МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
И.о. проректора по учебно-методической работе
_____ В. В. Зубов

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.16 ЦИФРОВАЯ МЕТРОЛОГИЯ, СТАНДАРТИЗАЦИЯ И СЕРТИФИКАЦИЯ

Направление подготовки
15.03.02 Технологические машины и оборудование

Направленность (профиль)
Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов

форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

год набора: **2025**

Автор: Новикова Н. А., ст. преподаватель

Одобрены на заседании кафедры
Эксплуатации горного оборудования
(название кафедры)
Зав. к _____
(подпись)
Симисинов Д. И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 13.09.2024
(Дата)

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 00889356C4B8E7D94321D0149160B2398C
Владелец: Зубов Владимир Владимирович
Действителен с 26.06.2024 по 19.09.2025

Рассмотрены методической комиссией факультета
Горно-механического
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 18.10.2024
(Дата)

Екатеринбург

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Задача № 1 Расчет и выбор посадки с зазором

По заданным условиям работы подшипника скольжения рассчитать и выбрать стандартную посадку из ГОСТ25347-82, подобрать измерительное средство по следующим данным

Вариант	D, мм	L, мм	R, н	n об/мин.	Масло	t^oр
I	100	90	9000	1250	ИГП - 38	60
2	120	НО	6000	1800	И – 30А	60
3	140	100	18800	3000	ИГП - 72	60
4	120	85	10000	1200	ИГП - 49	60
5	170	150	18000	1250	И – 20А	50
6	40	60	17900	1950	И – 40А	50
7	32	50	8000	1600	И – 50А	65
8	70	60	17500	1950	И – 40А	50
9	92	85	12500	2500	И – 30А	60
10	50	45	4500	1250	И – 40А	60
11	50	50	7200	1500	И – 50А	65
12	180	160	18600	1250	И – 25А	50
13	125	65	13000	1450	ИГП - 49	60
14	150	120	25000	2250	И – 40А	70
15	130	150	15000	860	И – 30А	65
16	85	80	4800	2000	ИГП - 49	70
17	130	120	7000	1850	И – 25А	60
18	80	70	15000	1500	ИГП - 38	65
19	45	45	7200	2500	ИГП - 49	65
20	82	150	9500	'960	ИГП - 72	60
21	32	52	2500	3000	ИГП - 18	50
22	165	125	12000	1250	ИГП - 49	60
23	130	70	18000	2500	ИГП - 72	65
24	180	120	12000	1860	И – 50А	60
25	65	80	8500	2800	И – 40А	50

Задача №2 расчет и выбор посадки с натягом

По данным нагрузкам и размерам соединяемых деталей рассчитать и выбрать стандартную посадку с гарантированным натягом

Номер варианта	D, мм	d_1, мм	d_2, мм	l ,мм	$M_к$, Н.м	P_0, Н	материал	
							вала	корпуса
1.	35	30	50	35	12	500	Бронза-6-6-3	Сталь 20
2.	220	70	230	200	460	0	Сталь 30	Сталь 20
3.	100	90	130	100	0	6000	Сталь 20	Сталь 30
4.	40	20	60	60	320	0	Сталь 30	СЧ 21-40
5.	50	40	70	80	350	0	Сталь 20	Сталь 35

6.	110	100	130	120	200	1000	Сталь 30	Сталь 08
7.	120	100	140	130	400	0	Сталь 08	Сталь 30
8.	30	0	40	50	120	0	Сталь 40	Сталь 45
9.	180	170	210	180	300	700	Сталь 20	Сталь 35
10.	115	100	130	90	200	0	Сталь 08	Сталь 20
11.	95	80	110	100	700	1000	Сталь 20	Сталь 35
12.	140	130	180	120	460	0	Сталь 08	Сталь 30
13.	40	20	60	60	100	0	Сталь 35	Сталь 35
14.	200	100	220	110	0	1500	Бронз 6-6-3	Сталь 30
15.	130	120	150	140	270	0	Сталь 20	Сталь 30
16.	60	0	70	70	420	0'	Сталь-45	Сталь 30
17.	200	100	220	300	450	600	Сталь 20	Сталь 30
18.	60	50	100	60	0	2000	Сталь 20	Сталь 30
19.	100	90	120	60	320	0	СЧ 21	Сталь 20
20.	130	120	160	150	350	0	Сталь 20	Сталь 45
21.	60	50	100	60	150	0	Сталь 20	Сталь 30
22.	75	60	100	80	250	0	Сталь 08	СЧ 21-40
23.	90	0	100	140	900	0	Сталь 30	Сталь 40
24.	150	140	170	150	960	0	Сталь 20	Сталь 30
25.	170	150	180	250	280	1000	Сталь 30	Сталь 20

Задача №3 Выбор посадок для подшипников качения

Номер вари-анта	Номер под-шипника	Класс	Рад. нагр. F, Н	Осев. нагр. F_a, Н	Характеристики нагрузки	Что вращает-ся	D/D_k или d/a
1	80310	6	12000	0	С ударами	Корпус	0,4
2	7515	5	10000	0	Умеренная	Вал	0,4
3	60310	0	3800	0	С ударами	Вал	0,6
4	60306	4	5000	0	Умеренная	Корпуса	0,5
5	80312	6	4600	0	С ударами	Корпус	0,5
6	7220	5	20000	1000	С ударами	Вал	0,3
7	7214	4	13500	2000	Умеренная	Вал	0,7
8	46116	0	9500	1000	С ударами	Корпус	0,6
9	46114	6	14500	1500	Умеренная	Корпус	0,4
10	60306	5	10000	0	С ударами	Вал	0,3
11	80214	4	12000	0	С ударами	Корпус	0,5
12	7520	0	9600	1000	Умеренная	Вал	0,6
13	7314	6	3400	1800	С ударами	Корпус	0,7
14	46310	5	5750	500	Умеренная	Вал	0,6
15	3617	4	17000	150	С ударами	Корпус	0,8
16	7310	0	9500	500	Умеренная	Вал	0,5
17	7208	6	6500	200	С ударами	Вал	0,4
18	36206	5	3800	250	С ударами	Корпус	0,5
19	36307	4	5900	500	Умеренная	корпус	0,5
20	7515	5	8500	600	С ударами	Вал	0,4
21	60305	6	7500	0	С ударами	корпус	0,6
22	3618	0	12000	1200	Умеренная	Вал	0,5
23	46310	6	9600	400	С ударами	Вал	0,6
24	34209	5	7500	900	Умеренная	Корпус	0,4
25	7218	4	21600	1000	Умеренная	Корпус	0,6

Задача №4 Определение элементов зубчатых колес

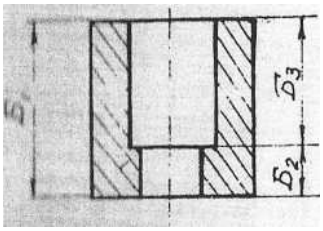
Номер вар.	Z	m	Степень точности	Номер вар.	Z	m	Степень точности
	36	2.5	6-7-7-С	36	25	6,0	8-В
2	28	3,0	7-6-6-В	37	28	4	7-6-6-В
3	30	3,5	8-В	38	30	5	8-7-7-Ва
4	40	4,0	8-7-7-Ва-	39	32	4,5	8-В
5	29	4,0	7-6-6 -В	40	46	3.5	7-6-6-А
6	32	5,0	7-В	41	62	2.0	6-7-7-Д
7	56	3,0	6-7-7-Д	42	50	2.5	7-С
8	45	2,0	5-6-6-Д	43	52	3,5	8-7-7-Ва
9	42	2,5	7-6-6-С	44	94	4.0	8-В
10	25	3.0	8-7-7-Ва	45	50	3.0	6-7-7-С
11	28	3,5	8-В а	45	95	6,0	7-С
12	50	4,0	7-А	47	59	2.0	7-8-8-Д
13	36	3,5	8-В	49	60	3.5	7-А
14	62	5,0	7-6-6-Ва	49	62	4.0	8-С
15	46	3,0	8-В	50	64	6.0	7-А
16	45	4,0	8-7-7-С	51	65	4.0	7-С
17	38	3,0	8-7-7-В	52	66	3.5	7-6-6-С
18	40	2,5	6-7-7-Д	53	68	3.0	7-А
19	35	2,0	6-7-7-С	54	60	5,0	8-В
20	22	4,0	8-В	55	42	4,0	7-6-6-В
21	34	3.5	7-6-6-Ва	56	40	3.5	8-В
22	32	4,0	8-В а	57	24	6.0	7-С
23	60	5,0	7-В	58	28	5.0	8-В
24	62	4,0	8-7-7-В а	59	29	4.0	7-С
25	58	2,0	8-А	60	30	4.5	8-А

Задача №5 Расчет размерных цепей

Задача № 2

Конструктор задал размеры $Б_I$ и $Б_2$, технологу удобнее обрабатывать в последовательности $Б_I$ :: $Б_3$. Определить исполнительный размер $Б_3$ из условия, чтобы после обработки детали размеры $Б_1$ и $Б_2$ соответствовали заданным конструктором.

Номер вар.	$Б_I$	$Б_2$	Номер вар.	$Б_I$	$Б_2$
1	100 d 8	20 js 11	14	115 d 8	25 js 12
2	95 e 9	15 В 12	15	120 e 7	20 d 11
3	120 f 8	30 c 11	16	100 h 6	25 l 12
4	145 d 8	35 l 11	17	145 js 6	30 a 11
5	85 h 7	15 В 12	18	150 d 8	25 js 11
6	125 h 6	25 d 10	19	155 f 7	35 l 12
7	130 f 7	30 d 11	20	160 e 8	40 l 12
8	135 d 8	35 js 12	21	165 d 8	35 l 11
9	110 h 7	20 js 11	22	170 e 9	40 js 12
10	150 f 7	30 a 11	23	175 f 8	25 a 11
11	140 в 7	30 в 11	24	180 e 7	40 в 11
12	120 в11	20 а12	25	140 e 9	30 а8
13	180 с10	30 а 9			



ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Для размера 40 мм заданы следующие отклонения, мкм

ES=89, EI=50. Записать размер с заданными отклонениями, вычислить допуск и найти предельные размеры.

2. Для партии штифтов диаметром 40 мм установлены предельные размеры: d_{max}=40,009, d_{min}=39,984 мм. В партии попались штифты, имеющие размеры d_{r1}=40,012, d_{r2}=39,995 мм. Определить годность этих штифтов путем сравнения действительных размеров и отклонений с предельными размерами и отклонениями.

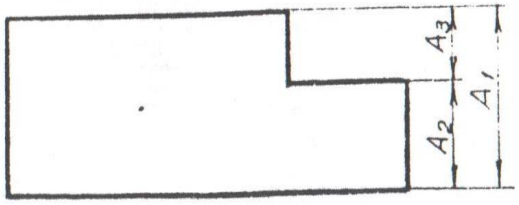
3. Дать заключение о годности зубчатого колеса Z=40, m=4, 8-7-7-С ГОСТ 1643-81, если при измерении постоянной хорды получено S_c=5,32мм. Номинальный размер хорды S_c=5,548мм.

4. Подобрать стандартную посадку с зазором для следующих условий: D=110 мм ,S_{min}=0,11 мм , S_{max}=0,42 мм. Построить схему полей допусков

5. Что обозначает запись D –8 х 36 х 40 H8/h7 х 7F10/h9. Сделать эскиз и проставить размеры

6. Рассчитать размерную цепь

A1=200 d8 , A2=110, A3=90B12, последовательность обработки A1 и A2. Определить исполнительный размер A2



7. Определить тепловую погрешность измерения детали длиной 50 мм штангенциркулем. Коэффициент линейного расширения материала детали $\alpha_1=17{,}1\cdot10^{-6}$, штангенциркуля $\alpha_2=12\cdot10^{-6}$. Температура детали $t_1=50^{O}$C, штангенциркуля $t_2=30^{O}$C

8. Определить исполнительный размер постоянной хорды зубчатого колеса , имеющего z=60, m=4, 7-6-6-Ba S_c=5,548

9. Подобрать стандартную посадку с натягом в системе вала для следующих условий: D=160 мм ,N_{min}=0,03 мм , N_{max}=0,14 мм. Построить схему полей допусков. Определить допуск посадки

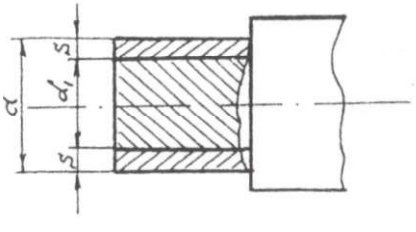
10. Подобрать стандартную посадку с зазором если D=120 мм, S_{max}=0,21 мм, S_{min}=0,045 мм.

11. При взвешивании массы груза весы показывают 50,7 кг. Среднее квадратическое отклонение показаний σ_m=0,5 кг. Погрешность градуировки весов Δ_s=+0,3кг. Определить доверительные границы для истинного значения массы с вероятностью P =0,95 (t_p=1,960) .

12. Определить допустимые размеры смещения исходного контура зубчатого колеса Z=35, m=3,5 8-7-7-В ГОСТ 1643-81

13. Определить размер вала d_1 до нанесения слоя хрома $S=0^{+0,020}_{+0,016}$ на сторону, если после покрытия вал должен иметь размер d=100k6

Построить размерную цепь.



14. Определить исполнительный размер длины общей нормали зубчатого колеса. Z=42, m=4, 8-7-7-Ba, если номинальный размер равен W=43.683 мм.

15. По ГОСТ 25346-82 определить числовые отклонения для сопряжения Ø 80R9/u8 и установить характер посадки. Начертить схему полей допусков

16. Электрическая мощность *P* определяется по результатам измерений падения напряжений *U*=240 ± 3 В и силы тока *I*=5 ± 0,1А. *P=UI.* Определить предельные границы истинного значения мощности .

17**.** Что обозначает запись d –6 x 28H7/e8 x 32 H12/a11 x 7D9/f8. Сделать эскиз и проставить размеры

18. При многократном измерении длины *L* получены значения в мм: 91; 90; 95; 90; 93; 91; 94. Укажите доверительные границы истинного значения длины с вероятностью P=0,99 (t_p=3,707)

19. Заменить посадки Ø20H7/g6, ØH7/k6, Ø20H7/s6 аналогичными посадками в системе вала. Привести их условное обозначение, рассчитать основные параметры и начертить схемы полей допусков для полученных посадок

20.Дано $Ø32^{+0.062}$; Ø60 ± 0,23; $Ø32_{-0,062}$. Определить номинальные и предельные размеры, предельные отклонения и допуски.

21.При выборе средства измерений для контроля фасованной продукции массой (0,5±0,02) кг определить предел допускаемой погрешности измерения

22. Определить предел допускаемой погрешности для измерения напряжения в сети U=240В ± 16В

23. Дано D= 200 мм, посадка в системе отверстия TD=Td, ТП=144, S_{min}=240. Определить неизвестные параметры соединения и начертить упрощенную схему расположения полей допусков.

24. Дано D= 200 мм, посадка в системе отверстия TD=ES=46,es=0, ТП=75. Определить неизвестные параметры соединения и начертить упрощенную схему расположения полей допусков.

25. Дано D= 200 мм, посадка в системе отверстия. Td=46, es=77, ТП=118. Определить неизвестные параметры соединения и начертить упрощенную схему расположения полей допусков.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
И.о. проректора по учебно-методической работе
_____ В. В. Зубов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.16 ЦИФРОВАЯ МЕТРОЛОГИЯ, СТАНДАРТИЗАЦИЯ И СЕРТИФИКАЦИЯ

Направление подготовки
15.03.02 Технологические машины и оборудование

Направленность (профиль)
Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов

форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

год набора: **2025**

Автор: Новикова Н. А., ст. преподаватель

Одобрены на заседании кафедры
Эксплуатации горного оборудования
(название кафедры)
Зав. кафедрой
(подпись)
Симисинов Д. И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 13.09.2024
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией факультета
Горно-механического
(название факультета)
Председатель
(подпись)
Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 18.10.2024
(Дата)

Екатеринбург

Тесты
Темы № 1

☐ **1. Метрологическая аттестация рабочих эталонов проводится…**
-после ремонта
-перед вводом в эксплуатацию
-при необходимости изменения разряда
-для повышения производительности труда

○ **2. Вся метрологическая деятельность в РФ основывается на…**
-рекомендациях государственных научных метрологических центров
-правилах метрологии
- системе государственных стандартов
-конституционной норме по вопросам метрологии

○ **3. Средство измерения, предназначенное для проверки должно иметь непросроченным…..**
- сертификат соответствия
- срок эксплуатации
- поверительное клеймо
- калибровочное клеймо

☐ **4. Метрология – этот наука о (об)…**
-средствах измерений
- измерениях
-изготовлении средств измерений
-методах измерений

☐ **5. При измерении силы тока амперметром реализуется измерение:**

- совместное
-совокупное
- косвенное
-прямое
-абсолютное

☐ **6. В поверочной схеме средства измерений делятся на…**

- основные
-дополнительные
-эталоны
- рабочие

○ **7. Поправка на показание весов, систематическая погрешность которых составляет + 1,0 г, равна:**

- 0,0 г
- $\pm$ 1,0 г
- - 1,0 г
- +1,0

○ **8. Допускаемые погрешности измерения при приемочном контроле на линейные размеры до 500 мм составляют_____ от допуска на изготовление**

IT детали.

-1/3 – 1/5
- 35-20%
- 0,5
- 50-30%

○ **9. Руководство Государственной метрологической службой осуществляется,,,**
- ведомственными организациями
- метрологическими службами государственных органов управления
- Росстандартом
- президентом

☐ **10. Государственная система по обеспечению единства измерений включает основы…**
-организационную
-правовую
-техническую
-методическую

○ **11. Работа определяется по уравнению *A=F L,* где сила *F= ma, m-* масса, *a-* ускорение, *L-*длина перемещения. Укажите размерность работы *A.***

- L^2MT^{-2}
- L^3MT^{-2}
- MT^{-2}
- L^2M

○ **12. Плотность относится к_____единицам**
- относительным
- основным
- логарифмическим
- производным

○ **13. Размерность плотности *p=m/v* записывается следующим образом…**
- $L^{-3}M$
- L^2M
- LM^{-2}
- $L^{-2}M$

○ **14. Государственным эталоном метра является…**

- часть длины Парижского меридиана
- расстояние, проходимое светом в вакууме за 1/299792458 с
-длина волны излучения криптона 86
- платиноиридиевый брусок

○ **14. Из приведенных величин основной является**
- скорость
- давление
- объем
- время

○ **15. По метрологическому назначению средства измерения подразделяются на:**
- измерительные установки
- рабочие средства и эталоны

- датчики
-меры и измерительные преобразователи

○ **16. Всего существует_____основных единиц системы СИ**

-семь
-шесть
- пять
- восемь

○ **17. При одновременном измерении нескольких однородных величин измерения называют…**

- косвенными
- совокупными
- многократными
-совместными

○ **18. После длительного хранения измерительного прибора проводят поверку…**

-первичную
-основную
-периодическую
- инспекционную

□ **19. По международной системе единиц физических величин сила измеряется…**

-кг.м/с^2
-м/с
- рад/с
-Ньютон

○ **20. Общим в процедуре калибровки и поверки является…**

-добровольность проведения процедур
- определение действительных метрологических характеристик средств измерений
- обязательность проведения процедур
- возможность установления соответствия не по всем требованиям к средству измерений

Темы № 2

□ 1.**Важнейшими принципами стандартизации являются**

- комплексность для взаимосвязанных объектов
-целеустремленность
- последовательность
-добровольность применения стандартов
- достижение консенсуса всех заинтересованных сторон

□ **3. Правовые основы стандартизации обеспечиваются …**

- национальными стандартами ГОСТ Р 1.0-20004… ГОСТ 1.5-2004
- общероссийским классификатором услуг населению
- законом о «Техническом регулировании»
- руководящими указаниями по проверке систем качества ГОСТ Р ИСО 10011-1-93

○ **3. Применение рядов предпочтительных чисел создает предпосылки для…**

- классификации деталей
- унификации машин и деталей
- оптимизации машин и деталей
- систематизации деталей

○ **4. Одной из основных задач международного сотрудничества России в области стандартизации является…**

- подчинение национальной системы стандартизации международной
- замена национальной системы стандартизации на международную
- гармонизация национальной системы стандартизации с международной
- реструктуризация национальной системы стандартизации в соответсвии с международной

○ **5. Ряд предпочтительных чисел, установленный ГОСТ 8032**

- R5, R10, R15, R20, R25
- R5, R10, R20, R40, R80
- R10, R100, R1000, R10000
- R10, R20, R30, R40, R50

○ **6. Нормативный документ, начинающийся с букв ПР называется…**

- правительственные рекомендации
- правила по метрологии
- природные ресурсы
- промышленность России

○ **7. Агрегатированием называется…**

- принцип создания машин и оборудования из многократно используемых стандартных агрегатов
- разработка и установление типовых конструкций, правил, норм документации
- уменьшение числа типов изделия до числа, достаточного для удовлетворения существующих потребностей
- сокращение числа типов, видов и размеров изделий одинакового функционального назначения

□ **8. Комплексная стандартизация обеспечивает…**

- взаимосвязь смежных отраслей по совместному производству готового продукта
- взаимосвязь производимых объектов в смежных отраслях
- устранение неоправданной разнотипности
- единство измерений во всех смежных отраслях

○ **9.Наиболее распространенной и эффективной формой стандартизации является…**

агрегатирование
секционирование
унификация
классификация

□ **10.Номативный документ по стандартизации –это…**

стандарт

типовой технологический процесс
технический регламент
технические положения

□ **11. К органам по стандартизации в РФ относятся…**
информационно-техническое бюро
Росстандарт
Аккредитованные лаборатории
Госстрой России

□ **12. По закону «О техническом регулировании» стандартизация в РФ осуществляется в соответствии с принципами:**
- применение международных стандартов как основы разработки национальных стандартов
- добровольного применения стандартов
- максимального учета законных интересов заинтересованных лиц
- согласование в рамках международного сотрудничества путей совершенствования производства в РФ
- обеспечения безопасности в производстве, испытаниях и продаже вооружения и боеприпасов

□ **13. Цель международной стандартизации- это…**
- привлечение предприятий (организаций) к обязательному участию в стандартизации
- разработка самых высоких требований
- устранение технических барьеров в торговле
- упразднение национальных стандартов

□ **14. Стандарты в РФ бывают…**
-национальные
- международные
- локальные
- автономные
- всеобщие

○ **15. Параметрический ряд строят по параметру…**
- предпочтительному
- главному
- основному
- функциональному

○ **16. Ряд технических комитетов и бюро при Совете ИСО (СТАКО, КАСКО…) созданы для…**
- разработки технических регламентов
- изучения отдельных общих вопросов деятельности организации
- разработки международных стандартов
- изучения отзывов на проекты стандартов

○ 17. Стандартизация это…
- деятельность, направленная на разработку сводов классификационных группировок определенных объектов классификации
- деятельность, по установлению правил и характеристик в целях их добровольного многократного использования, направленная на достижение упорядоченности в сферах производства и обращения продукции и повышение конкурентоспособности продукции, работ, услуг

- деятельность, направленная на сбор обработку и доведения до потребителя оперативной информации о выпускаемой продукции

- деятельность, направленная на приведение объектов одинакового функционального назначения к оптимальной конструкции по установленному признаку.

○ **18. ГОСТ 2.307-68 относится**

- к ЕСКД
- к ЕСТП
- к ГСС
- к ГСИ

○ **19. К понятию «Виды стандартов» относится**

-Стандарты отраслей
- Стандарт на продукцию
-Стандарты предприятий
-Технические условия

○ **20. Предпочтительные числа образуются на основе…**

- методов унификации
- рядов геометрической прогрессии
- оптимизации
- арифметической прогрессии

Тема № 4

□ **1. Целями подтверждения соответствия являются**

-повышение прибыли предприятии
-повышение конкурентоспособности продукции
- снижение себестоимости продукции
-содействие потребителям в компетентном выборе продукции

□ **2. Характер подтверждения соответствия может быть**

- заказом независимой (третьей) стороны
- заказом изготовителя
- добровольным
- обязательным

○ **3. Формой контроля за сертифицированными работами и услугами является…**

- ревизия
-госконтроль
- инспекционный контроль
- анкетирование потребителей

○ **4. Участниками обязательной процедуры сертификации являются…**

- общества охраны природы
- аккредитованные испытательные лаборатории
- органы государственного управления
- объединение потребителей

○ **5. Система добровольной сертификации предусматривает применение…**

- знака соответствия
-логотипа
-фирменного знака
-знака обращения на рынке

☐ **6. Сертификат соответствия в обязательном порядке должен включать**

-информация о потребителях
- наименование органа по сертификации
- информацию об общественных организациях, производящих контроль сертификации соответствия
- наименование технического регламента , на соответствие требованиям которого проводилась сертификация

○ **7. Порядок проведения сертификации, перед испытаниями продукции предусматривает…**

- аттестацию рабочих мест
- отбор образцов
- проверку производства
- анализ технико-экономических показателей производства

○ **8. Определенная совокупность действий при сертификации, официально принимаемая в качестве доказательства соответствия продукции заданным требованиям называется…**

порядком
методикой
алгоритмом
схемой

☐ **9. Органом по сертификации может быть**

- индивидуальный предприниматель, аккредитованный для выполнения
- работ по сертификации
- национальный орган РФ по стандартизации
- представитель федеральных органов исполнительной власти
- юридическое лицо, аккредитованное для выполнения работ по сертификации

○ **10. Законодательные основы сертификации в РФ определены Федеральным законом…**

- «О стандартизации»
- «Об обеспечении единства измерения»
- «О сертификации»
- «О техническом регулировании»

☐ **11. Решение по аккредитации включает…**

- проверку результатов экспертизы по отчету комиссии
-заключение договора на аккредитацию
-оформление аттестата аккредитации при положительном решении
- занесение в реестр аккредитованных органов по сертификации или испытательных лабораторий

☐ **12. Среди основных этапов сертификации можно выделить…**

- оценка уровня качества продукции
- оценку соответствия объекта сертификации установленным требованиям
- оспаривание решения по сертификации
- заявку на сертификацию

☐ **13. Целями аккредитации органов по сертификации и испытательных лабораторий в соответствии с законом «О техническом регулировании» являются…**

- создание условий для признания результатов деятельности органов по сертификации и аккредитованных испытательных лабораторий
- подтверждения компетентности органов по сертификации и испытательных лабораторий , выполняющих работы по подтверждению соответствия
- анализ необходимости создания на предприятии системы менеджмента качества
- обеспечение доверия изготовителей, продавцов и приобретателей к деятельности органов по сертификации и аккредитованных испытательных лабораторий

○ **14. В федеральном законе «О техническом регулировании» целью подтверждения соответствия <u>не является…</u>**

- повышение конкурентоспособности продукции, работ, услуг на российском и международном рынках
- уменьшение сроков осуществления обязательного подтверждения соответствия
- содействие потребителям в компетентном выборе продукции, работ, услуг
- удостоверение объектов технического регулирования техническим регламентам, стандартам, условиям договоров

☐ **15. Объектом аккредитации может быть…**

- испытательная лаборатория
- метрологические службы юридических лиц
- технические комитеты по стандартизации
- организации подготовки экспертов

☐ **16. Схемы сертификации продукции, обеспечивающие наибольшую достоверность результата сертификации, предусматривают…**

- инспекционный контроль после сертификации
- оценку экономического состояния изготовителя
- анализ состояния производства
- испытание типа или партии изделий
- установление наличий необходимой нормативной документации

○ **17. При добровольной сертификации продукции, процессов, работ и услуг <u>не устанавливается</u> соответствие требований…**

- стандартам организаций
- условиям договоров
- национальным стандартам
- техническим регламентам

☐ **18. В существующих схемах сертификации продукции используются следующие способы доказательства соответствия:**

- рассмотрение характеристики предприятия-изготовителя, выданной региональным органом хозяйствования
- рассмотрение заявления-декларации о соответствии
- анализ годового отчета изготовителя о хозяйственной деятельности предприятия
- испытание типа продукции
- испытание каждого образца продукции

○ **19. Совокупность правил выполнения работ по сертификации, ее участников и правил функционирования системы сертификации называется _____ сертификации**

-системой
-схемой
-формой
-видом

○ **20. Официальным признанием того, что испытательная лаборатория правомочна осуществлять конкретные испытания или типы испытаний является**

- аккредитация
- сертификация
- стандартизация
- аттестация

☐ - в тесте несколько правильных ответов

○ - в тесте один правильный ответ

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректора по учебно-методической работе
_____ В. В. Зубов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.17 ОСНОВЫ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Направление подготовки
15.03.02 Технологические машины и оборудование

Направленность (профиль)
Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов

Автор: Лагунова Ю. А., проф., д.т.н.

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией факультета
Горных машин и комплексов	Горно-механического
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав.кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Лагунова Ю.А.	Осипов П.А.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 13.09.2024	Протокол № 2 от 18.10.2024
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по работе с текстом лекций	5
2	Методические рекомендации по подготовке к опросу	7
3	Методические рекомендации по подготовке к сдаче зачета	10
	Заключение	14
	Список использованных источников	15

ВВЕДЕНИЕ

Инициативная самостоятельная работа студента есть неотъемлемая составная часть учебы в вузе. В современном формате высшего образования значительно возрастает роль самостоятельной работы студента. Правильно спланированная и организованная самостоятельная работа обеспечивает достижение высоких результатов в учебе.

Самостоятельная работа студента (СРС) - это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия, при сохранении ведущей роли студентов.

Целью СРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками по профилю будущей специальности, опытом творческой, исследовательской деятельности, развитие самостоятельности. Ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровней. Самостоятельная работа студента – важнейшая составная часть учебного процесса, обязательная для каждого студента, объем которой определяется учебным планом. Методологическую основу СРС составляет деятельностный подход, при котором цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, т. е. на реальные ситуации, в которых студентам надо проявить знание конкретной дисциплины. Предметно и содержательно СРС определяется государственным образовательным стандартом, действующими учебными планами и образовательными программами различных форм обучения, рабочими программами учебных дисциплин, средствами обеспечения СРС: учебниками, учебными пособиями и методическими руководствами, учебно-программными комплексами и т.д.

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

Самостоятельная работа студента - это особым образом организованная деятельность, включающая в свою структуру такие компоненты, как:

- уяснение цели и поставленной учебной задачи;
- четкое и системное планирование самостоятельной работы;
- поиск необходимой учебной и научной информации;
- освоение информации и ее логическая переработка;
- использование методов исследовательской, научно-исследовательской работы для решения поставленных задач;
- выработка собственной позиции по поводу полученной задачи;

- представление, обоснование и защита полученного решения;
- проведение самоанализа и самоконтроля.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию: текущие консультации, коллоквиум, прием и разбор домашних заданий и другие.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия: подготовка презентаций, составление глоссария, подготовка к практическим занятиям, подготовка рецензий, аннотаций на статью, подготовка к дискуссиям, круглым столам.

СРС может включать следующие формы работ:

- изучение лекционного материала;
- работа с источниками литературы: поиск, подбор и обзор литературы и электронных источников информации по заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий, выдаваемых на практических занятиях: тестов, докладов, контрольных работ и других форм текущего контроля;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельное изучение; подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольной работе или коллоквиуму;
- подготовка к зачету, экзамену, другим аттестациям;
- написание реферата, эссе по заданной проблем;
- выполнение расчетно-графической работы;
- выполнение выполнение курсовой работы или проекта;
- анализ научной публикации по определенной преподавателем теме, ее реферирование;
- исследовательская работа и участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения. Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

Подготовка к самостоятельной работеа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

.

1. Методические рекомендации по работе с текстом лекций

На лекционных занятиях необходимо конспектировать учебный материал. Обращать внимание на формулировки, определения, раскрывающие содержание тех или иных понятий, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском мастерстве. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента, и помогает усвоить учебный материал.

Желательно оставлять в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений, фиксировать вопросы, вызывающие личный интерес, варианты ответов на них, сомнения, проблемы, спорные положения. Рекомендуется вести записи на одной стороне листа, оставляя вторую сторону для размышлений, разборов, вопросов, ответов на них, для фиксирования деталей темы или связанных с ней фактов, которые припоминаются самим студентом в ходе слушания.

Слушание лекций - сложный вид интеллектуальной деятельности, успех которой обусловлен *умением слушать*, и стремлением воспринимать материал, нужное записывая в тетрадь. Запись лекции помогает сосредоточить внимание на главном, в ходе самой лекции продумать и осмыслить услышанное, осознать план и логику изложения материала преподавателем.

Такая работа нередко вызывает трудности у студентов: некоторые стремятся записывать все дословно, другие пишут отрывочно, хаотично. Чтобы избежать этих ошибок, целесообразно придерживаться ряда правил.

1. После записи ориентирующих и направляющих внимание данных (тема, цель, план лекции, рекомендованная литература) важно попытаться проследить, как они раскрываются в содержании, подкрепляются формулировками, доказательствами, а затем и выводами.

2. Записывать следует основные положения и доказывающие их аргументы, наиболее яркие примеры и факты, поставленные преподавателем вопросы для самостоятельной проработки.

3. Стремиться к четкости записи, ее последовательности, выделяя темы, подтемы, вопросы и подвопросы, используя цифровую и буквенную нумерацию (римские и арабские цифры, большие и малые буквы), красные строки, выделение абзацев, подчеркивание главного и т.д.

Форма записи материала может быть различной - в зависимости от специфики изучаемого предмета. Это может быть стиль учебной программы (назывные предложения), уместны и свои краткие пояснения к записям.

Студентам не следует подробно записывать на лекции «все подряд», но обязательно фиксировать то, что преподаватели диктуют – это базовый конспект, содержащий основные положения лекции: определения, выводы, параметры, критерии, аксиомы, постулаты, парадигмы, концепции, ситуации, а также мысли-маяки (ими часто являются афоризмы, цитаты, остроумные изречения). Запись лекции лучше вести в сжатой форме, короткими и четкими фразами. Каждому студенту полезно выработать свою систему сокращений, в которой он мог бы разобраться легко и безошибочно.

Даже отлично записанная лекция предполагает дальнейшую самостоятельную работу над ней (осмысление ее содержания, логической структуры, выводов). С целью доработки конспекта лекции необходимо в первую очередь прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить описки, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополняя и исправляя свои записи. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект. Доработанный конспект и рекомендуемая литература использу-

ется при подготовке к практическому занятию. Знание лекционного материала при подготовке к практическому занятию обязательно.

Особенно важно в процессе самостоятельной работы над лекцией выделить новый понятийный аппарат, уяснить суть новых понятий, при необходимости обратиться к словарям и другим источникам, заодно устранив неточности в записях. Главное - вести конспект аккуратно и регулярно, только в этом случае он сможет стать подспорьем в изучении дисциплины.

Работа над лекцией стимулирует самостоятельный поиск ответов на самые различные вопросы: над какими понятиями следует поработать, какие обобщения сделать, какой дополнительный материал привлечь.

Важным средством, направляющим самообразование, является выполнение различных заданий по тексту лекции, например, составление ее развернутого плана или тезисов; ответы на вопросы проблемного характера, (скажем, об основных тенденциях развития той или иной проблемы); составление проверочных тесты по проблеме, написание по ней реферата, составление графических схем.

По своим задачам лекции могут быть разных жанров: *установочная лекция* вводит в изучение курса, предмета, проблем (что и как изучать), а *обобщающая лекция* позволяет подвести итог (зачем изучать), выделить главное, усвоить законы развития знания, преемственности, новаторства, чтобы применить обобщенный позитивный опыт к решению современных практических задач. Обобщающая лекция ориентирует в истории и современном состоянии научной проблемы.

В процессе освоения материалов обобщающих лекций студенты могут выполнять задания разного уровня. Например: задания *репродуктивного* уровня (составить развернутый план обобщающей лекции, составить тезисы по материалам лекции); задания *продуктивного* уровня (ответить на вопросы проблемного характера, составить опорный конспект по схеме, выявить основные тенденции развития проблемы); задания *творческого* уровня (составить проверочные тесты по теме, защитить реферат и графические темы по данной проблеме). Обращение к ранее изученному материалу не только помогает восстановить в памяти известные положения, выводы, но и приводит разрозненные знания в систему, углубляет и расширяет их. Каждый возврат к старому материалу позволяет найти в нем что-то новое, переосмыслить его с иных позиций, определить для него наиболее подходящее место в уже имеющейся системе знаний.

.

2. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента. При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии [1].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[2].

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

---

[1] Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

[2] Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

Для успешной подготовки к устному опросу студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. Объем временина на подготовку к устному опросу зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

Вопросы для опроса по дисциплине «Основы проектной деятельности»

Тема 1:

- Охарактеризуйте назначение проекта и его роль в инвестиционном и инновационном процессе.
- Перечислите основные виды проектов
- Сформулируйте отличие проектов от программ.
- Перечислите основные задачи управления проектами.

Тема 2:

Охарактеризуйте распределение обязанностей:

- заказчик и куратор проекта,
- администратор проекта и координатор раздела проекта
- исполнитель работ.

Функциональные проектные подразделения и временные творческие коллективы

Координация ресурсов,

Распределение информации**,**

Обеспечение доступа участников к необходимым данным.

Тема 3:

Охарактеризуйте этапы жизненного цикла проекта.

Определение идеи и целей проекта.

Разработка системных требований к результату. Планирование проекта.

Сетевая и линейная модели проекта.

Особенности разработки задания на проектирование.

Исходные данные и условия для разработки проектов.

Тема 4:

Методика и последовательность разработки проекта.

Бюджет проекта.

Обоснование стоимости разработки проекта

сроков его разработки

проекты разработки, технического перевооружения, консервации и ликвидации объектов горного производства.

Тема 5:

Классификация и идентификация рисков проекта.

Контроль хода подготовки проекта.

Порядок внесения корректив в процессе разработки и согласования.

Характеристика основных документов, регламентирующих процесс разработки проектов

Тема 6:

Основные направления сбережения ресурсов.

Требования к разработке технико-экономических обоснований

технико-экономической оценке проектных решений

Тема 7:

Характеристика геоинформационных систем

Программные и технические средства, оформления и тиражирования документации.

Программные средства для технологических расчетов

Согласование проектов у заказчика и в надзорных органах.
Декларации безопасности, общественные слушания

Тема 8:

Внутренняя экспертиза и оценка проекта
Внешняя экспертиза проектной документации.
Задачи управления проектами на этапе реализации.
Авторский надзор

3. Методические рекомендации по подготовке к сдаче зачета

Зачет - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к зачету, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях и практических занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

При подготовке к зачету студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к зачету состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время.

В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к зачету следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь зачета, проработать их, готовясь к практическим занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на то, что это не попадется на зачете. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в зачетный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в зачетных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально

заученной, и при первом же вопросе преподавателя студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачета состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачету;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- учитесь владеть собой на зачете;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

Зачет по дисциплине *Основы проектной деятельности* проводится в письменной форме по билетам.

Билет на зачет включает в себя тест и два теоретических вопроса

Билет, по возможности, формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания, контролирующие сформированность всех заявленных компетенций

Выполнение теста предполагает выбор правильного варианта ответа (правильных ответов) на вопрос из числа предложенных.

Ответ на теоретические вопросы, требующие изложения, должен быть представлен в виде грамотно изложенного, связного текста, позволяющего проследить логику рассуждений, лежащих в основе сделанных выводов. Ответ, представляющий бессвязный набор определений и иных положений, рассматривается как неверный.

Наличие в ответах любой грубой ошибки является основанием для снижения оценки. Оценка за письменный зачет может быть снижена за небрежное оформление работы (недопустимые сокращения, зачеркивания, неразборчивый почерк).

Примерные вопросы для подготовки к зачету

1. Охарактеризуйте назначение проекта и его роль в инвестиционном и инновационном процессе.
2. Перечислите основные виды проектов и их назначение
3. Что называется проектом и чем он отличается от программы.
4. Перечислите основные требования к управлению проектами.
5. Как распределяются по решаемым задачам обязанности внутри команды: заказчик и куратор проекта, администратор проекта, координатор раздела проекта, исполнитель.
6. Опишите порядок распределения и координации ресурсов при разработке проекта
7. Как и чем обеспечивается распределение информации и обеспечение доступа участников проекта к необходимым данным
8. Чем характеризуется жизненный цикл проекта.
9. Основные правила определения идеи и целей проекта
10. Как разрабатываются и обоснуются системные требования, обеспечивающие комфортное внедрение результатов проекта.

11. Охарактеризуйте процессы планирования проекта. Исходные данные для проектирования

12. Охарактеризуйте существо и назначение сетевой и линейной модели проекта.

13. Какие требования и условия предъявляются на начальных этапах разработки проектов. Особенности разработки задания на проектирование.

14. Как и в какое время осуществляется взаимоувязка блоков проекта. Что такое системность и комплексность решений.

15. Опишите методику формирования замысла и последовательность разработки проекта.

16. В каком порядке формируется бюджет проекта. Для чего предназначена презентация идеи проекта.

17. Опишите способы обоснования стоимости и сроков разработки проекта применительно к проектам разработки и технического перевооружения.

18. Порядок расчета стоимости и обоснования сроков разработки проекта консервации и ликвидации объектов горного производства.

19. Охарактеризуйте риски проекта и порядок их идентификации.

20. Способы контроля хода подготовки проекта.

21. Опишите порядок внесения необходимых корректив в процессе разработки и согласования проекта.

22. Перечислите основные нормативные и методические документы, регламентирующие процесс разработки проектов

23. Перечислите основные направления сбережения природных, минеральных, материальных, энергетических и людских ресурсов.

24. Назначение технико-экономических обоснований и порядок технико-экономической оценки проектных решений

25. Характеристика геоинформационных систем, обеспечивающих сопровождение разработки, оформления и тиражирования документации.

26. Порядок согласования технических и методических документов у заказчика и в надзорных органах.

27. Для чего предназначена Декларации безопасности и общественные слушания проекта

28. Опишите требования к оценке, а также внутренней и внешней экспертизе проектной документации.

29. Сформулируйте основные задачи управления проектами на этапе их реализации.

30. Какие действия необходимы для организации авторского надзора за реализацией проекта

Тест (пример)

1. Подоплека идеи проекта может иметь:
- экономическую основу
- необходимость решения социальных проблем, в т.ч. промышленной безопасности
- требования к экологической чистоте производства
- совершенствование технологической эффективности
- все вышеперечисленное

2. Цели проекта определяются:
- на основании требований государственных органов
- опроса общественного мнения и общественных слушаний
- решения заказчика проекта – лица, принимающего решение

3. Отличие сетевой модели проекта от линейной.

- сетевая модель разрабатывается для уточнения и сокращения сроков выполнения работ за счет частичного распараллеливания выполняемых операций

- линейная модель увязывает логическую последовательность выполнения частей проекта без учета их поведения внутренних связей

- назначение моделей одинаково, можно принимать как ту, так и другую

4. Исходные данные для проектирования:

- регламентируются нормативными документами
- разрабатываются заказчиком проекта
- разрабатывается разработчиком проекта

5. Системных требования к результату реализации проекта оцениваются:

- экономическим эффектом от внедрения
- натуральными показателями (производительностью, ресурсоемкость и пр.)
- совокупностью показателей социального, экологического, технологического и экономического характера, изменяющихся в результате реализации проекта

6 Последовательность разработки проекта (выставить в правильном порядке):

- поиск альтернативных решений, обеспечивающих достижение поставленной цели
- сбор, обработка и оценка исходных данных
- формирование идеи проекта
- разработка календарного плана и графика финансирования работ
- разработка и согласование основных технических решений
- разработка и взаимоувязка отдельных частей проекта
- обоснование эффективности проекта

7. Презентация идеи необходима для:

- убеждения инвестора, что проект будет эффективным
- обоснования целей, задач и достоинств предлагаемого проекта
- рекламы организации-разработчика

8. Формирование бюджета проекта (выстроить в хронологическом порядке):

а) предварительное задач проекта и определение расходов на основании нормативов

б) определение предельной стоимости работ по их трудоемкости

в) установление минимальных сроков разработки

г) согласование с Заказчиком расчетной или договорной цены

д) согласование доходной и расходной бюджета по расходам, трудоемкости и срокам

е) распределение средств по блокам проекта

ж) определение перечня выполняемых работ

9. Обоснование стоимости разработки сложного проекта осуществляется:

- по справочнику цен и расценок на проектные работы
- по трудоемкости проектных работ (форма П-3)
- прямым расчетом по трудоемкости и потребности в материальных и др. ресурсах
- по расходам при выполнении аналогичных проектов
- все перечисленное

10. При обосновании сроков разработки проекта не принимаются во внимание:

- сроки, указанные в задании на разработку проекта
- объем работ и количество привлекаемых исполнителей
- сроки выполнения работ субподрядчиками
- сроки представления исходных данных заказчиком

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестное выполнение заданий;

3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://studopedia.org/1-82443.html

2. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
И.о. проректора по учебно-методической работе
_____ В. В. Зубов

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.18 ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Направление подготовки

15.03.02 Технологические машины и оборудование

Направленность (профиль)

Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов

форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

год набора: **2025**

Автор: Лагунова Ю. А., д-р техн. наук, профессор

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией факультета
Горных машин и комплексов	Горно-механического
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Лагунова Ю. А.	Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 13.09.2024	Протокол № 2 от 18.10.2024
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3

1. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ ... 4

2. ОФОРМЛЕНИЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ 4

3. ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ 4

ЛИТЕРАТУРА 6

ВВЕДЕНИЕ

Целью освоения учебной дисциплины является формирование у обучающихся представлений о патентной и лицензионной деятельности, об оценке точности полученных моделей, о теории планирования эксперимента, овладение навыками обработки научно-технической информации, навыками обработки результатов экспериментальных исследований на основе корреляционного и регрессионного анализа.

