их мощности и применения сглаживающих устройств.

Тиристорный преобразователь оказывает отрицательное влияние на питающую сеть. Это влияние выявляется прежде всего в понижении коэффициента мощности и наведении в сети высших гармоник, искажающих синусоидальную форму напряжения сети. С целью повышения коэффициента мощности осуществляются следующие мероприятия:

1. Применение линейного шунтирующего конденсатора. Этот способ применим при небольших глубинах регулирования скорости; кроме того, образуются контуры между емкостями и индуктивностями преобразователей.
2. Применение шунтирующего диода. В этом случае часть реактивного тока циркулирует в цепи постоянного тока, минуя трансформатор.
3. Последовательное соединение преобразователей - два преобразователя, соединенные последовательно, управляются таким образом, что один из них всегда работает с большим отставанием по фазе, а другой с минимальным (угол регулирования равен нулю). На предприятиях часто добиваются высокого коэффициента мощности за счет совместной работы преобразователей и синхронных машин. Обычно на каждую секцию шин высокого напряжения подключаются два синхронных двигателя и два тиристорных преобразователя.

Для электроприводов постоянного тока наша промышленность выпускает тиристорные агрегаты серии КТЭ, АТ (АТР), ТПП1 и ТВ (ТВР); они имеют реверсивное и нереверсивное исполнение, обозначаемое соответственно АТ (АТР) и ТВ (ТВР). Тиристорные преобразователи серии КТЭ предназначены для питания электрических машин постоянного тока напряжением 230 или

460 В и с номинальными токами 25; 50; 100; 200; 320; 500; 800; 1000; 1600 А. Тиристорные преобразователи серии ТПП1 и АТ (АТР) имеют то же назначение и те же номинальные напряжения, но выпускаются на номинальные токи 800; 1000; 1600; 2000; 4000; 5000 и 6300 А. Тиристорные преобразователи используются также для питания обмоток возбуждения генераторов в системах Г - Д большой мощности и обмоток возбуждения синхронных генераторов на электрических станциях.

#### 4.5. Регулирование угловой скорости двигателя постоянного тока независимого возбуждения шунтированием обмотки якоря

Реостатное регулирование угловой скорости двигателя постоянного тока независимого возбуждения позволяет получить линейные механические характеристики очень малой жесткости, при этом стабильная работа привода на заданной скорости невозможна. С целью обеспечения достаточно жестких механических характеристик привода при значительном снижении угловой скорости иногда применяют шунтирование обмотки якоря двигателя при обязательном включении последовательного сопротивления (рис. 4.19, а).

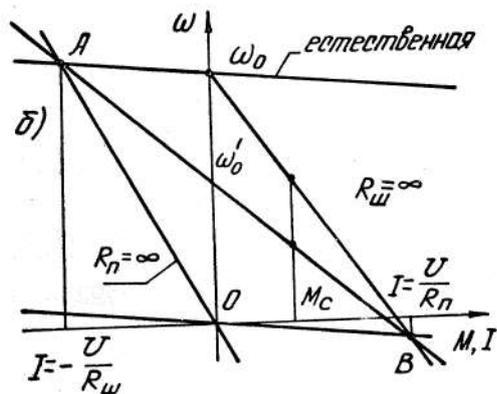
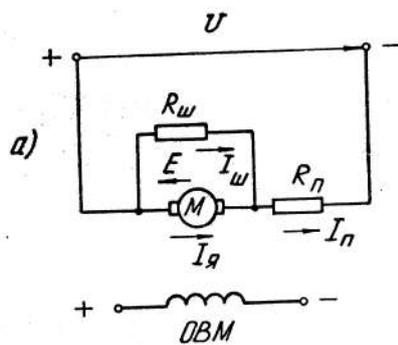


Рис 4.19. Регулирование угловой скорости шунтированием обмотки якоря двигателя независимого возбуждения:

*а* – электрическая схема; *б* – скоростные характеристики

На основании этого рисунка могут быть записаны уравнения, выражающие первый и второй законы Кирхгофа:

$$\left. \begin{aligned} U &= E + I_{\text{я}}R_{\text{я}} + I_nR_n; \\ U &= I_wR_w + I_nR_n; \\ I_n &= I_{\text{я}} + I_w. \end{aligned} \right\} \quad (4.31')$$

Из системы (4.31') можно получить три независимые неизвестные  $E, I_n, I_w$  ( $I_{\text{я}}$  параметр). Решая систему (4.31), получим:

$$E = U \frac{R_w}{R_w + R_n} - I_{\text{я}} \left( R_{\text{я}} + \frac{R_w \cdot R_n}{R_w + R_n} \right); \quad (4.32)$$

$$I_n = \frac{U + I_{\text{я}} R_{\text{ш}}}{R_n + R_{\text{ш}}}; \quad (4.33)$$

$$I_{\text{ш}} = \frac{U - I_{\text{я}} R_n}{R_n + R_{\text{ш}}}, \quad (4.34)$$

где шунтирующее и последовательное сопротивления соответственно;

где  $R_{\text{ш}}, R_n$  - шунтирующее и последовательное сопротивления соответственно;

$I_n, I_{\text{ш}}$  - ток в последовательном и шунтирующих сопротивлениях.

Из выражения (4.32) получаем уравнение механической характеристики двигателя при шунтировании обмотки якоря:

$$\omega = \omega'_0 - \frac{M}{C^2} \left( R_{\text{я}} + \frac{R_{\text{ш}} \cdot R_n}{R_{\text{ш}} + R_n} \right), \quad (4.35)$$

где  $\omega'_0 = \omega_0 \frac{R_{\text{ш}}}{R_{\text{ш}} + R_n}$  - скорость идеального холостого хода.

Из выражения (4.35) видно, что механическая характеристика двигателя линейна; скорость идеального холостого хода здесь будет ниже, чем при реостатном регулировании угловой скорости; двигатель в режиме идеального холостого хода включен на делитель напряжения, образованный резисторами  $R_{\text{ш}}$  и  $R_n$  (параллельно  $R_{\text{ш}}$ ). Из выражения скорости идеального холостого хода ясна роль последовательно включенного резистора  $R_n$ : без него скорость идеального холостого хода осталась бы неизменной. Жесткость полученной механической характеристики  $AB$  (см. рис. 4.19, б) меньше, чем жесткость естественной механической характеристики, и больше, чем жесткость реостатной характеристики с последовательно включенным резистором  $\omega_0 B$ . Этот вывод следует из очевидного соотношения:

$$R_{\text{я}} < R_{\text{я}} + \frac{R_{\text{ш}} \cdot R_n}{R_{\text{ш}} + R_n} < R_{\text{я}} + R_n. \quad (4.36)$$

На рис. 4.19 представлены электрическая схема (а) и механическая характеристика (б), полученная для двигателя независимого возбуждения шунтированием обмотки якоря. Построить такую характеристику при заданных значениях резисторов  $R_{ш}$  и  $R_n$  можно следующим образом. На

естественную характеристику наносится точка  $A$  с абсциссой  $I = -\frac{U}{R_{ш}}$  и на характеристику динамического торможения при  $R_n = 0$  наносится точка  $B$  с

абсциссой  $I = \frac{U}{R_n}$ . Соединяя точки  $A$  и  $B$ , получим искомую характеристику.

При отсутствии шунтирующего сопротивления ( $R_{ш} = \infty$ ) получается характеристика  $\omega_0 B$ , соответствующая реостатной с сопротивлением  $R_n$ .

При отсутствии последовательного резистора ( $R_n = \infty$ ) получается разрыв в цепи якоря, которая замкнута на резистор  $R_{ш}$ , в этом случае имеет место режим электродинамического торможения, характеристика  $AO$ .

Режим генераторного торможения возможен, когда ток в последовательном сопротивлении становится отрицательным; из выражения (4.33) имеем

$I_я < -\frac{U}{R_{ш}}$ , т.е. генераторное торможение с отдачей энергии в сеть имеет

место левее точки  $A$ . На участке характеристики  $\omega'_0 A$  машина работает в качестве генератора на шунтирующее сопротивление (режим электродинамического торможения).

Рассмотренный способ регулирования угловой скорости двигателя постоянного тока независимого возбуждения имеет те же показатели регулирования, что и реостатное. Однако полученные механические характеристики обладают большей жесткостью, чем реостатные; это несколько улучшает показатели регулирования скорости: выше стабильность работы на заданной скорости, повышается и диапазон регулирования до 3:1,

а при малых колебаниях нагрузки - и до 5:1. Все же этот способ неэкономичен из-за больших потерь энергии в сопротивлениях. Поэтому схема с шунтированием якоря используется в приводах сравнительно небольшой мощности. Обычно она применяется для предварительного снижения угловой скорости с целью точной остановки привода в заданном положении. Длительная работа при шунтировании якоря неэкономична вследствие больших потерь энергии в резисторах.

#### 4.6. Регулирование угловой скорости вращения двигателя постоянного тока последовательного возбуждения

Выражение скоростной характеристики двигателя постоянного тока последовательного возбуждения:

$$\omega = \frac{U - IR}{k\Phi}$$

показывает, что для принудительного изменения угловой скорости (при постоянном токе нагрузки) возможны три способа: регулирование сопротивлением в цепи якоря, регулирование величиной подводимого напряжения и регулирование изменением потока возбуждения.

При регулировании угловой скорости двигателя последовательного возбуждения введением дополнительного сопротивления в цепь якоря получают те же значения основных показателей регулирования, что и для двигателей с независимым возбуждением. Диапазон регулирования угловой скорости не превышает 2:1 и зависит от нагрузки. Плавность регулирования зависит от числа ступеней регулировочного реостата. Этот способ регулирования угловой скорости неэкономичен из-за больших потерь энергии в регулировочных сопротивлениях. По мере увеличения сопротив-

ления регулировочного реостата жесткость механических характеристик уменьшается, они становятся очень мягкими; стабильность работы на заданной скорости нарушается. По условиям полного использования двигателя на всех скоростях введение дополнительного сопротивления в цепь якоря должно производиться при постоянном нагрузочном моменте, что соответствует работе двигателя при неизменном токе якоря, равном номинальному. Направление регулирования угловой скорости - вниз от основной.

Механические характеристики двигателя постоянного тока последовательного возбуждения при регулировании угловой скорости введением дополнительного сопротивления в цепь якоря показаны на рис. 4.20. Несмотря на неэкономичность, этот способ находит применение в крановых и тяговых установках ввиду его простоты.

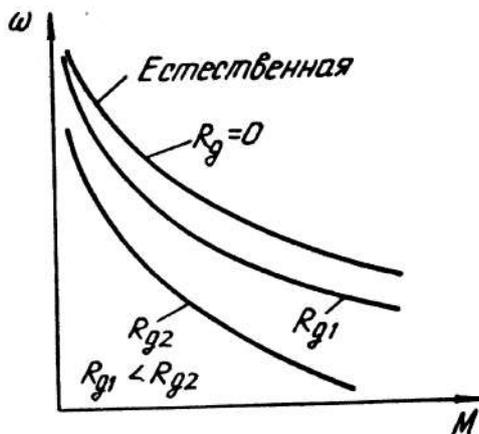


Рис 4.20. механические характеристики двигателя постоянного тока последовательного возбуждения при введении дополнительного сопротивления в цепь якоря

Регулирование угловой скорости двигателя постоянного тока последовательного возбуждения изменением подводимого напряжения может быть осуществлено с помощью тиристорного преобразователя или

генератора постоянного тока независимого или последовательного возбуждения. При питании двигателя от тиристорного или электромашинного преобразователя получают те же показатели регулирования угловой скорости, что и для двигателя независимого возбуждения. Особый интерес представляет способ регулирования напряжения на якоре путем переключения с последовательного на параллельное соединение нескольких двигателей постоянного тока последовательного возбуждения. Данный способ регулирования угловой скорости встречается в случаях, когда производственный механизм приводится двумя или несколькими двигателями. Применение нескольких двигателей вместо одного осуществляется по следующим причинам: из-за необходимости сократить время пуска и торможения путем уменьшения суммарного момента инерции; по условиям удобства размещения двигателей меньших габаритов вместо одного большого; из-за отсутствия подходящего двигателя большой мощности, а также для повышения надежности привода. Такой привод находит применение в электровозном транспорте, в доменных подъемниках, трамваях, механизмах поворота мощных экскаваторов и т.д. В этом случае несколько двигателей одинаковой мощности работают на один общий вал рабочей машины.

Применение последовательно-параллельного включения дает экономические выгоды. При последовательном включении однотипных двигателей на каждый из них приходится одинаковая часть напряжения сети. Когда все двигатели включены в сеть параллельно, к якору каждого двигателя подводится полное напряжение сети. Таким образом может быть получено несколько ступеней регулирования без затрат бесполезной энергии. Для получения промежуточных ступеней регулирования в цепь якоря может быть введено дополнительное сопротивление. На рис. 4.21 приведены принципиальные схемы переключения (а), с помощью которых получают две ступени регулирования угловой скорости (б). В целях полного

использования двигателя регулирование производится при постоянном нагрузочном моменте (без учета ухудшения условий вентиляции). В подобных системах регулирования угловой скорости возникает проблема равномерного распределения нагрузок между отдельными двигателями в статическом и динамическом режимах работы.

Регулирование угловой скорости двигателя постоянного тока последовательного возбуждения изменением магнитного потока затруднено вследствие

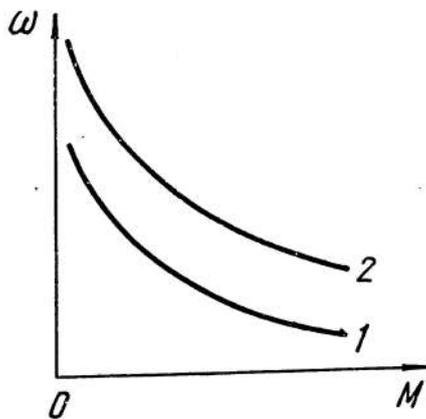
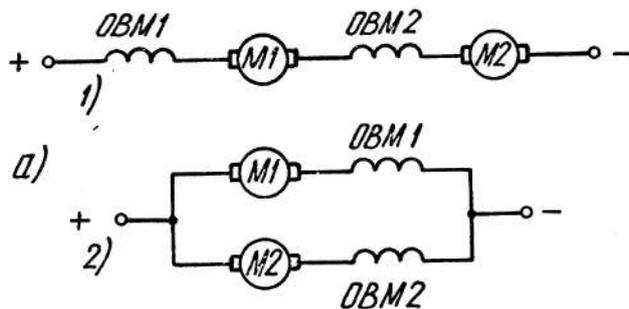


Рис. 4.21. Регулирование угловой скорости двигателя последовательного возбуждения при последовательно-параллельном включении двигателей: а – электрическая схема; б – механические характеристики

того, что в этом двигателе ток нагрузки является и током возбуждения. В этом

случае изменение потока возбуждения (при постоянном токе якоря) возможно осуществлять шунтированием обмотки якоря или обмотки

возбуждения. При шунтировании обмотки возбуждения имеется возможность регулировать угловую скорость вращения двигателя ослаблением потока возбуждения. На рис. 4.22 представлена схема регулирования угловой скорости двигателя постоянного тока последовательного возбуждения шунтированием обмотки возбуждения (а) и механические характеристики, полученные при данном способе регулирования угловой скорости (б). В данном случае при неизменном токе якоря можно с помощью резистора  $R_{ш}$  изменять ток возбуждения:

$$I_{\omega} = I_{я} - I_{ш} \quad (4.37)$$

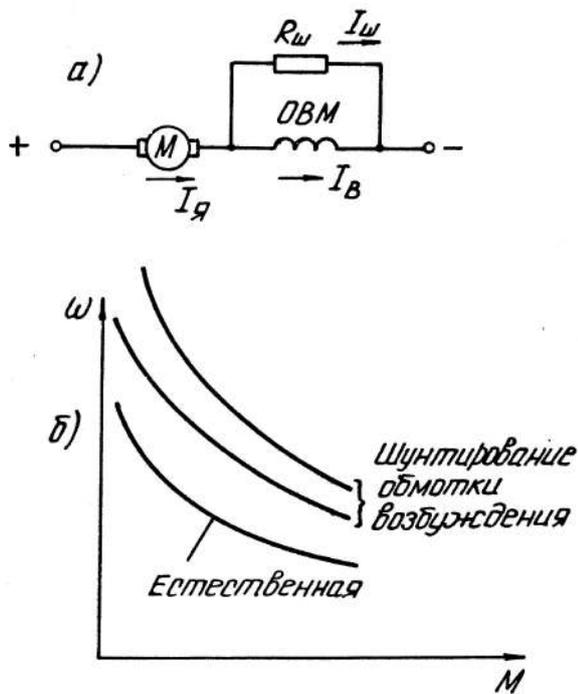


Рис. 4.22. Регулирование угловой скорости двигателя последовательного возбуждения шунтированием обмотки возбуждения:

а – электрическая схема; б – механические характеристики

Регулирование осуществляется вверх от основной скорости вследствие уменьшения магнитного потока. Оно является экономичным, т.к.

сопротивление  $R_{ш}$  соизмеримо с сопротивлением обмотки возбуждения, и потери энергии в нем невелики.

Диапазон регулирования здесь невелик и составляет 2:1 при условии постоянства мощности нагрузки. Плавности регулирования здесь добиться трудно из-за значительных токов нагрузки, поэтому обычно используется ступенчатое регулирование. Этот способ регулирования получил применение в приводах механизмов, требующих увеличения скорости при малых нагрузках.

#### 4.7. Реостатное и импульсное параметрическое регулирование угловой скорости вращения трехфазного асинхронного двигателя

Современный автоматизированный электропривод требует регулирования угловой скорости в широких пределах. С точки зрения регулирования угловой скорости наиболее полно требованиям производственных механизмов отвечают двигатели постоянного тока, получающие питание от различного рода преобразователей (система генератор - двигатель, тиристорный преобразователь - двигатель постоянного тока и т.д.). Используя в этих системах различного рода регуляторы и усилители с большим коэффициентом усиления, можно получить практически любую механическую характеристику (от абсолютно жесткой до абсолютно мягкой).

Однако с развитием полупроводниковой преобразовательной техники все больше внимания уделяется внедрению в промышленность регулируемого

электропривода переменного тока. Это вызвано рядом причин, основными из которых можно считать следующие: асинхронные машины надежнее, проще и дешевле двигателей постоянного тока, они имеют большую удельную (на единицу веса) мощность и требуют меньшего расхода цветного металла. По динамическим свойствам двигатель постоянного тока также намного проигрывает асинхронному; так, например, отношение момента инерции к номинальному моменту двигателей постоянного тока в  $2 \div 2,5$  раза больше, чем у асинхронного (для двигателей с одинаковыми номинальными скоростями вращения). Двигатель постоянного тока конструктивно намного сложнее асинхронного и более трудоемок в изготовлении. Следует отметить наиболее уязвимое место двигателя постоянного тока - коллектор, который требует значительного ухода, усложняет эксплуатацию и снижает надежность работы электрической машины. Правда, асинхронная машина также имеет конструктивный недостаток - воздушный зазор между статором и ротором, но этот недостаток проявляется лишь для машин очень большой мощности.

В системах генератор - двигатель коэффициент полезного действия не превышает  $0,7 \div 0,8$ , а в отдельных случаях опускается до  $0,6$  и ниже. Распределение электрической энергии на предприятиях в основном осуществляется на переменном токе, поэтому при использовании двигателей постоянного тока обязательно требуется преобразователь энергии, что влечет увеличение габаритов установки и снижение КПД. Поэтому стремятся там, где это возможно, использовать для регулирования угловой скорости двигателя переменного тока (трехфазные асинхронные с короткозамкнутым ротором или с контактными кольцами, а также коллекторные двигатели переменного тока). Угловую скорость синхронного двигателя принципиально можно регулировать с помощью преобразователя частоты. Однако поскольку синхронная машина экономичнее асинхронной только для большой мощности, для которой в настоящее время надежные и дешевые

преобразователи частоты промышленностью не изготавливаются, синхронные машины пока отнесены к нерегулируемым.

В практике электропривода наибольшее распространение получили следующие способы регулирования угловой скорости вращения асинхронного двигателя: введением активного и индуктивного сопротивления в цепь статора и ротора, изменением числа пар полюсов машины, изменением частоты питающего напряжения, изменением величины питающего напряжения, при помощи каскадных схем включения асинхронного двигателя с другими машинами и преобразователями. Кроме перечисленных, иногда используются специальные методы регулирования: импульсное регулирование и регулирование с помощью электромагнитных муфт.

Рассмотрим показатели регулирования угловой скорости трехфазного асинхронного двигателя введением дополнительного активного сопротивления в цепь ротора. В этом случае пропорционально введенному сопротивлению увеличится критическое скольжение, а критический момент не изменится. Схема включения сопротивлений в цепь ротора и механические характеристики асинхронного двигателя представлены на рис. 4.23, *а* и *б*.

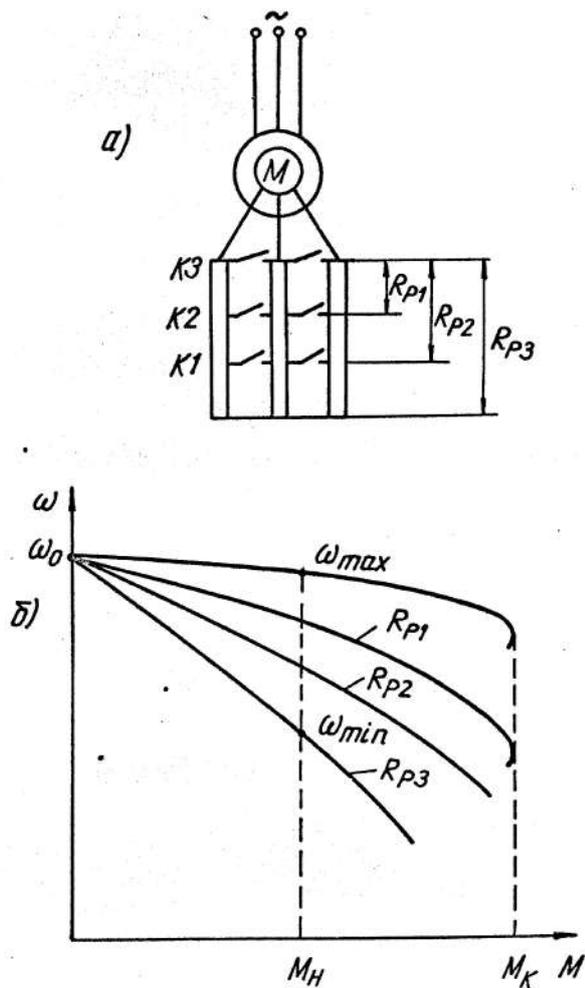


Рис. 4.23. Регулирование угловой скорости трехфазного асинхронного двигателя

введением сопротивления в цепь ротора:

*а* – схема включения сопротивлений; *б* – механические характеристики

Как видно из графиков этого рисунка, при увеличении сопротивления ротора жесткость механической характеристики асинхронного двигателя уменьшается. Из выражения (3.36) можно получить зависимости модуля жесткости при номинальной нагрузке для естественной механической характеристики:

$$|\beta_{не}| = \frac{2M_K}{\omega_0 \cdot s_{ке}} \left[ 1 - \left( \frac{s_{не}}{s_{ке}} \right)^2 \right] \left[ 1 + \left( \frac{s_{не}}{s_{ке}} \right)^2 \right]^{-2}$$

и для искусственной механической характеристики:

$$|\beta_{ни}| = \frac{2M_{\kappa}}{\omega_0 \cdot s_{ки}} \left[ 1 - \left( \frac{s_{ни}}{s_{ки}} \right)^2 \right] \left[ 1 + \left( \frac{s_{ни}}{s_{ки}} \right)^2 \right]^{-2}.$$

Поделив одно выражение на другое и учитывая, что

$$\frac{s_{не}}{s_{ке}} = \frac{s_{ни}}{s_{ки}},$$

получим:

$$|\beta_{ни}| = |\beta_{не}| \frac{s_{ке}}{s_{ки}}. \quad (4.38)$$

Критические скольжения относятся как сопротивления ротора:

$$\frac{s_{ке}}{s_{ки}} = \frac{R_2}{R_2 + R_p}. \quad (4.39)$$

С учетом (4.39) выражение (4.38) принимает вид:

$$|\beta_{ни}| = |\beta_{не}| \left( \frac{R_2}{R_2 + R_p} \right), \quad (4.40)$$

где  $|\beta_{не}|$  и  $|\beta_{ни}|$  - модули жесткости естественной и искусственной механических

характеристик;

$R_2$  - собственное сопротивление ротора;

$R_p$  - сопротивление реостата, включенного в цепь ротора.

Выражение (4.40) подтверждает сказанное: чем больше дополнительное сопротивление, введенное в цепь ротора, тем меньше модуль жесткости механической характеристики.

При постоянном моменте статического сопротивления диапазон регулирования скорости невелик и составляет 2:1. Для вентиляторной нагрузки, когда момент сопротивления пропорционален квадрату угловой

скорости, диапазон регулирования угловой скорости может быть увеличен до  $(3 \div 5):1$ .

Плавность регулирования (при заданном диапазоне) зависит от числа ступеней регулировочного реостата. На практике чаще всего используются металлические резисторы, ступени которых регулируются дискретно при помощи контакторов, поэтому регулирование скорости получается ступенчатое. Чем больше число ступеней, тем выше плавность регулирования угловой скорости. Плавное регулирование угловой скорости может быть осуществлено с помощью жидкостного реостата. Однако этот способ не получил широкого распространения в практике из-за нестабильности сопротивления электролита, громоздкости реостата и повышенной инерционности регулирования.

Экономичность оценивается первоначальными и эксплуатационными затратами. Первоначальные затраты на резисторы и контакторную систему управления невелики. Эксплуатационные затраты в данном случае определяются потерями энергии на регулирование скорости (затраты на обслуживание невелики).

Потери мощности при реостатном регулировании угловой скорости подразделяются на переменные, зависящие от нагрузки, и постоянные, не зависящие от нагрузки. Переменные потери - это потери мощности в меди статора, ротора и в сопротивлениях регулировочного реостата. Постоянные потери - это потери в стали статора и ротора, а также механические потери и добавочные, вызванные высшими гармониками магнитодвижущей силы статора и ротора.

При постоянном моменте статического сопротивления сумма переменных потерь в статоре и роторе может быть вычислена по выражению:

$$\Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_2 = M \Delta \omega \left[ 1 + R_1 (R_2' + R_p')^{-1} \right],$$

(4.41)

где  $\Delta P_1$  - переменные потери в статоре;  
 $\Delta P_2$  - переменные потери в роторе;  
 $\Delta \omega = (\omega_0 - \omega)$  - перепад скоростей;  
 $R_1$  - активное сопротивление статора;  
 $R_2'$  - активное сопротивление ротора, приведенное к статору;  
 $R_p'$  - сопротивление регулировочного реостата, включенного в  
цепь  
ротора и приведенное к статору.

Выражение (4.41) может быть переписано следующим образом:

$$\Delta P = P_s s \left[ 1 + R_1 (R_2' + R_p')^{-1} \right], \quad (4.42)$$

где  $\Delta P_s$  - электромагнитная мощность, потребляемая обмоткой статора из сети;

$s$  - скольжение.

Из выражений (4.41) и (4.42) видно, что чем больше перепад скорости (глубже регулирование скорости), тем больше переменные потери в двигателе; с увеличением мощности привода переменные потери также возрастают.

Поскольку с введением дополнительного сопротивления в цепь ротора модуль жесткости механической характеристики асинхронного двигателя уменьшается, стабильность работы на заданной скорости ухудшается. Регулирование скорости производится вниз от основной.

Для двигателей с самовентиляцией при уменьшении угловой скорости вращения вала ухудшаются условия теплоотдачи, т. е. допустимая (по условиям нагрева) нагрузка должна уменьшаться. В этом отношении наиболее благоприятной для данного способа регулирования скорости является вентиляторная характеристика производственной машины, для

которой по мере уменьшения угловой скорости уменьшается и момент сопротивления.

Недостатками реостатного регулирования, угловой скорости являются: сравнительно небольшой диапазон регулирования, недостаточная плавность и низкая стабильность работы на малых скоростях, невысокое быстродействие и большие потери энергии в регулировочных реостатах. Однако, благодаря своей простоте, этот способ находит применение в приводах малой и средней мощности.

Основной недостаток реостатного регулирования - ступенчатое регулирование скорости - может быть устранен, если использовать импульсное параметрическое регулирование, которое часто применяется для стабилизации заданной угловой скорости или для предварительного снижения скорости перед остановкой механизма в заданном положении. При импульсном регулировании добавочное сопротивление включается как в цепь статора, так и в цепь ротора, поэтому данный способ применим и для асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором.

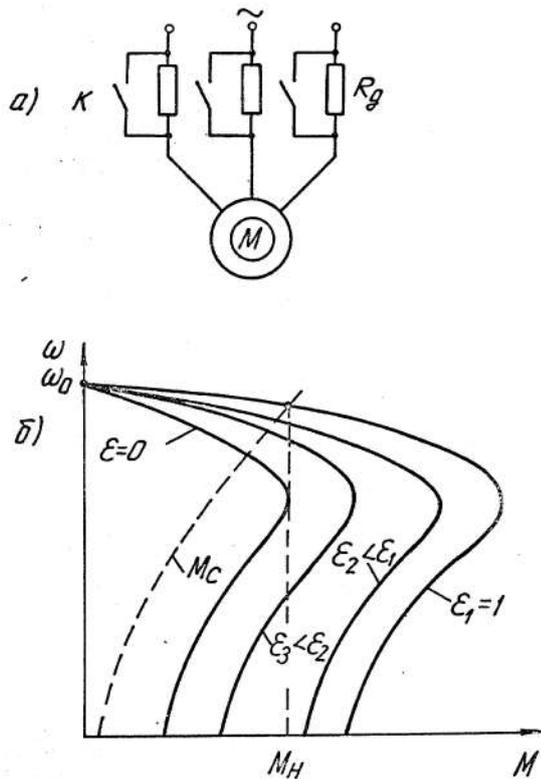


Рис. 4.24. Импульсное параметрическое регулирование скорости трехфазного короткозамкнутого асинхронного двигателя:

*а* – схема включения; *б* – механические характеристики

На рис. 4.24, *а* приведена схема включения трехфазного асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором при импульсном параметрическом регулировании скорости. Добавочные сопротивления  $R_g$ , включенные во все три фазы статора, шунтируются ключами двусторонней проводимости  $K$  - полупроводниковыми или контактными. Регулирование скорости осуществляется изменением скважности управляющих импульсов  $\varepsilon$ , под которой понимают отношение времени, когда ключи  $K$  замкнуты, к полному времени цикла. При  $\varepsilon = 1$  (ключи  $K$  постоянно замкнуты) асинхронный двигатель работает на естественной характеристике (рис. 4.24, *б*). Как видно из выражений (3.29) и (3.30), при увеличении активного сопротивления в цепи статора критическое скольжение и критический момент машины уменьшаются, снижается также модуль жесткости механической

характеристики, что влечет понижение стабильности работы на заданной скорости. Потери в роторе пропорциональны скольжению  $\Delta P_2 = M\omega_0 s$ , поэтому данный способ применяется в приводах небольшой мощности. Диапазон регулирования угловой скорости, как видно из рис. 4.24, б, весьма мал и составляет  $(1,15 \div 1,20):1$ . Для обеспечения стабильной работы на заданной скорости необходимо применять замкнутые системы автоматического регулирования угловой скорости.

Более полное использование двигателя при импульсном параметрическом регулировании угловой скорости достигается, когда дополнительное сопротивление включается в цепь ротора. В этом случае необходимо использовать двигатель с фазным ротором. Схема включения трехфазного асинхронного двигателя при импульсном параметрическом регулировании сопротивлением в цепи ротора приведена на рис. 4.25, а. В этом случае дополнительное сопротивление  $R_\partial$  включено в цепь ротора через выпрямительный мост  $B$  последовательно со сглаживающим дросселем  $L$ . Дополнительные потери, связанные с регулированием скорости, выделяются в резисторе  $R_\partial$ , а не в двигателе, поэтому допустимый момент двигателя примерно равен номинальному. Резистор  $R_\partial$  периодически шунтируется с помощью ключа  $K$ . В случае, когда ключ  $K$  постоянно замкнут, двигатель работает на характеристике, для которой  $\varepsilon = 1$ . Если ключ  $K$  постоянно разомкнут, то двигатель работает на реостатной характеристике с эквивалентным сопротивлением, равным  $R_\partial$ , при этом скважность управляющих импульсов  $\varepsilon = 1$ . Механические характеристики при импульсном параметрическом управлении представлены на рис. 4.25, б. Как видно из графиков этого рисунка, механические характеристики при импульсном параметрическом регулировании скорости аналогичны

характеристикам, полученным при реостатном регулировании. Однако характеристика со скажностью управляющих

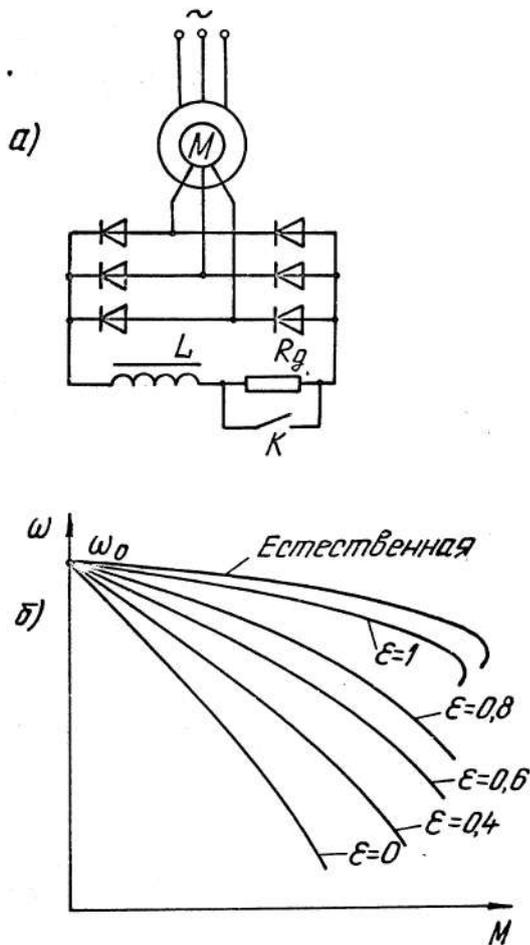


Рис. 4.25. Импульсное параметрическое регулирование угловой скорости трехфазного асинхронного двигателя с фазным ротором:  
 а – схема включения; б – механические характеристики

импульсов  $\varepsilon = 1$  не совпадает с естественной из-за падения напряжения в вентиллях, сглаживающем дросселе и ключе  $K$ . Энергетические показатели при импульсном параметрическом регулировании угловой скорости также несколько хуже, чем при реостатном, что объясняется искажением формы тока, обусловленным наличием выпрямителя, и вызванным этим искажением появлением моментов высших гармоник, тормозящих ротор.

Системы привода с импульсным параметрическим управлением асинхронным двигателем с фазным ротором являются сравнительно простыми, обладают большим диапазоном и высокой плавностью регулирования угловой скорости при высоком быстродействии.

#### 4.8. Регулирование угловой скорости вращения трехфазного асинхронного двигателя переключением числа полюсов

Данный способ регулирования угловой скорости применяется для трехфазных асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором, он

основан на том, что синхронная скорость  $\omega_0 = \frac{2\pi f_1}{p}$  зависит от числа пар полюсов  $p$  электрической машины. Изменяя число пар полюсов, можно регулировать угловую скорость. Электрическая машина изготавливается на определенное число полюсов. Поэтому с целью регулирования угловой скорости изготавливают специальные многоскоростные двигатели, обмотки статора которых имеют две или несколько частей. Переключая обмотки с последовательного на параллельное соединение, изменяют число пар полюсов и синхронную скорость асинхронного двигателя. Для простоты на рис. 4.26, *а* показана простая однослойная обмотка с числом пар полюсов  $p = 2$ . Две секции обмотки соединены последовательно и согласно, каждой секции соответствует одна пара полюсов. Если же эти секции соединить параллельно (рис. 4.26, *б*), то число пар полюсов уменьшается в два раза, а синхронная скорость двигателя увеличивается в два раза,

На практике для двухскоростных двигателей переключение обмоток статора может производиться по схемам, представленным на рис. 4.27, *а* и *б*. На рис. 4.27, *а* представлен переход от одиночной звезды к двойной, а на рис. 4.27, *б* - переключение обмоток статора с треугольника на двойную звезду. Переключение обмоток статора с одиночной звезды на двойную

целесообразно осуществлять при постоянном моменте статического сопротивления. Рассмотрим механические характеристики для данной схемы переключения обмоток двухскоростного асинхронного двигателя.

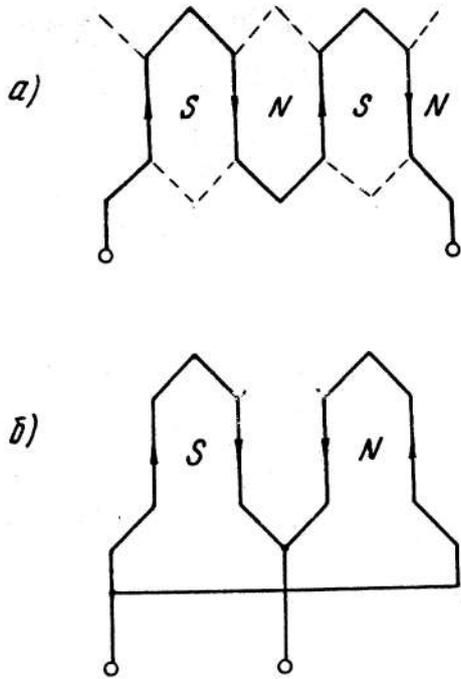


Рис. 4.26. Схема переключения обмоток статора трехфазного асинхронного двигателя

При соединении обмоток статора в звезду номинальная мощность двигателя равна:

$$P_1 = \sqrt{3}U_n I_n \cos \varphi_1,$$

(4.43)

где  $U_n$  - номинальное линейное напряжение сети, В;

$I_{n1}$  - номинальный ток фазы статора, А;

$\cos \varphi_1$  - номинальный коэффициент мощности двигателя при соединении обмоток статора в одиночную звезду.

При соединении обмоток статора в двойную звезду номинальная мощность, потребляемая двигателем из сети, равна:

$$P_1 = \sqrt{3}U_n \cdot 2 \cdot I_n \cos \varphi_1 = 3,46U_n I_n \cos \varphi_1,$$

(4.44)

где  $\cos \varphi_1$  - номинальный коэффициент мощности двигателя при соединении об-

моток статора в двойную звезду.

Из выражений (4.43) и (4.44) видно, что если принять  $\cos \varphi_1 \approx \cos \varphi_1$ , то

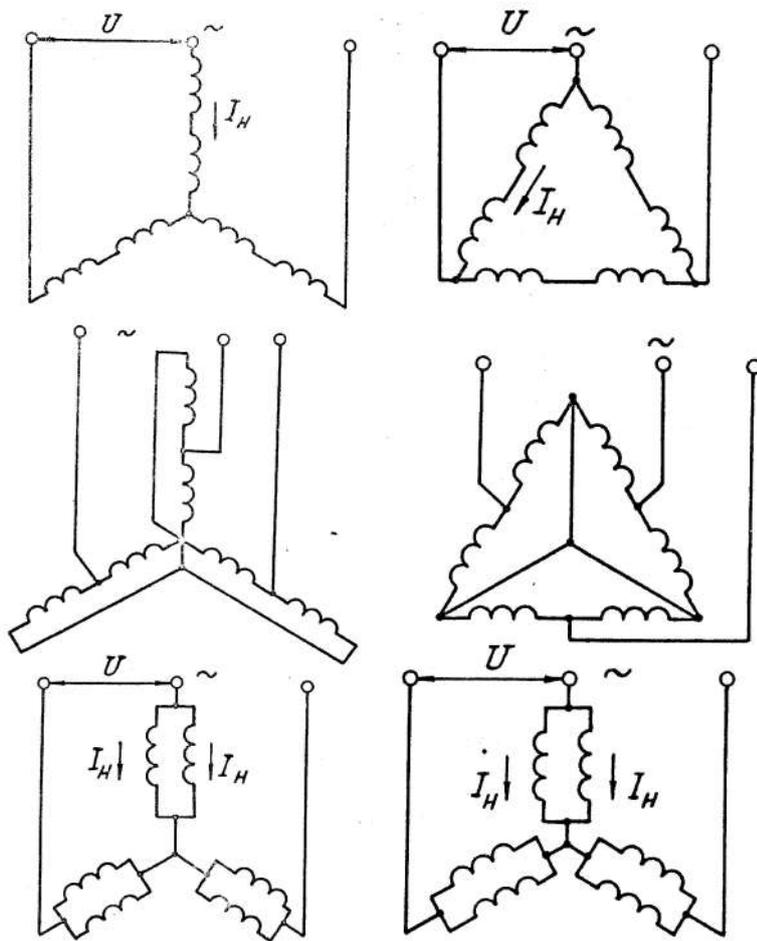
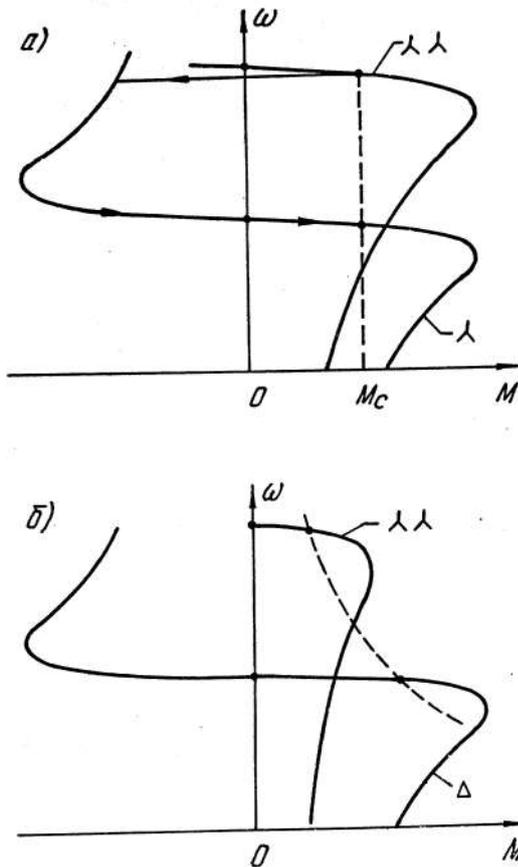


Рис. 4.27. Схема переключений обмоток статора:

*а* – схема звезда - двойная звезда; *б* – схема треугольник – двойная звезда

номинальная мощность, потребляемая двигателем из сети при соединении обмоток статора в двойную звезду, в два раза больше, чем при соединении обмотки статора в одиночную звезду. Поскольку при этом угловая скорость вращения вала двигателя также увеличилась в два раза, то момент, развиваемый двигателем, остался примерно тот же. Механические характеристики двухскоростного асинхронного двигателя для данной схемы переключения обмоток статора приведены на рис. 4.28, а.

Переключение обмоток статора с треугольника на двойную звезду целесообразно производить для приводов механизмов с нелинейно-ниспадающей механической характеристикой производственной машины, представленной на рис. 2.1 кривой 4.



При соединении обмоток статора в треугольник номинальная мощность, потребляемая двигателем из сети, равна:

$$P_{1\Delta} = 3U_n I_n \cos \varphi_{1\Delta}, \quad (4.45)$$

где  $\cos \varphi_{1\Delta}$  - номинальный коэффициент мощности двигателя при соединении

обмоток статора в треугольник.

Сравнение выражений (4.44) и (4.45) показывает, что при  $\cos \varphi \approx \cos \varphi_{1\Delta}$  мощности  $P_i$  и  $P_{i\Delta}$  отличаются незначительно (примерно на 15%). Таким образом, регулирование скорости переключением обмоток статора с треугольника на двойную звезду осуществляется при постоянной мощности, развиваемой двигателем. Механические характеристики двухскоростного асинхронного двигателя для данной схемы переключения обмоток статора приведены на рис. 4,28, б.

Промышленность выпускает двух-, трех- и четырехскоростные асинхронные короткозамкнутые двигатели, в статоре которых закладывается несколько независимых обмоток на разное число пар полюсов. Существует определенный ряд скоростей, обусловленный числом пар полюсов двигателей. Например, двухскоростные двигатели выпускают на следующие значения синхронной скорости вращения: 3000/1500; 1500/750; 1000/500; для четырехскоростных двигателей можно получить следующий ряд синхронных скоростей:

3000/1500/1000/500; 3000/1500/750/375; 1500/1000/750/500; 1000/750/500/375.

Как видно из приведенных значений синхронной скорости вращения, диапазон регулирования скорости может достигать 8: 1, почти как у системы генератор—двигатель. Однако в данном случае регулирование скорости производится ступенчато, плавность регулирования низкая. Стабильность работы на заданной скорости зависит от жесткостно-механической характеристики, которая может быть оценена по величине номинального скольжения:  $s_{н} = \frac{n_{1\Delta} - n_{2\Delta}}{n_{1\Delta}}$ . Для многоскоростных асинхронных двигателей малой мощности номинальное скольжение составляет 0,05, а для средней мощности—0,03, т. е. характеристики обладают довольно высокой жесткостью, при этом перегрузочная способность составляет  $\lambda_{м} = 1,7-2,6$ .

Многоскоростные двигатели имеют несколько худшие энергетические показатели по сравнению с обычными короткозамкнутыми двигателями: ниже КПД, коэффициент мощности и удельная мощность (мощность на единицу веса), особенно при работе на малых угловых скоростях вращения. Однако, несмотря на это, данный способ регулирования угловой скорости является весьма экономичным по причине отсутствия потерь мощности на регулирование скорости.

#### 4.9. Регулирование угловой скорости вращения трехфазного асинхронного двигателя величиной подводимого напряжения

Угловую скорость вращения трехфазного асинхронного двигателя можно регулировать величиной напряжения, подводимого к обмотке статора. Во избежание насыщения магнитопровода и связанного с ним повышенного нагрева машины, а также для предупреждения пробоя изоляции обмоток напряжение питания трех фаз статора изменяют в сторону его уменьшения. Из выражения (3.30) видно, что критический момент трехфазного асинхронного двигателя зависит в квадрате от величины напряжения питания. Критическое скольжение (3.29) не зависит от напряжения питания. Следовательно можно записать:

$$M_{кп} = M_{к} \left( \frac{U_n}{U_n} \right)^2, \quad (4.46)$$

где  $M_{кп}$  - критический момент, развиваемый двигателем при пониженном напряжении;

$M_{к}$  - критический момент, развиваемый двигателем при номинальном напряжении;

$U_n, U_H$  - пониженное и номинальное напряжение питания асинхронного двигателя.

Синхронная скорость асинхронной машины не зависит от напряжения питания и остается постоянной. Как видно из выражения (3.36), с уменьшением критического момента уменьшается модуль жесткости механических характеристик асинхронного двигателя. Регулирование угловой скорости осуществляется за счет уменьшения модуля жесткости механической характеристики вниз от основной. Плавность регулирования угловой скорости зависит от плавности регулирования подводимого напряжения. Стабильность работы на заданной скорости с уменьшением жесткости механической характеристики ухудшается. Для поддержания заданной скорости в системах с тиристорными преобразователями напряжения следует использовать обратные связи.

Механические характеристики трехфазного асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором при регулировании его угловой скорости величиной напряжения, питающего обмотки статора, приведены на рис. 4.29, а. Как видно из графиков этого рисунка, пределы регулирования угловой скорости вращения весьма ограничены даже при вентиляторном моменте статического сопротивления. Потери мощности в роторной цепи пропорциональны скольжению, поэтому с увеличением скольжения допустимый момент резко уменьшается. Такой способ регулирования угловой скорости неэкономичен и применяется для приводов малой мощности, работающих в кратковременном режиме.

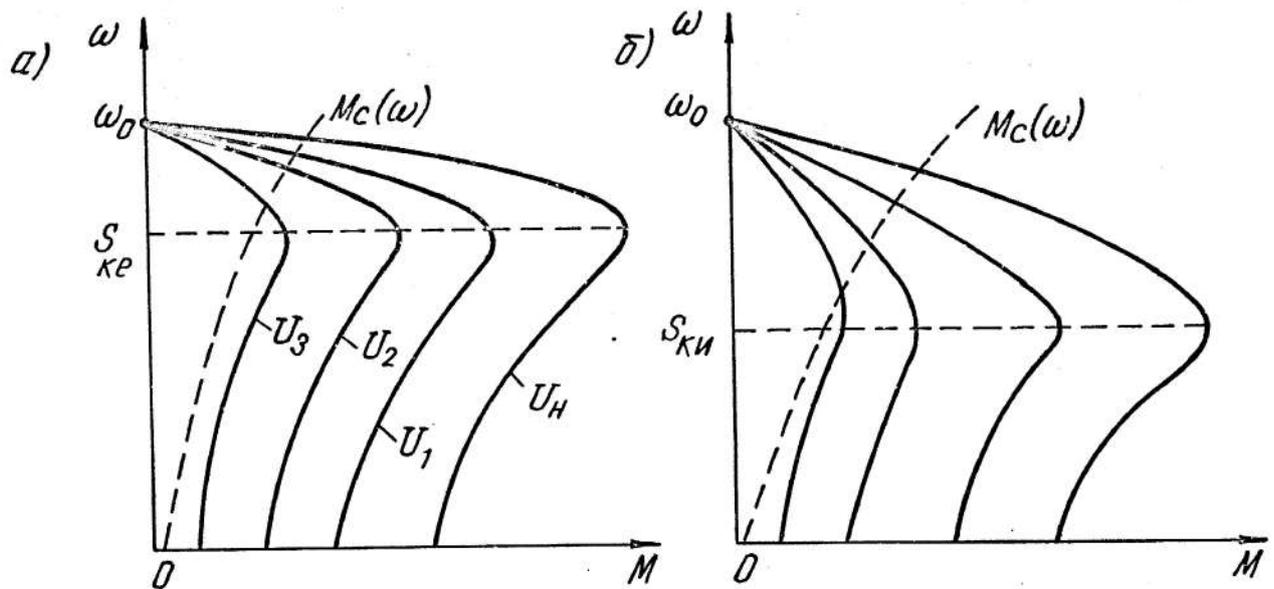


Рис. 4.29. Механические характеристики трехфазных асинхронных двигателей

при регулировании угловой скорости величиной подводимого напряжения:

*а – без дополнительного сопротивления в цепи ротора; б – с постоянным добавочным*

*сопротивлением в цепи ротора*

Большой диапазон регулирования угловой скорости и лучшее использование мощности двигателя можно получить для двигателя с фазным ротором, если в цепь ротора ввести добавочное неизменное сопротивление и регулировать угловую скорость величиной напряжения на статоре. Полученные этим способом механические характеристики представлены на рис. 4.29, б. При регулировании угловой скорости данным способом часть потерь скольжения выделяется не в самом роторе, а в добавочном сопротивлении, что улучшает тепловой режим двигателя; кроме того, отсутствует контактная аппаратура в силовой цепи ротора. Полученные характеристики мягче, чем для предыдущего способа (см. рис. 4.29, а), и диапазон регулирования угловой скорости значительно увеличивается, так что данный способ может

применяться при вентиляторной нагрузке для продолжительного режима работы, а при постоянной нагрузке - для кратковременного режима.

Для регулирования напряжения, питающего обмотки статора трехфазного асинхронного двигателя, могут использоваться различные преобразователи: автотрансформаторы, дроссели насыщения и тиристорные регуляторы напряжения.

#### 4.10. Регулирование трехфазного асинхронного двигателя частотой подводимого напряжения

Частотное регулирование угловой скорости является наиболее экономичным для трехфазного асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором, однако в этом случае требуется преобразователь частоты. Известны следующие преобразователи частоты: механические, электромашинные, электронно-ионные (ртутные) и полупроводниковые (тиристорные и транзисторные). Механические преобразователи частоты (на основе механического прерывателя) не получили применения в приводе из-за низкого КПД и малой надежности. Из электромашинных преобразователей частоты в настоящее время используются синхронные и асинхронные преобразователи, приводимые по системе генератор—двигатель. Наибольшее распространение в настоящее время имеют полупроводниковые преобразователи частоты.

Возможность частотного регулирования угловой скорости вращения

$$\omega = \frac{2\pi f_{1\phi}}{p} .$$

трехфазного асинхронного двигателя вытекает из выражения:

Изменение частоты питающего напряжения  $f_1$  приводит при постоянном моменте статического сопротивления к изменению угловой скорости вращения вала двигателя  $\omega$ ; одновременно изменяется и механическая

характеристика асинхронного двигателя. Если в выражении (3.30) пренебречь активным сопротивлением статора  $R_1 = 0$ , то выражение для критического момента примет вид:

$$M_{\kappa} = \frac{mU_{1\phi}^2}{2\omega_0 \cdot x_{\kappa}}. \quad (4.47)$$

Поскольку синхронная скорость и индуктивное сопротивление машины при коротком замыкании пропорциональны частоте:  $\omega_0 = \frac{2\pi f_1}{p}$ ,  $x_{\kappa} = 2\pi f_1 L_{\kappa}$ , то выражение (4.47) можно представить следующим образом:

$$M_{\kappa} = \frac{mp}{8\pi^2 L_{\kappa}} \cdot \frac{U_{1\phi}^2}{f_1^2} = A \left( \frac{U_1}{f_1} \right)^2, \quad (4.48)$$

где  $f_1, U_1$  - значения частоты и напряжения питания машины.

Таким образом, уменьшение частоты питающего напряжения обуславливает увеличение критического момента, а увеличение частоты—его снижение. Кроме того, изменение частоты питающего напряжения влечет изменение индуктивного сопротивления контура намагничивания и (при неизменном напряжении питания) изменение тока и потока намагничивания. С уменьшением частоты увеличивается ток намагничивания и поток возбуждения машины, что может привести к увеличению потерь в магнитопроводе и значительному нагреву стали двигателя. При увеличении частоты величина потока двигателя уменьшается, что при неизменном моменте на валу вызовет увеличение тока нагрузки и повышенный нагрев обмоток ротора. В современных преобразователях частоты регулируется не только частота, но и величина напряжения, подводимого к обмотке статора асинхронной машины, при этом стремятся получить жесткие механические характеристики и неизменную перегрузочную способность (кратность

максимального момента:  $\lambda = \frac{M_{\kappa}}{M_n} = const$  ).

Для естественной характеристики это условие выглядит следующим образом:

$$M_n \lambda = M_{ке} = A \left( \frac{U_{1н}}{f_n} \right)^2; \quad (4.49)$$

для искусственной характеристики:

$$M_c \lambda = M_{ки} = A \left( \frac{U_1}{f} \right)^2, \quad (4.50)$$

где  $M_c$  - момент сопротивления.

Поделив (4.50) на (4.49), получим зависимость момента нагрузки при таком изменении частоты и напряжения питания асинхронного двигателя, при котором перегрузочная способность остается постоянной на любой механической характеристике:

$$M_c = M_n \left( \frac{U_1}{U_{1н}} \right)^2 \left( \frac{f_n}{f} \right). \quad (4.51)$$

Как уже отмечалось, регулирование частоты и напряжения питания вызывает изменение потока возбуждения асинхронной машины. Для асинхронной машины можно приближенно считать, что ЭДС обмотки статора равна напряжению питания:  $U \approx E$ . Электродвижущая сила обмотки статора равна:

$E = 4,44 \Phi f k_1 w_1$ , где  $\Phi$  - магнитный поток,  $k_1$  - обмоточный коэффициент, а  $w_1$  - число витков фазы статора. Таким образом, можно записать:

$$U_1 = B \Phi f. \quad (4.52)$$

Для номинальных значений напряжения питания и частоты поток равен номинальному, т. е.

$$U_{1н} = B \Phi_n f_n. \quad (4.53)$$

Из (4.52) и (4.53) следует:

$$\Phi = \Phi_n \left( \frac{U_1}{U_{1н}} \right) \left( \frac{f_n}{f} \right). \quad (4.54)$$

Выражение (4.54) показывает, как изменяется магнитный поток асинхронной машины при регулировании частоты и напряжения питания обмоток статора.

В зависимости от соотношения частоты и питающего напряжения  $\frac{U_1}{f}$  преобразователя частоты могут быть получены разные законы регулирования угловой скорости в системе привода управляемый преобразователь частоты - асинхронный двигатель (УПЧ—Д).

При регулировании угловой скорости по закону постоянства момента  $M_c = M_n = const$  из выражения (4.51) получим:

$$\frac{U_1}{f} = const. \quad (4.55)$$

В этом случае, как следует из выражения (4.54) и (4.55), магнитный поток асинхронного двигателя остается постоянным:  $\Phi = \Phi_n = const$ . Таким образом, при регулировании угловой скорости на постоянство момента необходимо напряжение преобразователя изменять прямо пропорционально частоте при постоянном потоке возбуждения.

При регулировании угловой скорости по закону постоянства мощности должно выполняться соотношение:

$$P = M_c \omega = M_n \omega_n = const$$

или

$$M_c f = M_n f_n = const. \quad (4.56)$$

Из выражения (4.56) получаем выражение момента:

$$M_c = M_n \frac{f_n}{f}. \quad (4.57)$$

Из выражении (4.61) и (4.57) можно получить закон изменения напряжения от частоты при регулировании угловой скорости по закону постоянства мощности:

$$U_1 = U_{1н} \sqrt{\frac{f}{f_n}}. \quad (4.58)$$

Подставив (4.58) в (4.54), получим закон изменения магнитного потока при регулировании при постоянной мощности:

$$\Phi = \Phi_n \sqrt{\frac{f_n}{f}}. \quad (4.59)$$

Для производственных механизмов с вентиляторной (параболической) механической характеристикой имеют место соотношения:

$$M_c = k\omega^2, M_n = k\omega_n^2.$$

Из этих соотношений следует:

$$M_c = M_n \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \quad \text{или} \quad M_c = M_n \left( \frac{f}{f_n} \right)^2.$$

Из выражений (4.51) и (4.60) можно получить закон изменения напряжения от частоты при регулировании угловой скорости механизмов с вентиляторной механической характеристикой:

$$U_1 = U_{1н} \left( \frac{f}{f_n} \right)^2 \quad (4.61)$$

и закон изменения магнитного потока асинхронного двигателя:

$$\Phi = \Phi_n \left( \frac{f}{f_n} \right). \quad (4.62)$$

Таким образом, при частотном регулировании угловой скорости механизмов с вентиляторной механической характеристикой напряжение питания необходимо изменять пропорционально квадрату частоты, поток возбуждения при этом изменяется пропорционально частоте напряжения питания обмоток статора асинхронной машины. На рис. 4.30 представлены механические харак

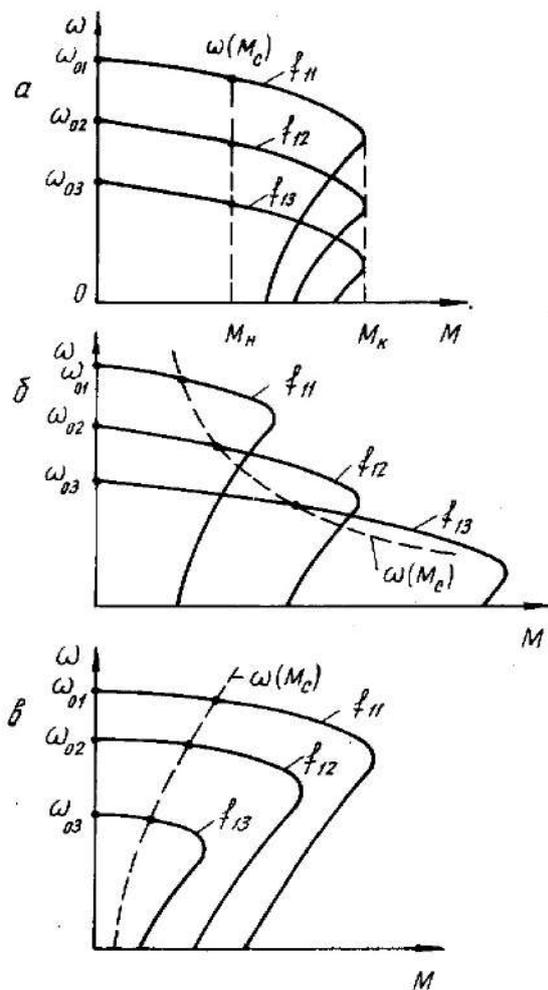


Рис.4.30. Механические характеристики асинхронного двигателя при частотном регулировании угловой скорости

характеристики асинхронного двигателя при частотном регулировании угловой скорости по закону постоянства момента  $M_c = const$  (а), постоянства мощности  $P = const$  (б) и для вентиляторного момента сопротивления механизма (в).

Принципиальная схема электромашиного преобразователя на основе синхронного генератора, приводимого по системе генератор - двигатель, показана на рис. 4.31. Преобразователь состоит из сетевого двигателя (синхронного или асинхронного)  $M1$ , который вращает генератор  $G1$  с постоянной скоростью; напряжение на зажимах генератора  $G1$  регулируется

с помощью тока в обмотке возбуждения  $OBG1$ , который изменяется по величине (и по направлению) с по-

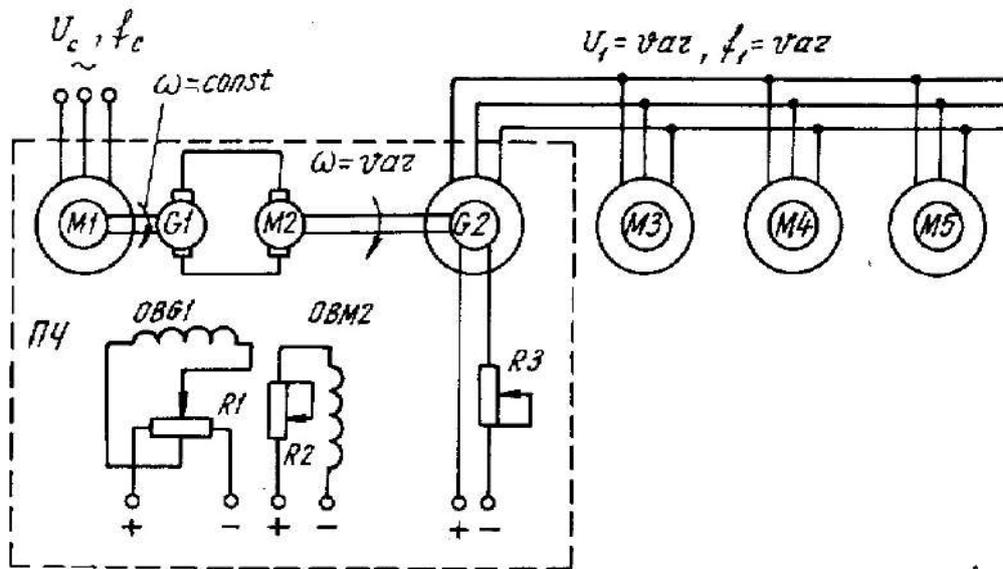


Рис.4.31. Принципиальная схема электромашинного преобразователя частоты

мощью резистора  $R1$ . От генератора  $G1$  напряжение постоянного тока регулируемой величины поступает на якорь двигателя постоянного тока  $M2$ , который приводит генератор  $G2$  с плавнорегулируемой угловой скоростью.

При изменении угловой скорости вращения вала генератора  $G2$  изменяются частота и амплитуда напряжения питания двигателей  $M3$ ,  $M4$  и т. д. Изменяя направление тока в обмотке генератора  $OBG1$ , можно изменять направление вращения двигателей  $M3$ ,  $M4$ . При неизменном возбуждении генератора  $G2$  и двигателя  $M2$  угловая скорость двигателей  $M3$  и  $M4$  регулируется по закону

$\frac{U}{f} = const$ , т. е. регулирование в этом случае осуществляется автоматически

по закону постоянного момента. Увеличение угловой скорости вращения двигателя  $M2$  может быть получено за счет уменьшения тока возбуждения в обмотке  $OBM2$ . В этом случае частота и напряжение генератора  $G2$  увеличиваются, но перегрузочная способность двигателя  $M2$  уменьшается.

Достоинства данного преобразователя частоты следующие: простота управления, регулирование угловой скорости производится током в обмотке возбуждения генератора *OBGI*; высокая плавность регулирования угловой скорости; диапазон регулирования скорости при постоянном моменте статического сопротивления составляет 5:1, при двухзонном регулировании скорости (вверх от основной) диапазон несколько увеличивается; механические характеристики двигателей *M3* и *M4* обладают достаточной жесткостью (но мягче естественных) ; отсутствуют потери мощности на регулирование скорости. Данный тип преобразователя частоты имеет недостатки: большие габариты, вес и стоимость установки; преобразователь состоит из четырех машин примерно одинаковой мощности, поэтому КПД преобразователя очень мал даже при номинальных скоростях вращения машин *M3*, *M4*; с уменьшением угловой скорости вращения КПД еще меньше; привод имеет низкое быстродействие и производит большой шум при работе. Несмотря на указанные недостатки, данный привод применяется в металлургической промышленности, там, где требуется получить одинаковую угловую скорость большого числа согласованно работающих синхронных или асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором.

В качестве генератора переменной частоты в схемах с электромашинным преобразователем частоты могут быть использованы обычные асинхронные двигатели с фазным ротором, работающие в режиме асинхронного преобразователя частоты. Электромашинные преобразователи частоты не получили широкого применения в промышленности ввиду их низких технико-экономических показателей. Наиболее перспективными в настоящее время являются статические преобразователи частоты на основе тиристора.

Существующие тиристорные преобразователи частоты можно разделить на следующие основные группы: преобразователи с непосредственной связью (с неявновыраженным звеном постоянного тока); преобразователи с

промежуточным звеном постоянного тока повышенной частоты; преобразователи с явновыраженным звеном постоянного тока.