Для достижения указанной цели необходимо (задачи курса):

- *овладение* обучающимися умениями и навыками практического решения технических проблем;
- *развитие* у обучаемых самостоятельного логического мышления при анализе научно-технической и патентной информации;
- *ознакомление* обучаемых с основами теории планирования эксперимента и методами обработки результатов эксперимента;
- *обучение* применению полученных практических и теоретических знаний при выполнении контрольной работы по определению параметров оптимизации логистических транспортных цепей и звеньев с учетом критериев оптимальности.

1. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

При подготовке к контрольной работе необходимо изучить примеры, рассмотренные на лекциях, а также в учебнике[1].

2. ОФОРМЛЕНИЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. контрольную работу набирают в Word или другом текстовом редакторе с аналогичным функционалом;
2. при наборе нужно использовать шрифт TimesNewRoman;
3. интервал между строк — полуторный;
4. размер шрифта — 14;
5. текст выравнивается по ширине;
6. в тексте делают красные строки с отступом в 12,5 мм;
7. нижнее и верхнее поля страницы должны иметь отступ в 20 мм;
8. слева отступ составляет 30 мм, справа — 15 мм;
9. контрольная всегда нумеруется с первого листа, но на титульном листе номер не ставят;
10. номер страницы в работе всегда выставляется в верхнем правом углу;
11. заголовки работы оформляются жирным шрифтом;
12. в конце заголовков точка не предусмотрена;
13. заголовки набираются прописными буквами;
14. все пункты и разделы в работе должны быть пронумерованы арабскими цифрами;
15. названия разделов размещаются посередине строки, подразделы – с левого края;
16. работа распечатывается в принтере на листах А4;
17. текст должен располагаться только на одной стороне листа.
18. Работа имеет такую структуру:
19. Титульный лист;
20. Оглавление и введение;
21. Основной текст контрольной;
22. Заключительная часть работы;
23. Перечень использованной литературы и источников;
24. Дополнения и приложения.
25. Если в работе есть приложения, о них надо упоминать в оглавлении.
26. Ссылки нумеруются арабскими цифрами, при этом учитывают структуру работы (разделы и подразделы).

3. ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

Задача 1. В январе отчетного года фирма выпустила 2000 шт. изделий. На изготовление изделия расходуется два вида материала: А и Б, цена за 1 т которых составляет соответственно 6,0 и 9,0 тыс. руб. расход на единицу изделия: материала А-3кг, материала Б-2кг.

Определить:
общий расход каждого вида материала в январе;
общие затраты на материалы в январе и долю каждого вида материала в общей сумме затрат.

Задача 2. По фирме имеются данные о выпуске продукции за I квартал (табл. 3.1).

Определить:
процент выполнения плана по выпуску продукции в целом по фирме;
удельный вес предприятий в общем объеме фактического выпуска продукции (расчет с точностью до 0,1%).

Таблица 3.1.

Номер предприятия фирмы	Выпуск продукции по плану, млн руб.	Процент выполнения плана по выпуску продукции
1	10	103,5
2	24	98
3	42,5	106

Задача 3. По металлургическому комбинату имеются следующие данные о выпуске (табл.3.2).

Таблица 3.2.

Наименование продукции	Стоимость продукции в фиксированных ценах, млн. руб.		Процент выполнения плана по выпуску продукции
	по плану	фактически	
Сталь арматурная	440	452	
Прокат листовой	500		97,0
Г нутые профили стальные		208	104,0

Требуется:
проставить в таблице недостающие данные;
определить процент выполнения плана выпуска продукции в целом по комбинату;
структуру фактического выпуска продукции представить в виде диаграммы.

Задача 4. В прошлом году себестоимость производства грузового автомобиля КамАЗ-55111 составила 170,0 тыс. руб. По плану отчетного года предусматривалось снизить себестоимость на 4400 руб., фактическая себестоимость составила 168,2 тыс. руб.

Определить относительные величины планового задания по снижению себестоимости и динамики себестоимости производства автомобиля.

Задача 5. Планом предусмотрено увеличение объема продукции предприятия по сравнению с прошлым годом на 2,1%. Фактически прирост продукции по сравнению с прошлым годом составил 4,8%.

Определить процент выполнения плана по выпуску продукции.

Задача 6. По плану отчетного года уровень годовой производительности труда работников должен возрасти по сравнению с прошлым годом на 3,0%. План по уровню производительности труда перевыполнен на 2,0%.

Определить фактический уровень производительности труда, если известно, что в прошлом году уровень годовой производительности труда составил 680 тыс. руб.

Задача 7. Предприятие перевыполнило план реализации продукции в отчетном году на 3,8%. Увеличение реализации продукции в отчетном году по сравнению с прошлым составило 5,6%.

Определить, каково было плановое задание по росту объема реализации продукции.

Задача 8. За отчетный квартал потребление топлива на производственные нужды по предприятию следующее: уголь - 1200 т, газ - 380 тыс. $м^3$, нефть - 210 т.

Определить, какую долю в общем объеме потребленного топлива занимает уголь, если коэффициенты пересчёта в условное топливо следующие: уголь - 0,9; газ - 1,2; нефть - 1,3.

Задача 9. Планом предусмотрено снижение затрат на 1 руб. продукции на 4,0%; фактически по сравнению с прошлым годом затраты возросли на 1,8%.

Определить, на сколько процентов фактические затраты на 1 руб. продукции отличаются от плановых.

Задача 10. По отделению дороги планом предусмотрено увеличение объема отправок груза на 10,0%. Фактически объем отправок груза по сравнению с прошлым годом повысился на 12,2%.

Определить, на сколько процентов перевыполнен план по объему отправок груза.

ЛИТЕРАТУРА

1. Комиссаров А. П. Защита интеллектуальной собственности: учебник; Урал. гос. горный ун-т. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2020. 160 с.
2. Саитов В. И. Основы научно-исследовательских работ

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
И.о. проректора по учебно-методической работе
_____ В. В. Зубов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по выполнению практических работ по дисциплине

Б1.О.18 ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Направление подготовки

15.03.02 Технологические машины и оборудование

Направленность (профиль)

Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов

форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

год набора: **2025**

Автор: Лагунова Ю. А., д-р техн. наук, профессор

Одобрены на заседании кафедры

Горных машин и комплексов
(название кафедры)

Зав. кафедрой _____
(подпись)

Лагунова Ю. А.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 13.09.2024
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией факультета

Горно-механического
(название факультета)

Председатель _____
(подпись)

Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 18.10.2024
(Дата)

Екатеринбург

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ..... 3

1. Практические работы 3

ЛИТЕРАТУРА..... 6

ВВЕДЕНИЕ

Целью освоения учебной дисциплины является формирование у обучающихся представлений о патентной и лицензионной деятельности, об оценке точности полученных моделей, о теории планирования эксперимента, овладение навыками обработки научно-технической информации, навыками обработки результатов экспериментальных исследований на основе корреляционного и регрессионного анализа.

Для достижения указанной цели необходимо (задачи курса):

- *овладение* обучающихся умениями и навыками практического решения технических проблем;

- *развитие* у обучаемых самостоятельного логического мышления при анализе научно-технической и патентной информации;

- *ознакомление* обучаемых с основами теории планирования эксперимента и методами обработки результатов эксперимента;

- *обучение* применению полученных практических и теоретических знаний при выполнении контрольной работы по определению параметров оптимизации логистических транспортных цепей и звеньев с учетом критериев оптимальности.

1. ПРАКТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

Задача 1. Перевозка груза выполняется автомобилем грузоподъемностью 7 т. По пути следования автомобиль нагружают и разгружают в нескольких пунктах (выполняется одна ездка с заездами). Расстояние между пунктами заезда, погрузка и выгрузка в них характеризуются следующими данными (табл. 1.1).

Таблица 1.1.

№ пункта	Количество тонн		Расстояние между последовательными пунктами, км
	погружено	разгружено	
1	6,5	—	—
2	3,5	4,0	20,5
3	1,0	1,5	18,0
4	6,0	5,2	42,5
5	3,0	2,0	15,0
6	—	7,3	10,0

Определить количество перевезенных тонн груза и объем грузооборота, которые следует записать в путевом листе грузового автомобиля.

Задача 2. По грузовому автотранспортному предприятию имеются следующие данные о перевозке грузов за отчетный год
(табл. 1.2).

Таблица 1.2

Вид груза	Объем перевозок, тыс. т		Г рузооборот, тыс. ткм	
	план	факт	план	факт

Кирпич	265,0	280,8	10600	14040
Песок	106,0	129,6	1060	1036,8
Ж/б конструкции	519,4	507,6	10388	11421
Пиломатериалы	169,6	162,0	5088	5670

Определить:

1) абсолютное изменение грузооборота в целом по предприятию за счет отдельных факторов (изменения средней дальности перевозки 1 т груза и количества перевезенных тонн);

2) абсолютное изменение грузооборота по каждому виду груза за счет отдельных факторов

2.3) относительное и абсолютное изменение средней дальности перевозки 1 т груза в целом по предприятию за счет: изменения средней дальности перевозки 1 т груза по видам груза; изменения структуры в объеме перевозок.

Задача 3. Перевозка груза выполняется автомобилем грузоподъемностью 9 т. По пути следования автомобиль нагружают и разгружают в нескольких пунктах (выполняется одна ездка с заездами). Расстояние между пунктами заезда, погрузки и выгрузки характеризуются следующими данными (табл. 1.3).

Таблица 1.3

№ пункта	Количество тонн		Расстояние между последовательными пунктами, км
	погружено	разгружено	
1	8,5	—	—
2	3,5	3,0	16,0
3	5,2	6,0	21,0
4	2,7	2,0	18,5
5	2,0	4,8	15,8
6	2,5	1,5	10,5
7	3,4	2,0	13,2
8	—	8,5	24,0

Определить количество перевезенных тонн груза и объем грузооборота, которые следует записать в путевом листе грузового автомобиля.

Задача 4. Имеются следующие данные о результатах работы грузового автотранспортного предприятия за отчетный год:

1) по сдельным автомобилям объем перевозки составил 3850 тыс. т, грузооборот - 68350 тыс. ткм;

2) по повременным автомобилям общий пробег составил 1380 тыс. км при средней грузоподъемности 8,3 т; принятый коэффициент использования пробега в = 0,5; принятый коэффициент использования грузоподъемности у = 0,8 при средней дальности перевозки 1 т груза (определенной на основе специального обследования) 24,5 км.

Определить годовой объем транспортной работы в приведенных тонно-километрах и годовой объем перевозок в приведенных тоннах.

Задача 5. По автобусным предприятиям за отчетный месяц получены следующие показатели по перевозкам пассажиров по городским маршрутам:

- сумма выручки от продажи разовых билетов - 31920 тыс. руб. (при тарифе за одну пассажиро-поездку 9 руб.);
- реализовано месячных абонементных билетов 32100 (при среднем числе пассажиро-поездок на один билет 75);
- число лиц, имеющих удостоверение на право бесплатного проезда 140 тыс. человек (при среднем числе пассажиро-поездок за месяц 50).

Среднее расстояние перевозки одного пассажира, установленное на основе специального обследования 4,3 км.
Определить число перевезенных пассажиров и объем выполненной транспортной работы.

Задача 6. Внутригородские автобусные перевозки выполняются в городе четырьмя автотранспортными предприятиями. Суммарные объемные показатели их работы за отчетный месяц составили:

- общее число перевезенных пассажиров - 400 тыс. чел.;
- объем выполненной транспортной работы - 1720,0 тыс. пасс.км;
- количество место-километров работы:

предприятие 1 - 518,0 тыс;
предприятие 2 — 315,0 тыс; предприятие 3 — 217,0 тыс; предприятие 4 — 350,0 тыс.
Определить объемные показатели по перевозкам для каждого предприятия (число перевезенных пассажиров и пассажиро- оборот).

Задача 7. По автобусному парку за два месяца имеются следующие данные (табл. 1.4).

Таблица 1.4

Показатели работы автобусов	Апрель	Май
Маршрутные автобусы Перевезено пассажиров, тыс. чел.	14380	14700
Пассажирооборот, тыс. пасс. км	69024	70560
Заказные автобусы Общий пробег, тыс. км	2,78	3,84
Средняя вместимость автобуса, чел.	35,0	36,1
Среднее расстояние перевозки пассажира в пригородном сообщении, км	8,3	8,3
Произведение р-у	0,65	0,65

Определить абсолютное изменение объема транспортной работы и числа перевезенных пассажиров в мае по сравнению с апрелем, в целом по автобусному парку.

Задача 8. По автобусному предприятию за два года имеются следующие данные (табл. 1.5).

Таблица 1.5

Показатель	Прошлый год	Отчетный год
Пассажирооборот, тыс. пасс. км	721500	748800
Перевезено пассажиров, тыс. чел.	142500	144000

Определить изменение пассажирооборота (в абсолютном размере) за счет изменения числа перевезенных пассажиров и средней дальности их перевозки.

Задача 9. Работа предприятия, осуществляющего перевозку пассажиров маршрутными такси, характеризуется следующими данными (табл. 1.6)

Таблица 1.6

№ маршрута	Сумма выручки от продажи разовых билетов, тыс. руб.		Тариф по маршруту, руб.	Протяженность маршрута, км
	май	июнь		
126	115,5	118,3	11	8,5
145	120,0	123,3	13	10
131	101,8	102,8	15	12

ЛИТЕРАТУРА

1. Комиссаров А. П. Защита интеллектуальной собственности: учебник; Урал. гос. горный ун-т. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2010. 160 с.
2. Саитов В. И. Основы научно-исследовательских работ

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
И.о. проректора по учебно-методической работе
_____ В. В. Зубов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся

Б1.О.18 ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Направление подготовки

15.03.02 Технологические машины и оборудование

Направленность (профиль)

Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов

форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

год набора: **2025**

Автор: Лагунова Ю. А., д-р техн. наук, профессор

Одобрены на заседании кафедры

Горных машин и комплексов
(название кафедры)

Зав. кафедрой _____
(подпись)

Лагунова Ю. А.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 13.09.2024
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией факультета

Горно-механического
(название факультета)

Председатель _____
(подпись)

Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 18.10.2024
(Дата)

Екатеринбург

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ..... 3

1. Повторение материала лекций..... 3

2. Самостоятельное изучение тем 5

ЛИТЕРАТУРА..... 7

ВВЕДЕНИЕ

Целью освоения учебной дисциплины является формирование у обучающихся представлений о патентной и лицензионной деятельности, об оценке точности полученных моделей, о теории планирования эксперимента, овладение навыками обработки научно-технической информации, навыками обработки результатов экспериментальных исследований на основе корреляционного и регрессионного анализа.

Для достижения указанной цели необходимо (задачи курса):

- *овладение* обучающимися умениями и навыками практического решения технических проблем;
- *развитие* у обучаемых самостоятельного логического мышления при анализе научно-технической и патентной информации;
- *ознакомление* обучаемых с основами теории планирования эксперимента и методами обработки результатов эксперимента;
- *обучение* применению полученных практических и теоретических знаний при выполнении контрольной работы по определению параметров оптимизации логистических транспортных цепей и звеньев с учетом критериев оптимальности.

1. ПОВТОРЕНИЕ МАТЕРИАЛА ЛЕКЦИЙ

Тема 1: Теория эксперимента.

Цель экспериментального исследования, определяющего его конечный результат. Типовые задачи эксперимента. Основные положения планирования эксперимента. Методика и эмпирическая схема проведения эксперимента. Методы обработки, отображения, интерпретации экспериментальных данных.

Тема 2: Критерии подобия и моделирование.

Равенство всех однотипных критериев подобия для двух физических явлений и систем - необходимое и достаточное условие их физического подобия. **Моделирование –** исследование объектов познания на их моделях; построение и изучение моделей реально существующих объектов, процессов или явлений с целью получения объяснений этих явлений, а также для предсказания явлений, интересующих исследователя. **Виды моделирования:** *концептуальное моделирование*; *физическое (натурное) моделирование*; *структурно-функциональное моделирование*; *математическое (логико-математическое) моделирование*, *имитационное (компьютерное) моделирование*.

Тема 3: Основы статистической обработки экспериментальных данных.

Подобие объектов. Критерии подобия. Числа Рейнольдса, Пекле, Прандтля. Построение интервального статистического ряда. Построение эмпирической функции распределения. Гистограмма и полигон. Получение точечных статистических оценок.

Тема 4: Закон нормального распределения.

Двумерный случайный вектор и его закон распределения. Функция распределения. Двумерный дискретный случайный выбор. Маргинальные законы распределения компонент. Условные законы распределения компонент. Числовые характеристики. Отсев *грубых погрешностей* для больших выборок. Таблицы распределения Стьюдента. Метод исключения аномальных значений для выборок большого объема. Распределение Стьюдента относится к категории распределений, связанных с *нормальным распределением.*

Тема 5: Корреляционный и регрессионный анализ.

Корреляционный момент и коэффициент корреляции. Нормальный закон распределения на плоскости. Функции регрессии. Линейная регрессия. Линейная корреляция. Нормальная корреляция. Корреляционный анализ экспериментальных данных. Регрессия. Кривые регрессии, их свойства. Коэффициент корреляции, корреляционное отношение, их

свойства и оценки. Принцип максимального правдоподобия. Статистические методы обработки экспериментальных данных.

Парная корреляция - это связь между двумя показателями, один из которых является факторным, а другой - результативным. Множественная корреляция возникает от взаимодействия не скольких факторов с результативным показателем. Коэффициент парной корреляции. Корреляционный момент. Теснота связи между двумя показателями в общем виде с учетом взаимосвязей факторов, оказывающих воздействие на результативный показатель. Индекс множественной корреляции. Ранговая корреляция и непараметрические методы измерения связей.

Тема 6: Характеристики точности измерений.

Свойства ошибок и законы их распределения. Задача теории ошибок. Абсолютные - относительные. Измеряемая величина имеет ошибку. Систематические - случайные. Систематические - это те, что повторяются из опыта в опыт и имеют одно и то же значение.

Погрешность измерений. Факторы, влияющие на погрешность измерений. Виды погрешностей. Отклонение измерений от истинного значения. Абсолютная и приведенная погрешности. Фундаментальный закон теории погрешностей. Систематическая, случайная, грубая погрешности. Субъективная, методическая и инструментальная составляющие погрешности. Сходимость. Воспроизводимость.

Тема 7: Теория планирования эксперимента.

Математическое планирование. Неконтролируемые и неуправляемые переменные. Факторы соответствия. Количественные и качественные факторы. Ограничения. План эксперимента. Уровни факторов.

Тема 8: Полный и дробный факторный эксперимент.

Полный факторный эксперимент. Матрица планирования. Построение линейной модели. Критерий Стьюдента. Критерий Фишера. Дисперсия адекватности. Метод наименьших квадратов. Диаграмма разброса.

Дробный факторный эксперимент. Основные задачи математической статистики. Генеральная совокупность и выборка Вариационный ряд. Гистограмма, эмпирическая функция распределения, выборочная средняя и дисперсия. Статистические оценки параметров распределения. Методы расчёта сводных характеристик выборки

Условные варианты. Начальные и центральные эмпирические моменты. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Понятие о критериях согласия. Статистическая проверка гипотез.

2. САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ТЕМ

Тема 1: Введение. Общие и специальные требования дисциплины.

Законы и формы познания. Методы проведения исследований. Сравнение и измерение. Дедукция и индукция. Анализ и синтез. Научные идеи и гипотезы. Абстракция и обобщение. Моделирование. Место творчества в процессе исследования. Классификация методов научного исследования, методология исследований. Гипотетический метод. Аксиоматический метод. Исторический метод. Абстрагирование. Конкретизация. Системный анализ. Формализация. Создание теории.

Тема 2: Виды научно-технической информации. Основы информационного поиска.

Информация имеет свойство «стареть». Печатная продукция. Служба научно-технической информации. Общегосударственная служба информации. Носители информации. Книги. Периодика. Нормативные документы. Каталоги и прейскуранты. Отчеты НИОКР. Информационные издания. Материалы научно-технических производственных совещаний. Переводы. Диссертации и авторефераты. Восходящий и нисходящий поток информации. Основной фонд. Справочный фонд.

Тема 3: Основы патентоведения. Патентный закон РФ.

Понятие интеллектуальной собственности. Интеллектуальное право. Исключительное право. Авторское право, основные задачи и принципы. Патентное право. Изобретение. Полезная модель. Промышленный образец. Принципы российского патентного права.

Тема 4: Заявка на изобретение. Экспертиза заявки. Патентный поиск.

Регистрация и правовая охрана программ для ЭВМ и баз данных. Понятие и признаки изобретения. Объект изобретения. Признаки изобретения. Понятие «уровень техники». Изобретательский уровень как существенное отличие. Промышленная применимость. Понятие и признаки полезной модели. Понятие и признаки промышленного образца. Субъекты патентного права.

Тема 5: Основы теории научного эксперимента.

Цель экспериментального исследования, определяющего его конечный результат. Типовые задачи эксперимента. Основные положения планирования эксперимента. Методика и эмпирическая схема проведения эксперимента. Методы обработки, отображения, интерпретации экспериментальных данных.

Тема 6: Критерии подобия и моделирование.

Равенство всех однотипных критериев подобия для двух физических явлений и систем - необходимое и достаточное условие их физического подобия. **Моделирование –** исследование объектов познания на их моделях; построение и изучение моделей реально существующих объектов, процессов или явлений с целью получения объяснений этих явлений, а также для предсказания явлений, интересующих исследователя. **Виды моделирования:** *концептуальное моделирование*; *физическое (натурное) моделирование*; *структурно-функциональное моделирование*; *математическое (логико-математическое) моделирование*, *имитационное (компьютерное) моделирование*.

Тема 7: Основы статистической обработки экспериментальных данных.

Подобие объектов. Критерии подобия. Числа Рейнольдса, Пекле, Прандтля. Построение интервального статистического ряда. Построение эмпирической функции распределения. Гистограмма и полигон. Получение точечных статистических оценок.

Тема 8: Закон нормального распределения. Отсев грубых погрешностей измерений.

Двумерный случайный вектор и его закон распределения. Функция распределения. Двумерный дискретный случайный выбор. Маргинальные законы распределения компонент. Условные законы распределения компонент. Числовые характеристики. Отсев *грубых погрешностей* для больших выборок. Таблицы распределения Стьюдента. Метод исключения аномальных значений для выборок большого объема. Распределение Стьюдента относится к категории распределений, связанных с *нормальным распределением.*

Тема 9: Корреляционный и регрессионный анализ.

Корреляционный момент и коэффициент корреляции. Нормальный закон распределения на плоскости. Функции регрессии. Линейная регрессия. Линейная корреляция. Нормальная корреляция. Корреляционный анализ экспериментальных данных. Регрессия. Кривые регрессии, их свойства. Коэффициент корреляции, корреляционное отношение, их свойства и оценки. Принцип максимального правдоподобия. Статистические методы обработки экспериментальных данных.

Тема 10: Парная и множественная корреляция.

Парная корреляция - это связь между двумя показателями, один из которых является факторным, а другой - результативным. Множественная корреляция возникает от взаимодействия не скольких факторов с результативным показателем. Коэффициент парной корреляции. Корреляционный момент. Теснота связи между двумя показателями в общем виде с учетом взаимосвязей факторов, оказывающих воздействие на результативный показатель. Индекс множественной корреляции. Ранговая корреляция и непараметрические методы измерения связей.

Тема 11: Основы теории ошибок.

Свойства ошибок и законы их распределения. Задача теории ошибок. Абсолютные - относительные. Измеряемая величина имеет ошибку. Систематические - случайные. Систематические - это те, что повторяются из опыта в опыт и имеют одно и то же значение.

Тема 12: Характеристики точности измерений.

Погрешность измерений. Факторы, влияющие на погрешность измерений. Виды погрешностей. Отклонение измерений от истинного значения. Абсолютная и приведенная погрешности. Фундаментальный закон теории погрешностей. Систематическая, случайная, грубая погрешности. Субъективная, методическая и инструментальная составляющие погрешности. Сходимость. Воспроизводимость.

Тема 13: Теория планирования научного эксперимента.

Математическое планирование. Неконтролируемые и неуправляемые переменные. Факторы соответствия. Количественные и качественные факторы. Ограничения. План эксперимента. Уровни факторов.

Тема 14: Полный факторный эксперимент. Нелинейные модели.

Полный факторный эксперимент. Матрица планирования. Построение линейной модели. Критерий Стьюдента. Критерий Фишера. Дисперсия адекватности. Метод наименьших квадратов. Диаграмма разброса.

Тема 15: Дробный факторный эксперимент.

Дробный факторный эксперимент. Основные задачи математической статистики. Генеральная совокупность и выборка Вариационный ряд. Гистограмма, эмпирическая функция распределения, выборочная средняя и дисперсия. Статистические оценки параметров распределения. Методы расчёта сводных характеристик выборки

Тема 16: Квадратичные модели и их планы экспериментов.

Условные варианты. Начальные и центральные эмпирические моменты. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Понятие о критериях согласия. Статистическая проверка гипотез.

ЛИТЕРАТУРА

1. Комиссаров А. П. Защита интеллектуальной собственности: учебник; Урал. гос. горный ун-т. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2010. 160 с.
2. Саитов В. И. Основы научно-исследовательских работ

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
И.о. проректора по учебно-методической работе
_____ В. В. Зубов

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ К РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЕ И КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

Б1.О.19 ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Направление
15.03.02 Технологические машины и оборудование

Направленность (профиль)
Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов

Автор: Стожков Д. С., доцент, к.т.н.

Одобрены на заседании кафедры
Электротехники
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
Угольников А. В.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 13.09.2024
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией факультета
Горно-механического
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 18.10.2024
(Дата)

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

ВВДЕНИЕ 3
Задача 1. РАСЧЕТ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА 4
Задача 2. РАСЧЕТ ОДНОФАЗНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА 11
2.1. Последовательное соединение в цепи синусоидального тока 11
2.2. Параллельное соединение в цепи синусоидального тока 14
2.3. Разветвленная цепь синусоидального тока 16
Задача 3. РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ 20
3.1. Расчет трехфазных линейных электрических цепей при соединении фаз приемника звездой 20
3.2. Расчет трехфазных линейных электрических цепей при соединении фаз приемника треугольником 223
Задача 4. РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ТРЕХФАЗНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ 24
Задача 5. РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ ПОСТОЯННОГО ТОКА 300
Задача 6. РАСЧЕТ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ 377
ЗАДАЧА 7. РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА. 42
7.1. Неразветвленные магнитные цепи. 45
7.1.1. Прямая задача. Определить МДС цепи по заданному магнитному потоку. 45
7.1.2. Обратная задача. Определить магнитный поток в цепи по заданной МДС 47
Задача 8. ТРАНСФОРМАТОРЫ 54
Задача 9. АСИНХРОННЫЙ ДВИГАТЕЛЬ С ФАЗНЫМ РОТОРОМ 55
Задача 10. ДВИГАТЕЛЬ ПОСТОЯННОГО ТОКА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ 59
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ……...…61

ВВДЕНИЕ

Дисциплина «Электротехника и электроника» изучает процессы в электрических и магнитных цепях, выявляет общие закономерности электромагнитных явлений и их прикладное применение для создания, передачи и распределения электроэнергии.

Целью преподавания дисциплины является теоретическая и практическая подготовка будущего инженера, развитие его творческих способностей, умение формировать и решать на высоком научном уровне проблемы осваиваемой специальности, умение творчески применять и самостоятельно повышать свои знания. Эти цели достигаются на основе повышения творческой активности и самостоятельной работы студентов.

Высокий научный и инженерный уровень дисциплины обусловлен глубоким проникновением в ее разделы законов и положений, которые даются в курсах «Физика» и «Математика».

Выполнение контрольных заданий.

При выполнении контрольных задний необходимо выполнить следующие требования:

1. Контрольные задания выполняют по данному методическому указанию.

2. Варианты задач в контрольных заданиях определяют по двум последним цифрам номера студенческого билета. Если две последние цифры превышают число 24 (общее количество вариантов), то номер варианта определяется по остатку от целочисленного деления этих цифр на число 24. Например, двум последним цифрам 49-го номера студенческого билета соответствует первый вариант контрольного задания.

3. Контрольные задания выполняют в отдельной тетради, на обложке которой приводят сведения по следующей форме: фамилия, имя, отчество, номер студенческого билета, номер контрольного задания.

4. Графическую часть (схемы, графики) в контрольных заданиях выполняют карандашом, в масштабе, с указанием последнего.

5. Решение каждой задачи контрольного задания следует начинать с новой страницы.

6. Электрические схемы вычерчивают согласно стандарту.

7. Условие задачи выписывают полностью без сокращений.

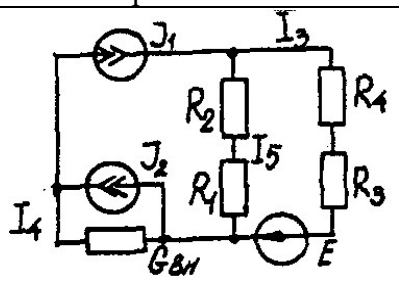
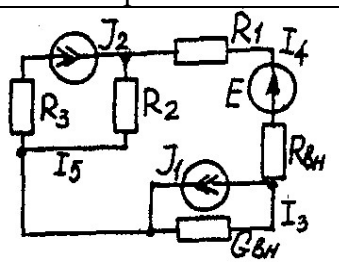
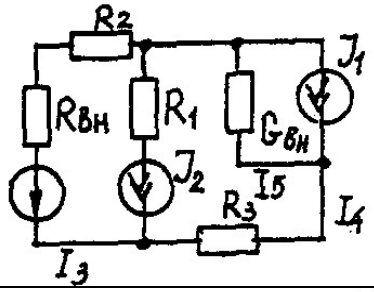
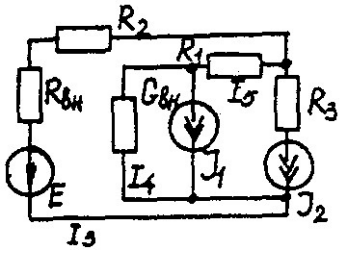
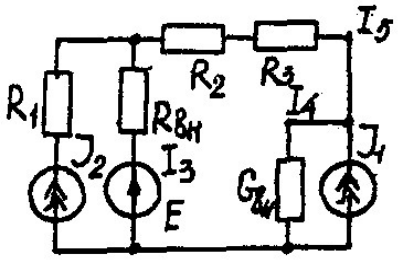
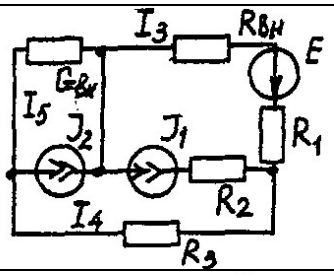
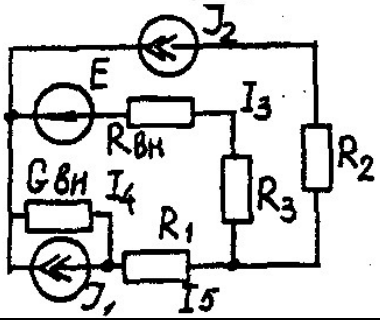
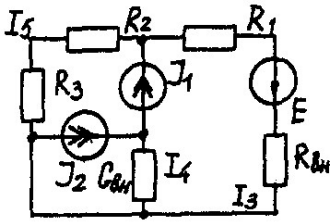
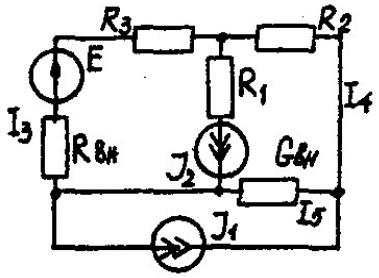
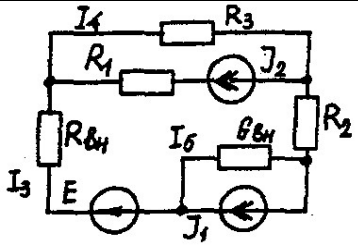
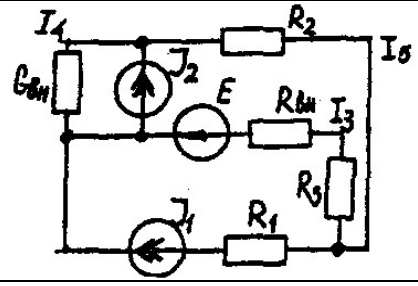
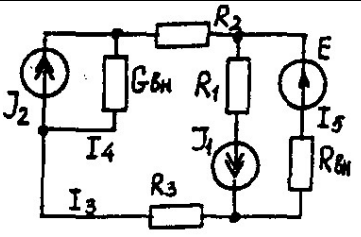
8. Решения задач сопровождают краткими пояснениями.

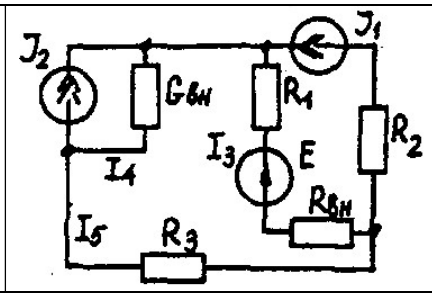
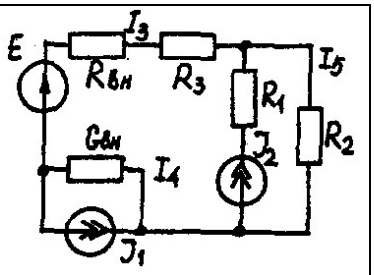
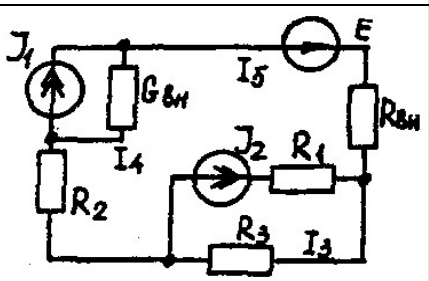
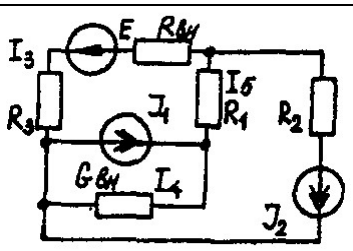
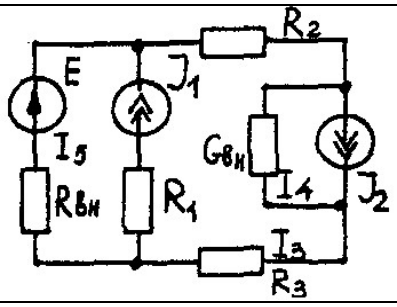
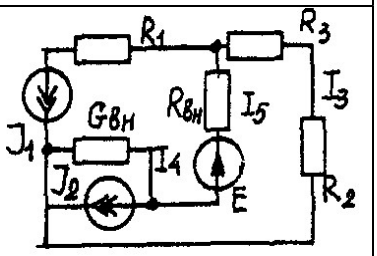
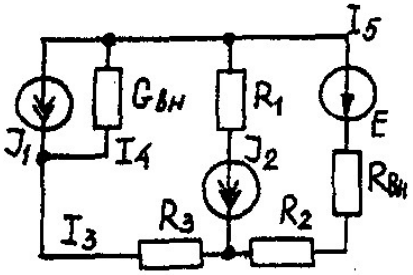
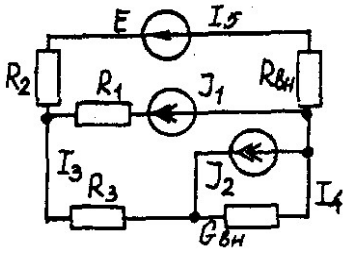
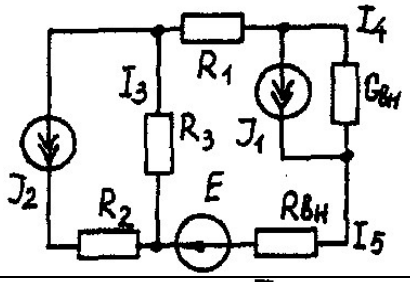
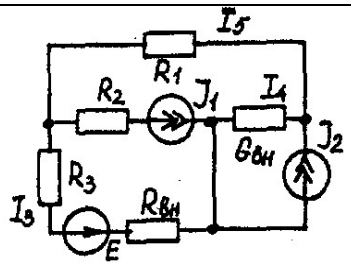
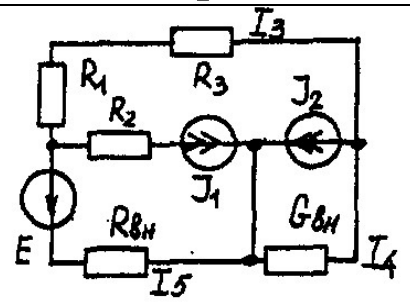
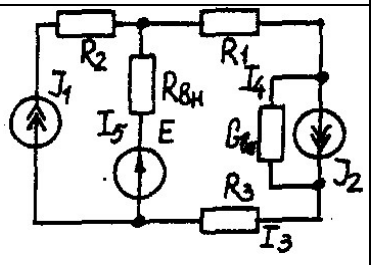
9. Контрольные задания представляются для проверки до начала соответствующей лабораторно-экзаменационной сессии.

10. Если контрольное задание не зачтено, студент обязан, исправив ошибки указанные преподавателем, представить задание на повторную рецензию.

11. Студенты, не сдавшие на проверку соответствующих решенных контрольных заданий, к сдаче зачета не допускаются.

Задача 1. РАСЧЕТ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

№	Схема варианта	№	Схема варианта
1		2	
3		4	
5		6	
7		8	
9		10	
11		12	

13		14	
15		16	
17		18	
19		20	
21		22	
23		24	

Условие задачи.

Для заданной электрической схемы (табл. 1.1) с известными параметрами (табл. 1.2) определить токи в ветвях цепи следующими методами:

- составления уравнений электрического равновесия по законам Кирхгофа;

- контурных токов;
- наложения;
- узловых потенциалов;
- эквивалентного генератора.

Номер варианта	Значение параметров							
	E, В	J_1, А	J_2, А	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	$R_{ВН}$, Ом	$G_{ВН}$, См
1	42	35	17	10	20	5	7	0,5
2	126	6	8	1	3	2	5	0,25
3	21	5	2	5	9	3	3	0,2
4	29	3	6	2	3	4	4	0,2
5	200	25	25	8	3	1	4	0,5
6	40	10	3	5	8	5	2	0,5
7	50	3	25	3	5	2	3	0,2
8	20	10	8	4	8	2	6	1
9	50	22	6	4	5	2	3	0,1
10	140	20	7	5	1	4	6	0,2
11	104	28	13	5	2	3	2	0,1
12	150	4	6	3	4	6	5	0,2
13	43	4	28	2	5	1	3	0,2
14	82	2	3	6	4	5	6	0,2
15	52	2	1	3	1	2	2	0,2
16	204	1	5	2	3	1	3	0,4
17	110	11	9	2	3	3	2	0,5
18	72	2	1	4	1	3	6	0,2
19	42	2	5	3	3	4	5	0,1
20	8	6	2	6	1	2	2	0,05
21	187	10	6	2	6	7	4	0,5
22	144	5	15	4	3	2	4	0.5
23	84	6	5	3	3	6	3	0,5
24	103	12	6	4	3	1	3	0,5

Метод составления уравнений электрического равновесия по законам Кирхгофа

Методические указания.

Этот метод основан на составлении и совместном решении системы уравнений электрического равновесия, составленных по первому и второму законам Кирхгофа. Общее число независимых уравнений (и) должно быть равно числу неизвестных токов, то есть числу ветвей электрической схемы *(p)* за исключением ветвей, содержащих источник тока.

Последовательность решения.

Выбрать условное положительное направление токов в ветвях. По первому закону Кирхгофа для схемы, содержащей *(q)* узлов, составить *(q* -1) уравнений электрического равновесия. По второму закону Кирхгофа составить [*p* - *(q* - 1)] уравнений электрического равновесия для независимых контуров. При составлении уравнений электрического равновесия следует обратить внимание на знаки. Если заданное или произвольно выбранное направление токов и э. д. с. совпадают с выбранным обходом контуров, то перед ними в уравнениях электрического равновесия ставят знак плюс, знак у падений напряжений берется в соответствии со знаком тока.

Решить полученную систему уравнений электрического равновесия относительно неизвестных токов в ветвях.

Выполнить проверку полученного решения по первому закону Кирхгофа для узлов заданной электрической схемы.

Метод контурных токов

Методические указания.

Этот метод заключается в представлении действительных токов в ветвях, являющихся общими для двух или большего числа смежных контуров, алгебраической суммой составляющих, каждая из которых является током, замыкающимся в одном из выбранных контуров. Эти составляющие называются контурными токами. При решении задачи этим методом в расчет вводят контурные токи, составляют уравнения электрического равновесия только на основании второго закона Кирхгофа. Вычислив контурные токи, определяют действительные токи в ветвях.

Последовательность решения.

Выбрать для рассматриваемой схемы независимые контуры, не содержащие источники тока *(J)*.

Задавшись положительными направлениями обхода контуров, составить для выбранных независимых контуров уравнения электрического равновесия по второму закону Кирхгофа, принимая направления контурных токов, совпадающими с выбранным обходом контуров. В уравнениях электрического равновесия учитывать и падения напряжений, обусловленные источниками тока (J) на соответствующих сопротивлениях рассматриваемого контура. Определить контурные токи.

Вычислить действительные токи ветвей как алгебраические суммы токов как контурных, так и источников тока, протекающих через рассматриваемую ветвь.

Метод наложения

Методические указания.

Этот метод основан на том, что действительный ток в рассматриваемой ветви равен алгебраической сумме составляющих токов в этой ветви, вызванных каждой из э. д. с. и источника тока в отдельности при исключении действия остальных источников э. д. с. и тока.

Последовательность решения.

Составить (нарисовать) электрические цепи с одним источником э. д. с. или тока, при этом зажимы остальных источников тока размыкать, а источники э. д. с. замыкать накоротко.

Задаться положительными направлениями токов в ветвях.

Определить составляющие - токов в ветвях, вызванных рассматриваемым источником.

Определить действительные токи ветвей как алгебраическую сумму составляющих.

Метод узловых потенциалов

Методические указания.

Этот метод заключается в определении потенциалов узлов, на основании чего вычисляются токи в ветвях по закону Ома. Потенциалы узлов определяются на основании системы уравнений электрического равновесия (1.1), составленных по первому закону Кирхгофа. При этом токи в уравнениях электрического равновесия выражают через потенциалы согласно закону Ома для участка цепи. Потенциал одного из узлов принимается равным нулю.

$$\left.\begin{array}{l} \varphi_1 G_{11} - \varphi_1 G_{12} - \varphi_3 G_{13} = I_{11} \\ -\varphi_1 G_{21} - \varphi_1 G_{22} - \varphi_3 G_{23} = I_{22} \\ -\varphi_1 G_{31} - \varphi_1 G_{32} - \varphi_3 G_{33} = I_{33} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \quad (1.1)$$

Где φ_1, φ_2, φ_3, - потенциалы узлов; $G_{11}, G_{22}, G_{33}, \ldots$ - собственная (узловая) проводимость, равная сумме проводимостей всех ветвей, сходящихся в этом узле, без учета проводимостей ветвей с источниками тока; $G_{11}, G_{12}, G_{13}, G_{21}, G_{23}, G_{32}, \ldots$ - взаимная проводимость, равная сумме проводимостей ветвей между двумя узлами, без учета проводимостей ветвей с источниками

тока; I_{11}, I_{22}, I_{33},… - узловой ток, равный алгебраической сумме токов (J) источников тока и произведений *(G-E)* (э. д. с. ветвей, сходящихся в рассматриваемом узле, на их проводимости); эти величины входят в выражения узловых токов со знаком плюс, если токи *(J)* и э. д. с. (E) направлены к рассматриваемому узлу.

Последовательность решения.

Пронумеровать узлы. Потенциал одного из узлов принять равным нулю.

Составить систему *(q* - 1) уравнений электрического равновесия (1.1) Вычислить собственные и взаимные проводимости, узловые токи и подставить в систему уравнений электрического равновесия (1.1).

Определить потенциалы узлов, решив систему уравнений электрического равновесия (1.1). Определить токи ветвей по закону Ома.

Ток ветви равняется разности потенциалов двух узлов, деленной на сопротивление ветви,

$$I_{\text{ветви}} = [\,(\varphi_{\text{к}} - \varphi_{(\text{к}-1)})\,] \,/ \sum R_{\text{ветви}} \quad (1.2)$$

Метод эквивалентного генератора

Методические указания.

Этот метод основан на применении теоремы об активном двухполюснике. Согласно теоремы любой активный двухполюсник, содержащий один или несколько источников энергии, можно заменить эквивалентным генератором, э. д. с. которого равна напряжению холостого хода на зажимах выделенной ветви, а внутреннее сопротивление равно входному сопротивлению двухполюсника (рис. 1.1).

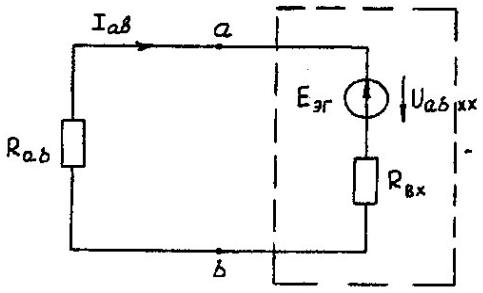


Рис. 1.1. К методу эквивалентного генератора

При определении тока, например, в ветви *ab* любой электрической схемы, эту схему представляют в виде двух частей: рассматриваемой ветви *ab* и остальной части схемы - эквивалентного генератора *($E_{\text{эг}}$).* Ток в ветви *ab* определяют по формуле:

$$I_{ab} = U_{ab\,\text{xx}} / (R_{ab}+R_{\text{вх}}) \quad (1.3)$$

где *Uab xx* - напряжение холостого хода активного двухполюсника (эквивалентного генератора) относительно зажимов рассматриваемой ветви; $R_{\text{вх}}$ - входное сопротивление пассивного двухполюсника относительно зажимов *ab;* R_{ab} - сопротивление рассматриваемой ветви *ab.*

Последовательность решения.

Определить напряжение $U_{ab\text{xx}}$ с помощью одного из известных методов расчета электрических цепей, согласно исходной схеме без рассматриваемой ветви *ab.*

Вычислить входное сопротивление $R_{\text{вх}}$ пассивного двухполюсника, т. е. сопротивление исходной электрической цепи относительно точек *ab* без ветви *ab,* при замкнутых источниках токов э. д. с. и разомкнутых источников токов.

Вычислить ток в рассматриваемой ветви *ab* (см. рис. 1.1) по формуле (1.3).

Пример решения задачи

Для заданной электрической цепи (рис. 1.2) с параметрами: E=65,5 В; J_1=3,5 А; J_2 = 8 А; R_1 = 9 Ом; R_2 = 7 Ом; R_3 = 5 Ом; $R_{\text{вн}}$ = 3 Ом; $G_{\text{вн}}$ = 0,5 См, определить токи в ветвях.

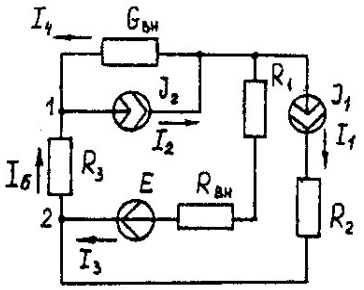


Рис. 1.2. Схема заданной электрической цепи

Метод составления уравнений электрического равновесия по законам Кирхгофа

В рассматриваемой электрической цепи неизвестными являются три тока *(I_3, I_4, I_5),* для определения этих токов необходимо иметь систему из трех уравнений электрического равновесия, которые составляем по законам Кирхгофа: два уравнения электрического равновесия по первому закону Кирхгофа, предварительно задавшись положительными направлениями токов в ветвях (для узлов 1 и 2); третье уравнение электрического равновесия по второму закону Кирхгофа. Принимаем контур *(R_3 – $G_{вн}$ – R_1 – $R_{вн}$ - E),* минуя ветви с источниками тока, и задаемся положительным направлением его обхода (см. рис. 1.2.)

$$\left.\begin{array}{l} I_4 - J_2 + I_5 = 0; \\ I_3 + J_1 - I_5 = 0; \\ I_5 R_3 - I_4 1/G_{вн} + I_3(R_1 + R_{вн}) = E. \end{array}\right\} \quad (1.4)$$

$$\left.\begin{array}{l} I_4 - 8 + I_5 = 0; \\ I_3 + 3{,}5 - I_5 = 0; \\ I_5 5 - I_4 * 1/0{,}5 + I_3(9 + 3) = 65{,}5. \end{array}\right\} \quad (1.5)$$

В результате решения системы уравнений (1.5) получим: I_3 = 3 А; I_4 = 1,5 А; I_5 = 6,5 А.

Метод контурных токов

Для определения трех неизвестных токов выбираем три независимых контура (рис 1.3) и задаемся положительными направлениями их обхода, совмещая положительные направления контурных токов I_{11}, I_{22}, I_{33} с направлениями их обхода I_{11}= J_1= 3,5 А ; I_{22} = J_2 = 8 А.

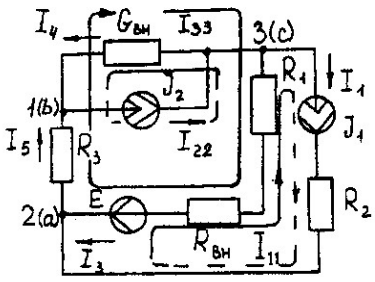


Рис. 1.3. Схема электрической цепи для метода контурных токов

Таким образом, неизвестным является лишь контурный ток I_{33}. Для третьего контура (R_3 - $G_{ВН}$ – R_3 – $R_{вн}$- E) составляем уравнение электрического равновесия по второму закону Кирхгофа и определяем контурный ток I_{33}

$$-I_{11}(R_1+R_{вн})-I_{22}*1/G_{вн}+I_{33}(R_1+R_{вн}+R_3+1/G_{вн})= E; \quad (1.6)$$

$$-3{,}5(9 + 3) - 8 * 1/0{,}5 + I_{33}\,(9 + 3 + 5 + 1/0{,}5) = 65{,}5;$$

отсюда I_{33} = 6,5 А.

Действительные токи в ветвях:

I_3=I_{33}-I_{11}=6,5-3,5 = 3А;

I_4 = I_{22}-I_{33} = 8-6,5 = 1,5А,

I_5 = I_{33}=6,5А.

Метод узловых потенциалов

Заземляем один из узлов (например 3, рис. 1.4), потенциал этого узла (φ_3) теперь равен нулю. Для определения потенциалов двух других узлов составляем систему из двух уравнений электрического равновесия по первому закону Кирхгофа:

$$\left.\begin{aligned}\varphi_1 G_{11} - \varphi_2 G_{12} &= I_{11}\\ -\varphi_1 G_{21} - \varphi_2 G_{22} &= I_{22}\end{aligned}\right\} \quad (1.7)$$

$G_{11} = G_{вн} + 1/R_3 = 0{,}5 + 1/5 = 0{,}7$ См ; $G_{12} = G_{21} = 1/R_3 = 1/5 = 0{,}2$ См ; $G_{22} = 1/R_3 + 1/(R_1 + R_{вн}) = 1/5 + 1/(9 + 3) = 0{,}28$ См.

$I_{11} = -J_2 = -8$ А; $I_{22} = J_1 + E/(R_1 + R_{вн}) = 3{,}5 + 65/(9 + 3) = 9$ А.

$$\left.\begin{aligned}0{,}7\varphi_1 - 0{,}2\varphi_2 &= -8;\\ -0{,}2\varphi_1 - 0{,}28\varphi_2 &= 9.\end{aligned}\right\}$$

откуда $\varphi_1 = -3$ В ; $\varphi_2 = 29{,}5$ В.

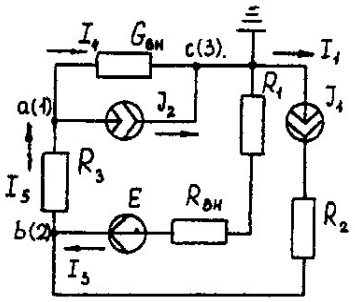


Рис. 1.4. Схема электрической цепи для метода узловых потенциалов

Токи в ветвях:

$I_3 = [(\varphi_3 - \varphi_2) + E] * 1/(R_1 + R_{вн}) = [(0 - 29{,}5) + 65{,}5] * 1/(9 + 3) - 3$ А;

$I_4 = (\varphi_3 - \varphi_1) - G_{ВН} = (0 + 3) * 0{,}5 = 1{,}5$ А;

$I_5 = (\varphi_1 - \varphi_2) \bullet 1/R_3 = (-3 - 29{,}5) * 1/5 = -6{,}5$ А.

Знак "-" у тока I_5 указывает на то, что действительное направление тока противоположно выбранному.

Метод наложения

Определяем составляющие токов в ветвях (I_3', I_4', I_5'), вызванные источником э. д. с. (Е) при исключении источников тока (J_1) и (J_2) (рис. 1.5, а). Направление токов в цепи определяется согласно направлению источника э. д. с. (Е)

$I_3' = I_4' = I_5' = E/(R_1 + R_{вн} + R_3 + 1/G_{ВН}) = 65{,}5/(9 + 3 + 5 + 1/0{,}5) = 3{,}45$ А.

Определяем составляющие токов в ветвях (I_3'', I_4'', I_5''), вызванные источником тока (J_1) (рис. 1.5, *б*) при исключении источника тока (J_2) и источника, э. д. с. (E) которого закорачивается. Направление токов в ветвях определяется согласно направлению (J_1).

$$I_3 = J_1(R_3 + 1/G_{ВН})/(R_1 + R_{вн} + R_3 + 1/G_{ВН}) = 3{,}5(5 + 2)/(9 + 3 + 5 + 2) = 1{,}3\ А;$$

$I_4'' = I_5'' = J_1 - I_3'' = 3{,}5 - 1{,}3 = 2{,}2$ А.

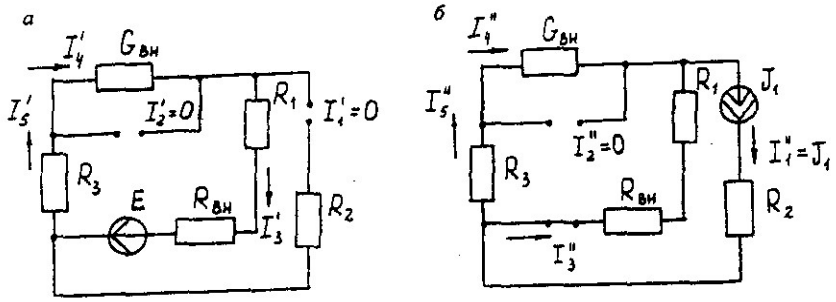


Рис. 1.5. Схема электрической цепи для метода наложения при исключении источника тока (а) и вызванные источником тока *(б)*

Определяем составляющие токов в ветвях (I_3''', I_4''', I_5'''), вызванные источником тока (J_2) (рис. 1.6, а) при исключении источника тока (J_1) и источника, э. д. с. (Е) которого закорачивается. Направление токов в ветвях определяется согласно направлению (J_2).

$I_3''' = I_5''' = J_2 (1/G_{ВН})/(R_1 + R_{вн} + R_3 + 1/G_{вн}) = 8*2/(9 + 3 + 5 + 2) = 0{,}85$ А;

$I_4'''=J_2- I_3'''=8-0,85=7,15$А

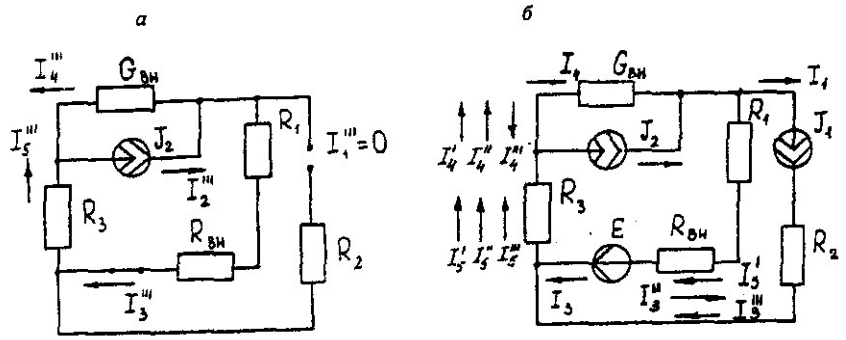


Рис. 1.6. Схема электрической цепи для определения составляющих токов в ветвях, вызванных источником тока (а) и при исключении (б)

Действительные токи в ветвях определяем как алгебраическую сумму составляющих, вызванных каждым из источников энергии (см. рис. 1.6, б):

$I_3 = I_3' - I_3'' + I_3'''=3$А; $I_4 = - I_4' - I_4'' + I_4'''= 1,5$ А;

$I_5 =I_5' + I_5'' + I_5'''= 6,5$ А

Проверку решений выполняем, применяя первый закон Кирхгофа для трех узлов.

Метод эквивалентного генератора

Определить ток ветви *ab.*

Определяем напряжение $U_{ab\,xx}$. При размыкании ветви *ab* исходная схема (см. рис. 1.2) преобразуется в схему, изображенную на рис. *1.7, а.*

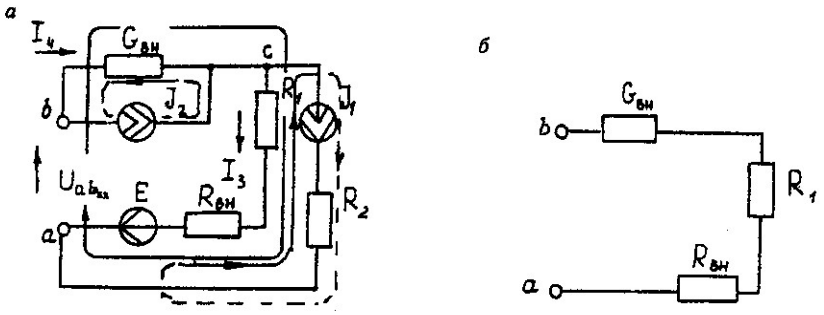


Рис. 1.7. Схема электрической цепи для метода эквивалентного генератора: *а* - исходная; *б* – преобразованная

По второму закону Кирхгофа составляем уравнение электрического равновесия для контура *a-b-c-a,* не содержащего источников тока, обходя контур по часовой стрелке,

$$U_{ab\,xx}-J_2*1/G_{вн}-J_1*(R_{вн}-R_1)=E \quad (1.8)$$

$U_{ab\,xx}$ - 8 -1/0,5 - 3,5 * (9 + 3) = 65,5 ; $U_{ab\,xx}$ =123,5 В.

Определяем входное сопротивление относительно зажимов выделенной ветви $U_{ab\,xx}$, при этом зажимы источника э. д. с. закорачиваем, а зажимы источников тока размыкаем. В результате получается электрическая цепь (рис. 1.7,6)

$U_{ab\,xx} = 1/G_{ВН} + R_1 + R_{вн}$ =17 Ом;

$I_{ab} =U_{ab\,xx}(R_{вх\,ab}+ R_3)$ = 123,5/(14 + 5) = 6,5 А.

Задача 2. РАСЧЕТ ОДНОФАЗНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

2.1. Последовательное соединение в цепи синусоидального тока

На рис.2.1 представлена неразветвленная электрическая цепь.

Исходные данные к задаче 2.1 приведены в табл. 2.1,

Необходимо:

1. Составить комплексное уравнение сопротивлений, построить диаграмму сопротивлений.

2. Составить комплексное уравнение напряжений, построить векторную диаграмму напряжений. Записать полное напряжение цепи в алгебраической и показательной формах.

3. Составить комплексное уравнение мощности, построить диаграмму мощности. Рассчитать: P, Q, S, cosφ.

4. Записать уравнение для напряжения и тока всей цели в функции времени. На одном рисунке построить графики напряжения и тока $i = \int(\omega t), u = \int(\omega t), f = 50 Гц, \psi_1 = 0$

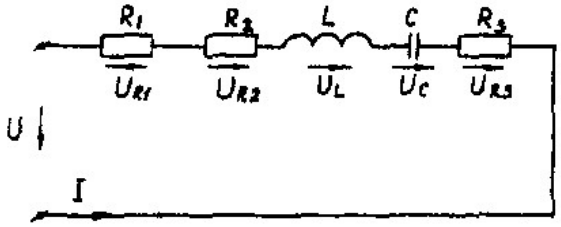


Рис. 2.1. Неразветвленная электрическая цепь

Методические указания

Рекомендуемая последовательность решения и расчетные формулы:

Вычисляют индуктивное и емкостное сопротивления в цепи, Ом

$$X_L = \omega \cdot L$$
$$X_C = 1/\omega \cdot c \quad (2.1)$$

где ω — угловая частота переменного тока, ω = 314 $с^{-1}$. (При вычислении X_C размерность емкости С — Ф, 1Ф = 10^6 мкФ).

Вычисляют полное сопротивление цели в комплексной форме, Ом

$$\underline{Z} = R_1 + R_2 + jX_L - jX_C + R_3 \quad (2.2)$$

Вычисляют действующее значение тока в цепи по закону Ома, А

$$I = \frac{U_{R1}}{R_1} \quad \left(или \frac{U_{R3}}{R_3} \right) \quad (2.3)$$

Записывают комплекс тока в цепи при начальной фазе ψ_i=0 как İ = I, А.

Исходные данные к задаче

Таблица 2.1

Вариант	R_1, Ом	R_2, Ом	L, Гн	C, мкФ	R_3, Ом	U_{R1}, В	U_{R3}, В
1	8	10	0,478	636	10	80	-
2	8	15	0,0318	159	10	80	-
3	10	20	0,0636	318	12	100	-
4	10	25	0,0478	127	12	100	-
5	12	10	0,0318	159	6	120	-
6	12	15	0,0636	636	6	-	60
7	6	25	0,0478	106	8	-	80
8	6	10	0,0636	212	8	-	80
9	8	15	0,0636	79,6	10	-	100
10	8	20	0,0478	318	10	-	100
11	10	20	0,096	79,6	12	100	-
12	10	10	0,636	318	12	100	-
13	12	15	0,636	127	6	120	-
14	6	20	0,096	159	6	120	-
15	6	25	0,0478	159	8	60	-
16	8	10	0,0318	636	8	-	80

17	8	15	0,0636	106	10	-	100
18	10	20	0,0318	636	10	-	100
19	10	25	0,0478	79,6	12	-	120
20	12	10	0,096	212	12	-	120
21	8	10	0,096	212	6	80	-
22	8	15	0,048	636	6	80	-
23	10	20	0,0636	159	8	100	-
24	10	25	0,0478	318	8	100	-

Вычисляют напряжения на отдельных элементах цепи и всей цепи в комплексной форме, В

$$\dot{U} = \underline{Z}\dot{I} = R_1\dot{I} + R_2\dot{I} + jX_L\dot{I} - jX_C\dot{I} + R_3\dot{I} = \\ = U_{R1} + U_{R2} + jU_L - jU_C + U_{R3} \quad (2.4)$$

Вычисляют полную мощность цепи и мощность на элементах цепи в комплексной форме

$$S = \dot{U}\cdot\dot{I} = \underline{Z}I^2 = R_1I^2 + R_2I^2 + jX_LI^2 - jX_CI^2 + \\ + R_3I^2 = P_1 + P_2 + jQ_L - jQ_C + P_3 \quad (2.5)$$

Строят (раздельно) векторную топографическую диаграмму напряжений, диаграмму сопротивлений и мощностей на комплексной плоскости в соответствии с данными вычислений по формулам (2.4), (2.2), (2.5).

Комплексной плоскостью называется плоскость, проходящая через две взаимно-перпендикулярные оси, ось вещественных и ось мнимых чисел.

При построении диаграммы (например, напряжений) первоначально откладывают в масштабе (m_I) комплекс тока $\dot{I} = I(\psi_1)$ в положительном направлении оси вещественных чисел, затем откладывают в масштабе (m_u) напряжения U_{R1}, U_{R2}, $+jU_L$, U_{R3}, $-jU_C$. Замыкающий вектор U является вектором напряжения, приложенного к цепи. Он опережает по фазе ток при $X_L > X_C$ ($\varphi>0$) и отстает по фазе от тока при $X_L < X_C$ ($\varphi<0$).

На рис.2.1,а, рис.2.1,в, рис.2.1,с построены, соответственно диаграмма сопротивлений, векторная топографическая диаграмма напряжений и диаграмма мощностей для произвольно принятый значений сопротивлений цепи.

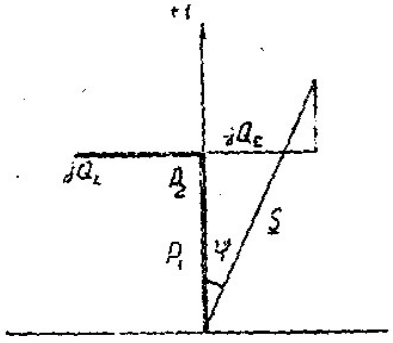


Рис. 2.1,с

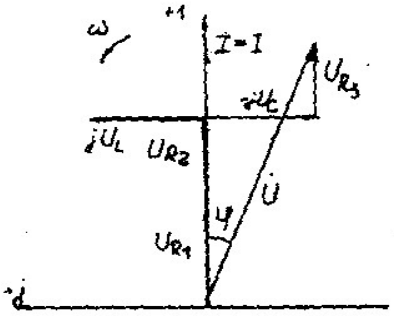


Рис. 2.1,в

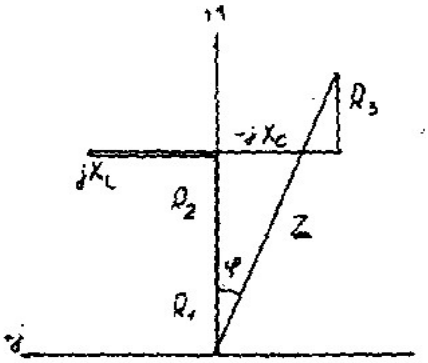


Рис. 2.1,а

2.2. Параллельное соединение в цепи синусоидального тока

На рис. 2.2 представлена разветвленная электрическая цепь.

Исходные данные к задаче 2.2 приведены в табл. 2.2.

Необходимо:

1. Составить комплексное уравнение проводимостей. Построить диаграмму проводимостей.

2. Составить комплексное уравнение токов, построить векторную лиаграмму токов. Записать ток на входе цепи а алгебраической и показательной формах.

3. Составить комплексное уравнение мощности, построить диаграмму мощности. Рассчитать: P, Q, S, cosφ.

4. Записать уравнение для напряжения и тока всей цели в функции времени. На одном рисунке построить графики напряжения и тока $i = \int(\omega t), u = \int(\omega t), f = 50 Гц, \psi_1 = 0$

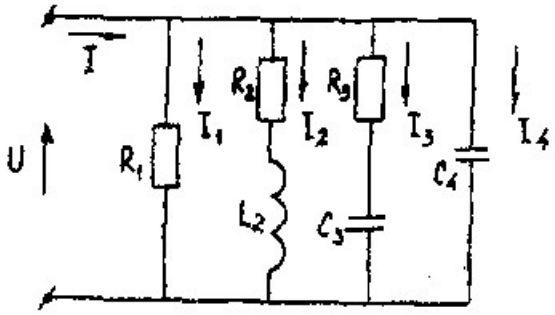


Рис. 2.2. Разветвленная электрическая цепь

Методические указания

Рекомендуемая последовательность решения и расчетные формулы:

Вычисляют комплексы проводимостей параллельных ветвей

$$\underline{Y}_1 = 1/\underline{Z}_1 = 1/R_1 = g_1$$

$$\underline{Y}_2 = 1/\underline{Z}_2 = 1/(R_2 + jX_{L2}) = R_2/Z_2^2 - jX_{L2}/Z_2^2 = g_2 - jb_{L2} \quad (2.6)$$

$$\underline{Y}_3 = 1/\underline{Z}_3 = 1/(R_3 - jX_{C3}) = R_3/Z_3^2 - jX_{C3}/Z_3^2 = g_3 - jb_{C3}$$

$$\underline{Y}_4 = 1/\underline{Z}_4 = 1/(-jX_{C4}) = jb_{C4}$$

где g_1, g_2, g_3, b_{L2}, b_{C3}, b_{C4} — активная, активная, индуктивная, активная, емкостная, емкостная проводимости ветвей рассматриваемой цепи, См.

Вычисляют полную проводимость цепи в комплексной форме

$$\underline{Y} = g_1 + (g_2 - jb_{L2}) + (g_3 + jb_{C3}) + jb_{C4} \quad (2.7)$$

Записывают комплекс напряжения, приложенного к цепи при начальной фазе $\psi_u = 0$ как $\dot{U} = U$

Вычисляют полный ток цепи в комплексной форме (по первому закону Кирхгофа), А

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = U\underline{Y} = U\begin{bmatrix} g_1 + (g_2 - jb_{L2}) + \\ + (g_3 + jb_{C3}) + jb_{C4} \end{bmatrix} = \quad (2.8)$$

$$= I_{a1} + (I_{a2} - jI_{L2}) + (I_{a3} + jI_{C3}) + jI_{C4}$$

Исходные данные к задаче

Таблица 2.2

Вариант	R_1, Ом	R_2, Ом	L, Гн	C, мкФ	R_3, Ом	U_{R1}, В	U_{R3}, В
1	5	3	4	16	12	25	100
2	10	8	6	16	12	20	100
3	16,7	6	8	12	16	16,7	100
4	20	16	12	4	3	10	100
5	25	12	16	3	4	25	100
6	5	12	16	4	3	20	100
7	10	16	12	3	4	16,7	100
8	16,7	6	8	16	12	10	100
9	20	8	6	6	8	5	100
10	25	3	4	6	8	5	100
11	5	4	3	16	12	10	100
12	10	4	3	12	16	16,7	100
13	16,7	3	4	8	6	20	100
14	20	8	6	4	3	25	100
15	25	6	8	12	16	25	100
16	5	16	12	8	6	20	100
17	10	16	12	6	8	16,7	100
18	16,7	12	16	3	4	10	100
19	20	12	16	6	8	10	100
20	25	6	8	3	4	5	100
21	10	6	8	12	16	10	100
22	16,7	16	12	16	3	5	100
23	20	12	6	4	8	15	100
24	25	8	6	3	4	20	100

Вычисляют полную мощность цели в комплексной форме

$$S = \dot{U} \cdot \dot{I} = U[I_{a1} + (I_{a2} + jI_{L2}) + (I_{a3} - jI_{C3}) + jI_{C4}] = \quad (2.9)$$

$$= P_1 + (P_2 + jQ_{L2}) + (P_3 - jQ_{C3}) - jQ_{C4}$$

где İ - сопряженный комплекс тока. Сопряженный комплекс — это исходный комплекс у которого знак мнимой составляющей меняется на противоположный.

В соответствии с данными вычислений по формулам (2.7), (2.8), (2.9) строят на комплексных плоскостях раздельно диаграммы проводимостей, токов и мощностей.

Первоначально откладывают в масштабе (m_u) комплекс напряжений $\dot{U} = U$ (ψ_u=0) в положительном направлении оси вещественных чисел, затем (например для векторной диаграммы токов), откладывают в масштабе (m_i) токи I_{a1}, I_{a2}, $-jI_{L2}$, I_{a3}, $+jI_{C4}$. Полный ток цепи (замыкающий вектор) отстает по фазе от напряжения при $b_{L2} > (b_{C3}+b_{C4})$ ($\varphi>0$) и опережает по фазе напряжение при $b_{L2} < (b_{C3}+b_{C4})$ ($\varphi<0$)

На рис.2.2,а, рис.2.2,в, рис.2.2,с построенных, соответственно, диаграмма проводимостей, векторная диаграмма токов и диаграмма мощностей для произвольно принятых значений проводимостей цепи.

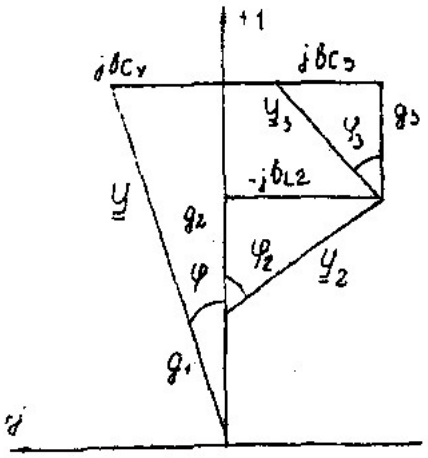


Рис. 2.2.а

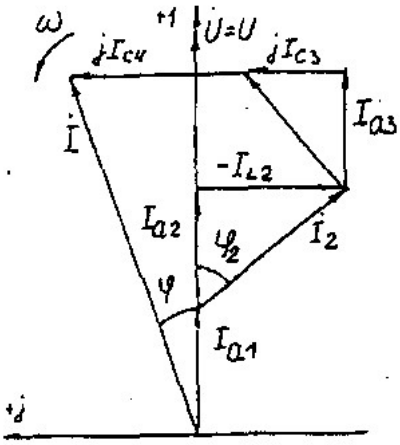


Рис. 2.2.в

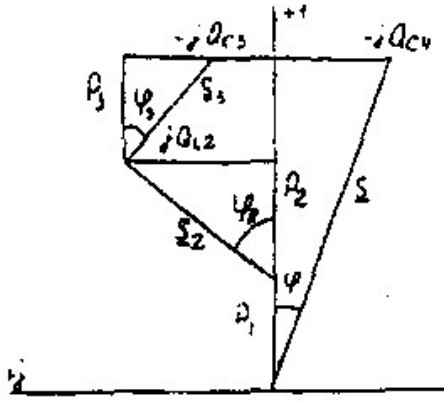


Рис. 2.2.с

2.3. Разветвленная цепь синусоидального тока

Условие задачи.

Для заданной электрической схемы (табл. 2.3) с известными параметрами (табл. 2.4) определить токи в ветвях и полный ток, напряжение на участках цепи, мощности активные, реактивные и полные отдельных ветвей и всей цепи. Построить векторную диаграмму токов и векторную топографическую диаграмму напряжений цепи.

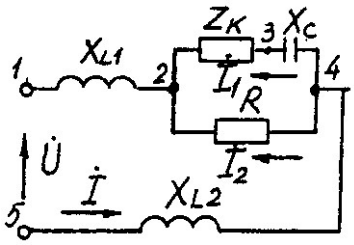
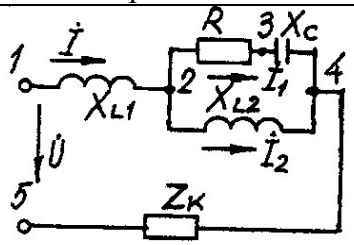
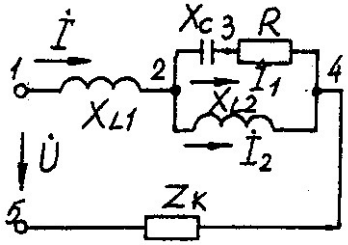
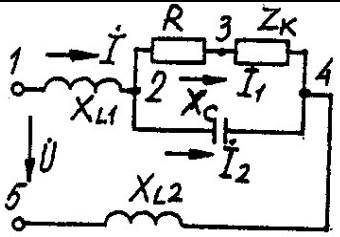
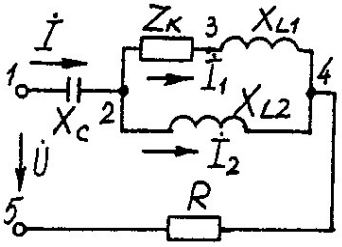
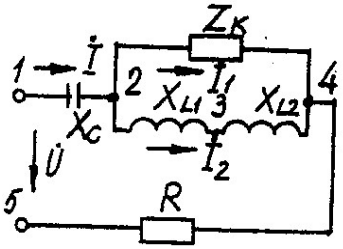
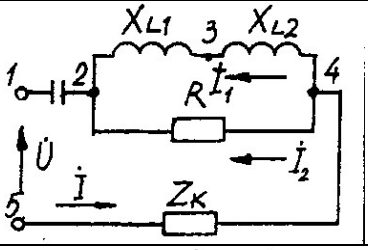
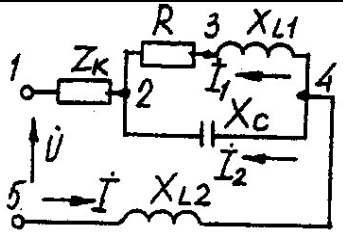
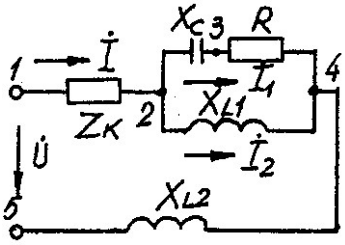
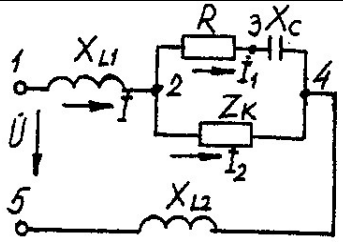
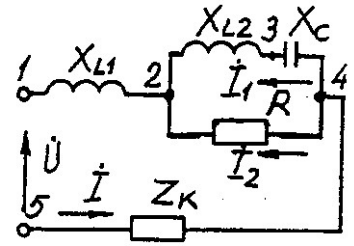
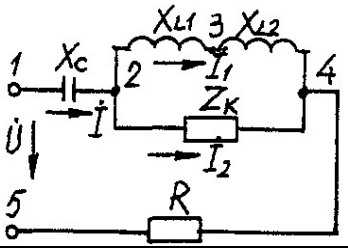
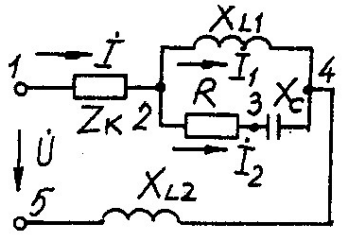
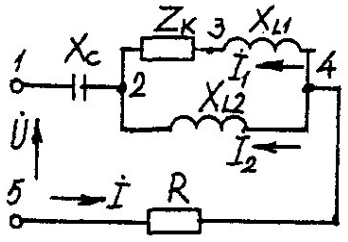
Методические указания.

Решить задачу, используя символический метод расчета для действующих значений напряжений и токов.

Вектор приложенного к цепи напряжения рекомендуется совместить с положительным направлением оси вещественных чисел, т. е. $U=U$.

Заданную задачу, можно решить, используя метод составления уравнений электрического равновесия по законам Кирхгофа, метод преобразования электрической схемы или другие известные методы.

Таблица 2.3.

№	Схема варианта	№	Схема варианта
1		13	
2		14	
3		15	
4		16	
5		17	
6		18	
7		19	

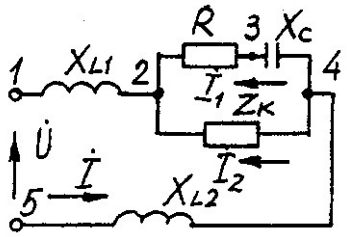
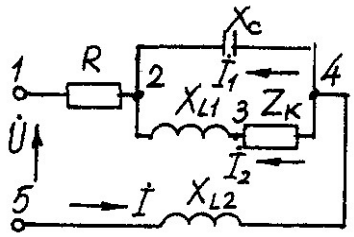
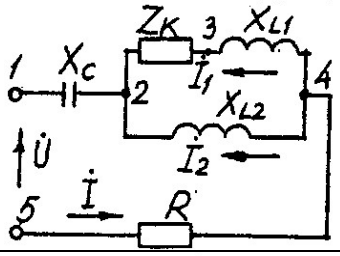
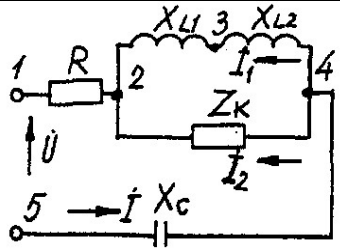
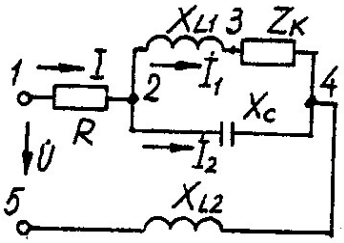
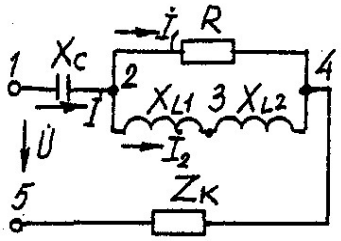
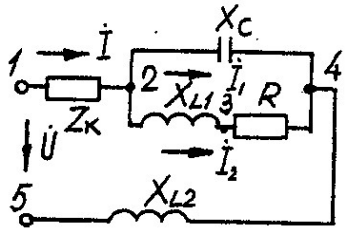
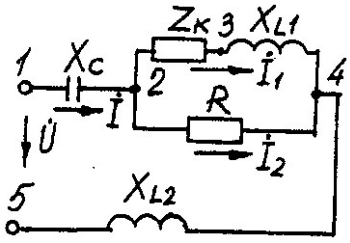
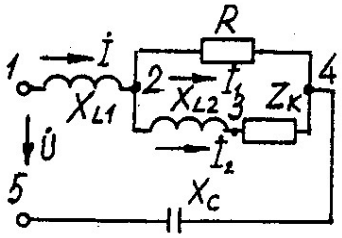
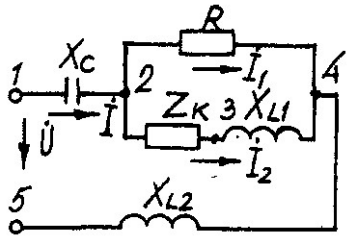
8		20	
9		21	
10		22	
11		23	
12		24	

Таблица 2.4

Номер вари-анта	Значение параметров						
	U, В	R, Ом	X_{L1}, Ом	X_{L2}, Ом	X_C, Ом	R_K, Ом	X_{LK}, Ом
1	160	18	23	10	8	15	7
2	180	30	23	18	43	13	12
3	200	12	46	31	18	10	20
4	260	2	14	27	13	9	12
5	100	14	12	15	31	21	14
6	380	19	16	27	15	15	16
7	140	13	62	3	35	12	22
8	120	8	25	3	14	10	11
9	220	3	8	26	4	6	33
10	20	16	40	25	44	6	7
11	400	16	2	35	55	11	16
12	240	31	7	23	14	2	7
13	320	19	22	10	17	9	12
14	380	20	19	20	23	9	42

15	60	21	63	7	29	8	37
16	40	44	32	12	54	16	10
17	300	35	36	27	33	71	27
18	280	11	51	14	7	21	34
19	80	13	64	82	25	12	46
20	240	16	42	11	91	46	9
21	100	16	18	23	13	10	24
22	200	7	5	18	38	14	20
23	180	21	22	14	25	6	11
24	160	24	92	46	85	27	10

Пример решения задачи

Для заданной электрической цепи (рис. 2.3) с параметрами: U=100 В; $R_к$ =6 Ом; X_{L1}= 6 Ом; R_1 = 8 Ом; X_C=6 Ом; X_C=10 Ом; X_{L2} =11 Ом определить токи в ветвях, напряжения на участках цепи, активные, реактивные и полные мощности. Построить векторную диаграмму токов и векторную топографическую диаграмму напряжений цепи.

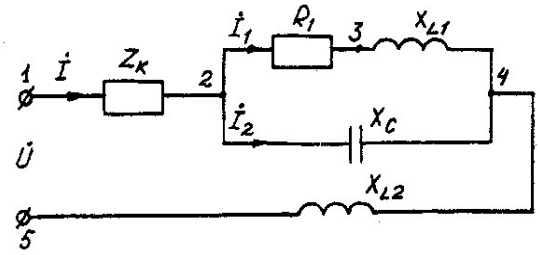


Рис. 2.3. Схема электрической цепи

Задаемся условным положительным направлением токов в ветвях. Выбираем два независимых контура (1-2-3-4-5-1, 2-3-4-2). Для определения трех неизвестных токов *(İ, $İ_1$, $İ_2$)*, составляем систему (2.1) из трех уравнений электрического равновесия по законам Кирхгофа (одно по первому и два по второму законам) в комплексной форме:

$$\left.\begin{aligned} \dot{I}-\dot{I}_1-\dot{I}_2&=0\\ \dot{I}(R_к+jX_{Lк})+\dot{I}_1(R_1+jX_{L1})+\dot{I}jX_{L2}&=\dot{U};\\ \dot{I}_1(R_1+jX_{L1})-\dot{I}_2(-jX_C)&=0. \end{aligned}\right\} \quad (2.10)$$

$$\left.\begin{aligned} \dot{I}-\dot{I}_1-\dot{I}_2&=0\\ \dot{I}(6+j6)+\dot{I}_1(8+j6)+\dot{I}j11&=100;\\ \dot{I}_1(8+j6)-\dot{I}_2(-j10)&=0. \end{aligned}\right\} \quad (2.11)$$

Определяем токи в ветвях, решая систему уравнений(2.11), А

$\dot{I}_1=(-1-j5,5)=5,59e^{-j100°}$,

$\dot{I}_2=(5-j2,5)=5,59e^{j27°}$,

$\dot{I}=(4-j3)=5e^{-j37°}$А.

Определяем падения напряжения на отдельных участках цепи, В:

$\mathring{U}_{12}=\dot{I}*\underline{Z}_K=(4-j3)(6+j6)=(42+j6)=42,4e^{j8°}$;

$\mathring{U}_{23}=\dot{I}_1*R_1=(-1-j5,5)8=(8-j44)=42^{-j100°}$;

$\mathring{U}_{34}=\dot{I}_1*jX_{L1}=(-1-j5,5)j6=(33-j6)=33,54e^{-j10°}$;

$\mathring{U}_{24}=(25-j50)=55,9e^{-j63°}$;

$\mathring{U}_{45}=\dot{I}*jX_{L2}=(4-j3)j11=(33+j44)=55e^{53°}$.

Проверка решений, В:

$\mathring{U}=\mathring{U}_{12}+\mathring{U}_{23}+\mathring{U}_{34}+\mathring{U}_{45}=100$.

Определяем мощности, ВА:

$\underline{S}_{12}=\mathring{U}_{12}\cdot\dot{I}=42,4\ e^{j8°}\cdot5e^{j37°}=212e^{j45°}=150+j150$;

$\underline{S}_{24}=\mathring{U}_{24}\dot{I}_1+\mathring{U}_{24}\cdot\dot{I}_2=55,9e^{-j63°}\cdot5,59e^{j100°}+55,9e^{-j63°}\cdot5,59e^{-j27°}=313e^{j37°}+313e^{-j90°}=250+j188-j313;$

$\underline{S}_{45}=\mathring{U}_{45}\cdot\dot{I}=55\ e^{j53°}\cdot5e^{j37°}=275e^{j90°}=j275$;

$\underline{S} = \underline{S}_{12} + \underline{S}_{24} + \underline{S}_{45} = 150 + j150 + 250 + j188 - j313 + j275 = 400 + j613 - j313 = P + jQ_L - jQ_C.$

$\underline{S} = \mathring{U} \cdot \ddot{I} = 100\ 5e^{j37^\circ} = 500e^{j37^\circ} = (400 + j300).$

где $\ddot{I}$- сопряженные комплексы токов.