Схема тиристорного преобразователя частоты с непосредственной связью представлена на рис. 4.32. Преобразователь с непосредственной связью служит для понижения частоты питающего напряжения и состоит из 18 тиристоров,

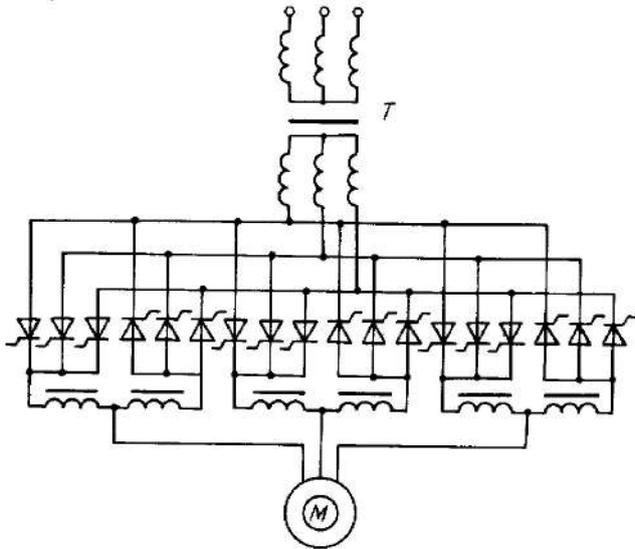


Рис 4.32. Принципиальная схема тиристорного преобразователя частоты с непосредственной связью

включенных по три во встречно-параллельные группы. В основе преобразователя лежит трехфазная нулевая схема выпрямления. Группу вентилей, имеющих общий катод, называют выпрямительной, а группу с общим анодом - ин-верторной. Реакторы, включенные между группами вентилей одной фазы, ограничивают уравнительные токи при совместном управлении вентильными группами.

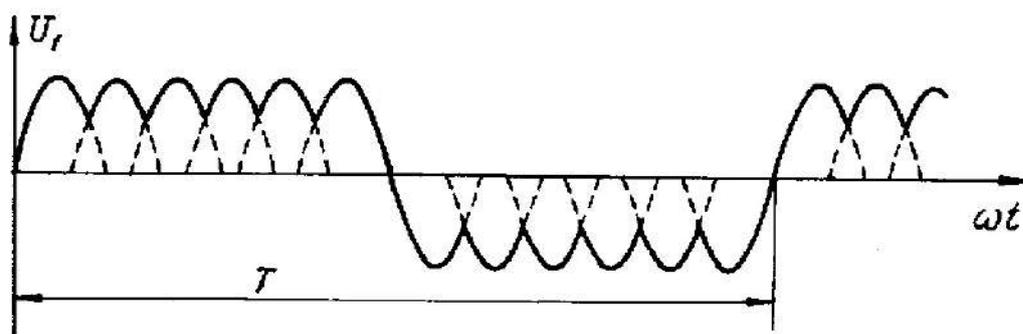


Рис. 4.33. Выходное напряжение тиристорного преобразователя частоты с непосредственной связью

В течение одного полупериода выходного напряжения преобразователя пропускает ток выпрямительная группа фазы преобразователя, а в течение другого полупериода - инверторная группа фазы преобразователя. Кривая выходного напряжения составляется из полувольт напряжения питающей сети (рис. 4.33). Включение одного вентиля в группе и выключение другого происходит подобно переключению в трехфазной нулевой схеме без коммутирующих конденсаторов. Регулирование выходного напряжения преобразователя достигается изменением угла включения вентиля.

Преобразователь частоты с непосредственной связью имеет следующие достоинства: высокий КПД, обусловленный однократным преобразованием энергии, независимость регулирования частоты и напряжения, свободный обмен активной и реактивной энергией между сетью и двигателем, отсутствие коммутирующих конденсаторов. К недостаткам преобразователя относятся: ограниченное регулирование выходной частоты (от 0 до 33 % частоты сети), большое число силовых вентилях, малый коэффициент мощности.

В тиристорных преобразователях частоты с промежуточным звеном переменного тока трехфазное напряжение частоты сети вначале преобразуется в однофазное переменное напряжение повышенной частоты,

которое затем преобразуется в трехфазное напряжение регулируемой частоты. Большое количество тиристорov, необходимость получения повышенной частоты, значительно превосходящей наибольшую выходную, ограничивает применение данного типа преобразователей частоты в промышленных установках.

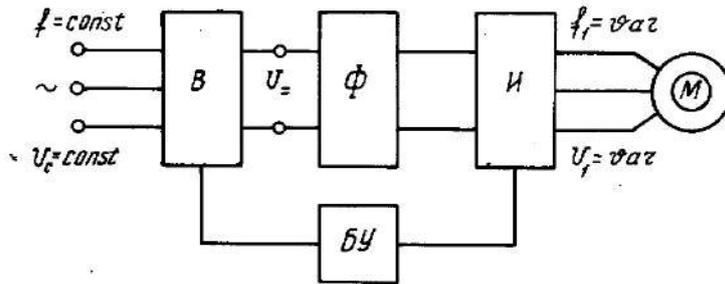


Рис. 4.34. Структурная схема тиристорного преобразователя с промежуточным звеном постоянного тока

В тиристорных преобразователях частоты с промежуточным звеном постоянного тока производится двукратное преобразование напряжения (энергии) питающей сети: сначала оно выпрямляется выпрямителем *В*, а затем выпрямленное напряжение с помощью инвертора *И* преобразуется в переменное напряжение регулируемой частоты и амплитуды. Структурная схема тиристорного преобразователя частоты с промежуточным звеном постоянного тока представлена на рис. 4.34. Между выпрямителем *В* и инвертором *И* обычно включается фильтр *Ф*, сглаживающий пульсации либо выпрямленного напряжения, либо выпрямленного тока. Выпрямитель и инвертор могут работать независимо друг от друга либо с естественной, либо с принудительной коммутацией.

Инвертор является важнейшей составной частью тиристорного преобразователя частоты с промежуточным звеном постоянного тока. Инвертирование—это процесс преобразования постоянного тока в переменный или процесс передачи электрической энергии из цепи

постоянного тока в цепь переменного тока с помощью управляемых ключевых элементов (тиристоров или транзисторов). Инверторы подразделяются на автономные (независимые) и ведомые сетью (зависимые). Автономный инвертор—это преобразователь, работающий на автономную нагрузку, не содержащую источников активной энергии той же частоты, что и выходная частота инвертора. Инвертор, ведомый сетью (зависимый), - это инвертор, отдающий энергию в сеть переменного напряжения, в которой имеются источники активной энергии той же частоты, что и выходная частота инвертора, но со значительно большей мощностью по сравнению с отдаваемой инвертором.

Для автономного инвертора характерна принудительная коммутация тиристоров. Для инвертора, ведомого сетью, характерна естественная коммутация тиристоров; система управления тиристорами такого инвертора обычно является синхронизированной с сетью.

Основным типом инвертора, используемого в тиристорных преобразователях частоты с промежуточным звеном постоянного тока, является автономный инвертор. В зависимости от режима работы источника постоянного тока и особенностей протекания электромагнитных процессов автономные инверторы могут подразделяться на инверторы напряжения и инверторы тока. Автономный инвертор напряжения - это инвертор, форма напряжения на выходе которого определяется только порядком переключения тиристоров, а форма тока зависит от характера нагрузки. Автономный инвертор напряжения получает питание от источника напряжения. При его работе на индуктивную нагрузку должна быть обеспечена возможность обмена реактивной энергией между нагрузкой и источником постоянного напряжения, для чего на его входе устанавливается конденсатор достаточно большой емкости, а к встречно-параллельной переключающей схеме подключается обратный выпрямительный мост. Это позволяет току нагрузки протекать со сдвигом по фазе относительно напряжения.

Автономный инвертор тока - это инвертор, форма тока на выходе которого определяется только порядком переключения тиристорov инвертора, а форма напряжения зависит от характера нагрузки. Питание автономного инвертора тока должно производиться от источника тока. Перевод выпрямителя в режим регулируемого источника тока достигается обычно путем включения сглаживающего реактора очень большой индуктивности либо путем охвата выпрямителя сильной отрицательной обратной связью по току. Первый способ непригоден в регулируемом электроприводе из-за увеличения массы и габаритов преобразователя, его большой инерционности. В регулируемом электроприводе наиболее целесообразен второй способ.

Для автономного инвертора напряжения характерны однозначная зависимость выходного напряжения от входного и практическая независимость выходного напряжения от изменения нагрузки и коэффициента мощности. Эти его достоинства при работе на двигатель переменного тока и обуславливают предпочтительное применение преобразователей частоты с автономными инверторами тока в разомкнутых системах регулирования угловой скорости трехфазного асинхронного двигателя. Недостатками тиристорных преобразователей частоты с автономными инверторами напряжения являются: большая установленная мощность и соответственно большая масса и габариты конденсаторов и фильтра на входе автономного инвертора напряжения; большое количество силовых диодов и тиристорov; большая инерционность канала регулирования напряжения при установке  $LC$  - фильтра в звене постоянного тока.

На рис. 4.35 приведена принципиальная силовая схема статического преобразователя частоты с промежуточным звеном постоянного тока, содержащего трехфазный мостовой полностью управляемый выпрямитель  $B1$ , дроссель фильтра  $L_{\phi}$ , конденсатор реактивной энергии  $C_0$  и автономный трехфазный мостовой инвертор с ограниченными коммутирующими

емкостями  $C$ . В качестве управляемого выпрямителя используются тиристоры  $VS1 \div VS6$ ,

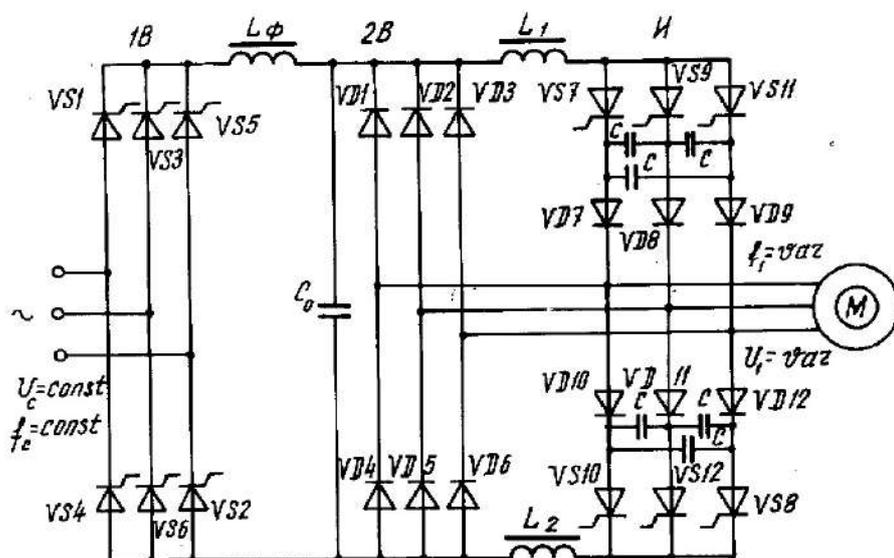


Рис. 4.35. Принципиальная силовая схема тиристорного преобразователя частоты со звеном постоянного тока

включенные по трехфазной мостовой схеме. Автономный инвертор напряжения  $И$  состоит из шести тиристоров  $VS7 \div VS12$ , шести последовательно включенных с ними диодов  $VD7 \div VD12$  и шести диодов  $VD1 \div VD6$ , включенных по трехфазной мостовой схеме и образующих мост реактивного тока, назначение которого состоит в пропуске отстающего тока нагрузки, когда знаки тока и напряжения не совпадают.

Дроссели  $L_1$  и  $L_2$  служат для ограничения тока разряда конденсаторов  $C$  по цепи через обратный мост, минуя закрываемый тиристор. Диоды  $VD7 \div VD12$  служат для отделения коммутирующих конденсаторов  $C$  от нагрузки, что дает возможность значительно снизить их емкость в сравнении с обычным параллельным инвертором.

Схема работает следующим образом. Выпрямитель  $B1$  преобразует переменное напряжение сети в постоянное регулируемое по величине напряжение, которое подается на вход инвертора  $И$ . Инвертор преобразует

постоянное напряжение в трехфазное переменное с регулируемой частотой. Регулирование частоты производится с помощью тиристорov VS7÷VS12, выполняющих роль ключей. Тиристоры включаются схемой управления попарно (VS7÷VS8, VS9÷VS10 и т. д.) с требуемой частотой.

При питании двигателя от тиристорного преобразователя частоты целесообразно обмотку статора включать на треугольник, что позволяет повысить надежность инвертора за счет снижения требуемого напряжения питания.

Преобразователь с автономным инвертором позволяет осуществлять двухзонное регулирование угловой скорости (как вниз, так и вверх от основной скорости), обладает высоким КПД, значительным быстродействием, малыми габаритами, имеет сравнительно высокую надежность и не производит шума. Однако он имеет и недостатки, к основным из которых следует отнести относительную сложность и высокую стоимость. В настоящее время интенсивно ведутся работы по созданию приемлемых по сложности и стоимости преобразователей частоты для регулирования скорости трехфазного короткозамкнутого асинхронного двигателя.

#### 4.11. Каскадные схемы регулирования угловой скорости вращения трехфазного асинхронного двигателя

В установках средней и большой мощности, работающих в длительном режиме и требующих небольшого диапазона регулирования угловой скорости (вентиляторы, дымососы, воздуходувки), параметрические и импульсные методы становятся неприемлемыми ввиду их неэкономичности,

поскольку энергия скольжения рассеивается в дополнительных резисторах, введенных в цепь статора или ротора асинхронного двигателя. В установках подобного типа применяют каскадные схемы соединения асинхронного двигателя с другими машинами или преобразователями. Идея каскадного регулирования угловой скорости заключается в том, чтобы полезно использовать энергию скольжения, повышая тем самым экономичность электропривода.

Каскадные приводы классифицируются по способу использования энергии скольжения (электрические и электромеханические каскады) и по типу преобразователя энергии скольжения (электромашинные, вентильно-машинные и вентильные каскады). В электрических каскадах энергия скольжения за вычетом потерь на преобразование отдается в сеть. В электромеханических каскадах энергия скольжения возвращается на вал основного асинхронного двигателя.

Принцип каскадного регулирования угловой скорости заключается в следующем. Как известно, ток ротора протекает под воздействием его ЭДС; для того, чтобы ток производил полезную работу, необходимо, чтобы он был направлен навстречу ЭДС. С этой целью, в цепь ротора вводят добавочную ЭДС, которая сдвинута по отношению ЭДС ротора на угол  $(180^\circ - \psi)$  и имеет частоту тока ротора. Введение добавочной ЭДС в цепь ротора позволяет регулировать угловую скорость, величину динамического момента и коэффициент мощности асинхронной машины.

Электромашинные каскады в настоящее время не применяются, поскольку они содержат одноякорный преобразователь, который характеризуется инерционностью, сложностью изготовления и неудовлетворительной коммутацией (в настоящее время одноякорные преобразователи не выпускаются промышленностью). Наиболее простыми и надежными (по сравнению с электромашинными каскадами) являются схемы, в которых

одноякорные преобразователи заменяются полупроводниковыми вентилями, что повышает их надежность и КПД.

Принцип регулирования угловой скорости в каскадных схемах может быть пояснен следующим образом. Если в цепь ротора введена добавочная ЭДС, которая находится в противофазе с ЭДС ротора ( $\psi = 0$ ) и равна ей по величине:

$$E_{доб} = E_2 = E_{2н} S = E_{2н} \left( 1 - \frac{\omega}{\omega_0} \right), \quad (4.63)$$

где  $E_{доб}$  - добавочная ЭДС ротора;

$E_{2н}$  - номинальная ЭДС ротора (при заторможенном двигателе);

$\omega$  - угловая скорость ротора;

$\omega_0$  - скорость идеального холостого хода,

то ток ротора и момент машины равны нулю, т. е. она работает в режиме холостого хода ( $\omega = \omega_{xx}$ ). Из выражения (4.63) можно получить значение скорости идеального холостого хода:

$$\omega_{xx} = \omega_0 \left( 1 - \frac{E_{доб}}{E_{2н}} \right), \quad (4.64)$$

где  $\omega_{xx}$  - скорость холостого хода асинхронной машины.

Как видно из выражения (4.64), регулируя величину  $E_{доб}$ , можно изменять скорость идеального холостого хода, которая уже не равна синхронной скорости асинхронной машины.

Наибольшее распространение в настоящее время получили вентильно-машинные (электрические и электромеханические) и вентильные каскады.

Введение добавочной ЭДС вызывает трудности, поскольку она должна иметь частоту тока ротора, которая зависит от угловой скорости (скольжения) двигателя:

$$f_2 = f_1 s = f_1 \left( \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} \right), \quad (4.65)$$

где  $f_2$  - частота тока ротора;

$f_1$  - частота сети.

Следовательно, добавочная ЭДС должна иметь регулировочную частоту, равную частоте тока ротора, что весьма трудно технически выполнить. Поэтому добавочную ЭДС вводят в ротор асинхронной машины либо посредством преобразователя частоты, либо включением постоянной по знаку ЭДС в цепь выпрямленного тока ротора. Очевидно, что использование каскадных схем возможно лишь для асинхронных машин с фазным ротором.

На рис. 4.36 представлена принципиальная схема вентильно-машинного электрического каскада с промежуточным звеном постоянного тока. Асинхронная машина  $M1$  с фазным ротором получает питание от сети переменного тока промышленной частоты. В цепь ротора включен выпрямитель  $B$ , собранный по трехфазной мостовой выпрямительной схеме. Выпрямитель  $B$  питает обмотку якоря двигателя постоянного тока  $M2$ , с помощью которого вращается вал генератора  $G$ , обмотка статора которого включена в сеть переменного тока. Вал генератора  $G$  вращается с постоянной синхронной скоростью, определяемой частотой сети и числом пар полюсов генератора.

Регулирование угловой скорости асинхронной машины  $M1$  осуществляется следующим образом. С помощью резистора  $R1$ , включенного в цепь питания обмотки возбуждения  $OBM2$  двигателя постоянного тока, уменьшается поток возбуждения машины  $M2$ . Поскольку машина  $M2$  вращается с постоянной угловой скоростью, то изменение потока влечет изменение ЭДС об-

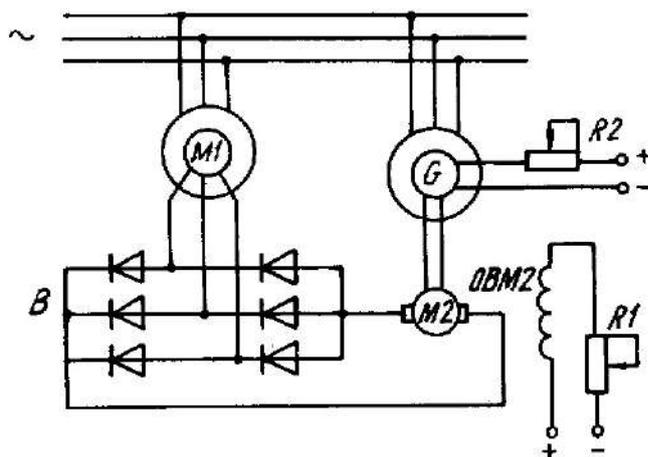


Рис 4.36. Принципиальная схема вентильно-машинного электрического каскада

мотки якоря  $E = k\Phi\omega$ , которая направлена встречно выпрямленному напряжению выпрямителя  $B$ . При этом изменяется ток ротора и момент на валу асинхронной машины. Если момент статического сопротивления остается постоянным, то изменение момента асинхронной машины вызовет ее ускорение (или замедление) до тех пор, пока момент машины не достигнет прежнего значения, но уже при другом значении угловой скорости вращения асинхронной машины. При токе возбуждения  $OVM2$ , равном нулю, характеристика  $M1$  незначительно отличается от естественной (из-за падения напряжения в вентилях выпрямителя  $B$  и якоря двигателя  $M2$ ).

При подаче тока в обмотку возбуждения  $OVM2$  на якоре  $M2$  появится ЭДС, направленная навстречу выпрямленной ЭДС ротора, ток ротора уменьшится, уменьшится и момент асинхронной машины, угловая скорость  $M1$  уменьшится, что вызовет увеличение скольжения и ЭДС ротора; так будет длиться до тех пор, пока момент асинхронной машины не возрастет до прежнего значения, при этом машина будет работать в новом установившемся режиме на пониженной угловой скорости. Энергия скольжения через выпрямитель  $B$  передается машине постоянного тока  $M2$  и через ее вал - генератору  $G$ , который возвращает ее в сеть переменного тока.

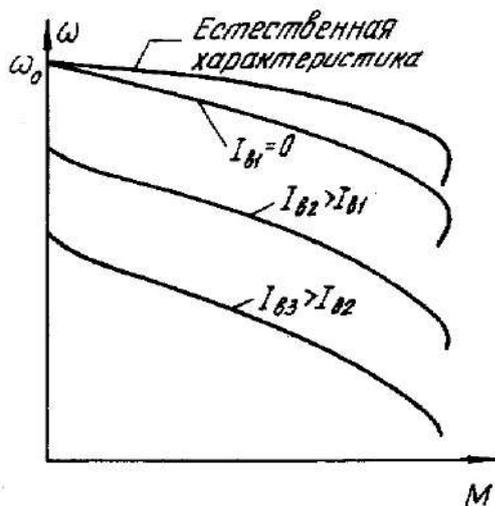


Рис. 4.37. Механические характеристики вентильно-машинного каскада

Полное использование асинхронного двигателя в электрическом каскаде достигается при постоянном моменте на его валу, поэтому электрический каскад называют каскадом постоянного момента. Диапазон регулирования угловой скорости вентильно-машинного электрического каскада не превышает 2:1. Направление регулирования угловой скорости - вниз от основной, т. е. он обеспечивает однозонное регулирование угловой скорости. Суммарная установленная мощность вентильно-машинного электрического каскада (при диапазоне регулирования угловой скорости 2:1) составляет 250 % от мощности основного двигателя. Плавность регулирования очень высокая и зависит от плавности регулирования тока в обмотке *ОВМ2*. Коэффициент полезного действия при номинальной нагрузке составляет 82 ÷ 85 %. Коэффициент мощности равен 0,7 ÷ 0,75, но может быть увеличен за счет перевозбуждения синхронного генератора *G*. Механические характеристики вентильно-машинного электрического каскада показаны на рис. 4.37.

На рис. 4.38 представлена принципиальная схема вентильно-машинного электромеханического каскада. Как для всякого вентильно-машинного

каскада, ротор двигателя  $M1$  подключен к выпрямителю  $B$ , от которого получает питание обмотка якоря двигателя постоянного тока  $M2$ . В отличие от предыдущей схемы, вал двигателя  $M2$  механически связан с валом основного двигателя  $M1$ . Та-

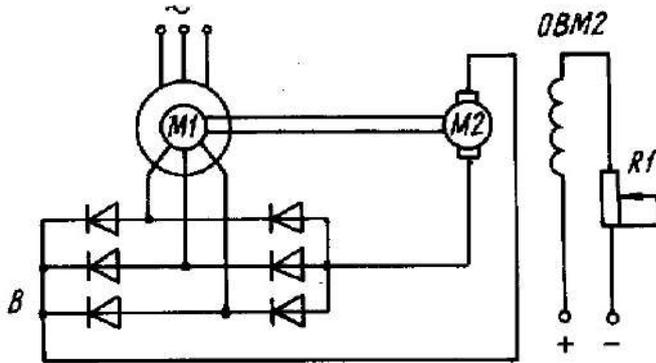


Рис.4.38. Принципиальная схема вентильно-машинного электрического каскада

ким образом, энергия скольжения за вычетом потерь в выпрямителе  $B$  и двигателе постоянного тока  $M2$  возвращается на вал регулируемого двигателя  $M1$ . Следовательно, мощность, развиваемая каскадом независимо от угловой скорости, будет постоянной, и вентильно-машинный электромеханический каскад называют каскадом постоянной мощности.

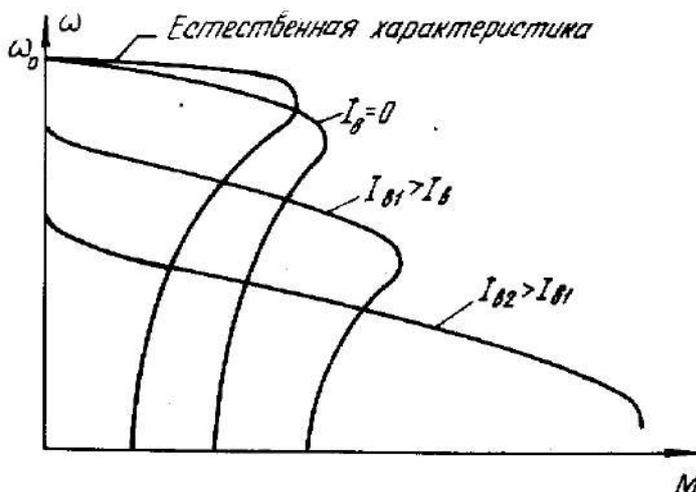


Рис. 4.39. Механические характеристики вентильно-машинного

электрического каскада

Регулирование угловой скорости, как и в предыдущем каскаде, осуществляется изменением добавочной ЭДС, создаваемой якорем машины  $M_2$ , что производится с помощью резистора  $R_1$ , включенного в цепь обмотки возбуждения  $ОВМ_2$  двигателя постоянного тока.

Механические характеристики вентильно-машинного электромеханического каскада приведены на рис. 4.39. Данный каскад позволяет получить плавное, однозонное регулирование скорости с диапазоном регулирования 2:1, он имеет почти такие же технико-экономические показатели, что и электрический каскад, однако преобразователь не содержит генератора переменного тока, что упрощает и удешевляет установку в целом.

Основным недостатком вентильно-машинных каскадов является то, что добавочная ЭДС в цепь ротора вводится с помощью машины постоянного тока. Наличие машинного преобразователя увеличивает габариты и стоимость установки, создает шум при работе. В настоящее время машинный агрегат, с помощью которого создается добавочная ЭДС, заменяется инвертором.

Принципиальная схема асинхронно-вентильного каскада приведена на рис. 4.40. Схема состоит из следующих основных элементов: регулируемого асинхронного двигателя  $M$  с фазным ротором; неуправляемого вентильного выпрямителя, включенного в цепь ротора; управляемого вентильного преобразователя - инвертора  $I$ , трансформатора  $T$ , служащего для согласования напря-

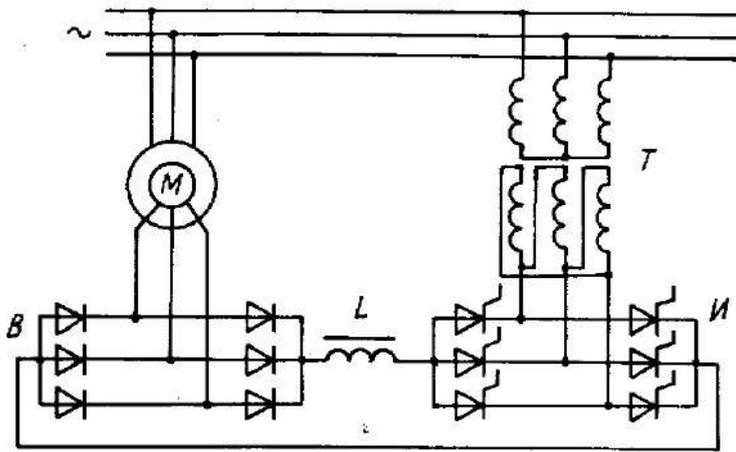


Рис. 4.40 Принципиальная схема асинхронно-вентильного каскада

жения ротора двигателя с напряжением сети, а также сглаживающего дросселя  $L$  - для сглаживания пульсации тока и напряжения в промежуточной цепи постоянного тока.

Регулирование угловой скорости асинхронного двигателя с фазным ротором по схеме асинхронно-вентильного каскада производится следующим образом. При работе асинхронной машины на пониженных скоростях ЭДС ротора  $E_2 = E_{2н} s$  выпрямляется с помощью выпрямителя  $B$ . В цепь выпрямленного напряжения ротора вводится добавочная ЭДС, представляющая среднее выпрямленное напряжение инвертора. Величина ЭДС инвертора регулируется посредством изменения угла открывания тиристорov инвертора. При увеличении ЭДС инвертора ток ротора и момент двигателя уменьшаются и двигатель тормозится (угловая скорость его уменьшается). По мере снижения угловой скорости (увеличения скольжения) повышается выпрямленное напряжение ротора. Ток ротора и момент асинхронной машины увеличиваются до тех пор, пока момент, развиваемый двигателем, не станет равным моменту статического сопротивления. Двигатель снова работает в установившемся режиме с пониженной угловой скоростью вращения.

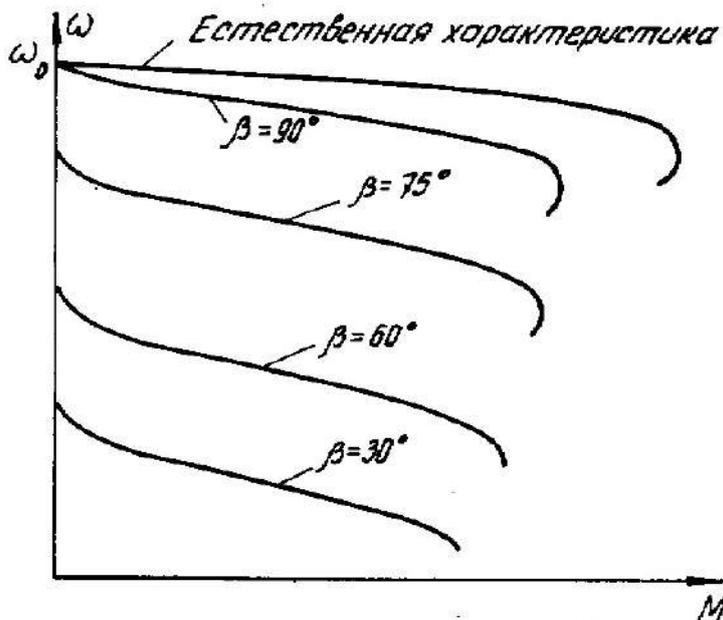


Рис. 4.41. Механические характеристики асинхронно-вентильного каскада

Если уменьшить ЭДС инвертора до нуля, угловая скорость двигателя возрастает лишь до 90 ÷ 95 % синхронной (из-за дополнительного падения напряжения в цепи ротора). Энергия скольжения через выпрямитель, инвертор и трансформатор отдается в сеть переменного тока, поэтому асинхронно-вентильный каскад относится к электрическому каскаду или каскаду постоянного момента. Механические характеристики асинхронно-вентильного каскада представлены на рис. 4.41. Привод обладает высокой плавностью регулирования угловой скорости, КПД асинхронно-вентильного каскада достигает 0,82 ÷ 0,90 при максимальной угловой скорости и зависит от мощности регулируемого двигателя. Привод по системе асинхронно-вентильный каскад обладает низким коэффициентом мощности, что связано со значительным потреблением реактивной мощности асинхронным двигателем, трансформатором и инвертором. Коэффициент мощности зависит не только от нагрузки, но и от глубины регулирования угловой скорости.

Система асинхронно-вентильный каскад обладает рядом достоинств. В качестве приводного используется трехфазный асинхронный двигатель, включаемый непосредственно в промышленную сеть. Асинхронный двигатель проще, дешевле и надежнее двигателя постоянного тока. Преобразованию подвергается только часть энергии, потребляемой двигателем из сети, а именно: энергия скольжения, что обуславливает высокий КПД системы. Привод имеет малую мощность управления, обладает высокой плавностью регулирования угловой скорости. К недостаткам системы асинхронно-вентильный каскад относятся следующие: низкий коэффициент мощности, уменьшение перегрузочной способности и жесткости по сравнению с естественной механической характеристикой асинхронного двигателя.

#### Контрольные вопросы

1. Дать определение регулирования угловой скорости вращения электропривода.
2. Перечислить показатели регулирования угловой скорости.
3. Сравнить показатели систем Г—Д с показателями при регулировании угловой скорости вращения двигателей постоянного тока другими способами.
4. Перечислить способы регулирования угловой скорости вращения двигателей постоянного тока, трехфазного асинхронного двигателя.
5. Объяснить способ регулирования угловой скорости двигателя постоянного тока с помощью тиристорного преобразователя.
6. Перечислить законы регулирования асинхронного двигателя с помощью преобразователя частоты.
7. Пояснить принцип регулирования угловой скорости асинхронного двигателя в каскадных схемах.

## 5. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОПРИВОДЕ

### 5.1. Общие сведения о переходных процессах

Переходными процессами называют все явления, связанные с изменением энергетического состояния привода (ускорение, замедление, изменение тока, момента, потока). Переходные процессы присущи любому приводу, они возникают при пуске, торможении, регулировании скорости и изменении нагрузки на валу рабочей машины. Характер и длительность протекания переходных процессов оказывают существенное влияние на выбор мощности электрического двигателя и аппаратуры управления и защиты. Только для очень ограниченного класса рабочих машин выбор мощности приводного двигателя можно производить без учета переходных процессов. К ним относятся редко пускаемые нерегулируемые установки, работающие с постоянным моментом (конвейеры, центробежные вентиляторы, насосы и т.д.). Некоторые рабочие машины, наоборот, не имеют установившихся режимов и работают при циклически изменяющемся моменте статического сопротивления, это щековые дробилки, поршневые компрессоры и т.д.

Переходные процессы, связанные с пуском, торможением и реверсированием привода, не являются рабочими, но их длительность существенно влияет на производительность рабочей машины. Ввиду этого необходимо сокращать длительность протекания переходных процессов, однако, большие ускорения (замедления) привода приводят к значительным динамическим моментам в элементах редуктора и исполнительного органа рабочей машины, кроме того, особенности технологического процесса часто накладывают ограничения на величину ускорения (замедления) привода. Ограничение пусковых и тормозных моментов существенно и для защиты двигателя от электрических перегрузок. Для двигателя постоянного тока превышение допустимой нагрузки влечет появление кругового огня на коллекторе и выход из строя

щеточного аппарата, превышение критического момента асинхронного двигателя вызывает "опрокидывание" и остановку двигателя.

Причины, вызывающие переходные процессы в приводе, подразделяют на внешние и внутренние. К внешним причинам относятся воздействия, связанные с управлением привода (пуск, торможение, регулирование скорости), а также с изменением нагрузки на валу двигателя. Внутренними причинами являются инерционности привода:

- 1) механическая инерция вращающихся и поступательно движущихся масс;
- 2) электромагнитная инерция, обусловленная индуктивностями обмоток двигателя;
- 3) тепловая инерция, зависящая от теплоемкости обмоток и магнитопровода двигателя.

Изменение энергетического состояния обычно связано с передачей или преобразованием энергии. Мгновенное изменение энергетического состояния привода невозможно, т.к. это потребовало бы бесконечно большую мощность электрического двигателя. Например, при пуске двигатель потребляет электрическую энергию из сети и преобразует ее в механическую энергию на валу. При этом маховые массы привода запасают определенное количество кинетической энергии. Поскольку мощность электрического двигателя ограничена, то накопление необходимого количества кинетической энергии элементами привода происходит по истечении некоторого времени. Таким образом, даже при ступенчатой подаче напряжения к обмоткам двигателя, скорость последнего изменяется не мгновенно, а постепенно с течением времени.

Преобразование электрической энергии в механическую энергию происходит посредством электромагнитного поля, обладающего запасом энергии. Поскольку изменение тока вызывает изменение запаса энергии электромагнитного поля, то оно так же не может произойти мгновенно. По

этой причине ток (момент) двигателя в переходных режимах не может измениться мгновенно.

Интенсивность изменения того или иного параметра привода определяется величиной, называемой постоянной времени. Каждому виду инерции соответствует своя постоянная времени, которая является мерой инерционности.

Механическая инерция характеризуется механической постоянной времени, которая зависит от момента инерции привода и жесткости механических характеристик двигателя и рабочей машины. В электрическом приводе основное влияние на характер и продолжительность переходного процесса оказывает механическая инерция.

Электромагнитная инерция характеризуется электромагнитной постоянной времени, определяемой отношением индуктивности обмотки к ее активному сопротивлению. Электромагнитная инерция оказывает значительно меньшее влияние на время протекания переходного процесса, нежели механическая инерция, поэтому ею часто пренебрегают. Однако при некоторых соотношениях между механической и электромагнитной постоянной времени в приводе возникают колебательные процессы, которые существенно изменяют сам характер переходного процесса. В этом случае пренебрежение учетом электромагнитной инерции приводит к грубым ошибкам в расчетах.

Тепловая инерция характеризуется постоянной времени нагрева, которая определяется отношением между теплоемкостью и коэффициентом теплоотдачи двигателя. Скорость изменения теплового состояния двигателя зависит от многих факторов (габаритов двигателя, исполнения, способов охлаждения) и очень мала по отношению с интенсивностью изменения угловой скорости вращения привода и тока (момента) двигателя. По этой причине при изучении механических и электромагнитных переходных процессов изменением теплового состояния двигателя пренебрегают, и тепловые переходные процессы рассматривают независимо от других.

Каждый вид инерции тесно связан с определенным переходным процессом в приводе. Механическая инерция обуславливает механический переходный процесс, который характеризуется плавным изменением скорости привода и мгновенным изменением тока и момента двигателя, последнее обстоятельство приводит к тому, что динамические и статические механические характеристики привода при механических переходных процессах совпадают. Электромеханические переходные процессы учитывают как механическую, так и электромагнитную инерцию привода, в этом случае скорость, ток и момент привода изменяются постепенно с течением времени, а статические и динамические механические характеристики двигателя различны. Тепловая инерция определяет протекание тепловых переходных процессов в приводе и оказывает существенное влияние на методику расчета мощности приводного двигателя. Следует отметить, что все виды переходных процессов протекают одновременно и оказывают взаимное влияние. Например, с изменением момента статического сопротивления изменяется скорость вращения, ток и момент двигателя, что влечет изменение потерь и теплового состояния двигателя. Активное сопротивление обмоток зависит от температуры нагрева и влияет на величину механической и электромагнитной постоянной времени.

Целью изучения переходных процессов является определение зависимостей:  $I = I(t)$ ;  $V = V(t)$ ;  $\omega = \omega(t)$ , а также скольжения  $S = S(t)$  или пути от времени  $\varphi = \varphi(t)$ .

## **5.2. Механические переходные процессы с линейными механическими характеристиками двигателя и производственной машины**

Механические переходные процессы, как уже упоминалось, учитывают одну (механическую) постоянную времени и описывается одним дифференциальным уравнением первого порядка (основное уравнение движения привода). На рис. 5.1, а представлены графики с линейными механическими характеристиками электрического двигателя и производственного механизма.

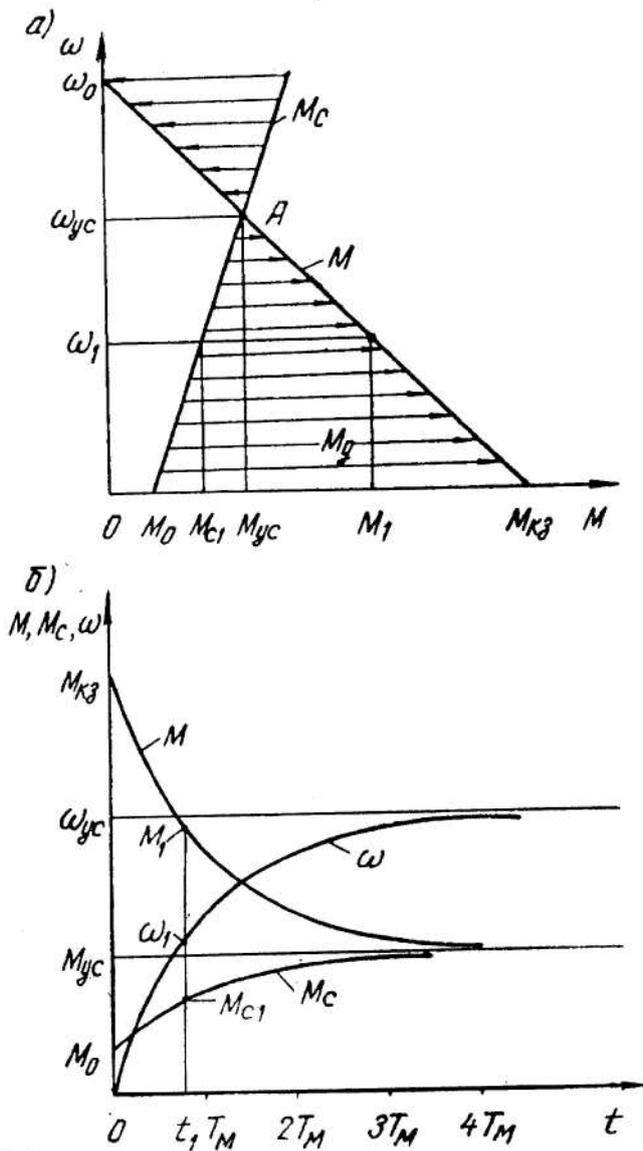


Рис. 5.1. Механические переходные процессы в приводе с линейными механическими характеристиками:

а – механические характеристики; б – графики переходных процессов

Рассмотрим переходные процессы для случая линейных механических характеристик электродвигателя и производственного механизма. Момент инерции системы считаем постоянным. В этом случае система описывается следующими уравнениями

$$\left. \begin{aligned} M - M_c &= J \frac{d\omega}{dt}; \\ \omega &= \omega_0 - \frac{1}{\beta} M; \\ M_c &= M_0 + \beta_c \omega. \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

Здесь  $\beta, \beta_c$  – модули жесткости механических характеристик двигателя и механизма;

$\omega_0$  – скорость вращения при идеальном холостом ходе;

$M_0$  – момент статического сопротивления при неподвижном вале рабочей машины.

Первое уравнение системы (5.1) является, как известно, основным уравнением движения привода.

Второе уравнение системы (5.1) является уравнением механической характеристики двигателя, третье уравнение – механическая характеристика производственного механизма. Систему (5.1) можно решить относительно момента двигателя  $M$ , момента статического сопротивления  $M_c$ , и угловой скорости вращения  $\omega$ . Прежде чем решать систему уравнений, определим установившийся режим работы. В этом случае производная от скорости по времени равна нулю, т.е. установившийся момент двигателя равен установившемуся моменту статического сопротивления, а угловая скорость вращения равна ее установившемуся значению. Система (5.1) принимает вид:

$$\left. \begin{aligned} M_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}}}} - \dot{I}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}}}} &= 0; \\ \omega_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}}}} &= \omega_0 - \frac{1}{\beta} \dot{I}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}}}}; \\ \dot{I}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}}}} &= \dot{I}_0 + \beta_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}}}} \omega_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}}}}; \end{aligned} \right\} \quad (5.2)$$

где  $\omega_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}}}}$  – установившаяся скорость вращения вала двигателя;

$M_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}}}}$ ,  $M_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}}}}$  – установившиеся значения момента двигателя и момента статического сопротивления, приведенного к валу двигателя, соответственно.

На рис. 5.1, а величинам  $M_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}}}}$  и  $\omega_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}}}}$  соответствуют координаты точки *A*.

Решая совместно (5.2), получим параметры системы в установившемся режиме работы

$$\omega_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}}}} = \omega_0 \frac{\beta}{\beta + \beta_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}}}}} - \dot{I}_0 \frac{1}{\beta + \beta_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}}}}}; \quad (5.3)$$

$$\dot{I}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}}}} = \dot{I}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}}}} = \dot{I}_0 \frac{\beta}{\beta + \beta_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}}}}} + \omega_0 \frac{\beta \beta_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}}}}}{\beta + \beta_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}}}}}; \quad (5.4)$$

Систему (5.1) решаем методом исключения переменных, для этого из второго уравнения системы определяем момент двигателя и подставляем его и момент статического сопротивления в основное уравнение движения привода:

$$M = (\omega_0 - \omega)\beta;$$

$$(\omega_0 - \omega)\beta - M_0 - \beta_c \omega = J \frac{d\omega}{dt}.$$

После преобразований последнее уравнение примет вид:

$$J \frac{1}{\beta + \beta_c} \frac{d\omega}{dt} + \omega = \omega_0 \frac{\beta}{\beta + \beta_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}}}}} - \dot{I}_0 \frac{1}{\beta + \beta_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}}}}}; \quad (5.5)$$

Принимая во внимание (5.3), получим окончательно

$$T_i \frac{d\omega}{dt} + \omega = \omega_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}_{\dot{\omega}}}}, \quad (5.6)$$

где  $T_i = J \frac{1}{\beta + \beta_c}$  - механическая постоянная времени привода, с.

Механическая постоянная времени является важным параметром электропривода, она характеризует инерционность системы и скорость изменения момента или угловой скорости в переходных режимах.

Из второго уравнения системы (5.1) определяем производную от скорости вращения вала двигателя по времени

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{1}{\beta} \frac{dM}{dt}.$$

Если полученное выражение подставить в первое уравнение системы (5.1), то получим дифференциальное уравнение для момента электродвигателя

$$T_i \frac{dM}{dt} + M = M_{\text{он}}, \quad (5.7)$$

Аналогично находится дифференциальное уравнение для момента статического сопротивления:

$$T_i \frac{dM_c}{dt} + M_c = M_{\text{он}}. \quad (5.8)$$

Таким образом, решением системы (5.1) являются выражения (5.6), (5.7) и (5.8). Это обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка с постоянными коэффициентами. Методику получения уравнения переходного процесса рассмотрим на примере решения дифференциального уравнения (5.6).

В уравнении (5.6) разделяем переменные, для чего переписываем его в виде:

$$-\frac{dt}{T_i} = \frac{d\omega}{(\omega - \omega_{\text{он}})}. \quad (5.9)$$

Интегрируя обе части выражения (5.9), получим

$$-\frac{t}{T_i} = \ln(\omega - \omega_{\text{он}}) - \ln C$$

или

$$C e^{-\frac{t}{T_i}} = \omega(t) - \omega_{\text{о\ddot{n}}}, \quad (5.10)$$

где  $t$  – текущее значение времени;

$C$  – постоянная интегрирования.

Постоянная интегрирования определяется из начальных условий:  $t=0$ ;  
 $\omega = \omega_{i2}$ .

Подставляя начальные условия в выражение (5.10), получим значение постоянной интегрирования:

$$C = \omega_{i\ddot{+}} - \omega_{\text{о\ddot{n}}}.$$

Уравнение переходного процесса для скорости вращения вала электродвигателя принимает вид:

$$\omega(t) = \omega_{i\ddot{+}} e^{-\frac{t}{T_i}} + \omega_{\text{о\ddot{n}}}(1 - e^{-\frac{t}{T_i}}). \quad (5.11)$$

Совершенно аналогично решаются дифференциальные уравнения (5.7) и (5.8), их решения имеет следующий вид

$$M(t) = M_{i\ddot{+}} e^{-\frac{t}{T_i}} + M_{\text{о\ddot{n}}}(1 - e^{-\frac{t}{T_i}}). \quad (5.12)$$

$$M_c(t) = M_{\ddot{n}i\ddot{+}} e^{-\frac{t}{T_i}} + M_{\ddot{n}\text{о\ddot{n}}}(1 - e^{-\frac{t}{T_i}}). \quad (5.13)$$

Для того чтобы получить уравнения переходных процессов при пуске, необходимо в выражения (5.11), (5.12) и (5.13) подставить начальные значения моментов двигателя и скорости его вращения из графиков рис. 5.1, а:

$$\omega_{i\ddot{+}} = 0; M_{i\ddot{+}} = M_{\hat{e}\phi}; M_{\ddot{n}i\ddot{+}} = M_0;$$

$$\omega(t) = \omega_{\text{о\ddot{n}}}(1 - e^{-\frac{t}{T_i}});$$

$$M(t) = M_{\hat{e}\phi} e^{-\frac{t}{T_i}} + M_{\text{о\ddot{n}}}(1 - e^{-\frac{t}{T_i}});$$

$$M_{\dot{n}}(t) = M_0 e^{-\frac{t}{T_i}} + M_{\dot{n}0}(1 - e^{-\frac{t}{T_i}}),$$

где  $M_{\dot{n}0}$  – начальный пусковой момент электродвигателя.

Графики переходных процессов при пуске системы показаны на рис. 5.1, б.

Если на рис. 5.1, б для каждого значения времени определить соответствующие значения  $\omega$  и  $M$ , то можно получить динамическую механическую характеристику  $\omega(M)$ , которая совпадает со статической механической характеристикой. Например, времени  $t_1$  на рис. 5.1, б соответствуют значения  $M_1$ ,  $\omega_1$  и  $M_{\dot{n}1}$ ; то же самое, на рис. 5.1, а угловой скорости  $\omega_1$  соответствуют моменты  $M_1$  и  $M_{\dot{n}1}$ .

### 5.3. Переходные процессы с нелинейными механическими характеристиками производственных машин

Рассмотрим механические переходные процессы для привода с линейной характеристикой двигателя и квадратичной зависимостью момента статического сопротивления от угловой скорости вращения; статические характеристики для этого случая представлены на рис. 5.2, а.

Поведение привода в переходных режимах описывается следующей системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} M - M_c &= J \frac{d\omega}{dt}; \\ M &= (\omega_0 - \omega)\beta; \\ M_c &= M_{c0} + \beta_c \omega + \alpha \omega^2 \end{aligned} \right\} \quad (5.14)$$

Приравнивая правые части второго и третьего уравнения системы (5.14), получим уравнение для определения установившейся угловой скорости вращения:

$$\alpha\omega_{\dot{\omega}}^2 + (\beta + \beta_{\dot{\omega}})\omega_{\dot{\omega}} - (\omega_0\beta - \dot{I}_{\dot{\omega}}) = 0$$

Решая квадратное уравнение, получим установившуюся угловую скорость вращения:

$$\omega_{\dot{\omega}1,2} = -\frac{\beta + \beta_{\dot{\omega}}}{2\alpha} \pm \sqrt{\left(\frac{\beta + \beta_{\dot{\omega}}}{2\alpha}\right)^2 + \frac{\dot{I}_{\dot{\omega}} - \omega_0\beta}{\alpha}}, \quad (5.15)$$

где  $M_{\dot{\omega}}$  - начальный пусковой момент двигателя.

Физическое содержание имеет только положительный корень, показанный на рис. 5.2, а.

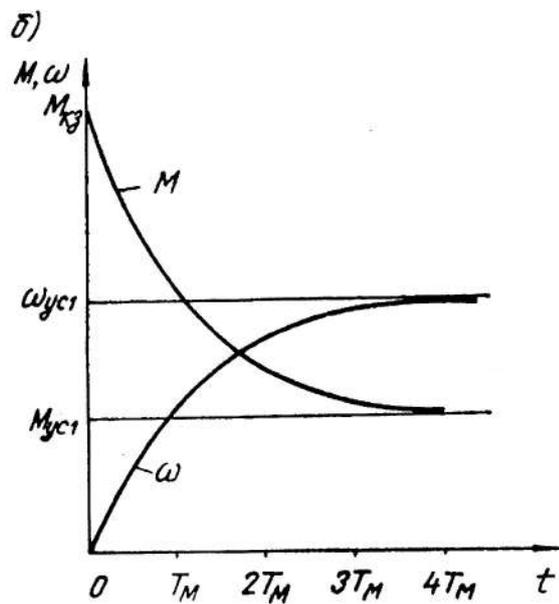
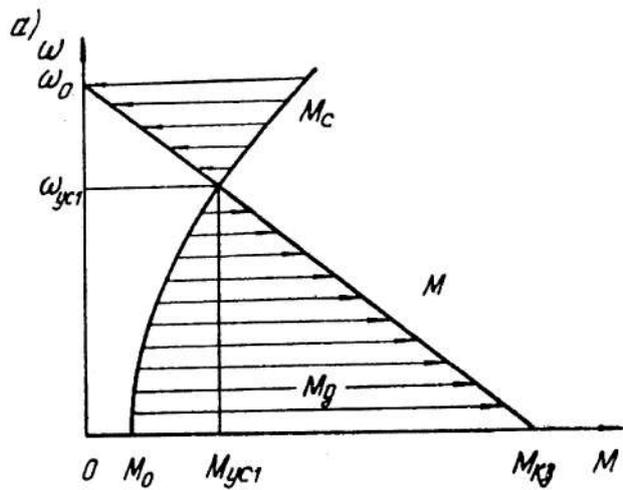


Рис.5.2. Механические переходные процессы в приводе с нелинейными механическими характеристиками:

а – механические характеристики; б – графики переходных процессов

Для решения системы (5.14) относительно угловой скорости вращения необходимо в основное уравнение движения привода подставить выражение для момента двигателя и момента статического сопротивления:

$$\omega_0\beta - \omega\beta - M_0 - \alpha\omega^2 = J \frac{d\omega}{dt}.$$

Полученное дифференциальное уравнение может быть решено путем разделения переменных:

$$-\frac{\alpha}{J} dt = \frac{d\omega}{\omega^2 + \frac{\beta + \beta_c}{\alpha} \omega - \frac{I_{\text{эс}} - I_0}{\alpha}}. \quad (5.16)$$

Для того, чтобы проинтегрировать уравнение (5.16), необходимо его правую часть разложить на простейшие дроби:

$$-\frac{\alpha}{J} dt = \left[ \frac{d_1}{\omega - \omega_{\text{он}1}} + \frac{d_2}{\omega - \omega_{\text{он}2}} \right] d\omega, \quad (5.17)$$

где  $\omega_{\text{он}1}$ ,  $\omega_{\text{он}2}$  – корни полинома знаменателя, определяемые выражением (5.15);

$d_1, d_2$  – константы, которые могут быть определены методом неопределенных коэффициентов.

Метод неопределенных коэффициентов заключается в том, что разлагаемая дробь представляется двумя способами:

$$\frac{1}{(\omega - \omega_{\text{он}1})(\omega - \omega_{\text{он}2})} = \frac{d_1}{\omega - \omega_{\text{он}1}} + \frac{d_2}{\omega - \omega_{\text{он}2}}. \quad (5.18)$$

Приведя правую часть выражения (5.18) к общему знаменателю, получим тождество:

$$(d_1 + d_2)\omega - (d_1\omega_{\text{он}2} + d_2\omega_{\text{он}1}) = 1.$$

Поскольку тождество справедливо при любом значении переменной, то, задавшись двумя любыми значениями  $\omega$ , получим два уравнения с двумя неизвестными, например, зададимся  $\omega = 0$  и  $\omega = 1$ :

$$\begin{aligned} d_1\omega_{\text{он}2} + d_2\omega_{\text{он}1} &= -1; \\ d_1 + d_2 - (d_1\omega_{\text{он}2} + d_2\omega_{\text{он}1}) &= 1. \end{aligned}$$

Решая систему относительно  $d_1$  и  $d_2$  получим:

$$d_1 = \frac{1}{\omega_{\text{он}1} - \omega_{\text{он}2}}; \quad d_2 = -\frac{1}{\omega_{\text{он}1} - \omega_{\text{он}2}}.$$

Дифференциальное уравнение (5.17) приобретает следующий вид:

$$-(\omega_{\delta n1} - \omega_{\delta n2}) \frac{\alpha}{J} dt = \frac{d\omega}{\omega - \omega_{\delta n1}} - \frac{d\omega}{\omega - \omega_{\delta n2}}.$$

Полученное уравнение легко интегрируется:

$$-(\omega_{\delta n1} - \omega_{\delta n2}) \frac{\alpha}{J} t = \ln \frac{\omega - \omega_{\delta n1}}{\omega - \omega_{\delta n2}} + \ln C_1; \quad (5.19)$$

где  $C_1$  – постоянная интегрирования, определяемая из начальных условий ( $t = 0, \omega = \omega_{i^+}$ ):

$$C_1 = \frac{\omega_{i^+} - \omega_{\delta n2}}{\omega_{i^+} - \omega_{\delta n1}}.$$

Угловая скорость как функция времени может быть определена потенцированием уравнения (5.19):

$$\omega(t) = \frac{\omega_{\delta n1} - \tilde{N} \omega_{\delta n2} \dot{a}^{-\frac{t}{T_M}}}{\left(1 - C e^{-\frac{t}{T_M}}\right)}, \quad (5.20)$$

где  $\tilde{N} = \frac{I}{C_1}$  – постоянный коэффициент;

$T_i = \frac{J}{\alpha(\omega_{\delta n1} - \omega_{\delta n2})}$  – постоянная времени.

Чтобы получить уравнение переходных процессов для момента двигателя и момента статического сопротивления, необходимо во второе и третье уравнения системы (5.14) подставить выражение (5.20). Графики переходных процессов для угловой скорости и момента двигателя при пуске привода представлены на рис. 5.2, б.

Как видно из этих графиков, переходный процесс в приводе заканчивается за время, равное примерно трем – четырем механическим постоянным времени.

#### 5.4. Переходные процессы при пуске и торможении

## двигателя постоянного тока независимого возбуждения

Рассмотрим переходные процессы при пуске двигателя постоянного тока независимого возбуждения. Пуск двигателя производится подключением обмотки якоря к сети постоянного тока. Поскольку сопротивление обмотки якоря мало, прямой пуск двигателя недопустим, т.к. при отсутствии электродвижущей силы начальный пусковой ток и начальный пусковой момент двигателя превышают допустимые значения, для их ограничения в цепь якоря вводятся дополнительные сопротивления; пуск двигателя производится поэтапно в несколько ступеней. Число пусковых ступеней определяется необходимой плавностью, которую следует обеспечить при запуске привода. Чем больше пусковых сопротивлений, тем выше плавность, однако, большое число ступеней усложняет схему и снижает ее надежность.

Принципиальная схема пуска двигателя независимого возбуждения представлена на рис. 5.3, а. Как видно из приведенной схемы, пуск двигателя производится в три ступени. Для упрощения расчетов примем следующие допущения: поток возбуждения двигателя, напряжение сети и момент инерции привода являются постоянными величинами; индуктивностью обмотки якоря пренебрегаем,

$$L_{\dot{y}} = 0.$$

Переходные процессы при пуске двигателя описываются двумя уравнениями, одно из которых является основным уравнением движения привода, а другое - второй закон Кирхгофа для якорной цепи:

$$\left. \begin{aligned} M - M_c &= J \frac{d\omega}{dt}; \\ U &= E + IR, \end{aligned} \right\} \quad (5.21)$$

где  $I$  – ток якоря, А;

$E$  – электродвижущая сила обмотки якоря, В;

$R$  – сопротивление якорной цепи, Ом.

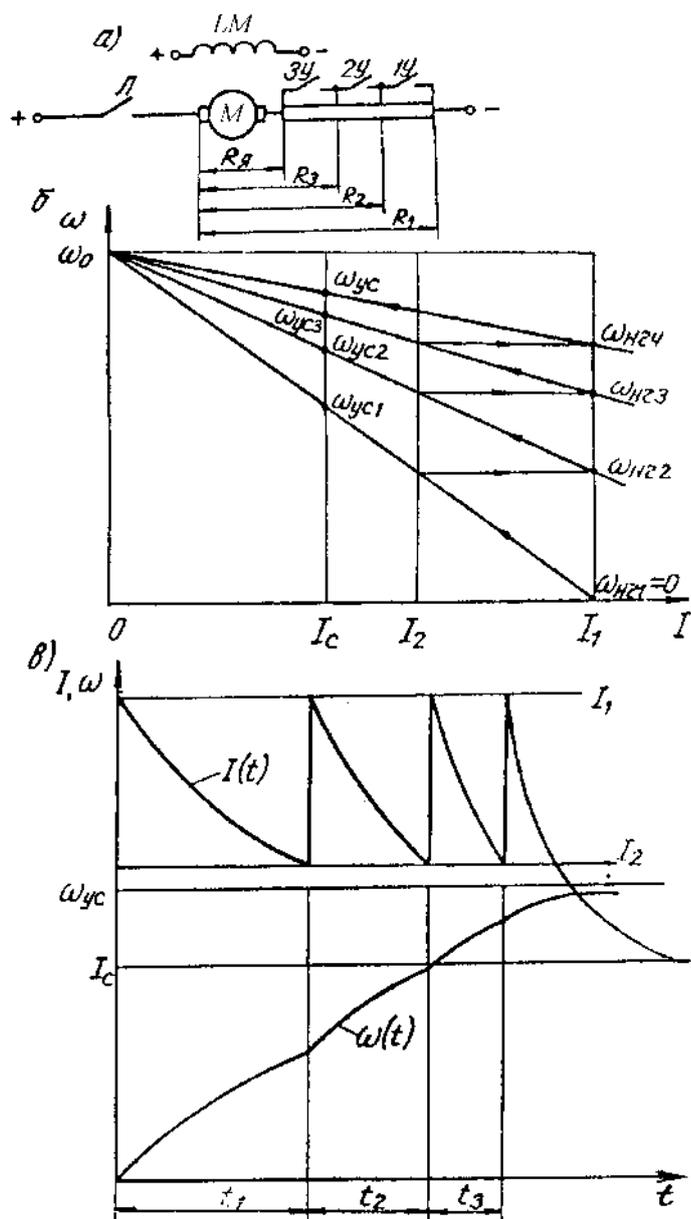


Рис. 5.3. Механические переходные процессы при пуске двигателя постоянного тока независимого возбуждения:

$a$  – схема пуска двигателя;  $b$  и  $в$  – графики переходных процессов

При постоянном потоке двигателя его момент и электродвижущая сила определяются следующим образом:

$$M = CI; \quad E = C\omega, \quad (5.22)$$

где  $C = k\Phi$  – константа;

$\Phi$  – поток возбуждения двигателя, Вб;

$$k = \frac{pN}{2\pi a} - \text{конструктивная постоянная двигателя.}$$

$$M = CI; \quad E = C\omega,$$

Система (5.21) с учетом выражений (5.22) принимает

вид:

$$\left. \begin{aligned} I &= J \frac{1}{C} \frac{d\omega}{dt} + \frac{1}{C} M_c; \\ \omega &= \frac{U}{C} - \frac{R}{C} I. \end{aligned} \right\} \quad (5.23)$$

В установившемся режиме работы производная  $\frac{d\omega}{dt} = 0$ , при постоянном моменте статического сопротивления установившиеся значения тока и частоты вращения равны соответственно:

$$\left. \begin{aligned} I_{\text{он}} &= \frac{\dot{I}_{\text{н}}}{C}; \\ \omega_{\text{он}} &= \frac{U}{C} - \frac{R}{C^2} \dot{I}_{\text{н}}. \end{aligned} \right\} \quad (5.24)$$

Подставив первое уравнение системы (5.23) во второе, после разделения переменных получим:

$$-\frac{dt}{J \frac{R}{C^2}} = \frac{d\omega}{\omega - \left( \frac{U}{C} - \frac{R}{C^2} M_c \right)}.$$

С учетом (5.24) последнее выражение приобретает вид:

$$-\frac{dt}{T_i} = \frac{d\omega}{\omega - \omega_{\text{он}}}, \quad (5.25)$$

где  $T_i = \frac{JR}{C^2}$  – постоянная времени привода.

Интегрируем обе части уравнения (5.25):

$$-\frac{t}{T_i} = \ln(\omega - \omega_{\text{он}}) + \ln C, \quad (5.26)$$

где  $C$  – постоянная интегрирования, определяемая из начальных условий:

$$t = 0; \quad \omega = \omega_{i\pm}; \quad C = -(\omega_{i\pm} - \omega_{\text{о\ddot{n}}}).$$

После потенцирования уравнения (5.26) получим выражение переходного процесса для угловой скорости:

$$\omega(t) = \omega_{\text{о\ddot{n}}} + (\omega_{i\pm} - \omega_{\text{о\ddot{n}}}) \dot{a}^{-\frac{t}{T_M}}. \quad (5.27)$$

Если второе уравнение системы (5.23) подставить в первое, то после простых преобразований получим дифференциальное уравнение для тока якоря:

$$-\frac{dt}{J \frac{R}{C^2}} = \frac{dI}{I - \frac{M_c}{C}};$$

или

$$-\int_0^t \frac{dt}{T_i} = \int_{I_i}^I \frac{dI}{(I - I_c)},$$

где  $I_c = \frac{M_c}{C}$  – ток статического сопротивления.

Уравнение переходного процесса для тока якоря имеет вид:

$$I(t) = I_{i\pm} \dot{a}^{-\frac{t}{T_M}} + I_c \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_M}} \right). \quad (5.28)$$

Графики  $\omega(t)$  и  $I(t)$  могут быть построены по выражениям (5.27) и (5.28) в которых значения постоянных величин  $\omega_{\text{о\ddot{n}}}$ ,  $\omega_{i\pm}$ ,  $T_i$  зависят от того, для какой ступени разгона рассматривается переходный процесс.

Проще всего значения этих величин могут быть получены с помощью пусковой диаграммы привода, представленной на рис. 5.3, б. Для первой ступени разгона имеем следующие значения параметров:

$$\omega_{i\pm} = 0, \quad \omega_{\text{о\ddot{n}}} = \omega_{\text{о\ddot{n}1}}, \quad I_{i2} = I_1, \quad T_i = T_{i1} = \frac{JR_1}{C^2},$$

где  $R_1 = \frac{U}{I_1}$  – сопротивление якорной цепи при пуске двигателя.

Уравнения переходных процессов (5.27) и (5.28) для первой ступени разгона:

$$\omega_I(t) = \omega_{\text{он1}} \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_{\text{м1}}}} \right); \quad (5.29)$$

$$I_I(t) = I_I \dot{a}^{-\frac{t}{T_{\text{м1}}}} + I_c \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_{\text{м1}}}} \right). \quad (5.30)$$

Аналогично получаются уравнения переходного процесса для любой ступени разгона привода.

Время разгона привода на первой пусковой характеристике определяется из выражения (5.30), если текущее значение тока приравнять току переключения,  $I_1(t_1) = I_2$ :

$$t_1 = T_{\text{и1}} \ln \left( \frac{I_1 - I_c}{I_2 - I_c} \right),$$

где  $t_1$  – время разгона привода на первой пусковой характеристике.

Аналогично определяется время разгона для других ступеней. Суммарное время разгона на искусственных характеристиках равно

$$t_p = \sum_1^n T_{\text{иn}} \ln \left( \frac{I_1 - I_c}{I_2 - I_c} \right).$$

Время разгона привода на естественной характеристике теоретически равно бесконечности. Практически переходный процесс можно считать законченным по истечении времени, равном трем – четырем постоянным времени привода. Полное время разгона:

$$T_\delta = t_\delta + 4T_i,$$

где  $T_i = \frac{JR_{\ddot{y}}}{\tilde{N}^2}$  – механическая постоянная времени привода, соответствующая естественной характеристике двигателя.

Графики переходных процессов для угловой скорости и тока якоря двигателя представлены на рис. 5.3, в. Как видно из этих графиков, ток якоря в процессе разгона изменяется от  $I_1$  (пусковой ток) до  $I_2$  (ток переключения); при шунтировании части сопротивления якорной цепи, время работы привода на каждой последующей ступени разгона уменьшается по сравнению с предыдущим:

$$t_1 > t_2 > t_3.$$

Для остановки и реверса двигателя постоянного тока независимого возбуждения, получающего питание от сети, могут быть использованы два тормозных режима: торможение противовключением и электродинамическое торможение. Для переходных процессов при торможении привода существенное значение имеет характер момента статического сопротивления. При активном моменте статического сопротивления его знак не меняется с изменением направления угловой скорости, и основное уравнение движения привода можно интегрировать от начального до установившегося режима работы. В случае реактивного момента статического сопротивления основное уравнение движения необходимо интегрировать по частям от начального значения угловой скорости до нуля и от нуля до установившегося режима работы. Это происходит потому, что реактивный момент статического сопротивления при изменении знака угловой скорости также меняет знак, следовательно, в основном уравнение движения привода необходимо изменить знак перед моментом статического сопротивления. Говорят, что в этом случае система имеет переменную структуру. Для таких систем переходные процессы рассчитываются по участкам, на которых их структура неизменна.

Торможение противовключением может быть получено изменением полярности напряжения, подводимого к работающему двигателю. Для ограничения тормозного тока в цепь якоря вводят дополнительное

сопротивление, как показано на рис. 5.4, а. Статические характеристики привода для торможения противовключением при реактивном моменте статического сопротивления показаны на рис. 5.4, б. При пуске привода замыкаются контакты вперед “В”. Чтобы произвести торможение противовключением, необходимо разомкнуть контакты “В” и замкнуть контакты назад “Н”. При этом привод мгновенно переходит из точки *E* на естественной характеристике в точку *A* на характеристике *AB* торможения противовключением. В точке *A* на привод действует отрицательный момент двигателя и отрицательный момент статического сопротивления. Под действием суммарного отрицательного момента привод тормозится, направление движения привода из точки *A* в точку *B* показано стрелкой. На участке *AB* переходный процесс в приводе описывается системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} M - M_c &= J \frac{d\omega}{dt}; \\ -U &= E + IR. \end{aligned} \right\} \quad (5.31)$$

Первое уравнение системы (5.31) – основное уравнение движения привода, а второе – закон Кирхгофа для якорной цепи при торможении противовключением (индуктивностью якорной обмотки мы пренебрегли). Считаем приведенный момент инерции системы постоянным, момент статического сопротивления реактивным и неизменным, как показано на графике рис. 5.4, б.

Электромагнитный момент и электродвижущая сила обмотки якоря для двигателя с независимым возбуждением

$$M = CI; \quad E = C\omega.$$

Второе уравнение системы с учетом последних выражений примет вид:

$$\omega = -\frac{U}{C} - \frac{R}{C^2}M. \quad (5.32)$$

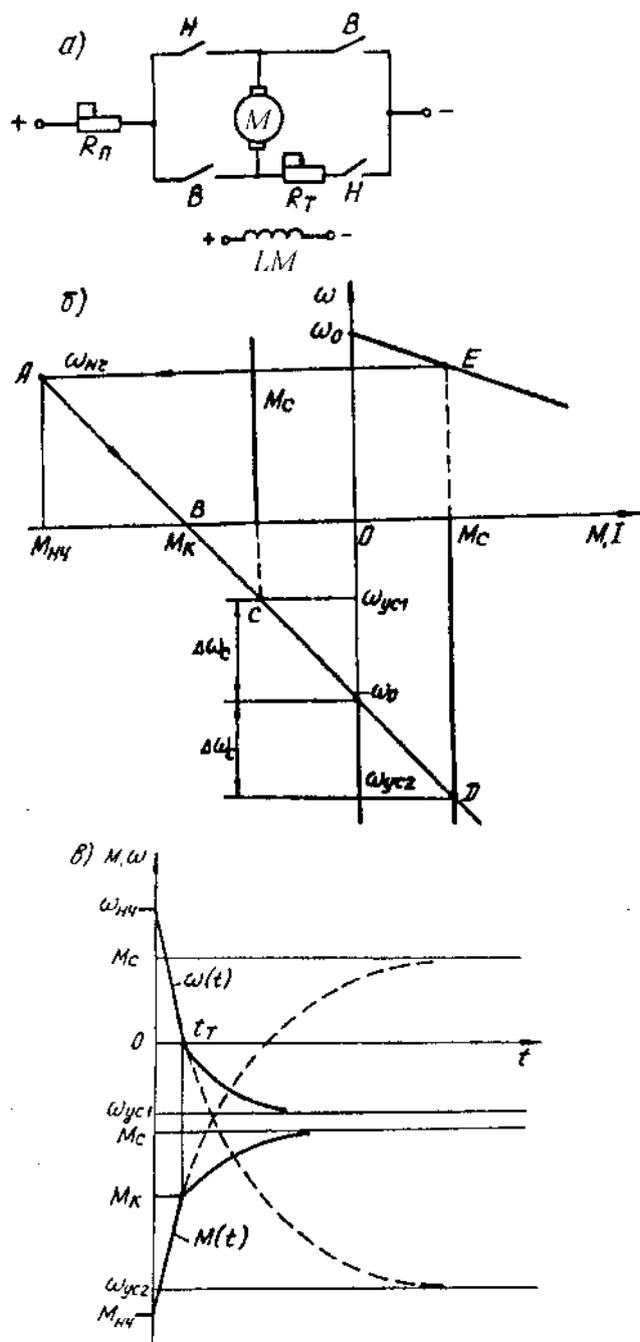


Рис. 5.4. Механические переходные процессы при торможении противовключением

двигателя постоянного тока независимого возбуждения:

*a* – схема торможения; *б* – механические характеристики; *в* – графики переходного процесса

Если выражение (5.32) продифференцировать по времени и полученную производную от скорости вращения подставить в первое уравнение для момента двигателя

$$J \frac{R}{C^2} \frac{dM}{dt} + M = M_c. \quad (5.33)$$

Если из уравнения (5.32) определить момент и подставить в первое уравнение системы (5.31), то получим дифференциальное уравнение для угловой скорости вращения вала двигателя

$$T_i \frac{d\omega}{dt} + \omega = \omega_{\text{он}}, \quad (5.34)$$

где  $\omega_{\text{он}} = -\frac{U}{C} - \frac{R}{C^2} M_c$  – установившаяся угловая скорость вращения вала двигателя;

$$T_i = \frac{JR}{C^2} \quad \text{– механическая постоянная времени привода;}$$

$$R = R_y + R_i + R_o \quad \text{– полное сопротивление якорной цепи.}$$

Следует помнить, что система (5.31) и дифференциальные уравнения (5.33) и (5.34) справедливы при изменении момента двигателя от  $M_{i^+}$  до  $M_{\hat{e}}$  и изменении угловой скорости вращения вала двигателя от  $\omega_{i^+}$  до  $\omega = 0$ .

Решение дифференциального уравнения (5.33) имеет вид:

$$M(t) = M_{i^+} e^{-\frac{t}{T_M}} + M_c \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_M}} \right), \quad (5.35)$$

где  $M_{i^+}$  – начальное значение тормозного момента двигателя.

Начальный тормозной момент может быть определен из второго уравнения системы (5.31):

$$M_{i^+} = CI_{i^+} = -\frac{(U + E)C}{R},$$

$$\text{или } M_{i\pm} = -\frac{\tilde{N}^2}{R}(\omega_0 + \omega_{i\pm}).$$

Начальным тормозным моментом обычно задаются, исходя из перегрузочной способности двигателя,  $M_{i\pm} = -2M_i$ . При этом можно определить необходимое значение полного сопротивления якорной цепи и механическую постоянную времени привода:

$$R = \frac{C^2(\omega_0 + \omega_{i\pm})}{2I_i}; \quad T_i = \frac{JR}{C^2}.$$

Дифференциальное уравнение (5.34) имеет следующее решение:

$$\omega(t) = \omega_{i\pm} e^{-\frac{t}{T_M}} + \omega_{\text{он}} \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_M}} \right), \quad (5.36)$$

Для определения времени торможения привода необходимо в выражение (5.36) подставить значения  $t = t_\delta$  и  $\omega(t_\delta) = 0$ . Время торможения равно:

$$t_\delta = T_i \ln \left( \frac{\omega_0 + \omega_{i\pm} + \Delta\omega_{\text{н}}}{\omega_0 + \Delta\omega_{\text{н}}} \right). \quad (5.37)$$

где  $\Delta\omega_c = \frac{R}{C^2} M_c$  – перепад угловой скорости, вызванный нагрузкой.

Таким образом, уравнения переходных процессов (5.35) и (5.36) справедливы на интервале времени  $0 \leq t \leq t_\delta$ .

При изменении направления угловой скорости реактивный момент статического сопротивления изменяет знак. В этом случае привод описывается следующей системой уравнений:

$$M + M_{\text{н}} = J \frac{d\omega}{dt}, \quad (5.38)$$

$$-U = E + IR. \quad (5.39)$$

Из (5.38) и (5.39) может быть получено дифференциальное уравнение для скорости вращения вала двигателя:

$$T_i \frac{d\omega}{dt} + \omega = \omega_{ycl}, \quad (5.40)$$

где  $\omega_{\text{он1}} = -\omega_0 + \frac{R}{C^2} M_{\text{н}}$  – установившаяся частота вращения вала двигателя.

Решения уравнений (5.39) и (5.40) имеют вид:

$$M(t) = M_{i\pm} e^{-\frac{t}{T_M}} - M_c \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_M}} \right), \quad (5.41)$$

$$\omega(t) = \omega_{ycl} \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_M}} \right), \quad (5.42)$$

где  $M_{i\pm} = M_{\text{е}}$  – начальный момент двигателя;

$\omega_{\text{он1}} = -\omega_0 + \Delta\omega$  – установившаяся угловая скорость вращения вала двигателя.

Графики переходных процессов при торможении противовключением в приводе с реактивным моментом статического сопротивления показаны на рис. 5.4, в сплошной линией.

При активном моменте статического сопротивления система (5.31), дифференциальные уравнения (5.33), (5.34) и уравнения переходных процессов (5.35) и (5.36) справедливы на всем диапазоне изменения момента и угловой скорости вращения вала двигателя. Графики переходных процессов для этого случая представлены на рис. 5.4, в пунктирной линией.

Если якорь работающего двигателя отключить от сети и замкнуть на сопротивление, а обмотку возбуждения оставить подключенной к сети, то электрическая машина перейдет в режим электродинамического торможения.

При реактивном моменте статического сопротивления переходный процесс закончится остановкой привода, поскольку реактивный момент препятствует движению и не может быть причиной движения. При активном моменте статического сопротивления после окончания переходного процесса рабочая машина вращает электрический двигатель, который работает в качестве

генератора, полученная электрическая энергия преобразуется в тепло и рассеивается в якорной цепи двигателя. Электрическая схема для получения режима электродинамического торможения и механические характеристики двигателя показаны на рис.5.5, *а* и *б*.

Переходные процессы в приводе описываются следующей системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} M - M_c &= J \frac{d\omega}{dt}; \\ 0 &= E + IR. \end{aligned} \right\} \quad (5.43)$$

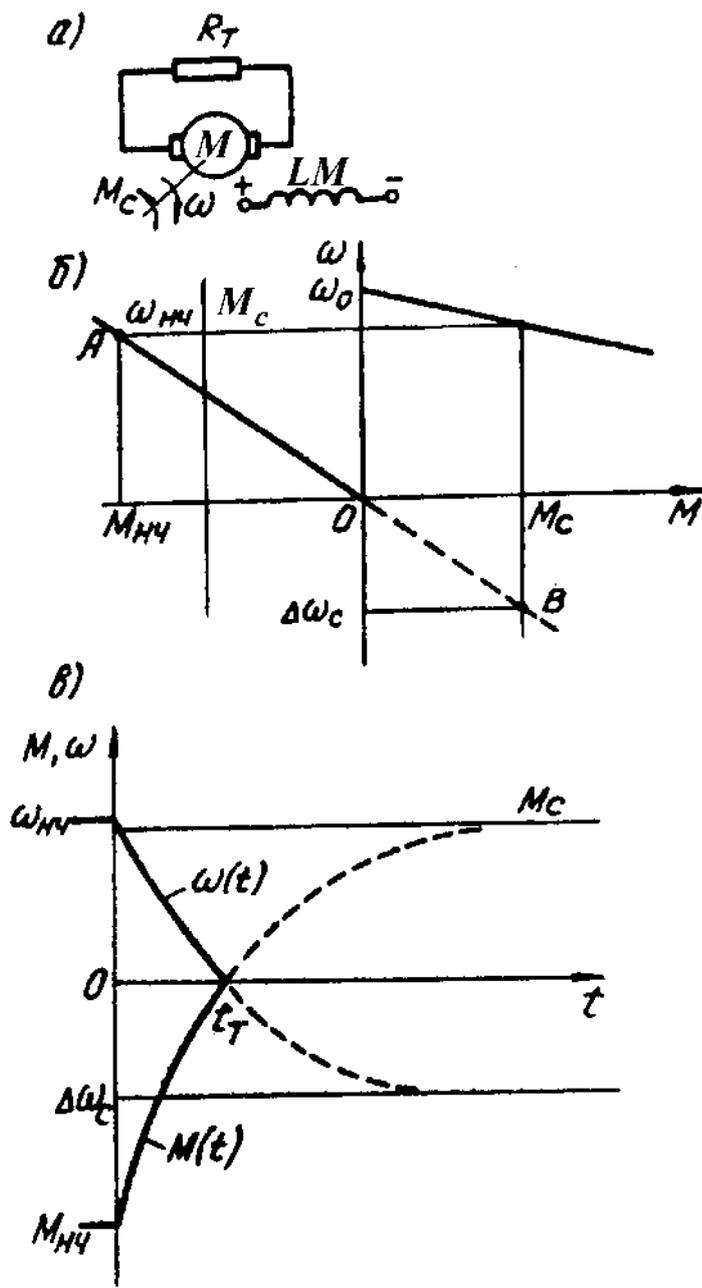


Рис. 5.5. Механические переходные процессы при электродинамическом торможении двигателя постоянного тока независимого возбуждения:  
*a* – схема торможения; *б* – механические характеристики; *в* – графики переходных процессов

Последнее уравнение системы (5.43) выражает второй закон Кирхгофа для якорной цепи.

Решая систему (5.43) относительно скорости вращения вала двигателя, получим:

$$T_i \frac{d\omega}{dt} + \omega = \omega_{yc}, \quad (5.44)$$

где  $\omega_{yc} = -\Delta\omega_c = -\frac{R}{C^2} M_c$  – установившаяся скорость вращения вала двигателя (при активном моменте статического сопротивления).

Дифференциальное уравнение для момента, развиваемого двигателем, имеет вид:

$$T_i \frac{dM}{dt} + M = M_c. \quad (5.45)$$

Уравнение переходного процесса для момента двигателя

$$M(t) = M_{i\pm} e^{-\frac{t}{T_M}} + M_c \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_M}} \right), \quad (5.46)$$

где  $M_{i\pm}$  – начальный тормозной момент двигателя.

Задаваясь величиной начального тормозного момента двигателя по условиям допустимой механической перегрузки, можно определить полное сопротивление якорной цепи двигателя и механическую постоянную времени привода.

$$R = R_y + R_\delta = \frac{c^2 \omega_{i\pm}}{2I_i}; \quad T_i = J \frac{R}{C^2}.$$

Уравнение переходного процесса для частоты вращения вала двигателя определяется решением дифференциального уравнения (5.44):

$$\omega(t) = \omega_{i\pm} e^{-\frac{t}{T_M}} + \omega_c \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_M}} \right), \quad (5.47)$$

Если в выражение (5.47) подставить время торможения  $t = t_T$ . Из полученного уравнения определяем время до полной остановки привода

$$t_{\delta} = T_i \ln \left( \frac{\omega_{i\bar{a}} + \Delta\omega_{\bar{n}}}{\Delta\omega_{\bar{n}}} \right).$$

Графики переходных процессов при электродинамическом торможении показаны на рис.5.5, в сплошной линией для реактивного момента и пунктирной линией – для активного момента статического сопротивления.

**5.5. Механические переходные процессы в приводе с моментом статического сопротивления, изменяющимся по гармоническому закону, и линейной механической характеристикой двигателя**

Некоторые механизмы (поршневые компрессоры и насосы) имеют периодический момент статического сопротивления, который (в простейших случаях) можно разложить на две составляющие: постоянную  $M_{\bar{n}}$  и гармоническую с амплитудой  $M_m$  и угловой частотой  $k$ :

$$M_{\bar{n}}(t) = M_{\bar{n}\delta} + M_m \sin kt \quad (5.48)$$

Основное уравнение движения привода и механическую характеристику двигателя примем как в системе (5.1):

$$\left. \begin{aligned} M - M_c &= J \frac{d\omega}{dt}; \\ \omega &= \omega_0 - \frac{1}{\beta} M. \end{aligned} \right\} \quad (5.49)$$

Графики механической характеристики двигателя и рабочей машины представлены на рис. 5.6, а.

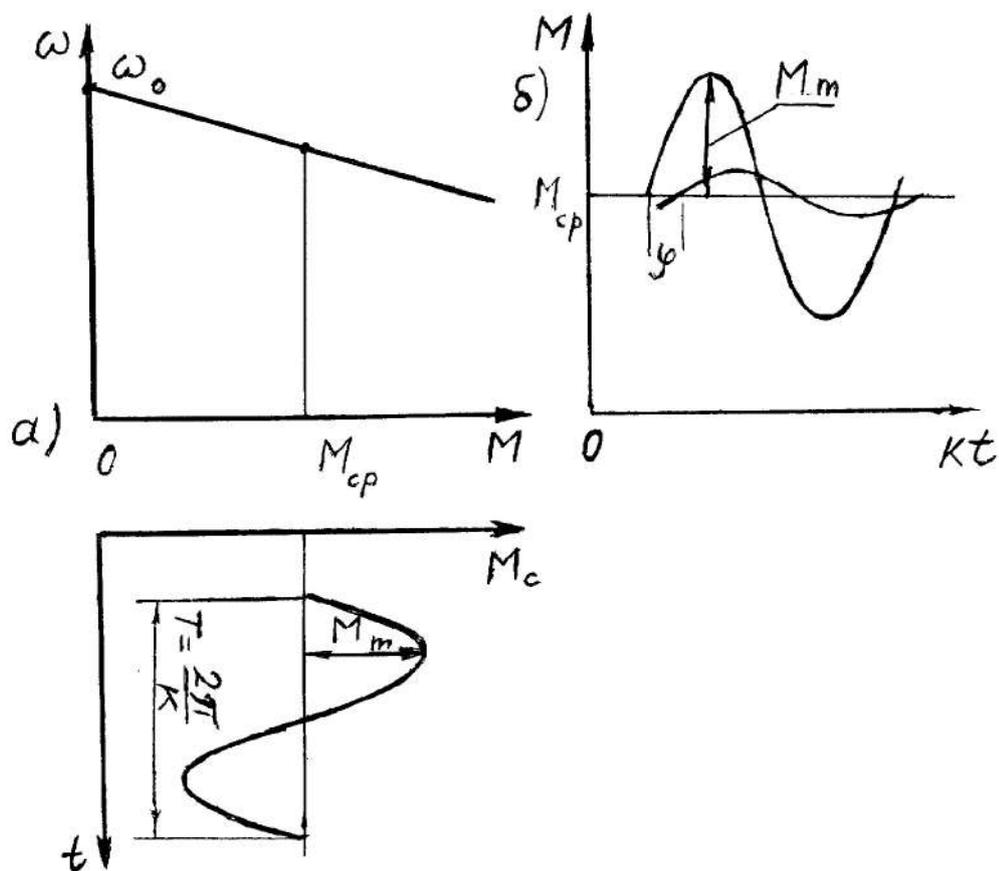


Рис 5.6. Механические переходные процессы в приводе с моментом статического

сопротивления, изменяющимся по гармоническому закону:

*a* – механические характеристики; *б* – графики установившихся колебаний момента

двигателя и момента сопротивления

Решив совместно уравнения (5.48) и (5.49) относительно момента двигателя, получим:

$$T_i \frac{dM}{dt} + M = M_{\text{нб}} + M_m \sin kt. \quad (5.50)$$

Решение уравнения (5.50) содержит свободную и вынужденную составляющие; свободная составляющая описывает поведение системы,

когда на нее не действуют ни задание, ни возмущение; она описывается уравнением:

$$\frac{dM_{\dot{n}\dot{a}}}{dt} + M_{\dot{n}\dot{a}} = 0. \quad (5.51)$$

Вынужденная составляющая описывает поведение системы после окончания переходного процесса; эту составляющую определяют подбором коэффициентов уравнения:

$$M_{\dot{a}} = A + B \sin kt + C \cos kt. \quad (5.52)$$

Решением уравнения (5.51) будет:

$$M_{\dot{n}\dot{a}} = D e^{-\frac{t}{T_M}},$$

где  $D$  – постоянная интегрирования, определяемая из начальных условий.

Очевидно, что с течением времени свободная составляющая переходного процесса стремится к нулю, а момент двигателя будет совершать установившиеся гармонические колебания под действием момента статического сопротивления. Уравнение (5.52) является частным решением дифференциального уравнения (5.50), следовательно, при его подстановке в (5.50) будет получено тождество, т.е. выражение, справедливое для любого значения времени. Это позволяет определить коэффициенты  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Произведя названную операцию, получим:

$$BkT_i \cos kt - CkT_i \sin kt + A + B \sin kt + C \cos kt = M_{\dot{n}\dot{\delta}} + M_m \sin kt.$$

Приравнивая коэффициенты тождества при одинаковых функциях справа и слева, получим:

$$\left. \begin{array}{l} A = M_{\dot{n}\dot{\delta}}; \\ BkT_i + C = 0; \\ B - CkT_i = M_m. \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} B = \frac{M_m}{1 + k^2 T_i^2} \\ C = -M_m \frac{kT_i}{1 + k^2 T_i^2} \end{array} \right\} \quad (5.53)$$

Теперь решение уравнения (5.50) будет выглядеть следующим образом:

$$M(t) = De^{-\frac{t}{T_m}} + M_{\text{н\ddot{o}}} + \frac{M_m}{1+k^2T_i^2} \sin kt - \frac{kT_i M_m}{1+k^2T_i^2} \cos kt.$$

Экспоненциальная составляющая быстро затухает и в установившемся режиме работы двигателя его момент будет изменяться по закону:

$$M(t) = M_{\text{н\ddot{o}}} + \frac{M_m}{1+k^2T_i^2} \sin kt - \frac{kT_i M_m}{1+k^2T_i^2} \cos kt.$$

Последнее уравнение преобразуем следующим образом:

$$M(t) = M_{\text{н\ddot{o}}} + \frac{M_m}{\sqrt{1+k^2T_i^2}} \left[ \frac{\sin kt}{\sqrt{1+k^2T_i^2}} - \frac{kT_i \cos kt}{\sqrt{1+k^2T_i^2}} \right].$$

Выражение в квадратных скобках можно заменить одной гармоникой с частотой  $k$ :

$$M(t) = M_{\text{н\ddot{o}}} + M_{mg} \sin(kt - \varphi), \quad (5.54)$$

где  $M_{mg} = \frac{M_m}{\sqrt{1+k^2T_i^2}}$  – амплитуда колебания момента двигателя,

$\varphi = \arctg kT_i$  – сдвиг по фазе колебаний момента двигателя и момента сопротивления.

Таким образом, при механических переходных процессах в приводе с линейными характеристиками электродвигателя гармонические колебания момента сопротивления приводят к гармоническим колебаниям момента двигателя той же частоты, но меньшей амплитуды:

$$M_{mg} = \frac{M_m}{\sqrt{1+k^2T_i^2}} < M_m$$

и со сдвигом по фазе  $\varphi$ . Сдвиг по фазе зависит от частоты вынужденных колебаний нагрузки  $k$  и механической постоянной времени привода  $T_i$ . С увеличением частоты и момента инерции сдвиг по фазе (отставание вектора момента двигателя от вектора момента сопротивления) увеличивается.

С увеличением частоты вынужденных колебаний  $k$  и постоянной времени  $T_i$  амплитуда вынужденных колебаний двигателя уменьшается. Частота вынужденных колебаний чаще всего бывает постоянной (зависит от конструкции кривошипно-шатунного механизма) или случайной величиной. Другой параметр (постоянная времени  $T_i$ ) зависит от приведенного момента инерции привода  $J$  и жесткости механической характеристики двигателя. При абсолютно жесткой характеристике привода ( $\beta = \infty$ ) постоянная времени  $T_i = 0$  и амплитуды гармоник моментов двигателя и механизма равны (привод воспроизводит все колебания нагрузки без отставания по фазе,  $\varphi = 0$ ). При абсолютно мягкой характеристике двигателя ( $\beta = 0$ ) постоянная времени  $T_i = \infty$  амплитуда момента двигателя равна нулю (двигатель гасит колебания нагрузки и поддерживает постоянное значение момента  $M = M_{\text{н\ddot{o}}}$ ). С увеличением приведенного момента инерции привода амплитуда гармонической составляющей момента двигателя уменьшается. Поэтому на механизмы, совершающие возвратно-поступательное движение исполнительного органа (щечковые дробилки), с целью снижения динамических нагрузок устанавливают маховики. График зависимости момента двигателя в установившемся режиме работы при гармоническом законе изменения момента сопротивления представлен на рис. 5.6, б. В случаях, когда момент статического сопротивления носит более сложный характер, график зависимости  $M_{\text{н}}(t)$  можно разложить в ряд Фурье:

$$M_{\text{н}}(t) = M_{\text{н\ddot{o}}} + \sum M_i \sin(kit + \varphi_i),$$

где  $M_{\text{н\ddot{o}}}$  – среднее значение статического момента;

$M_i$  – амплитуда  $i$ -той гармоники;

$\varphi_i$  – начальная фаза  $i$ -той гармоники;

$k$  – угловая частота основной (первой) гармоники.

Дифференциальное уравнение движения привода в этом случае примет вид:

$$T_i \frac{dM}{dt} + M = M_{\text{н\ddot{o}}} + \sum M_i \sin(kit + \varphi_i).$$

Это уравнение линейное и при его решении может быть применен принцип суперпозиции (наложения).

### 5.6. Переходные процессы в приводах с трехфазными асинхронными двигателями

Рассмотрим механические переходные процессы в приводе с асинхронным двигателем с короткозамкнутым ротором при постоянном моменте статического сопротивления. Пуск таких двигателей небольшой и средней мощности осуществляется обычно при полном напряжении, приложенном к обмотке статора. Механическая характеристика привода приведена на рис. 5.7, а. Переходные процессы в приводе описываются следующей системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} M - M_c &= J \frac{d\omega}{dt}; \\ M &= \frac{2M_{\hat{\epsilon}}}{\left( \frac{S}{S_{\hat{\epsilon}}} + \frac{S_{\hat{\epsilon}}}{S} \right)}; \\ M_c &= \text{const}, \end{aligned} \right\} \quad (5.55)$$

где  $S = \frac{(\omega_0 - \omega)}{\omega_0}$  – скольжение двигателя;

$S_{\hat{\epsilon}}$  – критическое скольжение;

$M_{\hat{\epsilon}}$  – критический момент.

Установившееся значение скольжения находится совместным решением второго и третьего уравнения системы (5.55):

$$S_{\acute{o}\grave{n}1} = S_{\acute{e}} \left[ \left( \frac{M_{\acute{e}}}{M_c} \right) - \sqrt{\left( \left( \frac{M_{\acute{e}}}{M_c} \right)^2 - 1 \right)} \right]; \quad (5.56)$$

$$S_{\acute{o}\grave{n}2} = S_{\acute{e}} \left[ \left( \frac{M_{\acute{e}}}{M_c} \right) + \sqrt{\left( \left( \frac{M_{\acute{e}}}{M_c} \right)^2 - 1 \right)} \right]. \quad (5.57)$$

Реальный физический смысл имеет только  $S_{\acute{o}\grave{n}1}$ . В основное уравнение движения привода подставляем выражение момента асинхронного двигателя:

$$\frac{2M_{\acute{e}}}{\left( \frac{S}{S_{\acute{e}}} + \frac{S_{\acute{e}}}{S} \right)} - M_c = J \frac{d\omega}{dt}. \quad (5.58)$$

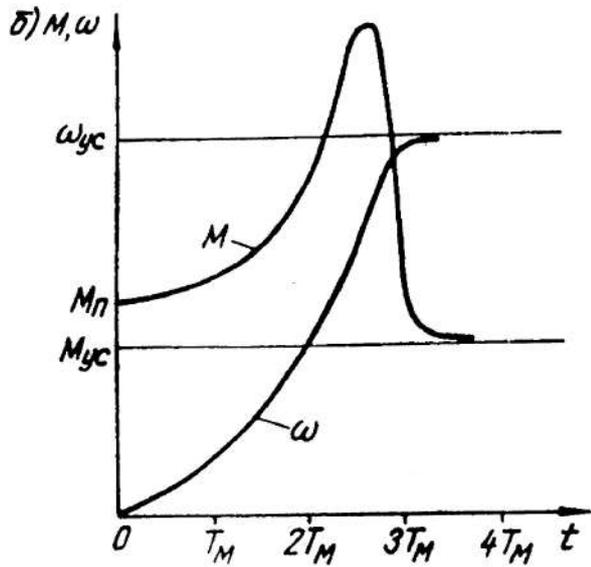
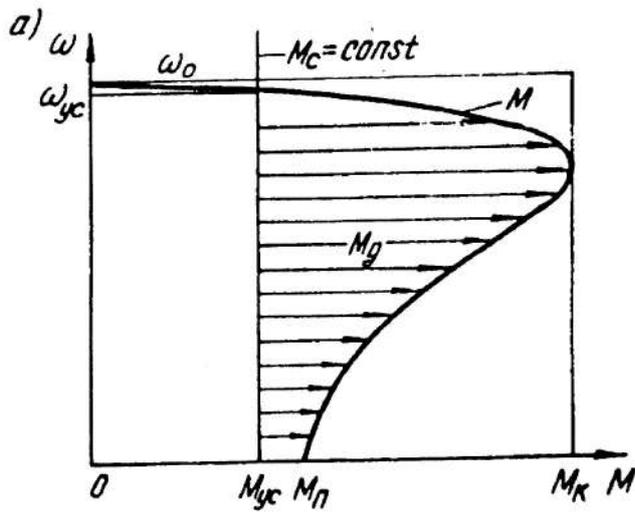


Рис. 5.7. Механические переходные процессы при пуске асинхронного двигателя:

*a* – механические характеристики; *б* – графики переходных процессов

Известно, что  $\omega = \omega_0(1 - S)$ , тогда  $\frac{d\omega}{dt} = -\frac{\omega_0 dS}{dt}$ .

После простых преобразований выражение (5.58) принимает вид:

$$dt = J \frac{\omega_0}{M_c} \frac{(S^2 + S_{\hat{e}}^2) dS}{(S^2 - (M_{\hat{e}} / M_c) S_{\hat{e}} S + S_{\hat{e}}^2)} \quad (5.59)$$

Выражение (5.59) преобразуем следующим образом:

$$dt = T_i \left( \frac{M_{\hat{e}}}{M_c} \right) \left[ 1 + \frac{2 \left( \frac{M_{\hat{e}}}{M_c} \right) S_{\hat{e}} S}{(S - S_{\hat{o}\hat{n}1})(S - S_{\hat{o}\hat{n}2})} \right] dS;$$

$$dt = T_i \left( \frac{M_{\hat{e}}}{M_c} \right) \left\{ 1 - \frac{2 \left( \frac{M_{\hat{e}}}{M_c} \right) S_{\hat{e}}}{(S_{\hat{o}\hat{n}2} - S_{\hat{o}\hat{n}1})} \left[ \frac{S_{\hat{o}\hat{n}1}}{S - S_{\hat{o}\hat{n}1}} - \frac{S_{\hat{o}\hat{n}2}}{S - S_{\hat{o}\hat{n}2}} \right] \right\} dS ;$$

Интегрируя последнее уравнение, получим:

$$\frac{t}{T_i} = \frac{\dot{I}_{\hat{e}}}{\dot{I}_{\hat{n}}} (S - S_{i^{\pm}}) + \frac{2 \left( \frac{\dot{I}_{\hat{e}}}{\dot{I}_{\hat{n}}} \right)^2 S_{\hat{e}}}{S_{\hat{o}\hat{n}2} - S_{\hat{o}\hat{n}1}} \times$$

$$\times \left[ S_{\hat{o}\hat{n}2} \ln \frac{S - S_{\hat{o}\hat{n}2}}{S_{i^{\pm}} - S_{\hat{o}\hat{n}2}} - S_{\hat{o}\hat{n}1} \ln \frac{S - S_{\hat{o}\hat{n}1}}{S_{i^{\pm}} - S_{\hat{o}\hat{n}1}} \right], \quad (5.60)$$

где  $T_i = J \frac{\omega_0}{M_{\hat{e}}}$  – постоянная времени;

$S_{\hat{o}\hat{n}1}$  и  $S_{\hat{o}\hat{n}2}$  – установившиеся значения скольжения, определяются по выражениям (5.56) и (5.57);

$S_{i^{\pm}}$  – начальное значение скольжения.

Задаваясь текущими значениями скольжения, по выражению (5.60) и второму уравнению системы (5.55) можно определить зависимости момента и скольжения (или угловой скорости) от времени; эти зависимости для случая пуска привода представлены на графиках рис. 5.7, б. Как видно из этих графиков, ускорение привода достигает наибольшего значения при максимальном значении момента; переходный процесс заканчивается за время, равное примерно трехкратному значению механической постоянной времени.

## 5.7. Электромагнитные переходные процессы

Электромагнитные переходные процессы протекают в цепях, содержащих катушки индуктивности, и связаны с изменением электромагнитного поля. Электромагнитные переходные процессы возникают в приводе при регулировании тока в обмотках возбуждения электрических машин и изменении тока якорной цепи. С целью аналитического исследования электромагнитных переходных процессов необходимо принять некоторые упрощения. Например, влиянием вихревых токов и гистерезисом кривой намагничивания обычно пренебрегают. Магнитный поток двигателя независимого возбуждения считают постоянным, в противном случае поведение привода в переходных режимах описывается нелинейной системой дифференциальных уравнений, т.к. электромагнитный момент двигателя определяется произведением тока якоря на поток возбуждения. В системе генератор-двигатель насыщением стали генератора обычно пренебрегают, и характеристику холостого хода генератора считают линейной, чему соответствует неизменное значение индуктивности обмотки возбуждения генератора. При этом переходные процессы в обмотке возбуждения генератора можно рассматривать независимо от остальных переходных процессов, протекающих в приводе.

Скорость протекания электромагнитного переходного процесса зависит от индуктивности обмоток. Большой индуктивностью обладают обмотки возбуждения электрических машин постоянного тока, обмотка якоря машины постоянного тока имеет гораздо меньшее значение индуктивности и поэтому ею иногда пренебрегают.

Рассмотрим электромагнитный переходный процесс в обмотке возбуждения генератора постоянного тока. На рис.5.8, а представлена схема подключения обмотки к источнику постоянного тока. При замыкании контакта В

начинается переходный процесс, который описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$U_{\hat{a}} = i_{\hat{a}} R_{\hat{a}} + L_{\hat{a}} \frac{di_{\hat{a}}}{dt},$$

где  $U_{\hat{a}}$  – напряжение, приложенное к обмотке возбуждения, В;

$i_{\hat{a}}$  – ток, протекающий по обмотке возбуждения, А;

$R_{\hat{a}}$  – активное сопротивление обмотки возбуждения, Ом;

$L = \frac{d\psi}{di}$  – индуктивность обмотки возбуждения, Гн;

$\psi$  – потокосцепление, Вб.

При ненасыщенной магнитной системе индуктивность катушки возбуждения является неизменной. Поделив обе части выражения на активное сопротивление обмотки, получим:

$$T_{\hat{a}} \frac{di_{\hat{a}}}{dt} + i_{\hat{a}} = i_{\hat{a}0}, \quad (5.61)$$

где  $T_{\hat{a}} = \frac{L_{\hat{a}}}{R_{\hat{a}}}$  – электромагнитная постоянная времени обмотки возбуждения;

$i_{\hat{a}0} = \frac{U_{\hat{a}}}{R_{\hat{a}}}$  – установившееся значение тока в обмотке возбуждения.

Выражение (5.61) представляет собой обыкновенное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами, его решение имеет вид:

$$i_{\hat{a}}(t) = i_{\hat{a}i2} \bar{a}^{-t/T_{\hat{a}}} + i_{\hat{a}0} (1 - \bar{a}^{-t/T_{\hat{a}}}), \quad (5.62)$$

где  $i_{\hat{a}i2}$  – начальное значение тока возбуждения.

До замыкания контакта В (рис. 5.8, а) ток возбуждения был равен нулю, выражение (5.62) при этом несколько упрощается.

$$i_{\hat{a}}(t) = i_{\hat{a}0} (1 - \bar{a}^{-t/T_{\hat{a}}}), \quad (5.63)$$

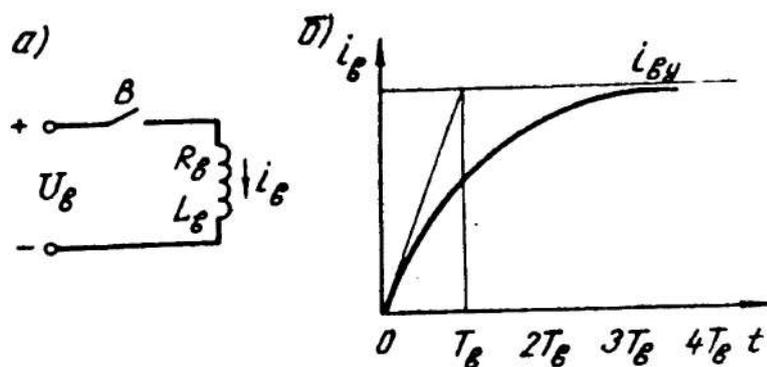


Рис 5.8. Переходный процесс возбуждения генератора постоянного тока:

*a* – электрическая схема питания обмотки возбуждения генератора постоянного тока; *б* – график переходного процесса

Выражению (5.63) Соответствует график переходного процесса, представленный на рис. 5.8, *б*. Как видно из этого графика, переходный процесс при возбуждении генератора заканчивается за время, приблизительно равное четырехкратному значению электромагнитной постоянной времени обмотки возбуждения. Мощные генераторы имеют постоянную времени обмотки возбуждения порядка 2 с. Если не принять дополнительных мер, то время переходных процессов при возбуждении генератора будет очень велико, что повлечет снижение производительности производственной машины.

С целью сокращения длительности переходного процесса применяют форсировку возбуждения, для форсировки переходного процесса к обмотке возбуждения прикладывается напряжение, в несколько раз превышающее номинальное значение:

$$U_{\dot{a}}' = \alpha U_{\dot{a}i} \quad (5.64)$$

где  $U_{\dot{a}}'$  – приложенное напряжение;

$U_{\dot{a}i}$  – номинальное напряжение обмотки возбуждения;

$\alpha$  – коэффициент форсировки.

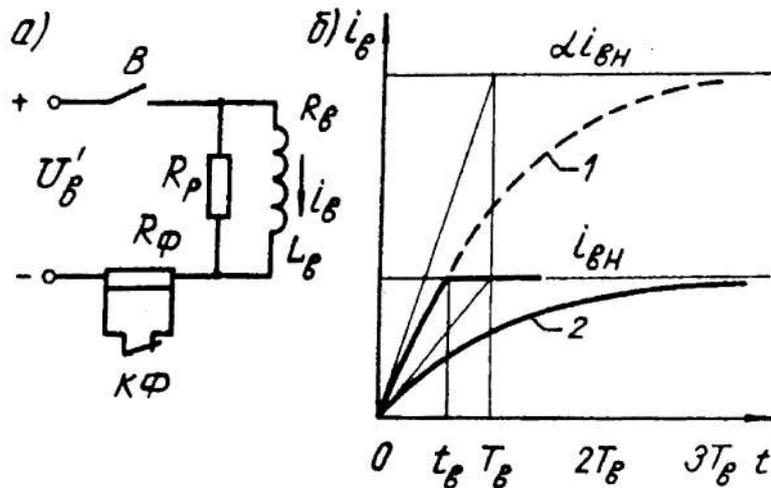


Рис. 5.9. Форсировка процесса возбуждения:

*a* – схема форсировки; *б* – графики переходных процессов

Коэффициент форсировки обычно принимают равным  $2 \div 4$ . Дальнейшее увеличение коэффициента форсировки мало влияет на сокращение длительности переходного процесса. На рис. 5.9 показана схема и график для тока возбуждения генератора при форсировании переходного процесса. Для ограничения установившегося значения тока возбуждения генератора применяется форсировочное сопротивление (резистор  $R_\delta$ ), которое на время переходного процесса замкнуто контактом  $K\Phi$ . При достижении тока возбуждения номинального значения контакт  $K\Phi$  размыкается, переходный процесс при этом заканчивается. Резистор  $R_\delta$  служит для рассеивания электромагнитной энергии при отключении обмотки возбуждения от источника питания.

Рассмотрим переходный процесс при возбуждении генератора с форсировкой. Уравнение равновесия напряжения для цепи возбуждения при форсировке (рис. 5.9, а) запишется в следующем виде:

$$U'_a = i_a R_a + L_a \frac{di_a}{dt},$$

или с учетом (5.64):

$$T_{\hat{a}} \frac{di_{\hat{a}}}{dt} + i_{\hat{a}} = \alpha \frac{U_{\hat{a}i}}{R_{\hat{a}}}. \quad (5.65)$$

Решение дифференциального уравнения (5.65)

$$i_{\hat{a}}(t) = \alpha i_{\hat{a}0} \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_{\hat{a}}}} \right). \quad (5.66)$$

Уравнение (5.65) и (5.66) справедливы только на интервале времени  $0 \leq t \leq t_{\hat{a}}$ , где  $t_{\hat{a}}$  – время возбуждения, за это время ток возрастает до номинального значения  $i_{\hat{a}i}$ .

Подставляя в (5.66) значение  $i_{\hat{a}} = i_{\hat{a}i}$  и  $t = t_{\hat{a}}$ , получим выражение для определения времени возбуждения:

$$t_{\hat{a}} = T_{\hat{a}} \ln \frac{\alpha}{\alpha - 1}.$$

На рис. 5.9, б приведены графики переходных процессов с форсировкой (кривая 1) и без форсировки (кривая 2). При  $\alpha = 2$  время возбуждения равно  $0,693T$ . Если время переходного процесса без форсировки составляет  $3T$ , то при форсировке оно уменьшится более чем в четыре раза.

Рассмотрим переходные процессы в приводе с двигателем постоянного тока независимого возбуждения с учетом индуктивности обмотки якоря, приведенный момент инерции системы и момент статического сопротивления считаем постоянными, а поток возбуждения двигателя – равным номинальному. Наличие индуктивности в якорной цепи приводит к тому, что при включении якоря в сеть ток в обмотке изменяется не мгновенно, а плавно нарастает от нуля до установившегося значения. Момент двигателя изменяется пропорционально току якоря, следовательно, в какой-то промежуток времени, называемый временем запаздывания, момент двигателя меньше момента статического сопротивления. При реактивном ха-

рактуре момента статического сопротивления привод останется в неподвижном состоянии до тех пор пока момент двигателя не превысит момент статического сопротивления механизма. Таким образом переходный процесс следует рассматривать по участкам. На первом участке двигатель включен в сеть и неподвижен, ток двигателя плавно нарастает от нуля до тока, определяемого моментом статического сопротивления. Это участок запаздывания. На втором участке переходного процесса момент двигателя превышает момент статического сопротивления механизма, происходит разгон привода

Переходный процесс для участка запаздывания описывается одним дифференциальным уравнением. Это второй закон Кирхгофа для якорной цепи при неподвижном двигателе:

$$U = IR + L_{\dot{y}} \frac{dI}{dt}, \quad (5.67)$$

где  $R_{\dot{y}}$  – сопротивление якорной цепи;

$L_{\dot{y}}$  – индуктивность обмотки якоря,

Разделив обе части уравнения (5.67) на сопротивление якорной цепи, получим дифференциальное уравнение первого порядка с постоянными коэффициентами:

$$T_{\dot{y}} \frac{dI}{dt} + I = I_{\dot{\epsilon}}, \quad (5.68)$$

где  $T_{\dot{y}} = \frac{L_{\dot{y}}}{R_{\dot{y}}}$  – электромагнитная постоянная времени якорной обмотки;

$I_{\dot{\epsilon}} = \frac{U}{R_{\dot{y}}}$  – установившееся значение тока короткого замыкания.

Решение дифференциального уравнения (5.68) имеет вид:

$$I(t) = I_{\dot{\epsilon}} \left( 1 - \dot{a}^{\frac{-t}{T_{\dot{b}}}} \right). \quad (5.69)$$

Пользуясь выражением (5.69), можно определить время запаздывания из условия:  $t = t_{\zeta}; I = I_{\bar{n}}$ ,

где  $I_{\bar{n}} = \frac{M_{\bar{n}}}{k\Phi}$  – ток статического сопротивления.

$$t_{\zeta} = \dot{O}_y \ln \frac{I_{\hat{e}}}{(I_{\hat{e}} - I_c)}. \quad (5.70)$$

Из (5.70) следует, что запаздывание обусловлено индуктивностью якорной обмотки и моментом статического сопротивления. По выражению (5.69) можно построить график переходного процесса на отрезке времени  $0 \leq t \leq t_{\zeta}$ , при этом угловая скорость вращения двигателя равна нулю.

Для второго участка переходного процесса справедлива система уравнений:

$$\left. \begin{aligned} M - M_c &= J \frac{d\omega}{dt}; \\ U &= E_g + IR + L_y \frac{dI}{dt}; \\ M &= k\Phi I \\ E_g &= k\Phi \omega. \end{aligned} \right\} \quad (5.71)$$

Первое уравнение системы является основным уравнением движения привода, а второе – второй закон Кирхгофа для якорной цепи с учетом ее индуктивности. Систему (5.71) можно решить методом исключения переменных. Подставляя третье уравнение системы в первое, можно получить выражение для тока и производной от тока по времени:

$$I = J \frac{1}{k\Phi} \frac{d\omega}{dt} + \frac{M_c}{k\Phi}; \quad (5.72)$$

$$\frac{dI}{dt} = J \frac{1}{k\Phi} \frac{d^2\omega}{dt^2}. \quad (5.73)$$

Решая совместно второе уравнение системы (5.71) с (5.72) и (5.73) получим дифференциальное уравнение для угловой скорости:

$$U = J \frac{R}{k\Phi} \frac{d\omega}{dt} + M_c \frac{R}{k\Phi} + k\Phi\omega + L_{\dot{y}} J \frac{1}{k\Phi} \frac{d^2\omega}{dt^2}$$

или после упрощения

$$T_i T_{\dot{y}} \frac{d^2\omega}{dt^2} + T_i \frac{d\omega}{dt} + \omega = \omega_c, \quad (5.74)$$

где  $\omega_c = \frac{U}{k\Phi} - M_c \frac{R}{k^2\Phi^2}$  – установившаяся угловая скорость вращения двигателя;

$$T_i = \frac{JR}{k^2\Phi^2} \text{ – механическая постоянная времени привода.}$$

Общее решение дифференциального уравнения (5.74) имеет вид

$$\omega(t) = \omega_c + C_1 e^{p_1 t} + C_2 e^{p_2 t}, \quad (5.75)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий;

$p_1, p_2$  – корни характеристического многочлена дифференциального уравнения:

$$T_i T_{\dot{y}} p^2 + T_i p + 1 = 0. \quad (5.76)$$

Для второго участка переходного процесса отсчет времени также начинается с нуля. Поэтому начальными условиями для уравнения (5.75) будут следующие:

$$1) t = 0; \omega = 0.$$

$$2) t = 0, \frac{d\omega}{dt} = 0.$$

Второе условие следует из первого уравнения системы (5.71); при моменте двигателя, равном моменту статического сопротивления, ускорение привода равно нулю. Подставляя начальные условия в уравнение (5.75), получим систему уравнений для определения постоянных интегрирования  $C_1$  и  $C_2$ :

$$\left. \begin{array}{l} C_1 + C_2 = -\omega_c; \\ C_1 p_1 + C_2 p_2 = 0. \end{array} \right\} \quad (5.77)$$

Решение системы (5.77):

$$C_1 = -\omega_c \frac{p_2}{p_2 - p_1}; \quad C_2 = \omega_c \frac{p_1}{p_2 - p_1}.$$

Уравнение переходного процесса для угловой скорости с учетом начальных условий

$$\omega(t) = \omega_c \left( 1 - \frac{p_2}{p_2 - p_1} e^{p_1 t} + \frac{p_1}{p_2 - p_1} e^{p_2 t} \right). \quad (5.78)$$

Уравнение переходного процесса для тока якоря получается из совместного решения уравнений (5.71) и (5.78):

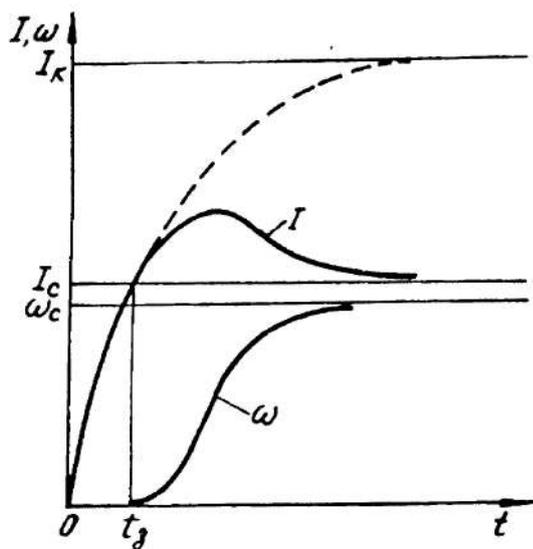


Рис 5.10. Графики электромагнитных переходных процессов для тока и скорости вращения двигателя постоянного тока независимого возбуждения

$$I(t) = I_c + \frac{(I_{\hat{e}} - I_c)}{T_{\dot{y}}(p_2 - p_1)} (e^{p_2 t} - e^{p_1 t}). \quad (5.79)$$

Примерные графики переходных процессов в двигателе постоянного тока независимого возбуждения с учетом электромагнитной инерции якоря показаны на рис. 5.10.

## **5.8. Колебательные переходные процессы в приводе**

Наличие индуктивности в якорной цепи двигателя постоянного тока качественно изменяет переходные процессы при пуске и торможении привода. Наличие индуктивности не позволяет изменять пусковой ток скачком. При работе в установившемся режиме двигатель потребляет из сети электрическую энергию, которую он преобразует в механическую на валу рабочей машины (за вычетом потерь в обмотках, магнитопроводе и на трение в подшипниках и передачах). При пуске двигателя кроме затрат механической энергии на вращение механизма он накапливает электромагнитную энергию в обмотках, обладающих индуктивностью, и кинетическую энергию вращающихся масс (якоря двигателя, валов редуктора и рабочей машины). В процессе торможения накопленная приводом энергия может быть возвращена в сеть (с помощью преобразователя), выделена в виде тепла в тормозных колодках или обмотках якоря и тормозных сопротивлениях.

Таким образом, двигатель в процессе работы накапливает два вида энергии: кинетическую, оцениваемую величиной:

$$W_{\dot{\epsilon}} = \frac{1}{2} J \omega^2$$

и электромагнитную, равную:

$$W_{\dot{y}} = \frac{1}{2} L I^2 .$$

Для мощных электродвигателей, имеющих большие значения моментов инерции, индуктивности и токов, запас накопленной энергии велик; активное сопротивление обмоток этих двигателей весьма мало. Рассмотрим процессы, проходящие в электродвигателе при отключении его от источника питания в случае, когда момент сопротивления  $M_{\text{н}}$  равен нулю, а активным сопротивлением якоря можно пренебречь. Положим, что начальная скорость вращения равна  $\omega_0$ , а обмотка якоря при возбужденном двигателе замкнута накоротко.

Поведение привода описывается следующей системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} J \omega_0^2 &= \frac{1}{2} J \omega^2 + \frac{1}{2} L I^2; \\ M &= J \frac{d\omega}{dt}; \\ 0 &= E + L \frac{di}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (5.80)$$

Первое уравнение системы (5.80) представляет закон сохранения энергии, второе – основное уравнение движения привода при отсутствии нагрузки, а третье – второй закон Кирхгофа для случая, когда якорь машины замкнут накоротко, а его сопротивление равно нулю. Начальные условия находим из системы (5.80). Значения начальной угловой скорости  $\omega_{i^+} = \omega_0$ , начального тока  $i_{i^+}$  и момента двигателя  $M_{i^+}$  равны нулю ( $\omega_{i^+} = 0$ ,  $i_{i^+} = 0$ ,  $M_{i^+} = 0$ ).

Начальное ускорение находим из второго уравнения  $\frac{d\omega}{dt} = 0$ , первая

производная от тока по времени:  $\frac{di}{dt} = -\frac{E}{L}$ .

Знак минус показывает, что возникающий ток будет создавать момент, направленный встречно скорости вращения вала двигателя. В этом случае двигатель начинает тормозиться, а кинетическая энергия системы убывает.

Из первого уравнения системы (5.80) видно, что она превращается в энергию электромагнитного поля.

Когда скорость вращения вала двигателя снизится до нуля, его кинетическая энергия превратится в электромагнитную ( $\omega = 0$ ; а ток  $i = I_{\max}$ ). Подставляя значения тока и скорости в первое уравнение системы (5.80), найдем выражение для максимального тока:

$$I_{\max} = \pm \omega_0 \sqrt{\frac{J}{L}}. \quad (5.81)$$

Знак минус указывает на отрицательное ускорение – двигатель начинает разгоняться в противоположном (относительно начальной скорости) направлении. Увеличение скорости вызывает (как видно из первого уравнения системы (5.80)) увеличение кинетической и уменьшение электромагнитной энергии в системе (скорость увеличивается, а ток и момент уменьшаются). Так будет до тех пор, пока скорость не достигнет максимального значения  $\omega = \omega_{\max} = \omega_0$ , а ток не станет равным нулю. Очевидно, что запас энергии в рассматриваемой идеальной системе не уменьшается, поэтому процесс носит незатухающий характер. Для определения закона изменения скорости вращения и тока двигателя во времени следует решить совместно второе и третье уравнение системы (5.80). Запишем выражение электромагнитного момента и электродвижущей силы якоря:

$$M = k\Phi i; \quad E = k\Phi\omega$$

и подставляем их во второе и третье уравнение системы (5.80):

$$\left. \begin{array}{l} \hat{e}\Phi i = J \frac{d\omega}{dt}; \\ \hat{e}\Phi\omega + L \frac{di}{dt} = 0. \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} i = \frac{J}{\hat{e}\Phi} \frac{d\omega}{dt}; \\ \hat{e}\Phi\omega + L \frac{di}{dt} = 0. \end{array} \right\} \quad (5.82)$$

Подставив первое уравнение системы во второе, получим дифференциальное уравнение второго порядка без правой части (отсутствует задание и возмущение):

$$L \frac{J}{\dot{e}^2 \Phi^2} \frac{d^2 \omega}{dt^2} + \omega = 0$$

Характеристическое уравнение системы:

$$L \frac{J}{\dot{e}^2 \Phi^2} \delta^2 + 1 = 0$$

Корни характеристического уравнения:

$$p_1 = -j\beta; \quad p_2 = +j\beta,$$

$$\text{где } \beta = \sqrt{\frac{\dot{e}^2 \Phi^2}{LJ}}; \quad j = \sqrt{-1}.$$

Общее решение системы относительно угловой скорости вращения вала имеет вид:

$$\omega(t) = Ae^{p_1 t} + Be^{p_2 t}$$

где  $A$  и  $B$  – коэффициенты, определяемые из начальных условий:  $t = 0$ ,

$$\omega = \omega_0 \quad \text{и} \quad \frac{d\omega}{dt} = 0.$$

Имеем систему относительно коэффициентов  $A$  и  $B$ :

$$\left. \begin{array}{l} A + B = \omega_0; \\ A \cdot p_1 + B \cdot p_1 = 0. \end{array} \right\} \Rightarrow A = B = \frac{\omega_0}{2}. \quad (5.83)$$

Подставив  $\omega(t)$  в первое уравнение системы (5.82), получим зависимость тока двигателя от времени:

$$i(t) = -\omega_0 \sqrt{\frac{J}{L}} \sin \beta t = -I_{\max} \sin \beta t. \quad (5.84)$$

Максимальные значения тока двигателя, полученные на основе закона сохранения энергии (5.81) и чисто математическим путем (5.84), совпадают.

Величина  $\beta$  в выражении (5.84) представляет угловую частоту колебаний тока якоря и скорости вращения вала и связана с периодом колебаний выражением:

$$T = \frac{2\pi}{\beta} = 2\pi \sqrt{L \frac{J}{k^2 \Phi^2}}.$$

Физический смысл величины  $\frac{J}{k^2 \Phi^2}$  можно уяснить, обратившись к первому уравнению системы (5.82). Представим его следующим образом:

$$\int_0^{I_{\max}} i dt = \frac{J}{k^2 \Phi^2} k \Phi \int_0^{\omega_0} d\omega.$$

Из последнего выражения следует:

$$q = \frac{J}{k^2 \Phi^2} k \Phi \omega_0 = \frac{J}{k^2 \Phi^2} U.$$

Тогда искомая величина равна:

$$\frac{J}{k^2 \Phi^2} = \frac{q}{U} = C,$$

где  $q$  – заряд, Кл;

$U$  – напряжение питания двигателя, В;

$C$  – емкость, Ф.

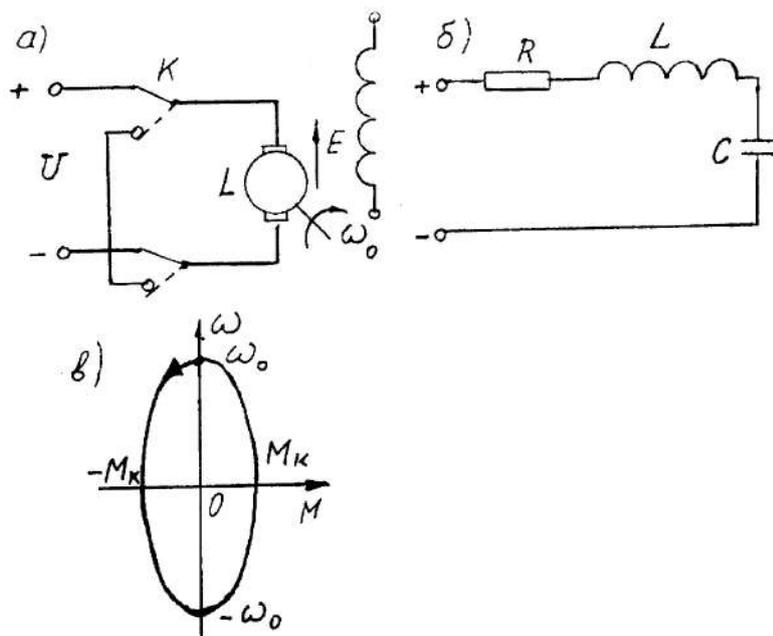


Рис 5.11. Колебательные переходные процессы в двигателе постоянного тока независимого возбуждения:

*a* – схема переключения двигателя постоянного тока; *б* – схема замещения двигателя

постоянного тока; *в* – фазовый портрет системы

Таким образом, искомый коэффициент выполняет функцию емкости и измеряется в фарадах (Ф).

На рис. 5.11, *a* и *б* представлены электрическая схема переключения двигателя постоянного тока и схема его замещения соответственно.

Если из выражения (5.83) и (5.84) исключить параметр время, то будет получено выражение фазового портрета системы:

$$\frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \frac{i^2}{I_{\max}^2} = 1,$$

представляющий собой график уравнения эллипса, рис. 5.11, *в*. Как видно из рисунка, линия фазового портрета не проходит через начало координат.

## 5.9. Графическое интегрирование основного

## уравнения движения электропривода

На практике часто встречаются нелинейные механические характеристики производственных машин (центробежные насосы, вентиляторы, компрессоры). Изучение переходных процессов в приводе с нелинейными механическими характеристиками затруднено тем, что такие системы описываются нелинейными дифференциальными уравнениями, аналитическое решение нелинейных уравнений связано с большими математическими трудностями, а иногда невозможно. Для облегчения поставленной задачи пользуются графоаналитическими и графическими методами интегрирования. Рассмотрим некоторые простейшие случаи применения этих методов.

При графоаналитическом способе решения уравнения движения привода нелинейные механические характеристики на некоторых участках изменения угловой скорости заменяются линейными. Интегрирование основного уравнения движения привода на этих участках производится по известным выражениям, необходимо только для каждого участка определять начальные значения угловой скорости и момента, а также жесткость механических характеристик.

На рис. 5.12 представлены линейная механическая характеристика электрического двигателя  $M$  и нелинейная характеристика производственной машины  $M_n$ . Рассмотрим графоаналитический метод построения переходных процессов при ступенчатом пуске привода. С этой целью строится пусковая диаграмма электродвигателя и производится ступенчатая линеаризация статической характеристики производственной машины, линеаризация заключается в том, что в диапазоне изменения угловой скорости вращения двигателя на данной ступени разгона реальная механическая характеристика производственной машины заменяется линейной. Так, при разгоне привода на первой ступени кривая статического

момента заменяется прямой АВ, для второй ступени – прямой ВС и так далее. Установившийся режим работы для каждой ступени определяется графически как точка пересечения соответствующей характеристики двигателя и линеаризованной характеристики производственной машины (точки 1, 2, 3 и 4).

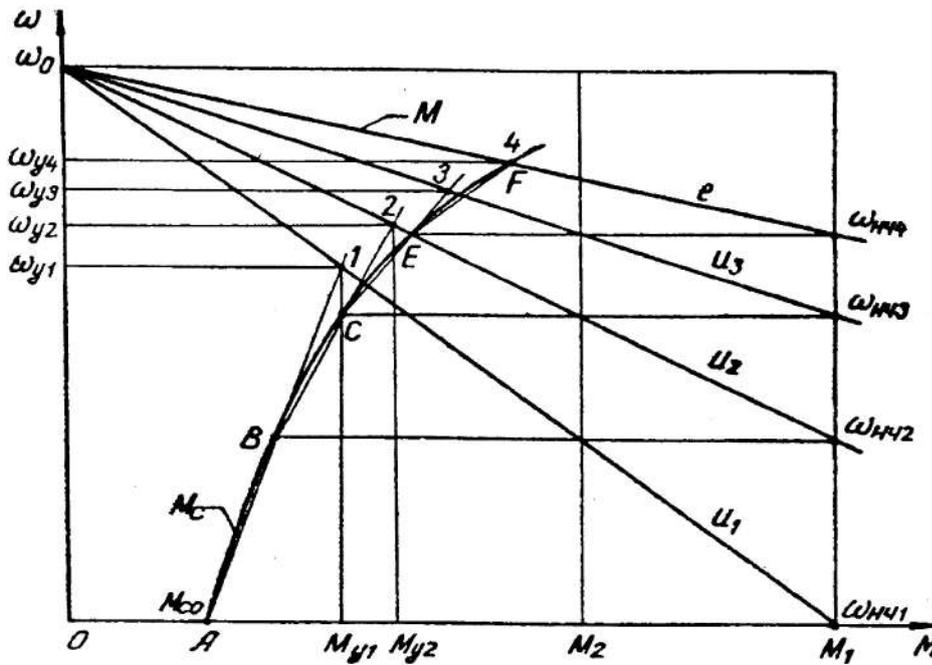


Рис. 5.12. Графоаналитический метод решения основного уравнения движения

привода

Графики переходных процессов строятся по уравнениям:

$$\dot{I}_i(t) = M_{i+i} e^{-\frac{t}{T_{ii}}} + M_{yi} \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_{ii}}} \right),$$

$$\omega_i(t) = \omega_{i+i} e^{-\frac{t}{T_{ii}}} + \omega_{yi} \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_{ii}}} \right),$$

где  $M_{i+i}$  и  $\omega_{i+i}$  – начальные значения момента и угловой скорости на  $i$ -той ступени разгона;

$M_{yi}$ ,  $\omega_{yi}$  – установившиеся значения момента и угловой скорости на

$i$  -той ступени разгона;

$T_{i i} = \frac{J}{\beta_i + \beta_{\tilde{n}i}}$  – механическая постоянная времени привода на  $i$  -той ступени разгона.

$\beta_i = \left| \frac{\Delta M_i}{\Delta \omega_i} \right|$  – модуль жесткости механической характеристики двигателя на  $i$  - той ступени разгона;

$\beta_{\tilde{n}i} = \left| \frac{\Delta M_{\tilde{n}i}}{\Delta \omega_i} \right|$  – модуль жесткости линеаризованной механической характеристики производственной машины на  $i$  - той ступени разгона;

$t$  – текущее значение времени работы привода для каждой ступени разгона.

Рассмотрим графическое интегрирование основного уравнения движения привода. При исследовании привода с нелинейной характеристикой момента статического сопротивления и асинхронным двигателем с короткозамкнутым ротором проще всего воспользоваться графическим методом интегрирования, для этого механические характеристики двигателя и механизма строятся в левом квадранте, рис. 5.13. Разность моментов двигателя и статического сопротивления даст зависимость динамического момента от скорости вращения. Основное уравнение движения привода запишется следующим образом:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M_g(\omega)}{J} \quad (5.85)$$

где  $M_g(\omega)$  – зависимость динамического момента от частоты вращения.