Строим векторные диаграммы токов и напряжений (рис. 2.4).

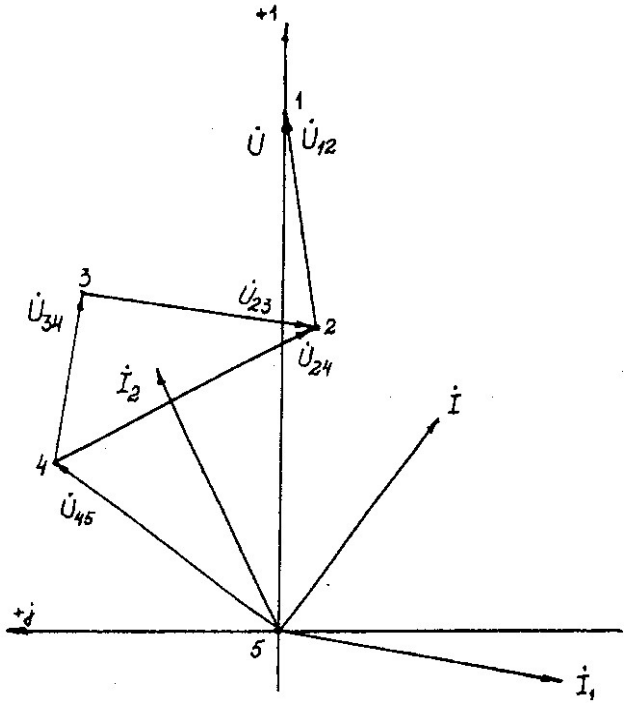


Рис. 2.4. Векторная диаграмма токов и напряжений

Задача 3. РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

3.1. Расчет трехфазных линейных электрических цепей при соединении фаз приемника звездой

Номер варианта	Значения параметров									
	U_A, В	Сопротивление фазы «a», Ом			Сопротивление фазы «b», Ом			Сопротивление фазы «c», Ом		
		R	X_L	X_C	R	X_L	X_C	R	X_L	X_C
1	127	10	-	-	-	-	127	3	4	-
2	127	3	-	4	10	-	-	-	12,7	-
3	127	-	-	10	4	3	-	12,7	-	-
4	127	3	4	-	-	-	10	12,7	-	-
5	220	20	-	-	6	8	-	12	-	16
6	220	-	-	22	20	-	-	16	12	-
7	220	20	-	-	6	8	.	8	-	6
8	220	20	-	-	16	-	12	12	16	-
9	380	50	-	-	-	-	30	-	-	190
10	380	-	-	50	16	12	-	-	-	38
11	380	12	16	-	38	-	-	16	12	-
12	380	38	-	-	15	-	20	20	20	-
13	127	-	-	12,7	10	-	-	4	3	.
14	127	12,7	-	-	4	3	-	б	-	8
15	127	3	4	-	-	-	10	-	-	12,7
16	127	8	6	-	3	-	4	12,7	-	-
17	220	20	-	-	-	-	22	8	б	-

18	220	6	-	8	22	-	-	-	-	22
19	220	16	12	-	-	-	20	22	-	-
20	220	-	-	22	-	-	22	22	-	-
21	380	38	-	-	-	-	38	-	38	-
22	380	-	10	-	16	12	-	38	-	-
23	380	20	-	-	-	-	20	-	20	-
24	380	38	-	-	20	15	-	15	-	20

Условие задачи

Для заданной электрической схемы (рис. 3.1) с известными параметрами (табл. 3.1) определить токи и напряжения в четырехпроводной цепи. Вычислить активную, реактивную и полную мощности цепи. Построить в масштабе векторную диаграмму линейных и фазных напряжений и токов генератора и приемника.

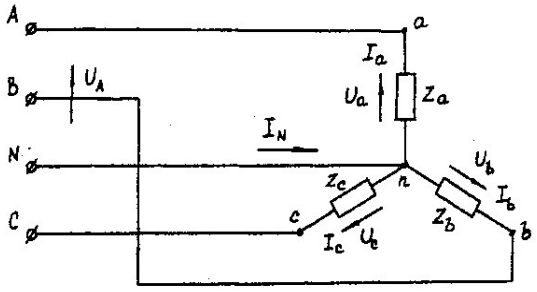


Рис. 3.1. Соединение фаз приемника звездой

Определить фазные напряжения и токи после обрыва нейтрального провода. Построить векторную диаграмму линейных и фазных напряжений и токов генератора и приемника.

Методические указания.

Задачу решить, используя символический метод расчета.

Для четырехпроводной звезды напряжения фаз генератора (источника) и приемника принять равными (т. е. пренебречь потерями в соединительных проводах).

Вектор напряжения фазы "А" генератора рекомендуется совместить с положительным направлением оси вещественных чисел *($\mathring{U}_A = U$).*

Трехфазную систему фазных и линейных напряжений генератора принять симметричной (т. е. напряжения равны по модулю и сдвинуты друг относительно друга на 120°).

Пример решения задачи

Трехфазная нагрузка включена четырехпроводной звездой. Фазное напряжение генератора $\mathring{U}_A$ = 220 В; $\underline{Z}_a$= 22 Ом; $\underline{Z}_b$ = (16 +j12) =$20e^{j37^\circ}$ Ом; $\underline{Z}_c=(12-j16)=20e^{-j53^\circ}$ *Ом.*

Определить токи в фазах и нейтральном проводе, мощность цепи. Построить векторную диаграмму напряжений и токов. Решение произвести для двух режимов:

а) нейтральный провод исправен; б) нейтральный провод оборван.

а). Нейтральный провод исправен.

$\mathring{U}_a = \mathring{U}_A$=220В;

$\mathring{U}_b = \mathring{U}_B = 220e^{-j120^\circ} = (-110-j190)$ *В;*

$\mathring{U}_c = \mathring{U}_C = 220e^{j120}(-110+j190)$ *В.*

$\dot{I}_a = \mathring{U}_a/\underline{Z}_a = 220/22 = 10$ *А;*

$\dot{I}_b = \mathring{U}_b/\underline{Z}_b = 220e^{-j120^\circ}/20e^{j37^\circ} = 11e^{-j157^\circ} = (-10,13-j4,3)$ *А;*

$\dot{I}_c = \mathring{U}_c/\underline{Z}_c = 220e^{j120^\circ}/20e^{-53^\circ} = 11e^{j173^\circ} = (-10,92+j1,34)$ *А.*

$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 10+(-10,13-j4,3)+(-10,92+j1,34) = (-11,05-j2,96) = 11,44e^{-j165^\circ}$ *А.* (3.1)

$\underline{S}^{(3)} = \underline{S}_a + \underline{S}_b + \underline{S}_c = \mathring{U}_a\dot{I}_a + \mathring{U}_b\dot{I}_b + \mathring{U}_c\dot{I}_c = 220*10 + 220e^{120^\circ}11e^{j157^\circ} + 220e^{j120^\circ}11e^{j173^\circ} = 2200 + 2420e^{j37^\circ} + 2420e^{-j53^\circ} = 2200 + (1933+j1456) + (1456-j1933) = (5589-j477) = 5610e^{-j5^\circ}$ *ВА.*

Векторная диаграмма напряжений и токов представлена на рис. 3.2.

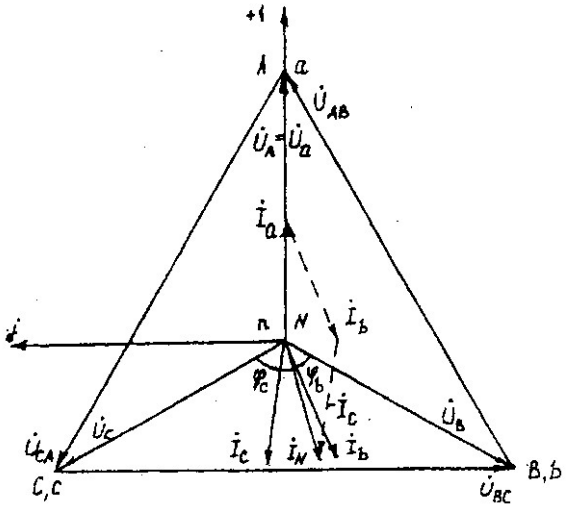


Рис. 3.2. Векторная диаграмма напряжений и токов

б). Нейтральный провод оборван.

Четырехпроводная звезда преобразуется в трехпроводную звезду, поэтому между нейтральными точками генератора и несимметричной нагрузки появляется напряжение смещения U_{nN}, вычисляемое по формуле:

$U_{nN}=(U_A\underline{Y}_a+ U_B\underline{Y}_b + U_C\underline{Y}_c)/(\underline{Y}_a+ \underline{Y}_b + \underline{Y}_c)$. (3.2)

Проводимости фаз нагрузки, См

$\underline{Y}_a$ =1/Z_a= 1/22 =0,045;

$\underline{Y}_b = 1/ Z_b = 1/ 20e^{j37^\circ} = 0,05e^{-j37^\circ}=(0,04 –j0,03)$;

$\underline{Y}_c = 1/ Z_c = 1/20e^{-j53^\circ} = 0,05e^{j53^\circ} = (0,03 +j0,04)$.

Вычисления упрощаются, если в числителе формулы (3.2) использовать значение I_N из предыдущего расчета при исправном нейтральном проводе

$\mathring{U}_{nN}$ = (-11,05 -j2,96) / [0,045 + (0,04 -j0,03) + (0,03 +j0,04)] = $11,44e^{-j165^\circ}/0,1154e^{j5^\circ}=99e^{-j170^\circ}$ = (-97,5 -j17,2) В.

Вычисляем напряжения фаз нагрузки, В

$\mathring{U}_a = \mathring{U}_A - \mathring{U}_{nN}$= 220-(-97,5 -j17,2) = (317,5 +j17,2)=$318\ e^{j3^\circ}$;

$\mathring{U}_b = \mathring{U}_B - \mathring{U}_{nN}$=(-110 -j190)-(-97,5 -j17,2)=(-12,5 -j172,8)=$173,3e^{-j94^\circ}$;

$\mathring{U}_c=\mathring{U}_C - \mathring{U}_{nN}$= (-110+j190) - (-97,5 -j17,2)=(-12,5+j207,2)=$207,4e^{j94^\circ}$.

Векторная диаграмма напряжений генератора и нагрузки представлена на рис. 3.3.

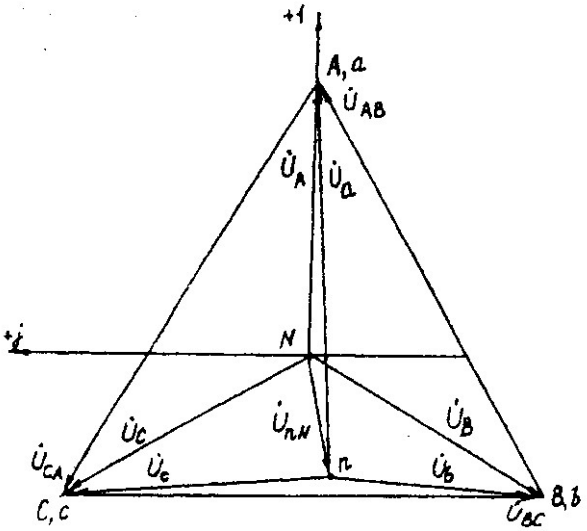


Рис. 3.3. Векторная диаграмма напряжений генератора и нагрузки

3.2. Расчет трехфазных линейных электрических цепей при соединении фаз приемника треугольником

Номер варианта	Значения параметров									
	U_A, В	Сопротивление фазы «a», Ом			Сопротивление фазы «b», Ом			Сопротивление фазы «c», Ом		
		R	X_L	X_C	R	X_L	X_C	R	X_L	X_C
1	220	6	8	-	-	-	20	22	-	-
2	220	20	-	-	12	16	-	16	-	12
3	220	-	-	10	3	-	4	8	6	-
4	220	-	22	-	-	-	22	22	-	-
5	380	19	-	-	12	-	16	20	15	-
б	380	-	-	38	15	-	20	20	-	-
7	380	20	15	-	38	-	-	24	-	32
8	380	-	38	-	-	-	38	38	-	-
9	220	-	-	22	-	22	-	22	-	-
10	220	20	-	-	20	-	-	-	-	20
11	220	-	-	10	6	8	.	8	-	б
12	220	3	4	-	-	-	5	4	3	-
13	380	12	16	-	16	-	12	20	-	-
14	380	-	-	19	19	-	-	-	19	-
15	380	-	38	-	-	-	38	38	-	-
16	380	20	15	-	15	-	20	20	-	-
17	220	-	-	20	20	-	.	-	20	-
18	220	12	-	16	16	12	-	20	-	-
19	220	-	-	5	6	8	-	8	-	б
20	220	6	8	-	8	-	6	10	-	-
21	380	24	32	-	19	.	-	32	-	24
22	380	-	-	38	32	24	-	24	.	32
23	380	38	-	-	-	38	-	-	-	38
24	380	-	38	-	24	-	32	19	-	-

Условие задачи

Для заданной электрической схемы (рис. 3.4) с известными параметрами (табл. 3.2) определить линейные и фазные токи.

Вычислить активную, реактивную и полную мощности трехфазной цепи. Построить векторную диаграмму линейных и фазных напряжений и токов генератора и приемника.

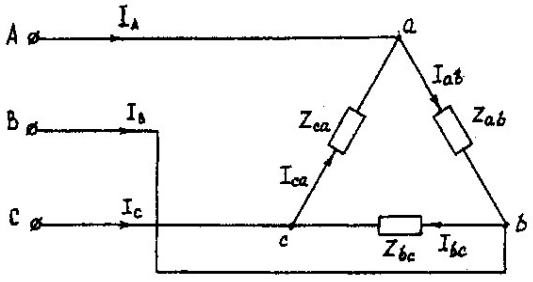


Рис. 3.4. Соединение фаз приемника треугольником

Методические указания

Задачу решить, используя символический метод расчета.

Фазные напряжения приемника принять равными линейным напряжениям генератора (т. е. сопротивлениями соединенных проводов пренебречь).

Вектор линейного напряжения $\mathring{U}_{AB}$ рекомендуется совместить с положительным направлением оси вещественных чисел, т. е. $\mathring{U}_{ab}= \mathring{U}_{AB}$

Трехфазную систему линейных и фазных напряжений генератора и приемника принять как симметричную трехфазную систему напряжений (т. е. напряжения равны по модулю и сдвинуты друг относительно друга по фазе на 120°).

Последовательность решения

Начертить схему, конкретизируя нагрузку фаз приемника в соответствии с заданием.

Записать комплексы фазных напряжений приемника

$$\mathring{U}_{ab}=\mathring{U}_{AB}=U$$
$$\mathring{U}_{bc}=\mathring{U}_{BC}=Ue^{-j120°}$$
$$\mathring{U}_{ca}=\mathring{U}_{CA}=Ue^{j120°}$$

Вычислить фазные токи приемника по формулам:

$$\dot{I}_{ab}=\mathring{U}_{ab}/\underline{Z}_{ab};$$
$$\dot{I}_{bc}=\mathring{U}_{bc}/\underline{Z}_{bc};$$
$$\dot{I}_{ca}=\mathring{U}_{ca}/\underline{Z}_{ca}.$$

Вычислить линейные токи по формулам:

$$\dot{I}_{A}= \dot{I}_{ab}- \dot{I}_{ca;}$$
$$\dot{I}_{B}= \dot{I}_{bc}- \dot{I}_{ab;}$$
$$\dot{I}_{C}= \dot{I}_{ca}- \dot{I}_{bc}.$$

Вычислить активную мощность цепи по формуле

$$P^{(3)} = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca} = Re(\mathring{U}_{ab}\ddot{I}_{ab})+Re(\mathring{U}_{bc}\ddot{I}_{bc})+Re(\mathring{U}_{ca}\ddot{I}_{ca})$$

Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

Пример решения задачи

Трехфазная нагрузка соединена треугольником. Задано линейное напряжение генератора $\mathring{U}_{AB}$ = 380В, $\underline{Z}_{ab} = 22$ *Ом,* $\underline{Z}_{bc}$=(16 +j12) Ом, Z_{CA} = (16 *–j12)* Ом. Определить фазные и линейные токи, активную мощность цепи. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

Записываем комплексы фазных напряжений приемника, В

$$\mathring{U}_{ab}= \mathring{U}_{AB}=380;$$
$$\mathring{U}_{bc}= \mathring{U}_{BC}=380e^{-j120°};$$
$$\mathring{U}_{ca}= \mathring{U}_{CA}=380e^{j120°}.$$

Вычисляем фазные токи приемника по формулам, А:

$$\dot{I}_{ab}= \mathring{U}_{ab}/ \underline{Z}_{ab}=380/22=17,3;$$
$$\dot{I}_{bc}= \mathring{U}_{bc}/ \underline{Z}_{bc}=380e^{-j120°}/(16+j12)=(-17,5-j7,5)=19e^{-j157°};$$
$$\dot{I}_{ca}= \mathring{U}_{ca}/\underline{Z}_{ca}=380e^{j120°}/(16-j12)=(-17,5+j7,5)=19e^{j157°.}$$

Вычисляем линейные токи по формулам, А:

$$\dot{I}_{A}= \dot{I}_{ab}- \dot{I}_{ca}17,3-(-17,5+j7,5)=(34,8-j7,5)=35,6e^{-j12°};$$
$$\dot{I}_{B}= \dot{I}_{bc}- \dot{I}_{ab}=(-17,5+j7,5)-17,3=(34,8-j7,5)=35,6e^{-j168°};$$
$$\dot{I}_{C}= \dot{I}_{ca}- \dot{I}_{bc}=(-17,5+j7,5)- (-17,5+j7,5)=j15.$$

Вычисляем активную мощность цепи по формуле , Вт:

$P^{(3)} = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca} = Re(\mathring{U}_{ab}\ddot{I}_{ab})+Re(\mathring{U}_{bc}\ddot{I}_{bc})+Re(\mathring{U}_{ca}\ddot{I}_{ca})=Re(380\cdot17,3)+Re(380e^{-j120°}\cdot19e^{j157°})+Re(380e^{j120°}\cdot19e^{-j157°})=6600+5776+5776=18152.$

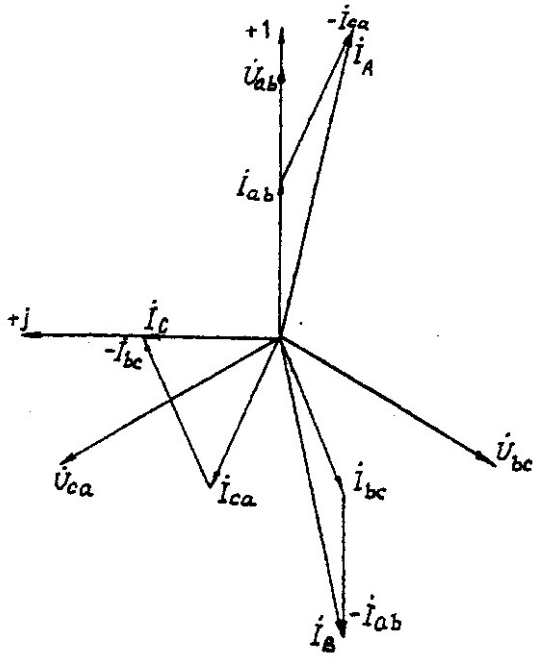


Рис. 3.5. Векторная диаграмма напряжений и токов

Задача 4. РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ТРЕХФАЗНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Номер вари-анта	Исходные данные					
	$U_Л$, В	$Z_{Л1}$, Ом	$Z_{Л2}$, Ом	Z_2, Ом	P_1, кВт	$\cos\varphi_1$
1	127	0,8	1,4+ j1,0	4+ j6	3	0,7
2	220	0,9	1,2+j1,4	6+j8	5	0,5
3	380	0,7	1,6+j1,4	9+j12	6	0,8
4	660	0,2	1,8+j2,0	16+j16	18	0,9
5	127	1,2	1,0+j1,4	4+ j3	4	0,5
б	220	1,1	1,4+j1,2	6+j10	б	0,6
7	380	0,9	1,6+j1,2	10+j14	8	0,7
8	660	0,7	1,8+j1,6	18+j16	16	0,8
9	127	1,0	1,2+j1,0	2+ j3	3	0,5
10	220	1,3	1,4+j1,8	7+ j6	б	O,5
11	380	0,8	1,0+j1,8	12+j16	10	0,5
12	660	0,3	1,8+j1,4	16+j20	14	0,7
13	127	1,4	1,4+j2,0	5+ j3	4	0,6
14	220	1,5	1,6+j1,0	8+j6	5	0,6
15	380	0,6	1,2+j1,6	16+j8	8	0,6
16	660	0,4	1,8+j1,2	20+j20	12	0,6
17	127	0,6	1,0+j1,6	5+j4	2	0,5
18	220	1,6	1,2+j2,0	9+ j6	8	0,5
19	380	0,5	1,8+j1,0	12+j10	14	0,8
20	660	0,5	1,6+j2,0	20+j24	10	0,6
21	127	0,4	1,2+j1,8	6+j4	2	0,7
22	220	1,8	1,2+j1,6	9+j7	7	0,8
23	380	0,7	1,0+j1,2	14+j10	12	0,8
24	660	0,6	1,6+j1,8	18+j24	16	0,7

Условие задачи

К зажимам симметричного трехфазного источника энергии присоединены два симметричных приемника (рис. 4.1). Первый из них соединен по схеме «звезда», потребляет активную мощность P_1 при коэффициенте мощности cosφ ($\varphi_1 > 0$) и подключен непосредственно к зажимам источника. Второй приемник соединен по схеме "треугольник", имеет нагрузку в каждой фазе Z_2 и подключен к источнику энергии через линию электропередачи с сопротивлением $Z_{Л2}$.

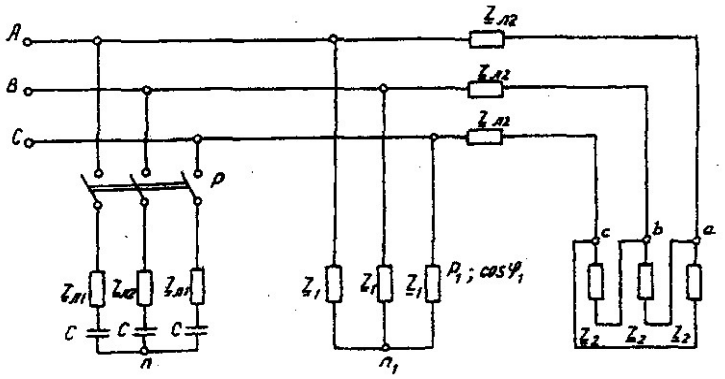


Рис. 4.1. Электрическая схема трехфазных потребителей

Для повышения коэффициента мощности приемников до единицы к тому же источнику через линию электропередачи с сопротивлением $Z_{Л1}$ в каждой фазе подключается батарея конденсаторов С, соединенная по схеме "звезда".

Определить линейные и фазные токи и напряжения приемников при отключенной батарее конденсаторов и при включении ее; реактивную мощность в фазе батареи конденсаторов, необходимую для повышения коэффициента мощности приемников до единицы; емкость и ток в фазе батареи конденсаторов. Построить векторную топографическую диаграмму напряжений и векторную диаграмму токов источника и приемников электрической энергии. Исходные данные приведены в табл. 4.1.

Методические указания

Задачу решить комплексным методом, совместив один из векторов фазного или линейного напряжений источника энергии с положительным направлением оси вещественных чисел. Для определения линейных и фазных токов и напряжений второго приемника рекомендуется провести эквивалентные преобразования треугольника в звезду.

Последовательность решения.

Записать линейные и фазные напряжения источника энергии в комплексной форме. Провести соответствующие эквивалентные преобразования второго приемника. Определить линейные токи приемников при отключенной батарее конденсаторов. Определить падение напряжений в проводах линии электропередачи $Z_{Л2}$. Определить фазные токи второго приемника. Определить реактивную мощность в фазе батареи конденсаторов, необходимую для повышения коэффициента мощности приемников до единицы. Определить емкость и ток в фазе батареи конденсаторов. Определить линейные токи источника энергии при включении батареи конденсаторов. Построить векторную топографическую диаграмму напряжений и векторную диаграмму токов источника энергии и приемников.

Пример решения задачи

Для заданной электрической схемы трехфазных потребителей (рис. 4.1) по известным параметрам: $U_Л$= 220 В; $\underline{Z}_{Л1}$= 1,7 Ом; $\underline{Z}_{Л2}$= (1,4+j1,6) Ом; $\underline{Z}_2$= (9+j7) Ом; P_1= 4 Вт; cos φ_1=0,7; определить линейные и фазные токи и напряжения приемников при отключенной батарее конденсаторов и при включении ее; реактивную мощность в фазе батареи конденсаторов, необходимую для повышения коэффициента мощности приемников до единицы; емкость и ток в фазе батареи конденсаторов. Построить векторную топографическую диаграмму напряжений и векторную диаграмму токов источника и приемников электрической энергии.

1. Выразим линейные и фазные напряжения источника энергии в комплексной форме, В

$$U_\phi = \frac{U_Л}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127.$$

Вектор фазного напряжения источника венных чисел, тогда, В

$\dot{U}_A$ направим по оси вещественных чисел, тогда, В

$$\dot{U}_A = \dot{U}_Ф = 127;$$
$$\dot{U}_B = \dot{U}_A \cdot e^{-j120°} = 127 \cdot e^{-j120°};$$
$$\dot{U}_C = \dot{U}_A \cdot e^{-j120°} = 127 \cdot e^{j120°};$$
$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B = 127 \cdot 127 \cdot e^{-j120°} = 220e^{j30°};$$
$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A = 127 \cdot e^{j120°} - 127 = 220e^{j150}.$$

2. Преобразуем треугольник сопротивлений *a,b, c* второго приемника (рис. 4.2) в эквивалентную звезду, Ом

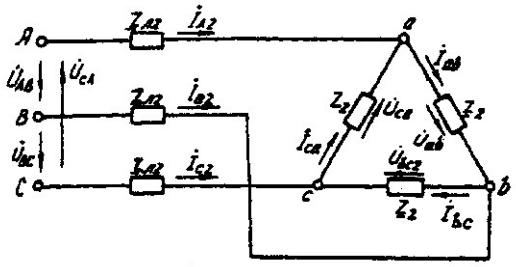


Рис. 4.2. Треугольник сопротивлений второго приемника

Поскольку приемник симметричный, то сопротивление фазы эквивалентной звезды в три раза меньше сопротивления фазы треугольника.

Для симметричных приемников, соединенных в звезду, потенциалы нулевых точек должны быть одинаковыми. В связи с этим дальнейший расчет выполним для одной фазы (фазы А) (рис. 4.3).

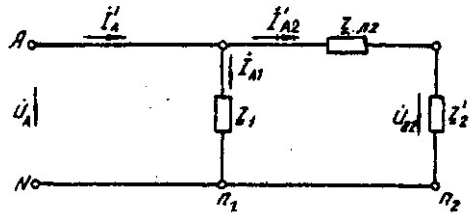


Рис. 4.3. Расчетная схема токов в фазе А

Полное сопротивление фазы эквивалентной звезды с учетом сопротивления линия $Z_{Л2}$ равно, Ом.

3. Определить линейные и фазные токи и напряжения второго приемника, а также полную мощность одной его фазы при отключенной батарее конденсаторов.

Фазные токи эквивалентной звезды, А:

$$\dot{I}_{A2} = \frac{\dot{U}_A}{\dot{Z}'_2} = \frac{127}{5,9e^{j41°48'}} = 21,52e^{-j41°48'};$$
$$\dot{I}_{B2} = 21,52e^{-j161°48'};$$
$$\dot{I}_{C2} = 21,52e^{-j78°12'}.$$

Фазные токи эквивалентной звезды (рис. 4.4) равны линейным токам треугольника второго приемника (см. рис. 4.2).

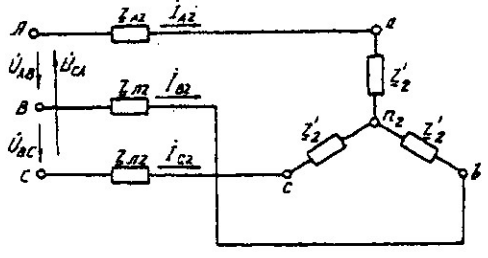


Рис. 4.4. Эквивалентная звезда второго приемника

Фазные напряжения эквивалентной звезды, В:

$\dot{U}_{a2}=\dot{U}_A-\dot{I}_{A2}\cdot\underline{Z}_{л2}=127\text{-}21{,}52e^{-j41°48'}\cdot 2{,}13e^{j48°49'}=81{,}59-j5{,}58=81{,}78e^{-j3°55'}$;

$\dot{U}_{b2}=81{,}78e^{-j123°55'}$;

$\dot{U}_{c2}=81{,}78e^{j116°05'}$.

Линейные напряжения эквивалентной звезды, В:

$\dot{U}_{ab2}=\dot{U}_{a2}-\dot{U}_{b2}=81{,}78e^{-j3°55'}-81{,}78e^{-j123°55'}=141{,}65e^{j26°05'}$;

$\dot{U}_{bc2}=\dot{U}_{b2}-\dot{U}_{c2}=81{,}78e^{-j123°55'}-81{,}78e^{j116°05'}=141{,}65e^{-j93°55'}$;

$\dot{U}_{ca2}=\dot{U}_{c2}-\dot{U}_{a2}=81{,}78e^{j116°05'}-81{,}78e^{-j3°55'}=141{,}65e^{j146°05'}$.

Линейные напряжения эквивалентной звезды равны фазным напряжениям треугольника сопротивлений второго приемника (см. рис. 4.2). Фазные токи второго приемника, А:

$\dot{I}_{ab}=\frac{\dot{U}_{ab2}}{\underline{Z}_2}=\frac{141{,}65e^{j26°05'}}{9+j7}=\frac{141{,}65e^{j26°05'}}{11{,}4e^{j37°52'}}=12{,}42e^{-j11°47'}$;

$\dot{I}_{bc}=12{,}42e^{-j131°47'}$;

$\dot{I}_{ca}=12{,}42e^{-j108°13'}$.

Полная мощность одной фазы второго приемника с учетом сопротивления линии электропередачи $\underline{Z}_{Л2}$ равна, ВА:

$$S_2=U_A\cdot I_{A2}=127\cdot 21{,}52e^{j41°48'}=2733e^{j41°48'}=(2037+j1822);$$

$$P_2=2037\text{ Вт};\ Q_2=1822\text{ ВА}.$$

4. Определим линейные и фазные напряжения и токи первого приемника, а также полную мощность одной его фазы при отключенной батарее конденсаторов.

Так как первый приемник подключен напрямую к источнику электрической энергии ($Z_Л=0$), то фазные и линейные напряжения приемника равны фазным и линейным напряжениям генератора, В:

$$\dot{U}_{a1}=\dot{U}_1=127;$$
$$\dot{U}_{b1}=\dot{U}_B=127e^{-j120°};$$
$$\dot{U}_{c1}=\dot{U}_C=127e^{j120°};$$
$$\dot{U}_{ab}=\dot{U}_{AB}=220e^{j30°};$$
$$\dot{U}_{bc}=\dot{U}_{BC}=220e^{-j90°};$$
$$\dot{U}_{ca1}=\dot{U}_{CA}=220e^{j150°};$$

Для приемника, соединенного в звезду, фазные токи равны линейным $I_Ф=I_Л$. Определяем модуль фазного тока первого приемника, А:

$$I_Ф=\frac{P_1}{3U_Ф\cos\varphi_1}=\frac{4000}{3\cdot 127\cdot 0{,}7}=15$$

Определяем угол сдвига фаз между напряжением и током первого приемника:

$$\cos\varphi_1=0{,}7;\ \varphi_1=45°34',\ (\varphi_1>0).$$

Записываем выражения фазных токов первого приемника в комплексной форме. Так как угол сдвига фаз между напряжением и током первого приемника известен, то начальная фаза тока, например фазы А, равна

$$\Psi_{IA}=\Psi_{UA}-\varphi_1=0\text{-}45°34'=-45°34'$$

Следовательно,

$$\dot{I}_{A1}=15\cdot e^{-j45°34'};$$
$$\dot{I}_{B1}=15\cdot e^{-j165°34'};$$
$$\dot{I}_{C1}=15\cdot e^{-j74°26'};$$

Полная мощность одной фазы первого приемника:

$$\dot{S}_1=\dot{U}_A\cdot I_{A1}=127\cdot 15\cdot e^{j45°34'}=1905\ e^{j45°34'}=(1333+j360)\text{ ВА};$$

$$P_1=1333\text{кВт};\ Q_1=1360\text{ В}\cdot\text{А}.$$

5. Определяем фазные (линейные) токи источника энергии при отключенной батарее конденсаторов (см. рис. 4.3), А:

$$\dot{I}'_A=\dot{I}'_{A1}+\dot{I}'_{A2}=15\cdot e^{-j45°34'}+21{,}52e^{-j41°48'}=$$
$$=10{,}5-j10{,}7+16-j14{,}3=26{,}5-j25=36{,}5e^{-j43°21'};$$
$$\dot{I}'_B=36{,}5e^{-j163°21'};$$
$$\dot{I}'_C=36{,}5e^{-j79°39'}.$$

6. Определяем реактивную мощность в фазе батареи конденсаторов, необходимую для повышения коэффициента мощности приемников до единицы, ВА:

$$Q_c = Q_1 + Q_2 = 1360 + 1822 = 3182.$$

7. Определяем емкостное сопротивление в фазе батареи конденсаторов, Ом:

$$Q_c = I^2 X_c = \left(\frac{U}{Z}\right)^2 \cdot X_c = \frac{U^2 X_c}{Z^2} = \frac{U^2 X_c}{R_{л1}^2 + X_c^2};$$

где $Z = \sqrt{R_{л1}^2 + X_c^2}$ - модуль полного сопротивления в фазе батарея конденсаторов с учетом сопротивления линии $\underline{Z}_{Л1} = R_{Л1}$.

$$X_c^2 - \frac{U^2}{Q_c} X_c + R_{л1}^2 = 0;$$

$$X_{c1,2} = \frac{U^2}{2Q_c} \pm \sqrt{\left(\frac{U^2}{2Q_c}\right)^2 - R_{л1}^2} = \frac{127^2}{2 \cdot 3182} \pm \sqrt{\left(\frac{127^2}{2 \cdot 3182}\right)^2 - 1{,}7^2} = (2{,}53 \pm 1{,}88);$$

$$X_{c1} = 4{,}41;\ X_{c2} = 0{,}65.$$

Следовательно, режиму полной компенсации реактивной мощности удовлетворяют два значения емкостного сопротивления. Принимаем большее, так как, во-первых, большему сопротивлению соответствует меньший ток в фазе батареи конденсаторов и, соответственно, меньшие потери активной мощности на сопротивлении $\underline{Z}_{Л1} = R_{Л1}$. Во-вторых, большее значение емкостного сопротивления определяет меньшую емкость батареи конденсаторов, необходимую для компенсации реактивной мощности приемников.

8. Определяем емкость в фазе батареи конденсаторов, Ф

$$C = \frac{1}{X_c \cdot \omega} = \frac{1}{X_c \cdot 2\pi f} = \frac{1}{4{,}41 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50} = 7{,}22 \cdot 10^{-4}$$

При этом полное сопротивление в фазе батареи конденсаторов с учетом сопротивления линии $Z_{л1}$ (рис. 4.5) равно, Ом:

$\underline{Z} = \underline{Z}_{л1} - jX_C = 1{,}7 - j4{,}41 = 4{,}73e^{-j68°55'}$.

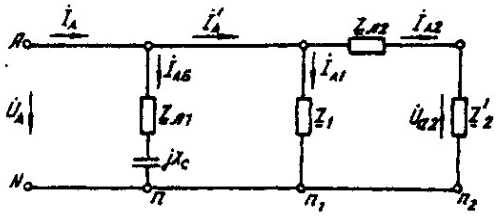


Рис. 4.5. Расчетная схема токов в фазе А с учетом батареи конденсаторов

9. Определяем фазные токи батареи конденсаторов, А:

$$\dot{I}_{Aб} = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_б} = \frac{127}{4{,}73e^{-j68°55'}} = 9{,}66 + j25 = 26{,}85e^{68°55'};$$

$$\dot{I}_{Bб} = 26{,}85e^{j51°05'}\text{ А};\ \dot{I}_{Cб} = 26{,}85e^{j188°55'}.$$

10. Определяем фазные (линейные) токи источника энергии при включенной батарее конденсаторов (см. рис. 4.5), А;

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{Aб} + I'_A = 9{,}66 + j25 + 26{,}5 - j25 = 36{,}16;$$
$$\dot{I}_B = 36{,}16e^{-j120°};\ \dot{I}_C = 36{,}16e^{j120°}.$$

Данные расчета показывают, что фазные токи и напряжения источника совпадают по фазе. Следовательно, параметр емкости С в фазе батареи конденсаторов, необходимый для повышения коэффициента мощности приемников до единицы, выбран верно.

11. Строим векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений для источника и приемников электрической энергии (рис. 4.6).

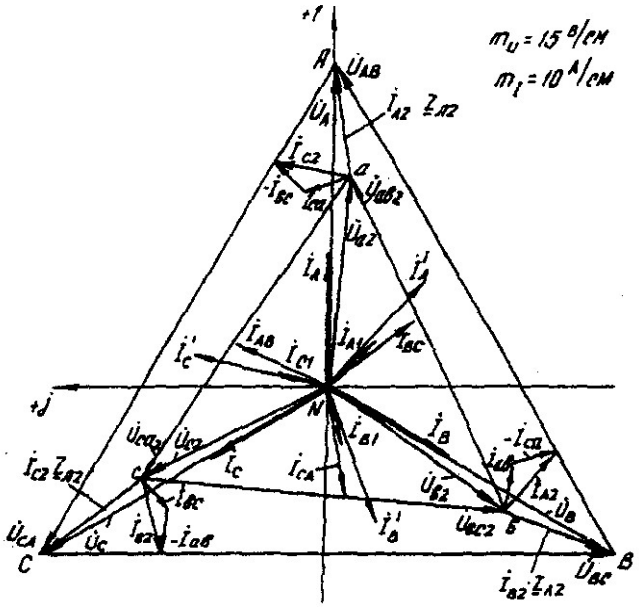


Рис. 4.6. Векторная диаграмма

На комплексной плоскости откладываем комплексные значения токов (векторы токов) и напряжений (векторы напряжений) в выбранных предварительно масштабах. Наиболее удобными в рассматриваемом расчете являются: масштаб напряжений m_U = 15 В/см и масштаб тока m_I = 10 А/см. Векторы токов второго приемника направляем из вершин треугольника напряжений *a, b, c* . Все остальные векторы токов - из начала координат.

Задача 5. РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Номер варианта	Значение параметров						
	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	R_4, Ом	C, мкФ	L, мГн	U, В
1	50	-	50	-	170	-	100
2	25	25	25	-	.	125	100
3	25	25	25	-	40	-	100
4	50	50	50	-	-	250	100
5	50	50	50	50	60	-	100
6	50	50	50	-	-	250	100
7	25	25	25	-	180	-	100
8	50	50	50	-	-	125	100
9	25	25	25	25	100	-	100
10	25	25	25	-	-	250	100
11	50	50	50	-	90	-	100
12	25	25	25	-	-	250	100
13	25	25	-	-	110	-	100
14	25	25	-	-	-	125	100
15	20	50	10	50	-	125	100
16	50	10	50	15	260	-	100
17	50	25	50	-	-	125	100
18	50	50	50	-	120	-	100
19	50	50	50	-	-	125	100
20	25	-	25	-	190	-	100
21	25	50	25	-	-	125	100
22	50	50	50	-	-	125	100

23	50	50	50	-	60	-	100
24	50	50	50	-	180	-	100

Условие задачи

Для заданной электрической схемы из табл. 5.1 с известными параметрами (табл. 5.2) рассчитать переходный процесс классическим и операторным методами, определить законы изменений токов и напряжений во времени. Построить эти зависимости.

Последовательность решения классическим методом расчета

Составить систему дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа для электрической цепи, получающейся после коммутации, при этом использовать соотношения $u_L = L\,di/dt$, $i = C du_c/dt$.

Подставить числовые значения заданных параметров в систему уравнений.

Решить систему уравнений относительно тока через индуктивность (напряжения на емкости), в результате получается неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка.

Решением неоднородного дифференциального уравнения является сумма частного (принужденная составляющая) и общего (свободная составляющая) решения однородного дифференциального уравнения.

Принужденная составляющая определяется расчетом в послекоммутационной электрической цепи в установившемся режиме.

Свободная составляющая при решении однородных дифференциальных уравнений первого порядка определяется как

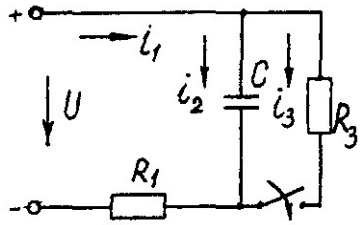
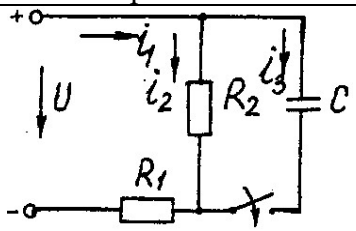
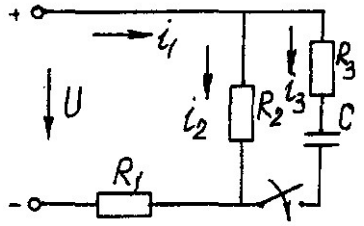
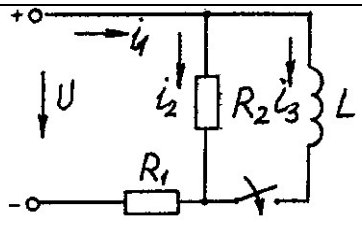
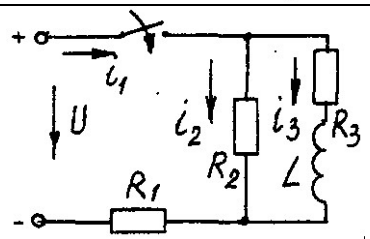
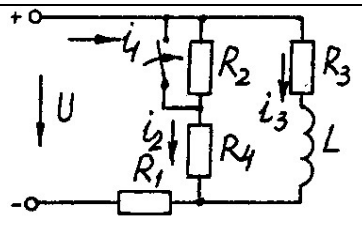
$$Ae^{pt}$$

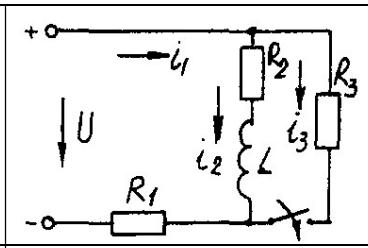
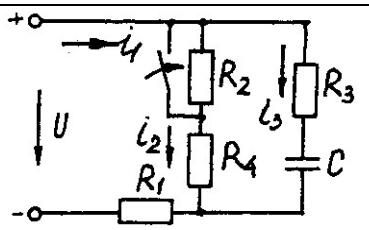
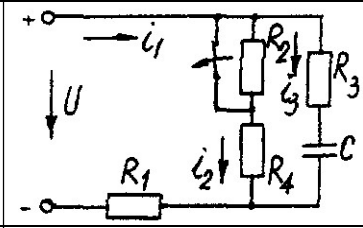
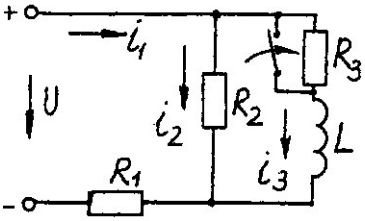
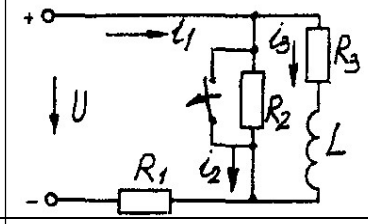
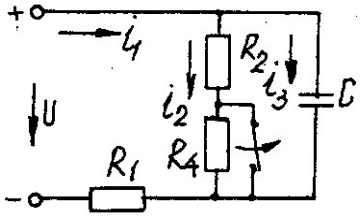
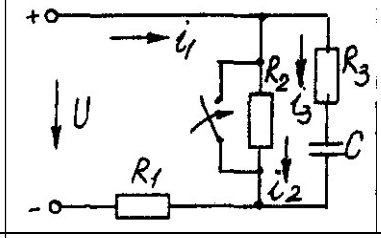
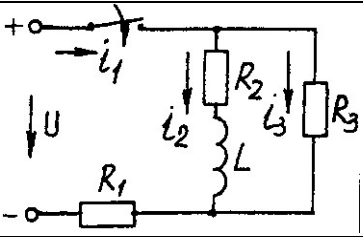
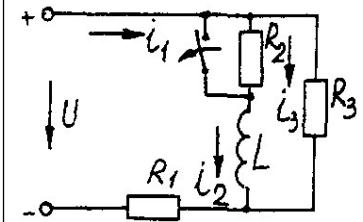
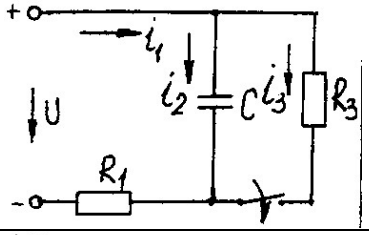
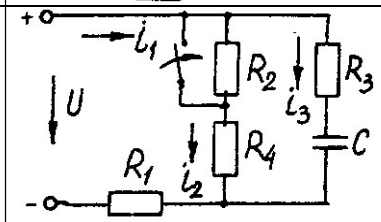
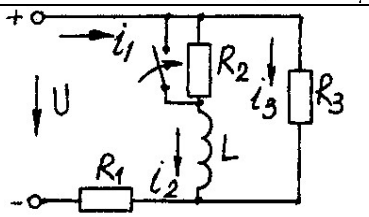
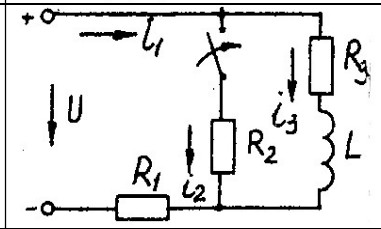
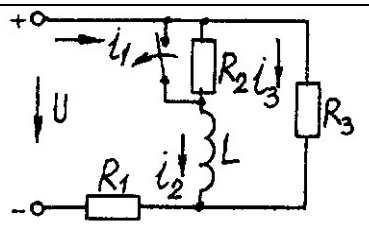
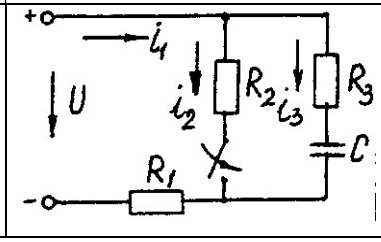
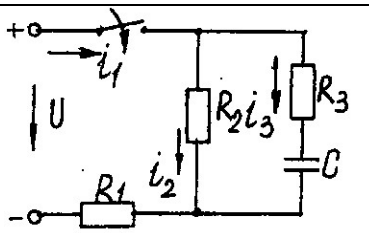
где A - постоянная интегрирования; p - корень характеристического уравнения.