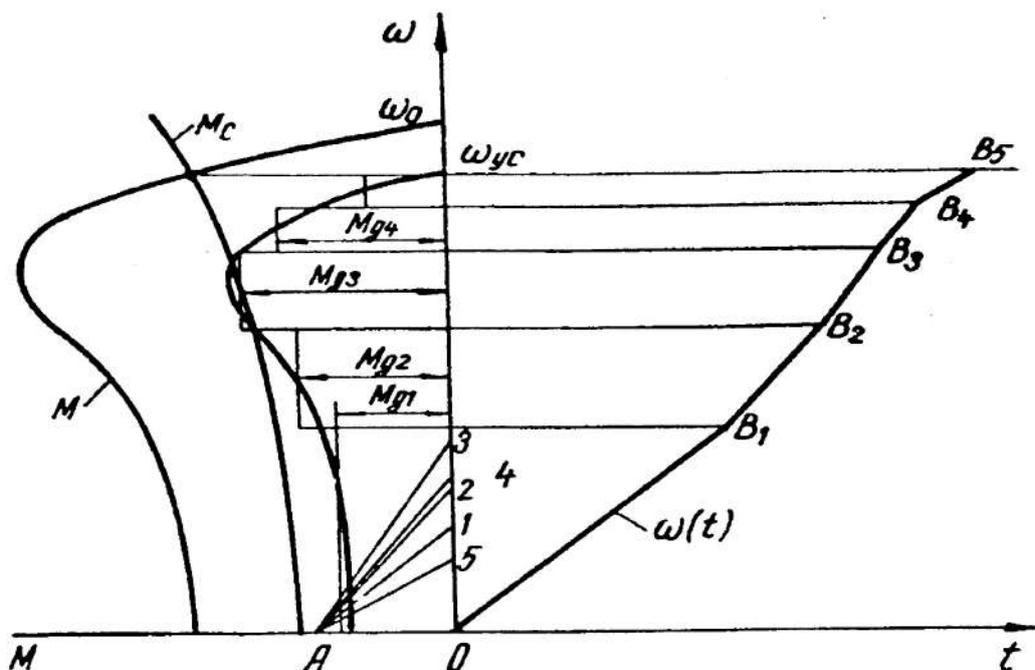


Рис 5.13. Графический метод решения основного уравнения движения привода

График кривой  $M_g(\omega)$  разбивают на участки таким образом, чтобы в пределах каждого участка динамический момент изменялся незначительно. Тогда для каждого участка величина ускорения будет постоянна, и для,  $i$ -того участка можно записать

$$\int_{\omega_{i-1}}^{\omega_{\hat{e}i}} d\omega = \frac{M_{gi}(\omega)}{J} \int_0^{\Delta t_i} dt,$$

или

$$\omega_{\hat{e}i} = \omega_{i-1} + \alpha_i \Delta t_i,$$

где  $\alpha_i = \frac{M_{gi}(\omega)}{J}$  – ускорение на  $i$ -том участке;

$\omega_{i-1}, \omega_{\hat{e}i}$  – начальная и конечная угловая скорость на  $i$ -том участке;

$\Delta t_i$  – время работы привода на  $i$ -том участке.

Таким образом, кривую разгона  $\omega(t)$  на  $i$ -том участке можно заменить прямой, проходящей через  $\omega_{i+1}$  с коэффициентом наклона к оси времени равным  $\alpha_i$ . На оси момента откладывается отрезок  $OA$  равный

$$OA = \frac{J}{m_J},$$

где  $m_J$  – масштаб момента инерции, определяемый из соотношения:

$$m_J = \frac{m_t m_M}{m_\omega},$$

$m_t$  – масштаб времени;

$m_M$  – масштаб момента;

$m_\omega$  – масштаб скорости вращения.

На оси  $\omega$  откладывают величины динамического момента ( $01 = M_{\ddot{\alpha}1}$ ,  $02 = M_{\ddot{\alpha}2}$  и т.д.). Полученные точки 1, 2 ... соединяют прямыми линиями с точкой  $A$ . Из точки  $O$  проводят прямую  $OB_1$ , параллельную прямой  $A1$ , до  $\omega = \omega_{i+2}$ . Полученная прямая характеризует зависимость угловой скорости для участка разгона, определяемого динамическим моментом  $M_{\ddot{\alpha}i}$ . Построение графика переходного процесса для других ступеней аналогично. Из точки  $B_1$  проводят прямую параллельную прямой  $A_2$  до точки  $B_2$ , определяющей  $\omega_{i+3}$ , и так далее до точки  $B_5$ , которая характеризует установившийся режим работы привода.

Графоаналитические и графические методы решения дают приближенные результаты, вполне пригодные для практических целей. Для увеличения точности построения переходного процесса следует увеличить число ступеней, т.е. уменьшить величину интервала  $\Delta\omega$ . Основным недостатком этих методов является невозможность выявить влияние того или иного

параметра на поведение привода в переходном процессе. Поэтому их применяют в простейших случаях, не требующих изменения параметров привода. Для сложных систем, когда требуется менять параметры отдельных элементов с целью получения определенных динамических свойств привода, пользуются методами математического моделирования. Для решения инженерных задач методами математического моделирования в настоящее время широко применяют аналоговые вычислительные машины (АВМ).

### **Контрольные вопросы**

1. Дать определение переходному процессу в электроприводе.
2. Перечислить причины, вызывающие переходный процесс.
3. Назвать инерционности, встречающиеся в электроприводе.
4. От каких параметров зависит время переходного процесса?
5. С какой целью применяют графический и графоаналитический методы интегрирования основного уравнения движения привода?
6. Почему при изучении переходных процессов не учитывают изменения температуры двигателя?
7. За счет чего двигатель гасит колебания нагрузки?
8. Как влияет момент инерции на амплитуду вынужденных колебаний?
9. Как влияет жесткость механической характеристики двигателя на амплитуду вынужденных колебаний двигателя?
10. Для чего производится форсировка переходных процессов в системе Г-Д?
11. Перечислить способы форсировки переходных процессов.
12. Чем обусловлено время запаздывания в переходных процессах?
13. Как определяются начальные условия при решении задач по переходным процессам.
14. Нарисовать схему замещения двигателя постоянного тока независимого возбуждения.

15. Нарисовать график переходного процесса в режиме электродинамического торможения при активном и реактивном моменте статического сопротивления.

16. Начертить график переходного процесса в режиме торможения противовключением при активном и реактивном моментах статического сопротивления.

17. Определить дополнительное сопротивление реостата при электродинамическом торможении.

18. Рассчитать дополнительное сопротивление реостата при торможении противовключением.

## **6. ВЫБОР МОЩНОСТИ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ**

### **6.1. Общие сведения о выборе мощности электродвигателей**

Основным элементом электропривода является электрический двигатель, который определяет его основные технические и экономические показатели. Поэтому правильный выбор мощности электродвигателя имеет большое значение: он определяет первоначальные и эксплуатационные затраты. Особо следует отметить требование безаварийной работы привода, которое удовлетворяется правильным выбором исполнения двигателя по защите его от воздействия окружающей среды (открытые, защищенные, закрытые, герметичные), по способу охлаждения (с естественной вентиляцией, с самовентиляцией и с независимой или принудительной вентиляцией) и по климатическому исполнению (для холодного, умеренного и тропического климата). Для обеспечения надежной работы привода необходимо учитывать условия его работы. Необоснованный выбор типа двигателя может привести к преждевременному выходу его из строя или увеличению капитальных затрат и габаритов привода. Для регулируемых приводов особенно важен выбор двигателя по способу их охлаждения, поскольку для двигателей с самовентиляцией при уменьшении угловой скорости ухудшаются условия их охлаждения.

Надежная и устойчивая работа электропривода (без “опрокидывания” асинхронного двигателя и выпадения из синхронизма синхронного двигателя) возможна только при правильном выборе мощности электродвигателя. При выборе мощности двигателя необходимо учитывать условия его работы, охлаждения и характер нагрузки. Установка двигателя завышенной мощности является нецелесообразной. В этом случае возрастают габариты и вес машины, а также первоначальные затраты,

снижаются ее технико-экономические показатели: двигатель работает с недогрузкой, чему соответствует пониженный КПД, а в случае асинхронной машины – и с низким коэффициентом мощности, что увеличивает непроизводительную загрузку распределительных сетей, генераторов и трансформаторов. Использование электродвигателей заниженной мощности приводит к нарушению нормальной работы производственного механизма, снижению его производительности, возникновению аварий и повышению температуры ее обмоток сверх допустимого значения, что влечет преждевременный выход машины из строя.

При работе привода могут возникнуть кратковременные увеличения момента статического сопротивления, вызывающие значительное превышение тока нагрузки. Ввиду кратковременного действия перегрузок не происходит значительного повышения температуры обмоток двигателя, однако, если будет превышен определенный предел, то может быть нарушен нормальный режим работы двигателя. Поэтому при выборе мощности двигателя надо исходить как из условий кратковременных перегрузок, так и нагрева его обмоток. Выполнение условия перегрузочной способности двигателя проверяется из выражения:

$$M_{\max} \leq M_i \cdot \lambda_i, \quad (6.1)$$

где  $M_{\max}$  – максимальный момент, который может возникнуть при работе электропривода;

$M_i$  – номинальный момент двигателя (определяется по паспортным или каталожным данным);

$\lambda_i$  – перегрузочная способность электрической машины по моменту.

Если при выборе мощности двигателя за исходную величину принимают ток нагрузки, то проверка на перегрузочную способность производится исходя из следующей зависимости:

$$I_{\max} \leq I_i \cdot \lambda_I \quad (6.2)$$

где  $I_{\max}$  – максимальный ток, возникающий при работе электродвигателя;

$I_i$  – номинальный ток двигателя;

$\lambda_I$  – перегрузочная способность двигателя по току.

Перегрузочная способность  $\lambda_i$  асинхронных двигателей определяется значением критического момента  $M_{\epsilon}$ ; для двигателей единой серии нормального исполнения она составляет  $\lambda_i = 1,7 \div 2,2$ , а для краново-металлургических  $\lambda_i = 2,3 \div 3,0$ . Пусковой и критический моменты асинхронного двигателя пропорциональны квадрату напряжения сети; при снижении напряжения до значения  $0,9U_i$  критический момент снижается на 20%, поэтому при расчетах необходимо брать 0,8 перегрузочной способности, приведенной выше.

Перегрузочная способность синхронной машины обычно составляет  $2,5 \div 3,0$ . За счет перевозбуждения двигателя его перегрузочная способность может быть увеличена до  $3,5 \div 4,0$ .

Перегрузочная способность по току двигателя постоянного тока ограничивается по условиям коммутации; реактивная ЭДС, вызывающая искрение на коллекторе, пропорциональна току нагрузки. Перегрузочная способность по моменту двигателя постоянного тока независимого возбуждения нормального исполнения должна быть не ниже 2,5. Для двигателей смешанного и последовательного возбуждения перегрузочная способность по моменту еще больше из-за увеличения магнитного потока за счет обмотки последовательного возбуждения и составляет  $4,5 \div 5,0$  и более.

При работе электрической машины, как в двигательном режиме, так и в тормозном в ней происходит преобразование одного вида энергии в другой, причем преобразование энергии всегда сопровождается потерями. Потери в двигателе подразделяются на механические, потери в стали магнитопровода и потери в меди. В конечном итоге все они превращаются в тепловую

энергию, нагревают двигатель и рассеиваются в окружающую среду. Потери (мощности) в общем случае могут быть представлены следующим образом:

$$\Delta P = P_1 - P_2 = P_1(1 - \eta) = P_2 \left( \frac{1 - \eta}{\eta} \right) = k + \upsilon_i x^2 = \upsilon_i (a + x^2), \quad (6.3)$$

где  $\Delta P$  – потери мощности, Вт;

$P_1$  – мощность из сети (затраченная мощность), Вт;

$P_2$  – мощность на валу (полезная мощность), Вт;

$\eta$  – коэффициент полезного действия (КПД) двигателя;

$k$  – постоянные потери, Вт;

$\upsilon_i$  – переменные потери при номинальной нагрузке, Вт;

$x = \frac{P_2}{P_i}$  – коэффициент загрузки двигателя;

$P_i$  – номинальная мощность двигателя;

$a = \frac{k}{\upsilon_i}$  – коэффициент постоянных потерь.

Для двигателя постоянного тока эти потери могут быть определены по выражениям:

$$k = \Delta P_{\dot{a}} + \Delta P_{\dot{n}\dot{o}} + \Delta P_{\dot{i}\dot{a}\dot{o}}; \quad (6.4)$$

$$\upsilon = I^2 \cdot R, \quad (6.5)$$

где  $\Delta P_{\dot{a}}$ ,  $\Delta P_{\dot{n}\dot{o}}$ ,  $\Delta P_{\dot{i}\dot{a}\dot{o}}$  – потери на возбуждение, потери в стали и механические потери соответственно;

$I$  – ток нагрузки (ток якоря), А;

$R$  – сопротивление якорной цепи, Ом.

Для асинхронного двигателя потери подсчитываются аналогично:

$$k = \Delta P_{\dot{n}\dot{o}} + \Delta P_{\dot{i}\dot{a}\dot{o}}; \quad (6.6)$$

$$\upsilon = 3(I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2) = 3(I_1^2 R_1 + I_2'^2 R_2'), \quad (6.7)$$

где  $I_1, R_1$  – ток и активное сопротивление фазы статора;

$I_2, R_2$  – ток и активное сопротивление фазы ротора;

$I_2', R_2'$  – ток и активное сопротивление фазы ротора, приведенные к обмотке статора.

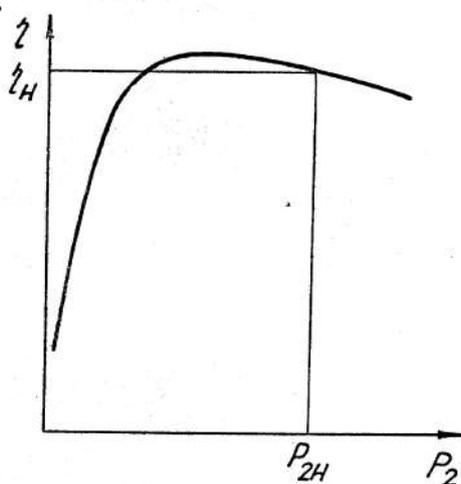


Рис. 6.1. График зависимости КПД от мощности на валу

Потери в двигателе при заданной нагрузке  $P_2$  можно определить по

выражению (6.3)  $\Delta P = P_2 \frac{(1-\eta)}{\eta}$  если известна зависимость КПД двигателя от

полезной мощности  $\eta(P_2)$  (рис. 6.1). Если этой зависимости нет, то, зная паспортные данные двигателя, можно определить его значение для любого коэффициента загрузки двигателя по выражению:

$$\eta = \frac{1}{1 + \left( \frac{1}{\eta_i} - 1 \right) \left( \frac{x + \frac{a}{x}}{a + 1} \right)}, \quad (6.8)$$

Значение коэффициента постоянных потерь  $a$  определяется следующим образом. По номинальным значениям мощности двигателя  $P_{2н}$  и КПД  $\eta_i$  определяют номинальные потери:

$$\Delta P_i = \frac{P_{2i} (1 - \eta_i)}{\eta_i},$$

Определяют номинальные переменные потери в двигателе  $\upsilon_i$  (для машины постоянного тока по выражению (6.5), а для асинхронной машины – по выражению (6.7)). Затем определяют постоянные потери:  $k = \Delta P_i - \upsilon_i$  и

коэффициент постоянных потерь:  $a = \frac{k}{\upsilon_i}$ .

Для правильного выбора мощности электродвигателя как по условиям его нагрева, так и по перегрузочной способности необходимо иметь нагрузочную диаграмму привода, под которой понимают зависимость мощности, момента или тока двигателя от времени:  $P(t)$ ,  $M(t)$ ,  $I(t)$ . В отличие от переходного процесса нагрузочная диаграмма определяется для полного времени работы привода, включающего время пуска, торможения и время работы в установившемся режиме. Различают нагрузочную диаграмму привода и нагрузочную диаграмму рабочей машины, которые не совпадают из-за возникновения динамических моментов при пуске и торможении привода. Таким образом, правильно выбранный для заданной нагрузочной диаграммы и условий работы электродвигатель должен быть полностью нагружен, не нагреваться сверх допустимого значения и обеспечивать нормальную работу механизма при возможных кратковременных перегрузках. Обычно выбор мощности электродвигателя производится исходя из условий его нагрева, а затем он проверяется по условиям перегрузки.

Величина допустимого нагрева электродвигателей определяется классом нагревостойкости материалов, используемых для изоляции обмоток

электрической машины. В электромашиностроении применяются следующие классы нагревостойкости изоляционных материалов.

Класс нагревостойкости *A* включает в себя следующие материалы: хлопчатобумажные ткани, бумагу, целлюлозу и шелк, пропитанные или погруженные в жидкий изоляционный материал (трансформаторное масло, масляные и асфальтовые лаки). К данному классу изоляции относятся также лакоткани, ленты, электротехнический картон и другие материалы. Предельно допустимая температура нагрева составляет 105 °С. Изоляция класса *A* широко применяется для электрических машин мощностью до 100 кВт и выше, а также в трансформаторостроении.

Класс нагревостойкости *E* включает синтетические эмали (для изоляции проводов) и синтетические органические пленки, это новые синтетические материалы, получившие большое применение в машинах малой и средней мощности (до 10 кВт и выше). Предельно допустимая температура нагрева 120 °С.

Класс нагревостойкости *B* содержит неорганические диэлектрики (слюда, асбест, стекловолокно) и пропиточные лаки и смолы органического происхождения. Предельно допустимая температура нагрева составляет 130 °С. Материалы этого класса нагревостойкости применяются для изоляции обмоток двигателей единой серии 4А средней и большой мощности. Изоляция класса нагревостойкости *F* включает те же материалы, что и изоляция класса *B*, но с применением органических лаков и смол, модифицированных кремнийорганическими и другими смолами с высокой нагревостойкостью. Изоляция этого класса не должна содержать хлопчатой бумаги, целлюлозы или шелка. Предельно допустимая температура нагрева составляет 155 °С. Такую изоляцию имеют двигатели серий 4А, 2П, МТТ, МТКГ средней мощности.

К классу нагревостойкости *H* относится изоляция на основе слюды, стекловолокна и асбеста в сочетании с кремнийорганическими и другими

нагревостойкими смолами. С применением таких смол изготавливаются миканиты, слюдиниты, а также стекломикаленты, стеклослюдиниты и т. д. Предельно допустимая температура нагрева 180 °С. Двигатели с классом изоляции *H* используются в тяжелых условиях (горная и металлургическая промышленность, транспортные установки и др.) с частыми пусками и реверсами, при высокой температуре окружающей среды. Такую изоляцию имеют двигатели серий МТН, МТКН, Д.

Изоляция класса нагревостойкости *C* включает стекло, слюду, кварц, керамические материалы, применяемые с неорганическими связующими составами или без связующих составов. Предельно допустимая температура нагрева превышает 180 °С. Нагревостойкость этих материалов не используется полностью в современном машиностроении, поэтому предельно допустимая температура нагрева для данного класса изоляции не установлена.

Под воздействием температуры, влажности окружающей среды, вибрации и других физико-химических воздействий происходит старение изоляции, т. е. потеря механической прочности и изолирующих свойств. При соблюдении условий эксплуатации электрической машины срок службы ее изоляции составляет 15 ÷ 20 лет. Превышение допустимой температуры нагрева сверх допустимого значения влечет разрушение изоляции и сокращение срока эксплуатации электрической машины. Для класса нагревостойкости изоляции *A* превышение температуры нагрева на 8 ÷ 10 °С влечет сокращение срока службы двигателя в два раза.

Предельно допустимые температуры обмоток двигателей достигаются при номинальной нагрузке, номинальной температуре окружающей среды 40 °С и при высоте над уровнем моря до 1000 м. При температуре окружающей среды ниже 40 °С двигатель может быть нагружен несколько выше номинального значения (для изоляции класса *A* превышение номинальной

нагрузки не допускается); если температура окружающей среды выше номинальной, то двигатель следует несколько недогружать.

Процесс нагрева электрической машины чрезвычайно сложен. Детали двигателя (обмотка, изоляция, магнитопровод) имеют разную удельную теплоемкость и теплопроводность. Вес изоляции весьма мал по отношению к весу машины, но ее теплопроводность существенно отличается от теплопроводности стали и меди, что затрудняет теплообмен между обмотками и магнитопроводом машины. Условия нагрева и охлаждения различных частей машины зависят от их положения и режима работы. При малых нагрузках, когда постоянные потери превышают переменные, большему нагреву подвергается магнитопровод машины. С увеличением нагрузки переменные потери превышают постоянные, в этом случае обмотки двигателя нагреваются сильнее магнитопровода, и направление теплового потока изменяется на противоположное. Условия охлаждения элементов машины также различны. Более интенсивно охлаждаются открытые части машины (лобовые части обмоток), хуже охлаждаются закрытые (части обмоток, находящиеся в пазах). Перечисленные условия работы и охлаждения электрической машины весьма осложняют тепловые расчеты и делают их невозможными, если не принять некоторых упрощений. При нагревании тела часть тепла идет на повышение температуры самого тела, другая часть отдается в окружающую среду. Количество тепла, затраченное на повышение температуры тела, пропорционально его теплоемкости. Однако различные части двигателя имеют различную удельную теплоемкость (и вес). С целью упрощения расчета считают, что двигатель обладает некоторой средней постоянной для всей массы теплоемкостью  $C$ . Температура двигателя в пазах (точках наибольшего выделения тепла) и на поверхности, где созданы условия наилучшего охлаждения, значительно отличается, однако ее принимают одинаковой, что эквивалентно бесконечной теплопроводности материала. Теплоотдача осуществляется тремя способами:

за счет теплопроводности, конвекцией и лучеиспусканием. Количество тепла, отдаваемое за счет теплопроводности, пропорционально разности температуры тела и окружающей среды, отдаваемое за счет конвекции, пропорционально этой разности в степени 1,25. И, наконец, тепло, отдаваемое лучеиспусканием, пропорционально четвертой степени этой разности. Предельно допустимые значения температуры двигателя невелики, и количество тепла, отдаваемое лучеиспусканием, мало, и им обычно пренебрегают. Степень разности температур, от которой зависит количество тепла, передаваемое в окружающую среду конвекцией, незначительно отличается от единицы, поэтому считают, что отдаваемое двигателем в окружающую среду тепло пропорционально разности его температуры и температуры окружающей среды. Считают также, что условия работы двигателя постоянны, т. е. температура окружающей среды неизменна.

Уравнение теплового баланса в двигателе при постоянной нагрузке и неизменных условиях его охлаждения имеет следующий вид:

$$Qdt = A\tau dt + C d\tau, \quad (6.9)$$

где  $Q$  – количество тепла, образующееся в двигателе в единицу времени

(мощность потерь в двигателе  $Q = \Delta P$ ), Дж/с;

$A$  – коэффициент теплоотдачи двигателя, т. е. количество тепла, отдаваемое двигателем в окружающую среду в единицу времени при разности температуры двигателя и окружающей среды в один градус, Дж/с °С;

$C$  – теплоемкость двигателя – количество тепла, необходимое для повышения температуры двигателя на один градус, Дж/°С;

$\tau$  – нагрев двигателя, т. е. превышение температуры двигателя над температурой окружающей среды, °С.

Нагрев двигателя равен:

$$\tau = \vartheta_a - \vartheta_{in} \quad (6.10)$$

где  $\vartheta_a$  и  $\vartheta_{in}$  – температура двигателя и окружающей среды соответственно,

°С.

Выражение (6.9) легко приводится к виду:

$$\frac{C}{A} = \frac{d\tau}{dt} + \tau = \frac{Q}{A}$$

или

$$T_i \frac{d\tau}{dt} + \tau = \tau_0, \quad (6.11)$$

где  $T_i = \frac{C}{A}$  – постоянная времени нагрева двигателя, с;

$\tau_0 = \frac{Q}{A}$  – установившийся нагрев двигателя, °С.

Решение обыкновенного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами (6.11) будет:

$$\tau(t) = \tau_{i^*} e^{-\frac{t}{T_i}} + \tau_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_i}} \right), \quad (6.12)$$

где  $\tau_{i^*}$  – начальное значение нагрева двигателя.

Если начальный нагрев равен нулю (температура двигателя равна температуре окружающей среды), то выражение (6.12) примет вид:

$$\tau(t) = \tau_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_i}} \right). \quad (6.13)$$

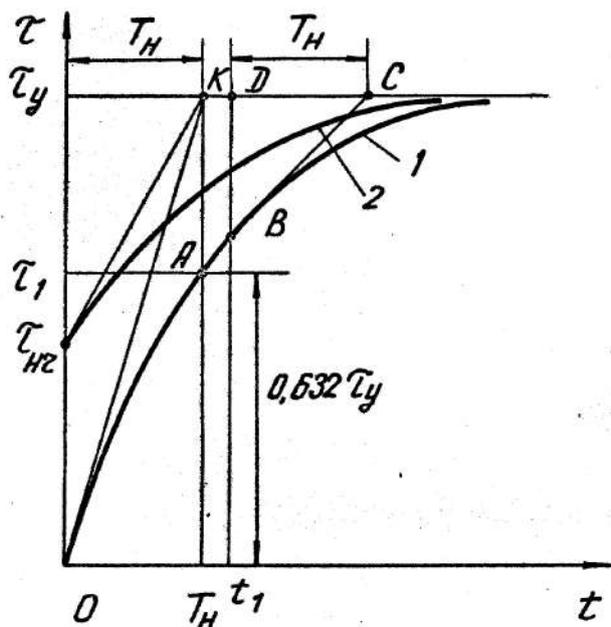


Рис. 6.2. График нагрева электродвигателя

На рис. 6.2 представлены графики нагрева двигателя при нулевом 1 и ненулевом 2 значении начального нагрева двигателя и одном и том же значении постоянной времени нагрева.

При отключении двигателя от сети и окончании тормозного режима количество тепла, выделяемое в двигателе, равно нулю  $Q = 0$ , поскольку двигатель не преобразует энергию и потери в нем отсутствуют. Происходит охлаждение двигателя. Уравнение теплового баланса при охлаждении двигателя имеет вид:

$$0 = A_0 \tau dt + C d\tau, \quad (6.14)$$

где  $A_0$  – коэффициент теплоотдачи двигателя при охлаждении.

Коэффициент теплоотдачи двигателя зависит от способа его вентиляции; для двигателей с принудительной вентиляцией при работе и остановках привода условия теплоотдачи не изменяются и коэффициент теплоотдачи постоянен при нагреве и охлаждении двигателя. Для двигателей с самовентиляцией условия охлаждения зависят от угловой скорости вращения вентилятора,

находящегося на валу двигателя. В этом случае коэффициенты теплоотдачи при нагреве и охлаждении двигателя существенно отличаются. Дифференциальное уравнение (6.14) имеет решение:

$$\tau(t) = \tau_{i\dot{v}} e^{-\frac{t}{T_0}}, \quad (6.15)$$

где  $T_0 = \frac{C}{A_0}$  – постоянная времени охлаждения двигателя, с.

На рис. 6.3 показан график изменения нагрева при охлаждении двигателя.

Постоянная времени нагрева (и охлаждения) двигателя зависит от теплоемкости двигателя  $C$  и коэффициента теплоотдачи  $A$ , которые в свою очередь определяются габаритами, площадью охлаждающей поверхности, исполнением, способом вентиляции и даже окраской охлаждающей поверхности. Двигатели большой мощности закрытого типа имеют постоянную времени нагрева порядка  $3 \div 4$  часа. У двигателей малой и средней мощности

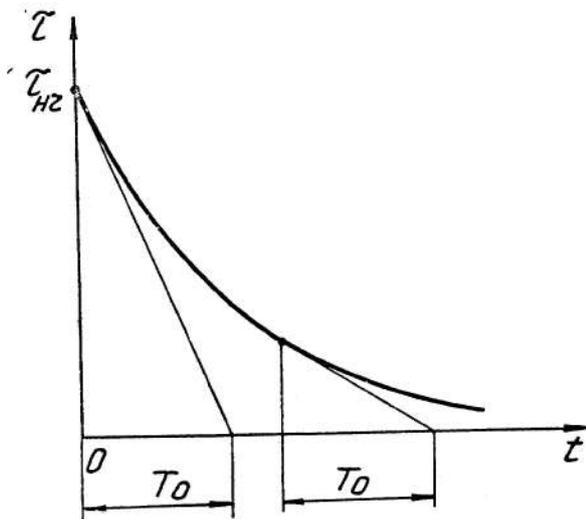


Рис. 6.3. График охлаждения электродвигателя

открытого исполнения постоянная времени нагрева составляет от нескольких десятков минут до часа. Постоянная времени нагрева (охлаждения) двигателя не зависит от величины нагрузки (потерь в двигателе). При различных

нагрузках нагрев двигателя будет протекать по кривым с различными значениями установившегося нагрева, но с одинаковыми постоянными времени нагрева (рис. 6.4).

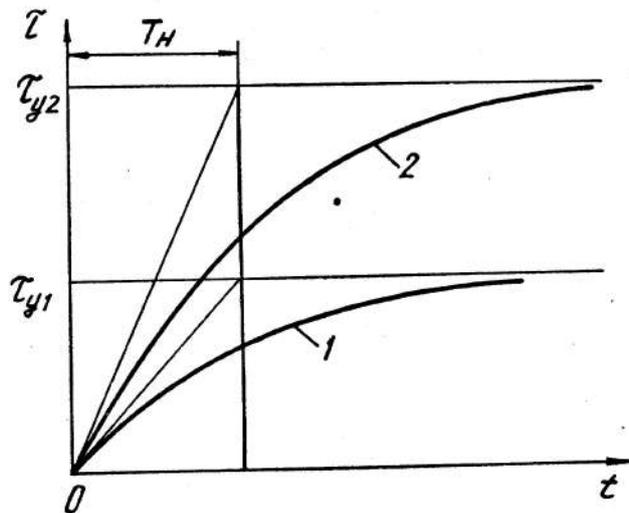


Рис. 6.4. Графики нагрева при различной нагрузке электродвигателя

Значение установившегося нагрева двигателя зависит от нагрузки; при постоянном значении коэффициента теплоотдачи установившийся нагрев пропорционален потерям в двигателе:

$$\tau_{\circ} = \frac{Q}{A}. \quad (6.16)$$

Постоянная времени нагрева не приводится в справочниках, ее можно определить приблизительно экспериментальным или расчетным путем. По паспортным данным двигателя определяют номинальные потери:

Коэффициент теплоотдачи определяется из выражения:

$$A = \frac{Q_i}{\tau_{\circ}}$$

где  $\tau_{\circ}$  — установившийся нагрев при номинальной нагрузке двигателя, равный допустимой температуре нагрева для данного класса изоляции минус номинальная температура окружающей среды (40 °С).

Постоянная нагрева вычисляется по формуле

$$T_i = \frac{\tilde{N}}{A}, \quad (6.17)$$

где  $C = C' m$  – теплоемкость двигателя, Дж/°С;

$C'$  – удельная теплоемкость стали, Дж/кг °С;

$m$  – масса двигателя, кг.

Экспериментальное определение постоянной времени нагрева связано с изменением температуры двигателя во времени при постоянной нагрузке. По графику зависимости  $\tau(t)$  постоянная времени нагрева может быть получена двумя способами.

Первый способ основан на проведении касательной к графику зависимости  $\tau(t)$ . На рис. 6.2 касательные к графикам 1 и 2 проведены для момента времени, равного нулю. Экспоненциальная зависимость  $\tau(t)$  имеет асимптоту  $\tau_0$ . Точка  $K$  пересечения касательной с асимптотой дает время, равное постоянной времени нагрева  $T_i$ . Как видно из графиков рис. 6.2, постоянные времени для кривых 1 и 2 равны. Вообще говоря, касательную к графику  $\tau(t)$  можно проводить для любого момента времени  $t_i$  (точка  $B$ ), тогда подкасательная  $DC$  равна постоянной времени нагрева. Подкасательная – это отрезок между проекцией ( $D$ ) точки касания (5) на асимптоту и точкой ( $C$ ) пересечения касательной и асимптоты. Данный способ определения постоянной времени дает значительную ошибку.

Более точное значение постоянной времени нагрева может быть получено следующим образом. На графике  $\tau(t)$  находится точка, соответствующая величине нагрева  $\tau = 0,632\tau_0$  (точка  $A$  на рис. 6.2), абсцисса этой точки равна постоянной времени нагрева.

Как следует из выражений (6.12) и (6.15), время нагрева или охлаждения двигателя равно бесконечности. Практически можно принять нагрев двигателя законченным за время, равное  $3 \div 4$  постоянным времени от начала нагрева, когда нагрев достигает значения  $(0,95 \div 0,98) \tau_0$ .

В процессе работы электрической машины потери в ней изменяются в соответствии с нагрузочной диаграммой привода; величина установившегося нагрева также не остается постоянной в течение всего времени работы. График нагрева двигателя в этом случае представляет собой ломаную линию (рис. 6.5).

Правильный выбор двигателя заключается в том, чтобы при работе электрической машины ее максимальный нагрев не превышал допустимое значение:

$$\tau_{\max} \leq \tau_{\text{доп}} \quad (6.18)$$

где  $\tau_{\max}$  – максимальный нагрев двигателя, определяемый по нагрузочной диаграмме;

$\tau_{\text{доп}}$  – допустимый нагрев, характеризующий класс нагревостойкости изоляции, используемой в двигателе.

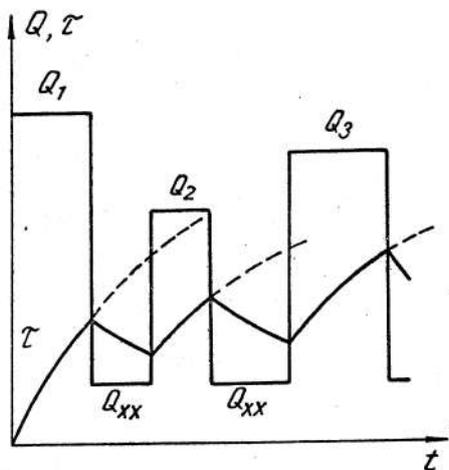


Рис 6.5. График нагрева при изменяющейся нагрузке электродвигателя

График зависимости  $\tau(t)$  определяется нагрузочной диаграммой привода и может иметь весьма сложную форму. В зависимости от характера нагрева и охлаждения двигателя различают следующие основные режимы работы электроприводов. Продолжительный (длительный) режим работы, при котором время работы настолько велико, что нагрев двигателя достигает установившегося значения. В таком режиме работают вентиляторы, насосы, компрессоры, конвейеры, у которых время работы измеряется часами и даже сутками. Графики этого режима работы при постоянной нагрузке показаны на рис. 6.6, а. Данный режим работы характеризуется номинальной мощностью продолжительного режима. Номинальная мощность продолжительного режима – это такая мощность, которую может развивать двигатель сколь угодно долгое время, не нагреваясь сверх допустимого значения, определяемого классом нагревостойкости изоляции, используемой в двигателе. Кратковременным режимом работы называется такой режим, при котором длительность рабочего времени недостаточна для того, чтобы нагрев успел достичь установившегося значения, а пауза настолько продолжительна, что двигатель успевает охладиться до температуры окружающей среды (чему соответствует нагрев, равный нулю). Упрощенные графики этого режима представлены на рис. 6.6, б. Кратковременный режим работы характеризуется номинальной продолжительностью и номинальной мощностью. Установлены следующие значения номинальной продолжительности кратковременного режима работы: 10, 30, 60 и 90 мин. Номинальная мощность кратковременного режима работы – это такая мощность, которую может развивать двигатель в течение номинальной продолжительности работы, не нагреваясь сверх допустимого значения. В кратковременном режиме работают механизмы шлюзов, поворотных железнодорожных кругов, подъемных мостов и т. д. Повторно-кратковременным режимом работы называется такой режим, при котором

периоды работы чередуются с отключением двигателя, при этом в период работы нагрев двигателя не успевает достичь установившегося значения, а во время паузы нагрев не успевает снизиться до нуля. Графики этого режима работы представлены на рис. 6.6, в. Режим характеризуется номинальной относительной продолжительностью включения и номинальной мощностью повторно-кратковременного режима работы. Относительная продолжительность включения определяется из следующего выражения:

$$\hat{I}A = \frac{t_{\delta}}{t_{\delta} + t_0} \cdot 100 = \frac{t_{\delta}}{t_{\delta}} \cdot 100, \quad (6.19)$$

где  $PB$  – относительная продолжительность включения, %;

$t_{\delta}$  – время работы, с;

$t_0$  – время паузы, с;

$t_{\delta}$  – время цикла, с.

В этом режиме работы продолжительность цикла не должна превышать 10 мин. Приняты следующие номинальные значения относительной продолжительности включения:  $PB_n = 15, 25, 40, 60\%$ .

Номинальная мощность повторно-кратковременного режима – это такая мощность, которую может развивать двигатель сколь угодно долгое время, не нагреваясь сверх допустимого значения, при условии чередования периодов включений и пауз. Такой режим работы является характерным для механизмов кранов, лифтов, металлорежущих станков и т. д. Условия нагрева и охлаждения двигателей, работающих в различных режимах, значительно отличаются, поэтому для каждого режима работы промышленностью выпускаются специальные двигатели. Однако сказанное не означает, что двигатели, изготовленные на один режим работы, не могут быть использованы при работе в другом режиме. Методы выбора мощности

двигателя для разных режимов работы имеют некоторые особенности, которые будут рассмотрены ниже.

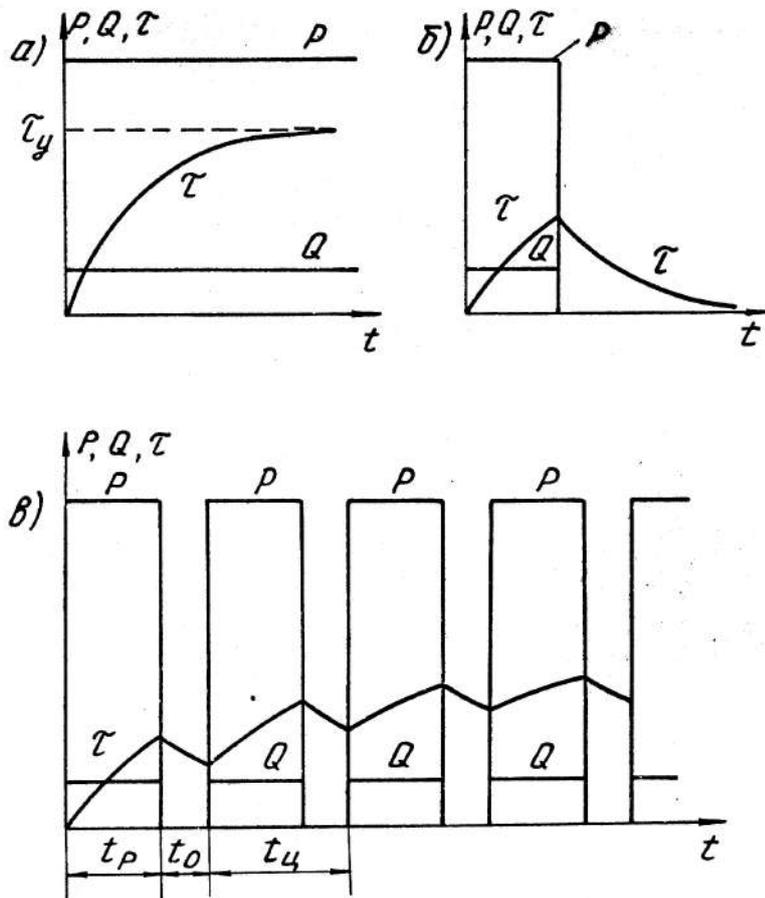


Рис 6.5. График нагрева при различных режимах работы электродвигателя:  
 а – длительный режим работы; б – кратковременный режим работы;  
 в - повторно-кратковременный режим работы

## 6.2. Выбор мощности электродвигателей при продолжительном режиме работы

Большое число механизмов работают с постоянной или незначительно изменяющейся нагрузкой без регулирования угловой скорости вращения вала рабочей машины. К таким механизмам относятся вентиляторы, насосы, конвейеры с равномерной загрузкой ленты и т. д. Расчет мощности

электродвигателя в этих случаях весьма прост, если известна потребляемая механизмом мощность. Двигатель, выбранный по мощности механизма с учетом потерь в передаточном устройстве, будет полностью нагружен по условиям нагрева изоляции его обмоток. При пуске и торможении привода потери в двигателе будут больше, чем номинальные, но они не повлияют на величину нагрева двигателя, поскольку такие приводы редко включаются и отключаются, а время пуска и торможения весьма незначительно (порядка нескольких секунд) по отношению ко времени работы (часы, а то и сутки). Лишь в исключительных случаях необходимо проверять достаточность пускового момента двигателя для механизмов, имеющих значительный момент сопротивления троганию или обладающих большим моментом инерции. Двигатель, мощность которого соответствует данной нагрузке, выбирается по каталогу. Если в каталоге нет двигателя данной мощности, то выбирается ближайший большей мощности и соответствующей угловой скорости вращения, при этом соблюдается условие:

$$P_i \geq P_\delta,$$

где  $P_i$  – номинальная мощность, указанная в каталоге;

$P_\delta$  – мощность, необходимая для работы привода.

Однако для большинства механизмов, работающих в длительном (продолжительном) режиме, нагрузка на валу может изменяться в значительной степени (рис. 6.7). Для данной нагрузочной диаграммы нельзя принять мощность двигателя, исходя из максимальной мощности по нагрузочной диаграмме, поскольку при этом двигатель большую часть времени будет недогружен. Если выбрать мощность двигателя по среднему значению нагрузки, то в этом случае двигатель будет перегружаться, т. к. при этом не учитывается квадратичная зависимость потерь от коэффициента загрузки двигателя (6.3). Выбранная по среднему значению мощность будет занижена, поскольку среднее квадратичное всегда больше среднего арифметического.

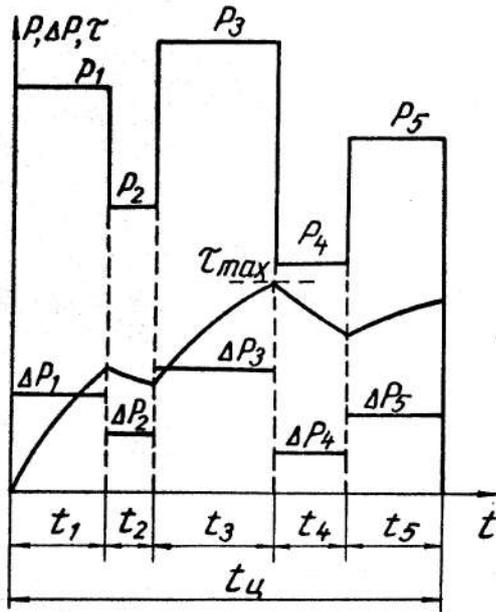


Рис. 6.7. Нагрузочная диаграмма и нагрев двигателя при продолжительном режиме работы с переменной нагрузкой

Для двигателей, работающих в продолжительном режиме, существуют следующие методы выбора мощности:

- 1) Метод последовательных приближений.
- 2) Метод средних потерь.
- 3) Метод эквивалентного тока.
- 4) Метод эквивалентного момента.
- 5) Метод эквивалентной мощности.

Выбор мощности двигателя методом последовательных приближений заключается в следующем. Ориентировочно по нагрузочной диаграмме производственной машины (см. рис. 6.7) подсчитывают мощность электрического двигателя:

$$P_{\delta} = \frac{k_{\zeta} \cdot \sum P_i t_i}{\eta_i \cdot \sum t_i}, \quad (6.20)$$

где  $k_{\zeta}$  – коэффициент запаса, равный  $1,1 \div 1,3$ ;

$P_{\delta}$  – расчетная мощность;

$\eta_i$  – коэффициент полезного действия передачи (редуктора);

$\sum t_i = t_{\delta}$  – время цикла.

По расчетной мощности из каталогов предварительно выбирают подходящий по угловой скорости и условиям работы двигатель, у которого номинальная мощность не менее полученной по расчету  $P_i \geq P_{\delta}$ . Далее производят проверку выбранного двигателя по условиям нагрева и перегрузочной способности. Для этого по паспортным данным двигателя и нагрузочной диаграмме определяют потери в двигателе  $\Delta P_i$  на каждом участке нагрузочной диаграммы по выражениям (6.3) и (6.8). Значения постоянной времени нагрева  $T_i$  и установившегося нагрева  $\tau_{\delta_i}$  для каждого участка нагрузочной диаграммы определяют по выражениям (6.17) и (6.16). Полученные данные позволяют построить кривые нагрева двигателя  $\tau(t)$  для каждого участка нагрузочной диаграммы (см. рис. 6.7). По кривой нагрева находят его максимальное значение и проверяют выбранный двигатель по тепловой нагрузке, при этом должно удовлетворяться условие

$$\tau_{\max} = \tau_{\text{аиі}}$$

где  $\tau_{\text{аиі}}$  – допустимый нагрев изоляции выбранного двигателя.

Если это условие не соблюдается, то принимается другой двигатель и весь расчет повторяется для вновь выбранного двигателя. Метод последовательных приближений связан с построением кривых нагрева, что требует больших затрат времени, поэтому этот метод применяется для расчетов мощных и ответственных приводов. На практике используют менее точные, но более простые методы проверки выбранного двигателя по условиям нагрева, например, метод средних потерь, не связанный с построением кривых нагрева двигателя.

Сущность метода средних потерь заключается в следующем. По нагрузочной диаграмме и выражению (6.20) ориентировочно выбирается мощность двигателя. По паспортным данным двигателя для каждого участка нагрузочной диаграммы определяют потери  $\Delta P_i$ . Можно приближенно считать, что установившийся нагрев  $\tau_{\delta}$  при неизменных условиях охлаждения определяется величиной средних потерь в двигателе за время цикла:

$$\Delta P_{\text{н}\delta} = \frac{\sum \Delta P_i t_i}{t_{\delta}} \quad (6.21)$$

Вычисленные по (6.21) средние потери за цикл сравниваются с номинальными потерями:

$$\Delta P_i = \frac{P_i (1 - \eta_i)}{\eta_i}$$

Если  $\Delta P_{\text{н}\delta} < \Delta P_i$ , установившийся нагрев не превышает допустимый для класса изоляции выбранного двигателя:  $\tau_{\text{н}\delta} < \tau_{\text{аи}}^{\text{д}}$ . Если же средние потери за цикл превышают номинальные  $\Delta P_{\text{н}\delta} > \Delta P_i$ , то двигатель будет перегреваться, т.е. средний за цикл нагрев превышает допустимое значение  $\tau_{\text{н}\delta} > \tau_{\text{аи}}^{\text{д}}$ . В обоих случаях необходимо выбрать другой двигатель, подсчитать потери мощности для каждого участка нагрузочной диаграммы и средние потери по выражению (6.21), а затем вновь сравнить средние потери с номинальными, т.е. проверить двигатель по условию нагрева методом средних потерь.

Действительный максимальный нагрев двигателя за время цикла может несколько превышать среднее значение, но при времени цикла, значительно меньшем постоянной нагрева  $T_{\delta} \ll T_i$ , это расхождение незначительно. Однако необходимо следить, чтобы указанное условие соблюдалось, в

противном случае метод средних потерь нельзя применять для тепловой проверки выбранного двигателя.

В процессе работы угловая скорость вращения может регулироваться, в этом случае условия охлаждения двигателей с самовентиляцией ухудшаются. Это обстоятельство учитывается при подсчете средних потерь:

$$\Delta P_{\text{н\ddot{o}}} = \frac{\sum \Delta P_i t_i}{\sum \beta_i t_i}, \quad (6.22)$$

где  $\beta_i$  – коэффициент ухудшения теплоотдачи на  $t$ -м участке нагрузочной диаграммы, соответствующей значению угловой скорости на этом участке.

Коэффициент ухудшения теплоотдачи линейно зависит от угловой скорости вращения вала двигателя:

$$\beta = \beta_0 + (1 - \beta_0) \frac{\omega}{\omega_i}, \quad (6.23)$$

где  $\beta_0$  – коэффициент ухудшения теплоотдачи при неподвижном вале двигателя;

$\omega$  – текущее значение угловой скорости вращения вала;

$\omega_i$  – номинальное значение угловой скорости вращения двигателя.

Коэффициент ухудшения теплоотдачи при неподвижном вале двигателя равен:

$$\beta_0 = \frac{A_0}{A}, \quad (6.24)$$

где  $A_0, A$  – коэффициенты теплоотдачи при неподвижном двигателе и номинальной угловой скорости вращения вала соответственно.

В случаях, когда известен экспериментальный график зависимости тока нагрузки от времени  $I(t)$ , проверку двигателя по условиям нагрева можно произвести методом эквивалентного тока. Эквивалентный ток – это такой постоянный ток, который вызывает в двигателе те же потери, что и

действительно протекающий по нему ток. На рис. 6.8 представлен примерный график нагрузочной диаграммы тока двигателя при продолжительном режиме работы с переменной нагрузкой. Потери в двигателе на  $i$ -м участке нагрузочной диаграммы:

$$\Delta P_i = k + I_i^2 R, \quad (6.25)$$

где  $k$  – постоянные потери;

$I_i$  – ток нагрузки (якоря двигателя) на  $i$ -м участке;

$R$  – сопротивление якорной цепи.

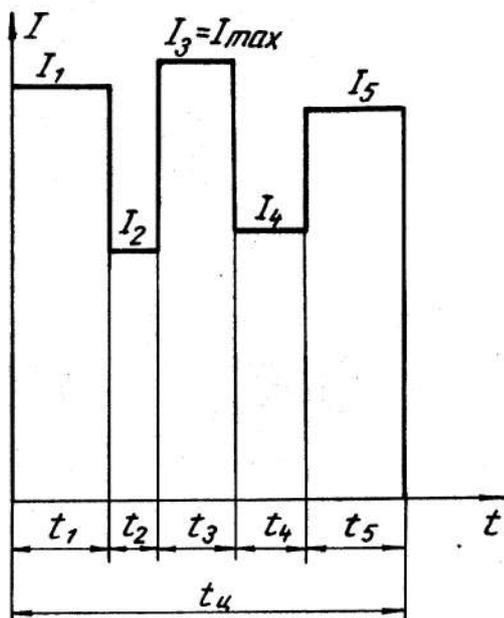


Рис 6.8. Нагрузочная диаграмма тока при ступенчатой нагрузке

Средние потери (при постоянном сопротивлении якорной цепи):

$$\Delta P_{\text{н\ddot{o}}} = \frac{\sum \Delta P_i t_i}{\sum t_i} = \frac{\sum (k + I_i^2 R) t_i}{\sum t_i} = k + R \frac{\sum I_i^2 t_i}{\sum t_i}. \quad (6.26)$$

Эквивалентный ток  $I_{\text{э\hat{e}}}$  вызывает те же потери в двигателе:

$$\Delta P_{\text{н\ddot{o}}} = k + I_{\text{э\hat{e}}}^2 R. \quad (6.27)$$

Из выражений (6.26) и (6.27) получаем эквивалентный ток:

$$I_{\dot{y}\dot{e}} = \sqrt{\frac{\sum I_i^2 t_i}{\sum t_i}} . \quad (6.28)$$

Для самовентилируемых двигателей при работе с переменной угловой скоростью вращения вместо  $\sum t_i$  следует подставлять  $\sum \beta_i t_i$ . Проверка используемого двигателя по условиям нагрева заключается в сравнении эквивалентного и номинального токов. Должно выполняться условие:  $I_i \geq I_{\dot{y}\dot{e}}$ . Кроме того, необходимо проверить двигатель на перегрузочную способность по току, для чего по нагрузочной диаграмме определяют максимальное значение тока  $I_{\max}$ . Должно выполняться условие  $I_{\max} \leq I_i \lambda_I$ . Если это условие не выполняется, то необходимо выбрать двигатель, исходя из его перегрузочной способности по току. Проверки по условиям нагрева в этом случае не требуется.

В более общем случае, когда ток нагрузки изменяется плавно (рис. 6.9), эквивалентный ток определяется из выражения:

$$I_{\dot{y}\dot{e}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I^2(t) dt} , \quad (6.29)$$

где  $T$  – полное время работы двигателя.

Если аналитическая зависимость  $I(t)$  неизвестна, то ее график может быть разбит на участки с линейной зависимостью тока от времени (см. рис. 6.9), а затем для каждого участка определяется эквивалентный ток. Например, эквивалентный ток для первого участка, определяемого временем работы  $t_1$ , равен:

$$I_{\dot{y}1} = \frac{I_1}{\sqrt{3}} . \quad (6.30)$$

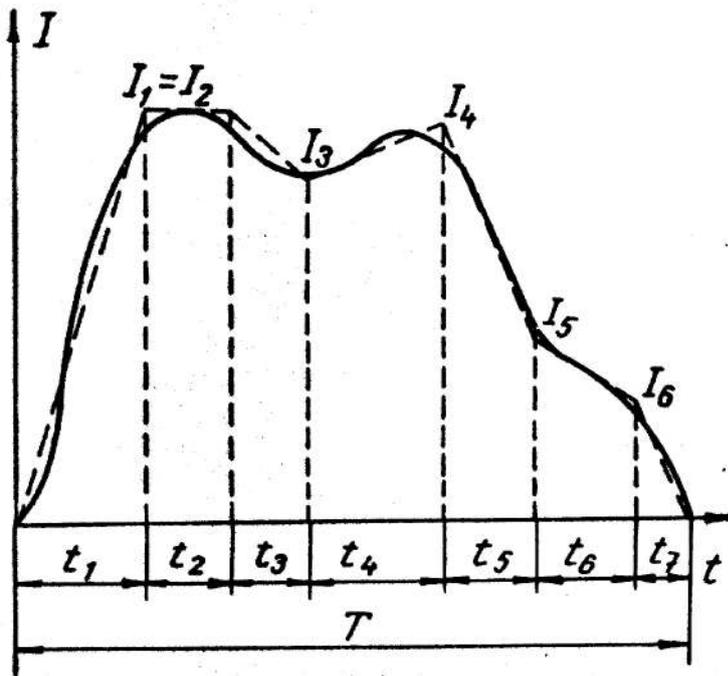


Рис. 6.9. Нагрузочная диаграмма при ступенчатом изменении момента

Для второго участка эквивалентный ток равен:

$$I_{y2} = I_2.$$

Для третьего участка эквивалентный ток вычисляется по выражению:

$$I_{y3} = \sqrt{\frac{I_2^2 + I_2 I_3 + I_3^2}{3}}. \quad (6.31)$$

Эквивалентный ток для полного цикла работы  $T$  определяется следующим образом:

$$I_y = \sqrt{\frac{\sum I_{yi}^2 t_i}{T}}. \quad (6.32)$$

На практике часто нагрузочные диаграммы представлены в виде зависимости момента статического сопротивления от времени  $M(t)$  (рис. 6.10). Эквивалентный момент может быть определен аналогично эквивалентному току. Если считать, что магнитный поток двигателя постоянный, то электромагнитный момент двигателя пропорционален току нагрузки.

Подставляя в выражение (6.28) вместо тока момент, получим выражение для эквивалентного момента:

$$M_{\dot{y}} = \sqrt{\frac{\sum M_i^2 t_i}{\sum t_i}} . \quad (6.33)$$

По выражению (6.33) проверяется выбранный двигатель по условию его нагрева; кроме того, двигатель следует проверить по перегрузочной способности. С этой целью по нагрузочной диаграмме определяют максимальный момент и сравнивают его с допустимым для данного двигателя. Должно выполняться условие:

$$M_{\max} \leq M_i \lambda_M . \quad (6.34)$$

Если условие (6.34) не выполняется, то необходимо выбрать двигатель большей мощности, исходя из условий его перегрузочной способности. Проверка двигателя по нагреву в данном случае не требуется.

Метод эквивалентной мощности применим, если в процессе работы угловая скорость вращения вала постоянна и электрический двигатель работает длительное время без остановок. Такой режим работы характерен для приводов насосов, вентиляторов и компрессоров. При постоянной угловой скорости вращения мощность на валу двигателя пропорциональна его моменту. В этом случае, заменяя в выражении (6.33) момент мощностью, получим выражение для эквивалентной мощности:

$$P_{\dot{y}} = \sqrt{\frac{\sum P_i^2 t_i}{\sum t_i}} . \quad (6.35)$$

Из рассмотренных «эквивалентных» методов проверки выбранного двигателя по условиям нагрева наиболее точным является метод эквивалентного тока. Рассмотрим область применения каждого из приведенных выше методов проверки выбранного двигателя по условиям нагрева.

Метод последовательных приближений является самым общим и не имеет ограничений, но требует значительный объем исходных данных, отсутствующих в справочниках, и больших затрат времени на построение графиков нагрева двигателя. Метод средних потерь имеет то ограничение, что время цикла должно быть существенно меньше постоянной времени нагрева. При выводе выражения для эквивалентного тока считалось, что «постоянные» потери в двигателе (потери в стали и потери на трение) неизменны и сопротивление якоря постоянно. Следовательно, этот метод неприменим, когда следует учитывать изменение «постоянных» потерь и при выборе мощности короткозамкнутых асинхронных двигателей с двойной беличьей клеткой и глубоким пазом, т. к. их сопротивление зависит от частоты тока в роторе, которая значительно изменяется при пуске и торможении двигателя.

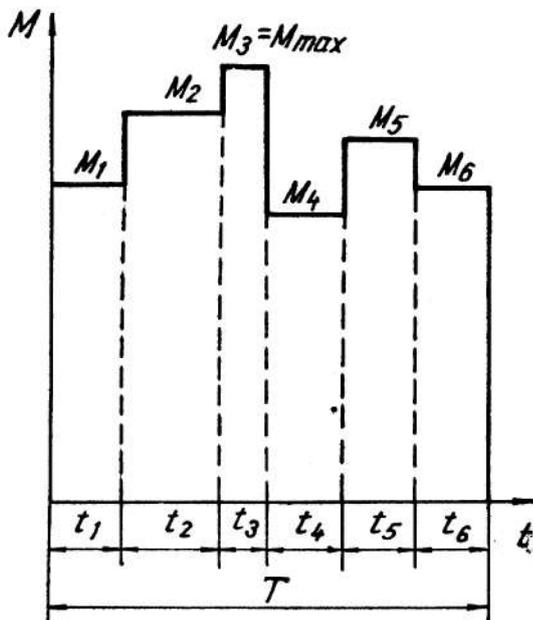


Рис. 6.10. Нагрузочная диаграмма привода при ступенчатом изменении нагрузки

На метод эквивалентного момента наложены те же ограничения, что и на метод эквивалентного тока. Кроме того, при выводе выражения для эквивалентного момента поток возбуждения двигателя считался постоянным, следовательно, этот метод неприменим для двигателей постоянного тока последовательного и смешанного возбуждения, поток которых является функцией тока нагрузки. Все перечисленные выше ограничения относятся и к методу эквивалентной мощности. Кроме того, этот метод не может применяться для двигателей, угловая скорость вращения которых изменяется в процессе работы, особенно для часто запускаемых и останавливаемых приводов. Следует отметить, что для продолжительного режима работы применяются двигатели, предназначенные только для данного режима.

### **6.3. Выбор мощности электродвигателей при кратковременном режиме работы**

По определению кратковременного режима нагрев двигателя при работе не успевает достичь установившегося значения, а в процессе охлаждения нагрев снижается до нуля. Ввиду этого при изучении нагрева двигателя вполне достаточно ограничиться только рабочей частью цикла, соответствующей работе привода.

На рис. 6.11 представлена упрощенная нагрузочная диаграмма рабочей машины при кратковременном режиме работы. Если для данного режима работы принять двигатель, предназначенный для продолжительного режима, и нагрузить его номинальной мощностью, равной  $P_i$ , то за время работы нагрев не успеет достичь установившегося значения  $\tau_{\text{аи}}$ , и двигатель будет недоиспользован по нагреву (кривая  $I$  на рис. 6.11).

Для полного использования двигателя по нагреву и уменьшения вследствие этого его габаритов следует несколько перегрузить двигатель с тем, чтобы по

окончании времени работы его нагрев достиг допустимого значения, соответствующего классу нагревостойкости используемой изоляции обмоток двигателя. Величины механической и тепловой перегрузки двигателя характеризуются коэффициентами механической и термической перегрузки. При правильном выборе мощности двигателя его нагрев к концу рабочего периода  $t_{\delta}$  должен достиг значения  $\tau_{\text{доп}}$  (кривая 2 на рис. 6.11). В этом случае мощность двигателя будет меньше  $P_n$ , он будет перегружен механически, но по тепловому режиму перегружен не будет, поскольку его нагрев никогда не превысит допустимого значения.

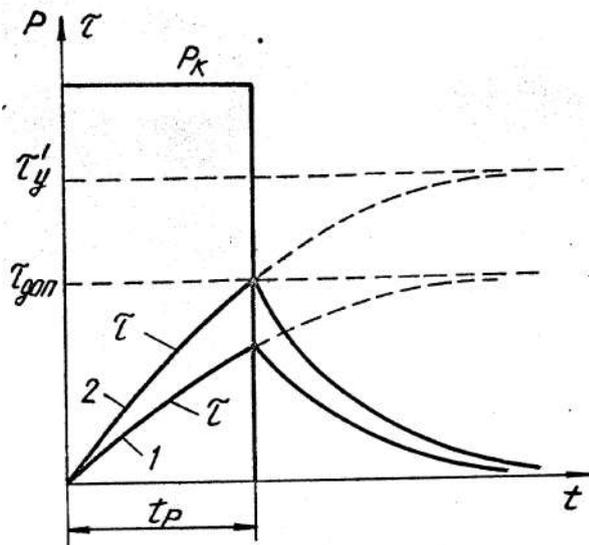


Рис 6.11. Нагрузочная диаграмма и график нагрева двигателя при кратковременном режиме работы привода

Каждый раз нагрев двигателя начинается с нуля, и уравнение нагрева выглядит следующим образом:

$$\tau(t) = \tau'_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_i}} \right), \quad (6.36)$$

где  $\tau'_{\delta}$  – установившийся нагрев двигателя для продолжительной нагрузки, равной  $P_i$ .

В момент времени  $t = t_{\delta}$  нагрев должен достичь установившегося значения (условие полного использования двигателя по нагреву)  $\tau(t_{\delta}) = \tau_{\text{аиі}}$  :

$$\tau_{\text{аиі}} = \tau'_{\delta} \left( 1 - e^{-\frac{t_{\delta}}{T_i}} \right). \quad (6.37)$$

Из выражения (6.37) получим отношение:

$$\frac{\tau'_{\delta}}{\tau_{\text{аиі}}} = \left( 1 - e^{-\frac{t_{\delta}}{T_i}} \right)^{-1}. \quad (6.38)$$

Поскольку установившийся нагрев пропорционален потерям, то  $\tau'_{\delta} = \frac{Q_{\hat{\epsilon}}}{A}$  ;

$\tau_{\text{аиі}} = \frac{Q_i}{A}$  и выражение (6.38) может быть представлено следующим образом:

$$p_{\delta} = \frac{\tau'_{\delta}}{\tau_{\text{аиі}}} = \left( 1 - e^{-\frac{t_{\delta}}{T_i}} \right)^{-1}. \quad (6.39)$$

где  $p_{\delta}$  – коэффициент термической перегрузки.

Номинальные потери в двигателе:

$$Q_i = k + v_i. \quad (6.40)$$

Потери для кратковременной нагрузки:

$$Q_{\hat{\epsilon}} = k + v_{\hat{\epsilon}}. \quad (6.41)$$

Если считать переменные потери пропорциональными квадрату мощности

$v_{\hat{\epsilon}} = v_i \left( \frac{P_{\hat{\epsilon}}}{P_i} \right)^2$ , то потери при кратковременной нагрузке равны:

$$Q_{\dot{\epsilon}} = k + v_i \left( \frac{P_{\dot{\epsilon}}}{P_i} \right)^2 \quad (6.42)$$

Подставляя (6.40) и (6.42) в (6.39), получим:

$$p_{\delta} = \frac{k + v_i \left( \frac{P_{\dot{\epsilon}}}{P_i} \right)^2}{k + v_i} = \frac{a + p_i^2}{a + 1}, \quad (6.43)$$

где  $p_i = \frac{P_{\dot{\epsilon}}}{P_i}$  – коэффициент механической перегрузки.

Из (6.43) определяют коэффициент механической перегрузки:

$$p_i = \sqrt{(a + 1)p_{\delta} - a},$$

или с учетом выражения (6.39):

$$p_i = \sqrt{\frac{(a + 1)}{\left( 1 - e^{-\frac{t_{\delta}}{T_i}} \right)} - a} \quad (6.44)$$

Таким образом, для привода с нагрузочной диаграммой (см. рис. 6.11) мощность двигателя, предназначенного для работы в продолжительном режиме, определяется из выражения

$$P_i \geq \frac{P_{\dot{\epsilon}}}{p_i} \quad (6.45)$$

Выражение (6.44) показывает, насколько можно перегрузить двигатель, предназначенный для работы в длительном режиме, если его использовать в приводе с кратковременным режимом работы. Для кратковременного режима промышленность выпускает специальные двигатели различной мощности с номинальным временем работы  $t_n = 10, 30, 60, 90$  мин. Если время работы привода по нагрузочной диаграмме не совпадает с номинальным, то возникает необходимость перерасчета мощности с реального на номинальное время работы. Предположим, что время работы привода по нагрузочной

диаграмме равно 45 мин., а принимается двигатель с номинальным временем работы 60 мин. В этом случае мощность двигателя, выбранного по каталогу, может быть несколько ниже, чем мощность, определяемая по нагрузочной диаграмме. Коэффициент механической перегрузки определяется следующим образом. Нагрев двигателя при кратковременном режиме работы для реальной нагрузочной диаграммы протекает по выражению:

$$\tau(t) = \tau'_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_i}} \right). \quad (6.46)$$

Для правильно выбранного двигателя в момент времени  $t_\delta$  нагрев должен быть равным допустимому  $\tau_{\text{доп}}$ :

$$\tau(t_\delta) = \tau_{\text{доп}} = \tau'_0 \left( 1 - e^{-\frac{t_\delta}{T_i}} \right). \quad (6.47)$$

Нагрев двигателя, работающего при номинальном кратковременном режиме, описывается уравнением:

$$\tau(t) = \tau_i \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_i}} \right), \quad (6.48)$$

где  $\tau_i$  – установившийся нагрев, соответствующий продолжительной нагрузке, равной  $P_i$ .

Для номинального времени работы нагрев двигателя, работающего в номинальном кратковременном режиме, соответствует допустимому значению  $\tau_{\text{доп}}$ :

$$\tau(t_i) = \tau_{\text{доп}} = \tau_i \left( 1 - e^{-\frac{t_i}{T_i}} \right). \quad (6.49)$$

Из выражений (6.47) и (6.49) определяется коэффициент термической перегрузки двигателя:

$$p_{\delta} = \frac{\tau_{\delta}}{\tau_i} = \left( \frac{1 - e^{-\frac{t_i}{T_i}}}{1 - e^{-\frac{t_{\delta}}{T_i}}} \right) \quad (6.50)$$

Тогда коэффициент механической перегрузки равен:

$$p_i = \sqrt{\left( \frac{1 - e^{-\frac{t_i}{T_i}}}{1 - e^{-\frac{t_{\delta}}{T_i}}} \right) (a + 1) - a} \quad (6.51)$$

Для двигателей, предназначенных для продолжительного режима работы,  $t_i = \infty$  и выражение (6.51) приводится к выражению (6.44).