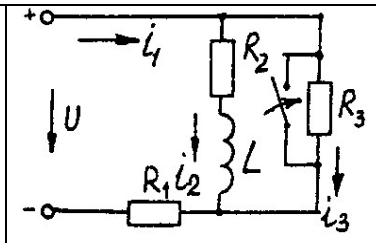
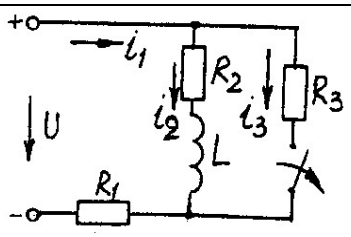
Характеристическое уравнение составляется по однородному дифференциальному уравнению.

Последовательность решения операторным методом расчета

Расчетные формулы и последовательность решения этим методом приведены в примерах расчета цепей, содержащих индуктивность и емкость.

№	Схема варианта	№	Схема варианта
1		13	
2		14	
3		15	

4		16	
5		17	
6		18	
7		19	
8		20	
9		21	
10		22	
11		23	

12		24	

Пример расчета цепи, содержащей индуктивность (рис. 5.1)

Исходные данные: U = 100 В; $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$ = 25 Ом; L = 0,25 Гн.

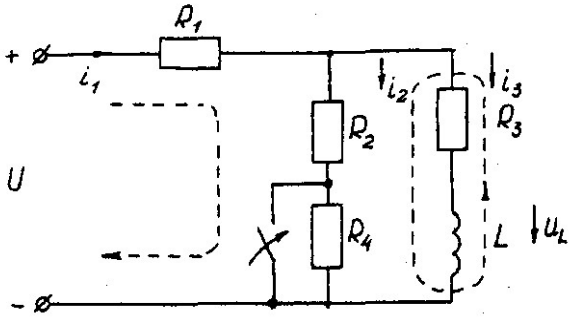


Рис. 5.1. Схема электрической цепи

Определить законы изменения токов, напряжения u_L при переходе цепи от одного установившегося состояния к другому классическим и операторными методами. Построить эти зависимости.

Решение классическим методом.

Составляем систему дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа (три уравнения для определения трех неизвестных токов) для цепи, получающейся после коммутации:

$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_3; \\ i_1 R_1 + i_2 R_2 = U; \\ i_2 R_2 - u_L - i_3 R_3 = 0 \end{cases} \quad (5.1)$$

Решаем систему уравнений относительно тока через индуктивность i_3 (избавляемся от токов i_2 и i_1)

$$(R_1+R_2)\, u_L + [R_1R_2 + R_1(R_1 + R_2)]i_3 = R_2U$$

Решение упрощается, если в систему уравнений (5.1) подставить заданные числовые значения;

$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_3; \\ 25i_1 + 25i_2 = 100; \\ 25i_2 - u_L - 25i_3 = 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

Решая систему уравнений (5,2), получаем

$$2u_L + 75i_3 = 100. \quad (5.3)$$

Подставив соотношение $u_L = Ldi_3/dt$ в уравнение (5.3), получим

$$2Ldi_3/dt + 75i_3 = 100,$$

и окончательно получаем неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка

$$di_3/dt + 150i_3 = 200. \quad (5.4)$$

Решением уравнения (5.4) является сумма принужденной и свободной составляющих тока $i_3(t)$

$$i_3(t) = i_3(t)_{пр} + i_3(t)_{св}. \quad (5.5)$$

Принужденная составляющая тока определяется из уравнения (5.4) как новое установившееся значение по окончании переходного процесса

$$i_3(t)_{пр} = 200/150 = 1{,}33 \text{ А}. \quad (5.6)$$

Запишем однородное дифференциальное уравнение первого порядка

$$di_3/dt+150\ i_3= 0 \quad (5.7)$$

и характеристическое уравнение

$$p+150=0. \quad (5.8)$$

Свободная составляющая тока определяется как

$$i_3\ (t)_{св}=Ae^{pt}, \quad (5.9)$$

где A - постоянная интегрирования; p - корень характеристического уравнения (5.8), p = -150; τ - постоянная времени электрической цепи, τ = 1/150.

Постоянная интегрирования определяется из начальных условий, исходя из первого закона коммутации (ток через индуктивность при коммутациях не меняется скачком).

С учетом уравнений (5.6) и (5.9) уравнение (5.5) запишем как

$$i_3\ (t) = 1{,}33+A\ e^{-150t}.$$

Значение тока $i_3(0)$ определяем, рассчитывая цепь до коммутации

$$i_3(0)=1{,}6\text{А}.$$

По первому закону коммутации $i_3\ (0) = i_3\ (0)_{пр} + i_3\ (0)_{св} = 1{,}6$ А, $i_3(0) = 1{,}33 + A\ e^{-150t} = 1{,}6$, откуда $A = 1{,}6 - 1{,}33 = 0{,}27$.

Окончательно

$$i_3\ (t)= 1{,}33 + 0{,}27\ e^{-150t};$$
$$u_L(t)=Ldi_3/dt= 0{,}25\text{-}0{,}27(\text{-}150)\ e^{-150t} =\text{-}10\ e^{-150t};$$
$$u_2(t) = [u_3(t)R_3+ u_L(t)]/R_2 = 1{,}33 - 0{,}13\ e^{-150t};$$
$$i_1(t) = i_2(t) + i_3(t) = 2{,}66 + 0{,}14\ e^{-150t}.$$

Решение операторным методом

На рис. 5.2 представлена операторная схема замещения цепи (см. рис. 5.1).

Составляется система уравнений в изображениях (в операторной форме)

$$\begin{cases} I_1(p) = I_2(p) + I_3(p); \\ I_1(p)R_1 + I_2(p)R_2 = U/p; \\ I_2(p)R_2 - L[pI_2(p) - i_2(0)] - I_3(p)R_3 = 0. \end{cases} \quad (5.10)$$

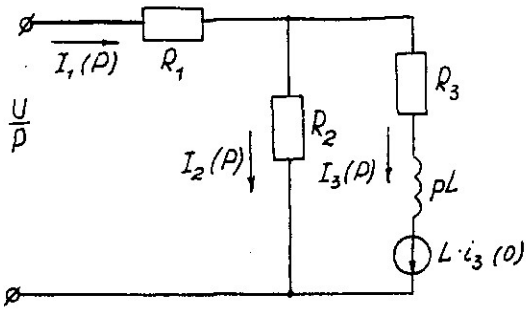


Рис. 5.2. Операторная схема замещения электрической цепи

Система уравнений решается относительно любого тока. Достаточно просто получаем уравнение в изображениях для тока через индуктивность, если использовать дифференциальное уравнение (5.4), из которого следует:

$$[pI_3(p) - i_3(0)]+150I_3(p)=200/p;$$
$$pI_3(p)+ 150I_3(p)= 200/p+ i_3(0)= 200/p+1{,}6$$

и окончательно

$$I_3(p)=(200+1{,}6p)/p(p+150)=F_1(p)/F_2(p), \quad (5.11)$$

где $F_1(p)$ - полином числителя; $F_2(p)$ - полином знаменателя.

Переход от изображения тока $I_3(p)$ к оригиналу $i_3(t)$ осуществляем по формуле разложения

$$i_3(t)=\Sigma\ ([F_1(p)/F_2(p)]\cdot e^{p_k t}) \quad (5.12)$$

где $p_к$ - корни характеристического уравнения.

Характеристическим уравнением является полином знаменателя, равный нулю, т. е. $F_2(p) = 0$.

В рассматриваемом примере

$$P(p+150)=0,$$

откуда p_1 =0; p_2= -150.

Производная полинома знаменателя

$$F_2'(p)=(2p+150),$$

откуда $F_2'(p_1)$=150; $F_2'(p_2)$= -150.

Оригинал тока $i_3(t)$

$$i_3(t)= ([F_1(p_1)/F_2'(p_1)]\cdot e^{p_1 t})+ ([F_1(p_2)/F_2'(p_2)]\cdot e^{p_2 t})=$$
$$= [(200 +1{,}6\ 0) / 150]e^{150t}+ [(200 +1{,}6\ (-150) / (-150)]\cdot e^{-150\cdot t} =$$
$$= 1{,}33 + 0{,}27\ e^{-150t}.$$

На рис. 5.3 представлены переходные характеристики токов и напряжения на индуктивности.

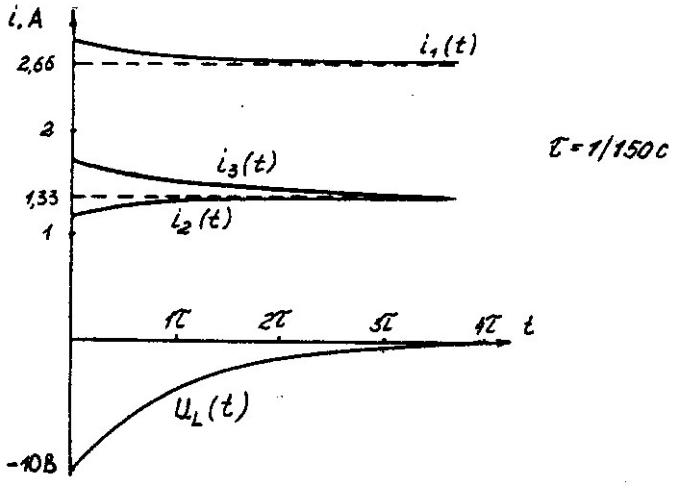


Рис. 5.3. Временные диаграммы токов и напряжения на индуктивности

Пример расчета цепи содержащей емкость (рис. 5.4)

Исходные данные: U = 100 В; $R_1 = R_2 =$ R_3 = 50 Ом; С = 100 мкФ.

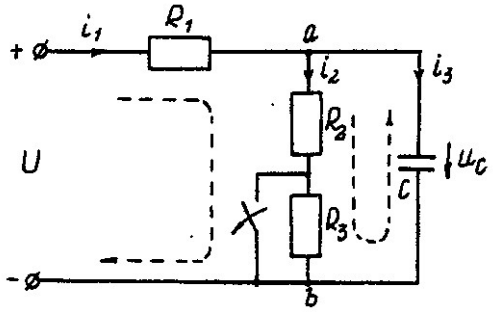


Рис. 5.4. Схема электрической цепи

Определить и построить следующие зависимости: $u_C(t)$, $u_1(t)$, $u_2(t)$, $u_3(t)$.

Решение классическим методом

Составляем систему дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа (три уравнения для определения трех неизвестных токов) для цепи, получающейся после коммутации

$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_3; \\ i_1 R_1 + i_2(R_1 + R_2) = U; \\ i_2(R_2 + R_3) = u_C \end{cases} \quad (5.13)$$

Между током и напряжением на емкости существует соотношение

$$\begin{cases} i_3 = C\frac{du_C}{dt}; \\ i_1 = i_2 + i_3 = i_2 + 100 \cdot 10^{-6}\left(\frac{du_C}{dt}\right); \\ i_1 50 + i_2(50 + 50) = 100; \\ i_2(50 + 50) - u_C = 0. \end{cases} \quad (5.14)$$

Решаем систему уравнений (5.14) относительно напряжения на емкости

$$du_c / dt+300u_c = 20000. \quad (5.15)$$

Уравнение (5.15) - неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка.

Решением уравнения (5.15) является сумма принужденной и свободной составляющих напряжения $u_C(t)$. Решение неоднородного дифференциального уравнения первого порядка рассмотрено выше для цепи с индуктивностью. По аналогии имеем

$$u_C(t)= u_C(t)_{пр}+ u_C(t)_{св}. \quad (5.16)$$

Принужденная составляющая напряжения равна

$$u_C(t)_{пр}= 20000/300 = 66,7 \text{ В}.$$

Свободную составляющую напряжения находим из уравнения

$$u_C(t)_{СВ}=A\, e^{pt},$$

где $(p + 300) = 0$ - характеристическое уравнение; $p = -300$ - корень характеристического уравнения; τ - постоянная времени электрической цепи, $\tau= 1/300$; $u_C(0) = 50$ В, напряжение u_C в момент коммутации (определяется расчетом рассматриваемой цепи до коммутации):

$$u_C(t)=66,7+Ae^{-300t};$$

$u_C(0)= 66,7+Ae^{p\cdot 0} = 50$В, откуда $A = -16,7$.

Окончательно имеем:

$$u_C(t)=66,7-16,7\cdot e^{-300t};$$
$$i_3(t)=C\cdot du_C/dt=100\cdot 10^{-6}(-16,7)(-300)\cdot e^{-300t}=0,5\cdot e^{-300t};$$
$$i_2(t)=u_{ав}(t)/(R_2+R_3)=u_C(t)/(R_2+R_3)=0,667-0,167\cdot e^{-300t};$$
$$i_1(t)=i_2(t)+i_3(t)=0,667+0,333\cdot e^{-300t}.$$

На рис. 5.5 представлены переходные характеристики токов и напряжения на емкости.

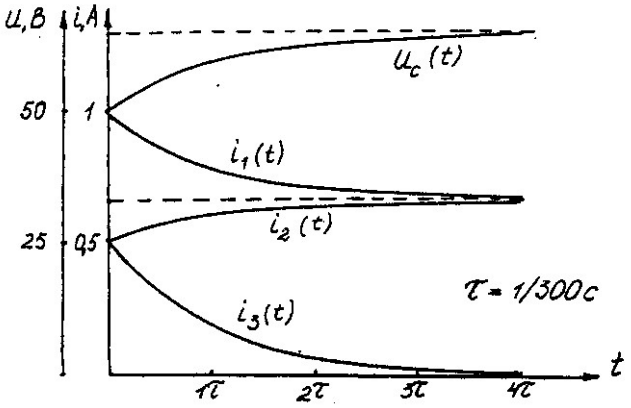


Рис. 5.5. Временные диаграммы токов и напряжения на емкости

Решение операторным методом

Система уравнений в изображениях (в операторной форме) может быть составлена по операторной схеме замещения (рис. 5.6) или по системе дифференциальных уравнений (5.14)

$$\begin{cases} I_1(p) = I_2(p) + 100\cdot 10^{-6}[pU_C(p) - u_C(0)]; \\ I_1(p)50 + [I_2(p)(50+50)] = \frac{100}{p}; \\ [I_2(p)(50+50)] - U_C(p) = 0. \end{cases} \quad (5.17)$$

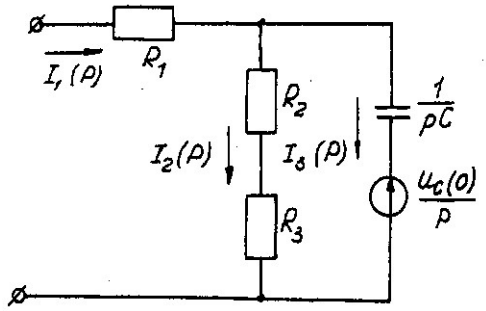


Рис. 5.6. Операторная схема замещения электрической цепи

Решаем систему алгебраических уравнений (5.17) относительно токов или напряжения на емкости $U_C(p)$.

Решение относительно напряжения $U_C(p)$ упрощается, если воспользуемся уравнением (5.15). Уравнение (5.15) преобразуем в уравнение в изображениях:

$$[pU_C(p)-u_C(0)]+300\cdot U_C(p)=20000/p;$$

$$Uc\ (p)(p + 300) = 20000/p + 50;$$

$$U_c\ (p) = [20000 + 50p]\ /p(p + 300) = F_1(p)/\ F_2(p),$$

где $F_1(p)$ - полином числителя; $F_2(p)$ - полином знаменателя.

Переход от изображения напряжения $U_C(p)$ к оригиналу $u_C(t)$ осуществляем по формуле разложения

$$U_C(t)=\Sigma([F_1(p)/F_2'(p)]\cdot e^{p_k\cdot t}), \quad (5.18)$$

где $p_к$ - корни характеристического уравнения.

Характеристическим уравнением является полином знаменателя равный нулю, т. е. $F_2(p) = 0$.

В рассматриваемом примере

$$p(p+300)=0,$$

откуда $p_1 = 0$; $p_2 = -300$.

Производная полинома знаменателя

$$F_2'(p)=(2p+300),$$

откуда $F_2'(p_1)=300;\ F_2'(p_2)=-300.$

Оригинал напряжения $u_C(t)$

$$u_C(t) = ([F_1(p_1)/\ F_2'(p_1)]\cdot e^{p_1 t}) +([F_1(p_2)/F_2'(p_2)]\cdot e^{p_2\cdot t})=$$

$$=[(20000 + 50\ 0) / 300]\cdot e^{300\cdot 0} + [(20000+50\ (-300) / (-300)]\cdot e^{-300t}$$

$$= 66{,}7 - 16{,}7\cdot e^{-300\cdot t}.$$

Задача 6. РАСЧЕТ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ

Условие задачи

Для заданной электрической схемы (табл. 6.1) с известными параметрами (табл. 6.2) определить токи в ветвях и напряжение на нелинейных элементах (НЭ).

Вольт-амперные характеристики НЭ, симметричные относительно начала координат, приведены на рис. 6.1.

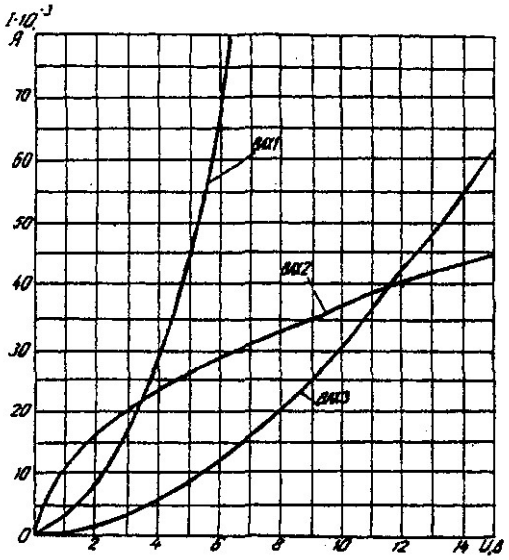


Рис. 6.1. Вольт-амперные характеристики нелинейных элементов

Методические указания

Для нелинейных электрических цепей (НЭЦ) постоянного тока справедливы оба закона Кирхгофа

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0; \quad \sum_{k=1}^{n} U_{k=0}.$$

Затруднения при рассмотрении НЭЦ с помощью законов Кирхгофа заключаются в том, что в НЭЦ напряжение и токи связаны между собой нелинейными соотношениями. По этой причине для решения задач теории НЭЦ приходится использовать различные приближенные методы решения, к которым относится метод двух узлов.

Расчетные электрические схемы

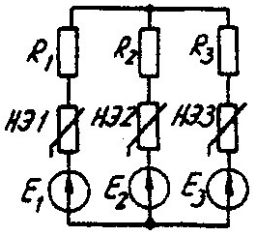
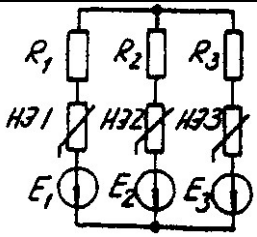
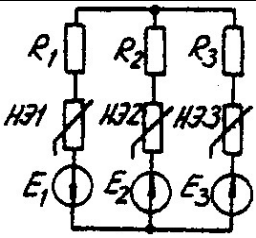
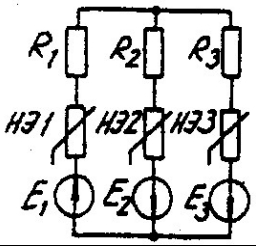
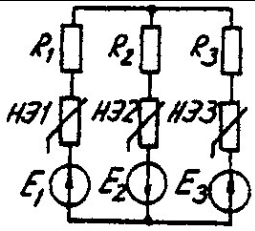
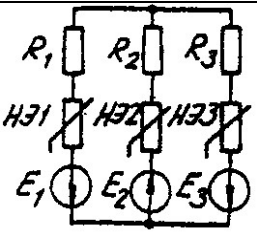
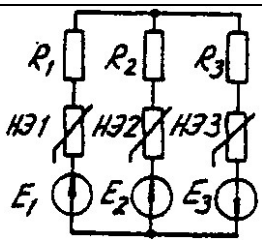
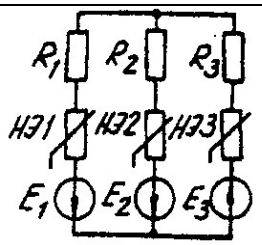
1		5	
2		6	
3		7	
4		8	

Таблица 6.2. Исходные данные к задаче 6

Вариант	Номер схемы	Значения параметров								
		R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	НЭ1	НЭ2	НЭ3	E_1, В	E_2, В	E_3, В
1	1	600	300	400	ВАХ1	ВАХ3	ВАХ2	24	9	10
2	2	100	200	500	-	ВАХ2	ВАХ3	-	24	12
3	3	-	800	400	ВАХ2	ВАХ2	ВАХ3	-	15	20
4	4	400	300	600	-	ВАХ3	ВАХ1	10	8	14
5	5	-	800	600	ВАХ3	ВАХ2	ВАХ1	15	9	24
6	6	100	700	500	ВАХ1	-	ВАХ3	8	-	10
7	7	200	-	500	ВАХ2	ВАХ3	ВАХ1	6	-	12
8	8	1000	400	700	ВАХ2	-	ВАХ3	16	9	18
9	1	800	-	100	ВАХ1	ВАХ2	ВАХ3	10	15	20

10	3	400	700	200	ВАХ3	ВАХ2	ВАХ1	8	16	-
11	5	100	200		ВАХ2	ВАХ3	ВАХ1	24	12	-
12	7	600	200	400	ВАХ3	ВАХ1	-	15	10	20
13	2	500	700	-	ВАХ1	ВАХ2	ВАХ3	16	12	9
14	4	-	-	-	ВАХ3	ВАХ1	ВАХ2	14	20	8
15	6	200	100	-	-	ВАХ2	ВАХ3	10	8	15
16	8	-	500	-	ВАХ1	-	ВАХ3	12	6	18
17	1	-	-	600	ВАХ1	ВАХ3	-	20	-	4
18	2	800	-	-	-	ВАХ2	ВАХ3	15	10	5
19	3	-	900	-	ВАХ1	-	ВАХ3	6	12	8
20	4	-	-	100	ВАХ3	ВАХ1	-	16	18	9
21	5	400	-	200	-	ВАХ2	ВАХ3	9	4	10
22	6	-	-	-	ВАХ1	ВАХ2	ВАХ3	-		18
23	7	-	-	500	ВАХ2	ВАХ3	-	14	12	6
24	8	-	300	-	ВАХ1	-	ВАХ3	-	20	10

Расчет сложной НЭЦ, состоящей из нескольких параллельных ветвей, которые наряду с нелинейными элементами могут содержать и источники постоянной э. д. с, включенные последовательно с нелинейными элементами, сводится к нахождению токов и напряжений на участках цепи с помощью вольт-амперных характеристик.

Для этого предварительно строится вольтамперная характеристика каждой ветви, которая получается смещением соответствующей характеристики НЭ на величину заданной э. д. с. влево или вправо от начала координат, в зависимости от направления э. д. с. Затем, на основании первого закона Кирхгофа, строится результирующая характеристика. Она получается смещенной относительно начала координат на величину э. д. с. *(E),* которую можно рассматривать как э. д. с. эквивалентной цепи.

Так как сумма токов в узле равна нулю, то в эквивалентной цепи ток отсутствует. Следовательно, значение э. д. с. *(E)* равно разности потенциалов верхнего узла относительно нижнего узла исходной схемы.

Отсюда находят напряжение в каждом НЭ

$$U_{Нэк}=E_к-E$$

Ток в каждом НЭ определяется по соответствующей вольт-амперной характеристике.

Последовательность решения задачи

1. Задаться положительным направлением токов в ветвях схемы.
2. На основании второго закона Кирхгофа построить эквивалентные вольт-амперные характеристики для ветвей.
3. На основании первого закона Кирхгофа построить результирующую вольт-амперную характеристику всей электрической цепи.
4. По результирующей вольт-амперной характеристике определить напряжения на каждом НЭ и токи в каждой ветви по соответствующим вольт-амперным характеристикам.

Пример решения задачи

Для заданной электрической схемы (рис. 6.2, *а)* с известными параметрами E_1 =12 В, E_2 = 10 В, E_3 = 3 В,

R_1 =200 Ом, НЭ1, НЭ2 и НЭ3 (вольт-амперные характеристики которых приведены на рис. 6.3) определить токи в ветвях и напряжения на НЭ.

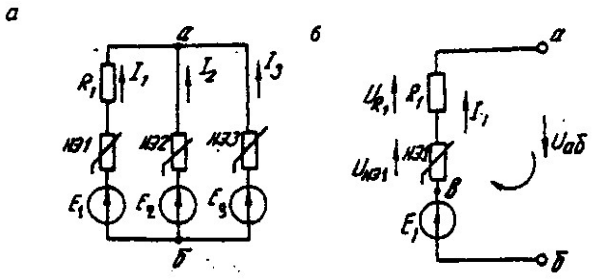


Рис. 6.2. Заданная *(а)* и расчетная (б) электрические схемы

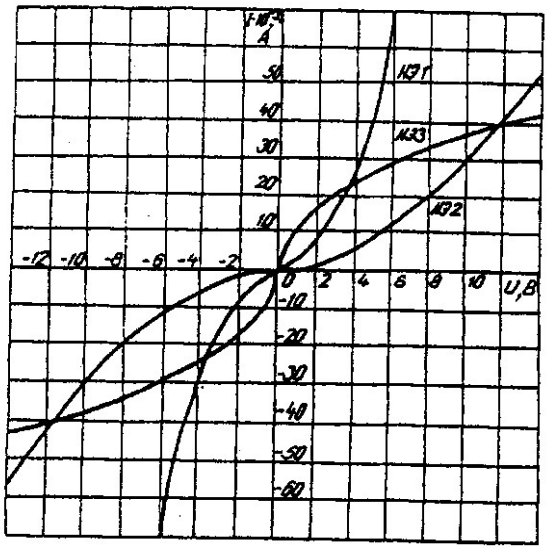


Рис. 6.3. Вольт-амперные характеристики нелинейных элементов

1. Задаемся положительным направлением токов во всех ветвях цепи.

2. Так как каждый из токов является нелинейной функцией падения напряжения на своем НЭ, необходимо выразить его в функции одного переменного напряжения $U_{аб}$ между узлами *а* и *б.*

Рассмотрим первую ветвь, содержащую последовательно соединенные резистор R_1, НЭ1 и источник постоянной э. д. с. E_1 (рис. 6,2, *б).*

На основании второго закона Кирхгофа для контура, указанного на рис. 6.2, *б* круговой стрелкой, запишем

$$E_1=U_{аб}+U_{R1}+U_{НЭ1} \text{ или } U_{аб}=E_1-(U_{R1}+U_{НЭ1}).$$

Если э. д. с. (E_1) действует в направлении выбранного положительного тока, т. е. $E_1>0$, то при положительном токе она способствует прохождению тока и при $E_1< U_{аб}$ уменьшает значение.

На рис. 6.4 изображены характеристики первого нелинейного элемента $I_1=f(U_{НЭ1})$, резистора $I_1=f(U_{R1})$, суммарная

$I_1=f(U_{аб})$ и прямая, соответствующая $E_1>0$. Здесь же нанесена результирующая характеристика $I_1=f(U_{аб})$.

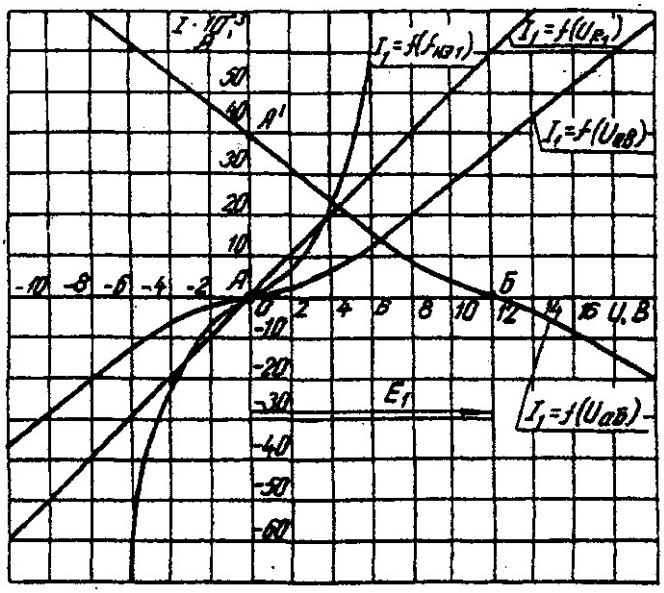


Рис. 6.4. Вольт-амперные характеристики первого нелинейного элемента

Для т. *А* кривой $I_1=f(U_{НЭ1})$ напряжение на первом нелинейном элементе будет равно нулю $(U_{НЭ1}= 0)$ при $I_1=0$. При этом $U_{аб} = E_1$ т. е. начало) кривой $I_1=f(U_{аб})$ сдвинуто в точку *Б*, в которой $U_{аб} = E_1$. Росту $U_{аб}$, при $U_{аб} >0$ соответствует уменьшение $U_{аб}$. Для точки *А*' при $U_{аб} = E_1$, $U_{аб} = 0$. Росту $U_{аб}$ при $U_{аб} < 0$ отвечает увеличение $U_{аб}$, причем $U_{аб} > E_1$.

Аналогичным образом перестраивают кривые $I_2=f(U_{НЭ2})$ и $I_3 =f(U$нэз) для других ветвей схемы (рис. 6.5 и 6.6).

3. Нанесем кривые $I_1=f(U_{аб})$, $I_2=f(U_{аб})$ и $I_3 =f(U_{аб})$ на одном рисунке и построим результирующую вольт-амперную характеристику $I=f(U_{аб})$ просуммировав ординаты кривых (рис. 6.7).

4. Точка *А* пересечения кривой $I=f(U_{аб})$ с осью абсцисс дает значение Саб, при котором удовлетворяется уравнение

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0.$$

Восстанавливаем в этой точке перпендикуляр к оси абсцисс до пересечения с кривыми $I_1=f(U_{аб})$, $I_2=f(U_{аб})$ и $I_3 =f(U_{аб})$ и находим токи I_1, I_2 и I_3 как по величине, так и по знаку.

Для рассматриваемого примера имеем (см. рис. 6.7), А

$$I_1=15\cdot10^{-3};$$
$$I_2=5\cdot10^{-3};$$
$$I_3=-20\cdot10^{-3}.w$$

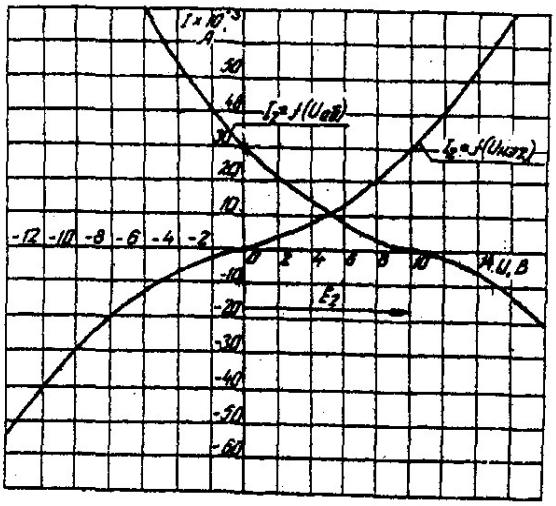


Рис. 6.5. Вольт-амперные характеристики второго нелинейного элемента

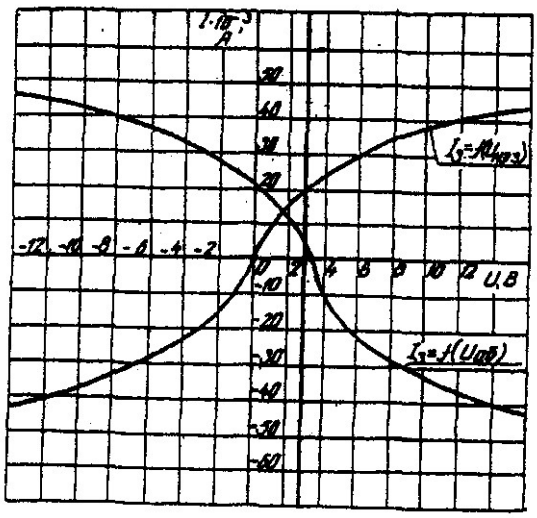


Рис 6.6. Вольт-амперные характеристики третьего нелинейного элемента

Сделаем проверку

$$I_1 + I_2 + I_3 = 15 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-3} - 20 \cdot 10^{-3} = 0 \text{ А}.$$

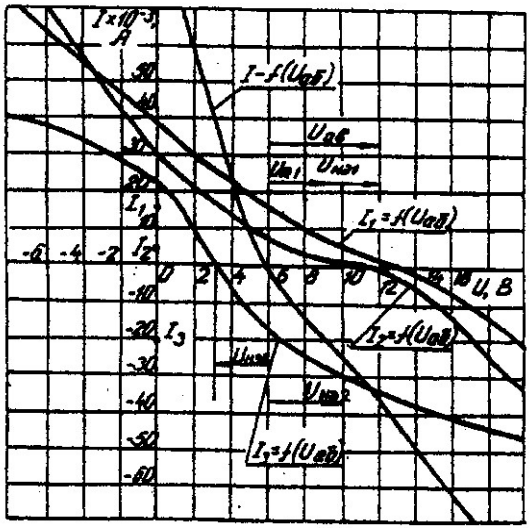


Рис. 6.7. Результирующие вольт-амперные характеристики

Располагая построенными характеристиками, легко находим напряжения на всех нелинейных элементах цепи (см. рис. 6.7):

$U_{НЭ1} = 3$; $U_{НЭ1} = 2$; $U_{НЭ1} = 3$.

ЗАДАЧА 7. РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

7.1. Неразветвленные магнитные цепи

Методические указания

Магнитной цепью называют совокупность магнитодвижущих сил (МДС),ферромагнитных тел или каких-либо иных тел или сред, по которым замыкается магнитный поток.

Магнитные цепи могут быть подразделены на неразветвленные (рис. 1) и разветвленные (рис. 2).

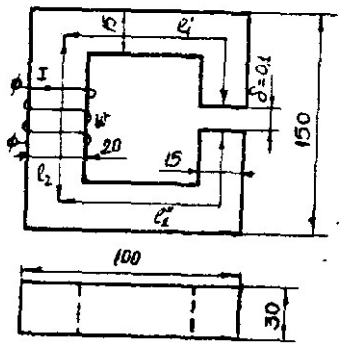


Рис. 7.1. Неразветвленная магнитная цепь

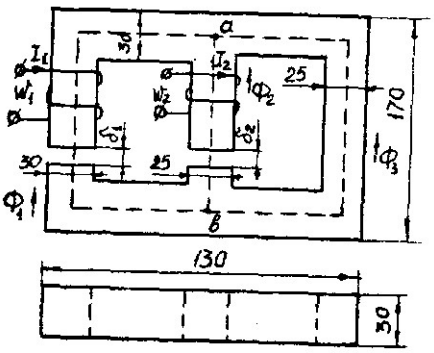


Рис. 7.2. Разветвленная магнитная цепь

Основными величинами, характеризующими магнитное поле и используемыми при расчете к анализе магнитных цепей, являются магнитная индукция B и напряженность магнитного поля H.

Эти величины связаны между собой зависимостью:

$$B = \mu_0 \cdot \mu \cdot H$$

где μ_0 — постоянная, характеризующая свойства вакуума,

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$$

μ — относительная магнитная проницаемость.

$$H = 0{,}8 \cdot 10^6 B$$

Магнитную индукцию B измеряют в теслах (1 Тл = 1 Вс/м^2). Единицей напряженности магнитного поля H является 1 А/м,

Магнитная индукция и напряженность магнитного поля — векторные величины.

Величиной. служащей для интегральной оценки магнитного поля, является магнитный поток Ф, представляющий собой поток вектора магнитной индукции сквозь поверхность dS

$$\Phi = \int_S B dS$$

Если магнитный поток проходит сквозь поверхность, расположенную перпендикулярно линиям магнитной индукции поля, то магнитный поток определяется по формуле

$$\Phi = BS$$

Магнитны поток измеряют в веберах (1 Вб = 1 Вс).

Магнитное поле создается электрическими тока. Напряженность магнитного поля связана с токами, возбуждающими поле, за коном полного тока, согласно которому линейный интеграл вектора напряженности магнитного поля вдоль замкнутого контура равен алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром

$$\oint H dl = \sum I$$

где l — длина участка магнитной цепи, вдоль которого идет интегрирование. Длина участка отсчитывается по средней линии магнитопровода.

Заменив интеграл суммой интегралов по участкам и учитывая, что пределах одного участка магнитная цепь имеет одинаковое поперечное сечение и одинаковую магнитную проницаемость, получим закон полного тока в общем виде

$$\sum_K H_K l_K = \sum Iw$$

где H_K — напряженность магнитного поля на каждом участке магнитной цепи;

l_K - длина каждого участка магнитной цепи;

w - число витков катушки.

Произведение числа витков катушки w на протекающий по ней ток I называют магнитодвижущей силой катушки F.

$$\sum Iw = \sum F$$

МДС вызывает магнитный поток в магнитной цепи подобно тому, как ЭДС вызывает электрический ток в электрической цепи. Как и ЭДС, МДС величина векторная. Положительное направление МДС совпадает с движением острия правоходового винта, если его вращать по направлению тока в обмотке.

Падением магнитного напряжения U_{MAB} между точками a и b магнитной цепи, называют произведением Hl_{AB}. Здесь , - длина пути между точками a и b.

Магнитное напряжение измеряют в амперах (А).

Если участок магнитной цепи между точками a и b может быть подразделен на n отдельных частей так, что для каждой части $H=H_K$ постоянно, то

$$U_{MAB} = \sum_{K=1}^{K=n} H_K l_K$$

Отношение падения магнитного напряжения U_M к магнитному потоку Ф называют магнитным сопротивлением цепи

$$\Phi w = \Psi = Li$$

$$R_M = \frac{U_M}{\Phi} = \frac{l}{\mu_0 \mu S}$$

Величину, обратную магнитному сопротивлению называют магнитной проводимостью цепи

$$G_M = \frac{1}{R_M} = \frac{\mu_0 \mu S}{l}$$

Соотношение $\Phi = \frac{U_M}{R_M}$ - называют законом Ома для магнитной цепи.

Надо отметить, что между магнитными и электрическими величинами есть формальная аналогии. Аналогом тока в электрической цепи является поток в магнитной цепи. Аналогом ЭДС — МДС. Аналогом падения напряжения на участке электрической цепи падение магнитного напряжения. Аналогом вольтамперной характеристики нелинейного сопротивления — веберная характеристика участка магнитной цепи.

Соответствие электрических и магнитных величин можно представить в виде таблицы (табл. 7.1).

Таблица 7.1

Таблица соответствия электрических и магнитных величин

Электрические величины	Магнитные величины
I – ток, А	Ф – магнитный поток, Вб
E – ЭДС, В	F – МДС, А
U – напряжение, В	U_M – магнитное напряжение, А
R – сопротивление, Ом	R_M – магнитное сопротивление, 1/Гн
G – проводимость, 1/Ом	G_M – магнитная проводимость,

При расчете и анализе магнитных цепей используют первый и второй законы Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа: алгебраическая сумма магнитных потоков в любом узле магнитной цепи равна нулю:

$$\sum \Phi = 0$$

Второй закон Кирхгофа: алгебраическая сумма падений магнитного напряжения вдоль любого замкнутого контура равна алгебраической сумме МДС вдоль того же контура:

$$\sum U_M = \sum Iw$$

В качестве примера составим уравнения по законам Кирхгофа для разветвленной магнитной цепи, изображенной на рис. 7.2.

Произвольно выбираем направление потоков в ветвях. Для узла “а” составим уравнение по первому закону Кирхгофа

$$\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0$$

По второму закону Кирхгофа составляем уравнение для контура, состоящего из левой и средней ветвей.

$$H_1 l_1 + H_1 \delta_2 - H_2 l_2 + H_2 \delta_2 = I_1 w_1 - I_2 w_2$$

Под вебер-амперной характеристикой понимают зависимость потока Ф по какому-либо участку магнитной цепи от падения магнитного напряжения на этом участке U_M.

$$\Phi = \int (U_M)$$

Расчет неразветвленной магнитной цепи разделяют на прямую и обратную задачи.

7.1.1. Прямая задача. Определить МДС цепи по заданному магнитному потоку

Порядок расчета следующий:

1) магнитная цепь разбивается на участки, имеющие одинаковое сечение и одинаковую магнитную проницаемость;

2) по известным геометрическим размерам магнитного сердечника определяются длины l и площади поперечного сечения выделенных участков;

3) исходя из постоянства магнитного потока, вдоль всей цепи определяются значения магнитной индукции для выделенных участков магнитной цепи по заданному магнитному потоку;

4) по заданной кривой намагничивания определяются значения напряженности магнитного поля для известных значений магнитной индукции.

Напряженность поля и воздушном зазоре определяется по формуле:

5) подсчитывается сумма падений магнитного напряжения вдоль всей магнитной цепи $\Sigma H_K l_K$ и на основании закона полного тока приравнивается эта сумма полному току I_W или МДС.

$$\sum H_K l_K = Iw$$

Пример. Геометрические размеры магнитной цепи даны на рис. 4. Найти какой ток должен протекать по обмотке с числом витков w=500 чтобы магнитная индукция в воздушном зазоре B_δ=1 Тл.

Решение. Магнитную цепь разбиваем на три участка:

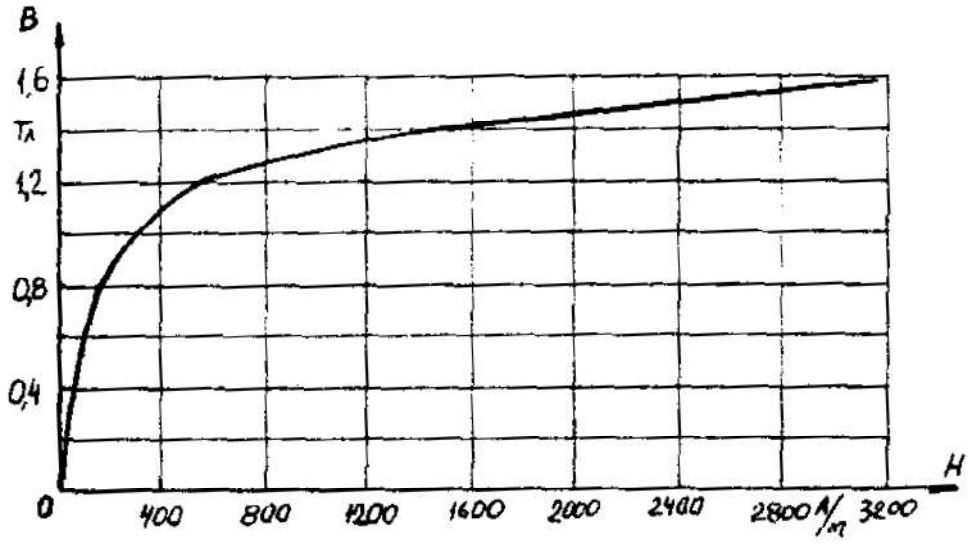


Рис. 7.4. Кривая намагничивания

$$l_1 = l`_1 + l``_1 = 30 \quad см$$
$$S_1 = 4{,}5 \quad см^2$$
$$l_2 = 13{,}5 \quad см$$
$$S_2 = 6 \quad см^2$$

Воздушный зазор

$$\delta = 0{,}01 \quad см$$
$$S_2 = S_1 = 4{,}5 \quad см^2$$

Индукция

$$B_1 = B_\delta = 1 \quad Тл$$

Индукцию на участке l_2 найдем, разделив поток $\Phi = B_\delta S_\delta$ на сечение S_2 второго участка

$$B_2 = \frac{\Phi}{S_2} = \frac{B_\delta S_\delta}{S_2} = \frac{1 \cdot 4{,}5}{6} = 0{,}75 \quad Тл$$

Напряженности поля на первом и втором участках определяем согласно кривой намагничивания (рис. 4) по известным значениям B_1 и B_2;

$$H_1 = 300 \text{ А/м}; \; H_2 = 115 \text{ А/м}$$

Напряженность поля в воздушном зазоре

$H_\delta = 0{,}8 \cdot 10^6 \cdot B_\delta = 0{,}8 \cdot 10^6 \cdot 1 = 8 \cdot 10^5$ А/м

Определяем падение магнитного напряжения вдоль всей магнитной цепи:

$$\sum H_K l_K = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_\delta \delta = 300 \cdot 0{,}3 + 115 \cdot 0{,}135 +$$
$$+ 8 \cdot 10^5 \cdot 10^{-4} = 185{,}6 \quad A$$

Ток в обмотке

$$I = \frac{\sum H_K l_K}{w} = \frac{185{,}6}{500} = 0{,}371 \quad A$$

7.1.2. Обратная задача. Определить магнитный поток в цепи по заданной МДС

Условие задачи:

Для заданной магнитной цепи (рис. 7.2.) с известными параметрами (таб. 7.2.). Найти магнитные потоки в магнитной цепи.

Примечание – геометрические размеры даны в мм, кривая намагничивания дана на рис. 7.4.

Порядок решения обратной задачи следующий:

1) магнитная цепь разбивается на участки с одинаковыми сечением и магнитной проницаемостью. Определяются длины и сечения этих участков;

2) строится вебер-амперная характеристика $\Phi = \int (U_M)$ цепи;

3) пользуясь вебер-амперной характеристикой, по заданной, МДС определяют магнитный поток Ф.

Пример. Найти магнитную индукцию в воздушном зазоре магнитной цепи (рис. 7.1), если Iw = 350 А. Кривая намагничивания представлена на рис. 7.4.

Решение. Строим вебер-амперную характеристику. Для этого задаемся значениями B_δ; равными 0,5; 1,1; 1,2 и 1,3 Тл, и для каждого из них определяем параметры, указанные в табл. 1. Так же, как и в предыдущей задаче определяем $\sum H_K l_K$

Результаты расчетов сводим в табл. 7.2.

Результаты расчетов для построения $\Phi = \int (U_M)$

Таблица 7.2

B_δ, Тл	0,5	1,1	1,2	1,3
B_1, Тл	0,5	1,1	1,2	1,3
B_2, Тл	0,375	0,825	0,9	0,975
H_1, А/м	50	460	700	1020
H_2, А/м	25	150	200	300
H_δ, А/м	$4 \cdot 10^5$	$8{,}8 \cdot 10^5$	$9{,}6 \cdot 10^5$	$10{,}4 \cdot 10^5$
$\Sigma H_K l_K$, А	58,3	246,3	333	450,5
Ф, Вб	$22{,}5 \cdot 10^{-5}$	$49{,}5 \cdot 10^{-5}$	$54 \cdot 10^{-5}$	$58{,}5 \cdot 10^{-5}$

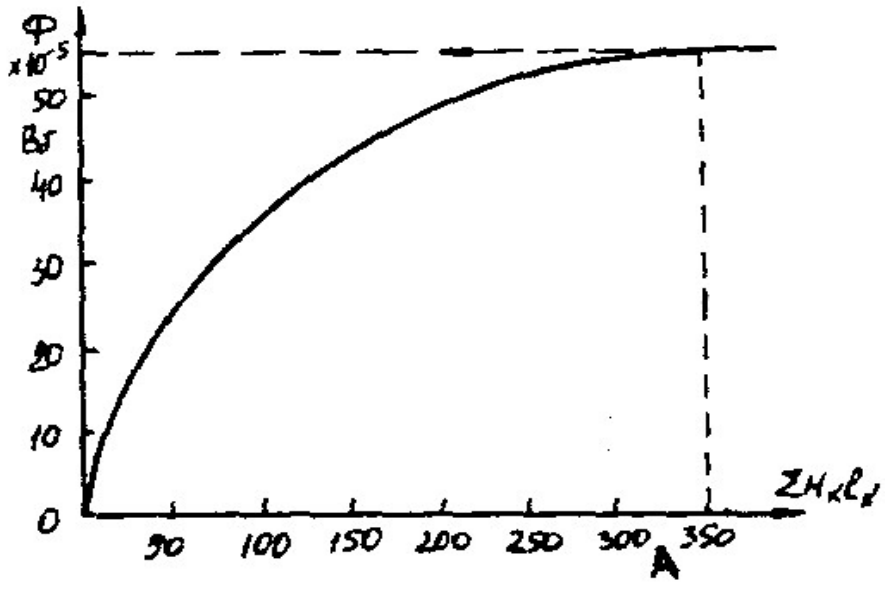


Рис. 7.5. Вебер-амперная характеристика цепи

По данным табл. 7.2 строим вебер-амперную характеристику $\Phi = \int(U_M)$ (рис. 7.5) и по ней определяем, что при Iw = 350 А

$$\Phi = 55 \cdot 10^{-5} \text{ Вб}$$

$$\text{Следовательно, } B_\delta = \frac{\Phi}{S_\delta} = \frac{55 \cdot 10^{-5}}{4{,}5 \cdot 10^{-4}} = 1{,}21 \quad Тл$$

Расчет разветвленной магнитной цепи аналогичен соответствующей электрической с сосредоточенными параметрами.

Так как, магнитные цепи являются нелинейными, то методы их расчета при этих условиях аналогичны методам расчета нелинейных электрических цепей. Все методы расчета электрических цепей с нелинейными сопротивлениями полностью применимы к расчету магнитных цепей, так как и магнитные, к электрические цепи подчиняются одним и тем же законам - законам Кирхгофа.

В качестве примера рассмотрим расчет разветвленной цепи методом двух узлов.

Найти магнитные потоки в ветвях магнитной цепи (рис. 7.2). Геометрические размеры даны в мм. Кривая намагничивания представлена на рис. 4. I_1w_1 = 80 А; I_1w_1 =300 А; зазоры δ_1 = 0,05 мм и δ_2 = 0,22 мм.

Решение. Составам электрическую схему замещения магнитной цепи (рис. 7.6). Узловые точки обозначим буквами «a» и «b».

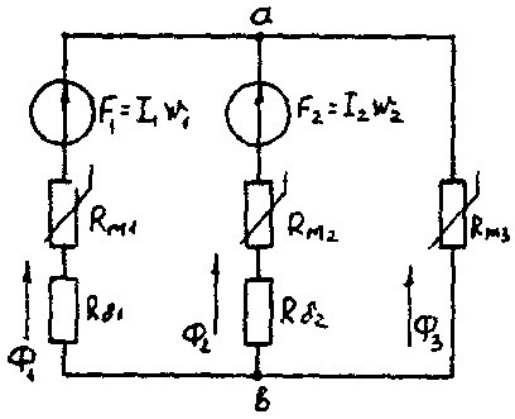


Рис. 7.6. Схема замещения магнитной цепи

Определим длины участков магнитной цепи

$l_1 = 0{,}24м;$ $\quad l_2 = 0{,}138м;$

$l_3^{`} = 0{,}1м;$ $\quad l_3^{``} = 0{,}14м.$

Длинам $l_3^{`}$ и $l_3^{``}$ участки третьей ветви, имеющей площади сечения 9 и 7,5 см^2.

Выберем положительные направления магнитных потоков Φ_1, Φ_2 и Φ_3 к узлу «a».

Построим зависимость потока от падения магнитного напряжения первой ветви U_{M1}. Для этого произвольно задаемся рядом числовых значений Φ_1, для каждого значения находим индукцию B_1 и по кривой намагничивания — напряженность H_1 на пути в стали по первой ветви.

Магнитное напряжение на первом участке

$$U_{M1} = H_1 l_1 + 0{,}8 \cdot 10^5 B_1 \delta_1$$

Таким образом, для каждого значения потока Φ_1 подсчитываем U_{M1} и по точкам строим зависимость $\Phi_1 = \int(U_{M1})$ (кривая 1 рис. 7.7). Аналогично строим зависимость $\Phi_2 = \int(U_{M2})$ (кривая 2 рис. 7.7)

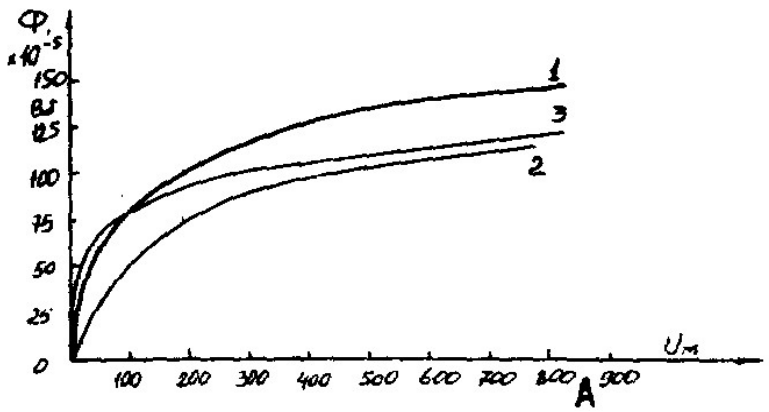


Рис. 7.7. Вебер-амперные характеристики ветвей

Кривая 3 (рис. 7.7) есть зависимость $\Phi_3 = \int (U_{M3})$

$$U_{M3} = H_3' l_3' + H_3'' l_3''$$

Для определения потоков Φ_1, Φ_2 и Φ_3 постройте зависимости этих потоков от магнитного падения напряжения U_{Mab} между узлами «a» и «b» (рис. 7.6).

Запишем уравнение по второму закону Кирхгофа для первой ветви:

$$F_1 = I_1 w_1 = U_{M1} + U_{Mab}$$

отсюда

$$U_{Mab} = I_1 w_1 - U_{M1}$$

Согласно выражению приведенному выше строим зависимость $\Phi_1 = \int (U_{Mab})$ (рис. 7.8). Для этого кривую 1 (рис. 7.7) при переносе на рис.7.8 смещаем вправо на величину $I_1 w_1$ и, так как перед U_{M1} стоит знак "-", зеркально отобразим относительно вертикальной оси.

Запишем уравнение по второму закону Кирхгофа для второй ветви

$$I_2 w_2 = U_{M2} + U_{Mab}$$

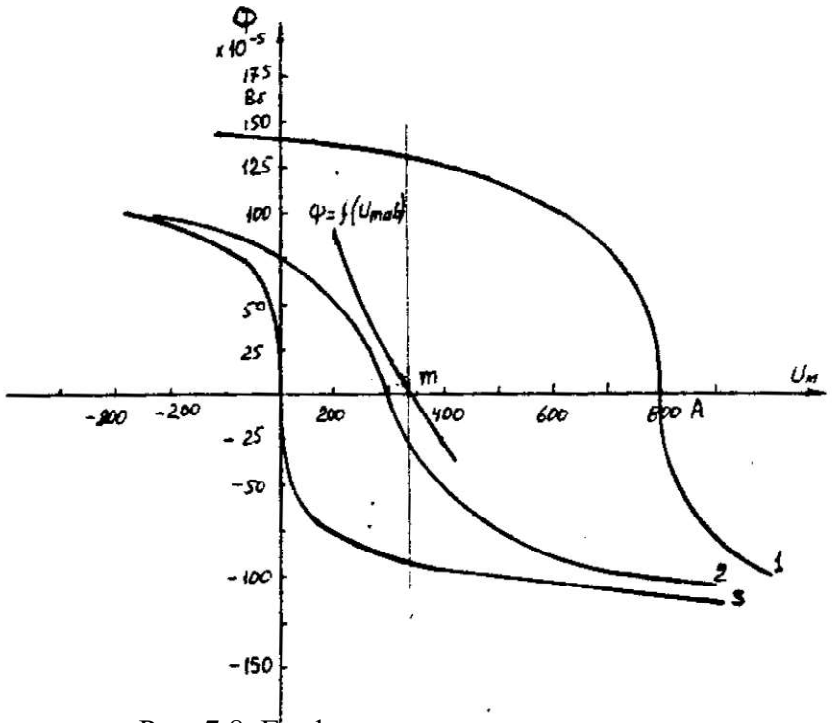


Рис. 7.8. Графическое решение задачи

отсюда

$$U_{Mab} = I_2 w_2 - U_{M2}$$

Построим зависимость $\Phi_2 = \int (U_{Mab})$ (рис. 7.8). Для этого кривую 2 (рис. 7.7) смещаем вправо от начала координат на величину $I_2 w_2$ и зеркально отобразим относительно вертикальной оси.

В аналогичном порядке строим зависимость $\Phi_3 = \int (U_{Mab})$ (рис. 7.8)

$$U_{Mab} = U_{M1}$$

Зависимость $\Phi_3 = \int (U_{Mab})$ так же, как и кривая 3 (рис. 7.7) проходит через начало координат.

Построим кривую $\Phi = \int (U_{Mab})$ (рис. 7.8)

$$\text{Где } \Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3$$

Точка (m) пересечения кривой $\Phi = \int (U_{Mab})$ с осью абсцисс дает значение U_{Mab}, удовлетворяющее первому закону Кирхгофа $\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0$.

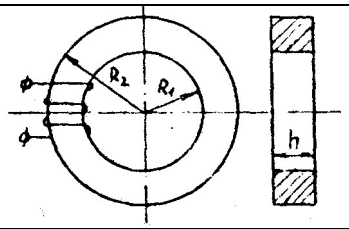
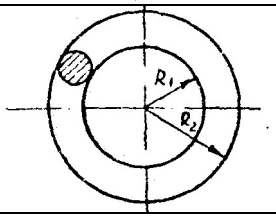
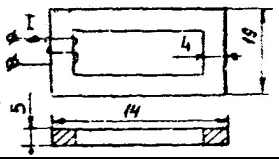
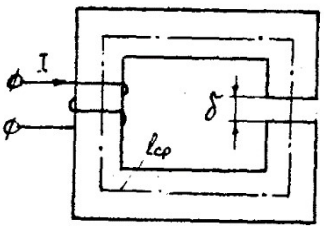
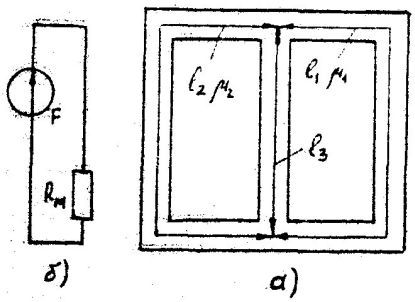
Восстановим в этой точке перпендикуляр к оси абсцисс. Ординаты пересечения перпендикуляра с кривыми дадут значения магнитных потоков в ветвях;

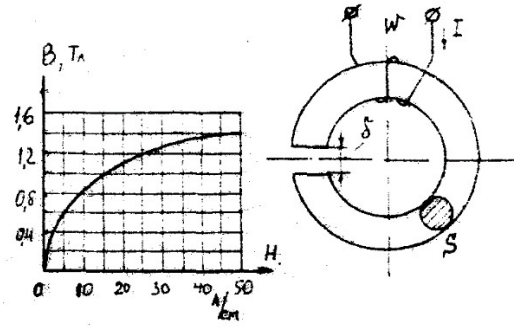
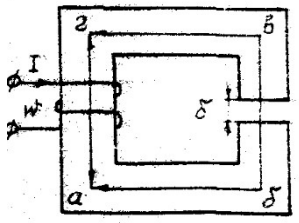
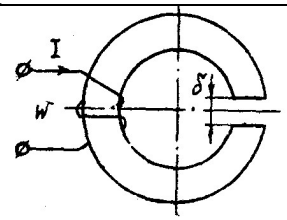
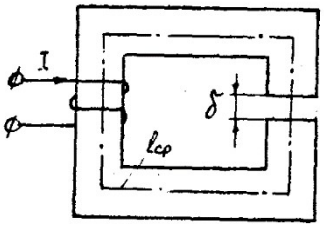
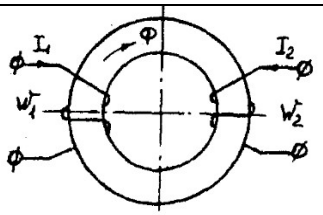
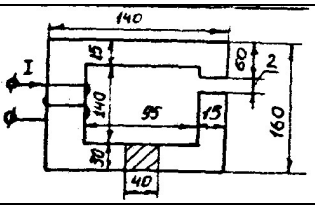
$$\Phi_1 = 126{,}2 \cdot 10^{-5} \text{ Вб}; \Phi_2 = -25 \cdot 10^{-5} \text{ Вб}; \Phi_3 = -101{,}2 \cdot 10^{-5} \text{ Вб}.$$

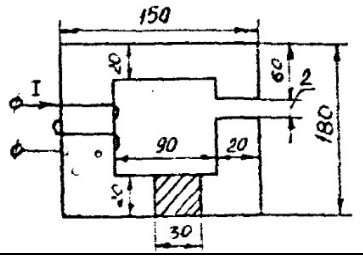
В результате расчета потоки Φ_2 и Φ_3, оказались отрицательными. Это означает, что в действительности они направлены противоположно выбранным ранее для них направлениям, показанным на рис. 7.2 и рис. 7.6.

Задания к задаче 7.1.

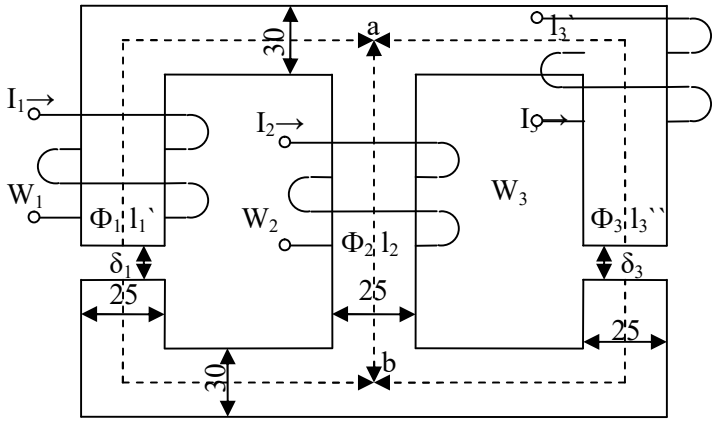
Таблица 7.3

Номер варианта	Содержание задания
1	Катушка с количеством витков w = 1000 равномерно намотана на ферромагнитный сердечник с размерами: R_1 = 8 см; R_2 = 12 см, h = 15 см. Значение магнитного потока Ф = 0,025 Вб, магнитная проницаемость μ = 2080. Определить ток в катушке. 
2	На ферромагнитный сердечник равномерно намотана обмотка, w = 2000 витков. По обмотке протекает ток I = 0,1 А. Магнитная проницаемость μ = 1000. Определить значение магнитного потока в сердечнике. 
3	Определить ток в катушке, если значение магнитного потока в сердечнике с магнитной проницаемостью μ = 1000, Ф = 0,025 Вб. Число витков w = 1500. 
4	Катушка равномерно намотана на ферромагнитный сердечник с размерами R_1 = 8 см, R_2 = 12 см (см. рис. варианта 2). Магнитный поток в сердечнике Ф = $50 \cdot 10^{-3}$ Вб создается намагничивающей силой F = 4000 А. Определить магнитную проницаемость сердечника μ
5	В стальном сердечнике, кривая намагничивания которого представлена на рис. варианта 10, магнитная индукция B=I,2 Тл,$l_{ср}$=30 см. Какой воздушный зазор δ нужно сделать в сердечнике, чтобы индукция уменьшилась в 1,5 раза. Ток в катушке поддерживается постоянным. 
6	Катушка равномерно намотана на сердечник (см. рис. варианта 1) с размерами:R_1 =I0 см; R_2=I4 см. Магнитная проницаемость сердечника μ=1000; число витков обмотки W=1000; сила тока в обмотке I=0,2 А. Определить значение магнитного потока в сердечнике.
7	 Магнитопровод (рис .а) с одинаковым сечением всех ветвей S=1 $см^2$ имеет размеры: l_1=l_2=I25,2см; l_3=62,5 см; μ_1=200; μ_2=100; μ_3=100.Такой магнитопровод можно заменить эквивалентной схемой (рис б), эквивалентное магнитное сопротивление $R_м$.
8	Катушка, намотанная на тороидальный сердечник круглого сечения, имеет =200 витков. Размеры сердечника (см. рис. варианта 2): R_1=10 см; R_2=20 см; μ=800. Определить максимальное значение магнитной индукции внутри сердечника, ток в катушке I = I А.

9	Определить индуктивность l катушки, если магния проницаемость сердечника μ= I0^{-3} Гн/м. Число витков W= 100. Размеры сердечника указаны на рис. варианта 3 в сантиметрах.	
10	Намагничивающая сила катушки f=1860 А; длина средней линии кольца $l_{ср}$=69 ,9 см; сечение S=10 см^2; зазор δ =0,1 см. Пользуясь характеристикой стали B=f(H), вычислить, магнитный поток в кольце. 	
11	На участке *абвг* стальной сердечник имеет сечение S_1=12 см^2, длина средней линии на этом участке l=22 см. На участке *аг* сечение сердечника S_2=6 см^2. Намагничивающая сила обмоток F=450 А; магнитный поток Ф=6*10^{-4} Вб. Кривая намагничивания представлена на рис. Варианта 10. Определить длину учаска *аг*, если величина воздушного зазора δ=0,1 мм.	
12	Найти , $R_м$ воздушного зазора постоянного магнита и магнитный поток, если δ=0,5 см, площадь поперечного сечения воздушного зазора S=1,5 см^2. Магнитное напряжение на воздушном зазоре 1920 А.	
13	Длина стальной части сердечника $l_{ср}$=I38 см; воздушный зазор δ=0,1 мм. Кривая намагничивания материала сердечника представлена на рис. варианта 10. Определить намагничивающую силу F обмотки, которая создала бы в воздушном зазоре индукцию B=I Тл.	
14	В стальном сердечнике, кривая намагничивания которого представлена на рис. варианта10, магнитная индукция B=I Тл,$l_{ср}$=20 см. Какой воздушный зазор δ нужно сделать в сердечнике, чтобы индукция уменьшилась в два раза. Ток в катушке поддерживается постоянным.	
15	На стальное кольцо, средняя длина которого , $l_{ср}$=120 см, намотаны две обмотки: W_4= 100 витков и W_2=500 витков. Известен ток второй обмотки I_2=2 А и кривая намагничивания сердечника (см. рис. варианта 10). Определить ток первой обмотки, который обеспечил бы в сердечнике индукцию B=1,2 Тл	
16	Определить МДС и ток обмотки, если в воздушном зазоре цепи требуется получить $B_δ$=1,4 Тл. Число витков обмотки W=1000, кривая намагничивания стали приведена на рис. варианта 10.	

17	для магнитопровода, изображенного на рис. варианта 5, задано: l_1=15 см; l_2=5 см; δ=2 мм; l_3=l_5=6 см, l_4=17 см ; l_6=32 см; H_1=H_2=H_3=H_4=H_5=H_6=8 А/см; W=100 витков. Определить ток.
18	Пользуясь характеристикой стали B=f(H), изображенной на рис. варианта 10, вычислить магнитный поток в кольце, если намагничивающая сила катушки F=2000 А; длина средней линии кольца 75 см; S=I0 см; зазор δ=0,1 см.
19	Определить индуктивность L катушки, если абсолютная магнитная проницаемость сердечника μ = 3*10 Гн/м. Число витков W=200. Размеры сердечника указаны на рис. варианта 3 в сантиметрах.
20	Катушка намотана на ферромагнитный сердечник (рис. варианта 1). размеры сердечника: R_1=10 см; R_2=16 см; h=16 см. Значение магнитного потока Ф=0,040 Вб, магнитная проницаемость μ=2080. Определить число витков катушки при токе I=2 А.
21	Длина стальной части сердечника, представленного на рис. варианта 10 $l_{ср}$=69,9 см, воздушный зазор δ=0,I мм. Кривая намагничивания материала сердечника представлена на рис. варианта 10. Определить намагничивающию силу F обмотки, которая создала бы в воздушном зазоре индукцию B=3 Тл.
22	Определить число витков обмотки, если в воздушном зазоре цепи требуется получить $B_δ$= 2 ,б Тл. Ток, протекающий по обмотке, I=10 А. Кривая намагничивания стали приведена на рис. варианта 10. 
23	Найти $R_м$, воздушного зазора постоянного магнита и магнитный поток, если δ=0,2 см, площадь поперечного сечения воздушного зазора $S_δ$=1,5 $см^2$. Магнитное напряжение на воздушном зазоре 2400 А.
24	Определить значение магнитного потока сердечнике, изображенном на рис. варианта 1. Размеры сердечника R_1=12 см; R_2=18 см; h=10 см. По обмотке с числом витков W=3000 протекает ток I=2 А. Магнитная проницаемость μ=1000.

2.2. Разветвленная цепь синусоидального тока



l_1` = 0,24 м	S_1 = 9 $см^2$	U_{Mab}- ?
l_2 = 0,138 м	S_2 = 7,5 $см^2$	Ф = ∫(U_{ab})
l_3`` = 0,14 м	S_3`` = 7,5 $см^2$	$Ф_1$, $Ф_2$, $Ф_3$ - ?
l_3` = 0,1 м	S_3` = 9 $см^2$	

Рис. 7.9.

Таблица 7.4

Варианты	I_1w_1, А	I_2w_2, А	I_3w_3, А	δ_1, мм	δ_2, мм	δ_3, мм
1	300	800	0	0	0,05	0,22
2	0	300	550	0,05	0,11	0
3	600	0	300	0,22	0	0,11
4	800	400	0	0	0,22	0,11
5	0	500	600	0,11	0	0,05
6	600	0	0	0	0,05	0,11
7	300	500	0	0,22	0	0,05
8	0	300	800	0,11	0,22	0
9	800	0	600	0,05	0	0,22
10	600	300	0	0,22	0,11	0
11	0	300	600	0	0,22	0,11
12	400	0	800	0,11	0	0,22
13	500	300	0	0,22	0,05	0
14	0	800	300	0	0,11	0,22
15	800	0	300	0,11	0,05	0
16	400	600	0	0,05	0	0,11
17	0	600	400	0	0,22	0,05
18	800	0	300	0,22	0,11	0
19	500	800	0	0,15	0	0,11
20	0	500	400	0	0,15	0,11
21	550	0	600	0,22	0,15	0
22	500	600	0	0,05	0	0,15
23	0	600	300	0	0,11	0,15
24	300	0	600	0,15	0,05	0

Задача 8. ТРАНСФОРМАТОРЫ

Условие задачи

Паспортные данные трансформатора берут из табл. 8.1, где:

m - число фаз, *m=3;*

ВН/НН-*N* - схема и группа соединения обмоток;

$S_Н$ - номинальная полная мощность;

$U^{вн}_{лн}$ - номинальное (линейное) напряжение обмотки ВН;

$U^{нн}_{лн}$ - номинальное (линейное) напряжение обмотки НН;

$P_{он}$ - потери холостого хода (мощность холостого хода при номинальном напряжении);

$P_{кн}$ - потери короткого замыкания (мощность короткого замыкания при напряжении короткого замыкания);

$u_к$ - напряжение короткого замыкания, *%,* где $u_к = [U_{кн}/U_н]\cdot 100\%$;

i_0 - ток холостого хода, %, где $i_0 = [I_{0н}/I_{1н}]\cdot 100\%$.

При всех расчетах первичной считать обмотку ВН.

Последовательность решения.

По известным паспортным данным сделать следующие расчеты и построения:

1. Начертить схему соединения обмоток трансформатора заданной группы и построить векторную диаграмму напряжений для доказательства, что начерченная схема соответствует заданной группе.

2. На схеме соединения обмоток трансформатора показать линейные и фазные напряжения и токи,

3. Определить номинальные фазные значения напряжений и токов ВН и НН: $U_{1н}$, $U_{2н}$, $I_{1н}$, $I_{2н}$.

4. Рассчитать коэффициент трансформации - *К.*

5. Определить параметры Т-образной электрической схемы замещения трансформатора: R_m, X_m, R_1, R'_2, X_1, X'_2 (при расчете полагать $R_1 = R_2$ и $X_1 = X'_2$). Начертить Т-образную схему замещения с указанием всех параметров и величин.

6. Рассчитать параметры короткого замыкания R_K, X_K, Z_K, $u_{ка}$ (%), $u_{кр}$(%).

7. Составить упрощенную электрическую схему замещения трансформатора и определить фазные значения тока I_2 и напряжения U_2 при включении во вторичную цепь обмотки нагрузки Z_H (см. табл. 8.1). При расчете определить в комплексной форме приведенные значения тока I'_2 и напряжения U_2' а затем их действующие значения I_2, U_2 .

Таблица 8.1

Исходные данные для задачи 8

Номер варианта	ВН/НН-N	$S_к$, кВА	$U_{ЛН}^{ВН}$, кВ	$U_{ЛН}^{НН}$, кВ	$P_{0н}$, Вт	$P_{КН}$, Вт	U_K, %	I_0, %	$Z_Н$, Ом
1	Y/Δ - 11	160	35	0,4	700	2650	6,5	2,4	3+ j3
2	Y/Y_N - 0	160	35	0,69	700	2650	6,5	2,4	3+ j2,25
3	Y/Δ -11	250	35	0,4	1000	3700	6,5	2,3	3+ j2,25
4	Y/Y_N - 0	250	35	0,69	1000	3700	6,5	2,3	1,6+ j1,2
5	Y/Δ -11	400	6	0,4	2180	3700	3,5	2,1	1,2+ j0,9
6	Y/Y_N - 0	400	6	0,69	2180	3700	3,5	2,1	1,1+ j1,0
7	Y/Δ -11	630	6	0,4	1560	8500	5,5	2,0	0,8+ j0,6
8	Y/Y_N - 0	630	6	0,69	1560	8500	5,5	2,0	0,7+ j0,7
9	Y/Δ -11	320	6	0,4	1675	2630	2,5	2,2	1,6+ j1,2
10	Y/Y_N - 0	320	6	0,69	1675	2630	2,5	2,2	1,4+ j1,4
11	Y/Y_N - 0	630	35	0,69	1900	7600	6,5	2,0	0,7+ j0,7
12	Y/Δ -11	630	35	0,4	1900	7600	6,5	2,0	0,6+ j0,8
13	Y/Y_N - 0	400	35	0,69	1350	5500	6,5	2,1	1,0+ j1,0
14	Y/Δ -11	400	35	0,4	1350	5500	6,5	2,1	0,6+ j0,8
15	Y/Y_N - 0	250	6	0,23	660	3700	4,5	4	0,2+j0,15
16	Δ/Y_N - 11	250	10	0,69	660	4200	4,7	4	2+ j1,5
17	Y/Δ -11	400	10	0,23	920	5500	4,5	3,5	0,4+ j0,3
18	Δ/Y_N - 11	400	6	0,69	920	5900	4,5	3,5	1,2+ j0,9
19	Y/Y_N - 0	630	10	0,4	1310	7600	5,5	3	0,4+ j0,3
20	Δ/Y_N - 11	630	6	0,69	1310	8500	5,5	3	0,8+ j0,6
21	Y/Δ - 11	200	6	0,4	875	2535	2,8	2,5	2,4+ j1,8
22	Y/Y_N - 0	200	6	0,69	875	2535	2,8	2,5	2,4+ j1,8
23	Y/Y_N - 0	250	6	0,4	740	3350	3,4	2,3	2+ j1,5
24	Y/Y_N - 0	250	6	0,69	740	3350	3,4	2,3	2+ j1,5

8. Определить значение коэффициента нагрузки при включении во вторичную цепь нагрузки $Z_Н$ и оптимальное значения коэффициента нагрузки трансформатора $\beta_{опт}$.

9. Рассчитать изменение вторичного напряжения при:

а) включении во вторичную цепь нагрузки $Z_Н$;

б) оптимальном коэффициенте нагрузки $\beta_{опт}$ и cos□$_{2=}$ 0,95 (созф2 устанавливает предприятию энергоснабжающая организация).

10. Определить КПД трансформатора при:

а) включении во вторичную цепь нагрузки $Z_Н$;

б) оптимальном коэффициенте нагрузки fW и coscp2 = 0,95. Сравнить полученные в пунктах *а* и *б* значения к. п. д. и сделать вывод.

Методические рекомендации.

При расчете многофазных симметричных электрических цепей переменного тока расчеты выполняют, как правило, на одну фазу, т. е. используя фазные значения напряжений и

токов, а все энергетические параметры: мощности на входе и выходе, потери и т. п. обычно рассчитывают на все фазы, паспортные данные по мощности указаны также на все фазы.

Например:

$S=m\cdot I_Ф\cdot U_Ф$; $P=m\cdot I_Ф\cdot U_Ф\cdot cos\varphi_Ф$; $\Delta P=m\cdot R\cdot I^2_Ф$ и т. д., где m – число фаз.

К пункту 7. При переходе от Т-образной электрической схемы замещения приведенного трансформатора к упрощенной пренебрегают током холостого хода ($I_0 = 0$). В этом случае приведенный трансформатор заменяется эквивалентной электрической схемой замещения, представляющей собой комплекс полного сопротивления короткого замыкания

$Z_K = R_K+jX_K$.

К пункту 8. Оптимальным называется значение коэффициента нагрузки, соответствующее максимальному к. п. д. трансформатора при заданном коэффициенте мощности.

Задача 9. АСИНХРОННЫЙ ДВИГАТЕЛЬ С ФАЗНЫМ РОТОРОМ

Условие задачи

Известны следующие технические данные асинхронного двигателя с фазным ротором, предназначенного для работы в сети с частотой f= 50 Гц (табл. 9.1):

- число фаз m = 3;
- . - схема соединения фаз обмотки статора Δ/Y;
- число полюсов 2p ;
- номинальная мощность (полезная) $P_{2н}$;
- номинальное линейное напряжение обмотки статора $U_{лн}(\Delta)/U_{лн}$ (Y)= 220/380 В (для всех вариантов задачи);
- номинальный к. п. д. $\eta_н$
- номинальный коэффициент мощности $\cos\varphi_Н$;
- номинальная частота вращения $\eta_{2н}$;
- кратность номинального момента $K_м=M_{max}/M_{ном}$;
- активное сопротивление фазы обмотки статора R_1
- активное сопротивления фазы обмотки ротора R_2;
- схема соединения фаз обмотки ротора Y;
- линейная э. д. с. неподвижного ротора $E_{2л}$
- индуктивное сопротивление рассеяния фазы обмотки неподвижного ротора X_2.

Последовательность решения

1. Определить следующие значения, соответствующие номинальному режиму:

- номинальные полную $S_Н$, активную $P_{1н}$ и реактивную $Q_{1н}$ мощности на зажимах обмотки статора асинхронного двигателя;
- номинальные фазные напряжение $U_{1н}$ и ток $I_{1н}$ статора;
- фазную э. д. с. неподвижного ротора E_2;
- номинальное скольжение $S_Н$;
- номинальный момент на валу $M_{2н}$,

2. Начертить электрические схемы замещения фазы обмотки вращающегося и неподвижного ротора и рассчитать:

а) для вращающегося ротора:

- частоту э. д. с. и тока ротора в номинальном режиме $f_{2н}$;
- номинальную фазную э. д. с. ротора $E_{2Sн}$ индуктивное сопротивление рассеяния фазы ротора в номинальном режиме $X_{2Sн}$;

Таблица 9.1

Исходные данные к задаче 9

Номер варианта	Тип двигателя	2p	$P_{2Н}$, кВт	$\eta_Н$, %	$\cos\varphi_Н$	$n_{2Н}$, об/мин	$K_М$	R_1, Ом	$E_{2Л}$, В	R_2, Ом	X_2, Ом

0	4АК16034УЗ	4	11,0	86,5	0,86	1438	3,2	0,373	305	0,321	0,576
1	4АК160М4УЗ	4	14,0	88,0	0,87	1448	3,5	0,255	300	0,207	0,385
2	4АК180М4УЗ	4	18,5	89,5	0,88	1457	4,0	0,135	294	0,125	0,232
3	4АК200М4УЗ	4	22,0	90,0	0,87	1467	4,0	0,124	338	0,107	0,309
4	4АК2004УЗ	4	30,0	90,0	0,87	1462	4,0	0,099	349	0,0964	0,281
5	4АК1606УЗ	6	7,7	88,5	0,77	951	3,5	0,664	300	0,518	0,906
6	4АКГ60М6УЗ	6	10,0	84,5	0,76	959	3,8	0,401	310	0,358	0,800
7	4АК180М6УЗ	6	13,0	86,0	0,86	957	4,0	0,267	324	0,317	0,608
8	4АК200М6УЗ	6	18,5	88,5	0,81	971	3,5	0,168	360	0,190	0,387
9	4АК2006УЗ	6	22,0	88,0	0,80	969	3,5	0,149	330	0,143	0,308
10	4АК225М6УЗ	6	30,0	90,0	0,85	976	2,5	0,106	141	0,015	0,046
11	4АК1608УЗ	8	5,5	80,0	0,70	706	2,5	0,887	301	0,861	1,605
12	4АК160М8УЗ	8	7,1	82,0	0,70	712	3,0	0,622	290	0,537	1,413
13	4АК180М8УЗ	8	11,0	85,5	0,72	718	3,5	0,333	267	0,253	0,684
14	4АК200М8УЗ	8	15,0	86,0	0,73	719	3,0	0,233	356	0,322	0,625
15	4АК2008УЗ	8	18,5	87,0	0,73	727	3,0	0,187	301	0,1405	0,366

16	4АНК1604УЗ	4	14,0	85,0	0,85	1425	3,0	0,358	328	0,349	0,572
17	4АНК160М4УЗ	4	17,0	87,5	0,87	1441	3,5	0,229	314	0,210	0,388
18	4АНК1804УЗ	4	22,0	87,0	0,86	1423	3,2	0,163	299	0,190	0,315
19	4АНК180М4УЗ	4	30,0	90,0	0,86	1450	3,2	0,097	291	0,088	0,164
20	4АНК1806УЗ	6	13,0	83,5	0,81	940	3,0	0,363	204	0,173	0,240
21	4АНК180М6УЗ	6	18,5	85,0	0,82	941	3,0	0,241	336	0,326	0,466
22	4АНК200М6УЗ	6	22,0	89,0	0,81	967	3,0	0,1505	379	0,201	0,514
23	4АНК1808УЗ	8	11,0	85,0	0,76	711	3,2	0,417	315	0,431	0,640
24	4АНК180М8УЗ	8	14,0	86,5	0,77	722	3,5	0,303	307	0,235	0,392
25	4АНК200М8УЗ	8	18,5	86,5	0,78	721	2,5	0,242	382	0,283	0,734
26	4АНК2008УЗ	8	22,0	86,0	0,79	713	2,5	0,1905	330	0,244	0,470

- номинальный фазный ток ротора $I_{2н}$;
- приведенный номинальный фазный ток $I'_{2н}$;, б) для неподвижного ротора:
- фазный ток ротора I_2;
- приведенные значения R'_2, X'_2, E'_2, I'_2.

Сравнить вычисленные значения фазного тока $I_{2н}$ и I_2 (или $I'_{2н}$ и I'_2).

3. Рассчитать энергетические параметры асинхронного двигателя, работающего в номинальном режиме:

- номинальные электромагнитную мощность $P_{эм.н}$ и электромагнитный момент $M_{эм.н}$; '
- номинальную полную механическую мощность $P_{мех.н}$,
- сумму потерь $\Sigma\Delta P$;
- построить энергетическую диаграмму преобразования активной энергии при работе двигателя в номинальном режиме.

4. Вычислить значение критического скольжения $S_{кр}$ при работе асинхронного двигателя с закороченным ротором (без добавочного сопротивления в цепи ротора); определить параметры короткого замыкания R_K и $X_к$ асинхронного двигателя.

5. Начертить электрическую схему пуска асинхронного двигателя с фазным ротором.

6. В одной системе координат построить следующие механические характеристики $n_2 = f(M_{ЭМ})$.

- естественную при соединении обмотки статора в треугольник и подключении к сети с линейным напряжением 220 В и закороченной обмоткой ротора;

- искусственную при том же соединении обмотки статора и включении в цепь ротора пускового реостата R_a сопротивление которого необходимо выбрать таким образом, чтобы начальный пусковой момент был равен максимальному $(M_П = M_{max})$. Рассчитать значение этого сопротивления.

Методические рекомендации

К пункту 2. В связи с тем, что в асинхронном двигателе с фазным ротором число фаз обмотки статора всегда равно числу фаз обмотки ротора ($m_1 = m_2$), коэффициент приведения э. д. с. равен коэффициенту приведения токов ($K_E = K_I$). Коэффициент приведения э. д. с. можно определить из паспортных данных

$$K_E = K_{об1} W_1 / K_{об2} W_2 = U_{1н}/E_2. \quad (9.1)$$

К пункту 3. Добавочные потери в асинхронном двигателе могут быть определены по формуле

$$\Delta P_Д = 0{,}005 P_{1н} (I_1/I_2)^2. \quad (9.2)$$

К пункту 4. Значение критического скольжения можно рассчитать по упрощенной формуле Клосса

$$M_{эм}/M_{max} = 2/(S/S_{кр} + S_{кр}/S) = 1/K_M. \quad (9.3)$$

При решении квадратного уравнения необходимо выбрать корень, удовлетворяющий условию $S_{кр} > S_Н$.