Исходя из времени работы  $t_{\delta}$ , определяемого по нагрузочной диаграмме, и принятого номинального времени работы  $t_i$ , по выражению (6.51) определяют коэффициент механической перегрузки и по каталогам выбирают подходящий двигатель, соответствующий условию (6.45).

#### **6.4. Выбор мощности электродвигателей при повторно-кратковременном режиме работы**

Нагрузочная диаграмма и нагрев двигателя при повторно-кратковременном режиме работы представлены на рис. 6.12. Как видно из этих графиков, за время работы нагрев двигателя не успевал достичь установившегося значения, а во время паузы не снижался до нуля; начальное и конечное значение нагрева для каждого цикла работы различное. Однако для достаточно удаленного цикла работы можно считать, что колебания нагрева при работе и остановках заключены в пределах от  $\tau_{i\div}$  до  $\tau_{\text{ан}}$ .

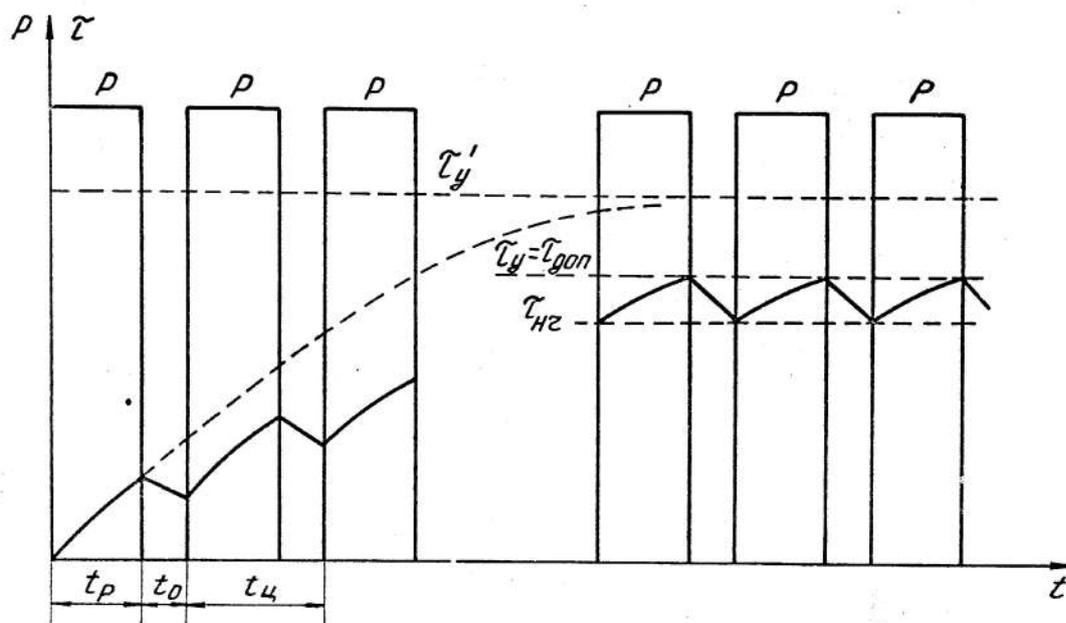


Рис. 6.12. Нагрузочная диаграмма и график нагрева двигателя при повторно-кратковременном режиме работы двигателя

Напишем уравнение нагрева при работе на достаточно удаленном цикле:

$$\tau(t) = \tau_{i\ddot{v}} e^{-\frac{t}{T_i}} + \tau_{\ddot{o}}' \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_i}} \right). \quad (6.52)$$

Начальный нагрев можно определить как нагрев в конце предыдущего цикла по уравнению охлаждения:

$$\tau(t) = \tau_{\ddot{a}\ddot{v}} e^{-\frac{t}{T_0}}, \quad (6.53)$$

где  $T_0$  – постоянная времени охлаждения.

За время, равное времени паузы  $t = t_0$ , нагрев достигнет начального (для последующего цикла) значения:

$$\tau_{i\ddot{v}} = \tau_{\ddot{a}\ddot{v}} e^{-\frac{t_0}{T_0}}. \quad (6.54)$$

С учетом (6.54) выражение (6.52) принимает вид:

$$\tau(t) = \tau_{\ddot{a}\ddot{v}} e^{-\frac{t_0}{T_0}} e^{-\frac{t}{T_i}} + \tau_{\ddot{o}}' \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_i}} \right). \quad (6.55)$$

Для правильно выбранного двигателя в конце рабочего периода при  $t = t_\delta$  нагрев достигает допустимого значения:

$$\tau_{\text{аи}} = \tau_{\text{аи}} e^{-\frac{t_0}{T_0}} e^{-\frac{t_\delta}{T_i}} + \tau'_0 e^{-\left(1 - e^{-\frac{t_\delta}{T_i}}\right)}. \quad (6.56)$$

Если считать постоянные времени нагрева и охлаждения одинаковыми, то выражение (6.56) можно привести к виду:

$$\tau_{\text{аи}} = \tau_{\text{аи}} e^{-\frac{(t_0 + t_\delta)}{T_i}} - \tau'_0 \left(1 - e^{-\frac{t_\delta}{T_i}}\right). \quad (6.57)$$

Коэффициент термической перегрузки равен:

$$\delta_\delta = \frac{\tau'_0}{\tau_{\text{аи}}} = \left( \frac{1 - e^{-\frac{t_\delta}{T_i}}}{1 - e^{-\frac{t_\delta}{T_i}}} \right), \quad (6.58)$$

где  $t_\delta = t_0 + t_\delta$  – время цикла.

Существуют специальные двигатели, предназначенные для повторно-кратковременного режима работы; они характеризуются номинальной продолжительностью включения  $\hat{I}A_i$  или относительной продолжительностью включения  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = \frac{t_\delta}{(t_0 + t_\delta)} = \frac{t_\delta}{t_\delta}. \quad (6.59)$$

Если реальное значение относительной продолжительности включения, определенное по нагрузочной диаграмме, не совпадает с номинальным, то возникает необходимость перерасчета мощности с реального на номинальное значение относительной продолжительности включения. Основой расчета является равенство эквивалентных потерь для реального и номинального режимов работы. Эквивалентные номинальные потери при повторно-кратковременном режиме работы:

$$\Delta P_{\dot{y}i} = \sqrt{\frac{\Delta P_i^2 t_{\delta i}}{t_{\delta i} + t_0}} = \sqrt{\Delta P_i^2 \varepsilon_i} \quad (6.60)$$

Эквивалентные потери при повторно-кратковременном режиме работы, определенные для реальной нагрузочной диаграммы:

$$\Delta P_{\dot{y}\dot{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\Delta P_{i\dot{\varepsilon}}^2 t_{\delta}}{t_{\delta i} + t_0}} = \sqrt{\Delta P_{i\dot{\varepsilon}}^2 \varepsilon_{i\dot{\varepsilon}}} \quad (6.61)$$

Приравнивая правые части выражений (6.60) и (6.61), получим

$$\Delta P_i^2 \varepsilon_i = \Delta P_{i\dot{\varepsilon}}^2 \varepsilon_{i\dot{\varepsilon}} \quad (6.62)$$

Потери определяются по выражениям (6.40) и (6.42). После простых преобразований получим коэффициент механической перегрузки:

$$p_i = \sqrt{(a+1) \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{i\dot{\varepsilon}}} - a} \quad (6.63)$$

Если пренебречь постоянными потерями ( $a=0$ ), то выражение 6.63) принимает вид:

$$p_i = \sqrt{\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{i\dot{\varepsilon}}}} \quad (6.64)$$

Промышленность выпускает двигатели с номинальной относительной продолжительностью включения  $\varepsilon_i = 0,15; 0,25; 0,4; 0,6$ . Эти двигатели обладают значительной перегрузочной способностью и повышенным пусковым моментом, что позволяет максимально и использовать их по условиям нагрева. После проверки двигателя по условиям нагрева необходимо проверить его на допустимую нагрузку и пусковой момент.

## 6.5. Диаграмма теплового режима двигателя

Температура окружающей среды может существенно отличаться от номинального значения (+40 °C). Особенно это относится к горячим цехам,

где температура окружающего воздуха постоянна и не подвержена сезонным колебаниям. Определение допустимой нагрузки двигателя при отклонении температуры окружающей среды от номинальной может быть выполнено на основе диаграммы теплового режима двигателя (рис. 6.13).

Диаграмма теплового режима для одной серии двигателей строится следующим образом. В осях координат  $P/P_i$ ,  $Q$  строятся потери в двигателе в зависимости от нагрузки (левый квадрант рис. 6.13). В первом квадранте в осях координат  $\vartheta$ ,  $Q$  строится линейная зависимость потерь двигателя, отдаваемых в окружающую среду, от температуры нагрева двигателя. Эта прямая строится по двум точкам:  $\vartheta_1 = +40^\circ \text{C}$ ,  $Q = 0$  и  $\vartheta_2 = \vartheta_{\text{аи}}$ ,  $Q = Q_i$ , где  $\vartheta_{\text{аи}}$  – допустимая для данного класса нагревостойкость изоляции обмоток,  $Q_i$  – номинальные потери в двигателе (прямая  $ab$ ). На рис. 6.13 представлена диаграмма теплового режима двигателя с классом нагревостойкости изоляции обмоток Е с предельно допустимой температурой обмоток  $120^\circ \text{C}$ .

При изменении температуры окружающей среды изменяется количество тепла, отдаваемого двигателем; прямая, характеризующая рассеиваемое тепло, пойдет параллельно линии  $ab$  из точки, расположенной на оси температур и соответствующей значению температуры среды.

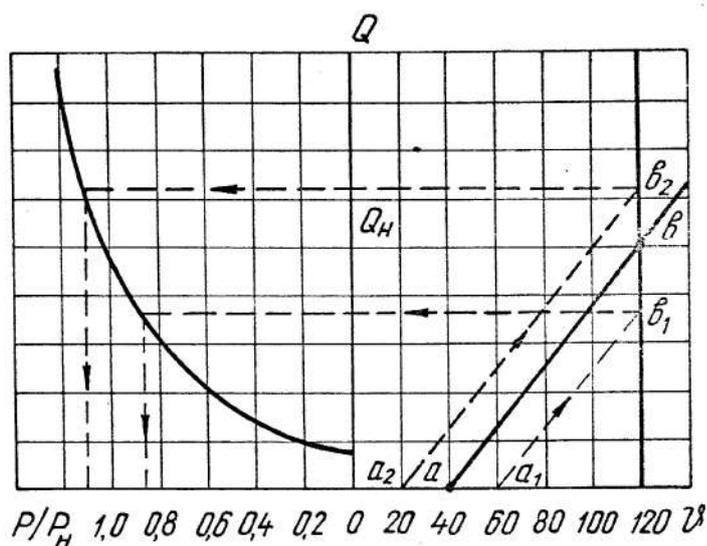


Рис. 6.13. Универсальная диаграмма теплового режима двигателя

Пересечение новой прямой с вертикалью, соответствующей допустимой температуре нагрева изоляции обмоток двигателя, определяет величину потерь и допустимой нагрузки двигателя. Например, при температуре окружающей среды  $+60\text{ }^{\circ}\text{C}$  (прямая  $a_1b_1$ ) допустимая нагрузка двигателя составляет 0,85 от номинальной. Если же температура окружающей среды составляет  $+20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , то двигатель может быть несколько перегружен; рассеиваемое тепло определяется линией  $a_2b_2$ . Допустимая температура нагрева обмоток достигается при нагрузке двигателя 1,1 от номинальной величины. Из диаграммы теплового режима двигателя следует, что даже незначительное превышение температуры окружающей среды существенно снижает допустимую нагрузку двигателя.

### 6.6. Определение допустимого числа включений для короткозамкнутых двигателей

Приводы значительного числа механизмов металлообрабатывающей и горной промышленности требуют большого числа включений. К ним

относятся металлообрабатывающие станки, механизм свинчивания - развинчивания бурового става и т. д. В этом случае имеют место значительные потери в двигателе за счет переходных процессов при пуске и торможении привода, которые значительно превосходят потери в установившемся режиме работы. В связи с этим возникает задача определения допустимого числа включения в час  $Z_{\text{доп}}$ . Этот показатель особенно важен для асинхронных короткозамкнутых двигателей, так как в этом случае все потери энергии выделяются в самой машине, тогда как для асинхронных двигателей с фазным ротором и двигателей постоянного тока потери рассеиваются в пусковых и тормозных сопротивлениях. Для асинхронных короткозамкнутых двигателей с большим числом включений в час методы эквивалентных величин не дают правильных результатов; в этом случае необходимо применять метод, основанный на непосредственном учете потерь, возникающих в двигателе при пуске, установившемся режиме работы и торможении.

Обычно предварительно выбранный двигатель проверяется на допустимое число включений в час. Для этого необходимо знать потери энергии на каждом участке работы двигателя и коэффициент ухудшения теплоотдачи при пуске, торможении и остановке асинхронного короткозамкнутого двигателя с самовентиляцией. Рабочий цикл состоит из периода пуска, работы с установившейся скоростью вращения, торможения и паузы, когда двигатель отключен от сети.

Под допустимым числом включений электродвигателя в час  $Z_{\text{доп}}$  понимают такое число включений, при котором средняя температура после большого числа рабочих циклов будет равна предельно допустимой для данного класса изоляции.

Приближенно допустимое число включений в час равно:

$$z_{\text{вн}} = 3600 \frac{\Delta P_i \beta_0 (1 - \varepsilon) + \Delta P_i \varepsilon \left(1 - \frac{\Delta P}{\Delta P_i}\right)}{(\Delta A_i + \Delta A_0)}, \quad (6.65)$$

где  $\Delta P_i$  – потери в двигателе при номинальной нагрузке;

$\beta_0$  – коэффициент ухудшения теплоотдачи при неподвижном вале двигателя;

$\varepsilon$  – относительная продолжительность включения;

$\Delta P$  – реальные потери в двигателе при установившемся режиме работы;

$\Delta A_i$  – потери энергии при пуске двигателя;

$\Delta A_0$  – потери энергии при торможении двигателя.

Если в установившемся режиме двигатель работает с номинальной нагрузкой ( $\Delta P = \Delta P_i$ ), то выражение (6.65) упрощается:

$$z_{\text{вн}} = 3600 \frac{\Delta P_i \beta_0 (1 - \varepsilon)}{\Delta A_i + \Delta A_0}. \quad (6.66)$$

Если двигатель выбран правильно по допустимому числу включений в час, то должно выполняться условие:

$$z_{\text{вн}} \geq z; \quad (6.67)$$

где  $z$  – действительное число включений в час, определяемое по нагрузочной диаграмме привода.

Если указанное условие не выполняется, то следует принять более мощный двигатель и вновь проверить его по допустимому числу включений в час.

### Контрольные вопросы

1. Перечислить тепловые режимы работы электродвигателей.
2. Дать определение постоянной времени нагрева.
3. Что такое «эквивалентный ток»?

4. Назвать методы выбора мощности электрического двигателя для продолжительного режима работы.
5. Какой фактор определяет допустимую нагрузку двигателя?
6. Написать уравнение теплового баланса, объяснить физическую сущность входящих в это уравнение параметров и перечислить условия, при которых оно справедливо.

## Список использованной литературы

1. Андреев В.П., Сабинин Ю.А. Основы электропривода. М.: Государственное энергетическое издательство, 1963 г., 772с.
2. Башарин А.В., Новиков В.А., Соколовский Г.Г. Управление электроприводами. Л.: Энергоиздат, 1982 г., 392 с.
3. Ключев В.И. Теория электропривода. М.: Энергоиздат, 1985 г., 560 с.
4. Михайлов О.П. Автоматизированный электропривод станков и промышленных роботов. М.: Машиностроение, 1990 г., 302 с.
5. Москаленко В.В. Автоматизированный электропривод. М.: Энергоатомиздат, 1986 г., 414 с.
6. Хализев Г.П. Электрический привод. М.: Высшая школа, 1977 г., 256с.
7. Чиликин М.Г. Общий курс электропривода. М.: Энергия, 1971 г., 432 с.
8. Чиликин М.Г., Сандлер А.С. Общий курс электропривода. М.: Энергоиздат, 1981 г., 576 с.
9. Чиликин М.Г., Соколов М.М., Терехов В.М., Шинянский А.В. Основы автоматизированного электропривода М.: Энергия, 1974 г., 566 с.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому

Комплексу

С.А. Упоров

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ  
К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**Б1.О.28 ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОПРИВОДА**

Направление подготовки

***15.03.02 Технологические машины и оборудование***

Направленность (профиль)

***Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов***

Форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

Автор: Стариков В. С., доцент, канд. техн. наук.

Одобрены на заседании кафедры

Электрификации горных предприятий

*(название кафедры)*

Зав. кафедрой

Садовников М. Е.

*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 1 от 01.09.2023

*(Дата)*

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

Горно-механический

*(название факультета)*

Председатель

Осипов П.А.

*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 2 от 20.10.2023

*(Дата)*

Екатеринбург

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
1. Указания по выполнению контрольной работы.....	3
2. Учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	4
Приложения:	
Схема электроснабжения карьера.....	6
Варианты заданий к контрольной работе.....	6

## ВВЕДЕНИЕ

*Цель дисциплины:* получение базовых знаний для дальнейшего освоения дисциплин специального курса; формирование у студентов необходимых знаний и умений по современному электрическому приводу, что позволит им успешно решать теоретические и практические задачи в их профессиональной деятельности.

Целью методических рекомендаций является повышение эффективности процесса обучения по основной образовательной программе путем правильной организации и выполнения контрольной работы.

*Контрольная работа* предназначена для выработки умения дать лаконичный аргументированный полный ответ на вопрос изучаемого курса, снабженный выводами. Написание ее требует самостоятельности и ответственного отношения, способности работать с литературой по проблеме, знаний истории и теории вопроса, основных теоретических положений. Объем работы не должен превышать 8-10 страниц печатного или рукописного текста, и содержать титульный лист, основную часть работы, список использованной литературы.

### 1. УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Контрольная работа предназначена для закрепления теоретического материала, приобретения навыков выполнения электротехнических расчетов и пользования справочной специализированной литературой.

Контрольная работа выполняется студентами по вариантам исходных данных, которые задаются преподавателем каждому студенту индивидуально. Исходные данные по вариантам заданий соответствуют схеме электроснабжения карьера (рис. 1) и приведены в табл.1 Приложения к настоящим методическим указаниям.

Контрольная работа выполняется на белой бумаге формата А4 с применением персонального компьютера шрифтом Times New Roman (размер шрифта 14, межстрочный интервал 1,5). В исключительных случаях допускается представить контрольную работу, выполненную аккуратно в ученической тетради рукописным образом. Выполненная контрольная работа должна быть сдана на кафедру ЭГП и зарегистрирована не позднее дня проведения предэкзаменационной консультации.

При выполнении контрольной работы необходимо придерживаться следующих общих требований:

- ✓ принятые решения должны иметь обоснования, сопровождаемые соответствующими расчетами и пояснениями;
- ✓ при выборе электрооборудования необходимо приводить его основные технические характеристики;
- ✓ схемы должны изображаться в условных графических обозначениях, предусмотренных действующими ГОСТ;
- ✓ работа выполняется с оставлением полей шириной 3 см для замечаний преподавателя.

При выполнении контрольной работы необходимо решить следующее:

1. выполнить расчет электрических нагрузок по карьере;
2. выбрать, при необходимости, средства компенсации реактивной мощности;
3. определить количество и мощность силовых трансформаторов на главной понижающей подстанции (ГПП);
4. определить мощность и выбрать ПКТП для ламп ДКсТ и для буровых станков;
5. выполнить расчет воздушных и кабельных ЛЭП карьера;
6. произвести расчет защитного заземления электроустановок карьера.

Расчет электрических нагрузок рекомендуется проводить по установленной мощности и коэффициенту спроса. Результаты расчетов следует представить в виде таблицы – формуляра электрических нагрузок. При составлении формуляра электрических нагрузок все электроприемники карьера независимо от их напряжения следует сгруппировать по отдельным воздушным ЛЭП (ВЛ-1, ВЛ-2, ВЛ-3).

Для выбора средств компенсации реактивной мощности необходимо, прежде всего, определить величину средневзвешенного коэффициента мощности по карьере. В зависимости от соотношения между расчетным значением и нормированным значением коэффициента реактивной мощности принимается решение о необходимости применения искусственной компенсации реактивной мощности. Методика выбора компенсирующих устройств изложена в [4].

Выбор числа и мощности трансформаторов на ГПП карьеров производится, исходя из расчетной нагрузки и категории электроприемников. При наличии на карьере электроприемников I и II категорий на ГПП устанавливается, как правило, не менее двух силовых трансформаторов, что необходимо для резервирования питания. Трансформаторы принимаются, как правило, одинаковой мощности, которая определяется с учетом их перегрузочной способности и требований по резервированию [4]. По величине расчетной мощности с помощью справочной литературы, указанной в [4], выбираются соответствующие трансформаторы.

При определении мощности силового трансформатора ПКТП для питания лампы ДКСТ следует учитывать его несимметричную работу. Расчетная мощность может быть определена по соответствующим выражениям, приведенным в [4].

Мощность силового трансформатора ПКТП для питания бурового станка определяется по суммарной установленной мощности электроприемников бурового станка с учетом группового коэффициента спроса, величина которого зависит от количества электроприемников в группе и может быть определена по соответствующим выражениям, приведенным в [4]. Выбранный трансформатор для ПКТП бурового станка должен быть проверен по условию прямого пуска наиболее мощного в группе асинхронного электродвигателя с короткозамкнутым ротором.

При расчете воздушных и кабельных ЛЭП карьера необходимо выбрать марку и сечение проводов воздушных ЛЭП (ВЛ-1, ВЛ-2, ВЛ-3), марку и сечение токоведущих жил кабелей для питания экскаваторов и буровых станков. При расчете воздушных ЛЭП следует учитывать, что ВЛ-1 является стационарной, а ВЛ-2 и ВЛ-3 являются передвижными. Гибкие кабели горных машин карьеров относятся к временным ЛЭП. Применяемые методы расчета воздушных и кабельных ЛЭП карьеров приведены в [4].

При расчете защитного заземления электроустановок карьера необходимо определить тип и количество электродов центрального заземлителя и сечение заземляющих проводников. Расчет производится для наиболее удаленного от центрального заземлителя электроприемника карьера. Центральный заземлитель сооружается, как правило, на борту карьера вблизи от ГПП. Методика расчета защитного заземления электроустановок карьеров изложена в [4].

На основании проведенных расчетов необходимо изобразить схему электроснабжения карьера с указанием на ней типов электрооборудования, марок воздушных и кабельных ЛЭП.

## **2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

1. Чеботаев Н. И. Электрооборудование и электроснабжение открытых горных работ: Учебник для вузов. – М.: Изд-во «Горная книга», 2006. – 474 с.

2. Электрификация горного производства: Учебник для вузов: В 2 т. / Под ред. Л. А. Пучкова и Г. Г. Пивняка. – М.: Изд-во Московского государственного горного университета, 2007. – Т.1. – 511 с.

3. Электропривод и электрификация приисков: Учебник для вузов / Г. А. Багаутинов, Ю. А. Марков, А. П. Маругин, В. С. Стариков. – М.: Недра, 1989. – 303 с.

4. Стариков В. С. Электроснабжение карьера (прииска): Учебно-методическое пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2005. 27 с.

5. Бекетов В. Ф. Методические разработки по лабораторным работам по электрооборудованию для студентов неэлектрических специальностей. Часть 2. Екатеринбург: Изд-во УГГГА, 2000.

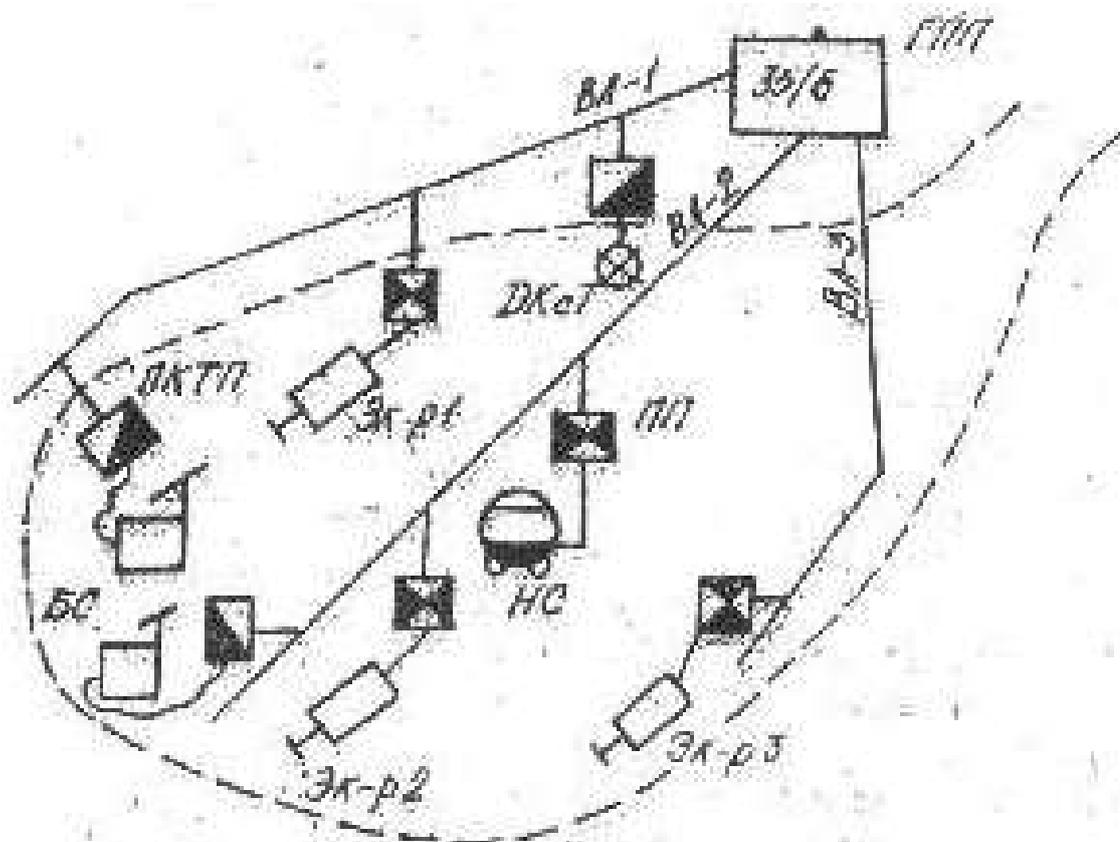


Рис. 1. Схема электроснабжения карьера

Варианты заданий к контрольной работе

Таблица 1

№ варианта	Тип экскаватора			Тип бур. станка (БС)	Мощность дв-ля насоса (НС), кВт	Мощность лампы ДКСТ, кВт	Протяженность ВЛ, км		
	ЭК-р 1	ЭК-р 2	ЭК-р 3				ВЛ-1	ВЛ-2	ВЛ-3
1	ЭКГ-8У	ЭКГ-8Н	ЭКГ-8Н	СБШ-250МН	500	20	0,8	1,8	1,5
2	ЭКГ-5У	ЭКГ-12	ЭКГ-12	СБШ-250МН	350	20	1,0	1,6	1,4
3	ЭКГ-5А	ЭКГ-12	ЭКГ-12	2СБШ-200	140	50	1,6	2,0	1,8
4	ЭКГ-8Н	ЭКГ-10	ЭКГ-8,3	СБШ-250	800	50	1,8	2,0	1,4
5	ЭКГ-10	ЭКГ-12У	ЭКГ-10	2СБШ-200	500	20	1,4	1,6	1,2

6	ЭКГ-12Ус	ЭКГ-5А	ЭКГ-5А	СБУ-160	350	20	2,0	1,8	1,6
7	ЭКГ-8У	ЭКГ-8Н	ЭКГ-8Н	СБО-2	200	100	1,8	1,6	1,4
8	ЭКГ-5У	ЭКГ-12	ЭКГ-12	СБШ-250	500	50	0,5	1,0	0,8
9	ЭКГ-8,3	ЭКГ-8Н	ЭКГ-8Н	2СБШ-200Н	350	20	0,6	0,8	1,2
10	ЭКГ-8Н	ЭКГ-5А	ЭКГ-5А	СВБ-2М	140	20	0,4	0,6	0,8
11	ЭКГ-12Ус	ЭКГ-8Н	ЭКГ-12	СБШ-250МН	500	50	1,0	1,2	0,8
12	ЭКГ-8У	ЭКГ-8Н	ЭКГ-8Н	2СБШ-200	800	100	0,8	1,0	1,4
13	ЭКГ-15	ЭКГ-10	ЭКГ-10	СБШ-320	500	20	1,6	1,6	1,2
14	ЭКГ-8У	ЭКГ-8Н	ЭКГ-10	СБР-160	300	50	2,0	2,0	1,8
15	ЭКГ-8Н	ЭКГ-10	ЭКГ-12	СБШ-250 МН	800	100	1,0	1,2	1,4
16	ЭКГ-10	ЭКГ-8И	ЭКГ-8И	СБШ-250	200	20	1,2	1,4	1,4
17	ЭКГ-12У	ЭКГ-10	ЭКГ-10	2СБШ-200	500	50	1,6	1,6	1,2
18	ЭКГ-5У	ЭКГ-5А	ЭКГ-5А	СБР-160	800	20	1,0	1,2	1,4
19	ЭКГ-15	ЭКГ-8Н	ЭКГ-8Н	2СБШ-200	800	20	1,5	1,7	1,6
20	ЭКГ-10	ЭКГ-12	ЭКГ-12	СБШ-320	500	50	0,8	1,0	1,2
21	ЭКГ-4,6Б	ЭКГ-8И	ЭКГ12,5	СБШ-250МН	500	20	1,8	2,0	1,4
22	ЭВГ-6	ЭКГ-8	ЭКГ-12,5	СБШ-250МН	350	20	1,8	1,6	1,4
23	ЭВГ-15	ЭКГ-12,5	ЭКГ-12,5	СБШ-320	140	50	1,4	1,6	1,2
24	ЭКГ-8	ЭКГ-8	ЭКГ-10	СБШ-250	800	50	0,6	0,8	1,2
25	ЭКГ-8И	ЭКГ-10	ЭКГ-12,5	2СБШ-200	500	20	1,2	1,4	1,4
26	ЭШ-6/60	ЭКГ-5А	ЭКГ-5А	СБО-2	200	20	1,0	1,2	0,8
27	ЭШ-10/60А	ЭКГ-8	ЭКГ-8	2СБШ-200	500	50	0,80	1,0	1,4
28	ЭШ-10/70	ЭКГ-12,5	ЭКГ-12,5	СБР-160	800	20	0,6	0,8	1,2
29	ЭШ-14/75	ЭКГ-8И	ЭКГ-8И	2СБШ-200	400	50	1,0	1,2	1,4
30	ЭШ-15/90А	ЭКГ-4,6Б	ЭКГ-4,6Б	СБШ-320	500	50	1,5	1,7	1,6

Примечания: 1) длину экскаваторного кабеля принять 250 м;  
2) длину кабеля для бурового станка принять 120 м.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Проректор по учебно-методическому комплексу  
С.А. Уцоров



**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**  
*по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся*

**Б1.О.28 ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОПРИВОДА**

Направление подготовки  
**15.03.02 Технологические машины и оборудование**

Направленность (профиль)  
**Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов**

Форма обучения: **очная, заочная, очно-заочная**

год набора: 2024

Автор: Трапезников В. Т., старший преподаватель

Одобрены на заседании кафедры

Электрификации горных предприятий  
*(название кафедры)*

Зав. кафедрой

Садовников М. Е.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 1 от 01.09.2023  
*(Дата)*

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

Горно-механический  
*(название факультета)*

Председатель

Осипов П. А.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 2 от 20.10.2023  
*(Дата)*

Екатеринбург

# КОМПЛЕКТ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ

Темы № 1, 3, 6, 7, 8

## Основные понятия

### 1. Электропривод состоит из таких основных частей, как...

- а. силовая часть и система управление
- б. механическая и динамическая
- в. система регулирования
- г. система устойчивости

### 2. Многодвигательный электропривод - это...

- а. электропривод, который состоит из нескольких одиночных электроприводов, каждый из которых предназначен для приведения в действие отдельных элементов производственного агрегата
- б. электропривод, который с помощью одного электродвигателя приводит в движение отдельную машину
- в. трансмиссионный электропривод
- г. электропривод, который служат для регулирования скорости

### 3. Экономичность регулируемого привода характеризуется...

- а. затратами на его сооружения и эксплуатацию
- б. затратами на его транспортировку
- в. затратами на дополнительные приборы
- г. не имеет никакие затраты

### 4. Плавность регулирования характеризуется...

- а. числом устойчивых скоростей
- б. числом устойчивых моментов
- в. числом устойчивых сил
- г. устойчивостью по всем характеристикам

### 5. Диапазон регулирования зависит от...

- а. от нагрузки
- б. от внешних сил
- в. от внутренних сил
- г. от скорости момента

## Регулирование координат электропривода

### 1. Механическая характеристика производственного механизма связывает...

- а. ускорение и момент сопротивления
- б. угловую скорость и момент сопротивления
- в. механическую и электрическую мощность
- г. ускорение и угловую скорость

### 2. Подъёмные механизмы имеют механическую характеристику...

- а. не зависящую от скорости

- б. линейно – возрастающую
- в. нелинейно – возрастающую
- г. нелинейно – падающую

**3. Вентиляторы и насосы имеют механическую характеристику...**

- а. не зависящую от скорости
- б. линейно – возрастающую
- в. нелинейно – возрастающую
- г. нелинейно – падающую

**4. Металлообрабатывающие станки имеют характеристику...**

- а. не зависящую от скорости
- б. линейно – возрастающую
- в. нелинейно – возрастающую
- г. нелинейно – падающую

## **Электроприводы с синхронными двигателями**

**1. Для асинхронного двигателя не приемлем следующий вид электрического торможения...**

- а. сверхсинхронное
- б. динамическое
- в. переменное
- г. торможение противовключением

**2. Режим сверхсинхронного торможения у асинхронных двигателей возникает...**

- а. при скорости ниже синхронной
- б. при номинальной скорости
- в. при нулевой скорости
- г. при скорости выше синхронной

**3. Режим сверхсинхронного торможения ещё называют...**

- а. рекуперативным
- б. повышенным
- в. скоростным
- г. обратным

**4. В режиме сверхсинхронного торможения ЭДС двигателя...**

- а. меньше напряжения сети
- б. больше напряжения сети
- в. равно напряжению сети
- г. равно 0

## **Взаимосвязанный электропривод**

**1. В критерии регулирования скорости в электроприводах не входит...**

- а. диапазон
- б. плавность
- в. стабильность

г. резкость

**2. Диапазон регулирования скорости в электроприводах определяется отношением максимальной скорости вращения двигателя...**

- а. к минимальной
- б. к средней
- в. к номинальной
- г. к текущей

**3. Плавность регулирования скорости в электроприводах характеризуется...**

- а. отношение максимальной скорости к минимальной
- б. количеством ступеней скорости внутри диапазона регулирования
- в. стабильностью работы системы при изменении нагрузки
- г. диапазоном регулирования напряжения сети

**4. Коэффициент плавности регулирования скорости в электроприводах определяется как...**

- а. разница между синхронной скоростью двигателя и скоростью ротора
- б. отношение момента нагрузки к моменту двигателя
- в. отношение двух соседних значений скоростей
- г. разница между двумя соседними скоростями

## **Энергетика электропривода**

**1. Наибольшая допустимая температура нагрева двигателя ограничивается...**

- а. температурой плавления обмоток
- б. термической стойкостью его изоляции
- в. механической стойкостью подшипников
- г. уставкой тепловой отсечки теплового реле

**2. Нагрев двигателя обусловлен рядом факторов, в которые не входит...**

- а. потери энергии в обмотках статора и ротора
- б. потери на гистерезис и вихревые токи
- в. потери электроэнергии в проводах питающей линии
- г. трение в подшипниках

**3. Повышение температуры электродвигателя продолжается до тех пор, пока...**

- а. электродвигатель включен в сеть электропитания
- б. электродвигатель не достигнет скорости холостого хода
- в. количество теплоты, отдаваемое поверхностью электродвигателя, не станет равным количеству теплоты, выделяемому электродвигателем
- г. механическая мощность электродвигателя не станет равной электрической мощности, потребляемой из сети

**4. Предельно допустимое превышение температура обмотки двигателя над температурой окружающей среды определяется разностью между предельно допустимой температурой изоляции двигателя и стандартной температурой окружающей среды, которая равна...**

- а. 20 °С
- б. 24 °С

в. 30 °С  
г. 40 °С

## ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ОПРОСА

1. Что такое механическая характеристика электропривода?
2. Написать выражение для электромагнитного момента двигателя постоянного тока?
3. Дать определение двигательного и тормозного режимов работы электродвигателя?
4. Чему равен момент на валу двигателя при работе в двигательном и тормозном режимах работы?
5. Дать определение естественной и искусственной механической характеристик электродвигателя?
6. Что такое жесткость механической характеристики? Классификация механических характеристик электрических двигателей по жесткости.
7. Назвать разновидности электропривода по этапам его развития.
8. Что такое совместная механическая характеристика электродвигателя и производственного механизма?
9. Дать определение статической устойчивости привода. Критерий статической устойчивости.
10. В чем принципиальное отличие активного момента статического сопротивления от реактивного. Привести примеры из практики.
11. Написать уравнение механической характеристики двигателя постоянного тока параллельного возбуждения.
12. Определить сопротивление якоря двигателя параллельного возбуждения по паспортным данным.
13. Что такое номинальное сопротивление двигателя постоянного тока?
14. Объяснить способ получения генераторного торможения для двигателя параллельного возбуждения.
15. Дать определение режима противовключения и перечислить способы его получения.
16. Достоинства и недостатки торможений противовключением.
17. Определить коэффициент жесткости механической характеристики двигателя параллельного возбуждения.
18. Перечислить параметры, влияющие на график механической характеристики двигателя постоянного тока параллельного возбуждения.
19. Показать на графике механической характеристики, что произойдет при уменьшении потока возбуждения двигателя постоянного тока независимого возбуждения.
20. Как влияет введение дополнительного сопротивления на скорость вращения в генераторном режиме работы с отдачей энергии в сеть при постоянном моменте статического сопротивления?
21. Написать уравнение механической характеристики двигателя постоянного тока независимого возбуждения при динамическом торможении.
22. Показать на графике переход их двигательного режима в режим динамического торможения.
23. Построить механическую характеристику двигателя постоянного тока независимого возбуждения с номинальным сопротивлением цепи якоря.

24. Изложить методику графического способа определения сопротивлений пускового реостата.
25. Начертить Г-образную схему замещения трехфазного асинхронного двигателя.
26. Написать выражения для критического скольжения и критического момента асинхронного двигателя.
27. Определить по паспортным данным номинальное сопротивление ротора.
28. Перечислить способы пуска асинхронного двигателя.
29. Изложить методику построения естественной характеристики асинхронного двигателя по паспортным данным.
30. От чего зависит критическое скольжение асинхронного двигателя?
31. Перечислить тормозные режимы асинхронного двигателя.
32. Почему в режиме идеального холостого хода асинхронного двигателя ток статора не равен нулю?
33. С какой целью в цепь ротора асинхронного двигателя включают активное сопротивление?
34. Перечислить преимущества и недостатки трехфазного асинхронного двигателя перед двигателем постоянного тока.
35. На сколько изменится критический момент асинхронного двигателя при снижении напряжения сети на 10 %?
36. Перечислит способы регулирования скорости асинхронного двигателя.
37. Достоинства и недостатки системы генератор-двигатель.
38. Перечислить способы регулирования скорости по системе генератор-двигатель.
39. Написать уравнение механической характеристики двигателя в системе генератор-двигатель.
40. Почему жесткость механической характеристики двигателя в системе генератор-двигатель меньше жесткости механической характеристики двигателя постоянного тока независимого возбуждения, питаемого от сети.
41. Начертить семейство механических характеристик системы генератор-двигатель для двух зон регулирования скорости.
42. Что называется характеристикой холостого хода генератора?
43. Определить номинальный коэффициент полезного действия системы генератор-двигатель.
44. Перечислить достоинства синхронного двигателя.
45. Начертить механическую характеристику синхронного двигателя.
46. Что такое угловая характеристика синхронного двигателя?
47. Написать зависимость перегрузочной способности синхронного двигателя от угла между напряжением и ЭДС отмотки статора.
48. Начертить пусковую характеристику синхронного двигателя.
49. Перечислить способы пуска синхронного двигателя.
50. Какие тормозные режимы применяются для остановки синхронного двигателя?

## ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

### дисциплина ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

#### І. Основы электропривода

##### 1. Электропривод состоит из таких основных частей, как...

- а. силовая часть и система управление
- б. механическая и динамическая

- в. система регулирования
- г. система устойчивости

**2. Многодвигательный электропривод - это...**

- а. электропривод, который состоит из нескольких одиночных электроприводов, каждый из которых предназначен для приведения в действие отдельных элементов производственного агрегата
- б. электропривод, который с помощью одного электродвигателя приводит в движение отдельную машину
- в. трансмиссионный электропривод
- г. электропривод, который служат для регулирования скорости

**3. Динамическое торможение ещё называется...**

- а. реостатное
- а. торможение, связанное со скоростью
- а. торможение, связанное с пусковым моментом
- а. кинематическое торможение

**4. Экономичность регулируемого привода характеризуется...**

- а. затратами на его сооружения и эксплуатацию
- б. затратами на его транспортировку
- в. затратами на дополнительные приборы
- г. не имеет никакие затраты

**5. Плавность регулирования характеризуется...**

- а. числом устойчивых скоростей
- б. числом устойчивых моментов
- в. числом устойчивых сил
- г. устойчивостью по всем характеристикам

**6. Диапазон регулирования зависит от...**

- а. от нагрузки
- б. от внешних сил
- в. от внутренних сил
- г. от скорости момента

**7. Количество тепла обозначается...**

- а. Q
- б. P
- в. A
- г. I

**8. Активные моменты могут быть как движущими и ...**

- а. тормозными
- б. вращающими
- в. ускорительными
- г. не подвижными

**9. Реактивные моменты всегда направлены...**

- а. против движение
- б. перпендикулярно
- в. не имеют направления
- г. могут иметь любое направление

**10. Электродвигатель предназначен для...**

- а. преобразования механической энергии в электрическую
- б. изменения параметров электрической энергии
- в. преобразования электрической энергии в механическую
- г. повышения коэффициента мощности линий электропередачи

**11. В электроприводах используют двигатели...**

- а. только постоянного тока
- б. только переменного тока
- в. постоянного и переменного тока
- г. внутреннего сгорания

**12. Преобразователь в электроприводе предназначен для...**

- а. преобразования электрической энергии в механическую
- б. преобразования параметров электрической энергии (тока, напряжения, частоты)
- в. преобразования механической энергии в механическую
- г. преобразования механической энергии в электрическую

**13. В качестве преобразователя в электроприводах используют...**

- а. автотрансформаторы
- б. частотные преобразователи
- в. тиристорные преобразователи напряжения
- г. все выше перечисленные ответы

**14. Управляющему устройству электропривода не свойственна следующая функция...**

- а. включение и выключение электропривода
- а. реверсирование электропривода
- а. регулирование скорости электропривода
- \*а. передача механической энергии рабочей машине

**15. Передаточное устройство предназначено для...**

- а. передачи механической энергии от электродвигательного устройства к исполнительным органам рабочей машины
- б. передачи сигналов обратной связи
- в. передачи электрической энергии к электродвигателю
- г. передачи электрической энергии к управляющему устройству

**II. Механические характеристики производственных механизмов и электродвигателей**

**1. Механическая характеристика производственного механизма связывает...**

- а. ускорение и момент сопротивления
- б. угловую скорость и момент сопротивления
- в. механическую и электрическую мощность
- г. ускорение и угловую скорость

**2. Подъёмные механизмы имеют механическую характеристику...**

- а. не зависящую от скорости
- б. линейно – возрастающую
- в. нелинейно – возрастающую
- г. нелинейно – падающую

**3. Вентиляторы и насосы имеют механическую характеристику...**

- а. не зависящую от скорости
- б. линейно – возрастающую
- в. нелинейно – возрастающую
- г. нелинейно – падающую

**4. Металлообрабатывающие станки имеют характеристику...**

- а. не зависящую от скорости
- б. линейно – возрастающую
- в. нелинейно – возрастающую
- г. нелинейно – падающую

**5. Для выбора рационального электропривода необходимо знать...**

- а. механическую характеристику рабочей машины
- б. механическую характеристику электродвигателя
- в. механическую характеристику рабочей машины и электродвигателя
- г. нагрузочную характеристику рабочей машины

**6. Механической характеристикой электродвигателя называется зависимость между...**

- а. вращающим моментом электродвигателя и его угловой скоростью
- б. моментом сопротивления и угловой скоростью
- в. механической и электрической мощностью
- г. вращающим моментом электродвигателя и моментом сопротивления

**7. У всех электродвигателей скорость является...**

- а. возрастающей функцией момента двигателя
- б. убывающей функцией момента двигателя
- в. независимой от момента двигателя
- г. нет правильного ответа

**8. Величина определяемая, как отношение разности моментов, развиваемых электродвигателем, к соответствующей разности угловых скоростей называется...**

- а. твёрдость механической характеристики
- б. прочность механической характеристики
- в. мягкость механической характеристики
- г. жёсткость механической характеристики

**9. Механическая характеристика, при которой скорость с изменением момента остается неизменной ( $\beta = \infty$ ) называется...**

- а. абсолютно жёсткая
- б. жесткая
- в. мягкая
- г. абсолютно мягкая

**10. Механическая характеристика с коэффициентом жесткости  $\beta = 40$  - называется...**

- а. абсолютно жёсткая
- б. жесткая
- в. мягкая
- г. абсолютно мягкая

**11. Механическая характеристика с коэффициентом жесткости  $\beta \leq 10$  называется...**

- а. абсолютно жёсткая
- б. жесткая
- в. мягкая
- г. абсолютно мягкая

**12. Синхронные электродвигатели обладают...**

- а. абсолютно жёсткой механической характеристикой

- б. жесткой механической характеристикой
- в. мягкой механической характеристикой
- г. абсолютно мягкой механической характеристикой

**13. Асинхронные двигатели в рабочей части механической характеристики обладают...**

- а. абсолютно жёсткой механической характеристикой
- б. жесткой механической характеристикой
- в. мягкой механической характеристикой
- г. абсолютно мягкой механической характеристикой

**14. Согласно уравнению движения электропривода вращающий момент электродвигателя уравнивается...**

- а. динамическим моментом
- б. моментом сопротивления и моментом сил трения
- в. моментом сопротивления и динамическим моментом
- г. моментом сопротивления

**15. Момент, развиваемый электродвигателем, принимается положительным, если он направлен...**

- а. в сторону движения электропривода
- б. в сторону, обратную движению электропривода
- в. по оси вращения ротора электродвигателя
- г. по касательной к окружности, описываемой ротором электродвигателя

**16. Если момент электродвигателя больше момента сопротивления рабочей машины, то имеет место...**

- а. замедление электропривода
- б. ускорение электропривода
- в. работа в установившемся режиме
- г. реверсирование электропривода

**III. Характеристики и режимы работы двигателей постоянного тока**

**1. При установившемся режиме работы двигателя постоянного тока приложенное напряжение  $U$  уравнивается...**

- а. падением напряжения в якорной цепи и ЭДС, наведённым в обмотке возбуждения
- б. только падением напряжения в якорной цепи
- в. ЭДС, наведенной в якоре в процессе его вращения
- г. падением напряжения в якорной цепи и ЭДС, наведенной в якоре в процессе его вращения

**2. Электромеханической характеристикой электродвигателя постоянного тока называется...**

- а. зависимость тока статора от скорости двигателя
- б. зависимость тока якоря от скорости двигателя
- в. зависимость тока статора от тока ротора
- г. зависимость скорости двигателя от момента вращения

**3. Характеристики электродвигателя, полученные при номинальных параметрах электродвигателя и отсутствии в его цепях добавочных сопротивлений, называются...**

- а. искусственными
- б. естественными
- в. физическими
- г. параметрическими

**4. Искусственные механические характеристики двигателя постоянного тока можно получить за счет изменения...**

- а. только напряжения питающей сети  $U$  и магнитного потока возбуждения  $\Phi$
- б. только напряжения питающей сети  $U$  и включения добавочного сопротивления  $R$  в цепь якоря двигателя
- в. только магнитного потока возбуждения  $\Phi$  и путем включения добавочного сопротивления  $R$  в цепь якоря двигателя
- г. напряжения питающей сети  $U$ , магнитного потока возбуждения  $\Phi$  и путем включения добавочного сопротивления  $R$  в цепь якоря двигателя

**5. Скорость идеального холостого хода двигателя постоянного тока не зависит от...**

- а. напряжения питающей сети
- б. магнитного потока возбуждения
- в. сопротивления якорной цепи
- г. конструктивных параметров двигателя

**6. При введении добавочного сопротивления в цепь якоря электродвигателя постоянного тока...**

- а. изменяется скорость идеального холостого хода
- б. изменяется жёсткость механической характеристики
- в. изменяется скорость идеального холостого хода и жёсткость механической характеристики
- г. ничего не происходит

**7. При изменении напряжения питающей сети двигателя постоянного тока...**

- а. изменяется скорость идеального холостого хода
- б. изменяется жёсткость механической характеристики

- в. изменяется скорость идеального холостого хода и жёсткость механической характеристики
- г. ничего не происходит

**8. При изменении магнитного потока возбуждения двигателя постоянного тока...**

- а. изменяется скорость идеального холостого хода
- б. изменяется жёсткость механической характеристики
- в. изменяется скорость идеального холостого хода и жёсткость механической характеристики
- г. ничего не происходит

**9. Режим электродвигателя, при котором создаваемый им момент противодействует движению рабочей машины называется...**

- а. тормозным
- б. противодействующим
- в. обратным
- г. холостым ходом

**10. Режим торможения не свойственный двигателю постоянного тока называется...**

- а. рекуперативное торможение
- б. динамическое торможение
- в. торможение противовключением
- г. сверхсинхронное торможение

**11. Режим торможения возникающий во всех случаях, когда скорость вращения двигателя постоянного тока оказывается выше скорости идеального холостого хода называется...**

- а. рекуперативным
- б. динамическим
- в. торможением противовключением
- г. сверхсинхронным торможением

**12. Режим торможения получаемый при отключении якоря двигателя от сети и включении его на резистор называется...**

- а. рекуперативным
- б. динамическим
- в. торможением противовключением
- г. сверхсинхронным торможением

**13. Режим торможения, при котором обмотки двигателя включены для одного направления вращения, а якорь двигателя под воздействием**

**внешнего момента или сил инерции вращается в противоположную сторону, называется**

- а. рекуперативным
- б. динамическим
- в. торможением противовключением
- г. сверхсинхронным торможением

#### **IV. Характеристики и режимы работы асинхронных электродвигателей**

**1. Основными электродвигателями, которые наиболее широко используются как в промышленности, так и в агропромышленном производстве являются...**

- а. синхронные двигатели
- б. двигатели постоянного тока независимого возбуждения
- в. асинхронные двигатели
- г. двигатели постоянного тока последовательного возбуждения

**2. Критическим моментом асинхронного двигателя называется момент...**

- а. пусковой
- б. максимальный
- в. минимальный
- г. номинальный

**3. Скольжение асинхронного двигателя - это...**

- а. амплитуда колебания электродвигателя при неполной затяжке лап статора
- б. мера того, насколько ротор опережает в своем вращении магнитное поле статора
- в. контактное сопротивление, образующееся при скольжении щёток по контактным кольцам
- г. мера того, насколько ротор отстает в своем вращении от вращения магнитного поля статора

**4. Угловая скорость вращения магнитного поля статора обозначается...**

- а.  $\omega_0$
- б.  $\omega$
- в.  $\omega$
- г.  $S$

**5. Скорость вращения магнитного поля статора зависит...**

- а. от напряжения и числа пар полюсов
- б. от частоты тока питающей сети и числа пар полюсов двигателя
- в. только от числа пар полюсов двигателя

г. только от частоты тока питающей сети

**6. Искусственные механические характеристики асинхронных двигателей не получают с помощью...**

- а. изменения напряжения питающей сети
- б. изменения частоты тока питающей сети
- в. изменения момента сопротивления
- г. введения добавочных сопротивлений

**7. момент, развиваемый двигателем, изменяется...**

- а. пропорционально частоте
- б. обратно пропорционально силе тока
- в. пропорционально скорости двигателя
- г. пропорционально квадрату напряжения

**8. Изменение напряжения сети влияет на...**

- а. момент двигателя и не влияет на его критическое скольжение
- б. критическое скольжение и не влияет на момент двигателя
- в. момент двигателя и на его критическое скольжение
- г. не влияет не на момент двигателя не на его критическое скольжение

**9. Добавочные сопротивления вводят в цепь статора...**

- а. только для уменьшения пусковых значений тока
- б. для уменьшения пусковых значений тока и момента
- в. только для уменьшения пусковых момента
- г. только для увеличения пускового момента

**10. При введении добавочного сопротивления в цепь статора асинхронного двигателя не изменяется...**

- а. момент пусковой
- б. момент критический
- в. синхронная скорость
- г. критическая скорость

**11. Включение добавочного сопротивления в цепь ротора асинхронного двигателя...**

- а. возможно для двигателя с короткозамкнутым ротором
- б. возможно для двигателей с короткозамкнутым и фазным ротором
- в. невозможно
- г. возможно для двигателя с фазным ротором

**12. При включении добавочного сопротивления в цепь ротора асинхронного двигателя остаётся неизменным...**

- а. критический момент

- б. пусковой момент
- в. критическое скольжение
- г. номинальный момент

**13. Механическая характеристика асинхронного двигателя строится по...**

- а. трём точкам
- б. пяти точкам
- в. шести точкам
- г. двум точкам

**V. Тормозные режимы асинхронного двигателя**

**1. Для асинхронного двигателя не приемлем следующий вид электрического торможения...**

- а. сверхсинхронное
- б. динамическое
- в. переменное
- г. торможение противовключением

**2. Режим сверхсинхронного торможения у асинхронных двигателей возникает...**

- а. при скорости ниже синхронной
- б. при номинальной скорости
- в. при нулевой скорости
- г. при скорости выше синхронной

**3. Режим сверхсинхронного торможения ещё называют...**

- а. рекуперативным
- б. повышенным
- в. скоростным
- г. обратным

**4. В режиме сверхсинхронного торможения ЭДС двигателя...**

- а. меньше напряжения сети
- б. больше напряжения сети
- в. равно напряжению сети
- г. равно 0

**5. Для перевода асинхронного двигателя в режим противовключения необходимо изменить порядок подключения фаз обмоток статора путем переключения...**

- а. только фазы А и фазы В между собой
- б. только фазы В и фазы С между собой

- в. двух любых фаз между собой
- г. всех трёх фаз между собой

**6. В режиме противовключения асинхронного двигателя вращающееся магнитное поле...**

- а. останавливается
- б. продолжает вращаться в том же направлении
- в. переходит в пульсирующий режим
- г. меняет направление вращения

**7. Если в режиме торможения противовключением асинхронный двигатель в момент остановки не отключить от сети, то произойдёт...**

- а. разгон двигателя в противоположном направлении
- б. перегрев обмоток двигателя
- в. межвитковое короткое замыкание
- г. переход в неполнофазный режим

**8. Динамическое торможение асинхронного двигателя осуществляется...**

- а. сменой двух любых фаз на клеммах статора
- б. включением обмотки статора на сеть постоянного тока
- в. повышением момента нагрузки
- г. сменой полюсов на обмотке ротора

**9. При динамическом торможении асинхронного двигателя с фазным ротором обмотка ротора...**

- а. замыкается накоротко
- б. подключается к трёхфазной сети
- в. замыкается на внешнее сопротивление
- г. подключается к сети постоянного тока

## **VI. Регулирование скорости в электроприводах**

**1. В критерии регулирования скорости в электроприводах не входит...**

- а. диапазон
- б. плавность
- в. стабильность
- г. резкость

**2. Диапазон регулирования скорости в электроприводах определяется отношением максимальной скорости вращения двигателя...**

- а. к минимальной
- б. к средней
- в. к номинальной
- г. к текущей

**3. Плавность регулирования скорости в электроприводах характеризуется...**

- а. отношение максимальной скорости к минимальной
- б. количеством ступеней скорости внутри диапазона регулирования
- в. стабильностью работы системы при изменении нагрузки
- г. диапазоном регулирования напряжения сети

**4. Коэффициент плавности регулирования скорости в электроприводах определяется как...**

- а. разница между синхронной скоростью двигателя и скоростью ротора
- б. отношение момента нагрузки к моменту двигателя
- в. отношение двух соседних значений скоростей
- г. разница между двумя соседними скоростями

**5. Плавность регулирования скорости в электроприводах растёт если...**

- а. коэффициент плавности стремится к бесконечности
- б. коэффициент плавности стремится к нулю
- в. коэффициент плавности стремится к значению синхронной скорости
- г. коэффициент плавности стремится к единице

**6. Стабильность работы на заданной скорости в электроприводах зависит от...**

- а. жёсткости механической характеристики
- б. плавности регулирования скорости
- в. диапазона регулирования скорости
- г. пускового момента двигателя

**7. Стабильность работы на заданной скорости в электроприводах характеризуется...**

- а. изменением скорости при заданном отклонении момента двигателя
- б. изменением скорости при заданном отклонении момента нагрузки
- в. изменением момента нагрузки при заданном отклонении скорости
- г. изменением момента двигателя при заданном отклонении скорости

**8. Виды направления регулирования скорости в электроприводах не включают в себя...**

- а. двухзонное
- б. однозонное вниз
- в. трехзонное
- г. однозонное вверх

**9. Допустимая нагрузка электропривода зависит от...**

- а. частоты тока питающей сети

- б. напряжения питания
- в. диапазона регулирования скорости
- г. нагрева электродвигателя

**10. Способ, не относящийся к способам регулирования скорости двигателей постоянного тока, называется...**

- а. изменение частоты тока питающей сети
- б. введение добавочного сопротивления в цепь якоря
- в. изменение магнитного потока двигателя
- г. изменение подводимого к якорю двигателя напряжения

**11. Регулирование скорости двигателя постоянного тока введением добавочного сопротивления в цепь якоря приводит к...**

- а. увеличению жёсткости механической характеристики
- б. снижению жёсткости механической характеристики
- в. сохранению жёсткости на постоянном уровне
- г. повышению стабильности работы двигателя

**12. Снижение жёсткости механической характеристики двигателя постоянного тока приводит к...**

- а. повышению стабильности работы двигателя
- б. сохранению стабильности работы двигателя на постоянном уровне
- в. снижению стабильности работы двигателя
- г. неконтролируемому колебанию стабильности работы двигателя

**13. Работа двигателя постоянного тока с добавочным сопротивлением в цепи якоря является не экономичным в связи с...**

- а. большими эксплуатационными затратами на обслуживание добавочных сопротивлений
- б. необходимостью в высоко квалифицированном обслуживающем персонале
- в. высокой стоимостью добавочных сопротивлений
- г. значительными потерями энергии на дополнительное сопротивление

**14. Ток возбуждения двигателя постоянного тока регулируется...**

- а. с помощью реостатов или регуляторов напряжения
- б. с помощью частотных преобразователей
- в. с помощью батарей конденсаторов
- г. с помощью дросселей

**15. Ослабление магнитного потока обмотки возбуждения двигателя постоянного тока приводит к...**

- а. уменьшение скорости двигателя
- б. увеличение скорости двигателя
- в. стабилизации скорости на одном уровне

г. экстренному торможению двигателя

**16. В систему «генератор - двигатель», позволяющую регулировать скорость двигателя постоянного тока изменением подводимого к якору напряжения, не входит...**

- а. асинхронный двигатель
- б. двигатель постоянного тока
- в. асинхронных генератор
- г. генератор постоянного тока

**17. К способам регулирования скорости асинхронного двигателя не относится...**

- а. изменение напряжения
- б. смена числа пар полюсов
- в. реостатное регулирование
- г. смена полярности на обмотке якоря

**18. Регулирование скорости введением активного сопротивления в цепь ротора асинхронного двигателя...**

- а. возможно только для асинхронного двигателя с фазным ротором
- б. возможно для всех асинхронных двигателей
- в. возможно только для асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором
- г. невозможно

**19. Синхронная скорость асинхронного двигателя с двумя парами полюсов равна...**

- а. 3000
- б. 1500
- в. 1000
- г. 750

**20. При увеличении числа полюсов асинхронного двигателя в 2 раза его синхронная скорость...**

- а. уменьшается в 2 раза
- б. не меняется
- в. увеличивается в 2 раза
- г. увеличивается в 4 раза

**21. При частотном способе регулирования скорости асинхронного двигателя вместе с ростом частоты необходимо...**

- а. повышать сопротивление обмотки статора
- б. снижать нагрузку
- в. снижать напряжение

г. повышать напряжение

**22. При регулировании скорости асинхронного двигателя за счет изменения напряжения питающей сети момент двигателя изменяется...**

- а. пропорционально квадрату напряжения
- б. пропорционально напряжению
- в. обратно пропорционально квадрату напряжения
- г. обратно пропорционально напряжению

## **VII. Нагрев и охлаждение электродвигателей**

**1. Наибольшая допустимая температура нагрева двигателя ограничивается...**

- а. температурой плавления обмоток
- б. термической стойкостью его изоляции
- в. механической стойкостью подшипников
- г. уставкой тепловой отсечки теплового реле

**2. Нагрев двигателя обусловлен рядом факторов, в которые не входит...**

- а. потери энергии в обмотках статора и ротора
- б. потери на гистерезис и вихревые токи
- в. потери электроэнергии в проводах питающей линии
- г. трение в подшипниках

**3. Повышение температуры электродвигателя продолжается до тех пор, пока...**

- а. электродвигатель включен в сеть электропитания
- б. электродвигатель не достигнет скорости холостого хода
- в. количество теплоты, отдаваемое поверхностью электродвигателя, не станет равным количеству теплоты, выделяемому электродвигателем
- г. механическая мощность электродвигателя не станет равной электрической мощности, потребляемой из сети

**4. Предельно допустимое превышение температура обмотки двигателя над температурой окружающей среды определяется разностью между предельно допустимой температурой изоляции двигателя и стандартной температурой окружающей среды, которая равна...**

- а. 20 °С
- б. 24 °С
- в. 30 °С
- г. 40 °С

**5. Согласно ГОСТ 183-66 изоляционные материалы, применяемые в электрических машинах и аппаратах, делятся по нагревостойкости на...**

- а. классы
- б. группы
- в. виды
- г. категории

**6. Электродвигатели сельскохозяйственного назначения изготавливаются с изоляцией по нагревостойкости класса...**

- а. А
- б. F
- в. В
- г. С

**7. Предельно допустимая температура нагрева обмоток электродвигателя класса F, как наиболее примирительного в сельском хозяйстве равна...**

- а. 120 °С
- б. 130 °С
- в. 155 °С
- г. 180 °С

**8. На практике нагрев электродвигателя считается законченным, когда температура достигает...**

- а. 0,85...0,87 установившегося значения температуры
- б. 0,87...0,92 установившегося значения температуры
- в. 0,92...0,95 установившегося значения температуры
- г. 0,95...0,98 установившегося значения температуры

**9. Нагрузочная диаграмма электропривода представляет собой зависимость нагрузки электропривода от...**

- а. времени
- б. скорости
- в. момента двигателя
- г. напряжения

**10. ГОСТом предусматривается количество номинальных режимов работы электрических приводов равное...**

- а. 3
- б. 8
- в. 4
- г. 6

**11. Режимы работы электроприводов обозначаются буквой...**

- а. D
- б. G

- в. S
- г. W

**12. Одним из основных номинальных режимов работы электропривода не являются...**

- а. продолжительный
- б. кратковременный
- в. повторно-кратковременный
- г. повторно-кратковременный с пусками

**13. Температуру электродвигателя считают установившейся, если в течение часа работы двигателя она увеличивается не более чем на...**

- а. 1 °С
- б. 10 °С
- в. 5 °С
- г. 20 °С

**14. Установившееся значение температуры электродвигателя наступает через промежуток времени равный...**

- а.  $T_H$
- б.  $4T_H$
- в.  $2T_H$
- г.  $10T_H$

**15. Режим работы электродвигателя при неизменной нагрузке, продолжающийся столько времени, что превышение температуры всех частей двигателя достигает установившихся значений называется...**

- а. кратковременный
- б. повторно-кратковременный
- в. продолжительный
- г. повторно-кратковременный с пусками

**16. Продолжительный режим работы электропривода не свойственен...**

- а. насосам
- б. вентиляторам
- в. зерноочистительным машинам
- г. подъёмно-транспортным механизмам

**17. Режим работы электродвигателя, при котором рабочие периоды с неизменной номинальной нагрузкой чередуются с периодами отключения машины; при этом периоды нагрузки (рабочие периоды) недлительны и превышение температуры не достигает установившегося значения, а периоды паузы позволяют двигателю охладиться до температуры окружающей среды называется...**

- а. кратковременный
- б. повторно-кратковременный
- в. продолжительный
- г. повторно-кратковременный с пусками

**18. Промышленность выпускает электродвигатели со стандартной продолжительностью рабочего периода...**

- а. 20, 40, 70 и 100 мин
- б. 10, 30, 60 и 90 мин
- в. 5, 15, 25 и 50 мин
- г. 1, 3, 5 и 9 мин

**19. Режим работы электродвигателя, при котором периоды неизменной номинальной нагрузки (рабочие периоды) чередуются с периодами отключения машины (паузами), причем как рабочие периоды, так и паузы не настолько длительны, чтобы превышение температуры могло достигнуть установившихся значений как при нагреве, так и при охлаждении называется...**

- а. продолжительный
- б. кратковременный
- в. повторно-кратковременный
- г. повторно-кратковременный с пусками

**20. ГОСТом установлено, что для повторно-кратковременного режима работы электродвигателя продолжительность цикла не превышает...**

- а. 5 мин
- б. 15 мин
- в. 20 мин
- г. 10 мин

**21. Для повторно-кратковременного режима работы электродвигателя относительная продолжительность включения ПВ составляет...**

- а. 15, 25, 40 и 60%
- б. 10, 20, 50 и 90%
- в. 1, 2, 5 и 9%
- г. 25, 50, 75 и 100%

**22. Если при работе двигателя момент и мощность рабочей машины не изменяются, то двигатель выбирают с номинальной мощностью, равной мощности нагрузки рабочей машины, делённой на...**

- а. КПД электродвигателя
- б. КПД передачи
- в. КПД источника электрической энергии
- г. коэффициент активной мощности

**23. Мощность электродвигателя выбираемого для электропривода насоса не зависит от...**

- а. производительности насоса
- б. напора насоса
- в. КПД электродвигателя
- г. плотности перекачиваемой жидкости

**24. При переменной продолжительной нагрузке нагрузка на валу электродвигателя может периодически меняться, при этом периодически меняются...**

- а. частота тока питающей сети
- б. амплитуда напряжения питающей сети
- в. коэффициент активной мощности электродвигателя
- г. потери мощности в электродвигателе

**25. Для проверки выбранного электродвигателя по нагреву на практике используют методы эквивалентных величин, в которые не входит...**

- а. метод эквивалентного напряжения
- б. метод эквивалентного тока
- в. метод эквивалентного момента
- г. метод эквивалентной мощности

**26. При проверке электродвигателя по нагреву с помощью метода эквивалентного тока необходимо что бы номинальный ток предварительно выбранного по каталогу электродвигателя был по отношению к эквивалентному току...**

- а. больше не менее чем в 2 раза
- б. больше или равен
- в. меньше или равен
- г. меньше

**27. При проверке электродвигателя по нагреву с помощью метода эквивалентного момента необходимо что бы номинальный момент предварительно выбранного по каталогу электродвигателя был по отношению к эквивалентному моменту...**

- а. больше не менее чем в 2 раза
- б. меньше или равен
- в. больше или равен
- г. меньше

**28. При проверке электродвигателя по нагреву с помощью метода эквивалентной мощности необходимо что бы номинальная мощность пред-**

**варительно выбранного по каталогу электродвигателя был по отношению к эквивалентной мощности...**

- а. больше не менее чем в 2 раза
- б. меньше или равна
- в. меньше
- г. больше или равна

**29. Если для кратковременного режима выбрать электродвигатель, предназначенный для работы в продолжительном режиме, но с мощностью кратковременного режима работы, то...**

- а. электродвигатель недоиспользуется по тепловому режиму
- б. электродвигатель быстро перегреется
- в. электродвигатель не сможет преодолеть момент сопротивления при пуске
- г. электродвигатель будет работать в режиме холостого хода

**30. При расчётах электропривода принимают, что минимальный пусковой момент двигателя, с учетом возможного снижения напряжения, больше статического момента рабочей машины при пуске в...**

- а. 1,5 раза
- б. 1,25 раза
- в. в 1,1 раза
- г. в 2 раза



## Содержание

Методические указания по освоению дисциплины .....	3
Освоение лекционного курса .....	3
Самостоятельное изучение тем курса .....	3
Подготовка к практическим (семинарским) занятиям.....	6
Подготовка к тестированию .....	8
Подготовка к промежуточной аттестации .....	9

# Методические указания по освоению дисциплины

## Освоение лекционного курса

Лекции по дисциплине дают основной теоретический материал, являющийся базой для восприятия практического материала. После прослушивания лекции необходимо обратиться к рекомендуемой литературе, прочитать соответствующие темы, уяснить основные термины, проблемные вопросы и подходы к их решению, а также рассмотреть дополнительный материал по теме.