Также значение критического скольжения можно рассчитать по формуле

$$S_{кр} = R'_2 / \sqrt{R_1^2 + X_к^2}. \quad (9.4)$$

Индуктивное сопротивление $X_к$ можно определить из

$$M_{max} = \left(\frac{m_1}{2\Omega_1}\right)\left(\frac{U_{1н}^2}{R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_к^2}}\right), \quad (9.5)$$

где $\Omega_1 = \omega_1/p = 2\pi f_1/p$ - угловая скорость вращения магнитного поля в воздушном зазоре.

Задача 10. ДВИГАТЕЛЬ ПОСТОЯННОГО ТОКА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ

Условие задачи

Известны следующие технические данные двигателя постоянного тока параллельного возбуждения (табл. 10.1):

- номинальная полезная мощность P^,
- номинальное напряжение якоря и обмотки возбуждения £/$_н$;
- номинальная частота вращения и$_н$;
- номинальный к. п. д. %;
- сопротивление обмотки добавочных полюсов R_{in}.;
- сопротивление обмотки параллельного возбуждения $г_в$;
- падение напряжения на щетках Д[/$_щ$ = 2 В при /,, $Ф$ 0.

Исходные данные для задачи 10

Таблица 10.1

Номер варианта	$P_{2Н}$, кВт	$U_Н$, В	$n_Н$, об/мин	$\eta_Н$, %	$R_а$, Ом	$R_{ДП}$, Ом	$r_В$, Ом	$R_Р$, Ом	$r_Р$, Ом
1	1,0	110	3000	71,5	0,6	0,35	365	5 $R_а$	$r_В$
2	0,9	110	2000	73,0	0,64	0,4	340	7 $R_а$	0,5 $r_В$
3	1,3	110	3150	76,0	0,36	0,36	340	9 $R_а$	$r_В$

4	0,55	220	3000	71,0	1,0	0,55	222	10 R_a	0,5 r_B
5	0,75	110	3000	78,5	0,64	0,4	720	4 R_a	r_B
6	1,2	220	2200	76,5	0,79	0,33	103	6 R_a	0,5 r_B
7	2,0	110	3000	78,5	0,2	0,14	265	8 R_a	r_B
8	1,1	220	1500	74,0	2,2	1,57	81	10 R_a	0,5 r_B
9	1,7	110	2200	77,0	0,29	0,24	295	5 R_a	r_B
10	2,2	220	3150	81,0	0,52	0,51	81	7 R_a	0,5 r_B
11	1,5	110	1590	70,0	0,42	0,36	181	9 R_a	r_B
12	2,5	220	2200	76,0	0,79	0,68	39,4	4 R_a	0,5 r_B
13	3,4	110	3350	79,5	0,46	0,05	96,3	6 R_a	r_B
14	5,3	220	3000	80,0	0,24	0,2	25,3	8 R_a	0,5 r_B
15	1,4	110	3000	78,5	0,2	0,13	403	10 R_a	r_B
16	1,6	110	790	68,0	0,47	0,31	134	5 R_a	0,5 r_B
17	7,0	110	2200	81,0	0,07	0,05	111	7 R_a	r_B
18	4,0	220	1500	79,0	0,56	0,34	35	9 R_a	0,5 r_B
19	10,5	440	3000	85,0	0,56	0,34	25,6	4 R_a	r_B
20	1,9	110	750	71,0	0,32	0,27	138	6 R_a	0,5 r_B
21	3,0	220	1000	75,5	0,88	0,64	37,5	8 R_a	r_B
22	5,5	110	1500	80,0	0,88	0,07	101	10 R_a	0,5 r_B
23	8,5	440	2240	84,5	0,67	0,45	25	5 R_a	r_B
24	3,7	220	2360	81,0	0,35	0,22	54,5	7 R_a	0,5 r_B

Последовательность решения

1. Начертить электрическую схему двигателя постоянного тока параллельного возбуждения с включением добавочных регулировочных резисторов в цепь якоря R_P и в цепь обмотки возбуждения r_P.

2. Определить номинальную мощность на входе двигателя P_{1H}, номинальные токи якоря I_{AH} и возбуждения i_{BH} и номинальный момент на валу двигателя M_{2H}.

3. Рассчитать и построить в одной системе координат механические характеристики двигателя постоянного тока, включенного в сеть с номинальным напряжением U_H:

а) естественную ($R_P = 0$; $r_P = 0$);

б) искусственную при включении регулировочного реостата в цепь якоря ($R_P \neq 0$; $r_P = 0$);

в) искусственную при включении регулировочного реостата в цепь возбуждения ($R_P = 0$; $r_P \neq 0$).

4. Объяснить, что произойдет с работающим двигателем при обрыве в цепи возбуждения, если система автоматической защиты из-за неисправности не отключит вовремя двигатель от сети.

5. Рассчитать максимальные значения сопротивления пускового реостата R_{max}, включенного в цепь якоря, при реостатном способе пуска двигателя, если известно, что пусковой ток не должен превышать двойного номинального значения ($I_{AП} \leq 2I_{AH}$).

Методические рекомендации

К пункту 2. В двигателе постоянного тока параллельного возбуждения номинальный ток $I_H = I_{AH} + i_{BH}$

К пункту 3. Для решения задачи необходимо рассчитать произведение конструктивной постоянной электрической машины на номинальный магнитный поток сФ,, при U_n. Это значение можно определить из паспортных данных двигателя, используя выражения:

$$E_A = c\Phi_H \Omega_H$$

$$E_A = U_H - I_{AH}(R_a + R_{ДП}) - \Delta U_{Щ}$$

где E_A - э.д.с. якоря; Ω_H - угловая скорость двигателя постоянного тока; R_a - сопротивление обмотки якоря.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Ч, 1. Электрические цепи. М.: Высшая школа. 1996. 628 с.

2. Каплянский А. Е., Лысенко А. П., Полотовский Л. С. Теоретические основы электротехники / Под ред. А. Е. Каплянского. М.: Высшая школа, 1972. 447 с.

3. Нейман Л.Р., Демирчан К.С. Теоретические основы электротехники. Т. 1: Ч. 1. Основные понятия и законы теории электромагнитного поля и теории электрических и магнитных цепей. Ч. 2. Теория линейных электрических цепей. Л.: Энергоиздат. Ленинградское отделение, 1981. 533 с.

4. Нейман Л. Р., Демирчан К. С. Теоретические основы электротехники. Т. 2: Ч. 3. Теория нелинейных электрических и магнитных цепей. Ч. 4. Теория электромагнитного поля. Л.: Энергоиздат. Ленинградское отделение. 1981.415 с.

5. Атабеков Г. И. Основы теории цепей: Учебник для вузов. М: Энергия, 1969. 424 с.

6. Атабеков Г. И. и др. Теоретические основы электротехники. Ч. 2. Нелинейные цепи. М.: Энергия, 1970. 232 с.

7. Нейман Л. Р., Демирчан К. С. Теоретические основы электротехники: Учебник для вузов. В 2-х тт. Том 2. 3-е изд., перераб. и доп. Л.: Энергоиздат. Ленинградское отделение, 1981. 416 с.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
И.о. проректора по учебно-методической работе
_____ В. В. Зубов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.19 ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Направление
15.03.02 Технологические машины и оборудование

Направленность (профиль)
Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов

Автор: Стожков Д. С., доцент, к.т.н.

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией факультета
Электротехники	Горно-механического
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Угольников А. В.	Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 13.09.2024	Протокол № 2 от 18.10.2024
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3
ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА 4
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ 4
Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса 4
Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам 5
Подготовка и написание контрольной работы 6
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ 7
Подготовка к зачёту 7

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов – это разнообразные виды деятельности студентов, осуществляемые под руководством, но без непосредственного участия преподавателя в аудиторное и/или внеаудиторное время.

Это особая форма обучения по заданиям преподавателя, выполнение которых требует активной мыслительной, поисково-исследовательской и аналитической деятельности.

Методологическую основу самостоятельной работы студентов составляет деятельностный подход, когда цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, то есть на реальные ситуации, где студентам надо проявить знание конкретной дисциплины, использовать внутрипредметные и межпредметные связи.

Цель самостоятельной работы – закрепление знаний, полученных на аудиторных занятиях, формирование способности принимать на себя ответственность, решать проблему, находить конструктивные выходы из сложных ситуаций, развивать творческие способности, приобретение навыка организовывать своё время

Кроме того самостоятельная работа направлена на обучение студента осмысленно и самостоятельно работать сначала с учебным материалом, затем с научной информацией, заложить основы самоорганизации и самовоспитания с тем, чтобы привить умение в дальнейшем непрерывно повышать свой профессиональный уровень.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирование практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитие исследовательских умений;
- получение навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

В соответствии с реализацией рабочей программы дисциплины в рамках самостоятельной работы студенту необходимо выполнить следующие виды работ:

для подготовки ко всем видам текущего контроля:

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение курса;
- подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам;
- подготовка к контрольной работе, написание контрольной работы;
- выполнение и написание курсовой работы (проекта);

для подготовки ко всем видам промежуточной аттестации:

- подготовка к зачёту;
- подготовка к экзамену.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов как online, так и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита контрольных и курсовых работ (проектов), защита зачётных работ в виде доклада с презентацией и др.

Текущий контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

Промежуточный контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного для сдачи экзамена / зачёта.

В методических указаниях по каждому виду контроля представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса

Лекционный материал по дисциплине излагается в виде устных лекций преподавателя во время аудиторных занятий. Самостоятельная работа студента во время лекционных аудиторных занятий заключается в ведении записей (конспекта лекций).

Конспект лекций, выполняемый во время аудиторных занятий, дополняется студентом при самостоятельном внеаудиторном изучении некоторых тем курса. Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка основной и дополнительной литературы к дисциплине.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины приведён в рабочей программе дисциплины.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на повторение материала лекций и самостоятельное изучение тем курса:

для овладения знаниями:

- конспектирование текста;
- чтение основной и дополнительной литературы;
- составление плана текста;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- повторная работа над учебным материалом;
- составление таблиц для систематизации учебного материала;
- изучение нормативных материалов;
- составление плана и тезисов ответа на вопросы для самопроверки;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Вопросы для самопроверки приведены учебной литературе по дисциплине или могут быть предложены преподавателем на лекционных аудиторных занятиях после изучения каждой темы.

Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам

Практические занятия по дисциплине выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций, а также умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач.

На практических занятиях происходит закрепление теоретических знаний, полученных в ходе лекций, осваиваются методики и алгоритмы решения типовых задач по образцу и вариантных задач, разбираются примеры применения теоретических знаний для практического использования, выполняются доклады с презентацией по определенным учебно-практическим, учебно-исследовательским или научным темам с последующим их обсуждением.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к практическим занятиям:

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- подготовка публичных выступлений;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;

– рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Лабораторные занятия по дисциплине выступают средством формирования у студентов навыков работы с использованием лабораторного оборудования, планирования и выполнения экспериментов, оформления отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к лабораторным занятиям:

для овладения знаниями:

– изучение методик работы с использованием различных видов и типов лабораторного оборудования;
– изучение правил безопасной эксплуатации лабораторного оборудования;
– работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

– составление плана проведения эксперимента;
– составление отчётной документации по результатам экспериментирования;
– аналитическая обработка результатов экспериментов.

для формирования навыков и умений:

– выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
– оформление отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Подготовка и написание контрольной работы

Контрольная работа – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся. Контрольная работа является средством проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к контрольной работе:

для овладения знаниями:

– чтение основной и дополнительной литературы;
– работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

– работа с конспектом лекций;
– ответы на вопросы для самопроверки.

для формирования навыков и умений:

– решение задач по образцу и вариативных задач;
– выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
– оформление отчётной документации по выполнению контрольной работы.

Контрольная работа может быть выполнена в виде доклада с презентацией.

Доклад с презентацией – это публичное выступление по представлению полученных результатов знаний по определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной теме.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления;
- осуществить сбор материала к выступлению;
- организовать работу с источниками;
- -во время изучения источников следует записывать вопросы, возникающие по мере ознакомления, ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;
- сформулировать возможные вопросы по теме доклада, подготовить тезисы ответов на них;
- обработать материал и представить его в виде законченного доклада и презентации.

При выполнении контрольной работы в виде доклада с презентацией самостоятельная работа студента включает в себя:

для овладения знаниями:

- чтение основное и дополнительной литературы по заданной теме доклада;
- составление плана доклада;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей по теме доклада

для закрепления и систематизации знаний:

- составление плана и тезисов презентации по теме доклада;
- составление презентации;
- составление библиографического списка по теме доклада;
- подготовка к публичному выступлению;
- составление возможных вопросов по теме доклада и ответов на них.

для формирования навыков и умений:

- публичное выступление;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Варианты контрольных работ и темы докладов приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Подготовка к зачёту

Зачёт по дисциплине может быть проведён в виде теста или включать в себя защиту контрольной работы (доклад с презентацией).

Тест – это система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

При самостоятельной подготовке к зачёту, проводимому в виде теста, студенту необходимо:

- проработать информационный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора дополнительной учебной литературы;
- выяснить условия проведения теста: количество вопросов в тесте, продолжительность выполнения теста, систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с тестом, нужно внимательно и до конца прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов, выбрать правильные (их может быть несколько),

на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам.

В процессе выполнения теста рекомендуется применять несколько подходов в решении заданий. Такая стратегия позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант. Не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, а сразу переходить к другим тестовым заданиям, к трудному вопросу можно обратиться в конце. Необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

Зачёт также может проходить в виде защиты контрольной работы (доклад с презентацией). Методические рекомендации по подготовке и выполнению доклада с презентацией приведены в п. «Подготовка и написание контрольной работы».

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
И.о. проректора по учебно-методической работе
_____ В. В. Зубов

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.20 ЭКОНОМИКА И УПРАВЛЕНИЕ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫМ ПРОИЗВОДСТВОМ

Направление подготовки
15.03.02 Технологические машины и оборудование

Направленность (профиль)
Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов

Форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

год набора: 2025

Автор: Позднякова О. Б., доцент, к.э.н.

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией факультета
Экономики и менеджмента	Горно-механического
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой	Председатель
(подпись)	*(подпись)*
Мочалова Л.А.	Осипов П.А.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 02.09.2024	Протокол № 2 от 18.10.2024
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ

Данные методические рекомендации необходимы для студентов бакалавриата по направлению подготовки *15.03.02 Технологические машины и оборудование* при организации самостоятельной работы по дисциплине «ЭКОНОМИКА И УПРАВЛЕНИЕ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫМ ПРОИЗВОДСТВОМ» в рамках подготовки и защиты контрольной работы.

В методических рекомендациях содержатся особенности организации подготовки контрольной работы в виде реферата, требования к его оформлению, а также порядок защиты и критерии оценки.

ОРГАНИЗАЦИЯ ПОДГОТОВКИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РЕФЕРАТА)

Общая характеристика реферата

Написание реферата практикуется в учебном процессе в целях приобретения студентом необходимой профессиональной подготовки, развития умения и навыков самостоятельного научного поиска: изучения литературы по выбранной теме, анализа различных источников и точек зрения, обобщения материала, выделения главного, формулирования выводов и т. п. С помощью реферата студент может глубже постигать наиболее сложные проблемы дисциплины, учится лаконично излагать свои мысли, правильно оформлять работу, докладывать результаты своего труда.

В «Толковом словаре русского языка» дается следующее определение: «**реферат** – краткое изложение содержания книги, статьи, исследования, а также доклад с таким изложением».

Различают два вида реферата:

- *репродуктивный* – воспроизводит содержание первичного текста в форме реферата-конспекта или реферата-резюме. В реферате-конспекте содержится фактическая информация в обобщённом виде, иллюстрированный материал, различные сведения о методах исследования, результатах исследования и возможностях их применения. В реферате-резюме содержатся только основные положения данной темы;
- *продуктивный* – содержит творческое или критическое осмысление реферируемого источника и оформляются в форме реферата-доклада или реферата-обзора. В реферате-докладе, наряду с анализом информации первоисточника, дается объективная оценка проблемы, и он имеет развёрнутый характер. Реферат-обзор составляется на основе нескольких источников и в нем сопоставляются различные точки зрения по исследуемой проблеме.

Студент для изложения материала должен выбрать продуктивный вид реферата.

Выбор темы реферата

Студенту предоставляется право выбора темы реферата из рекомендованного преподавателем дисциплины списка. Выбор темы должен быть осознанным и обоснованным с точки зрения познавательных интересов автора, а также полноты освещения темы в имеющейся научной литературе.

Если интересующая тема отсутствует в рекомендованном списке, то по согласованию с преподавателем студенту предоставляется право самостоятельно предложить тему реферата, раскрывающую содержание изучаемой дисциплины. Тема не должна быть слишком общей и глобальной, так как небольшой объем работы (до 20-25 страниц без учёта приложений) не позволит раскрыть ее.

Начинать знакомство с избранной темой лучше всего с чтения обобщающих работ по данной проблеме, постепенно переходя к узкоспециальной литературе. При этом следует сразу же составлять библиографические выходные данные используемых источников (автор, название, место и год издания, издательство, страницы).

На основе анализа прочитанного и просмотренного материала по данной теме следует составить тезисы по основным смысловым блокам, с пометками, собственными суждениями и оценками. Предварительно подобранный в литературных источниках материал может превышать необходимый объем реферата.

Формулирование цели и составление плана реферата

Выбрав тему реферата и изучив литературу, необходимо сформулировать цель работы и составить план реферата.

Цель – это осознаваемый образ предвосхищаемого результата. Возможно, формулировка цели в ходе работы будет меняться, но изначально следует ее обозначить, чтобы ориентироваться на нее в ходе исследования. Формулирование цели реферата рекомендуется осуществлять при помощи глаголов: исследовать, изучить, проанализировать, систематизировать, осветить, изложить (представления, сведения), создать, рассмотреть, обобщить и т. д.

Определяясь с целью дальнейшей работы, параллельно необходимо думать над составлением плана, при этом четко соотносить цель и план работы. Правильно построенный план помогает систематизировать материал и обеспечить последовательность его изложения.

Наиболее традиционной является следующая **структура реферата**:

Титульный лист.

Оглавление (план, содержание).

Введение.

1. (полное наименование главы).
   1.1. (полное название параграфа, пункта);
   1.2. (полное название параграфа, пункта).
2. (полное наименование главы).
   2.1. (полное название параграфа, пункта);
   2.2. (полное название параграфа, пункта).

Заключение (выводы).

} Основная часть

Библиография (список использованной литературы).

Приложения (по усмотрению автора).

Титульный лист оформляется в соответствии с Приложением.

Оглавление (план, содержание) включает названия всех глав и параграфов (пунктов плана) реферата и номера страниц, указывающие их начало в тексте реферата.

Введение. В этой части реферата обосновывается актуальность выбранной темы, формулируются цель и задачи работы, указываются используемые материалы и дается их краткая характеристика с точки зрения полноты освещения избранной темы. Объем введения не должен превышать 1-1,5 страницы.

Основная часть реферата может быть представлена двумя или тремя главами, которые могут включать 2-3 параграфа (пункта).

Здесь достаточно полно и логично излагаются главные положения в используемых источниках, раскрываются все пункты плана с сохранением связи между ними и последовательности перехода от одного к другому.

Автор должен следить за тем, чтобы изложение материала точно соответствовало цели и названию главы (параграфа). Материал в реферате рекомендуется излагать своими словами, не допуская дословного переписывания из литературных источников. В тексте обязательны ссылки на первоисточники, т. е. на тех авторов, у которых взят данный материал в виде мысли, идеи, вывода, числовых данных, таблиц, графиков, иллюстраций и пр.

Работа должна быть написана грамотным литературным языком. Сокращение слов в тексте не допускается, кроме общеизвестных сокращений и аббревиатуры. Каждый раздел рекомендуется заканчивать кратким выводом.

Заключение (выводы). В этой части обобщается изложенный в основной части материал, формулируются общие выводы, указывается, что нового лично для себя вынес автор реферата из работы над ним. Выводы делаются с учетом опубликованных в литературе различных точек зрения по проблеме, рассматриваемой в реферате, сопоставления их и личного мнения автора реферата. Заключение по объему не должно превышать 1,5-2 страниц.

Библиография (список использованной литературы) – здесь указывается реально использованная для написания реферата литература, периодические издания и электронные источники информации. Список составляется согласно правилам библиографического описания.

Приложения могут включать графики, таблицы, расчеты.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РЕФЕРАТА

Общие требования к оформлению реферата

Рефераты, как правило, требуют изучения и анализа значительного объема статистического материала, формул, графиков и т. п. В силу этого особое значение приобретает правильное оформление результатов проделанной работы.

Текст реферата должен быть подготовлен в печатном виде. Исправления и помарки не допускаются. Текст работы оформляется на листах формата А4, на одной стороне листа, с полями: левое – 25 мм, верхнее – 20 мм, правое – 15 мм и нижнее – 25 мм. При компьютерном наборе шрифт должен быть таким: тип шрифта Times New Roman, кегль 14, междустрочный интервал 1,5.

Рекомендуемый объем реферата – не менее 20 страниц. Титульный лист реферата оформляется студентом по образцу, данному в приложении 1.

Текст реферата должен быть разбит на разделы: главы, параграфы и т. д. Очередной раздел нужно начинать с нового листа.

Все страницы реферата должны быть пронумерованы. Номер страницы ставится снизу страницы, по центру. Первой страницей является титульный лист, но на ней номер страницы не ставится.

Таблицы

Таблицы по содержанию делятся на аналитические и неаналитические. Аналитические таблицы являются результатом обработки и анализа цифровых показателей. Как правило, после таких таблиц делается обобщение, которое вводится в текст словами: «таблица позволяет сделать вывод о том, что…», «таблица позволяет заключить, что…» и т. п.

В неаналитических таблицах обычно помещаются необработанные статистические данные, необходимые лишь для информации и констатации фактов.

Таблицы размещают после первого упоминания о них в тексте таким образом, чтобы их можно было читать без поворота работы или с поворотом по часовой стрелке.

Каждая таблица должна иметь нумерационный и тематический заголовок. Тематический заголовок располагается по центру таблицы, после нумерационного, размещённого в правой стороне листа и включающего надпись «Таблица» с указанием арабскими цифрами номера таблицы. Нумерация таблиц сквозная в пределах каждой главы. Номер таблицы состоит из двух цифр: первая указывает на номер главы, вторая – на номер таблицы в главе по порядку (например: «Таблица 2.2» – это значит, что представленная таблица вторая во второй главе).

Цифры в графах таблиц должны проставляться так, чтобы разряды чисел во всей графе были расположены один под другим. В одной графе количество десятичных знаков должно быть одинаковым. Если данные отсутствуют, то в графах ставят знак тире. Округление числовых значений величин до первого, второго и т. д. десятичного знака для

различных значений одного и того же наименования показателя должно быть одинаковым.

Таблицу с большим количеством строк допускается переносить на другую страницу, при этом заголовок таблицы помещают только над ее первой частью, а над переносимой частью пишут «Продолжение таблицы» или «Окончание таблицы». Если в работе несколько таблиц, то после слов «Продолжение» или «Окончание» указывают номер таблицы, а само слово «таблица» пишут сокращенно, например: «Продолжение табл. 1.1», «Окончание табл. 1.1».

На все таблицы в тексте курсовой работы должны быть даны ссылки с указанием их порядкового номера, например: «…в табл. 2.2».

Формулы

Формулы – это комбинации математических знаков, выражающие какие-либо предложения.

Формулы, приводимые в реферате, должны быть наглядными, а обозначения, применяемые в них, соответствовать стандартам.

Пояснения значений символов и числовых коэффициентов следует приводить непосредственно под формулой, в той последовательности, в какой они даны в формуле. Значение каждого символа и числового коэффициента дается с новой строки. Первую строку объяснения начинают со слова «где» без двоеточия после него.

Формулы и уравнения следует выделять из текста свободными строками. Если уравнение не умещается в одну строку, оно должно быть перенесено после знака равенства (=) или после знака (+), минус (–), умножения (х) и деления (:).

Формулы нумеруют арабскими цифрами в пределах всей курсовой работы (реферата) или главы. В пределах реферата используют нумерацию формул одинарную, в пределах главы – двойную. Номер указывают с правой стороны листа на уровне формулы в круглых скобках.

В тексте ссылки на формулы приводятся с указанием их порядковых номеров, например: «…в формуле (2.2)» (второй формуле второй главы).

Иллюстрации

Иллюстрации позволяют наглядно представить явление или предмет такими, какими мы их зрительно воспринимаем, но без лишних деталей и подробностей.

Основными видами иллюстраций являются схемы, диаграммы и графики.

Схема – это изображение, передающее обычно с помощью условных обозначений и без соблюдения масштаба основную идею какого-либо устройства, предмета, сооружения или процесса и показывающее взаимосвязь их главных элементов.

Диаграмма – один из способов изображения зависимости между величинами. Наибольшее распространение получили линейные, столбиковые и секторные диаграммы.

Для построения линейных диаграмм используется координатное поле. По горизонтальной оси в изображенном масштабе откладывается время или факториальные признаки, на вертикальной – показатели на определенный момент (период) времени или размеры результативного независимого признака. Вершины ординат соединяются отрезками – в результате получается ломаная линия.

На столбиковых диаграммах данные изображаются в виде прямоугольников (столбиков) одинаковой ширины, расположенных вертикально или горизонтально. Длина (высота) прямоугольников пропорциональна изображенным ими величинам.

Секторная диаграмма представляет собой круг, разделенный на секторы, величины которых пропорциональны величинам частей изображаемого явления.

График – это результат обработки числовых данных. Он представляет собой условные изображения величин и их соотношений через геометрические фигуры, точки и линии.

Количество иллюстраций в работе должно быть достаточным для пояснения излагаемого текста.

Иллюстрации обозначаются словом «Рис.» и располагаются после первой ссылки на них в тексте так, чтобы их было удобно рассматривать без поворота работы или с поворотом по часовой стрелке. Иллюстрации должны иметь номер и наименование, расположенные по центру, под ней. Иллюстрации нумеруются в пределах главы арабскими цифрами, например: «Рис. 1.1» (первый рисунок первой главы). Ссылки на иллюстрации в тексте реферата приводят с указанием их порядкового номера, например: «…на рис. 1.1».

При необходимости иллюстрации снабжаются поясняющими данными (подрисуночный текст).

Приложения

Приложение – это часть основного текста, которая имеет дополнительное (обычно справочное) значение, но, тем не менее, необходима для более полного освещения темы. По форме они могут представлять собой текст, таблицы, графики, карты. В приложении помещают вспомогательные материалы по рассматриваемой теме: инструкции, методики, положения, результаты промежуточных расчетов, типовые проекты, имеющие значительный объем, затрудняющий чтение и целостное восприятие текста. В этом случае в тексте приводятся основные выводы (результаты) и делается ссылка на приложение, содержащее соответствующую информацию. Каждое приложение должно начинаться с новой страницы. В правом верхнем углу листа пишут слово «Приложение» и указывают номер приложения. Если в реферате больше одного приложения, их нумеруют последовательно арабскими цифрами, например: «Приложение 1», «Приложение 2» и т. д.

Каждое приложение должно иметь заголовок, который помещают ниже слова «Приложение» над текстом приложения, по центру.

При ссылке на приложение в тексте реферата пишут сокращенно строчными буквами «прил.» и указывают номер приложения, например: «…в прил. 1».

Приложения оформляются как продолжение текстовой части реферата со сквозной нумерацией листов. Число страниц в приложении не лимитируется и не включается в общий объем страниц реферата.

Библиографический список

Библиографический список должен содержать перечень и описание только тех источников, которые были использованы при написании реферата.

В библиографическом списке должны быть представлены монографические издания отечественных и зарубежных авторов, материалы профессиональной периодической печати (экономических журналов, газет и еженедельников), законодательные и др. нормативно-правовые акты. При составлении списка необходимо обратить внимание на достижение оптимального соотношения между монографическими изданиями, характеризующими глубину теоретической подготовки автора, и периодикой, демонстрирующей владение современными экономическими данными.

Наиболее распространенным способом расположения наименований литературных источников является алфавитный. Работы одного автора перечисляются в алфавитном порядке их названий. Исследования на иностранных языках помещаются в порядке латинского алфавита после исследований на русском языке.

Ниже приводятся примеры библиографических описаний использованных источников.

Статья одного, двух или трех авторов из журнала

Зотова Л. А., Еременко О. В. Инновации как объект государственного регулирования // Экономист. 2010. № 7. С. 17–19.

Статья из журнала, написанная более чем тремя авторами

Валютный курс и экономический рост / С. Ф. Алексашенко, А. А. Клепач, О. Ю. Осипова [и др.] // Вопросы экономики. 2010. № 8. С. 18–22.

Книга, написанная одним, двумя или тремя авторами

Иохин В. Я. Экономическая теория: учебник. М.: Юристъ, 2009. 178 с.

Книга, написанная более чем тремя авторами

Экономическая теория: учебник / В. Д. Камаев [и др.]. М.: ВЛАДОС, 2011. 143 с.

Сборники

Актуальные проблемы экономики и управления: сборник научных статей. Екатеринбург: УГГУ, 2010. Вып. 9. 146 с.

Статья из сборника

Данилов А. Г. Система ценообразования промышленного предприятия // Актуальные проблемы экономики и управления: сб. научных статей. Екатеринбург: УГГУ, 2010. Вып. 9. С. 107–113.

Статья из газеты

Крашаков А. С. Будет ли обвал рубля // Аргументы и факты. 2011. № 9. С. 3.

Библиографические ссылки

Библиографические ссылки требуется приводить при цитировании, заимствовании материалов из других источников, упоминании или анализе работ того или иного автора, а также при необходимости адресовать читателя к трудам, в которых рассматривался данный вопрос.

Ссылки должны быть затекстовыми, с указанием номера соответствующего источника (на который автор ссылается в работе) в соответствии с библиографическим списком и соответствующей страницы.

Пример оформления затекстовой ссылки

Ссылка в тексте: «При оценке стоимости земли необходимо учесть все возможности ее производственного использования» [17, С. 191].

В списке использованных источников:

17. *Борисов Е. Ф.* Основы экономики. М.: Юристъ, 2008. 308 с.

ОРГАНИЗАЦИЯ ЗАЩИТЫ РЕФЕРАТА

Необходимо заранее подготовить тезисы выступления (план-конспект).

Порядок защиты реферата.

1.Краткое сообщение, характеризующее цель и задачи работы, ее актуальность, полученные результаты, вывод и предложения.

2.Ответы студента на вопросы преподавателя.

3.Отзыв руководителя-консультанта о ходе выполнения работы.

Советы студенту:

- Готовясь к защите реферата, вы должны вспомнить материал максимально подробно, и это должно найти отражение в схеме вашего ответа. Но тут же необходимо выделить главное, что наиболее важно для понимания материала в целом, иначе вы сможете проговорить все 15-20 минут и не раскрыть существа вопроса. Особенно строго следует отбирать примеры и иллюстрации.

- Вступление должно быть очень кратким – 1-2 фразы (если вы хотите подчеркнуть при этом важность и сложность данного вопроса, то не говорите, что он сложен и важен, а покажите его сложность и важность).
- Целесообразнее вначале показать свою схему раскрытия вопроса, а уж потом ее детализировать.
- Рассказывать будет легче, если вы представите себе, что объясняете материал очень способному и хорошо подготовленному человеку, который не знает именно этого раздела, и что при этом вам обязательно нужно доказать важность данного раздела и заинтересовать в его освоении.
- Строго следите за точностью своих выражений и правильностью употребления терминов.
- Не пытайтесь рассказать побольше за счет ускорения темпа, но и не мямлите.
- Не демонстрируйте излишнего волнения и не напрашивайтесь на сочувствие.
- Будьте особенно внимательны ко всем вопросам преподавателя, к малейшим его замечаниям. И уж ни в коем случае его не перебивайте!
- Не бойтесь дополнительных вопросов – чаще всего преподаватель использует их как один из способов помочь вам или сэкономить время. Если вас прервали, а при оценке ставят в вину пропуск важной части материала, не возмущайтесь, а покажите план своего ответа, где эта часть стоит несколько позже того, на чем вы были прерваны.
- Прежде чем отвечать на дополнительный вопрос, необходимо сначала правильно его понять. Для этого нужно хотя бы немного подумать, иногда переспросить, уточнить: правильно ли вы поняли поставленный вопрос. И при ответе следует соблюдать тот же принцип экономности мышления, а не высказывать без разбора все, что вы можете сказать.
- Будьте доброжелательны и тактичны, даже если к ответу вы не готовы (это вина не преподавателя, а ваша).

ТЕМЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РЕФЕРАТА)

1. Стратегический анализ потенциала организации.
2. Анализ внешней и внутренней среды организации.
3. Функционально-стоимостной анализ на примере горного предприятия
4. Технологии и трудовые процессы горного предприятия.
5. Изменение численности работников при реинженеринге бизнес-процессов на горном предприятии.
6. Использование норм при планировании основных технико-экономических показателей предприятия.
7. Философия оплаты труда на современном промышленном предприятии.
8. Философия оплаты труда на современном машиностроительном предприятии.
9. Государственное регулирование патентов.
10. Почему при организации оплаты следует учитывать нематериальные факторы?

Критерии оценивания

достижение поставленной цели и задач исследования (новизна и актуальность поставленных в реферате проблем, правильность формулирования цели, определения задач исследования, правильность выбора методов решения задач и реализации цели; соответствие выводов решаемым задачам, поставленной цели, убедительность выводов);

уровень эрудированности автора по изученной теме (знание автором состояния изучаемой проблематики, цитирование источников, степень использования в работе результатов исследований);

личные заслуги автора реферата (новые знания, которые получены помимо основной образовательной программы, новизна материала и рассмотренной проблемы, научное значение исследуемого вопроса);

культура письменного изложения материала (логичность подачи материала, грамотность автора);

культура оформления материалов работы (соответствие реферата всем стандартным требованиям);

знания и умения на уровне требований стандарта данной дисциплины: знание фактического материала, усвоение общих понятий и идей;

степень обоснованности аргументов и обобщений (полнота, глубина, всестороннее раскрытие темы, корректность аргументации и системы доказательств, характер и достоверность примеров, иллюстративного материала, наличие знаний интегрированного характера, способность к обобщению);

качество и ценность полученных результатов (степень завершенности реферативного исследования, спорность или однозначность выводов);

использование профессиональной терминологии;

использование литературных источников.

Приложение

Образец оформления титульного листа контрольной работы (реферата)

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»

Инженерно-экономический факультет

Кафедра экономики и менеджмента

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА (РЕФЕРАТ)

по дисциплине
«**Экономика и управление машиностроительным производством**»

на тему:

АНАЛИЗ ВНЕШНЕЙ И ВНУТРЕННЕЙ СРЕДЫ ОРГАНИЗАЦИИ

Руководитель:
доц., к. э. н. Позднякова О. Б.
Студент гр. ТМО-24
Артёмова Елена Юрьевна

Екатеринбург – 2024

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
И.о. проректора по учебно-методической работе
_____ В. В. Зубов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.20 ЭКОНОМИКА И УПРАВЛЕНИЕ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫМ ПРОИЗВОДСТВОМ

Направление подготовки
15.03.02 Технологические машины и оборудование

Направленность (профиль)
Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов

форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

год набора: **2025**

Автор: Позднякова О. Б., доцент, к. э. н.

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией факультета
Экономики и менеджмента	Горно-механического
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой	Председатель
(подпись)	*(подпись)*
Мочалова Л. А.	Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 02.09.2024	Протокол № 2 от 18.10.2024
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа в высшем учебном заведении - это часть учебного процесса, метод обучения, прием учебно-познавательной деятельности, комплексная целевая стандартизованная учебная деятельность с запланированными видом, типом, формами контроля.

Самостоятельная работа представляет собой плановую деятельность обучающихся по поручению и под методическим руководством преподавателя.

Целью самостоятельной работы студентов является закрепление тех знаний, которые они получили на аудиторных занятиях, а также способствование развитию у студентов творческих навыков, инициативы, умению организовать свое время.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- предполагает освоение курса дисциплины;
- помогает освоению навыков учебной и научной работы;
- способствует осознанию ответственности процесса познания;
- способствует углублению и пополнению знаний студентов, освоению ими навыков и умений;
- формирует интерес к познавательным действиям, освоению методов и приемов познавательного процесса,
- создает условия для творческой и научной деятельности обучающихся;
- способствует развитию у студентов таких личных качеств, как целеустремленность, заинтересованность, исследование нового.

Самостоятельная работа обучающегося выполняет следующие функции:

- развивающую (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);
- информационно-обучающую (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях, неподкрепленная самостоятельной работой, становится мало результативной);
- ориентирующую и стимулирующую (процессу обучения придается ускорение и мотивация);
- воспитательную (формируются и развиваются профессиональные качества бакалавра и гражданина);
- исследовательскую (новый уровень профессионально-творческого мышления).

Организация самостоятельной работы студентов должна опираться на определенные требования, а, именно:

- сложность осваиваемых знаний должна соответствовать уровню развития студентов;
- стандартизация заданий в соответствии с логической системой курса дисциплины;
- объем задания должен соответствовать уровню студента;
- задания должны быть адаптированными к уровню студентов.

Содержание самостоятельной работы студентов представляет собой, с одной стороны, совокупность теоретических и практических учебных заданий, которые должен выполнить студент в процессе обучения, объект его деятельности; с другой стороны – это способ деятельности студента по выполнению соответствующего теоретического или практического учебного задания.

Свое внешнее выражение содержание самостоятельной работы студентов находит во всех организационных формах аудиторной и внеаудиторной деятельности, в ходе самостоятельного выполнения различных заданий.

Функциональное предназначение самостоятельной работы студентов в процессе лекций, практических занятий по овладению специальными знаниями заключается в самостоятельном прочтении, просмотре, прослушивании, наблюдении, конспектировании, осмыслении, запоминании и воспроизведении определенной информации. Цель и планирование самостоятельной работы студента определяет преподаватель. Вся информация осуществляется на основе ее воспроизведения.

Так как самостоятельная работа тесно связана с учебным процессом, ее необходимо рассматривать в двух аспектах:

1. аудиторная самостоятельная работа – лекционные, практические занятия;

2. внеаудиторная самостоятельная работа – дополнение лекционных материалов, подготовка к практическим занятиям, подготовка к участию в деловых играх и дискуссиях, выполнение письменных домашних заданий, Контрольных работ (рефератов и т.п.) и курсовых работ (проектов), докладов и др.

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

Таким образом, самостоятельная работа студентов является важнейшей составной частью процесса обучения.

Методические указания по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся по дисциплине «Экономика и управление машиностроительным производством» обращают внимание студента на главное, существенное в изучаемой дисциплине, помогают выработать умение анализировать явления и факты, связывать теоретические положения с практикой, а также облегчают подготовку к выполнению *контрольной работы* и сдаче *экзамена*.

Настоящие методические указания позволят студентам самостоятельно овладеть фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю подготовки, опытом творческой и исследовательской деятельности, и направлены на формирование компетенций, предусмотренных учебным планом поданному профилю.

Видами самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Экономика и управление машиностроительным производством» являются:

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение тем курса (в т.ч. рассмотрение основных категорий дисциплины, работа с литературой);
- ответы на вопросы для самопроверки (самоконтроля);
- подготовка к практическим (семинарским) занятиям (в т.ч. подготовка доклада с презентацией, подготовка к дискуссии, подготовка к выполнению практико-ориентированного задания, подготовка к деловой игре);
- подготовка контрольной работы (реферата);
- подготовка к экзамену.

В методических указаниях представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Дайте определение следующим понятиям. Предприятие. Юридическое лицо. Субъект хозяйствования.
2. Основные цели и задачи создания предприятия.
3. Охарактеризуйте основные направления деятельности горнодобывающих предприятий.
4. Перечислите основные законодательные акты регламентирующие деятельность предприятия.
5. В чем отличие юридического лица от физического?
6. Назовите основные формы собственности организаций.
7. Опишите основные классификации предприятий.
8. Что такое организационная структура предприятия, основные виды структур?
9. Перечислите добровольные и институциональные объединения предприятий (организаций). Дайте их характеристику.
10. Что такое рыночная среда хозяйствования?
11. Что такое рынок? Виды рынков.
12. Основные функции рынка.
13. Состав и классификация основного капитала и основных фондов
14. Перечислите виды оценки и методы переоценки основных фондов
15. Основные виды износ основных фондов
16. Перечислите основные показатели состояния, движения и использования основных фондов
17. Что такое нематериальные активы предприятия
18. Основные понятия, состав, источники формирования и классификация оборотных средств
19. Опишите процесс оценки оборотных производственных фондов
20. Раскройте порядок нормирования оборотных средств
21. Определение потребности предприятия в оборотных средствах
22. Перечислите показатели использования оборотных средств
23. Охарактеризуйте рынок труда в РФ
24. Дайте определение трудовые ресурсы, кадры, персонал предприятия, их состав
25. Раскройте основные понятия и показатели производительности труда
26. Перечислите факторы и резервы роста производительности труда
27. Перечислите основные формы и системы оплаты труда
28. Группировка затрат по экономическим элементам
29. Смета затрат на производство и реализацию продукции. Структура затрат
30. Группировка затрат по калькуляционным статьям
31. Классификация затрат
32. Методы калькулирования продукции
33. Экономическая оценка снижения себестоимости продукции

34. Доходы, расходы и прибыль предприятия
35. Рентабельность: виды и показатели
36. Раскройте сущность финансов
37. Перечислите основные финансовые ресурсы предприятия и их источники
38. Раскройте основные понятия и функции цены
39. Формирование цен на продукцию
40. Что такое ценовая политика на различных рынках?
41. Перечислите методы ценообразования
42. Основные понятия налогообложение и налоги
43. Перечислите основные налоги, уплачиваемые предприятиями
44. Дайте определение производственной мощности предприятия
45. Расчет производственной мощности
46. Виды, показатели и пути улучшения использования производственной мощности
47. Дайте определение производственному процессу и производственной структуре.
48. Перечислите основные цели и принципы планирования
49. Классификация планов предприятия
50. Перечислите основные методы планирования
51. Сущность организации управления предприятием
52. Перечислите типы организационных структур управления предприятием
53. Раскройте механизм управления предприятием
54. Сущность и свойства инноваций
55. Классификация инноваций и их специфика
56. Что такое инновационная политика?
57. Дайте характеристику понятий инвестиции и инвестиционная деятельность предприятия
58. Суть инвестиционной политики предприятия
59. Перечислите методы оценки эффективности инвестиционных проектов

ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Раздел 1. ОСНОВЫ ЭКОНОМИКИ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНОГО ПРОИЗВОДСТВА

Тема 1.1. Место науки «Экономика и управление машиностроительным производством»

Производственное предприятие – центральное звено отраслевых и территориальных комплексов. Предпринимательские права и обязанности предприятий. Классификация и структура предприятий.

Тема 1.2. Ресурсы предприятия

Основной капитал. Оборотный капитал. Кадры машиностроительного предприятия.

Тема 1.3. Результаты хозяйственной деятельности предприятия

Себестоимость – важнейший экономический показатель работы производства. Сущность прибыли и рентабельности.

Тема 1.4. Инвестиционная деятельность

Инвестиции. Нововведения. Обоснование проектных решений. Управление проектами нововведений. Патентные исследования.

Раздел 2. УПРАВЛЕНИЕ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫМ ПРОИЗВОДСТВОМ

Тема 2.1. Три типа производства: единичное, серийное и массовое

Сравнительная характеристика типов производства. Объекты управления в составе технических систем производства.

Тема 2.2. Основные процессы, предназначенные для выполнения миссии предприятия

Основные процессы, вспомогательные и обслуживающие. Принципы организации производственного процесса: упорядочение, приведение в строгую систему любого объекта. Организация производственного процесса, факторов производства в основном, вспомогательном и обслуживающем производствах в пространстве и во времени. Принципы организации производственного процесса в условиях рынка: специализации и кооперировании; пропорциональности; непрерывности и параллельности; прямоточности; повторяемости; гибкости; комплексности и системности.

Тема 2.3. Организация производственного цикла

Продолжительность производственного цикла. Факторы экзогенные (вид экономической деятельности предприятия, степень сложности продукции); факторы косвенного влияния (это массовость производства, определяемая потребностями рынка и уровнем стандартизации и унификации выпускаемой продукции); факторы, непосредственно обусловленные менеджментом (прогрессивность оборудования и технологических процессов, формы специализации производственных подразделений, особенности его организации, в частности параллельность осуществления операций технологического процесса).