Главное в период подготовки к лекционным занятиям – научиться методам самостоятельного умственного труда, сознательно развивать свои творческие способности и овладевать навыками творческой работы. Для этого необходимо строго соблюдать дисциплину учебы и поведения. Четкое планирование своего рабочего времени и отдыха является необходимым условием для успешной самостоятельной работы. В основу его нужно положить рабочие программы изучаемых в семестре дисциплин.

Каждому студенту следует составлять еженедельный и семестровый планы работы, а также план на каждый рабочий день. С вечера всегда надо распределять работу на завтрашний день. В конце каждого дня целесообразно подводить итог работы: тщательно проверить, все ли выполнено по намеченному плану, не было ли каких-либо отступлений, а если были, по какой причине это произошло. Нужно осуществлять самоконтроль, который является необходимым условием успешной учебы. Если что-то осталось невыполненным, необходимо изыскать время для завершения этой части работы, не уменьшая объема недельного плана.

Одним из важных элементов освоения лекционного курса является самостоятельная работа на лекции. Слушание и запись лекций – сложный вид вузовской аудиторной работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента. Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить учебный материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное и сделано это самим студентом. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Желательно запись осуществлять на одной странице, а следующую оставлять для проработки учебного материала самостоятельно в домашних условиях. Конспект лекции лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать пункты плана лекции, предложенные преподавателями. Принципиальные места, определения, формулы и другое следует сопровождать замечаниями «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п. Можно делать это и с помощью разноцветных маркеров или ручек. Лучше если они будут собственными, чтобы не приходилось просить их у однокурсников и тем самым не отвлекать их во время лекции. Целесообразно разработать собственную «маркографию» (значки, символы), сокращения слов. Не лишним будет и изучение основ стенографии. Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями.

## Самостоятельное изучение тем курса

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка основной и рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебниками и книгами (а также самостоятельное теоретическое исследование проблем, обозначенных преподавателем на лекциях) – это важнейшее условие формирования научного способа познания. Основные приемы можно свести к следующим:

- составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;
- перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и выпускных квалификационных работ, а что выходит за рамки официальной учебной деятельности, и расширяет общую культуру);
- обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и дипломных работ это позволит экономить время);
- определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;
- при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и научными руководителями, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;
- все прочитанные книги, учебники и статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);
- если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;
- следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать); Таким образом, чтение научного текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того насколько осознанно читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьезный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студенты с этой целью заводят специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении научного текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);

- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);

- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);

- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к научному тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;

- просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;

- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц, цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;

- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;

- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках учебной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с научным текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

- Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

- Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

- Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

- Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

- Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять

план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис - это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта - основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование - наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

## **Подготовка к практическим (семинарским) занятиям**

Важной формой самостоятельной работы студента является систематическая и планомерная подготовка к практическому (семинарскому) занятию. После лекции студент должен познакомиться с планом практических занятий и списком обязательной и дополнительной литературы, которую необходимо прочитать, изучить и законспектировать. Разъяснение по вопросам новой темы студенты получают у преподавателя в конце предыдущего практического занятия.

Подготовка к практическому занятию требует, прежде всего, чтения рекомендуемых источников и монографических работ, их реферирования, подготовки докладов и сообщений. Важным этапом в самостоятельной работе студента является повторение материала по конспекту лекции. Одна из главных составляющих внеаудиторной подготовки – работа с книгой. Она предполагает: внимательное прочтение, критическое осмысление содержания, обоснование собственной позиции по дискуссионным моментам, постановки интересующих вопросов, которые могут стать предметом обсуждения на семинаре.

В начале практического занятия должен присутствовать организационный момент и вступительная часть. Преподаватель произносит краткую вступительную речь, где формулируются основные вопросы и проблемы, способы их решения в процессе работы.

Практические занятия не повторяют, а существенно дополняют лекционные занятия, помогая студентам в подготовке к промежуточной аттестации. Практические занятия являются одной из важнейших форм обучения студентов: они позволяют студентам закрепить, углубить и конкретизировать знания по курсу, подготовиться к практической деятельности. В процессе работы на практических занятиях студент должен совершенствовать умения и навыки самостоятельного анализа источников и научной литературы, что необходимо для научно-исследовательской работы.

Практическое (семинарское) занятие — это одна из организационных форм познавательной деятельности обучающихся, позволяющая закрепить полученные ранее знания, восполнить недостающую информацию, сформировать умения решать проблемы, укрепить позиции, научить культуре ведения дискуссии. Тематика обсуждения выдается на первых занятиях. Подготовка осуществляется во внеаудиторное время. Регламент – 3-5 мин. на выступление. В оценивании результатов наравне с преподавателем принимают участие студенты группы.

Обсуждение проблемы (нравственной, политической, научной, профессиональной и др.) происходит коллективно, допускается корректная критика высказываний (мнений) своих сокурсников с обязательным приведением аргументов критики.

Участие каждого обучающегося в диалоге, обсуждении должно быть неформальным, но предметным.

### 1. Россия: географические факторы и природные богатства.

№ п/п	Вопросы	Код компетенции
1.	Анализ предпосылок и факторов становления российской государственности (исторических, социально-экономических, географических).	УК-5
2.	Природные ресурсы и национальные богатства России.	
3.	Культуры этносов России и их основные достижения.	
4.	Религии этносов России.	

### 2. Многообразие российских регионов

№ п/п	Вопросы	Код компетенции
1.	Российская Федерация: основные этапы становления современного государственного устройства.	УК-5
2.	Географическое, политическое, социально-экономическое, многообразие российских регионов.	
3.	Свердловская область: природно-экономический потенциал.	
4.	История родного города на примере города Екатеринбурга – столицы Татарстана.	

Результатом обсуждения проблемы на практическом (семинарском) занятии не могут быть однозначные выводы и формулировки. Действие его всегда пролонгировано,

что дает студентам возможность для дальнейшего обдумывания рассмотренных проблемных ситуаций, для поиска дополнительной информации по обсуждаемой теме.

Незадолго до проведения практического (семинарского) занятия преподаватель разделяет группу на несколько подгрупп, которая, согласно сценарию, будет представлять определенную точку зрения, информацию. При подготовке к групповой дискуссии студенту необходимо собрать материал по теме с помощью анализа научной литературы и источников.

Используя знание материала, исходя из изложенных изначальных концепций, каждая группа должна изложить свою точку зрения на обсуждаемый вопрос, подкрепив ее соответствующими аргументами.

Каждый из групп по очереди приводит аргументы в защиту своей позиции. Соответственно другая группа должна пытаться привести контраргументы, свидетельствующие о нецелесообразности, пагубности позиции предыдущей группы и стремится доказать, аргументированно изложить свою позицию.

## **Подготовка к тестированию**

Тестирование - система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

Тестовая система предусматривает вопросы / задания, на которые слушатель должен дать один или несколько вариантов правильного ответа из предложенного списка ответов. При поиске ответа необходимо проявлять внимательность. Прежде всего, следует иметь в виду, что в предлагаемом задании всегда будет один правильный и один неправильный ответ. Это оговаривается перед каждым тестовым вопросом. Всех правильных или всех неправильных ответов (если это специально не оговорено в формулировке вопроса) быть не может. Нередко в вопросе уже содержится смысловая подсказка, что правильным является только один ответ, поэтому при его нахождении продолжать дальнейшие поиски уже не требуется.

На отдельные тестовые задания не существует однозначных ответов, поскольку хорошее знание и понимание содержащегося в них материала позволяет найти такие ответы самостоятельно. Именно на это слушателям и следует ориентироваться, поскольку полностью запомнить всю получаемую информацию и в точности ее воспроизвести при ответе невозможно. Кроме того, вопросы в тестах могут быть обобщенными, не затрагивать каких-то деталей.

Тестовые задания сгруппированы по темам учебной дисциплины. Количество тестовых вопросов/заданий по каждой теме дисциплины определено так, чтобы быть достаточным для оценки знаний обучающегося по всему пройденному материалу.

При подготовке к тестированию студенту следует внимательно перечитать конспект лекций, основную и дополнительную литературу по той теме (разделу), по которому предстоит писать тест.

Для текущей аттестации по дисциплине «Основы российской государственности» применяются тесты, которые выполняются по разделам № 1-5.

### *Образец тестового задания*

1. Ключевую роль в формировании мировоззрения играют:

- мысли
- эмоции
- ценности
- все перечисленное

2. Какое место в мире по площади занимает Россия:

- первое
- второе

- третье
- пятое

3. К преимуществам географического положения России относят:

- межграничное положение между Европой и Азией
- большая протяженность транспортных магистралей
- сложность управления страной
- + выход к большому количеству морей и двум океанам

4. С каким государством у России самая большая сухопутная граница:

- Казахстан
- Белоруссия
- Китай
- Монголия

5. Первое летописное упоминание о Москве связано с именем князя:

- Ярослава Мудрого
- Владимира Мономаха
- Александра Невского
- Юрия Долгорукого

## **Подготовка к промежуточной аттестации**

При подготовке к *зачету* по дисциплине «*Основы российской государственности*» обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «*Основы российской государственности*».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

4. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к *зачету* на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу  
С.А. Упоров

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

### ФТД.В.01 ТЕХНОЛОГИИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО ТРУДА

Направление подготовки

**15.03.02 Технологические машины и оборудование**

Направленность (профиль)

**Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов**

Автор: Полянок О.В., к.пс.н., доцент

Одобрены на заседании кафедры

Управления персоналом  
(название кафедры)

Зав. кафедрой

Абрамов С.М.  
(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 10.09.2023  
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

Горно-механического факультета  
(название факультета)

Председатель

Осипов П.А.  
(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023  
(Дата)

Екатеринбург

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ.....	6
САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ.....	8
ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ.....	12
ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ.....	13
ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ.....	28

## ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа в высшем учебном заведении - это часть учебного процесса, метод обучения, прием учебно-познавательной деятельности, комплексная целевая стандартизованная учебная деятельность с запланированными видом, типом, формами контроля.

Самостоятельная работа представляет собой плановую деятельность обучающихся по поручению и под методическим руководством преподавателя.

Целью самостоятельной работы студентов является закрепление тех знаний, которые они получили на аудиторных занятиях, а также способствование развитию у студентов творческих навыков, инициативы, умению организовать свое время.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- предполагает освоение курса дисциплины;
- помогает освоению навыков учебной и научной работы;
- способствует осознанию ответственности процесса познания;
- способствует углублению и пополнению знаний студентов, освоению ими навыков и умений;
- формирует интерес к познавательным действиям, освоению методов и приемов познавательного процесса,
- создает условия для творческой и научной деятельности обучающихся;
- способствует развитию у студентов таких личных качеств, как целеустремленность, заинтересованность, исследование нового.

Самостоятельная работа обучающегося выполняет следующие функции:

- развивающую (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);
- информационно-обучающую (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях, неподкрепленная самостоятельной работой, становится мало результативной);
- ориентирующую и стимулирующую (процессу обучения придается ускорение и мотивация);
- воспитательную (формируются и развиваются профессиональные качества бакалавра и гражданина);
- исследовательскую (новый уровень профессионально-творческого мышления).

Организация самостоятельной работы студентов должна опираться на определенные требования, а, именно:

- сложность осваиваемых знаний должна соответствовать уровню развития студентов;
- стандартизация заданий в соответствии с логической системой курса дисциплины;
- объем задания должен соответствовать уровню студента;
- задания должны быть адаптированными к уровню студентов.

Содержание самостоятельной работы студентов представляет собой, с одной стороны, совокупность теоретических и практических учебных заданий, которые должен выполнить студент в процессе обучения, объект его деятельности; с другой стороны - это способ деятельности студента по выполнению соответствующего теоретического или практического учебного задания.

Свое внешнее выражение содержание самостоятельной работы студентов находит во всех организационных формах аудиторной и внеаудиторной деятельности, в ходе самостоятельного выполнения различных заданий.

Функциональное предназначение самостоятельной работы студентов в процессе лекций, практических занятий по овладению специальными знаниями заключается в самостоятельном прочтении, просмотре, прослушивании, наблюдении, конспектировании, осмыслении, запоминании и воспроизведении определенной информации. Цель и планирование самостоятельной работы студента определяет преподаватель. Вся информация осуществляется на основе ее воспроизведения.

Так как самостоятельная работа тесно связана с учебным процессом, ее необходимо рассматривать в двух аспектах:

1. аудиторная самостоятельная работа – практические занятия;
2. внеаудиторная самостоятельная работа – подготовка к практическим занятиям (в т.ч. подготовка к практико-ориентированным заданиям и др.).

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

Таким образом, самостоятельная работа студентов является важнейшей составной частью процесса обучения.

Методические указания по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся по дисциплине *«Технологии интеллектуального труда»* обращают внимание студента на главное, существенное в изучаемой дисциплине, помогают выработать умение анализировать явления и факты, связывать теоретические положения с практикой, а также облегчают подготовку к сдаче *зачета*.

Настоящие методические указания позволят студентам самостоятельно овладеть фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю подготовки, опытом творческой и исследовательской деятельности, и направлены на формирование компетенций, предусмотренных учебным планом поданному профилю.

Видами самостоятельной работы обучающихся по дисциплине *«Технологии интеллектуального труда»* являются:

- самостоятельное изучение тем курса (в т.ч. рассмотрение основных категорий дисциплины, работа с литературой);

- подготовка к практическим (семинарским) занятиям (в т.ч. ответы на вопросы для самопроверки, подготовка к выполнению практико-ориентированных заданий);
- подготовка к зачету.

В методических указаниях представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

## **ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Тема 1. Особенности информационных технологий для людей с ограниченными возможностями.**

Информационные технологии

Универсальный дизайн

Адаптивные технологии

### **Тема 2. Тифлотехнические средства/ Сурдотехнические средства/ Адаптивная компьютерная техника (Материал изучается по подгруппам в зависимости от вида ограничений здоровья обучающихся)**

Брайлевский дисплей

Брайлевский принтер

Телевизионное увеличивающее устройство

Читающая машина

Экранные лупы

Синтезаторы речи

Ассистивные тифлотехнические средства

Ассистивные сурдотехнические средства

Адаптированная компьютерная техника

Ассистивные технические средства

### **Тема 3. Дистанционные образовательные технологии**

Дистанционные образовательные технологии

Информационные объекты

### **Тема 4. Интеллектуальный труд и его значение в жизни общества**

Система образования

Образовательная среда вуза

Интеллектуальный труд

Интеллектуальный ресурс

Интеллектуальный продукт

### **Тема 5. Развитие интеллекта – основа эффективной познавательной деятельности**

Личностный компонент

Мотивационно-потребностный компонент

Интеллектуальный компонент

Организационно-деятельностный компонент

Гигиенический компонент

Эстетический компонент

Общеучебные умения

Саморегуляция

**Тема 6. Самообразование и самостоятельная работа студента – ведущая форма умственного труда.**

Самообразование

Самостоятельная работа студентов

Технологии интеллектуальной работы

Технологии групповых обсуждений

**Тема 7. Технологии работы с информацией студентов с ОВЗ и инвалидов**

Традиционные источники информации

Технологии работы с текстами

Технологии поиска, фиксирования, переработки информации

Справочно-поисковый аппарат книги

Техника быстрого чтения

Реферирование

Редактирование

Технология конспектирования

Методы и приемы скоростного конспектирования

**Тема 8. Организация научно-исследовательской работы**

Доклад

Реферат

Курсовая работа

Выпускная квалификационная работа

Техника подготовки работы

Методика работы над содержанием Презентация

**Тема 9. Тайм-менеджмент**

Время

Планирования времени

Приемы оптимизации распределения времени

## САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебными и научными изданиями профессиональной и общекультурной тематики – это важнейшее условие формирования научного способа познания.

Основные приемы работы с литературой можно свести к следующим:

- составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;
- перечень должен быть систематизированным;
- обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и выпускных квалификационных работ это позволит экономить время);
- определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;
- при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;
- все прочитанные монографии, учебники и научные статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);
- если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;
- следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать). Таким образом, чтение текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того, насколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьезный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением,

содержанием предисловия или введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студентам с этой целью рекомендуется заводить специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);

- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);

- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);

- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;

- просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;

- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц; цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;

- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;

- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым, или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной и научной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках образовательной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис - это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта - основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении

конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование – наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

## ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ

Практико-ориентированные задания выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций. Это могут быть ситуации, требующие применения умений и навыков, специфичных для соответствующего профиля обучения (знания содержания предмета), ситуации, требующие организации деятельности, выбора её оптимальной структуры личностно-ориентированных ситуаций (нахождение нестандартного способа решения).

Кроме этого, они выступают средством формирования у студентов умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач. Они строятся на основе ситуаций, возникающих на различных уровнях осуществления практики и формулируются в виде производственных поручений (заданий).

Под практико-ориентированными заданиями понимают задачи из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием элементов производственных процессов.

Цель практико-ориентированных заданий – приобретение умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Задачи практико-ориентированных заданий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний студентов при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- обучение приемам решения практических задач;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Важными отличительными особенностями практико-ориентированных задания от стандартных задач (предметных, межпредметных, прикладных) являются:

- значимость (познавательная, профессиональная, общекультурная, социальная) получаемого результата, что обеспечивает познавательную мотивацию обучающегося;
- условие задания сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задания;

- информация и данные в задании могут быть представлены в различной форме (рисунок, таблица, схема, диаграмма, график и т.д.), что потребует распознавания объектов;

- указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задания.

Кроме выделенных четырех характеристик, практико-ориентированные задания имеют следующие:

1. по структуре эти задания – нестандартные, т.е. в структуре задания не все его компоненты полностью определены;

2. наличие избыточных, недостающих или противоречивых данных в условии задания, что приводит к объемной формулировке условия;

3. наличие нескольких способов решения (различная степень рациональности), причем данные способы могут быть неизвестны учащимся, и их требуется сконструировать.

При выполнении практико-ориентированных заданий следует руководствоваться следующими общими рекомендациями:

- для выполнения практико-ориентированного задания необходимо внимательно прочитать задание, повторить лекционный материал по соответствующей теме, изучить рекомендуемую литературу, в т.ч. дополнительную;

- выполнение практико-ориентированного задания включает постановку задачи, выбор способа решения задания, разработку алгоритма практических действий, программы, рекомендаций, сценария и т. п.;

- если практико-ориентированное задание выдается по вариантам, то получить номер варианта исходных данных у преподавателя; если нет вариантов, то нужно подобрать исходные данные самостоятельно, используя различные источники информации;

- для выполнения практико-ориентированного задания может использоваться метод малых групп. Работа в малых группах предполагает решение определенных образовательных задач в рамках небольших групп с последующим обсуждением полученных результатов. Этот метод развивает навыки сотрудничества, достижения компромиссного решения, аналитические способности.

## ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ

**1. В соответствии с опросником «Саморегуляция» (ОС) (модификация методики А.К. Осницкого) оцените свои качества, возможности, отношение к деятельности в протоколе (132 высказывания) по 4-х бальной шкале: 4 балла – да; 3 балла – пожалуй да; 2 балла – пожалуй нет; 1 балл – нет.**

### Текст опросника

1. Способен за дело приниматься без напоминаний.
2. Планирует, организует свои дела и работу.
3. Умеет выполнить порученное задание.
4. Хорошо анализирует условия.
5. Учитывает возможные трудности.
6. Умеет отделять главное от второстепенного.
7. Чаще всего избирает верный путь решения задачи.
8. Правильно планирует свои занятия и работу.
9. Пытается решить задачи разными способами.
10. Сам справляется с возникающими трудностями.
11. Редко ошибается, умеет оценить правильность действий.
12. Быстро обнаруживает свои ошибки.
13. Быстро находит новый способ решения.
14. Быстро исправляет ошибки.
15. Не повторяет ранее сделанных ошибок.
16. Продумывает свои дела и поступки.
17. Хорошо справляется и с трудными заданиям.
18. Справляется с заданиями без посторонней помощи.
19. Любит порядок.
20. Заранее знает, что будет делать.
21. Аккуратен и последователен.
22. Продумывает, все до мелочей.
23. Ошибается чаще из-за того, что смысл задания целом не понят, хотя все детали продуманы.
24. Старателен, хотя часто не выполняет заданий.
25. Долго готовится, прежде чем приступить к делу.
26. Избегает риска.
27. Сначала обдумывает, потом делает.
28. Решения принимает без колебаний.
29. Уверенный в себе.
30. Действует решительно, настойчив.
31. Предприимчивый, решительный.
32. Активный.
33. Ведущий.
34. Реализует почти все, что планирует.
35. Начатое дело доводит до конца.

36. Предпочитает действовать, а не обсуждать.
37. Обдумывает свои дела и поступки.
38. Анализирует свои ошибки и неудачи.
39. Планирует дела, рассчитывает свои силы.
40. Прислушивается к замечаниям.
41. Редко повторяет одну и ту же ошибку.
42. Знает о своих недостатках.
43. Сделает задание на совесть.
44. Как всегда сделает на отлично.
45. Для него важно качество, а не отметка.
46. Всегда проверяет правильность работы.
47. Старается довести дело до конца.
48. Стирается добиться лучших результатов.
49. Действует самостоятельно, мало советуясь с другими.
50. Предпочитает справляться с трудностями сам.
51. Может принять не зависящее от других решение.
52. Любит перемену в занятиях.
53. Легко переключается с одной работы на другую.
54. Хорошо ориентируется в новых условиях.
55. Аккуратен.
56. Внимателен.
57. Усидчив.
58. С неудачами и ошибками обычно справляется.
59. Неудачи активизируют его.
60. Старается разобраться в причинах неудач.
61. Умеет мобилизовать усилия.
62. Взвешивает все «за» и «против».
63. Старается придерживаться правил.
64. Всегда считается с мнением других.
65. Его нетрудно убедить в чем-то.
66. Прислушивается к замечаниям.
67. Нужно напоминать о том, что необходимо закончить дело.
68. Не планирует, мало организует свои дела, и работу.
69. Не выполняет заданий оттого, что отвлекается.
70. Условия анализирует плохо.
71. Не учитывает возможных трудностей.
72. Не умеет отделять главное от второстепенного.
73. Пути решения выбирает не лучшие.
74. Не умеет планировать работу и занятия.
75. Не пытается решать задачи разными способами.
76. Не может справиться с трудностями без помощи других.
77. Часто допускает ошибки в работе, часто их повторяет.
78. С трудом находит ошибки в своей работе.
79. С трудом находит новые способы решения.

80. С большим трудом и долго исправляет ошибки.
81. Повторяет одни и те же ошибки.
82. Часто поступает необдуманно, импульсивно.
83. С трудными заданиями справляется плохо.
84. Не справляется с заданием без напоминаний и помощи.
85. Не любит порядок.
86. Часто не знает заранее, что ему предстоит делать.
87. Непоследователен и неаккуратен.
88. Ограничивается лишь общими сведениями, общим впечатлением.
89. Ошибается чаще из-за того, что не продуманы мелочи, детали.
90. Не очень старателен, но задания выполняет.
91. Приступает к делу без подготовки.
92. Часто рискует, ищет приключений.
93. Сначала сделает, лотом подумает.
94. Решения принимает после раздумий и колебаний.
95. Часто сомневается в своих силах.
96. Нерешителен, небольшие помехи уже останавливают его.
97. Нерешительный.
98. Вялый, безучастный.
99. Ведомый.
100. Задумывает много, а делает мало.
101. Редко, когда начатое дело доводит до конца.
102. Предпочитает обсуждать, а не действовать.
103. Действует без раздумий, «с ходу».
104. Не анализирует ошибок.
105. Не планирует почти ничего, не рассчитывает своих сил.
106. Не прислушивается к замечаниям.
107. Часто повторяет одну и ту же ошибку.
108. Не хочет знать и исправлять свои недостатки.
109. Сделает «спустя рукава».
110. Сделает как получится.
111. Сделает из-за угрозы получения плохой оценки.
112. Не проверяет правильность результатов своих действий.
113. Часто бросает работу, не доделав ее.
114. Результат неважен – лишь бы поскорее закончить работу.
115. О его трудностях и делах знают почти все.
116. Всегда надеется на друзей, на их помощь.
117. Действует по принципу: как все, так и я!
118. Любит однообразные занятия.
119. С трудом переключается с одной работы на другую.
120. Плохо ориентируется в новых условиях.
121. Неаккуратен.
122. Невнимателен.
123. Неусидчив.

124. Ошибку может исправить, если его успокоить.
125. Неудачи быстро сбивают с толку.
126. Равнодушен к причинам неудач.
127. С трудом мобилизуется на выполнение задания.
128. Поступает необдуманно, импульсивно.
129. Не придерживается правил.
130. Не считается с мнением окружающих.
131. Его трудно убедить в чем-либо.
132. Не прислушивается к замечаниям.

### Ключ для обработки и интерпретации данных

В тесте оценивается 132 характеристики саморегуляции. Они разбиты на тройки.

Всего 22 пары противоположных характеристик.

1. Целеполагание - 23. Неустойчивость целей.
2. Моделирование условий - 24. Отсутствие анализа условий.
3. Программирование действий - 25. Спонтанность действий.
4. Оценивание результатов - 26. Ошибки в работе.
5. Коррекции результатов и способ» действий - 27. Повторные ошибки.
6. Обеспеченность регуляции в целом - 28. Импульсивность.
7. Упорядоченность деятельности - 29. Непоследовательность, неаккуратность.
8. Детализация регуляции действий - 30. Поверхностность.
9. Осторожность в действиях - 31. Необдуманность, рискованность.
10. Уверенность в действиях - 32. Неуверенность в своих силах.
11. Инициативность в действиях - 33. Нерешительность.
12. Практическая реализуемость намерений - 34. Незавершенность дел.
13. Осознанность действий - 35. Действия наобум.
14. Критичность в делах и поступках -36. Равнодушие к недостаткам.
15. Ориентированность на оценочный балл -37. Попустительство.
16. Ответственность в делах и поступках - 38. Безответственность в делах.
17. Автономность - 39. Зависимость в действиях.
18. Гибкость, пластичность в действиях - 40. Инертность в работе.
19. Вовлечение полезных привычек в регуляцию действий - 41. «Плохиш».
20. Практичность, устойчивость в регуляции действий - 42. Равнодушие к ошибкам, неудачам.
21. Оптимальность (адекватность) регуляции усилий - 43. Отсутствие последовательности.
22. Податливость воспитательным воздействиям - 44. Самодостаточность.

Необходимо найти сумму в каждой из троек характеристик и сопоставить ее с их противоположностью.

4-6 баллов - слабое проявление характеристики.

7-9 баллов - ситуативное проявление.

10-12 баллов - выраженность характеристики.

## Бланк для ответов

ФИ \_\_\_\_\_  
 Пол \_\_\_\_\_ Возраст (дата рождения) \_\_\_\_\_ Гр. \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_ № \_\_\_\_\_

### Шкала ответов

4 – да; 3 – пожалуй да; 2 – пожалуй нет; 1 – нет.

№			S		№	
1	1			23	67	
	2				68	
	3				69	
2	4			24	70	
	5				71	
	6				72	
3	7			25	73	
	8				74	
	9				75	
4	10			26	76	
	11				77	
	12				78	
5	13			27	79	
	14				80	
	15				81	
6	16			28	82	
	17				83	
	18				84	
7	19			29	85	
	20				86	
	21				87	
8	22			30	88	
	23				89	
	24				90	
9	25			31	91	
	26				92	

S

	27				93	
10	28			32	94	
	29				95	
	30				96	
11	31			33	97	
	32				98	
	33				99	
12	34			34	100	
	35				101	
	36				102	
13	37			35	103	
	38				104	
	39				105	
14	40			36	106	
	41				107	
	42				108	
15	43			37	109	
	44				ΠΟ	
	45				111	
16	46			38	112	
	47				113	
	48				114	
17	49			39	115	
	50				116	
	51				117	
18	52			40	118	
	53				119	
	54				120	
19	55			41	121	
	56				122	
	57				123	
20	58			42	124	
	59				125	

	60				126	
21	61			43	127	
	62				128	
	63				129	
22	64			44	130	
	65				131	
	66				132	

### Качественные характеристики саморегуляции

№	Качества саморегуляции	Содержательные характеристики саморегуляции	№	Качества саморегуляции	Содержательные характеристики саморегуляции
1	Целеполагание	За дело приниматься без напоминаний, планирует, организует свои дела и работу. Задания и поручения выполняет.	23	Неустойчивость целей	Не планирует, мало организует свою работу. Нужно напоминать о том, что необходимо закончить дело. Отвлекается.
2	Моделирование условий	Анализирует условия предстоящей деятельности, возможные трудности. Выделяет главное.	24	Отсутствие анализа условий	Не умеет отделять главное от второстепенного. Не предвидит ход дел, возможные трудности.
3	Программирование действий	Правильно планирует свои занятия и работу, избирает верный путь решения задачи.	25	Спонтанность действий	Не умеет планировать работу в занятия, затрудняется в выборе путей решения задач.
4	Оценивание результатов	Редко ошибается, умеет оценить правильность действий. Быстро обнаруживает свои ошибки.	26	Ошибки в работе	Часто допускает ошибки в работе, часто их повторяет. Не находит ошибок в своей работе.
5	Коррекция результатов и способов действий	Быстро находит новый способ решения. Быстро исправляет ошибки.	27	Повторные ошибки	С трудом находит новые способы решения. Повторяет одни и те же ошибки.
6	Обеспеченность регуляции в целом	Продумывает свои дела и поступки. Справляется с заданиями без по-	28	Импульсивность	Часто поступает необдуманно, импульсивно. С трудными заданиями справляет-

№	Качества саморегуляции	Содержательные характеристики саморегуляции	№	Качества саморегуляции	Содержательные характеристики саморегуляции
		сторонней помощи.			ся плохо.
7	Упорядоченность деятельности	Любит порядок. Аккуратен и последователен.	29	Непоследовательность	Часто не знает заранее, что ему предстоит делать, не последователен и неаккуратен.
8	Детализация регуляции действий	Продумывает, все до мелочей. Ошибается чаще из-за того, что смысл задания целом не понят, хотя все детали продуманы.	30	Поверхностность	Ограничивается лишь общими сведениями, общим впечатлением. Ошибается чаще из-за того, что не продуманы мелочи, детали.
9	Осторожность в действиях	Долго обдумывает и готовится, прежде чем приступить к делу. Избегает риска.	31	Необдуманность, рискованность	Приступает к делу без подготовки. Сначала делает, потом подумает.
10	Уверенность в действиях	Уверенный в себе. Решения принимает без колебаний. Решителен. Настойчив.	32	Неуверенность в своих силах	Решения принимает после колебаний. Сомневается в своих силах. Нерешителен.
11	Инициативен в действиях.	Предприимчивый, решительный. Активный. Ведущий.	33	Нерешительность	Нерешительный. Вялый, безучастный. Ведомый.
12	Практическая реализуемость намерений	Реализует почти все, что планирует. Начатое дело доводит до конца.	34	Незавершенность дел	Редко, когда начатое дело доводит до конца. Предпочитает обсуждать, а не действовать.
13	Осознанность действий	Обдумывает, планирует свои дела и поступки. Анализирует свои ошибки и неудачи.	35	Действия наобум	Действует без раздумий, «с ходу», не рассчитывает своих сил.
14	Критичность в делах и поступках	Знает о своих недостатках. Редко повторяет ошибки. Прислушивается к замечани-	36	Равнодушие к недостаткам	Часто повторяет одну и ту же ошибку. Не хочет знать и исправлять свои недос-

№	Качества саморегуляции	Содержательные характеристики саморегуляции	№	Качества саморегуляции	Содержательные характеристики саморегуляции
		ям.			татки.
15	Ориентированность на оценочный балл	Сделает задание на совесть. Для него важно качество, а не отметка.	37	Попустительство	Делает все «спустя рукава», как получится. Делает из-за угрозы плохой оценки.
16	Ответственность в делах и поступках	Гарантирует доведение дел до конца. Всегда проверяет правильность работы.	38	Безответственность в делах	Не проверяет результатов своих действий. Часто бросает работу, не доделав до конца.
17	Автономность	Действует и принимает самостоятельные решения. Предпочитает сам справляться с трудностями.	39	Зависимость в действиях	Всегда надеется на друзей, на их помощь.
18	Гибкость, пластичность в действиях	Легко переключается с одной работы на другую. Хорошо ориентируется в новых условиях.	40	Инертность в работе	Любит однообразные занятия. С трудом переключается с одной работы на другую.
19	Вовлечение полезных привычек в регуляцию действий	Аккуратен. Внимателен. Усидчив.	41	«Плохиш»	Неаккуратен. Невнимателен. Неусидчив.
20	Практичность, устойчивость в регуляции действий	Справляется с неудачами и ошибками. Неудачи активизируют его. Старается разобраться в их причинах.	42	Равнодушие к ошибкам, неудачам	Неудачи быстро сбивают с толку. Равнодушен к их причинам.
21	Оптимальность (адекватность) регуляции усилий	Взвешивает все «за» и «против». Умеет мобилизовать усилия.	43	Отсутствие последовательности	Поступает необдуманно. С трудом мобилизуется на выполнение задания.
22	Податливость воспитательным воздействиям	Всегда считается с мнением других. Прислушивается к замечаниям.	44	Самодостаточность	Не считается с мнением окружающих. Не прислушивается к замечаниям.

*Задание:* На основе самодиагностики саморегуляции сформулируйте рекомендации по саморегуляции.

## **2. Выберите научную статью по своей специальности и напишите к ней аннотацию, реферат, конспект, рецензию.**

### Методические указания

**АННОТАЦИЯ** (от лат. *annotatio* - замечание, пометка) – это краткая характеристика статьи, рукописи, книги, в которой обозначены тема, проблематика и назначение издания, а также содержатся сведения об авторе и элементы оценки книги.

Перед текстом аннотации даются выходные данные (автор, название, место и время издания). Эти данные можно включить в первую часть аннотации.

Аннотация обычно состоит из двух частей. В первой части формулируется основная тема книги, статьи; во второй части перечисляются (называются) основные положения. Говоря схематично, аннотация на книгу (прежде всего научную или учебную) отвечает на вопросы о чем? из каких частей? как? для кого? Это ее основные, стандартные смысловые элементы. Каждый из них имеет свои языковые средства выражения.

Аннотация на книгу помещается на оборотной стороне ее титульного листа и служит (наряду с ее названием и оглавлением) источником информации о содержании работы. Познакомившись с аннотацией, читатель решает, насколько книга может быть ему нужна. Кроме того, умение аннотировать прочитанную литературу помогает овладению навыками реферирования.

Языковые стереотипы, с помощью которых оформляется каждая смысловая часть аннотации:

#### 1. Характеристика содержания текста:

В статье (книге) рассматривается...; Статья посвящена...; В статье даются...; Автор останавливается на следующих вопросах...; Автор затрагивает проблемы...; Цель автора – объяснить (раскрыть)...; Автор ставит своей целью проанализировать...;

#### 2. Композиция работы:

Книга состоит из ... глав (частей)...; Статья делится на ... части; В книге выделяются ... главы.

#### 3. Назначение текста:

Статья предназначена (для кого; рекомендуется кому)...; Сборник рассчитан...; Предназначается широкому кругу читателей...; Для студентов, аспирантов...; Книга заинтересует...

**РЕФЕРАТ** (от лат. *referre*- докладывать, сообщать) – это композиционно организованное, обобщенное изложение содержания источника информации (статьи, ряда статей, монографии и др.). Реферат отвечает на вопрос: «Какая информация содержится в первоисточнике, что излагается в нем?»

Реферат состоит из трех частей: общая характеристика текста (выходные данные, формулировка темы); описание основного содержания; выводы референта. Изложение одной работы обычно содержит указание на тему и композицию реферируемой работы, перечень ее основных положений с приведением аргументации, реже - описание методики и проведение эксперимента, результатов и выводов исследования. Такой реферат называется про-

стым информационным. Студенты в российских вузах пишут рефераты обычно на определенные темы. Для написания таких тематических рефератов может быть необходимо привлечение более чем одного источника, по крайней мере двух научных работ. В этом случае реферат является не только информационным, но и обзорным.

Реферирование представляет собой интеллектуальный творческий процесс, включающий осмысление текста, аналитико-синтетическое преобразование информации и создание нового текста. Реферат не должен превращаться в «ползанье» по тексту. Цель реферирования – создать «текст о тексте». Реферат – это не конспект, разбавленный «скрепами» типа *далее автор отмечает...* Обильное цитирование превращает реферат в конспект. При чтении научного труда важно понять его построение, выделить смысловые части (они будут основой для плана), обратить внимание на типичные языковые средства (словосочетания, вводные конструкции), характерные для каждой части. В реферате должны быть раскрыты проблемы и основные положения работы, приведены доказательства этих положений и указаны выводы, к которым пришел автор. Реферат может содержать оценочные элементы, например: *нельзя не согласиться, автор удачно иллюстрирует* и др. Обратите внимание, что в аннотации проблемы научного труда лишь обозначаются, а в реферате – раскрываются.

#### Список конструкций для реферативного изложения:

Предлагаемая вниманию читателей статья (книга, монография) представляет собой детальное (общее) изложение вопросов...; Рассматриваемая статья посвящена теме (проблеме, вопросу...);

Актуальность рассматриваемой проблемы, по словам автора, определяется тем, что...; Тема статьи (вопросы, рассматриваемые в статье) представляет большой интерес...; В начале статьи автор дает обоснование актуальности темы (проблемы, вопроса, идеи); Затем дается характеристика целей и задач исследования (статьи);

Рассматриваемая статья состоит из двух (трех) частей...; Автор дает определение (сравнительную характеристику, обзор, анализ)...; Затем автор останавливается на таких проблемах, как...; Автор подробно останавливается на истории возникновения (зарождения, появления, становления)...; Автор подробно (кратко) описывает (классифицирует, характеризует) факты...; Автор доказывает справедливость (опровергает что-либо)...; Автор приводит доказательства справедливости своей точки зрения...; В статье дается обобщение..., приводятся хорошо аргументированные доказательства...;

В заключение автор говорит о том, что...; Несомненный интерес представляют выводы автора о том, что...; Наиболее важными из выводов автора представляются следующие...; Изложенные (рассмотренные) в статье вопросы (проблемы) представляют интерес не только для..., но и для...

**КОНСПЕКТИРОВАНИЕ** – письменная фиксация основных положений читаемого или воспринимаемого на слух текста. При конспектировании происходит свертывание, компрессия первичного текста.

КОНСПЕКТ- это краткое, но связное и последовательное изложение значимого содержания статьи, лекции, главы книги, учебника, брошюры. Запись-конспект позволяет восстановить, развернуть с необходимой полнотой исходную информацию, поэтому при конспектировании надо отбирать новый и важный материал и выстраивать его в соответствии с логикой изложения. В конспект заносят основные (существенные) положения, а также фактический материал (цифры, цитаты, примеры). В конспекте последующая мысль должна вытекать из предыдущей (как в плане и в тезисах). Части конспекта должны быть связаны внутренней логикой, поэтому важно отразить в конспекте главную мысль каждого абзаца. Содержание абзаца (главная мысль) может быть передано словами автора статьи (возможно сокращение высказывания) или может быть изложено своими словами более обобщенно. При конспектировании пользуются и тем и другим приемом, но важно передать самые главные положения автора без малейшего искажения смысла.

Различают несколько видов конспектов в зависимости от степени свернутости первичного текста, от формы представления основной информации:

1. конспект-план;
2. конспект-схема;
3. текстуальный конспект.

Подготовка конспекта включает следующие этапы:

1. Вся информация, относящаяся к одной теме, собирается в один блок – так выделяются смысловые части.
2. В каждой смысловой части формулируется тема в опоре на ключевые слова и фразы.
3. В каждой части выделяется главная и дополнительная по отношению к теме информация.
4. Главная информация фиксируется в конспекте в разных формах: в виде тезисов (кратко сформулированных основных положений статьи, доклада), выписок (текстуальный конспект), в виде вопросов, выявляющих суть проблемы, в виде назывных предложений (конспект-план и конспект-схема).
5. Дополнительная информация приводится при необходимости.

РЕЦЕНЗИЯ - это письменный критический разбор какого-либо произведения, предполагающий, во-первых, комментирование основных положений (толкование авторской мысли; собственное дополнение к мысли, высказанной автором; выражение своего отношения к постановке проблемы и т.п.); во-вторых, обобщенную аргументированную оценку, в третьих, выводы о значимости работы.

В отличие от рецензии ОТЗЫВ дает самую общую характеристику работы без подробного анализа, но содержит практические рекомендации: анализируемый текст может быть принят к работе в издательстве или на соискание ученой степени.

Типовой план для написания рецензии и отзывов:

1. Предмет анализа: *В работе автора...; В рецензируемой работе...; В предмете анализа...*

2. Актуальность темы: Работа посвящена актуальной теме...; Актуальность темы обусловлена...; Актуальность темы не вызывает сомнений (вполне очевидна)...

3. Формулировка основного тезиса: Центральным вопросом работы, где автор добился наиболее существенных (заметных, ощутимых) результатов, является...; В работе обоснованно на первый план выдвигается вопрос о...

4. Краткое содержание работы.

5. Общая оценка: Оценивая работу в целом...; Таким образом, рассматриваемая работа...; Автор проявил умение разбираться в...; систематизировал материал и обобщил его...; Безусловной заслугой автора является новый методический подход (предложенная классификация, некоторые уточнения существующих понятий); Автор, безусловно, углубляет наше представление об исследуемом явлении, вскрывает новые его черты...

6. Недостатки, недочеты: Вместе с тем вызывает сомнение тезис о том...; К недостаткам (недочетам) работы следует отнести допущенные автором длины в изложении (недостаточную ясность при изложении)...; Работа построена нерационально, следовало бы сократить...; Существенным недостатком работы является...; Отмеченные недостатки носят чисто локальный характер и не влияют на конечные результаты работы...; Отмеченные недочеты работы не снижают ее высокого уровня, их скорее можно считать пожеланиями к дальнейшей работе автора...; Упомянутые недостатки связаны не столько с..., сколько с...

7. Выводы: Представляется, что в целом работа... имеет важное значение...; Работа может быть оценена положительно, а ее автор заслуживает...; Работа заслуживает высокой (положительной, отличной) оценки...; Работа удовлетворяет всем требованиям..., а ее автор, безусловно, имеет (определенное, законное, заслуженное, безусловное) право...

#### Задание

а) Выберите научную статью по своей специальности и напишите к ней аннотацию, реферат, конспект, рецензию.

**3. Проанализируйте отрывок из студенческой курсовой работы, посвященной проблеме связи заголовка и текста. Соответствует ли язык сочинения нормам научного стиля? На основании анализа проведите правку текста:**

Заголовок, будучи неотъемлемой частью газетных публикаций, определяет лицо всей газеты. Сталкиваясь с тем или иным периодическим изданием, читатель получает первую информацию о нем именно из заголовков. На примере газеты «Спорт – экспресс» за апрель – май 1994 г. я рассмотрю связь: заголовок – текст, ведь, как говорится в народной мудрости «встречают по одежке, а провожают – по уму». Но даже при наличии прекрасной одежки (заглавий) и величайшего ума (самих материалов) стилистическая концепция газеты будет не полной, если будет отсутствовать продуманная и логичная связь между содержанием и заголовком. Итак, стараясь выбрать наиболее продуманные заглавия,

я попытаюсь проследить за тем, по какому принципу строится связь между содержанием и заголовком самой популярной спортивной газеты России «Спорт – экспресс». А к тому же я остановлюсь и на классификации заголовков по типу их связей с газетным текстом вообще.

## ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к *зачету* по дисциплине «*Технологии интеллектуального труда*» обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «*Технологии интеллектуального труда*».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

4. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к *зачету* на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебно-методическому  
комплексу С.А. Упоров

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

### ФТД.В.02 СРЕДСТВА КОММУНИКАЦИИ В УЧЕБНОЙ И ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Направление подготовки

**15.03.02 Технологические машины и оборудование**

Направленность (профиль)

**Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов**

Автор: Полянок О.В., к.п.н.

Одобрены на заседании кафедры

Управления персоналом  
*(название кафедры)*

Зав. кафедрой

Абрамов С.М.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 1 от 10.09.2023  
*(Дата)*

Рассмотрены методической комиссией

Горно-механического факультета  
*(название факультета)*

Председатель

Осипов П.А.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 2 от 20.10.2023  
*(Дата)*

Екатеринбург

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ.....	6
САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ.....	8
ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ.....	12
ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ.....	14
ПОДГОТОВКА РЕФЕРАТА.....	36
ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ.....	45

## ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа в высшем учебном заведении - это часть учебного процесса, метод обучения, прием учебно-познавательной деятельности, комплексная целевая стандартизованная учебная деятельность с запланированными видом, типом, формами контроля.

Самостоятельная работа представляет собой плановую деятельность обучающихся по поручению и под методическим руководством преподавателя.

Целью самостоятельной работы студентов является закрепление тех знаний, которые они получили на аудиторных занятиях, а также способствование развитию у студентов творческих навыков, инициативы, умению организовать свое время.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- предполагает освоение курса дисциплины;
- помогает освоению навыков учебной и научной работы;
- способствует осознанию ответственности процесса познания;
- способствует углублению и пополнению знаний студентов, освоению ими навыков и умений;
- формирует интерес к познавательным действиям, освоению методов и приемов познавательного процесса,
- создает условия для творческой и научной деятельности обучающихся;
- способствует развитию у студентов таких личных качеств, как целеустремленность, заинтересованность, исследование нового.

Самостоятельная работа обучающегося выполняет следующие функции:

- развивающую (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);
- информационно-обучающую (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях, неподкрепленная самостоятельной работой, становится мало результативной);
- ориентирующую и стимулирующую (процессу обучения придается ускорение и мотивация);
- воспитательную (формируются и развиваются профессиональные качества бакалавра и гражданина);
- исследовательскую (новый уровень профессионально-творческого мышления).

Организация самостоятельной работы студентов должна опираться на определенные требования, а, именно:

- сложность осваиваемых знаний должна соответствовать уровню развития студентов;
- стандартизация заданий в соответствии с логической системой курса дисциплины;
- объем задания должен соответствовать уровню студента;
- задания должны быть адаптированными к уровню студентов.

Содержание самостоятельной работы студентов представляет собой, с одной стороны, совокупность теоретических и практических учебных заданий, которые должен выполнить студент в процессе обучения, объект его деятельности; с другой стороны - это способ деятельности студента по выполнению соответствующего теоретического или практического учебного задания.

Свое внешнее выражение содержание самостоятельной работы студентов находит во всех организационных формах аудиторной и внеаудиторной деятельности, в ходе самостоятельного выполнения различных заданий.

Функциональное предназначение самостоятельной работы студентов в процессе лекций, практических занятий по овладению специальными знаниями заключается в самостоятельном прочтении, просмотре, прослушивании, наблюдении, конспектировании, осмыслении, запоминании и воспроизведении определенной информации. Цель и планирование самостоятельной работы студента определяет преподаватель. Вся информация осуществляется на основе ее воспроизведения.

Так как самостоятельная работа тесно связана с учебным процессом, ее необходимо рассматривать в двух аспектах:

1. аудиторная самостоятельная работа – практические занятия;
2. внеаудиторная самостоятельная работа – подготовка к практическим занятиям (в т.ч. подготовка к практико-ориентированным заданиям и др.).

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

Таким образом, самостоятельная работа студентов является важнейшей составной частью процесса обучения.

Методические указания по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся по дисциплине *«Средства коммуникации в учебной и профессиональной деятельности»* обращают внимание студента на главное, существенное в изучаемой дисциплине, помогают выработать умение анализировать явления и факты, связывать теоретические положения с практикой, а также облегчают подготовку к сдаче *зачета*.

Настоящие методические указания позволят студентам самостоятельно овладеть фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю подготовки, опытом творческой и исследовательской деятельности, и направлены на формирование компетенций, предусмотренных учебным планом поданному профилю.

Видами самостоятельной работы обучающихся по дисциплине *«Средства коммуникации в учебной и профессиональной деятельности»* являются:

- самостоятельное изучение тем курса (в т.ч. рассмотрение основных категорий дисциплины, работа с литературой);

- подготовка к практическим (семинарским) занятиям (в т.ч. подготовка к выполнению практико-ориентированных заданий, подготовка реферата);
- подготовка к зачету.

В методических указаниях представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

## **ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Тема 1. Сущность коммуникации в разных социальных сферах. Основные функции и виды коммуникации**

Коммуникации  
Межличностное общение  
Речевые способности  
Профессиональное общение

### **Тема 2. Специфика вербальной и невербальной коммуникации**

Вербальная коммуникация  
Невербальная коммуникация

### **Тема 3. Эффективное общение**

Эффективное общение  
Обратная связь  
Стиль слушания

### **Тема 4. Основные коммуникативные барьеры и пути их преодоления в межличностном общении. Стили поведения в конфликтной ситуации**

Конфликт  
Барьер речи

### **Тема 5. Виды и формы взаимодействия студентов в условиях образовательной организации**

Группа  
Коллектив  
Групповое давление  
Феномен группомыслия  
Феномен подчинения авторитету  
Обособление  
Диктат  
Подчинение  
Вызов  
Выгода  
Соперничество  
Сотрудничество  
Взаимодействие  
Взаимопонимание

### **Тема 6. Формы, методы, технологии самопрезентации**

Самопрезентация  
Публичное выступление

## **САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ**

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебными и научными изданиями профессиональной и общекультурной тематики – это важнейшее условие формирования научного способа познания.

Основные приемы работы с литературой можно свести к следующим:

- составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;
- перечень должен быть систематизированным;
- обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и выпускных квалификационных работ это позволит экономить время);
- определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;
- при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;
- все прочитанные монографии, учебники и научные статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);
- если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;
- следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать). Таким образом, чтение текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того, насколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьезный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студентам с этой целью рекомендуется заводить специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);
- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);
- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);
- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;
- просмотрное – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;
- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц; цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;
- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;
- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе –

поиск тех суждений, фактов, по которым, или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной и научной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках образовательной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис - это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта - основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть

логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование –наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

## ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ

Практико-ориентированные задания выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций. Это могут быть ситуации, требующие применения умений и навыков, специфичных для соответствующего профиля обучения (знания содержания предмета), ситуации, требующие организации деятельности, выбора её оптимальной структуры личностно-ориентированных ситуаций (нахождение нестандартного способа решения).

Кроме этого, они выступают средством формирования у студентов умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач. Они строятся на основе ситуаций, возникающих на различных уровнях осуществления практики и формулируются в виде производственных поручений (заданий).

Под практико-ориентированными заданиями понимают задачи из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием элементов производственных процессов.

Цель практико-ориентированных заданий – приобретение умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Задачи практико-ориентированных заданий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний студентов при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- обучение приемам решения практических задач;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Важными отличительными особенностями практико-ориентированных задания от стандартных задач (предметных, межпредметных, прикладных) являются:

- значимость (познавательная, профессиональная, общекультурная, социальная) получаемого результата, что обеспечивает познавательную мотивацию обучающегося;
- условие задания сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задания;

- информация и данные в задании могут быть представлены в различной форме (рисунок, таблица, схема, диаграмма, график и т.д.), что потребует распознавания объектов;

- указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задания.

Кроме выделенных четырех характеристик, практико-ориентированные задания имеют следующие:

1. по структуре эти задания – нестандартные, т.е. в структуре задания не все его компоненты полностью определены;

2. наличие избыточных, недостающих или противоречивых данных в условии задания, что приводит к объемной формулировке условия;

3. наличие нескольких способов решения (различная степень рациональности), причем данные способы могут быть неизвестны учащимся, и их потребуется сконструировать.

При выполнении практико-ориентированных заданий следует руководствоваться следующими общими рекомендациями:

- для выполнения практико-ориентированного задания необходимо внимательно прочитать задание, повторить лекционный материал по соответствующей теме, изучить рекомендуемую литературу, в т.ч. дополнительную;

- выполнение практико-ориентированного задания включает постановку задачи, выбор способа решения задания, разработку алгоритма практических действий, программы, рекомендаций, сценария и т. п.;

- если практико-ориентированное задание выдается по вариантам, то получить номер варианта исходных данных у преподавателя; если нет вариантов, то нужно подобрать исходные данные самостоятельно, используя различные источники информации;

- для выполнения практико-ориентированного задания может использоваться метод малых групп. Работа в малых группах предполагает решение определенных образовательных задач в рамках небольших групп с последующим обсуждением полученных результатов. Этот метод развивает навыки сотрудничества, достижения компромиссного решения, аналитические способности.

## ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ

### 1. Организуйте коллективную сетевую деятельность.

*Методические указания:*

Под организацией **коллективной сетевой деятельности** понимают совместные действия нескольких пользователей в сети электронных коммуникаций, направленные на получение информации. Участники совместной сетевой деятельности могут быть объединены общими целями, интересами, что позволяет им обмениваться мнениями, суждениями, а также совершать действия с различными объектами, такими как фотографии, программы, записи, статьи, представленными в цифровом виде.

Подобное взаимодействие может заключаться в различных его видах, таких как:

- - общение;
- - обмен данными;
- - организация трудовой деятельности;
- - совместное времяпрепровождение за сетевыми развлечениями.

Рассмотрим каждый из них. Одним из примеров организации **общения** в сети

Интернет могут служить популярные на сегодняшний день сообщества **Livejournal** ([www.livejournal.ru](http://www.livejournal.ru)), **Facebook** ([www.facebook.com](http://www.facebook.com)), **Twitter** (<http://twitter.com>) и др.

По своей сути это социальные сети, которые работают в режиме реального времени, позволяя участникам взаимодействовать друг с другом. Так, социальная сеть Livejournal (Живой журнал) предоставляет возможность публиковать свои и комментировать чужие записи, вести коллективные блоги («сообщества»), получать оперативную информацию, хранить фотографии и видеоролики, добавлять в друзья других пользователей и следить за их записями в «ленте друзей» и др.

Facebook позволяет создать профиль с фотографией и информацией о себе, приглашать друзей, обмениваться с ними сообщениями, изменять свой статус, оставлять сообщения на своей и чужой «стенах», загружать фотографии и видеозаписи, создавать группы (сообщества по интересам).

Система Twitter позволяет пользователям отправлять короткие текстовые заметки, используя web-интерфейс, sms-сообщения, средства мгновенного обмена сообщениями (например, Windows Live Messenger), сторонние программы-клиенты. Отличительной особенностью Твиттера является публичная доступность размещенных сообщений, что роднит его с **блогами** (онлайн-дневник, содержимое которого, представляет собой регулярно обновляемые записи — **посты**).

Другим способом общения, безусловно, является **электронная почта**. Принципы создания ящика электронной почты подробно рассматривались в практикуме параграфа 2.12. При всех своих плюсах электронная почта не позволяет организовать двусторонний оперативный диалог, максимально приближенный к обычному разговору. Отправив письмо, человек уверен, что оно оперативно будет доставлено в ящик адресата, но будет ли получен быстрый ответ? Кроме того, переписка может растянуться, что сводит к минимуму решение возможных актуальных проблем человека в настоящий момент времени.

Именно поэтому возникла необходимость в самостоятельном классе программ, которые выполняли бы две основные задачи:

1. Показать, находится ли собеседник в данный момент в сети Интернет, готов ли он общаться.
2. Отправить собеседнику короткое сообщение и тут же получить от него ответ.

Такие программы получили название IMS (англ. Instant Messengers Service —

служба мгновенных сообщений). Часто такие программы называют **интернет-пейджерами**. В качестве примера подобных программ можно привести Windows Live Messenger, Yahoo!Messenger, ICQ.

Так, программа Windows Live Messenger является одним из компонентов Windows Live — набора сетевых служб от компании Microsoft. Ранее мы познакомились с такими его модулями, как Семейная безопасность и Киностудия. Доступ к Messenger можно получить по адресу <http://download.ru.msn.com/wl/messenger>, либо через кнопку **Пуск** на своем персональном компьютере (предварительно установив основные компоненты службы Windows Live).

В настоящее время произошла интеграция Messenger и программы Skype, функции которой будут рассмотрены позже.

Чтобы начать «разговор», достаточно выполнить двойной щелчок мыши на имени собеседника и ввести сообщение в соответствующее окно. Если друга нет на месте, можно оставить ему сообщение, и он увидит его, когда снова войдет в программу.

Коммуникацию в реальном масштабе времени возможно осуществить с помощью **чатов** (англ. Chatter — болтать). Если ваш компьютер оснащен видеокамерой, вы сможете начать видеочат. Одной из наиболее интересных особенностей видеочата в Messenger является то, что он позволяет делать через Интернет все, что ранее можно было делать только при личном общении. Например, можно легко обмениваться фотографиями и видеть, как собеседник реагирует на них.

Теперь рассмотрим, каким образом можно организовать коллективную сетевую деятельность, связанную с **обменом данными**. Сразу отметим, что для передачи или открытия доступа к файлам в локальной сети используются стандартные возможности операционной системы компьютера. Для этого достаточно в настройках определенной директории открыть общий доступ на чтение или запись другими пользователями сети.

В настоящее время популярнейшим способом обмена данными является размещение файлов на различных видеохостингах и в социальных сетях. **Хостинг** — это услуга по предоставлению вычислительных мощностей для размещения информации на сервере, постоянно находящемся в сети Интернет. Для размещения видеофайлов, как правило, используются такие крупные видеохостинги, как YouTube ([www.youtube.com](http://www.youtube.com)), Rutube (<http://mtube.ru>). Социальные сети, например Одноклассники ([www.odnoklassniki.ru](http://www.odnoklassniki.ru)), ВКонтакте (<http://vk.com>) и др., также можно использовать для размещения видеоматериалов.

Хранение, обмен файлов возможно организовать и с помощью облачных сервисов, таких как Яндекс.Диск, SkyDrive, iCloud и т.д. Перечислим ряд достоинств подобного способа организации работы:

- не требуется денежных вложений - сервисы бесплатны;
- возможность резервного хранения данных;
- доступность информации из любой точки мира с разных устройств, подключенных к Интернету;
- пользователь самостоятельно определяет доступность к файлам другим людям;
- большой размер облачного хранилища (7-10 Гб);
- информация не привязана к одному компьютеру;
- доступ к файлам, хранящимся на устройствах с разными аппаратными платформами (Windows, Android, iOS).

В качестве примера рассмотрим работу с программой Яндекс.Диск, которую предварительно следует установить на свой компьютер с адреса <http://disk.yandex.ru/download>. После инсталляции программы на вашем устройстве создается папка Яндекс.Диск, в которой будет находиться ряд папок, таких как Документы, Музыка, Корзина. Теперь, после того как мы добавим, изменим или удалим файл в папке Яндекс.Диск на своем компьютере, то же самое автоматически произойдет на серверах Яндекс, т. е. происходит процесс синхронизации.

Поделиться файлом с друзьями через web-интерфейс можно, выполнив следующие действия:

1. Зайти в свой почтовый ящик на сервисе Яндекс.
2. Выполнив команду **Файлы/Документы**, выделить нужный файл из списка.
3. Установить переключатель на панели предпросмотра в положение **Публичный** и нажать на одну из кнопок, расположенных ниже, что гарантирует публикацию ссылки на файл в одной из социальных сетей (ВКонтакте, Facebook и т.д.) либо отправку по электронной почте (рис. 1).



Рис. 1. Ссылка на файл

Другой возможностью публикации ссылки на файл - получение ее через ОС Windows. В этом случае порядок действий следующий:

- 1. Открыть папку Яндекс.Диск.
- 2. Выполнить щелчок правой кнопкой мыши на нужном файле.
- 3. В контекстном меню выбрать пункт **Яндекс.Диск: Скопировать публичную ссылку**.

Теперь в буфере обмена находится ссылка на файл, например, <http://yadi.Sk/d/91nV8FjiOYnX>, с которой вы можете поделиться со своими друзьями.

Перейдем к описанию организации **трудовой деятельности** как способа совместного сетевого взаимодействия. Она может выглядеть самой разной, от простого общения в видеоконференциях, заканчивая использованием серьезных корпоративных решений для управления рабочим процессом в компании. Примерами таких решений являются:

1. 1С-Битрикс: Корпоративный Портал (<http://www.1c-bitrix.ru/products/intranet/>) — система управления внутренним информационным ресурсом компании для коллективной работы над задачами, проектами и документами.
2. Мегатлан ([www.megaplan.ru](http://www.megaplan.ru)) — онлайн-сервис для управления бизнесом.
3. TeamLab ([www.teamlab.com/ru](http://www.teamlab.com/ru)) — многофункциональный онлайн-сервис для совместной работы, управления документами и проектами.
4. BaseCamp (<http://basecamp.com>) — онлайн-инструмент для управления проектами, совместной работы и постановки задач по проектам.

Рассмотрим эти решения на примере облачного сервиса **Мегатлан**, который относится к модели **SaaS** (англ. Software as a service — программное обеспечение как услуга). В рамках модели SaaS заказчики платят не за владение программным обеспечением как таковым, а за его аренду (т. е. за его использование через web-интерфейс). Таким образом, в отличие от классической схемы лицензирования программного обеспечения заказчик несет сравнительно небольшие периодические затраты (от 150 до 400 руб./мес.), и ему не требуется инвестировать значительные средства в приобретение ПО и аппаратной платформы для его развертывания, а затем поддерживать его работоспособность.

Используя на предприятии Мегатлан, можно получить множество современных эффективных средств управления персоналом компании, в частности:

- выстроить иерархическую структуру предприятия, прояснить уровни подчинения, сделать связи сотрудников внутри предприятия логичными и понятными каждому;

- система управления персоналом на предприятии позволит каждому руководителю контролировать деятельность своих подчиненных в режиме реального времени. Кроме того, можно получать актуальную информацию, даже не находясь в офисе — для этого достаточно иметь доступ в Интернет;

- получить возможность обмениваться документами, выкладывать в общий доступ бизнес-планы, презентации, проекты и распоряжения, ускоряя обмен информацией внутри предприятия;

- системы обмена сообщениями и корпоративный форум делают общение, как деловое, так и личное, более живым и эффективным. Кроме того, выходящая по ходу исполнения задачи, зафиксированные в Мегаплане, позволяют анализировать ход работы над проектом.

Зарегистрировавшись на вышеуказанном сайте, вы получите бесплатный доступ для знакомства с сервисом Мегаплан. Из трех решений предлагаемых компанией, а именно Совместная работа, Учет клиентов и Бизнес-менеджер, выберите первое — **Совместная работа**. Такой выбор дает возможность эффективно управлять проектами, задачами и людьми. Выбрав модуль **Сотрудники**, добавьте несколько сотрудников, заполнив их личные карточки. Много информации в карточки заносить необязательно, их всегда можно отредактировать, при этом не забывая нажимать на кнопку **Сохранить**. Заполненный модуль **Сотрудники** представлен на рис. 2.



Рис. 2. Модуль Сотрудники

Заполнив базу сотрудников, отметив все необходимые сведения в картотеке, вы получаете автоматизированную систему управления персоналом компании, которая более оперативно, чем любой менеджер по кадрам, будет оповещать вас обо всех изменениях, напоминать о днях рождения, давать доступ к картотеке и персональным сообщениям.

Теперь создайте отделы своей виртуальной организации. Для этого, находясь в модуле **Сотрудники**, выберите блок **Структура**, а в нем ссылку **Добавить отдел**. Чтобы добавить сотрудника в отдел, его надо перетащить мышью из списка **Нераспределенные**. После этого следует установить связь «Начальник-Подчиненный», используя ссылки **Начальники**, **Подчиненные**. Подобная ситуация представлена на рис. 3.

Красные стрелки на схеме обозначают вашу подчиненность, а зеленые — сотрудники подчиняются вам.

Для того чтобы организовать взаимодействие в команде, выберите модуль **Задачи** и поставьте перед каждым сотрудником задачу, указав сроки ее выполнения. Сотрудник может принять или отклонить задачу, делегировать ее своему подчиненному, комментировать задачу, оперировать списком своих задач (распечатывать, сортировать по признакам). Он может даже провалить задачу — и это немедленно станет известно всем, кто с ней связан.

Используя модуль **Документы**, попробуйте создать несколько текстовых документов (их объем не может превышать 300 Мб). Также имеется возможность импортировать

имеющиеся документы, которые Мегаплан будет сортировать по типам: текстовые документы, презентации, PDF-файлы, таблицы, изображения и др. Таким образом, можно хранить общие для всей компании договоры, банки, анкеты и другие важные файлы.



Рис. 3 Организационная структура предприятия

Модуль **Обсуждение** представляет собой корпоративный форум, в рамках которого можно рассматривать любые вопросы. Обсуждение тем может происходить в нескольких уже созданных разделах, а именно Новости, Отдых, Работа. Подобная ситуация представлена на рис. 4.

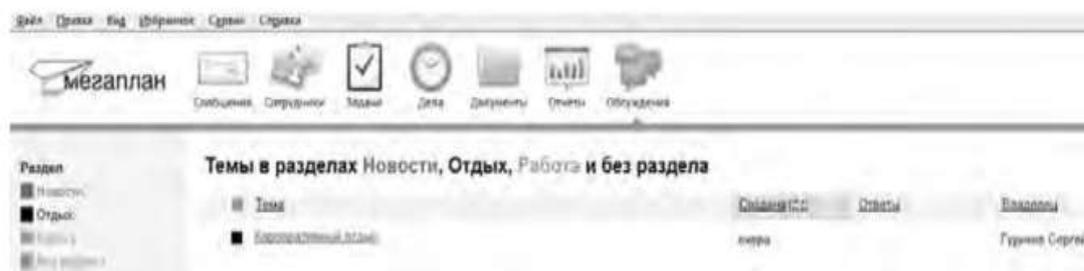


Рис. 4.Создание темы в модуле Обсуждение

Создайте несколько тем, воспользовавшись кнопкой **Добавить**. Обратите внимание на то, что вы можете ограничить просмотр обсуждаемых тем отдельным сотрудникам и группам. Корпоративный форум делает общение внутри компании более открытым. Возможность общения онлайн между сотрудниками, встреча которых могла бы и не произойти в реальной жизни, развивает неформальные отношения, вследствие которых совместная работа над проектами становится более комфортной. Работа над проектом, созданным в виртуальной среде, существенно упрощается за счет системы обмена сообщениями (модуль **Сообщения**), совместной работы, обработки файлов, находящихся в общем доступе.

Итак, освоение базовых функциональных операций в процессе работы с Мегапланом происходит очень быстро. С учетом того, что бесплатная версия продукта позволяет зарегистрировать трех пользователей, можно организовать сетевое взаимодействие, создав учебное предприятие и тем самым, усовершенствовать навыки взаимодействия исполнителей и руководителей в рабочем процессе.

**Совместное времяпрепровождение за сетевыми развлечениями** — последний вид сетевого взаимодействия, рассматриваемого нами. Сетевыми развлечениями в основном являются компьютерные игры. Вид взаимодействия в играх может быть различным: игроки могут соперничать друг с другом, могут быть в команде, а в некоторых играх возможны оба

вида взаимодействия. Соперничество может выражаться как напрямую, например игра в шахматы, так и в таблице рейтингов в какой-нибудь браузерной игре.

Существует особый жанр игр MMORPG (англ. Massive Multiplayer Online Role-playing Game, массовая многопользовательская онлайн ролевая игра) — разновидность онлайн ролевых игр, позволяющая тысячам людей одновременно играть в изменяющемся виртуальном мире через Интернет. Сообщество любителей игр в жанре MMORPG зарегистрировано в сети Интернет по адресу [www.mmorpg.su](http://www.mmorpg.su).

Подобные игры, как правило, построены на технологии «клиент-сервер», но есть разновидности, где в качестве клиента выступает обычный браузер. Игрок в такой игре представляется своим **аватаром** — виртуальным представлением его игрового персонажа. Создатели игры поддерживают существование игрового мира, в котором происходит действие игры и который населен ее персонажами.

Когда геймеры попадают в игровой мир, они могут в нем выполнять различные действия вместе с другими игроками со всего мира. Разработчики MMORPG поддерживают и постоянно развивают свои миры, добавляя новые возможности и доступные действия для того, чтобы «гарантировать» интерес игроков. Яркими представителями подобного рода игр на сегодняшний день являются EverQuest, World of Warcraft, Anarchy Online, Asheron's Call, Everquest II, Guild Wars, Ragnarok Online, Silkroad Online, The Matrix Online, City of Heroes.

*Задания:*

а)Создайте свой аккаунт (если вы его не имеете) в одной из социальных сетей, например Livejournal или Facebook. Выполните скриншоты своего блога. Результат отправьте на электронную почту преподавателя.

б)Используя программу Windows Live Messenger, добавьте в друзья (по предварительной договоренности) своего преподавателя и свяжитесь с ним в режиме реального времени либо оставьте ему сообщение.

в)Установите на свой компьютер программу Яндекс.Диск. Предоставьте доступ к нескольким файлам своему преподавателю.

г)Создайте учебное предприятие, используя облачный сервис Мегаплан. Заполните информацией все имеющиеся в программе модули. Установите связи между отделами. Пригласите нескольких своих друзей в проект. Продемонстрируйте результат преподавателю, открыв ему доступ.

д)Напишите краткий отчет о результатах своей работы по созданию виртуального предприятия, указав в нем этапы его создания, результаты совместной сетевой деятельности.

е)Являетесь ли вы участником какой-либо игры в жанре MMORPG? Если да, расскажите об основных правилах той игры, в которой вы участвуете. Каким образом происходит ваше взаимодействие в ней с друзьями?

### 3. Организация форумов

*Методические указания*

В настоящее время перед каждым образовательным учреждением стоит задача формирования открытой информационной образовательной среды. Эффективным механизмом является использование коммуникационных возможностей сети Интернет. В частности, организация на сайтах или в информационных системах образовательных учреждений форумов (дискуссий).

**Форум** — это web-страница, созданная на основе клиент-серверной технологии для организации общения пользователей сети Интернет. Концепция форума основана на создании разделов, внутри которых происходит обсуждение различных тем в форме сообщений. От чата форум отличается тем, что общение может происходить не в реальном времени. Таким образом, человек имеет возможность подумать над своим ответом или над создаваемой темой.

По методу формирования набора тем форумы бывают:

- **тематические.** В рамках таких форумов пользователи обсуждают предварительно опубликованную статью, новость СМИ и т.д. Обсуждение происходит в одной или нескольких темах;

- **проблемные.** Для обсуждения предлагается ряд проблемных вопросов (тем). Обсуждение каждой проблемы происходит в своей ветке. Чаще всего в подобных типах форумов пользователь не имеет права создавать новую тему;

- **постоянно действующие форумы.** Форумы поддержки (помощи). По такому принципу строятся форумы технической поддержки, различные консультации и пр. Чаще всего это форумы с динамическим списком тем, где простые участники могут создавать новую тему в рамках тематики форума.

Форумы функционируют согласно определенным правилам, которые определяют администраторы и модераторы. **Администратор форума** следит за порядком во всех разделах, контролирует общение на ресурсе и соблюдение правил сайта. **Модератор форума** чаще всего следит за порядком в конкретном разделе, имеет более узкие права, чем администратор. Его основная задача — увеличивать популярность форума, количество участников и число интересных обсуждений. Дополнительные задачи:

- стимулировать появление новых интересных тем;
- стимулировать общение на форуме;
- не допускать конфликтных ситуаций на форуме, а в случае их возникновения — уметь найти выход из сложной ситуации;
- при появлении в темах **спама** (рассылка коммерческой и иной рекламы или иных видов сообщений (информации) лицам, не выразившим желания их получать) немедленно сообщать об этом администратору сайта;
- следить за культурой сетевого общения.

Для каждого конкретного форума администратором могут быть созданы свои правила, но в целом их можно свести к следующим:

1. На форумах приветствуется поддержание дискуссии, обмен опытом, предоставление интересной информации, полезных ссылок.

2. Не нужно вести разговор на «вольные» темы и размещать бессодержательные (малосодержательные) или повторяющиеся сообщения. Под бессодержательными (малосодержательными) понимаются, в частности, сообщения, содержащие исключительно или преимущественно эмоции (одобрение, возмущение и т. д.).

3. Желательно проверять грамотность сообщений (например, редактором Microsoft Word) — ошибки затрудняют понимание вопроса или ответа и могут раздражать участников обсуждения.

4. Длинные сообщения желательно разбивать на абзацы пустыми строчками, чтобы их было удобно читать.

5. Запрещается размещать заведомо ложную информацию.

6. Не рекомендуется публиковать сообщения, не соответствующие обсуждаемой теме, в том числе личные разговоры в ветках форума.

7. Не следует писать сообщения сплошными заглавными буквами, так как это эквивалентно повышению тона, а также латинскими буквами. При этом сообщение считается нарушающим данное правило, если такого рода текстом набрано более трети всего сообщения.

8. Участники форума не должны нарушать общепринятые нормы и правила поведения. Исключено употребление грубых слов и ненормативной лексики, выражение расистских, непристойных, оскорбительных или угрожающих высказываний, нарушений законодательства в области авторского права или сохранности конфиденциальной информации.

9. Запрещено публично обсуждать нелегальное использование (в том числе взлом) программного обеспечения, систем безопасности, а также публикацию паролей, серийных номеров и адреса (ссылки), по которым можно найти что-либо из вышеназванного.

10. Не следует размещать в форумах, а также рассылать через личные сообщения коммерческую рекламу и спам.

Для создания форумов используется ряд программных решений, написанных на языке PHP (англ. Hypertext Preprocessor — предпроцессор гипертекста) и используемых для ведения своей базы данных сервер MySQL. К их числу относятся **Invision Power Board** ([www.invisionpower.com](http://www.invisionpower.com)), **vBulletin** ([www.vbulletin.com](http://www.vbulletin.com)), **PHP Bulletin Board** ([www.phpbb.com](http://www.phpbb.com)), **Simple Machines Forum** ([www.simplemachines.org](http://www.simplemachines.org)) и ряд других. Однако создать «движок форума» с помощью перечисленного программного обеспечения начинающему пользователю будет весьма непросто, поскольку и сами программы, и документация к ним написаны на английском языке.

Попробовать свои силы для создания тематического форума можно с использованием российских web-сервисов, предлагающих свои услуги в этом направлении. Остановим свой выбор на сервисе Forum2x2 ([www.forum2x2.ru](http://www.forum2x2.ru)), который предлагает создание и хостинг форумов. Forum2x2 позволяет создать форум бесплатно, всего за несколько секунд и без всяких технических знаний, а после — мгновенно начать общение. Интерфейс форума является наглядным, простым в использовании и легко настраивается.

Определим следующую задачу — создать форум своего учебного заведения. Находясь на сайте сервиса Forum2x2, выберем кнопку **Создать бесплатный форум**. Пользователю будет предложено выбрать одну из четырех версий создания форумов: Phpbb3, Phpbb2, IPB и Punbb. Их краткая характеристика будет представлена в соответствующих вкладках. Воспользуемся самым простым из них - **Punbb**, который предоставляет только базовые опции web-форума, а следовательно, является оптимальным по скорости и простоте использования. Далее нам предстоит выполнить три простых шага:

1. Выбрать графический стиль форума.
2. Ввести название форума, его интернет-адрес, свой адрес электронной почты, пароль.
3. Прочитать информацию о недопустимом содержании создаваемого форума.

На этом создание форума можно считать завершенным. На рис. 5 представлен один из возможных примеров созданного форума.



Рис. 5 Внешний вид созданного форума

В своем электронном почтовом ящике вы обнаружите письмо от администрации сервиса Forum2x2, в котором будут даны несколько полезных советов для успешного начала работы форума, в частности:

- - поместить в форум несколько сообщений, чтобы задать тон обсуждения;
- - внести личный аспект в стиль оформления форума, подобрав цвета и шрифты;

- - сообщить по электронной почте друзьям о новом форуме и пригласить их поучаствовать в форуме;
- - поместить ссылки на форум на других сайтах, форумах и в поисковых системах.

Для администрирования вновь созданного форума необходимо ввести имя пользователя (Admin) и пароль, который вы выбрали при создании форума. После этого вы получаете доступ к ссылке **Панель администратора**, расположенной внизу страницы, которая имеет несколько вкладок (рис. 6).



Рис. 6. Вкладки Панели администратора

Вкладка **Главная** отображает информацию по статистике созданных сообщений, количестве пользователей и тем. Здесь же можно воспользоваться практическими советами по повышению посещаемости созданного форума. Попробуйте пригласить на созданный форум своих друзей, знакомых, с помощью ссылки **Адреса Email**, вводя в соответствующее поле их электронные адреса. Максимальное число приглашений, отправляемых за один раз, — десять.

Вкладка **Общие настройки** позволяет сконфигурировать форум в соответствии с личными целями администратора. В частности, можно изменить название сайта, его описание, определить конфигурацию защиты форума, определить E-mail администратора.

С помощью раздела **Категории и форумы** создайте свои форумы, определите порядок их вывода с помощью соответствующих кнопок (**Сдвинуть вверх**, **Сдвинуть вниз**). **Категория** представляет собой совокупность форумов, объединенных общей тематикой. Один из возможных примеров создания форумов приведен на рис. 7.

Сделанные изменения доступны для просмотра после нажатия на кнопку **Просмотр форума**. Находясь на вкладке **Общие настройки**, перейдите в раздел **Раскрутка форума** и выберите пункт **Поисковые системы**. Введите информацию для ваших мета-тегов, чтобы улучшить позицию вашего форума в поисковых системах. **Мета-теги** — это невидимые коды, используемые поисковиками для индексации и позиционирования вашего форума. Зарегистрируйте ваш форум в основных поисковых системах: Yandex, Google, Rambler.



Рис. 7. Структура форумов

Используя вкладку **Оформление**, поэкспериментируйте с различными стилями для того, чтобы повысить привлекательность форума. Здесь же можно поменять версию «движка» форума.

Будучи администратором вашего форума, вы являетесь его единственным полноправным хозяином и полностью контролируете его. С помощью вкладки **Пользователи & Группы** создайте группу модераторов, ответственных за соблюдение установленных вами правил (правил орфографии, правил поведения на форуме и т.д.).

Перейдите на вкладку **Модули**. Здесь вы можете добавить к вашему форуму такие модули, как портал, календарь, галерея, чат или листы персонажей. Выберите ссылку **Портал**. Появится информация о том, что портал не установлен. Нажмите ссылку — установить. Внешний вид созданного портала представлен на рис. 8.



Рис. 8. Созданный портал

На вкладке **Модули** попробуйте поработать с виджетами (гаджетами) форума, из которых и состоит портал. **Виджет** — это элемент интерфейса, предназначенный для облегчения доступа к информации.

Добавьте/удалите стандартные виджеты форума (Поиск, Календарь, Новости, Последние темы, Самые активные пользователи и др.), отслеживая изменения нажатием кнопки **Просмотр портала**. Оставьте наиболее удачный, с вашей точки зрения, вариант.

Итак, мы приобрели первоначальные практические навыки создания собственного форума и выполнили действия, направленные на увеличение его посещаемости. Кроме того, необходимо создать ссылку на форум с главной страницы сайта учебного заведения. Следует отметить, что, для того чтобы созданный форум не оставался в статичном виде, необходима большая работа администратора, модераторов по его поддержанию.

Альтернативным способом организации форумов является их развертывание в информационной системе учебного заведения. На современном отечественном рынке

автоматизированных информационных систем управления учебным процессом представлено достаточно большое количество решений. Свой выбор остановим на ИС ModEUS (<http://modeus.krf.ane.ru/index.php>), которая разработана с учетом специфики российского образования и обеспечивает автоматизацию учебного процесса, в том числе и дистантного (учет учебного процесса, его планирование и публикация, подготовка отчетной документации).

После регистрации в системе ModEUS, нужно выбрать ссылку **Дискуссии**. Вы можете организовать дискуссию (форум) по любому из находящихся в системе курсов, щелкнув мышью по его названию.

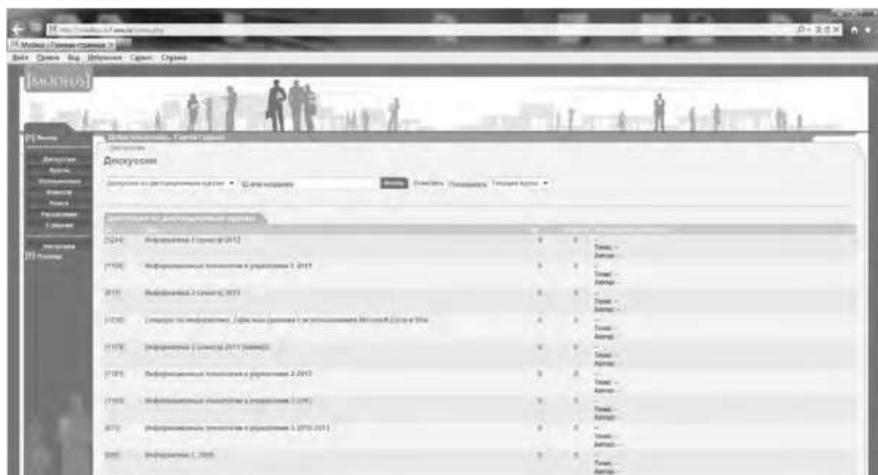


Рис. 9. Страница Дискуссии в ИС ModEUS

Создадим новую тему, нажав одноименную кнопку. Впишем в соответствующие поля название темы и вопрос, предлагаемый для обсуждения. Подобная ситуация представлена на рис. 437. Кроме того, мы имеем возможность прикрепить текстовый файл объемом не более 16 Мб, например список вопросов к экзамену.

После нажатия на кнопку **Создать** тема дискуссии отображается в системе (рис. 10), и любой из студентов может принять участие в ее обсуждении.

Таким образом, можно определить преимущества создания форума в информационной системе учебного заведения:

- - отсутствует необходимость иметь практические навыки работы по созданию web-страниц;
- - нет необходимости заботиться о раскрутке форума - студенты и преподаватели постоянно работают в системе.

В то же время есть и ряд недостатков, в частности:

- - форум доступен исключительно для студентов и преподавателей учебного заведения, в котором функционирует информационная система;
- - стандартизированный типовой интерфейс для всех выполняемых функций;
- - нет возможности организовать дискуссию на вольную тему.



Рис. 10 Создание новой темы



Рис. 11. Создана тема для дискуссии

### Использование тестирующих систем в локальной сети образовательного учреждения

Теперь познакомимся с возможностями ИС ModEUS для **организации тестирования студентов в локальной сети образовательного учреждения**. Использование тестирования как наиболее объективного метода оценки качества образования широко используется в учебных заведениях России. Полнота охвата проверкой требований к уровню подготовки студентов предполагает методику конструирования тестовых заданий закрытого и открытого типа. К тестовым заданиям **закрытого типа** относятся задания, предполагающие выбор верного ответа из предложенных вопросов. Тестовые задания **открытого типа** требуют конструирования ответов с кратким и развернутым ответом. И тот, и другой тип заданий успешно реализуются в ИС ModEUS.

Прежде чем создать тестовое задание, необходимо зайти в один из учебных курсов, находящихся в репозитории (хранилище данных), нажав кнопку **Курсы** в главном меню. Под «курсом» в ИС ModEUS понимается дисциплина, находящаяся в учебном плане.

Найдем в списке **Занятия курса** требуемое занятие и нажмем ссылку **Список заданий**, находящуюся справа от поля **Тип**. Для того чтобы добавить задание в занятие, нажмем кнопку **Добавить**. Подобная ситуация представлена на рис. 11.

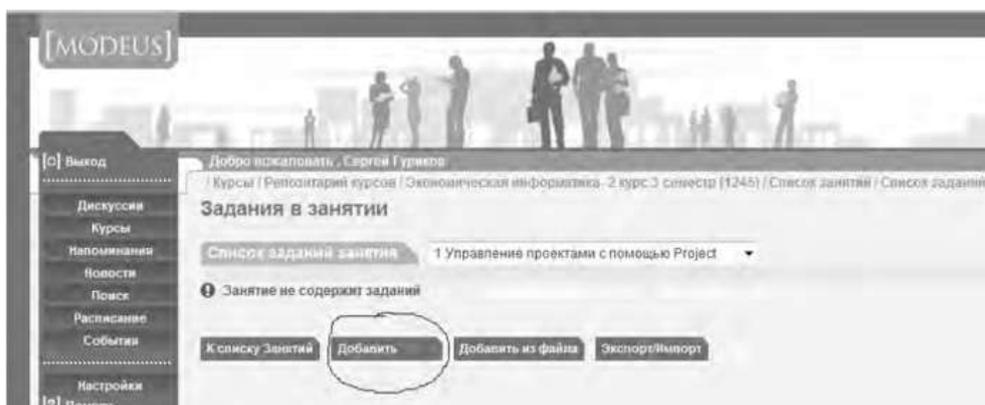


Рис.12. Добавление задания

Тип задания можно выбрать из раскрывающегося списка (рис. 12), кроме того, можно дать название новому заданию, установить балл и выбрать количество попыток сдачи.

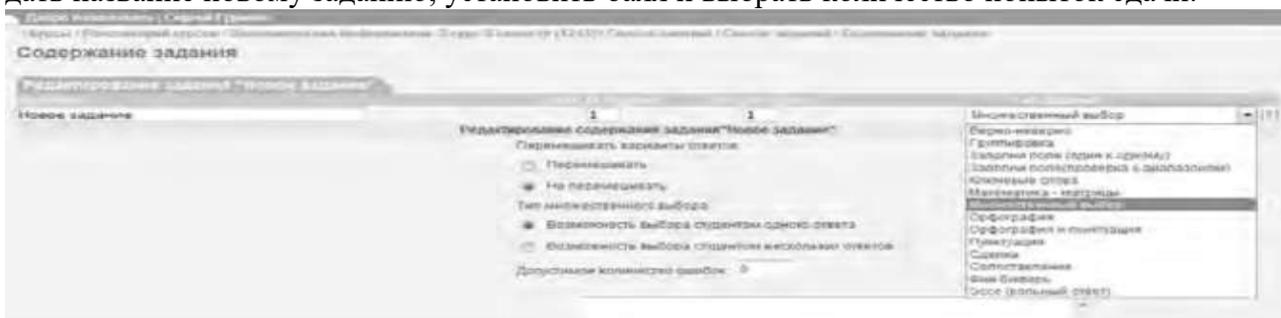
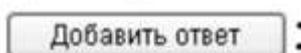


Рис.13. Выбор типа задания

Рассмотрим несколько примеров формирования вопросов закрытого и открытого типа в ИС ModEUS.

**Тестовое задание со множественным выбором верных ответов (закрытый тип).** Данный тип задания дает вам возможность задать вопрос и варианты ответов на него, из которых обучающийся должен выбрать верный (рис. 14). Правильным может быть один или несколько вариантов. Для того чтобы наполнить задание, выполните следующие действия:

- - в опции **Перемешивать варианты ответов** поставьте метку в поле **Перемешивать**, если вы хотите, чтобы указанные вами варианты ответов выводились на экран в различном порядке, поставьте метку в поле **Не перемешивать**, если варианты ответов должны выводиться всегда в одинаковом порядке;
- - в опции **Тип множественного выбора** поставьте метку в поле **Возможность выбора студентом одного ответа**, если обучающийся из предложенных вариантов ответов может выбрать только один верный, поставьте метку в поле **Возможность выбора студентом нескольких ответов**, если обучающийся может выбрать несколько верных ответов;
  - - введите текст задания в поле **Текст задания**;
  - - в случае если в задании присутствует приложение, укажите путь к этому приложению, нажав на кнопку **Обзор...** и указав путь к файлу на жестком или сетевом диске. Приложением может быть документ любого формата, например изображение;
  - - введите тексты вариантов ответов в соответствующие поля;
  - - для добавления нового поля под вариант ответа нажмите на кнопку



- каждый вариант ответа может быть дополнен приложением. Для добавления к варианту ответа приложения укажите путь к нему в поле **Добавить приложение**, нажав на



и указав путь к файлу на жестком

или сетевом диске;

- установите флажки напротив одного или нескольких правильных вариантов ответа;

- нажмите на кнопку **Зафиксировать** для сохранения задания в базе данных;

- нажмите на кнопку **Сохранить и добавить новое**; чтобы сохранить задание и сразу

перейти к составлению нового задания.

Название	Балл за задание	Попыток сдачи	Тип задания
Задание б	1	1	Множественный выбор

Редактирование содержания задания "Задание б"

Перемешивать варианты ответов:

Перемешивать  
 Не перемешивать

Тип множественного выбора:

Возможность выбора студентом одного ответа  
 Возможность выбора студентом нескольких ответов

Текст задания:

На каком уровне семиуровневой модели ISO происходит передача кадра данных между узлами. В качестве адресов используются MAC-адреса

Добавить приложение:  Обзор...

Варианты ответов:

1 физический уровень

Добавить приложение:  Обзор...

2 канальный уровень

Добавить приложение:  Обзор...

3 сетевой уровень

Добавить приложение:  Обзор...

4 транспортный уровень

Добавить приложение:  Обзор...

5 сеансовый уровень

Добавить приложение:  Обзор...

6 уровень представления

Добавить приложение:  Обзор...

7 прикладной уровень

Добавить приложение:  Обзор...

Добавить ответ

Рис. 14. Создание задания со множественным выбором верных ответов

**Тестовое задание с добавлением слова (открытый тип).** Данный тип задания (рис. 15) дает вам возможность задать вопрос, на который обучающийся должен ответить, введя ответ с клавиатуры в виде текста, цифры, слова, математической формулы и т.д. Для того чтобы наполнить задание, выполните следующие действия:

- - введите текст задания в поле **Текст задания**;
- - текст задания может представлять собой текст или текст в сочетании с

приложением. Чтобы добавить приложение (изображение или документ), нажмите на кнопку **Обзор...**; находящуюся под полем **Текст задания**, и укажите путь к файлу на жестком или сетевом диске;

- - в поле **Вопрос** введите вопрос, на который должен ответить обучающийся;
  - - в поле **Ответ** укажите правильный ответ;
- в пределах одного задания вы можете задать обучающемуся несколько вопросов. Для

добавления вопроса нажмите на кнопку **Добавить вопрос**;

- нажмите на кнопку **Зафиксировать** для сохранения задания в базе данных;

- нажмите на кнопку **Сохранить и добавить новое**, чтобы сохранить задание и сразу перейти к составлению нового задания.

Рис. 15 Создание задания с добавлением слова

Кроме рассмотренных типов заданий, в ИС ModEUS существует и ряд других, в частности: **Верно - неверно**. Данный тип задания предоставляет возможность обучающемуся выбрать один из вариантов ответа («верно» или «неверно») на поставленный вопрос.

**Группировка**. В данном типе задания обучающемуся необходимо распределить заданный список понятий по группам.

**Заполни поле (проверка с диапазоном)**. Данный тип задания дает возможность задать вопрос, на который обучающийся должен ответить, введя с клавиатуры числовой ответ.

**Сопоставление**. Проверяется способность обучающихся сопоставить понятия по указанному принципу.

**Эссе**. Обучающийся отвечает в свободной форме на поставленный преподавателем вопрос. Вопрос может быть представлен в виде текста или любого другого документа.

Следует отметить, что в ИС ModEUS можно задать количество вопросов, время на проведение тестовых заданий, а также **мощность теста**. Мощность определяет количество заданий, которые будут предложены студенту для выполнения. Например, если в группе заданий десять вариантов заданий, а мощность группы равна пяти, то студенту будут предложены для выполнения пять заданий из десяти. После проведения тестирования в

информационной системе происходит автоматическое формирование оценок на основании выполненных студентами заданий.

Итак, мы завершили рассмотрение возможностей информационной системы, работающей в локальной сети учебного заведения для организации форумов и проведения тестирования студентов.

### **Настройка видео web-сессий**

В настоящее время миллионы пользователей во всем мире используют видеосвязь с помощью сети Интернет для общения друг с другом. Достоинства такого способа общения очевидны: есть возможность слышать и визуально наблюдать собеседника, находящегося, возможно, за тысячи километров. Для обеспечения полноценной видеосвязи для захвата и воспроизведения видео и звука могут использоваться как встроенные в компьютер камера, микрофон или динамик, так и внешние устройства, такие как web-камера, головная гарнитура, а также следует обеспечить высокоскоростной доступ к Интернету.

Взаимодействие собеседников при организации видео web-сессий возможно в нескольких направлениях: видеоконференция и видеотелефония.

**1. Видеоконференция** — это технология интерактивного взаимодействия двух и более человек, при которой между ними происходит обмен информацией в режиме реального времени. Существует нескольких видов видеоконференций:

- **симметричная (групповая)** видеоконференция позволяет проводить сеансы показа презентаций или рабочего стола;
- **асимметричная** видеоконференция используется для дистанционного образования. Позволяет собрать в конференции множество участников таким образом, что все они будут видеть и слышать одного ведущего, он, в свою очередь, всех участников одновременно;
- **селекторное видеосовещание** — рассчитано на взаимодействие большой группы участников, при котором пользователи имеют возможность активно обсуждать действия при чрезвычайных ситуациях, оперативно решать текущие вопросы.

Для эффективной организации проведения web-конференций, маркетинговых презентаций, онлайн-обучения, совещаний и любых других видов онлайн-встреч существует ряд программных решений. В качестве примера можно привести программы Mirapolis Virtual Room (<http://virtualroom.ru/>), ВидеоМост ([www.videomost.com](http://www.videomost.com)), TrueConf Online (<http://trueconf.ru/>) и др.

**2. Видеотелефония** — реализуется посредством сеанса видеосвязи между двумя пользователями, во время которого они могут видеть и слышать друг друга, обмениваться сообщениями и файлами, вместе работать над документами и при этом находиться в разных местах в комфортной для себя обстановке.

Для того чтобы общаться с близкими и друзьями, можно бесплатно совершать видеозвонки с помощью таких программ, как Skype (<http://www.Skype.com/intl/ru/get-skype>), Mail.ru Агент (<http://agent.mail.ru>) и ряд других.

Для того чтобы проверить наличие встроенной web-камеры на компьютере, достаточно войти в меню **Пуск**, выбрать **Компьютер**, щелкнуть на нем правой кнопкой мыши и в контекстно-зависимом меню нажать пункт **Свойства**. Далее следует выбрать пункт меню **Диспетчер устройств**, а в нем пункт **Устройства обработки изображений**. Наличие в нем устройства, например, USB 2.0 Camera свидетельствует о наличии web-камеры.

Кроме того, в документации к компьютеру (Руководство пользователя) или другому устройству должны быть приведены сведения об установленных в систему устройствах и, в частности, инструкция по использованию встроенной камеры и программному обеспечению, отвечающему за данное устройство.

Одной из таких популярных утилит является ArcSoft WebCam Companion — пакет приложений для взаимодействия с web-камерой, который позволяет захватывать, редактировать изображения и записывать видео. Самостоятельно проведите ее установку,

воспользовавшись web-адресом <http://arcsoft-webcam-companion.en.softonic.com>. После установки данной программы на компьютер ее можно запустить на выполнение командой **Пуск/Все программы/ArcSoft WebCam Companion/WebCam Companion**. Интерфейс программы представлен несколькими разделами: **Захват**, **Маска**, **Забавная рамка**, **Правка**, **Монитор**, **Другие приложения** (рис. 16).



Рис. 16. Пункты меню программы ArcSoft WebCam Companion

Выберем значок **Захват**, а в нем пункт меню **Параметры web-камеры**. Откроется окно, представленное на рис. 17.

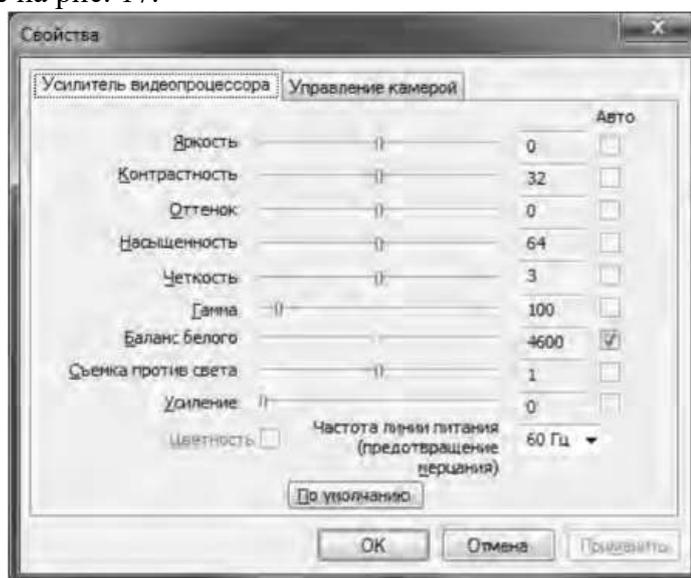


Рис. 17. Окно Свойства web-камеры

Как видно из рис. 17, в данном окне можно изменить основные параметры настройки web-камеры, одновременно наблюдая за результатом на экране. При желании настройки можно вернуть в исходное состояние, нажав на кнопку **По умолчанию**.

Теперь поговорим о том, как организовать web-сессию в такой популярной программе, как Skype. Ее большим преимуществом является такой факт, что звонки между абонентами являются бесплатными. Однако, если вы делаете звонок на мобильный или стационарный телефон, вам потребуется позаботиться о том, чтобы на вашем счете были деньги. Положить деньги на оплату разговоров в Skype вы можете с использованием такого сервиса, как Яндекс.Деньги (<https://money.yandex.ru/>).

Инсталлируйте программу Skype, воспользовавшись ее адресом в сети Интернет <http://www.skype.com/intl/ru/get-skype>. После установки программа становится доступной после выполнения команды **Пуск/Все программы/ Skype/Skype**. В окне регистрации введите свой логин и пароль. Обратите внимание на то, что если вы установите флажок в пункте **Автоматическая авторизация при запуске Skype**, то вам не придется каждый раз вводить свои данные.

Добавьте своих друзей, родственников в список контактов, воспользовавшись командой **Контакты/Добавить контакт**. Вам нужно ввести фамилию, имя знакомого, его контактный телефон, адрес электронной почты. В результате ваши контакты будут располагаться в группе **Контакты** и будут видны при каждом запуске программы.

Выполним настройку web-камеры. Последовательно нажмем **Инструменты/Настройки/Настройки видео**. Появится окно, представленное на рис. 18.

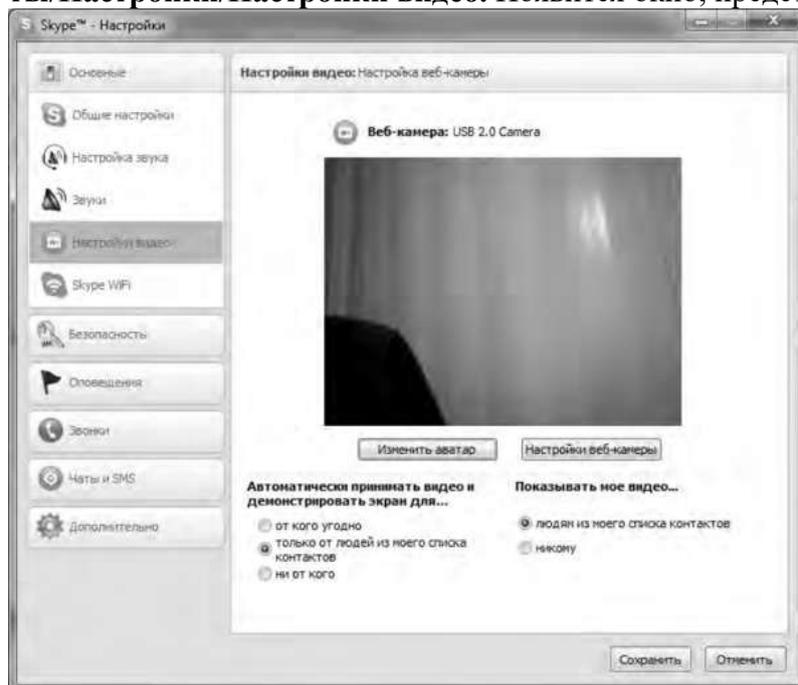


Рис.18. Окно Настройки

Если вы видите изображение - камера настроена и готова к работе. В противном случае, Skype выведет об этом текстовое сообщение. Теперь перейдем в меню **Настройка звука**. Проверьте, что поставлен флажок в опции **Разрешить автоматическую настройку микрофона**. Скажите несколько слов вслух, уровень громкости звука в опции **Громкость** должен изменяться. Окончательно проверить сделанные настройки можно с помощью контрольного звонка. Для этого, находясь в меню **Настройка звука**, выберите пункт **Сделать контрольный звонок в Skype**. В ходе контрольного звонка вы сможете сделать запись своего голоса в течение десяти секунд, а затем прослушать его. Если этот эксперимент окончится удачно, значит, все настройки выполнены правильно и программа готова к работе.

Теперь, когда мы завершили работу с настройками программы, можно попробовать сделать видеозвонок. Для этого необходимо совершить следующие действия:

1. Войти в программу Skype.
2. В группе **Контакты** щелчком мыши выбрать абонента. Во время звонка он должен быть в сети, о чем будет свидетельствовать соответствующий значок в программе Skype.
3. Нажать кнопку **Видеозвонок**.

Через несколько секунд соединение будет установлено и вы можете начать разговор, в процессе которого вы будете видеть и слышать своего собеседника. Подобная ситуация представлена на рис. 19.



Рис. 19 Сеанс связи установлен

Если во время разговоров у вас возникают неполадки со звуком, такие как сильный фоновый шум, эхо, задержка звука, «механический» звук или пропадание слов, следует убедиться в следующем:

1. Использует ли собеседник последнюю версию программы Skype? Информацию о версии программы можно получить, выполнив команду **По- мощь/О Skype**.
2. Нет ли рядом с микрофоном источников шума?
3. Не расположен ли микрофон рядом с динамиками?
4. Достаточно ли высокая скорость соединения?

Кроме того, когда программа Skype обнаруживает неполадки во время звонка, на экране появляется сообщение с рекомендациями, которые помогут вам повысить качество связи. Необходимо выполнить эти рекомендации.

Итак, вы получили теоретические сведения и практические навыки работы с организацией видео web-сессий, которые, несомненно, будут востребованы в вашей повседневной жизни.

*Задания:*

а) Зарегистрируйтесь на сервисе Forum2x2. Создайте форум своего учебного заведения, выбрав одну из четырех версий создания форумов. Выполните советы для успешного начала работы своего форума, приведенные в параграфе 5.4. После завершения работы отправьте на электронную почту преподавателя ссылку на созданный вами форум.

б) Установите на свой компьютер программу Skype. Сделайте видеозвонок вашему преподавателю (по предварительной договоренности).

## 2. Проведите диагностику стиля делового общения.

*Инструкция.* С помощью этого теста вы можете оценить свой стиль делового общения. Вам предложено 80 утверждений. Из каждой пары выберите одно — то, которое, как вы считаете, наиболее соответствует вашему поведению. Обратите внимание на то, что ни одна пара не должна быть пропущена. Тест построен таким образом, что ни одно из приведенных ниже утверждений не является ошибочным.

1. Я люблю действовать.
2. Я работаю над решением проблем систематическим образом.
3. Я считаю, что работа в командах более эффективна, чем на индивидуальной основе.
4. Мне очень нравятся различные нововведения.
5. Я больше интересуюсь будущим, чем прошлым.
6. Я очень люблю работать с людьми.
7. Я люблю принимать участие в хорошо организованных встречах.
8. Для меня очень важными являются окончательные сроки.
9. Я против откладываний и проволочек.

10. Я считаю, что новые идеи должны быть проверены прежде, чем они будут применяться на практике.
11. Я очень люблю взаимодействовать с другими людьми. Это меня стимулирует и вдохновляет.
12. Я всегда стараюсь искать новые возможности.
13. Я сам люблю устанавливать цели, планы и т.п.
14. Если я что-либо начинаю, то доделываю это до конца.
15. Обычно и стараюсь понять эмоциональные реакции других.
16. Я создаю проблемы другим людям.
17. Я надеюсь получить реакцию других на свое поведение.
18. Я нахожу, что действия, основанные на принципе «шаг за шагом», являются очень эффективными.
19. Я думаю, что хорошо могу понимать поведение и мысли других.
20. Я люблю творческое решение проблем.
21. Я все время строю планы на будущее.
22. Я восприимчив к нуждам других.
23. Хорошее планирование — ключ к успеху.
24. Меня раздражает слишком подробный анализ.
25. Я остаюсь невозмутимым, если на меня оказывают давление.
26. Я очень ценю опыт.
27. Я прислушиваюсь к мнению других.
28. Говорят, что я быстро соображаю.
29. Сотрудничество является для меня ключевым словом.
30. Я использую логические методы для анализа альтернатив.
31. Я люблю, когда одновременно у меня идут разные проекты.
32. Я постоянно задаю себе вопросы.
33. Делая что-либо, я тем самым учусь.
34. Полагаю, что я руководствуюсь рассудком, а не эмоциями.
35. Я могу предсказать, как другие будут вести себя в той или иной ситуации.
36. Я не люблю вдаваться в детали.
37. Анализ всегда должен предшествовать действиям.
38. Я способен оценить климат в группе.
39. У меня есть склонность не заканчивать начатые дела.
40. Я воспринимаю себя как решительного человека.
41. Я ищу такие дела, которые бросают мне вызов.
42. Я основываю свои действия на наблюдениях и фактах.
43. Я могу открыто выразить свои чувства.
44. Я люблю формулировать и определять контуры новых проектов.
45. Я очень люблю читать.
46. Я воспринимаю себя как человека, способного интенсифицировать, организовать деятельность других.
47. Я не люблю заниматься одновременно несколькими вопросами.
48. Я люблю достигать поставленных целей.
49. Мне нравится узнавать что-либо о других людях.
50. Я люблю разнообразие.
51. Факты говорят сами за себя.
52. Я использую свое воображение, насколько это возможно.
53. Меня раздражает длительная, кропотливая работа.
54. Мой мозг никогда не перестает работать.
55. Важному решению предшествует подготовительная работа.
56. Я глубоко уверен в том, что люди нуждаются друг в друге, чтобы завершить работу.
57. Я обычно принимаю решение, особо не задумываясь.

58. Эмоции только создают проблемы.
59. Я люблю быть таким же, как другие.
60. Я не могу быстро прибавить пятнадцать к семнадцати.
61. Я примеряю свои новые идеи к людям.
62. Я верю в научный подход.
63. Я люблю, когда дело сделано.
64. Хорошие отношения необходимы.
65. Я импульсивен.
66. Я нормально воспринимаю различия в людях.
67. Общение с другими людьми значимо само по себе.
68. Люблю, когда меня интеллектуально стимулируют.
69. Я люблю организовывать что-либо.
70. Я часто перескакиваю с одного дела на другое.
71. Общение и работа совместно с другими людьми являются творческим процессом.
72. Самоактуализация является крайне важной для меня.
73. Мне очень нравится играть идеями.
74. Я не люблю попусту терять время.
75. Я люблю делать то, что у меня получается.
76. Взаимодействуя с другими, я учусь.
77. Абстракции интересны для меня.
78. Мне нравятся детали.
79. Я люблю кратко подвести итоги, прежде чем прийти к какому-либо умозаключению.
80. Я достаточно уверен в себе.

#### *Обработка результатов.*

Обведите те номера, на которые вы ответили положительно, и отметьте их в приведенной ниже таблице. Посчитайте количество баллов по каждому стилю (один положительный ответ равен 1 баллу). Тот стиль, по которому вы набрали наибольшее количество баллов (по одному стилю не может быть более 20 баллов), наиболее предпочтителен для вас. Если вы набрали одинаковое количество баллов по двум стилям, значит, они оба присущи вам.

#### *Ключ*

*Стиль 1:* 1, 8, 9, 13, 17, 24, 26, 31, 33, 40, 41, 48, 50, 53, 57, 63, 65, 70, 74, 79.

*Стиль 2:* 2, 7, 10, 14, 18, 23, 25, 30, 34, 37, 42, 47, 51, 55, 58, 62, 66, 69, 75, 78.

*Стиль 3:* 3, 6, 11, 15, 19, 22, 27, 29, 35, 38, 43, 46, 49, 56, 59, 64, 67, 71, 76, 80.

*Стиль 4:* 4, 5, 12, 16, 20, 21, 28, 32, 36, 39, 44, 45, 52, 54, 60, 61, 68, 72, 73, 77.

#### *Интерпретация результатов*

*Стиль 1* — ориентация на действие. Характерно обсуждение результатов, конкретных вопросов, поведения, ответственности, опыта, достижений, решений. Люди, владеющие этим стилем, прагматичны, прямолинейны, решительны, легко переключаются с одного вопроса на другой.

*Стиль 2* — ориентация на процесс. Характерно обсуждение фактов, процедурных вопросов, планирования, организации, контролирования, деталей. Человек, владеющий этим стилем, ориентирован на систематичность, последовательность, тщательность. Он честен, многословен и мало эмоционален.

*Стиль 3* ориентация на людей. Характерно обсуждение человеческих нужд, мотивов, чувств, «духа работы в команде», понимания, сотрудничества. Люди этого стиля эмоциональны, чувствительны, умеют сопереживать окружающим.

*Стиль 4* — ориентация на перспективу, на будущее. Людям этого стиля присуще обсуждение концепций, больших планов, нововведений, различных вопросов, новых методов, альтернатив. Они обладают хорошим воображением, полны идей, но мало реалистичны и порой их сложно понять.

#### Задания:

- а) На основе самодиагностики определите стиль делового общения
- б) Дайте обоснование рекомендаций по совершенствованию делового общения.

## ПОДГОТОВКА РЕФЕРАТА

### Общая характеристика реферата

Написание реферата практикуется в учебном процессе в целях приобретения магистрантом необходимой профессиональной подготовки, развития умения и навыков самостоятельного научного поиска: изучения литературы по выбранной теме, анализа различных источников и точек зрения, обобщения материала, выделения главного, формулирования выводов и т. п. С помощью реферата магистрант может глубже постигать наиболее сложные проблемы дисциплины, учиться лаконично излагать свои мысли, правильно оформлять работу, докладывать результаты своего труда.

Реферат является первой ступенью на пути освоения навыков проведения научно-исследовательской работы. В «Толковом словаре русского языка» дается следующее определение: «**реферат** – краткое изложение содержания книги, статьи, исследования, а также доклад с таким изложением».

Различают два вида реферата:

- *репродуктивный* – воспроизводит содержание первичного текста в форме реферата-конспекта или реферата-резюме. В реферате-конспекте содержится фактическая информация в обобщённом виде, иллюстрированный материал, различные сведения о методах исследования, результатах исследования и возможностях их применения. В реферате-резюме содержатся только основные положения данной темы;

- *продуктивный* – содержит творческое или критическое осмысление реферируемого источника и оформляются в форме реферата-доклада или реферата-обзора. В реферате-докладе, наряду с анализом информации первоисточника, дается объективная оценка проблемы, и он имеет развёрнутый характер. Реферат-обзор составляется на основе нескольких источников и в нем сопоставляются различные точки зрения по исследуемой проблеме.

Магистрант для изложения материала должен выбрать продуктивный вид реферата.

### Выбор темы реферата

Магистранту предоставляется право выбора темы реферата из рекомендованного преподавателем дисциплины списка. Выбор темы должен быть осознанным и обоснованным с точки зрения познавательных интересов автора, а также полноты освещения темы в имеющейся научной литературе.

Если интересующая тема отсутствует в рекомендованном списке, то по согласованию с преподавателем магистранту предоставляется право самостоятельно предложить тему реферата, раскрывающую содержание изучаемой дисциплины. Тема не должна быть слишком общей и глобальной, так как небольшой объем работы (до 20-25 страниц без учёта приложений) не позволит раскрыть ее.

Начинать знакомство с избранной темой лучше всего с чтения обобщающих работ по данной проблеме, постепенно переходя к узкоспециальной литературе. При этом следует сразу же составлять библиографические выходные данные используемых источников (автор, название, место и год издания, издательство, страницы).

На основе анализа прочитанного и просмотренного материала по данной теме следует составить тезисы по основным смысловым блокам, с пометками, собственными суждениями и оценками. Предварительно подобранный в литературных источниках материал может превышать необходимый объем реферата.

### **Формулирование цели и составление плана реферата**

Выбрав тему реферата и изучив литературу, необходимо сформулировать цель работы и составить план реферата.

**Цель** – это осознаваемый образ предвосхищаемого результата. Возможно, формулировка цели в ходе работы будет меняться, но изначально следует ее обозначить, чтобы ориентироваться на нее в ходе исследования. Формулирование цели реферата рекомендуется осуществлять при помощи глаголов: исследовать, изучить, проанализировать, систематизировать, осветить, изложить (представления, сведения), создать, рассмотреть, обобщить и т. д.

Определяясь с целью дальнейшей работы, параллельно необходимо думать над составлением плана, при этом четко соотносить цель и план работы. Правильно построенный план помогает систематизировать материал и обеспечить последовательность его изложения.

Наиболее традиционной является следующая **структура реферата**:

Титульный лист.

Оглавление (план, содержание).

Введение.

1. (полное наименование главы).

1.1. (полное название параграфа, пункта);

1.2. (полное название параграфа, пункта).

Основная часть

2. (полное наименование главы).

2.1. (полное название параграфа, пункта);

2.2. (полное название параграфа, пункта).

Заключение (выводы).

Библиография (список использованной литературы).

Приложения (по усмотрению автора).

**Титульный лист** оформляется в соответствии с Приложением.

**Оглавление** (план, содержание) включает названия всех глав и параграфов (пунктов плана) реферата и номера страниц, указывающие их начало в тексте реферата.

**Введение.** В этой части реферата обосновывается актуальность выбранной темы, формулируются цель и задачи работы, указываются используемые материалы и дается их краткая характеристика с точки зрения

полноты освещения избранной темы. Объем введения не должен превышать 1-1,5 страницы.

**Основная часть** реферата может быть представлена двумя или тремя главами, которые могут включать 2-3 параграфа (пункта).

Здесь достаточно полно и логично излагаются главные положения в используемых источниках, раскрываются все пункты плана с сохранением связи между ними и последовательности перехода от одного к другому.

Автор должен следить за тем, чтобы изложение материала точно соответствовало цели и названию главы (параграфа). Материал в реферате рекомендуется излагать своими словами, не допуская дословного переписывания из литературных источников. В тексте обязательны ссылки на первоисточники, т. е. на тех авторов, у которых взят данный материал в виде мысли, идеи, вывода, числовых данных, таблиц, графиков, иллюстраций и пр.

Работа должна быть написана грамотным литературным языком. Сокращение слов в тексте не допускается, кроме общеизвестных сокращений и аббревиатуры. Каждый раздел рекомендуется заканчивать кратким выводом.

**Заключение** (выводы). В этой части обобщается изложенный в основной части материал, формулируются общие выводы, указывается, что нового лично для себя вынес автор реферата из работы над ним. Выводы делаются с учетом опубликованных в литературе различных точек зрения по проблеме рассматриваемой в реферате, сопоставления их и личного мнения автора реферата. Заключение по объему не должно превышать 1,5-2 страниц.

**Библиография** (список использованной литературы) – здесь указывается реально использованная для написания реферата литература, периодические издания и электронные источники информации. Список составляется согласно правилам библиографического описания.

**Приложения** могут включать графики, таблицы, расчеты.

## ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РЕФЕРАТА

### Общие требования к оформлению реферата

Рефераты по дисциплинам магистратуры направления подготовки 38.04.02 – «Менеджмент», как правило, требуют изучения и анализа значительного объема статистического материала, формул, графиков и т. п. В силу этого особое значение приобретает правильное оформление результатов проделанной работы.

Текст реферата должен быть подготовлен в печатном виде. Исправления и пометки не допускаются. Текст работы оформляется на листах формата А4, на одной стороне листа, с полями: левое – 25 мм, верхнее – 20 мм, правое – 15 мм и нижнее – 25 мм. При компьютерном наборе шрифт должен быть таким: тип шрифта Times New Roman, кегль 14, междустрочный интервал 1,5.

Рекомендуемый объем реферата – не менее 20 страниц. Титульный лист реферата оформляется магистрантом по образцу, данному в приложении 1.

Текст реферата должен быть разбит на разделы: главы, параграфы и т. д. Очередной раздел нужно начинать с нового листа.

Все страницы реферата должны быть пронумерованы. Номер страницы ставится снизу страницы, по центру. Первой страницей является титульный лист, но на ней номер страницы не ставится.

### **Таблицы**

Таблицы по содержанию делятся на аналитические и неаналитические. Аналитические таблицы являются результатом обработки и анализа цифровых показателей. Как правило, после таких таблиц делается обобщение, которое вводится в текст словами: «таблица позволяет сделать вывод о том, что...», «таблица позволяет заключить, что...» и т. п.

В неаналитических таблицах обычно помещаются необработанные статистические данные, необходимые лишь для информации и констатации фактов.

Таблицы размещают после первого упоминания о них в тексте таким образом, чтобы их можно было читать без поворота работы или с поворотом по часовой стрелке.

Каждая таблица должна иметь нумерационный и тематический заголовок. Тематический заголовок располагается по центру таблицы, после нумерационного, размещённого в правой стороне листа и включающего надпись «Таблица» с указанием арабскими цифрами номера таблицы. Нумерация таблиц сквозная в пределах каждой главы. Номер таблицы состоит из двух цифр: первая указывает на номер главы, вторая – на номер таблицы в главе по порядку (например: «Таблица 2.2» – это значит, что представленная таблица вторая во второй главе).

Цифры в графах таблиц должны проставляться так, чтобы разряды чисел во всей графе были расположены один под другим. В одной графе количество десятичных знаков должно быть одинаковым. Если данные отсутствуют, то в графах ставят знак тире. Округление числовых значений величин до первого, второго и т. д. десятичного знака для различных значений одного и того же наименования показателя должно быть одинаковым.

Таблицу с большим количеством строк допускается переносить на другую страницу, при этом заголовок таблицы помещают только над ее первой частью, а над переносимой частью пишут «Продолжение таблицы» или «Окончание таблицы». Если в работе несколько таблиц, то после слов «Продолжение» или «Окончание» указывают номер таблицы, а само слово «таблица» пишут сокращенно, например: «Продолжение табл. 1.1», «Окончание табл. 1.1».

На все таблицы в тексте курсовой работы должны быть даны ссылки с указанием их порядкового номера, например: «...в табл. 2.2».

### **Формулы**

Формулы – это комбинации математических знаков, выражающие какие-либо предложения.

Формулы, приводимые в реферате, должны быть наглядными, а обозначения, применяемые в них, соответствовать стандартам.

Пояснения значений символов и числовых коэффициентов следует приводить непосредственно под формулой, в той последовательности, в какой они даны в формуле. Значение каждого символа и числового коэффициента дается с новой строки. Первую строку объяснения начинают со слова «где» без двоеточия после него.

Формулы и уравнения следует выделять из текста свободными строками. Если уравнение не умещается в одну строку, оно должно быть перенесено после знака равенства (=) или после знака (+), минус (–), умножения (x) и деления (:).

Формулы нумеруют арабскими цифрами в пределах всей курсовой работы (реферата) или главы. В пределах реферата используют нумерацию формул одинарную, в пределах главы – двойную. Номер указывают с правой стороны листа на уровне формулы в круглых скобках.

В тексте ссылки на формулы приводятся с указанием их порядковых номеров, например: «...в формуле (2.2)» (второй формуле второй главы).

### **Иллюстрации**

Иллюстрации позволяют наглядно представить явление или предмет такими, какими мы их зрительно воспринимаем, но без лишних деталей и подробностей.

Основными видами иллюстраций являются схемы, диаграммы и графики.

**Схема** – это изображение, передающее обычно с помощью условных обозначений и без соблюдения масштаба основную идею какого-либо устройства, предмета, сооружения или процесса и показывающее взаимосвязь их главных элементов.

**Диаграмма** – один из способов изображения зависимости между величинами. Наибольшее распространение получили линейные, столбиковые и секторные диаграммы.

Для построения линейных диаграмм используется координатное поле. По горизонтальной оси в изображенном масштабе откладывается время или факториальные признаки, на вертикальной – показатели на определенный момент (период) времени или размеры результативного независимого признака. Вершины ординат соединяются отрезками – в результате получается ломаная линия.

На столбиковых диаграммах данные изображаются в виде прямоугольников (столбиков) одинаковой ширины, расположенных вертикально или горизонтально. Длина (высота) прямоугольников пропорциональна изображенным ими величинам.

Секторная диаграмма представляет собой круг, разделенный на секторы, величины которых пропорциональны величинам частей изображаемого явления.

**График** – это результат обработки числовых данных. Он представляет собой условные изображения величин и их соотношений через геометрические фигуры, точки и линии.

Количество иллюстраций в работе должно быть достаточным для пояснения излагаемого текста.

Иллюстрации обозначаются словом «Рис.» и располагаются после первой ссылки на них в тексте так, чтобы их было удобно рассматривать без поворота

работы или с поворотом по часовой стрелке. Иллюстрации должны иметь номер и наименование, расположенные по центру, под ней. Иллюстрации нумеруются в пределах главы арабскими цифрами, например: «Рис. 1.1» (первый рисунок первой главы). Ссылки на иллюстрации в тексте реферата приводят с указанием их порядкового номера, например: «...на рис. 1.1».

При необходимости иллюстрации снабжаются поясняющими данными (подрисуночный текст).

### **Приложения**

Приложение – это часть основного текста, которая имеет дополнительное (обычно справочное) значение, но, тем не менее, необходима для более полного освещения темы. По форме они могут представлять собой текст, таблицы, графики, карты. В приложении помещают вспомогательные материалы по рассматриваемой теме: инструкции, методики, положения, результаты промежуточных расчетов, типовые проекты, имеющие значительный объем, затрудняющий чтение и целостное восприятие текста. В этом случае в тексте приводятся основные выводы (результаты) и делается ссылка на приложение, содержащее соответствующую информацию. Каждое приложение должно начинаться с новой страницы. В правом верхнем углу листа пишут слово «Приложение» и указывают номер приложения. Если в реферате больше одного приложения, их нумеруют последовательно арабскими цифрами, например: «Приложение 1», «Приложение 2» и т. д.

Каждое приложение должно иметь заголовок, который помещают ниже слова «Приложение» над текстом приложения, по центру.

При ссылке на приложение в тексте реферата пишут сокращенно строчными буквами «прил.» и указывают номер приложения, например: «...в прил. 1».

Приложения оформляются как продолжение текстовой части реферата со сквозной нумерацией листов. Число страниц в приложении не лимитируется и не включается в общий объем страниц реферата.

### **Библиографический список**

Библиографический список должен содержать перечень и описание только тех источников, которые были использованы при написании реферата.

В библиографическом списке должны быть представлены монографические издания отечественных и зарубежных авторов, материалы профессиональной периодической печати (экономических журналов, газет и еженедельников), законодательные и др. нормативно-правовые акты. При составлении списка необходимо обратить внимание на достижение оптимального соотношения между монографическими изданиями, характеризующими глубину теоретической подготовки автора, и периодикой, демонстрирующей владение современными экономическими данными.

Наиболее распространенным способом расположения наименований литературных источников является алфавитный. Работы одного автора перечисляются в алфавитном порядке их названий. Исследования на

иностранных языках помещаются в порядке латинского алфавита после исследований на русском языке.

Ниже приводятся примеры библиографических описаний использованных источников.

**Статья одного, двух или трех авторов из журнала**

*Зотова Л. А., Еременко О. В.* Инновации как объект государственного регулирования // *Экономист*. 2010. № 7. С. 17–19.

**Статья из журнала, написанная более чем тремя авторами**

*Валютный курс и экономический рост / С. Ф. Алексахенко, А. А. Клепач, О. Ю. Осипова [и др.]* // *Вопросы экономики*. 2010. № 8. С. 18–22.

**Книга, написанная одним, двумя или тремя авторами**

*Иохин В. Я.* Экономическая теория: учебник. М.: Юристъ, 2009. 178 с.

**Книга, написанная более чем тремя авторами**

*Экономическая теория: учебник / В. Д. Камаев [и др.]*. М.: ВЛАДОС, 2011. 143 с.

**Сборники**

*Актуальные проблемы экономики и управления: сборник научных статей*. Екатеринбург: УГГУ, 2010. Вып. 9. 146 с.

**Статья из сборника**

*Данилов А. Г.* Система ценообразования промышленного предприятия // *Актуальные проблемы экономики и управления: сб. научных статей*. Екатеринбург: УГГУ, 2010. Вып. 9. С. 107–113.

**Статья из газеты**

*Крашаков А. С.* Будет ли обвал рубля // *Аргументы и факты*. 2011. № 9. С. 3.

**Библиографические ссылки**

Библиографические ссылки требуется приводить при цитировании, заимствовании материалов из других источников, упоминании или анализе работ того или иного автора, а также при необходимости адресовать читателя к трудам, в которых рассматривался данный вопрос.

Ссылки должны быть затекстовыми, с указанием номера соответствующего источника (на который автор ссылается в работе) в соответствии с библиографическим списком и соответствующей страницы.

**Пример оформления затекстовой ссылки**

Ссылка в тексте: «При оценке стоимости земли необходимо учесть все возможности ее производственного использования» [17, С. 191].

В списке использованных источников:

17. *Борисов Е. Ф.* Основы экономики. М.: Юристъ, 2008. 308 с.

## ОРГАНИЗАЦИЯ ЗАЩИТЫ РЕФЕРАТА

Необходимо заранее подготовить тезисы выступления (план-конспект).

Порядок защиты реферата.

1. Краткое сообщение, характеризующее цель и задачи работы, ее актуальность, полученные результаты, вывод и предложения.
2. Ответы магистранта на вопросы преподавателя.
3. Отзыв руководителя-консультанта о ходе выполнения работы.

### Советы магистранту:

•Готовясь к защите реферата, вы должны вспомнить материал максимально подробно, и это должно найти отражение в схеме вашего ответа. Но тут же необходимо выделить главное, что наиболее важно для понимания материала в целом, иначе вы сможете проговорить все 15-20 минут и не раскрыть существа вопроса. Особенно строго следует отбирать примеры и иллюстрации.

•Вступление должно быть очень кратким – 1-2 фразы (если вы хотите подчеркнуть при этом важность и сложность данного вопроса, то не говорите, что он сложен и важен, а покажите его сложность и важность).

•Целесообразнее вначале показать свою схему раскрытия вопроса, а уж потом ее детализировать.

•Рассказывать будет легче, если вы представите себе, что объясняете материал очень способному и хорошо подготовленному человеку, который не знает именно этого раздела, и что при этом вам обязательно нужно доказать важность данного раздела и заинтересовать в его освоении.

•Строго следите за точностью своих выражений и правильностью употребления терминов.

•Не пытайтесь рассказать побольше за счет ускорения темпа, но и не мямлите.

•Не демонстрируйте излишнего волнения и не напрашивайтесь на сочувствие.

•Будьте особенно внимательны ко всем вопросам преподавателя, к малейшим его замечаниям. И уж ни в коем случае его не перебивайте!

•Не бойтесь дополнительных вопросов – чаще всего преподаватель использует их как один из способов помочь вам или сэкономить время. Если вас прервали, а при оценке ставят в вину пропуск важной части материала, не возмущайтесь, а покажите план своего ответа, где эта часть стоит несколько позже того, на чем вы были прерваны.

•Прежде чем отвечать на дополнительный вопрос, необходимо сначала правильно его понять. Для этого нужно хотя бы немного подумать, иногда переспросить, уточнить: правильно ли вы поняли поставленный вопрос. И при ответе следует соблюдать тот же принцип экономности мышления, а не высказывать без разбора все, что вы можете сказать.

•Будьте доброжелательны и тактичны, даже если к ответу вы не готовы (это вина не преподавателя, а ваша).

## ТЕМЫ РЕФЕРАТА

1. Общение как социально-психологическая категория.
2. Коммуникативная культура в деловом общении.
3. Условия общения и причины коммуникативных неудач.
4. Роль невербальных компонентов в речевом общении.
5. Речевой этикет, его основные функции и правила.
6. Причины отступлений от норм в речи, типы речевых ошибок, пути их устранения и предупреждения.
7. Деловая беседа (цели, задачи, виды, структура).
8. Особенности телефонного разговора.
9. Новые тенденции в практике русского делового письма.
10. Культура дискусивно-полемиической речи. Виды споров, приемы и уловки в споре
11. Основные правила эффективного общения.
12. Личность как субъект общения. Коммуникативная компетентность личности.
13. Конфликтное поведение и причины его возникновения в деструктивном взаимодействии.
14. Деловое общение и управление им.
15. Отношения сотрудничества и конфликта в представлениях российских работников.
16. Реформы в России и проблемы общения молодого поколения и работодателей.
17. Культура речи в деловом общении.
18. Содержание закона конгруэнтности и его роль в деловом общении.
19. Этика использования средств выразительности деловой речи.
20. Особенности речевого поведения.
21. Культура устной и письменной речи делового человека в современной России.
22. Вербальные конфликтогены в практике современного российского общества.
23. Этические нормы телефонного разговора.
24. Основные тенденции развития Российской деловой культуры.
25. Характеристика манипуляций в общении.
26. Приемы, стимулирующие общение и создание доверительных отношений.
27. Правила подготовки публичного выступления.
28. Правила подготовки и проведения деловой беседы.
29. Типология конфликтных личностей и способы общения с ними.
30. Этикет и имидж делового человека.

## ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к зачету по дисциплине «Средства коммуникации в учебной и профессиональной деятельности» обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «Средства коммуникации в учебной и профессиональной деятельности».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на зачете особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на зачете (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

4. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к зачету на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебно-методическому  
комплексу \_\_\_\_\_ С.А.Упоров

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

### ФТД.В.03 ОСНОВЫ СОЦИАЛЬНОЙ АДАПТАЦИИ И ПРАВОВЫХ ЗНАНИЙ

Направление подготовки

***15.03.02 Технологические машины и оборудование***

Направленность (профиль)

***Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов***

Автор: Полянок О.В., к.пс.н., доцент

Одобрена на заседании кафедры

Управления персоналом  
*(название кафедры)*

Зав. кафедрой

Абрамов С.М.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 1 от 10.09.2023  
*(Дата)*

Рассмотрена методической комиссией

Горно-механического факультета  
*(название факультета)*

Председатель

Осипов П.А.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 2 от 20.10.2023  
*(Дата)*

Екатеринбург

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1 Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий	5
2 Методические указания по подготовке к опросу	9
3 Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям	11
4 Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям	13
5 Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	14
Заключение	17
Список использованных источников	18

## ВВЕДЕНИЕ

**Самостоятельная работа студентов** может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

*Аудиторная самостоятельная работа* по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

*Внеаудиторная самостоятельная работа* - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

Подразумевается несколько категорий видов самостоятельной работы студентов, значительная часть которых нашла отражения в данных методических рекомендациях:

- работа с источниками литературы и официальными документами (*использование библиотечно-информационной системы*);
- выполнение заданий для самостоятельной работы в рамках учебных дисциплин (*рефераты, эссе, домашние задания, решения практико-ориентированных заданий*);

- реализация элементов научно-педагогической практики (*разработка методических материалов, тестов, тематических портфолио*);
- реализация элементов научно-исследовательской практики (*подготовка текстов докладов, участие в исследованиях*).

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

## 1. Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий

**Практико-ориентированные задания - метод анализа ситуаций.** Суть его заключается в том, что студентам предлагают осмыслить реальную жизненную ситуацию, описание которой одновременно отражает не только какую-либо практическую проблему, но и актуализирует определенный комплекс знаний, который необходимо усвоить при разрешении данной проблемы. При этом сама проблема не имеет однозначных решений.

Использование метода практико-ориентированного задания как образовательной технологии профессионально-ориентированного обучения представляет собой сложный процесс, плохо поддающийся алгоритмизации<sup>1</sup>. Формально можно выделить следующие этапы:

- ознакомление студентов с текстом;
- анализ практико-ориентированного задания;
- организация обсуждения практико-ориентированного задания, дискуссии, презентации;
- оценивание участников дискуссии;
- подведение итогов дискуссии.

Ознакомление студентов с текстом практико-ориентированного задания и последующий анализ практико-ориентированного задания чаще всего осуществляются за несколько дней до его обсуждения и реализуются как самостоятельная работа студентов; при этом время, отводимое на подготовку, определяется видом практико-ориентированного задания, его объемом и сложностью.

Общая схема работы с практико-ориентированным заданием на данном этапе может быть представлена следующим образом: в первую очередь следует выявить ключевые проблемы практико-ориентированного задания и понять, какие именно из представленных данных важны для решения; войти в ситуационный контекст практико-ориентированного задания, определить, кто его главные действующие лица, отобрать факты и понятия, необходимые для анализа, понять, какие трудности могут возникнуть при решении задачи; следующим этапом является выбор метода исследования.

Знакомство с небольшими практико-ориентированными заданиями и их обсуждение может быть организовано непосредственно на занятиях. Принципиально важным в этом случае является то, чтобы часть теоретического курса, на которой базируется практико-ориентированное задание, была бы прочитана и проработана студентами.

Максимальная польза из работы над практико-ориентированными заданиями будет извлечена в том случае, если аспиранты при предварительном знакомстве с ними будут придерживаться систематического подхода к их анализу, основные шаги которого представлены ниже:

1. Выпишите из соответствующих разделов учебной дисциплины ключевые идеи, для того, чтобы освежить в памяти теоретические концепции и подходы, которые Вам предстоит использовать при анализе практико-ориентированного задания.

2. Бегло прочтите практико-ориентированное задание, чтобы составить о нем общее представление.

3. Внимательно прочтите вопросы к практико-ориентированному заданию и убедитесь в том, что Вы хорошо поняли, что Вас просят сделать.

4. Вновь прочтите текст практико-ориентированного задания, внимательно фиксируя все факторы или проблемы, имеющие отношение к поставленным вопросам.

---

<sup>1</sup> Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://evolkov.net/case/case.study.html/>

5. Прикиньте, какие идеи и концепции соотносятся с проблемами, которые Вам предлагается рассмотреть при работе с практико-ориентированное заданием.

Организация обсуждения практико-ориентированного задания предполагает формулирование перед студентами вопросов, включение их в дискуссию. Вопросы обычно подготавливаются заранее и предлагают студентам вместе с текстом практико-ориентированного задания. При разборе учебной ситуации преподаватель может занимать активную или пассивную позицию, иногда он «дирижирует» разбором, а иногда ограничивается подведением итогов дискуссии.

Организация обсуждения практико-ориентированных заданий обычно основывается на двух методах. Первый из них носит название традиционного Гарвардского метода - открытая дискуссия. Альтернативным методом является метод, связанный с индивидуальным или групповым опросом, в ходе которого аспиранты делают формальную устную оценку ситуации и предлагают анализ представленного практико-ориентированного задания, свои решения и рекомендации, т.е. делают презентацию. Этот метод позволяет некоторым студентам минимизировать их учебные усилия, поскольку каждый аспирант опрашивается один-два раза за занятие. Метод развивает у студентов коммуникативные навыки, учит их четко выражать свои мысли. Однако, этот метод менее динамичен, чем Гарвардский метод. В открытой дискуссии организация и контроль участников более сложен.

*Дискуссия* занимает центральное место в методе. Ее целесообразно использовать в том случае, когда аспиранты обладают значительной степенью зрелости и самостоятельности мышления, умеют аргументировать, доказывать и обосновывать свою точку зрения. Важнейшей характеристикой дискуссии является уровень ее компетентности, который складывается из компетентности ее участников. Неподготовленность студентов к дискуссии делает ее формальной, превращает в процесс вытаскивания ими информации у преподавателя, а не самостоятельное ее добывание.

Особое место в организации дискуссии при обсуждении и анализе практико-ориентированного задания принадлежит использованию метода генерации идей, получившего название «мозговой атаки» или «мозгового штурма».

*Метод «мозговой атаки»* или «мозгового штурма» был предложен в 30-х годах прошлого столетия А. Осборном как групповой метод решения проблем. К концу XX столетия этот метод приобрел особую популярность в практике управления и обучения не только как самостоятельный метод, но и как использование в процессе деятельности с целью усиления ее продуктивности. В процессе обучения «мозговая атака» выступает в качестве важнейшего средства развития творческой активности студентов. «Мозговая атака» включает в себя три фазы.

Первая фаза представляет собой вхождение в психологическую раскованность, отказ от стереотипности, страха показаться смешным и неудачником; достигается созданием благоприятной психологической обстановки и взаимного доверия, когда идеи теряют авторство, становятся общими. Основная задача этой фазы - успокоиться и расковаться.

Вторая фаза - это собственно атака; задача этой фазы - породить поток, лавину идей. «Мозговая атака» в этой фазе осуществляется по следующим принципам:

- есть идея, - говорю, нет идеи, - не молчу;
- поощряется самое необузданное ассоциирование, чем более дикой покажется идея, тем лучше;
- количество предложенных идей должно быть как можно большим;
- высказанные идеи разрешается заимствовать и как угодно комбинировать, а также видоизменять и улучшать;
- исключается критика, можно высказывать любые мысли без боязни, что их признают плохими, критикующих лишают слова;

- не имеют никакого значения социальные статусы участников; это абсолютная демократия и одновременно авторитаризм сумасшедшей идеи;
- все идеи записываются в протокольный список идей;
- время высказываний - не более 1-2 минут.

Третья фаза представляет собой творческий анализ идей с целью поиска конструктивного решения проблемы по следующим правилам:

- анализировать все идеи без дискриминации какой-либо из них;
- найти место идее в системе и найти систему под идею;
- не умножать сущностей без надобности;
- не должна нарушаться красота и изящество полученного результата;
- должно быть принципиально новое видение;
- ищи «жемчужину в навозе».

В методе мозговая атака применяется при возникновении у группы реальных затруднений в осмыслении ситуации, является средством повышения активности студентов. В этом смысле мозговая атака представляется не как инструмент поиска новых решений, хотя и такая ее роль не исключена, а как своеобразное «подталкивание» к познавательной активности.

**Презентация**, или представление результатов анализа практико-ориентированного задания, выступает очень важным аспектом метода *case-study*. Умение публично представить интеллектуальный продукт, хорошо его рекламировать, показать его достоинства и возможные направления эффективного использования, а также выстоять под шквалом критики, является очень ценным интегральным качеством современного специалиста. Презентация оттачивает многие глубинные качества личности: волю, убежденность, целенаправленность, достоинство и т.п.; она вырабатывает навыки публичного общения, формирования своего собственного имиджа.

Публичная (устная) презентация предполагает представление решений практико-ориентированного задания группе, она максимально вырабатывает навыки публичной деятельности и участия в дискуссии. Устная презентация обладает свойством кратковременного воздействия на студентов и, поэтому, трудна для восприятия и запоминания. Степень подготовленности выступающего проявляется в спровоцированной им дискуссии: для этого необязательно делать все заявления очевидными и неопровержимыми. Такая подача материала при анализе практико-ориентированного задания может послужить началом дискуссии. При устной презентации необходимо учитывать эмоциональный настрой выступающего: отношение и эмоции говорящего вносят существенный вклад в сообщение. Одним из преимуществ публичной (устной) презентации является ее гибкость. Оратор может откликаться на изменения окружающей обстановки, адаптировать свой стиль и материал, чувствуя настроение аудитории.

Непубличная презентация менее эффективна, но обучающая роль ее весьма велика. Чаще всего непубличная презентация выступает в виде подготовки отчета по выполнению задания, при этом стимулируются такие качества, как умение подготовить текст, точно и аккуратно составить отчет, не допустить ошибки в расчетах и т.д. Подготовка письменного анализа практико-ориентированного задания аналогична подготовке устного, с той разницей, что письменные отчеты-презентации обычно более структурированы и детализированы. Основное правило письменного анализа практико-ориентированного задания заключается в том, чтобы избегать простого повторения информации из текста, информация должна быть представлена в переработанном виде. Самым важным при этом является собственный анализ представленного материала, его соответствующая интерпретация и сделанные предложения. Письменный отчет - презентация может сдаваться по истечении некоторого времени после устной презентации, что позволяет студентам более тщательно проанализировать всю информацию, полученную в ходе дискуссии.

Как письменная, так и устная презентация результатов анализа практико-ориентированного задания может быть групповая и индивидуальная. Отчет может быть индивидуальным или групповым в зависимости от сложности и объема задания. Индивидуальная презентация формирует ответственность, собранность, волю; групповая - аналитические способности, умение обобщать материал, системно видеть проект.

Оценивание участников дискуссии является важнейшей проблемой обучения посредством метода практико-ориентированного задания. При этом выделяются следующие требования к оцениванию:

- объективность - создание условий, в которых бы максимально точно выявлялись знания обучаемых, предъявление к ним единых требований, справедливое отношение к каждому;

- обоснованность оценок - их аргументация;

- систематичность - важнейший психологический фактор, организующий и дисциплинирующий студентов, формирующий настойчивость и устремленность в достижении цели;

- всесторонность и оптимальность.

Оценивание участников дискуссии предполагает оценивание не столько набора определенных знаний, сколько умения студентов анализировать конкретную ситуацию, принимать решение, логически мыслить.

Следует отметить, что оценивается содержательная активность студента в дискуссии или публичной (устной) презентации, которая включает в себя следующие составляющие:

- выступление, которое характеризует попытку серьезного предварительного

- анализа (правильность предложений, подготовленность,

- аргументированность и т.д.);

- обращение внимания на определенный круг вопросов, которые требуют углубленного обсуждения;

- владение категориальным аппаратом, стремление давать определения, выявлять содержание понятий;

- демонстрация умения логически мыслить, если точки зрения, высказанные раньше, подытоживаются и приводят к логическим выводам;

- предложение альтернатив, которые раньше оставались без внимания;

- предложение определенного плана действий или плана воплощения решения;

- определение существенных элементов, которые должны учитываться при анализе практико-ориентированного задания;

- заметное участие в обработке количественных данных, проведении расчетов;

- подведение итогов обсуждения.

При оценивании анализа практико-ориентированного задания, данного студентами при непубличной (письменной) презентации учитывается:

- формулировка и анализ большинства проблем, имеющих в практико-ориентированное задание;

- формулировка собственных выводов на основании информации о практико-ориентированное задание, которые отличаются от выводов других студентов;

- демонстрация адекватных аналитических методов для обработки информации;

- соответствие приведенных в итоге анализа аргументов ранее выявленным проблемам, сделанным выводам, оценкам и использованным аналитическим методам.

## 2. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

### *Письменный опрос*

В соответствии с технологической картой письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента по данной дисциплине. При подготовке к письменному опросу студент должен внимательно изучать лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избежать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

### *Устный опрос*

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии<sup>2</sup>.

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременности и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).

---

<sup>2</sup>Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: [http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii\\_dlya\\_studentov\\_21.pdf](http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf)

8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)<sup>3</sup>.

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. В среднем, подготовка к устному опросу по одному семинарскому занятию занимает от 2 до 4 часов в зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

---

<sup>3</sup>Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]:  
[http://priab.ru/images/metod\\_agro/Metod\\_Inostran\\_yazyk\\_35.03.04\\_Agro\\_15.01.2016.pdf](http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf)

### 3. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

На практических занятиях необходимо стремиться к самостоятельному решению задач, находя для этого более эффективные методы. При этом студентам надо приучить себя доводить решения задач до конечного «идеального» ответа. Это очень важно для будущих специалистов. Практические занятия вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

Практическое занятие – активная форма учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помочь обучающимся освоиться в «пространстве» (тематике) дисциплины, самостоятельно прооперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале.

Продолжительность одного практического занятия – от 2 до 4 академических часов. Общая доля практических занятий в учебном времени на дисциплину – от 10 до 20 процентов (при условии, что все активные формы займут в учебном времени на дисциплину от 40 до 60 процентов).

Для практического занятия в качестве темы выбирается обычно такая учебная задача, которая предполагает не существенные эвристические и аналитические напряжения и продвижения, а потребность обучающегося «потрогать» материал, опознать в конкретном то общее, о чем говорилось в лекции. Например, при рассмотрении вопросов оплаты труда, мотивации труда и проблем безработицы в России имеет смысл провести практические занятия со следующими сюжетами заданий: «Расчет заработной платы работников предприятия». «Разработка механизма мотивации труда на предприятии N». «В чем причины и особенности безработицы в России?». Последняя тема предполагает уже некоторую аналитическую составляющую. Основная задача первой из этих тем - самим посчитать заработную плату для различных групп работников на примере заданных параметров для конкретного предприятия, т. е. сделать расчеты «как на практике»; второй – дать собственный вариант мотивационной политики для предприятия, учитывая особенности данного объекта, отрасли и т.д.; третьей – опираясь на теоретические знания в области проблем занятости и безработицы, а также статистические материалы, сделать авторские выводы о видах безработицы, характерных для России, и их причинах, а также предложить меры по минимизации безработицы.

Перед проведением занятия должен быть подготовлен специальный материал – тот объект, которым обучающиеся станут оперировать, активизируя свои теоретические (общие) знания и тем самым, приобретая навыки выработки уверенных суждений и осуществления конкретных действий.

Дополнительный материал для практического занятия лучше получить у преподавателя заранее, чтобы у студентов была возможность просмотреть его и подготовить вопросы.

Условия должны быть такими, чтобы каждый мог работать самостоятельно от начала до конца. В аудитории должны быть «под рукой» необходимые справочники и тексты законов и нормативных актов по тематике занятия. Чтобы сделать практическое занятие максимально эффективным, надо заранее подготовить и изучить материал по наиболее интересным и практически важным темам.

Особенности практического занятия с использованием компьютера

Для того чтобы повысить эффективность проведения практического занятия, может использоваться компьютер по следующим направлениям:

- поиск информации в Интернете по поставленной проблеме: в этом случае преподаватель представляет обучающимся перечень рекомендуемых для посещения Интернет-сайтов;
- использование прикладных обучающих программ;
- выполнение заданий с использованием обучающимися заранее установленных преподавателем программ;

- использование программного обеспечения при проведении занятий, связанных с моделированием социально-экономических процессов.

#### 4. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляют собой дискуссию в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия (от доски смелом до самых современных технических средств), демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Во время лекций, связанных с темой семинарского занятия, следует обращать внимание на то, что необходимо дополнительно изучить при подготовке к семинару (новые

официальные документы, статьи в периодических журналах, вновь вышедшие монографии и т.д.).

## **5. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов**

*Экзамен* - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы (проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям,

попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неувоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на то, что это не попадет на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала, кратко записав это на листе бумаги, создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неусттомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины, Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или в учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На

консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон. Подготовка к экзамену не должна идти в ущерб сну, иначе в день экзамена не будет чувства свежести и бодрости, необходимых для хороших ответов. Вечер накануне экзамена рекомендуем закончить небольшой прогулкой.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

- 1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;
- 2) добросовестное выполнение заданий;
- 3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;
- 4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;
- 5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;
- 6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;
- 7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брандес М. П. Немецкий язык. Переводческое реферирование: практикум. М.: КДУ, 2008. – 368с.
2. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://evolkov.net/case/case.study.html>
3. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml>
4. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности: Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.
5. Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: [http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii\\_dlya\\_studentov\\_21.pdf](http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf)

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу  
С.А. Упоров

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

### ФТД.В.04 ОСНОВЫ ВОЕННОЙ ПОДГОТОВКИ

Направление подготовки

**15.03.02 Технологические машины и оборудование**

Направленность (профиль)

**Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов**

Одобрены на заседании кафедры

Геологии и защиты в чрезвычайных ситуациях

(название кафедры)

Зав. кафедрой

(подпись)

Стороженко Л.А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 11.09.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией  
факультета

Горно-механического

(название факультета)

Председатель

(подпись)

Осипов П. А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	5
2. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ (ТЕМ) ДИСЦИПЛИНЫ .....	5
3. ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ОПРОСУ.....	9
4. ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ.....	10
5. ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ.....	28
6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	31

## ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа в высшем учебном заведении - это часть учебного процесса, метод обучения, прием учебно-познавательной деятельности, комплексная целевая стандартизованная учебная деятельность с запланированными видом, типом, формами контроля.

Самостоятельная работа представляет собой плановую деятельность обучающихся по поручению и под методическим руководством преподавателя.

Целью самостоятельной работы студентов является закрепление тех знаний, которые они получили на аудиторных занятиях, а также способствование развитию у студентов творческих навыков, инициативы, умению организовать свое время.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- предполагает освоение курса дисциплины;
- помогает освоению навыков учебной работы;
- способствует осознанию ответственности процесса познания;
- способствует углублению и пополнению знаний студентов, освоению ими навыков и умений;
- формирует интерес к познавательным действиям, освоению методов и приемов познавательного процесса,
- создает условия для творческой и научной деятельности обучающихся;
- способствует развитию у студентов таких личных качеств, как целеустремленность, заинтересованность, исследование нового.

Самостоятельная работа обучающегося выполняет следующие функции:

- развивающую (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);
- информационно-обучающую (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях, неподкрепленная самостоятельной работой, становится мало результативной);
- ориентирующую и стимулирующую (процессу обучения придается ускорение и мотивация);
- воспитательную (формируются и развиваются профессиональные качества специалиста и гражданина);
- исследовательскую (новый уровень профессионально-творческого мышления).

Организация самостоятельной работы студентов должна опираться на определенные требования, а, именно:

- сложность осваиваемых знаний должна соответствовать уровню развития студентов;
- стандартизация заданий в соответствии с логической системой курса дисциплины;
- объем задания должен соответствовать уровню студента;
- задания должны быть адаптированными к уровню студентов.

Содержание самостоятельной работы студентов представляет собой, с одной стороны, совокупность теоретических и практических учебных заданий, которые должен выполнить студент в процессе обучения, объект его деятельности; с другой стороны - это способ деятельности студента по выполнению соответствующего теоретического или практического учебного задания.

Свое внешнее выражение содержание самостоятельной работы студентов находит во всех организационных формах аудиторной и внеаудиторной деятельности, в ходе самостоятельного выполнения различных заданий.

Функциональное предназначение самостоятельной работы студентов в процессе лекций, практических занятий по овладению специальными знаниями заключается в самостоятельном прочтении, просмотре, прослушивании, наблюдении, конспектировании, осмыслении, запоминании и воспроизведении определенной информации. Цель и планирование самостоятельной работы студента определяет преподаватель. Вся информация осуществляется на основе ее воспроизведения.

Так как самостоятельная работа тесно связана с учебным процессом, ее необходимо рассматривать в двух аспектах:

1. аудиторная самостоятельная работа – практические занятия;
2. внеаудиторная самостоятельная работа – подготовка к практическим занятиям.

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

Таким образом, самостоятельная работа студентов является важнейшей составной частью процесса обучения.

Методические указания по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся по дисциплине *«Основы военной подготовки»* обращают внимание студента на главное, существенное в изучаемой дисциплине, помогают выработать умение анализировать явления и факты, связывать теоретические положения с практикой, а также облегчают подготовку к сдаче *зачета*.

Настоящие методические указания позволят студентам самостоятельно овладеть фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю подготовки, опытом творческой и исследовательской деятельности, и направлены на формирование компетенций, предусмотренных учебным планом поданному профилю.

Видами самостоятельной работы обучающихся по дисциплине *«Основы военной подготовки»* являются:

- самостоятельное изучение тем курса (в т.ч. рассмотрение основных категорий дисциплины, работа с литературой);
- подготовка к практическим занятиям (в т.ч. ответы на вопросы для самопроверки, подготовка к выполнению практических заданий);

- подготовка к зачету.

В методических указаниях представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

## **1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

В современных условиях подготовка граждан Российской Федерации к военной службе является приоритетным направлением государственной политики. Важнейшими вопросами образования на всех уровнях является воспитание любви к Родине, чувства патриотизма, готовности к защите Отечества.

Образовательная дисциплина «Основы военной подготовки» (далее – дисциплина) реализуется исходя из базовых принципов и направлений военной подготовки, дисциплина состоит из основных разделов военной подготовки, тем военно-политической и правовой подготовки.

Основной целью освоения дисциплины является получение знаний, умений и навыков, необходимых для становления обучающихся образовательных организаций высшего образования (далее – вуз) в качестве граждан способных и готовых к выполнению воинского долга и обязанности по защите своей Родины в соответствии с законодательством Российской Федерации.

Задачами дисциплины «Основы военной подготовки» являются:

- 1) формирование у обучающихся понимания главных положений военной доктрины Российской Федерации, а также основ военного строительства и структуры Вооруженных Сил Российской Федерации (далее - ВС РФ);
- 2) формирование у обучающихся высокого общественного сознания и воинского долга;
- 3) воспитание дисциплинированности, высоких морально-психологических качеств личности гражданина – патриота;
- 4) освоение базовых знаний и формирование ключевых навыков военного дела;
- 5) раскрытие специфики деятельности различных категорий военнослужащих ВС РФ;
- 6) ознакомление с нормативными документами в области обеспечения обороны государства и прохождения военной службы;
- 7) формирование строевой подтянутости, уважительного отношения к воинским ритуалам и традициям, военной форме одежды;
- 8) изучение и принятие правил воинской вежливости;
- 9) овладение знаниями уставных норм и правил поведения военнослужащих.

## **2. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ (ТЕМ) ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Раздел 1. Общевоинские уставы Вооруженных Сил Российской Федерации**

## **Тема 1. Общевоинские уставы Вооруженных Сил Российской Федерации, их основные требования и содержание.**

Структура, требования и основное содержание общевоинских уставов. Права военнослужащих. Общие обязанности военнослужащих. Воинские звания. Единоначалие. Начальники и подчиненные. Старшие и младшие. Приказ и приказание. Порядок отдачи и выполнение приказа. Воинская вежливость и воинская дисциплина военнослужащих.

## **Тема 2. Внутренний порядок и суточный наряд.**

Размещение военнослужащих. Распределение времени и внутренний порядок. Суточный наряд роты, его предназначение, состав.

Дневальный, дежурный по роте. Развод суточного наряда.

## **Тема 3. Общие положения Устава гарнизонной и караульной службы.**

Общие положения Устава гарнизонной и караульной службы.

Обязанности разводящего, часового.

## **Раздел 2. Строевая подготовка**

### **Тема 4. Строевые приемы и движение без оружия.**

Строй и его элементы. Виды строя. Сигналы для управления строем. Команды и порядок их подачи. Обязанности командиров, военнослужащих перед построением и в строю. Строевой расчет. Строевая стойка. Выполнение команд: «Становись», «Равняйсь», «Смирно», «Вольно», «Заправиться». Повороты на месте. Строевой шаг. Движение строевым шагом. Движение строевым шагом в составе подразделения. Повороты в движении. Движение в составе взвода. Управление подразделением в движении.

## **Раздел 3. Огневая подготовка из стрелкового оружия**

### **Тема 5. Основы, приемы и правила стрельбы из стрелкового оружия.**

Требования безопасности при обращении со стрелковым оружием.

Требования безопасности при проведении занятий по огневой подготовке.

Приемы и правила стрельбы из стрелкового оружия.

### **Тема 6. Назначение, боевые свойства, материальная часть и применение стрелкового оружия, ручных противотанковых гранатометов и ручных гранат.**

Назначение, состав, боевые свойства и порядок сборки разборки АК-74 и РПК-74.

Назначение, состав, боевые свойства и порядок сборки разборки пистолета ПМ.

Назначение, состав, боевые свойства РПГ-7.

Назначение, боевые свойства и материальная часть ручных гранат.

Сборка разборка пистолета ПМ и подготовка его к боевому применению.

Сборка разборка АК-74, РПК-74 и подготовка их к боевому применению.

Снаряжение магазинов и подготовка ручных гранат к боевому применению.

**Тема 7. Выполнение упражнений учебных стрельб из стрелкового оружия.** Требования безопасности при организации и проведении стрельб из стрелкового оружия. Порядок выполнения упражнения учебных стрельб. Меры безопасности при проведении стрельб и проверка усвоения знаний и мер безопасности при обращении со стрелковым оружием. Выполнение норматива №1 курса стрельб из стрелкового оружия.

#### **Раздел 4. Основы тактики общевойсковых подразделений**

**Тема 8. Вооруженные Силы Российской Федерации их состав и задачи.** Тактико-технические характеристики (ТТХ) основных образцов вооружения и техники ВС РФ. Вооруженные Силы Российской Федерации их состав и задачи. Назначение, структура мотострелковых и танковых подразделений сухопутных войск, их задачи в бою. Боевое предназначение входящих в них подразделений. Тактико-технические характеристики основных образцов вооружения и техники ВС РФ.

**Тема 9. Основы общевойскового боя.**

Сущность современного общевойскового боя, его характеристики и виды. Способы ведения современного общевойскового боя и средства вооруженной борьбы.

**Тема 10. Основы инженерного обеспечения.**

Цели и основные задачи инженерного обеспечения частей и подразделений. Назначение, классификация инженерных боеприпасов, инженерных заграждений и их характеристики.

Полевые фортификационные сооружения: окоп, траншея, ход сообщения, укрытия, убежища.

**Тема 11. Организация воинских частей и подразделений, вооружение, боевая техника вероятного противника.**

Организация, вооружение, боевая техника подразделений мпб и тб армии США.

Организация, вооружение, боевая техника подразделений мпб и тб армии Германии.

#### **Раздел 5. Радиационная, химическая и биологическая защита**

**Тема 12. Ядерное, химическое, биологическое, зажигательное оружие.**

Ядерное оружие. Средства их применения. Поражающие факторы ядерного взрыва и их воздействие на организм человека, вооружение, технику и фортификационные сооружения.

Химическое оружие. Отравляющие вещества (ОВ), их назначение, классификация и воздействие на организм человека. Боевые состояния, средства применения, признаки применения ОВ, их стойкость на местности.

Биологическое оружие. Основные виды и поражающее действие.

Средства применения, внешние признаки применения.

Зажигательное оружие. Поражающие действия зажигательного оружия на личный состав, вооружение и военную технику, средства и способы защиты от него.

### **Тема 13. Радиационная, химическая и биологическая защита.**

Цель, задачи и мероприятия РХБ защиты.

Мероприятия специальной обработки:

дегазация, дезактивация, дезинфекция, санитарная обработка.

Цели и порядок проведения частичной и полной специальной обработки.

Технические средства и приборы радиационной, химической и биологической защиты. Средства индивидуальной защиты и порядок их использования.

Подгонка и техническая проверка средств индивидуальной защиты.

## **Раздел 6. Военная топография**

### **Тема 14. Местность как элемент боевой обстановки.**

Измерения и ориентирование на местности без карты, движение по азимутам.

Местность как элемент боевой обстановки.

Способы ориентирования на местности без карты.

Способы измерения расстояний. Движение по азимутам.

### **Тема 15. Топографические карты и их чтение, подготовка к работе.**

Определение координат объектов и целеуказания по карте.

Геометрическая сущность, классификация и назначение топографических карт.

Определение географических и прямоугольных координат объектов по карте.

Целеуказание по карте.

## **Раздел 7. Основы медицинского обеспечения**

### **Тема 16. Медицинское обеспечение войск (сил), первая медицинская помощь при ранениях, травмах и особых случаях.**

Медицинское обеспечение – как вид всестороннего обеспечения войск.

Обязанности и оснащение должностных лиц медицинской службы тактического звена в бою. Общие правила оказания самопомощи и взаимопомощи.

Первая помощь при ранениях и травмах.

Первая помощь при поражении отравляющими веществами, бактериологическими средствами. Содержание мероприятия доврачебной помощи.

## **Раздел 8. Военно-политическая подготовка**

### **Тема 17. Россия в современном мире. Основные направления социально-экономического, политического и военно-технического развития страны.**

Новые тенденции и особенности развития современных международных отношений.

Место и роль России в многополярном мире.

Основные направления социально-экономического, политического и военно-технического развития Российской Федерации.

Цели, задачи, направления и формы военно-политической работы в подразделении, требования руководящих документов.

## **Раздел 9. Правовая подготовка**

### **Тема 18. Военная доктрина Российской Федерации. Законодательство Российской Федерации о прохождении военной службы.**

Основные положения Военной доктрины Российской Федерации.

Правовая основа воинской обязанности и военной службы.

Понятие военной службы, ее виды и их характеристики.

Обязанности граждан по воинскому учету.

## **3. ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ОПРОСУ**

### **Раздел 3. Огневая подготовка из стрелкового оружия**

1. Каковы виды стрелкового оружия
2. Какие бывают боеприпасы
3. Марки ручных гранат.

### **Раздел 4. Основы тактики общевойсковых подразделений**

1. Из чего состоит организационно-штатная структура общевойсковых подразделений
2. Перечислите Тактико-технические характеристики (ТТХ) основных образцов вооружения и техники ВС РФ
3. Каковы основные факторы, определяющие характер, организацию и способы ведения современного общевойскового боя
4. Перечислите основные инженерно-технических мероприятия.
5. Какие знаете защитные сооружения.
6. Виды заграждений
7. На чем основывается полевое водоснабжение.
8. Каковы емкости РДВ
9. Назначение ТУФ-200
10. Назначение МТК
11. Перечислите ТТХ и ТТД вооружения и боевой техники армии США
12. Перечислите ТТХ и ТТД вооружения и боевой техники армии Германии

### **Раздел 5. Радиационная, химическая и биологическая защита**

1. Общие сведения о ядерном оружии
2. Общие сведения о химическом оружии
3. Общие сведения о биологическом оружии
4. Каковы правила поведения и меры профилактики в условиях радиоактивного заражения
5. Каковы правила поведения и меры профилактики при применении отравляющих веществ

6. Каковы правила поведения и меры профилактики в условиях применения бактериальных средств
7. Какие знаете индивидуальные средства РХБ защиты
8. Каковы мероприятия радиационной, химической и биологической защиты?

#### **Раздел 6. Военная топография**

1. Каковы тактические свойства местности, их влияние на действия подразделений в боевой обстановке
2. Назначение, номенклатура и условные знаки топографических карт
3. Способы ориентирования на местности по карте и без карты
4. Что такое номенклатура топографических карт
5. Как задается координаты объекта
6. Уточнение координат по "улитке"

#### **Раздел 8. Военно-политическая подготовка**

1. Каковы тенденции и особенности развития современных международных отношений, место и роль России в многополярном мире, основные направления социально-экономического, политического и военно-технического развития страны, основные положения Военной доктрины РФ
2. Правовое положение и порядок прохождения военной службы.

#### **Раздел 9. Правовая подготовка**

1. Что значит нормативно-правовой акт
2. Чем определяется порядок прохождения военной службы

### **4. ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ**

1. Кем утверждаются ОВУ?

- **Вариант ответа**

Государственной Думой

- **Вариант ответа**

Правительством РФ

- **Вариант ответа**

Федеральным собранием РФ

- **Вариант ответа**

Президентом РФ

2. Кем присваивается первое офицерское звание?

- **Вариант ответа**

Мин. Обороны РФ

- **Вариант ответа**

Президентом РФ

- **Вариант ответа**

Правительством РФ

- **Вариант ответа**

Командующим ВВО

- **Вариант ответа**

Командиром в/ч

3. К какому виду ответственности могут быть привлечены офицеры запаса за уклонение от призыва на действительную в/службу?

- **Вариант ответа**

моральной

- **Вариант ответа**

нравственной

- **Вариант ответа**

административной

- **Вариант ответа**

уголовной

- **Вариант ответа**

общественной

4. На чем основываются взаимоотношения между военнослужащими?

- **Вариант ответа**

на дружбе

- **Вариант ответа**

на чувстве взаимного уважения

- **Вариант ответа**

на товариществе

- **Вариант ответа**

на любви

- **Вариант ответа**

на вере в силу армии РФ

5. Какое минимальное количество часов отдыха разрешено военнослужащим согласно распорядку дня?

- **Вариант ответа**

не > 10

- **Вариант ответа**

не < 8

- **Вариант ответа**

не > 8

- **Вариант ответа**

не > 6

- **Вариант ответа**

не < 6

6. Какое минимальное количество унитазов (очек) должно быть в подразделении (поте)?

- **Вариант ответа**

не < 15 шт

- Вариант ответа

1 на 30 чел

- Вариант ответа

не > 20 шт

- Вариант ответа

1 на 20 чел

- Вариант ответа

1 на 10-12 чел

7. Сколько должно быть умывальников для умывания в подразделении (роте)?

- Вариант ответа

1 на 5-7 чел

- Вариант ответа

не > 10 шт

- Вариант ответа

не < 10 шт

- Вариант ответа

1 на 10 чел

- Вариант ответа

1 на 8-9 чел

8. Сколько форм одежды для проведения утренней физзарядки?

- Вариант ответа

1

- Вариант ответа

2

- Вариант ответа

3

- Вариант ответа

6

- Вариант ответа

5

9. На чем основывается воинская дисциплина?

- Вариант ответа

на чувстве ответственности за порученное дело

- Вариант ответа

на страхе перед командиром

- Вариант ответа

на осознании каждым в/с воинского долга и личной ответственности за защиту своего Отечества, на его беззаветной преданности своему народу

- Вариант ответа

на взаимном уважении военнослужащих

- **Вариант ответа**  
на чувстве преданности Родине

10. Какие поощрения могут применяться к младшим офицерам?

- **Вариант ответа**  
внеочередной отпуск до 10 суток

- **Вариант ответа**  
увольнение

- **Вариант ответа**  
благодарность, награждение грамотой, присвоение внеочередного воинского звания

- **Вариант ответа**  
фотографированием у развернутого б/знамени части

- **Вариант ответа**  
награждение путевкой в санаторий

11. Какие взыскания могут накладываться на мл. офицеров?

- **Вариант ответа**  
до 3 нарядов вне очереди на службу

- **Вариант ответа**  
лишение увольнения

- **Вариант ответа**  
арест с содержанием на г/вахте

- **Вариант ответа**  
отлучение от офицерского собрания

- **Вариант ответа**  
выговор, строгий выговор, снятие с должности, понижение в в/звании

12. Каким взысканием может подвергнуться солдат, проходящий военную службу по призыву, за нарушение воинской дисциплины?

- **Вариант ответа**  
арест с содержанием на г/вахте до 30 сут

- **Вариант ответа**  
арест с содержанием на г/вахте до 20 сут

- **Вариант ответа**  
лишение очередного отпуска на родину

- **Вариант ответа**  
задержка в выплате денежного довольствия

- **Вариант ответа**  
выговор, строгий выговор, лишение очередного увольнения, до 10 суток ареста с содержанием на г/вахте, лишением нагрудного знака отличника, снижением в должности в в/звании на одну ступень, с переводом на низшую должность, до 5 нарядов вне очереди на работу

13. Каким взысканиям может подвергаться КО за нарушения воинской дисциплины?

- **Вариант ответа**

снятие с должности, выговор, строгий выговор

- **Вариант ответа**

лишение в/звания «сержант»

- **Вариант ответа**

лишение очередного отпуска

- **Вариант ответа**

арест на г/вахту до 5 суток

- **Вариант ответа**

лишение денежного довольствия

14. Какие поощрения могут применяться к солдату?

- **Вариант ответа**

до 10 увольнений вне очереди

- **Вариант ответа**

снятие ранее наложенного взыскания, благодарность, награждение грамотой, ценным подарком, присвоение в/звания «ефрейтор», фотографированием у раз-  
вернутого б/знамени

- **Вариант ответа**

до 15 суток кратковременного отпуска

- **Вариант ответа**

награждение боевым именованным оружием

- **Вариант ответа**

выдача дополнительного продовольственного пайка

15. Обязанности КВ по отношению к подчиненным при их поощрении?

- **Вариант ответа**

присваивать в/звания «мл. сержант», «сержант», «ст. сержант»

- **Вариант ответа**

отправлять в отпуск на родину на срок до 10 сут

- **Вариант ответа**

объявлять благодарность, снятие ранее наложенного взыскания

- **Вариант ответа**

освободить с г/вахты

- **Вариант ответа**

водить в чайную за свое денежное довольствие

16. Права КВ по отношению к подчиненным при применении дисциплинарных взысканий?

- **Вариант ответа**

арестовывать на срок до 3 суток

- **Вариант ответа**

лишать отпуска с выездом на Родину

- **Вариант ответа**

объявлять до 6 нарядов вне очереди

- **Вариант ответа**

объявлять выговор, стр. выговор, лишать очередного увольнения, объявлять до 4 нарядов вне очереди на работу

- **Вариант ответа**

лишать выдачи печенья и сахара вместо сигарет некурящим в/служащим

17. Чем вооружается наряд по роте?

- **Вариант ответа**

АК

- **Вариант ответа**

РПГ

- **Вариант ответа**

лопатами

- **Вариант ответа**

вениками

- **Вариант ответа**

штык-ножами

18. Основные задачи наряда по КПП

- **Вариант ответа**

открывать ворота КПП

- **Вариант ответа**

открывать и закрывать ворота КПП

- **Вариант ответа**

смотреть на проходящих мимо красивых девушек

- **Вариант ответа**

осуществлять строгий контрольно-пропускной режим в части

- **Вариант ответа**

пропускать только в/служащих и членов семей на территорию части

19. Основная задача наряда по роте

- **Вариант ответа**

никуда не сбегать

- **Вариант ответа**

мыть полы в спальнях помещений

- **Вариант ответа**

следить за соблюдением распорядка дня, сохранностью КДХО, имущества роты и личных вещей в/служащих

- **Вариант ответа**

находиться в роте

- **Вариант ответа**

убирать грязную посуду за л/с роты в столовой

20. Какие бывают парки в ВС РФ?

- **Вариант ответа**

зоопарки

- **Вариант ответа**

развлечений и отдыха

- **Вариант ответа**

постоянные и полевые

- **Вариант ответа**

аквапарки

- **Вариант ответа**

стационарные

21. Кто назначается в наряд по парку?

- **Вариант ответа**

дежурный и дневальный

- **Вариант ответа**

дежурный и водитель-механик дежурного тягача

- **Вариант ответа**

дежурный, дневальные и барабанщик

- **Вариант ответа**

дежурный, дневальные, механик-водитель дежурного тягача

- **Вариант ответа**

механик-водитель дежурного тягача и барабанщик

22. Состав суточного наряда при перевозках войск

- **Вариант ответа**

дежурный по эшелону, помощник, дежурные по вагонам и дневальные

- **Вариант ответа**

дежурные по вагонам, дневальные, барабанщик, фельдшер

- **Вариант ответа**

дежурный, горнист, фельдшер

- **Вариант ответа**

барабанщик и горнист

- **Вариант ответа**

дневальные

23. Сколько времени должно отводиться распорядком дня подготовки лиц суточного наряда

- **Вариант ответа**

не менее 3 ч

- **Вариант ответа**

не более 1 ч

- **Вариант ответа**  
не менее 4 ч
- **Вариант ответа**  
не более 1 ч
- **Вариант ответа**  
не менее 30 мин

24. С какого момента караул переходит в подчинение дежурному по части

- **Вариант ответа**  
после того, как помощник дежурного по части дает команду ”равнение на —...“ и “смирно” и докладывает дежурному по воинской части
- **Вариант ответа**  
при выходе дежурного по части на строевой плац
- **Вариант ответа**  
когда дежурный по части выдает пароль
- **Вариант ответа**  
при докладе о смене караулов
- **Вариант ответа**  
при первом прибытии в караул дежурного по части

25. С чего начинается прием дежурства дежурным по роте

- **Вариант ответа**  
со счета кроватей в подразделении
- **Вариант ответа**  
со счета тумбочек в подразделении
- **Вариант ответа**  
с проверки количества оружия и его качественного состояния
- **Вариант ответа**  
с перекура
- **Вариант ответа**  
с убытием на улицу

26. Кто инструктирует дежурного по парку

- **Вариант ответа**  
командир части
- **Вариант ответа**  
начальник штаба в/ч
- **Вариант ответа**  
начальник штаба батальона
- **Вариант ответа**  
командиром батальона
- **Вариант ответа**  
заместителем командира части по вооружению

27. Что не должен принимать дежурный по парку

- **Вариант ответа**

объекты, охраняемые внутренним караулом

- **Вариант ответа**

количество деревьев на территории парка

- **Вариант ответа**

количество автомобильной техники в/ч

- **Вариант ответа**

состояние деж. тягача

- **Вариант ответа**

количество и состояние оттисков печатей на хранилищах с техникой

28. Где должно храниться оружие в подразделении

- **Вариант ответа**

под кроватями

- **Вариант ответа**

под подушками

- **Вариант ответа**

за тумбочками

- **Вариант ответа**

в каптерке

- **Вариант ответа**

в комнате для хранения оружия, в пирамидах

29. У кого должны храниться ключи от комнаты для хранения оружия

- **Вариант ответа**

у дежурного по роте

- **Вариант ответа**

у командира взвода

- **Вариант ответа**

у командира батальона

- **Вариант ответа**

у командира роты

- **Вариант ответа**

у дежурного по части

30. Кто дает разрешение на вскрытие комнате для хранения оружия

- **Вариант ответа**

старшина роты

- **Вариант ответа**

командир взвода

- **Вариант ответа**

заместитель командира роты по воспитательной работе

- **Вариант ответа**

командир роты  
- **Вариант ответа**  
командир части

31. Чьими печатями должна опечатываться комната для хранения оружия

- **Вариант ответа**

командира части и командира роты

- **Вариант ответа**

командира роты и дежурного по роте

- **Вариант ответа**

дежурного по роте и дежурного по части

- **Вариант ответа**

старшины роты и командира роты

- **Вариант ответа**

командира роты и дежурного по части

### *Тесты по медицинской подготовке:*

1. Объем первой медицинской помощи с динамическими (механическими) факторами поражения:

- **Вариант ответа**

временная остановка кровотечения, искусственное дыхание

- **Вариант ответа**

временная остановка наружного кровотечения, устранение асфиксии, искусственное дыхание, непрямой массаж сердца, введение обезболивающих средств, наложение асептических повязок, транспортная иммобилизация

- **Вариант ответа**

простейшие противошоковые мероприятия, временная остановка кровотечения, эвакуация

- **Вариант ответа**

закрытие ран повязками, иммобилизация конечностей табельными и подручными средствами

2. Методы временной остановки наружного кровотечения на месте поражения:

- **Вариант ответа**

наложение асептической повязки, пальцевое прижатие кровотокающего сосуда, давящая повязка, наложение жгута

- **Вариант ответа**

наложение кровоостанавливающего жгута, давящая повязка, тугая тампонада раны, форсированное сгибание конечности с последующей фиксацией, пальцевое прижатие кровотокающего сосуда

- **Вариант ответа**

давящая повязка, наложение жгута, наложение зажима на кровотокающий сосуд, форсированное сгибание конечности

- **Вариант ответа**

наложение зажима на кровоточащий сосуд, наложение асептической повязки

3. Объем первой медицинской помощи при проникающем ранении живота:

- **Вариант ответа**

при эвентрации вправление выпавших органов в брюшную полость, наложение асептической повязки на рану, эвакуация в положении лежа

- **Вариант ответа**

введение анальгетиков, теплое питье, асептическая повязка, эвакуация на носилках

- **Вариант ответа**

обезболивание, наложение асептической повязки, вынос из очага на носилках, эвакуация в первую очередь

- **Вариант ответа**

введение аналептиков, теплое питье, асептическая повязка, эвакуация на носилках

4. Первая медицинская помощь при повреждении таза и тазовых органов:

- **Вариант ответа**

инъекция спазмолитиков, наложение асептических повязок, щадящая эвакуация на носилках на спине, при подозрении на перелом таза - в положении лягушки

- **Вариант ответа**

инъекция промедола, наложение асептических повязок на раны, дача противобактериальных препаратов, эвакуация в положении лягушки

- **Вариант ответа**

инъекция морфина, наложение асептических повязок на раны, при кровотечении прием гомеостатических средств, эвакуация на носилках спиной вниз

- **Вариант ответа**

инъекция морфина, наложение асептических повязок на раны, при кровотечении прием гомеостатических средств, эвакуация на носилках лежа

5. Максимально допустимая длительность клинической смерти:

- **Вариант ответа**

1-2 минуты

- **Вариант ответа**

5-7 минут

- **Вариант ответа**

3-5 минут

- **Вариант ответа**

10-15 минут

6. Порядок реанимационных мероприятий одним человеком:

- **Вариант ответа**

2 вдувания + 30 компрессий

- **Вариант ответа**

1 вдувание + 5 компрессий

- Вариант ответа

3 вдувания + 10 компрессий

- Вариант ответа

5 вдуваний + 20 компрессий

7. Положение рук реаниматора при проведении непрямого массажа сердца:

- Вариант ответа

лучезапястные и локтевые суставы максимально разогнуты

- Вариант ответа

лучезапястные и локтевые суставы максимально согнуты

- Вариант ответа

локтевые суставы согнуты, лучезапястные – разогнуты

- Вариант ответа

локтевые суставы разогнуты, лучезапястные – согнуты

8. Темп непрямого массажа сердца должен составлять в минуту:

- Вариант ответа

5 сжатий

- Вариант ответа

12 сжатий

- Вариант ответа

20 сжатий

- Вариант ответа

100-110 сжатий

9. Реанимация это:

- Вариант ответа

раздел клинической медицины, изучающий терминальные состояния

- Вариант ответа

отделение многопрофильной больницы

- Вариант ответа

практические действия, направленные на восстановление жизнедеятельности

- Вариант ответа

раздел клинической медицины, изучающий термические состояния

10. Реанимация показана:

- Вариант ответа

в каждом случае смерти больного

- Вариант ответа

только при внезапной смерти молодых больных

- Вариант ответа

при внезапно развившихся терминальных состояниях

- Вариант ответа

только при внезапной смерти детей

11. Максимальная продолжительность клинической смерти в обычных условиях составляет:

- Вариант ответа

10-15 мин

- Вариант ответа

5-6 мин

- Вариант ответа

2-3 мин

12. Необходимыми условиями при проведении искусственной вентиляции легких являются:

- Вариант ответа

применение воздуховода

- Вариант ответа

достаточный объем вдуваемого воздуха

- Вариант ответа

валик под лопатками больного

- Вариант ответа

применение воздуховода

13. Первая медицинская помощь при сдавлении конечностей:

- Вариант ответа

новокаиновая блокада, транспортная иммобилизация, введение обезболивающих, сердечных, антигистаминных и противобактериальных средств, прием внутрь соды, ингаляции кислорода

- Вариант ответа

введение промедола, прием внутрь противобактериального средства, тугое бинтование придавленных конечностей от периферии к центру, охлаждение конечности, транспортная иммобилизация

- Вариант ответа

прием внутрь соды и утоление жажды, инъекция атропина, морфия, кофеина и димедрола

- Вариант ответа

иммобилизация транспортными шинами, быстрая эвакуация

личии у них травм позвоночника транспортируются в положении:

- Вариант ответа

на боку на обычных носилках

- Вариант ответа

на животе на обычных носилках

- Вариант ответа

на боку на щите

- Вариант ответа

на спине на щите

14. Шок – это:

- Вариант ответа

острая сердечная недостаточность

- Вариант ответа

острая сердечно-сосудистая недостаточность

- Вариант ответа

острое нарушение периферического кровообращения

- Вариант ответа

острая легочно-сердечная недостаточность

15. При болевом шоке первой развивается:

- Вариант ответа

торпидная фаза шока

- Вариант ответа

эректильная фаза шока

- Вариант ответа

фаза сопротивления

- Вариант ответа

фаза истощения

16. Первое действие при оказании ПМП при синдроме длительного сдавления:

- Вариант ответа

обезболить, наложить жгут

- Вариант ответа

освободить конечность

- Вариант ответа

наложить асептическую повязку

- Вариант ответа

транспортная иммобилизация

17. При сдавливании конечности в течение 4-7 часов возникает:

- Вариант ответа

легкая степень СДР

- Вариант ответа

тяжелая степень СДР

- Вариант ответа

крайне тяжелая степень СДР

- Вариант ответа

средняя степень СДР

18. Какая повязка накладывается при растяжении голеностопных связок:

- Вариант ответа

черепашья  
- Вариант ответа  
восьмиобразная  
- Вариант ответа  
уздечка  
- Вариант ответа  
Колосовидная

19. Какая повязка накладывается при ранениях волосистой части головы:

- Вариант ответа  
Восьмиобразная  
- Вариант ответа  
Т-образная  
- Вариант ответа  
"Чепец"  
- Вариант ответа  
Уздечка

20. Какая повязка накладывается при обширных повреждениях груди:

- Вариант ответа  
окклюзионная  
- Вариант ответа  
спиральная  
- Вариант ответа  
восьмиобразная  
- Вариант ответа  
Колосовидная

21. При повреждении плеча показана повязка:

- Вариант ответа  
колосовидная  
- Вариант ответа  
восьмиобразная  
- Вариант ответа  
черепашья  
- Вариант ответа  
спиральная

22. При обширных отморожениях конечностей используют:

- Вариант ответа  
рыцарскую перчатку  
- Вариант ответа  
варежку  
- Вариант ответа

термоизолирующую повязку

- Вариант ответа

асептическую

23. Смешанное кровотечение:

- Вариант ответа

при одновременном ранении артерий и вен

- Вариант ответа

при ранениях вен и капилляров

- Вариант ответа

при ранении вен

- Вариант ответа

при ранении артерий

24. Первая медицинская помощь при ранении наружной сонной артерии:

- Вариант ответа

пальцевое ее прижатие

- Вариант ответа

прошивание раны

- Вариант ответа

наложение давящей повязки

- Вариант ответа

наложение стерильной повязки

25. Первая медицинская помощь при закрытых переломах костей конечностей:

- Вариант ответа

наложение транспортной шины

- Вариант ответа

транспортировка без транспортной иммобилизации

- Вариант ответа

транспортировка пешком

- Вариант ответа

транспортировка в «позе лягушки»

26. Мероприятия первой медицинской помощи, проводимые пострадавшему с ожогами:

- Вариант ответа

промывание ожоговой поверхности

- Вариант ответа

обезболивание

- Вариант ответа

инфузионная терапия

- Вариант ответа

наложение клеоловой повязки

27. Общие принципы неотложной помощи при отравлениях:

- **Вариант ответа**

вызывание рвоты различными методами, зондовое промывание желудка, стимуляция мочеотделения, удаление неабсорбированных ядов,

- **Вариант ответа**

прекращение дальнейшего поступления яда в организм, применение антидота, восстановление и поддержание нарушенных функций организма, устранение отдельных симптомов интоксикации

- **Вариант ответа**

удаление неабсорбированных токсических веществ, форсированный диурез, гемодиализ, слабительные средства, гемоперфузия, полная санитарная обработка, применение антидота

- **Вариант ответа**

антибиотикотерапия, применение противосудорожных средств

28. Территория, на которой произошел выброс ядовитого вещества в окружающую среду и продолжается его испарение в атмосферу, называется:

- **Вариант ответа**

очагом экологического заражения

- **Вариант ответа**

очагом химического заражения

- **Вариант ответа**

зоной химического заражения

- **Вариант ответа**

зоной экологического заражения

29. Территория, подвергнутая воздействию паров ядовитого вещества, называется:

- **Вариант ответа**

очагом химического заражения

- **Вариант ответа**

зоной экологического заражения

- **Вариант ответа**

зоной химического заражения

- **Вариант ответа**

очагом экологического заражения

30. Промывание желудка при отравлениях кислотами и щелочами производится:

- **Вариант ответа**

после обезболивания рефлекторным методом

- **Вариант ответа**

противопоказано

- Вариант ответа

после обезболивания зондовым методом

- Вариант ответа

после обезболивания физиологическим методом

31. Промывание желудка при отравлениях кислотами и щелочами производится:

- Вариант ответа

нейтрализующими растворами

- Вариант ответа

холодной водой

- Вариант ответа

водой комнатной температуры

- Вариант ответа

теплой водой

32. Наиболее эффективно удаляется яд из желудка:

- Вариант ответа

холодной водой

- Вариант ответа

горячей водой

- Вариант ответа

при промывании рефлексорным методом

- Вариант ответа

при промывании зондовым методом

33. При наличии в атмосфере паров хлора необходимо перемещаться:

- Вариант ответа

в верхние этажи зданий

- Вариант ответа

на улицу

- Вариант ответа

в нижние этажи и подвалы

- Вариант ответа

на крышу

34. При наличии в атмосфере паров хлора дыхательные пути нужно защитить:

- Вариант ответа

ватно-марлевой повязкой, смоченной в растворе питьевой соды

- Вариант ответа

ватно-марлевой повязкой, смоченной в растворе уксусной кислоты

- Вариант ответа

ватно-марлевой повязкой, смоченной кипяченой водой

- Вариант ответа

сухой ватно-марлевой повязкой

35. Пары хлора и аммиака вызывают:

- **Вариант ответа**

возбуждение и эйфорию

- **Вариант ответа**

раздражение верхних дыхательных путей

- **Вариант ответа**

слезотечение

- **Вариант ответа**

Ларингоспазм

36. Способы защиты пищевых продуктов от заражения, загрязнения\* при применении оружия массового поражения:

- **Вариант ответа**

герметизация складов и других хранилищ пищевых продуктов, дезинфекция

- **Вариант ответа**

автоклавирование посуды

- **Вариант ответа**

расфасовка пищевых продуктов в герметическую тару, строительство объектов пищевого надзора за городом, герметизация складов и других хранилищ пищевых продуктов

- **Вариант ответа**

ассредоточение пищевых продуктов и строительство объектов пищевого надзора за городом, кипячение

37. Средства обеззараживания воды в очагах массового поражения:

- **Вариант ответа**

гиперхлорирование (с последующим дехлорированием), кипячение, фильтрация, отстаивание, применение перекиси водорода, пергидроля, пантоцида

- **Вариант ответа**

хлорирование, фильтрация, применение перекиси водорода

- **Вариант ответа**

хлорирование, использование пергидроля, пантоцида

- **Вариант ответа**

кипячение, фильтрация, применение перекиси водорода

## **5. ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

При подготовке к зачету по дисциплине «Основы военной подготовки» обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить ин-

формацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «*Основы военной подготовки*».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

4. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к *зачету* на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.

## **ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЧЕТУ**

1. Каковы виды стрелкового оружия?
2. Какие бывают боеприпасы?
3. Назовите марки ручных гранат.
4. Из чего состоит организационно-штатная структура общевойсковых подразделений?
5. Перечислите Тактико-технические характеристики (ТТХ) основных образцов вооружения и техники ВС РФ.
6. Каковы основные факторы, определяющие характер, организацию и способы ведения современного общевойскового боя?
7. Перечислите основные инженерно-технических мероприятия.
8. Какие существуют защитные сооружения?
9. Какие бывают виды заграждений?
10. На чем основывается полевое водоснабжение?
11. Каковы емкости РДВ?

12. Назовите назначение ТУФ-200.
13. Назовите назначение МТК.
14. Перечислите ТТХ и ТТД вооружения и боевой техники армии США.
15. Перечислите ТТХ и ТТД вооружения и боевой техники армии Германии.
16. Перечислите общие сведения о ядерном оружии.
17. Перечислите общие сведения о химическом оружии
18. Перечислите общие сведения о биологическом оружии
19. Каковы правила поведения и меры профилактики в условиях радиоактивного заражения?
20. Каковы правила поведения и меры профилактики при применении отравляющих веществ?
21. Каковы правила поведения и меры профилактики в условиях применения бактериальных средств?
22. Какие существуют индивидуальные средства РХБ защиты?
23. Каковы мероприятия радиационной, химической и биологической защиты?
24. Каковы тактические свойства местности, их влияние на действия подразделений в боевой обстановке?
25. Опишите назначение, номенклатура и условные знаки топографических карт.
26. Назовите способы ориентирования на местности по карте и без карты.
27. Что такое номенклатура топографических карт?
28. Как задаются координаты объекта?
29. Что такое уточнение координат по "улитке"?
30. Каковы тенденции и особенности развития современных международных отношений?
31. Назовите место и роль России в многополярном мире.
32. Перечислите основные направления социально-экономического развития России.
33. Перечислите основные направления политического развития России.
34. Перечислите основные направления военно-технического развития России.
35. Какие существуют основные положения Военной доктрины РФ?
36. Назовите правовое положение и порядок прохождения военной службы.
37. Что значит нормативно-правовой акт?
38. Чем определяется порядок прохождения военной службы?
39. Назовите основные задачи укрепления безопасности страны.
40. Чем актуальны положения военной доктрины?
41. Перечислите основные тенденции развития военно-политической обстановки.
42. Какие существуют основные требования и категории военной доктрины России?
43. Как взаимосвязаны военная безопасность и жизненно важные интересы?

44. Напишите методологическое значение определения жизненно важных интересов.
45. Перечислите военно-политические основы военной доктрины РФ.
46. Перечислите военно-стратегические основы военной доктрины РФ.
47. Перечислите военно-экономические основы военной доктрины РФ.
48. Перечислите военно-технические основы военной доктрины РФ.
49. Назовите роль и место вооруженных сил в демократическом государстве.
50. Перечислите особенности гражданского контроля за вооруженными силами в демократических государствах.
51. Какие вы знаете особенности дисциплинарной практики?
52. Что такое «статус военнослужащего»?

## 6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№ п/п	Наименование	Кол-во экз.
1	Общевойские уставы Вооруженных сил Российской Федерации : курс лекций / составители В. А. Борисов, И. Е. Акулов, В. К. Фоменко. — Томск : Томский политехнический университет, 2019. — 87 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <a href="https://www.iprbookshop.ru/106173.html">https://www.iprbookshop.ru/106173.html</a> (дата обращения: 25.04.2023). — Режим доступа: для авторизир. пользователей	Эл. ресурс
2	Основы огневой подготовки : учебное пособие / А. В. Рыжов, В. М. Коняев, С. В. Пожидаев, Д. В. Горденко. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2021. — 110 с. — ISBN 978-5-4497-1170-0. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <a href="https://www.iprbookshop.ru/109245.html">https://www.iprbookshop.ru/109245.html</a> (дата обращения: 25.04.2023). — Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <a href="https://doi.org/10.23682/109245">https://doi.org/10.23682/109245</a>	Эл. ресурс
3	Огневая подготовка : учебное пособие / В. В. Белевцев, Д. В. Горденко, Д. Н. Резеньков, Е. В. Кособлик. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2021. — 132 с. — ISBN 978-5-4497-1289-9. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <a href="https://www.iprbookshop.ru/109244.html">https://www.iprbookshop.ru/109244.html</a> (дата обращения: 25.04.2023). — Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <a href="https://doi.org/10.23682/109244">https://doi.org/10.23682/109244</a>	Эл. ресурс
4	Общевойская подготовка. В 2 частях. Ч.1 : учебное пособие / А. Г. Борисов, К. В. Анистратенко, Е. Ю. Лубашев [и др.] ; под редакцией А. Г. Борисова. — Ростов-на-Дону, Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2022. — 414 с. — ISBN 978-5-9275-4192-8 (ч.1), 978-5-9275-4191-1. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <a href="https://www.iprbookshop.ru/127091.html">https://www.iprbookshop.ru/127091.html</a> (дата обращения: 25.04.2023). — Режим доступа: для авторизир. пользователей. -	Эл. ресурс
5	Общевойская и тактическая подготовка : учебное пособие / С. А. Чеховский, В. Н. Алёшичев, А. С. Евтехов, С. К. Бушанский. — Саратов : Саратовский государственный технический университет имени Ю.А. Гагарина, ЭБС АСВ, 2021. — 280 с. — ISBN 978-5-7433-3472-8. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <a href="https://www.iprbookshop.ru/124344.html">https://www.iprbookshop.ru/124344.html</a> (дата обращения: 25.04.2023). — Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI:	Эл. ресурс

	<a href="https://doi.org/10.23682/124344">https://doi.org/10.23682/124344</a>	
6	Баранов, А. Р. Военная топография в служебно-боевой деятельности оперативных подразделений : учебник для курсантов и слушателей военных учебных заведений / А. Р. Баранов, Ю. Г. Маслак, В. И. Ягодинцев. — Москва : Академический проект, 2020. — 159 с. — ISBN 978-5-8291-2944-6. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <a href="https://www.iprbookshop.ru/110047.html">https://www.iprbookshop.ru/110047.html</a> (дата обращения: 25.04.2023). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.	Эл. ресурс
7	Оказание первой доврачебной помощи в образовательных организациях : учебно-методическое пособие / Ю. В. Азизова, С. К. Касимова, А. В. Трясучев [и др.]. — Астрахань : Астраханский государственный университет, Издательский дом «Астраханский университет», 2020. — 70 с. — ISBN 978-5-9926-1188-5. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <a href="https://www.iprbookshop.ru/108843.html">https://www.iprbookshop.ru/108843.html</a> (дата обращения: 25.04.2023). — Режим доступа: для авторизир. пользователей	Эл. ресурс
8	Маслова, Л. Ф. Первая помощь пострадавшим : учебное пособие / Л. Ф. Маслова. — Ставрополь : Ставропольский государственный аграрный университет, 2020. — 40 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <a href="https://www.iprbookshop.ru/121690.html">https://www.iprbookshop.ru/121690.html</a> (дата обращения: 25.04.2023). — Режим доступа: для авторизир. пользователей	Эл. ресурс
9	Кутепов, В. А. Тактическая подготовка. Радиационная, химическая и биологическая защита : учебное пособие / В. А. Кутепов, А. Б. Адемченко, С. В. Ковалев. — Омск : Омский государственный технический университет, 2017. — 226 с. — ISBN 978-5-8149-2523-7. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <a href="https://www.iprbookshop.ru/78509.html">https://www.iprbookshop.ru/78509.html</a> (дата обращения: 25.04.2023). — Режим доступа: для авторизир. пользователей	Эл. ресурс
10	Техническое обеспечение средств радиационной, химической и биологической защиты : учебное пособие / А. В. Шаламов, С. Р. Ахметов, Н. Р. Миннуллин [и др.]. — Казань : Издательство КНИТУ, 2022. — 256 с. — ISBN 978-5-7882-3135-8. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <a href="https://www.iprbookshop.ru/129262.html">https://www.iprbookshop.ru/129262.html</a> (дата обращения: 25.04.2023). — Режим доступа: для авторизир. пользователей	Эл. ресурс
11	Боевой устав по подготовке и ведению общевойскового боя. Часть 2. Батальон, рота. — Саратов : Вузовское образование, 2023. — 286 с. — ISBN 978-5-4487-0918-0. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <a href="https://www.iprbookshop.ru/127500.html">https://www.iprbookshop.ru/127500.html</a> (дата обращения: 23.01.2023). — Режим доступа: для авторизир. пользователей	Эл. ресурс
12	Боевой устав по подготовке и ведению общевойскового боя. Часть 3. Взвод, отделение, танк. — Саратов : Вузовское образование, 2023. — 224 с. — ISBN 978-5-4487-0917-3. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <a href="https://www.iprbookshop.ru/127501.html">https://www.iprbookshop.ru/127501.html</a> (дата обращения: 23.01.2023). — Режим доступа: для авторизир. пользователей	Эл. ресурс
13	Баранов, А. Р. Тактико-специальная подготовка войскового разведчика внутренних войск : учебно-практическое пособие / А. Р. Баранов, Ю. Г. Маслак ; под редакцией Ю. Г. Маслак. — Москва : Академический Проект, Трикста, 2015. — 368 с. — ISBN 978-5-8291-1490-9. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <a href="https://www.iprbookshop.ru/36874.html">https://www.iprbookshop.ru/36874.html</a> (дата обращения: 16.05.2022). — Режим доступа: для авторизир. пользователей	Эл. ресурс