Тема 2.4. Производственная структура

Классификация видов производственной структуры предприятия. Производственно-технологическая структура предприятии: предметная, технологическая, смешанная. Бизнес – структура: структура по центрам ответственности, процессная структура.

Раздел 3. ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ

Тема 3.1. Экономическая эффективность проектов

Сущность инвестиционных проектов. Планирование результатов и затрат. Определение технического уровня проектируемых изделий. Методы экономического обоснования инвестиционных проектов: «затраты – выгоды»,

«затраты – эффективность». Экономическая эффективность проектов. Учет фактора времени.

Тема 3.2. Предварительное технико-экономическое обоснование проектных решений

Жизненный цикл инвестиционного проекта. Содержание прединвестиционной, инвестиционной и эксплуатационной фаз. Технико-экономическое обоснование инвестиционного проекта: основные разделы, требования к содержанию, порядок утверждения.

Раздел 4. ПАТЕНТНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯИ ОЦЕНКА ПАТЕНТОСПОСОБНОСТИ ПРОЕКТНЫХ РЕШЕНИЙ

Тема 4.1. Правовые основы патентных исследований

Уровни и источники правового патентного регулирования. Система патентного законодательства. Юридическая ответственность за нарушение законодательства.

Тема 4.2. Методы управления патентной чистотой новых проектных решений

Государственное управление. Классификация

САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебными и научными изданиями профессиональной и общекультурной тематики – это важнейшее условие формирования научного способа познания.

Основные приемы работы с литературой можно свести к следующим:

• составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;

• перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и выпускных квалификационных работ (ВКР), а что выходит за рамками официальной учебной деятельности, и расширяет общую культуру);

• обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и выпускных квалификационных работ это позволит экономить время);

• определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;

• при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и руководителями ВКР, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;

• все прочитанные монографии, учебники и научные статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);

• если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;

• следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать). Таким образом, чтение текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того, насколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьёзный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студентам с этой целью рекомендуется заводить специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);

- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);

- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);

- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;

- просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;

- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц; цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;

- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;

- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым, или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной и научной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках образовательной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис - это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта - основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование - наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

ПОДГОТОВКА ДОКЛАДА С ПРЕЗЕНТАЦИЕЙ

Одной из форм текущего контроля является доклад с презентацией, который представляет собой продукт самостоятельной работы студента.

Доклад с презентацией - это публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы.

Как правило, в основу доклада ложится анализ литературы по проблеме. Он должен носить характер краткого, но в то же время глубоко аргументированного устного сообщения. В нем студент должен, по возможности, полно осветить различные точки зрения на проблему, выразить собственное мнение, сделать критический анализ теоретического и практического материала.

Подготовка доклада с презентацией является обязательной для обучающихся, если доклад презентацией указан в перечне форм текущего контроля успеваемости в рабочей программе дисциплины.

Доклад должен быть рассчитан на 7-10 минут.

Презентация (от англ. «presentation» - представление) - это набор цветных слайдов на определенную тему, который хранится в файле специального формата с расширением PP.

Целью презентации - донести до целевой аудитории полноценную информацию об объекте презентации, изложенной в докладе, в удобной форме.

Перечень примерных тем докладов с презентацией представлен в рабочей программе дисциплины, он выдается обучающимся заблаговременно вместе с методическими указаниями по подготовке. Темы могут распределяться студентами самостоятельно (по желанию), а также закрепляться преподавателем дисциплины.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления.

Для этого, остановитесь на теме, которая вызывает у Вас больший интерес; определите цель выступления; подумайте, достаточно ли вы знаете по выбранной теме или проблеме и сможете ли найти необходимый материал;

- осуществить сбор материала к выступлению.

Начинайте подготовку к докладу заранее; обращайтесь к справочникам, энциклопедиям, научной литературе по данной проблеме; записывайте необходимую информацию на отдельных листах или тетради;

- организовать работу с литературой.

При подборе литературы по интересующей теме определить конкретную цель поиска: что известно по данной теме? что хотелось бы узнать? для чего нужна эта информация? как ее можно использовать в практической работе?

- во время изучения литературы следует: записывать вопросы, которые возникают по мере ознакомления с источником, а также ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;

- обработать материал.

Учитывайте подготовку и интересы слушателей; излагайте правдивую информацию; все мысли должны быть взаимосвязаны между собой.

При подготовке доклада с презентацией особо необходимо обратить внимание на следующее:

- подготовка доклада начинается с изучения источников, рекомендованных к соответствующему разделу дисциплины, а также специальной литературы для докладчика, список которой можно получить у преподавателя;

- важно также ознакомиться с имеющимися по данной теме монографиями, учебными пособиями, научными информационными статьями, опубликованными в периодической печати.

Относительно небольшой объем текста доклада, лимит времени, отведенного для публичного выступления, обусловливает потребность в тщательном отборе материала, умелом выделении главных положений в содержании доклада, использовании наиболее доказательных фактов и убедительных примеров, исключении повторений и многословия.

Решить эти задачи помогает составление развернутого плана.

План доклада должен содержать следующие главные компоненты: краткое вступление, вопросы и их основные тезисы, заключение, список литературы.

После составления плана можно приступить к написанию текста. Во вступлении важно показать актуальность проблемы, ее практическую значимость. При изложении вопросов темы раскрываются ее основные положения. Материал содержания вопросов полезно располагать в таком порядке: тезис; доказательство тезиса; вывод и т. д.

Тезис - это главное основополагающее утверждение. Он обосновывается путем привлечения необходимых цитат, цифрового материала, ссылок на статьи. При изложении содержания вопросов особое внимание должно быть обращено на раскрытие причинно-следственных связей, логическую последовательность тезисов, а также на формулирование окончательных выводов. Выводы должны быть краткими, точными, достаточно аргументированными всем содержанием доклада.

В процессе подготовки доклада студент может получить консультацию у преподавателя, а в случае необходимости уточнить отдельные положения.

Выступление

При подготовке к докладу перед аудиторией необходимо выбрать способ выступления:

- устное изложение с опорой на конспект (опорой могут также служить заранее подготовленные слайды);
- чтение подготовленного текста.

Чтение заранее написанного текста значительно уменьшает влияние выступления на аудиторию. Запоминание написанного текста заметно сковывает выступающего и привязывает к заранее составленному плану, не давая возможности откликаться на реакцию аудитории.

Короткие фразы легче воспринимаются на слух, чем длинные.

Необходимо избегать сложных предложений, причастных и деепричастных оборотов. Излагая сложный вопрос, нужно постараться передать информацию по частям.

Слова в речи надо произносить четко и понятно, не надо говорить слишком быстро или, наоборот, растягивать слова. Надо произнести четко особенно ударную гласную, что оказывает наибольшее влияние на разборчивость речи.

Пауза в устной речи выполняет ту же роль, что знаки препинания в письменной. После сложных выводов или длинных предложений необходимо сделать паузу, чтобы слушатели могли вдуматься в сказанное или правильно понять сделанные выводы. Если выступающий хочет, чтобы его понимали, то не следует говорить без паузы дольше, чем пять с половиной секунд.

Особое место в выступлении занимает обращение к аудитории. Известно, что обращение к собеседнику по имени создает более доверительный контекст деловой беседы. При публичном выступлении также можно использовать подобные приемы. Так, косвенными обращениями могут служить такие выражения, как «Как Вам известно», «Уверен, что Вас это не оставит равнодушными». Выступающий показывает, что слушатели интересны ему, а это самый простой путь достижения взаимопонимания.

Во время выступления важно постоянно контролировать реакцию слушателей. Внимательность и наблюдательность в сочетании с опытом позволяют оратору уловить настроение публики. Возможно, рассмотрение некоторых вопросов придется сократить или вовсе отказаться от них.

После выступления нужно быть готовым к ответам на возникшие у аудитории вопросы.

Стоит обратить внимание на вербальные и невербальные составляющие общения. Небрежность в жестах недопустима. Жесты могут быть приглашающими, отрицающими, вопросительными, они могут подчеркнуть нюансы выступления.

Презентация

Презентация наглядно сопровождает выступление.

Этапы работы над презентацией могут быть следующими:

- осмыслите тему, выделите вопросы, которые должны быть освещены в рамках данной темы;

• составьте тезисы собранного материала. Подумайте, какая часть информации может быть подкреплена или полностью заменена изображениями, какую информацию можно представить в виде схем;

• подберите иллюстративный материал к презентации: фотографии, рисунки, фрагменты художественных и документальных фильмов, материалы кинохроники, разработайте необходимые схемы;

• подготовленный материал систематизируйте и «упакуйте» в отдельные блоки, которые будут состоять из собственно текста (небольшого по объему), схем, графиков, таблиц и т.д.;

• создайте слайды презентации в соответствии с необходимыми требованиями;

• просмотрите презентацию, оцените ее наглядность, доступность, соответствие языковым нормам.

Требования к оформлению презентации

Компьютерную презентацию, сопровождающую выступление докладчика, удобнее всего подготовить в программе MS PowerPoint.

Презентация как документ представляет собой последовательность сменяющих друг друга слайдов. Чаще всего демонстрация презентации проецируется на большом экране, реже – раздается собравшимся как печатный материал.

Количество слайдов должно быть пропорционально содержанию и продолжительности выступления (например, для 5-минутного выступления рекомендуется использовать не более 10 слайдов).

На первом слайде обязательно представляется тема выступления и сведения об авторах.

Следующие слайды можно подготовить, используя две различные стратегии их подготовки:

1-я стратегия: на слайды выносится опорный конспект выступления и ключевые слова с тем, чтобы пользоваться ими как планом для выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- объем текста на слайде – не больше 7 строк;
- маркированный/нумерованный список содержит не более 7 элементов;
- отсутствуют знаки пунктуации в конце строк в маркированных и нумерованных списках;
- значимая информация выделяется с помощью цвета, кегля, эффектов анимации.

Особо внимательно необходимо проверить текст на отсутствие ошибок и опечаток. Основная ошибка при выборе данной стратегии состоит в том, что выступающие заменяют свою речь чтением текста со слайдов.

2-я стратегия: на слайды помещается фактический материал (таблицы, графики, фотографии и пр.), который является уместным и достаточным сред-

ством наглядности, помогает в раскрытии стержневой идеи выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- выбранные средства визуализации информации (таблицы, схемы, графики и т. д.) соответствуют содержанию;
- использованы иллюстрации хорошего качества (высокого разрешения), с четким изображением (как правило, никто из присутствующих не заинтересован вчитываться в текст на ваших слайдах и всматриваться в мелкие иллюстрации).

Максимальное количество графической информации на одном слайде – 2 рисунка (фотографии, схемы и т.д.) с текстовыми комментариями (не более 2 строк к каждому). Наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана.

Обычный слайд, без эффектов анимации, должен демонстрироваться на экране не менее 10 - 15 секунд. За меньшее время аудитория не успеет осознать содержание слайда.

Слайд с анимацией в среднем должен находиться на экране не меньше 40 – 60секунд (без учета времени на случайно возникшее обсуждение). В связи с этим лучше настроить презентацию не на автоматический показ, а на смену слайдов самим докладчиком.

Особо тщательно необходимо отнестись к оформлению презентации. Для всех слайдов презентации по возможности необходимо использовать один и тот же шаблон оформления, кегль – для заголовков - не меньше 24 пунктов, для информации - не менее 18.

В презентациях не принято ставить переносы в словах.

Наилучшей цветовой гаммой для презентации являются контрастные цвета фона и текста (белый фон – черный текст; темно-синий фон – светло-желтый текст и т. д.).

Лучше не смешивать разные типы шрифтов в одной презентации.

Рекомендуется не злоупотреблять прописными буквами (они читаются хуже).

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ

Практико-ориентированные задания выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций. Это могут быть ситуации, требующие применения умений и навыков, специфичных для соответствующего профиля обучения (знания содержания предмета), ситуации, требующие организации деятельности, выбора её оптимальной структуры личностно-ориентированных ситуаций (нахождение нестандартного способа решения).

Кроме этого, они выступают средством формирования у студентов умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач. Они строятся на основе ситуаций, возникающих на

различных уровнях осуществления практики и формулируются в виде производственных поручений (заданий).

Под практико-ориентированными задания понимают задачи из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием элементов производственных процессов.

Цель практико-ориентированных заданий – приобретение умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Задачи практико-ориентированных заданий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний студентов при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- обучение приемам решения практических задач;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Важными отличительными особенностями практико-ориентированных задания от стандартных задач (предметных, межпредметных, прикладных) являются:

- значимость (познавательная, профессиональная, общекультурная, социальная) получаемого результата, что обеспечивает познавательную мотивацию обучающегося;
- условие задания сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задания;
- информация и данные в задании могут быть представлены в различной форме (рисунок, таблица, схема, диаграмма, график и т.д.), что потребует распознавания объектов;
- указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задания.

Кроме выделенных четырех характеристик, практико-ориентированные задания имеют следующие:

1. по структуре эти задания – нестандартные, т.е. в структуре задания не все его компоненты полностью определены;
2. наличие избыточных, недостающих или противоречивых данных в условии задания, что приводит к объемной формулировке условия;
3. наличие нескольких способов решения (различная степень рациональности), причем данные способы могут быть неизвестны учащимся, и их потребуется сконструировать.

При выполнении практико-ориентированных заданий следует руководствоваться следующими общими рекомендациями:

- для выполнения практико-ориентированного задания необходимо внимательно прочитать задание, повторить лекционный материал по соответствующей теме, изучить рекомендуемую литературу, в т.ч. дополнительную;

- выполнение практико-ориентированного задания включает постановку задачи, выбор способа решения задания, разработку алгоритма практических действий, программы, рекомендаций, сценария и т. п.;

- если практико-ориентированное задание выдается по вариантам, то получить номер варианта исходных данных у преподавателя; если нет вариантов, то нужно подобрать исходные данные самостоятельно, используя различные источники информации;

- для выполнения практико-ориентированного задания может использоваться метод малых групп. Работа в малых группах предполагает решение определенных образовательных задач в рамках небольших групп с последующим обсуждением полученных результатов. Этот метод развивает навыки сотрудничества, достижения компромиссного решения, аналитические способности.

Примерные практико-ориентированные задания

Задача 1. Рассчитать и сравнить размер амортизационных отчислений за 3 месяца при линейном и нелинейном методах начисления по следующим данным:

Основные фонды	Балансовая стоимость, руб.	Нормативный срок службы, мес.
1. Рабочее оборудование	3700000	144
2. Транспортные средства	12650000	78
3. Оргтехника	1780000	54
4. Здание производственное	546102000	300

Задача 2. Рассчитать размер ежегодных и общую сумму лизинговых платежей по следующим данным:

- стоимость оборудования, взятого в лизинг – 625000 руб.;
- нормативный срок службы, лет - 12 лет;
- договор лизинга заключен на 5 лет;
- процентная ставка за кредит – 10,5% годовых (от среднегодовой стоимости);
- комиссионные выплаты по лизингу – 4,0% (от среднегодовой стоимости);
- НДС – 20%

Амортизационные отчисления производятся линейным методом.

Задача 3. Удельный расход сырья на единицу выпускаемой продукции 0,25 т/т; выпуск продукции составил 90000 т/год; годовой фонд рабочего времени предприятия 360дней; цена сырья 150 руб./кг; число поставок за год -12. Определить норматив оборотных средств по производственным запасам сырья с учетом текущего запаса, руб.

Задача 4. Продолжительность оборота оборотных средств в предыдущем году – 60 дней, в отчетном году – 55 дней. При объеме выпуска продукции в отчетном периоде – 720 млн. руб. определить относительное высвобождение оборотных средств (млн. руб.).

Задача 5. Определить явочный, списочный штат персонала, среднемесячный ФЗП по следующим данным:

- категория персонала – нормируемые рабочие;
- плановый годовой объем выпуска продукции - 1 520 000 ед. продукции в год,
- сменная норма выработки - 5,6 ед. продукции / в смену,
- годовой фонд рабочего времени предприятия - непрерывный,
- продолжительность рабочей недели – 6 дней,
- продолжительность отпуска – 36 дней
- число плановых невыходов – 3 дня,
- продолжительность раб. дня - 8 час.
- средняя заработная плата - 23400 руб./ мес.

Задача 6. Рассчитать заработную плату (за месяц) рабочего V разряда, находящегося на повременной оплате труда по следующим данным:

- тарифная ставка по V разряду 143,2 руб./ час
- отработано - 24 смены за месяц;

в т.ч.: - 36 ч - отработано в ночное время (размер доплат - % к тарифу);

- 24 ч – отработано в праздничные дни (оплата по двойному тарифу);

- продолжительность смены – 12 часов,

План производства выполнен на 110%. По положению о премировании за 100% выполнение плана % премии – 45%, за каждый % перевыполнения премия – 5%.

Задача 7.

Производственная мощность предприятия 1000 ед. продукции;
Цена единицы продукции – 20 тыс. руб.;
Постоянные затраты - 4 000 тыс. руб.;
Переменные расходы на единицу продукции – 12 тыс. руб.
Определить:

- маржинальный доход;
- долю маржинального дохода в выручке;
- безубыточный объем продукции в натуральном и стоимостном выражении;
- запас финансовой прочности, %;
- объем реализации продукции для получения заданной прибыли.

Задача 8. На основе рассчитанной калькуляции затраты на производство единицы продукции составляют 1500 руб. Затраты на реализацию единицы продукции составляют 250 руб. Рентабельность продукции определена на уровне 25 % по отношению к полной себестоимости. Ставка НДС 20 %. Определить планируемую отпускную цену единицы изделия на основе затратного подхода.

Задача 9. Имеются два варианта организации производства и реализации продукции А и В, со следующими показателями:

Показатели по вариантам проектов	Данные по вариантам проектов	
	А	В
Объем спроса, ед. продукции в год.	1200	5000
Цена продукции, тыс. руб./ед.	10	10
Постоянные затраты, тыс. руб.	4500	10000
Переменные затраты на единицу продукции, руб./ед.	7200	6700

Обосновать и выбрать лучший вариант проекта по критерию безубыточности и доле покрытия затрат.

Задача 10. Определить ЧДД и ИД проекта за расчетный период по следующим данным:

год	1	2	3	4	5
Доходы, тыс. руб.	120	150	290	200	350
Инвестиции, тыс. руб.	600	200	100	-	-

Реальная норма доходности $E_{реал}$= 14%.

Задача 11. Имеются три варианта вложения средств в инвестиционный проект, в котором предполагается получить доход:

1 год – 38,5 млн. руб.;
2 год – 46,2 млн. руб.;
3 год – 77,0 млн. руб.

Поступления доходов происходит в конце соответствующего года; прогнозируемая норма доходности составляет соответственно:

1 год – 11 %;
2-й год – 13,5%;
3 год – 20%.

Какой из вариантов строительства является наиболее выгодным, если инвестиции в течение 1-го года составят по вариантам:

1 вариант – 107,8 млн. руб.;
2 вариант – 115,5 млн. руб.
3 вариант - 123,2 млн. руб.

Задача 12. Собственные средства предприятия (Капитал резервы) 4766 тыс. руб.;
внеоборотные активы 11322 тыс. руб.;
запасы и затраты 1016 тыс. руб.;
долгосрочные обязательства 1918 тыс. руб.;
краткосрочные обязательства 11135 тыс. руб.

Определить показатели финансовой устойчивости ($Ф_c$, $Ф_m$, $Ф_o$) и сделать вывод по типу устойчивости предприятия.

ПОДГОТОВКА К ТЕСТИРОВАНИЮ

Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, четкий ответна имеющиеся эталоны ответов. При самостоятельной подготовке к тестированию студенту необходимо:

1. готовясь к тестированию, проработать информационный материал по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора учебной литературы;

2. четко выяснить все условия тестирования заранее. Студент должен знать, сколько тестов ему будет предложено, сколько времени отводится на тестирование, какова система оценки результатов и т. д.;

3. приступая к работе с тестами, внимательно и до конца нужно прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов; выбрать правильные (их

может быть несколько); на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам;

- в процессе решения желательно применять несколько подходов в решении задания. Это позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант;

- не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, нужно переходить к другим тестовым заданиям; к трудному вопросу можно обратиться в конце;

- обязательно необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Аккордная система оплаты труды предполагает оплату за...
   1. законченный объем работ
   2. выполнение определенных функций
   3. фактически отработанное время
   4. выполнение определенных работ

2. Амортизационные отчисления – это …
   1. затраты на поддержание основных средств в рабочем состоянии
   2. затраты на обновление основных средств
   3. денежное выражение физического износа
   4. перенос стоимости основных средств на себестоимость продукции

3. В результате увеличения норм выработки при сохранении объема выпуска продукции увеличится(-атся)
   1. фонд оплаты труда
   2. нормы выработки
   3. производительность
   4. численность

4. Группировка затрат по статьям сырье и материалы, топливо и энергия на технологические цели является частью ...
   1. предельных издержек
   2. переменных издержек
   3. сметы
   4. калькуляции

5. Затраты на управление и организацию производства являются...
   1. косвенными
   2. непроизводительными
   3. прямыми :
   4. основными

6. Капитальные вложения - это вложения в..

1. пополнение оборотных средств ;
2. подготовку персонала
3. рекламу
4. оборудование

7. К категории специалистов относятся...

1. начальники цехов
2. бригадиры
3. сменные мастера
4. экономисты цехов

8. Количество оборотов, выполненных оборотными средствами за период, характеризует...

1. коэффициент закрепления средств в обороте
2. рентабельность оборотных средств
3. коэффициент связывания средств в обороте
4. коэффициент оборачиваемости

9. К поступлениям от внереализационной деятельности относятся...

1. поступления от операций с ценными бумагами
2. поступления от продажи излишних активов
3. поступления от сдачи в аренду основных средств
4. выручка от реализации не основной продукции, работ, услуг

10. К промышленно - производственному персоналу относятся (-ится)...

1.специалисты бухгалтерии предприятия
2.персонал профилактория предприятия
3.сотрудники спортивной базы предприятия
4.сотрудники ДК предприятия

11. Маржинальный доход предприятия - это разница между___затратами.

1. выручкой и переменными
2. переменными и постоянными
3. выручкой и постоянными
4. общими затратами и постоянными

12. На сумму амортизационных отчислений влияют затраты на ____ оборудования.

1. содержание
2. текущий ремонт
3. капитальный ремонт
4. модернизацию

13. Основными факторами реального роста производительности труда на фирме являются...

1. повышение технического уровня производства, совершенствование управления и организации производства
2. увеличение количества персонала предприятия
3. увеличение заработной платы работников
4. делегирование полномочий, авторитарный стиль управления

14. Показатель фондоотдачи характеризует...
1.прибыть, приходящуюся на каждый рубль основных средств
2.уровень технической оснащенности труда
3.выпуск товарной продукции на 1 рубль основных средств
4.стоимость основных средств, необходимых для выпуска продукции на 1 рубль

15. Показатель рентабельности продаж характеризует величину
1.прибыли от реализации продукции, приходящуюся на 1 руб. капитала
2.прибыли от реализации продукции, о приходящуюся на 1 руб. выручки от реализации продукции
3.выручки от продаж продукции, приходящуюся на 1 руб. затрат
4.дохода, приходящуюся на 1 руб. затрат

16.Расходы, образующиеся в связи с организацией, обслуживанием производства и управлением им, называются ...
1. цеховыми
2. накладными
3. единовременными
4. прямыми

17. Сдельная расценка равна отношению часовой тарифной ставки и нормы...
1.часовой выработка
2.времени
3.обслуживания
4.управляемости

18. Цеховая себестоимость продукции - это затраты...
1. предприятия на производство данного вида продукции
2. цеха на выполнение технологических операций
3. цеха на выполнение технологических операций и управление цехом
4.цеха на управление производством

19. Для групп основных фондов, непосредственно связанных с отработкой месторождения, амортизационные отчисления рассчитываются:
1. по тонной ставке
2. по нормам амортизации
3. с учетом поправочных коэффициентов

20. Какой показатель используется для начисления налога на прибыль:

1. балансовая или валовая прибыль;
2. прибыль от реализации;
3. чистая прибыль;
4. льготы;
5. прибыль от реализации имущества.

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к экзамену по дисциплине «*Экономика и управление машиностроительным производством*» обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «*Экономика и управление машиностроительным производством*».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на экзамене особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на экзамене (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

4. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к экзамену на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
И.о. проректора по учебно-методической работе
_____ В. В. Зубов

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ (РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ) РАБОТЕ

Б1.О.21 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Направление подготовки
15.03.02 Технологические машины и оборудование

Направленность (профиль)
Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов

форма обучения: очная, заочная, очно-заочная
год набора: **2025**

Автор: Волков Е. Б., доцент, к. т. н.

Одобрены на заседании кафедры

Технической механики
(название кафедры)

Зав. кафедрой _____
(подпись)

Волков Е. Б.
(Фамилия И. О.)

Протокол № 1 от 13.09.2024
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией факультета

Горно-механического
(название факультета)

Председатель _____
(подпись)

Осипов П. А.
(Фамилия И. О.)

Протокол № 2 от 18.10.2024
(Дата)

Екатеринбург

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

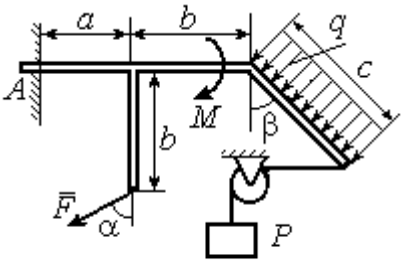
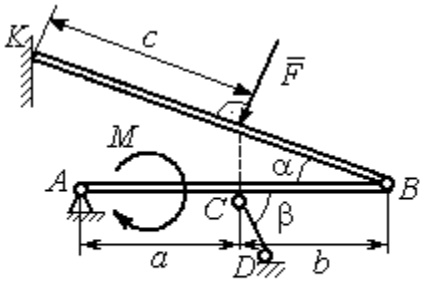
Расчетно-графическая работа по темам 1-4

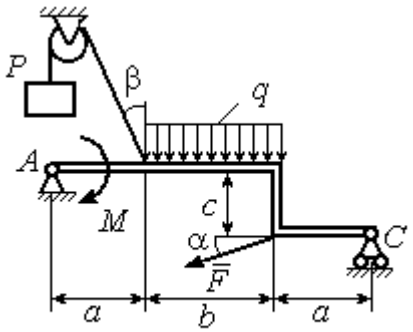
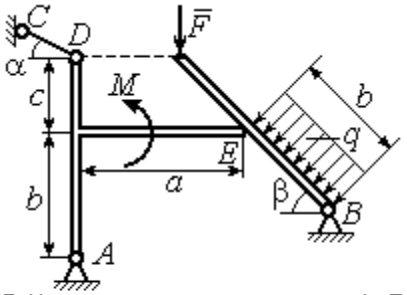
С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел

Каждый вариант задания включает две задачи по темам: «Равновесие произвольной плоской системы сил» и «Равновесие системы тел».

В задачах требуется определить реакции связей конструкции исходя из условия равновесия произвольной плоской системы сил. Весом стержневых подпорок, поддерживающих балочные конструкции, и блоков, через которые перекинуты невесомые нити, пренебречь.

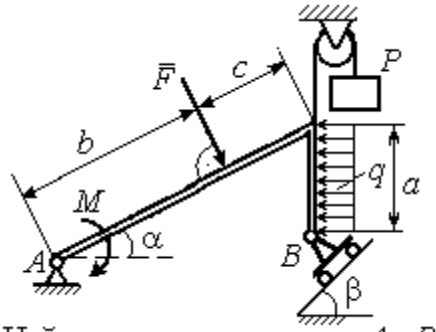
Из таблицы исходных данных выбираются значения тех параметров, которые указаны на схемах.

Варианты № 1, 11, 21	
Задача 1	Задача 2
 Найти реакцию жесткой заделки в точке A	 Найти реакции шарниров A, B, реакцию стержня CD и реакцию опоры в точке K

Варианты № 2, 12, 22	
Задача 1	Задача 2
 Найти реакции шарниров A и C	 Найти реакции шарниров A, B, реакцию опоры в точке E и реакцию стержня CD

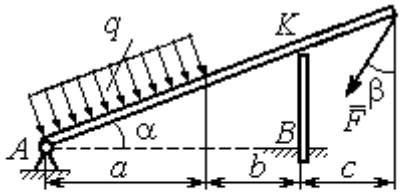
Варианты № 3, 13, 23

Задача 1



Найти реакцию шарниров A и B

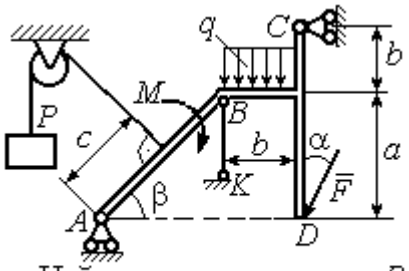
Задача 2



Найти реакцию шарнира A, реакцию опоры в точке K и реакцию жесткой заделки в точке B

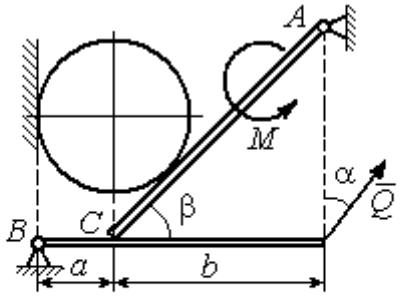
Варианты № 4, 14, 24

Задача 1



Найти усилие в стержне BK и реакцию шарниров A, C

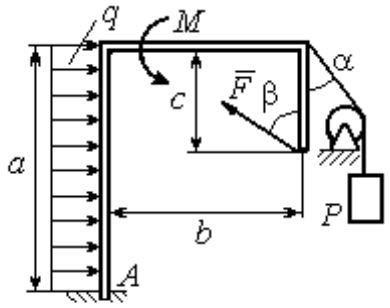
Задача 2



Вес шара P. Найти реакцию шарниров A, B, давление шара на балку и стенку, реакцию опоры балки в точке C и уравновешивающую силу Q

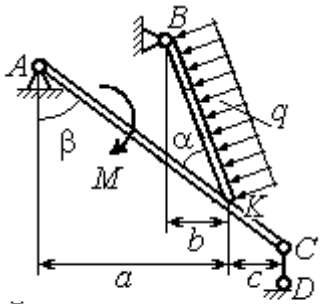
Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

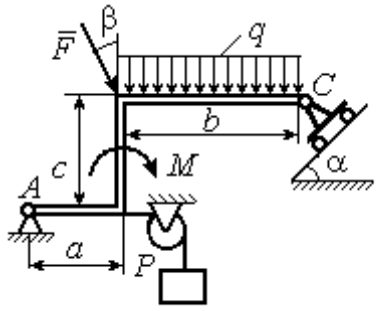
Задача 2



Найти реакцию шарнирв A, B, реакцию стержня CD и реакцию опоры в точке K

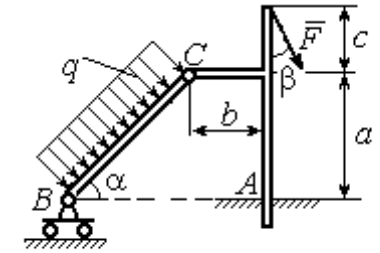
Варианты № 6, 16, 26

Задача 1



Найти реакции шарниров A и C

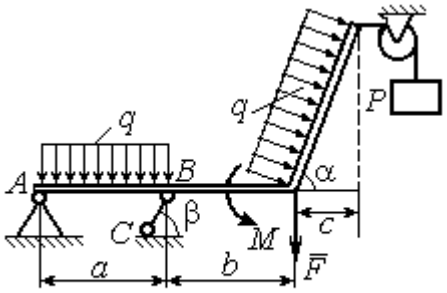
Задача 2



Найти реакцию жесткой заделки в точке A и реакции шарниров B и C

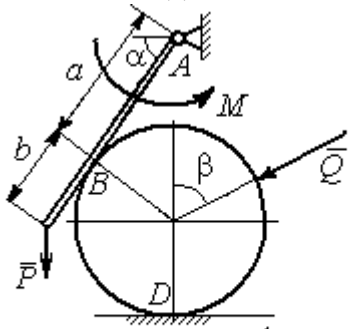
Варианты № 7, 17, 27

Задача 1



Найти реакцию стержня BC и реакцию шарнира A

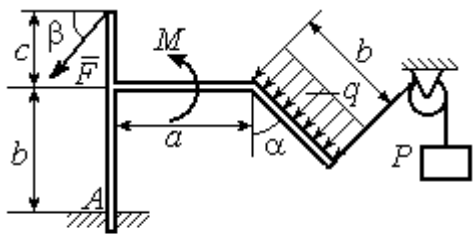
Задача 2



Найти реакцию шарнира A, давление балки на шар, реакцию опоры шара в точке D и уравновешивающую силу Q

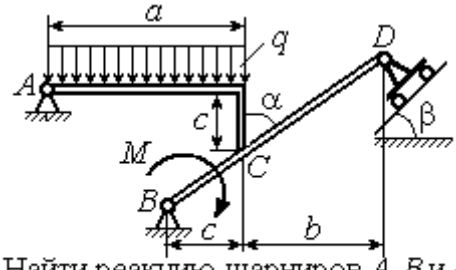
Варианты № 8, 18, 28

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

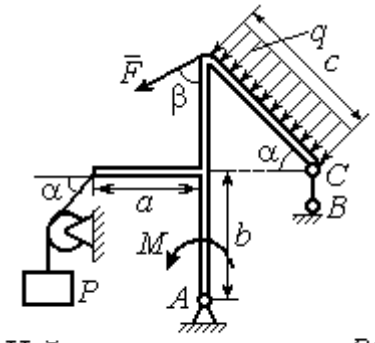
Задача 2



Найти реакцию шарниров A, B и D и реакцию опоры в точке C

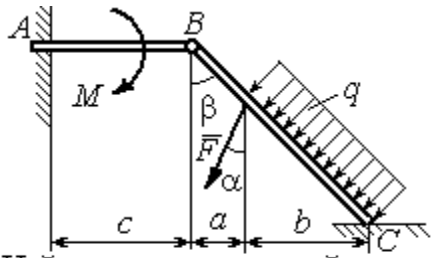
Варианты № 9, 19, 29

Задача 1



Найти реакцию стержня BC и реакцию шарнира A

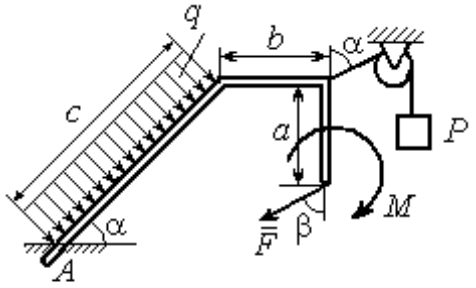
Задача 2



Найти реакцию жесткой заделки в точке A, реакцию шарнира B и реакцию опоры в точке C

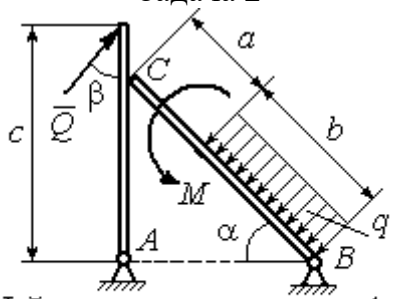
Варианты № 10, 20, 30

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

Задача 2



Найти реакцию шарниров A, B, реакцию опоры в точке C и уравновешивающую силу Q

Исходные данные задания С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел.

Номер варианта задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
P, кН	6	5	6	12	6	6	10	3	8	5	10	4	8	10	8
F, кН	12	6	10	5	12	8	6	5	6	2	12	8	12	6	10
q, кН/м	5	4	2	3	6	3	5	2	2	4	6	2	3	4	5
M, кН·м	12	8	6	8	12	5	12	8	4	6	8	12	10	6	10
α, град	45	60	30	60	30	30	45	60	30	30	45	30	60	45	60
β, град	60	30	45	30	60	90	60	60	30	45	30	45	30	60	30
a, м	3	4	3	4	3	4	3	4	1	2	2	3	2	3	4
b, м	3	3	4	3	2	4	3	3	2	3	3	3	4	3	2
c, м	4	2	2	2	3	2	2	1	5	4	4	2	1	2	2

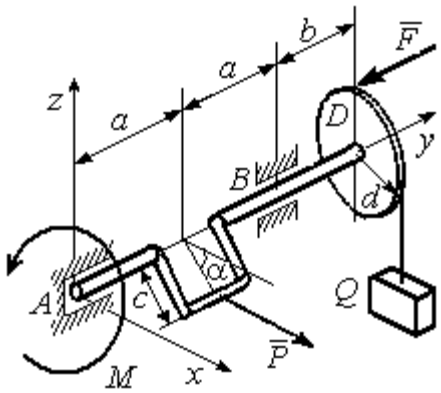
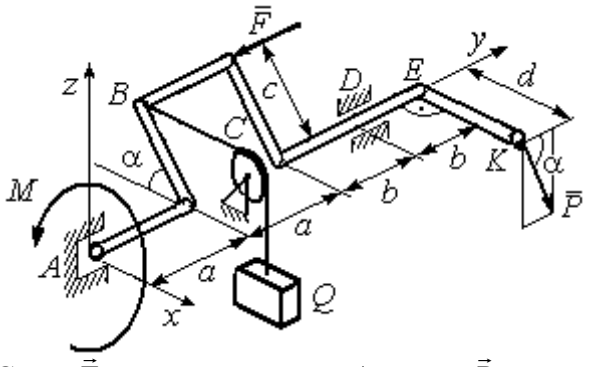
Номер варианта задания	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
P, кН	10	8	10	6	4	6	12	10	5	6	8	6	8	4	6
F, кН	6	12	12	8	3	14	10	8	15	10	12	8	10	10	2
q, кН/м	5	3	4	3	2	3	2	5	4	2	3	4	5	2	4
M, кН·м	10	6	8	6	5	12	4	6	8	10	12	10	6	4	8
α, град	60	60	30	45	60	30	60	45	30	60	45	30	30	30	45
β, град	45	30	30	60	60	45	30	60	30	45	90	30	60	45	30
a, м	3	4	3	1	2	2	4	1	4	3	4	3	2	1	2
b, м	2	4	3	3	4	1	4	3	2	2	2	2	2	2	2
c, м	3	2	2	4	5	4	2	2	1	1	1	2	1	3	5

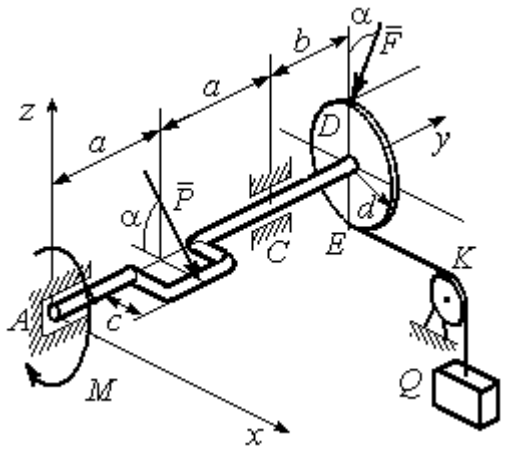
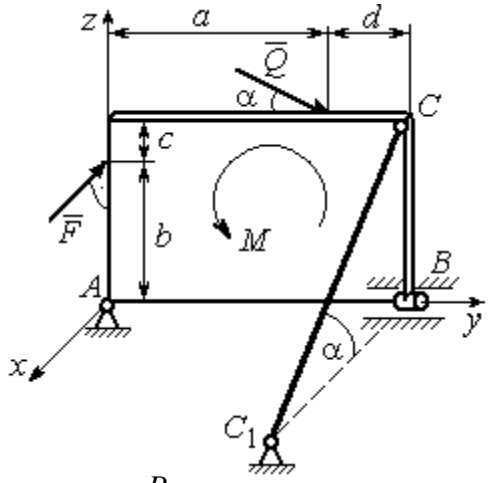
Задание С2. Равновесие пространственной системы сил

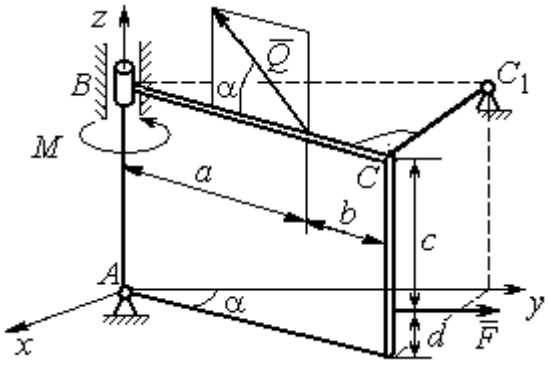
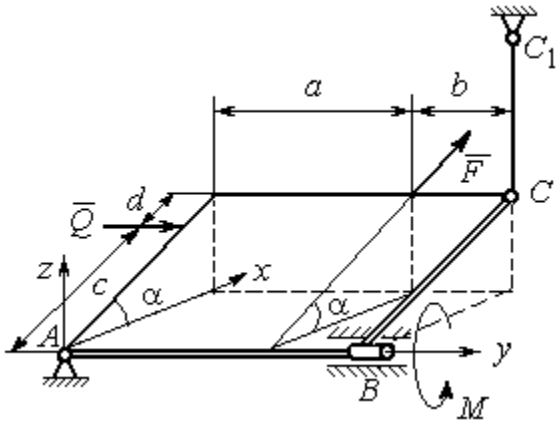
В заданиях рассматривается равновесие однородной плиты или вала (прямого или с «ломаной» осью) с насаженным на него шкивом.

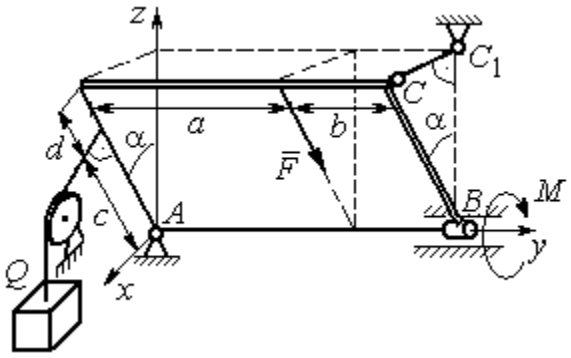
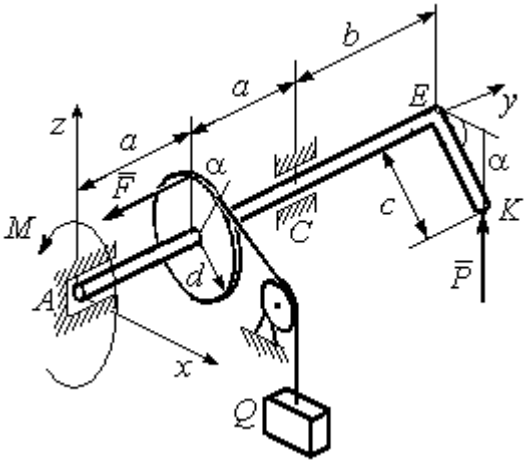
Вал закреплен подпятником и подшипником и удерживается в равновесии. На вал действуют сила $\vec{F}$, пара сил с моментом M и сила $\vec{P}$. На шкив вала намотана нить, к свободному концу которой, перекинутому через невесомый блок, подвешен груз весом Q. Для вала определить реакции подшипника и подпятника и величину уравновешивающей силы Q (или момента M).

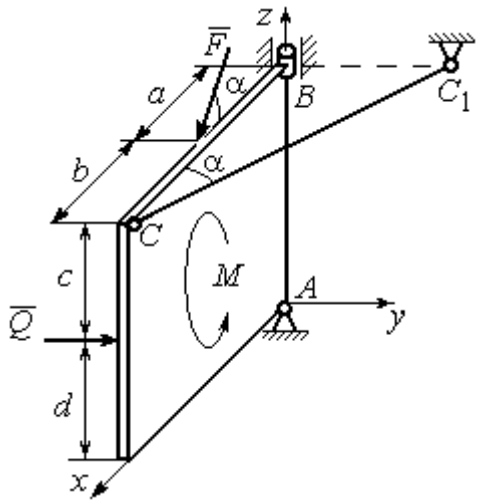
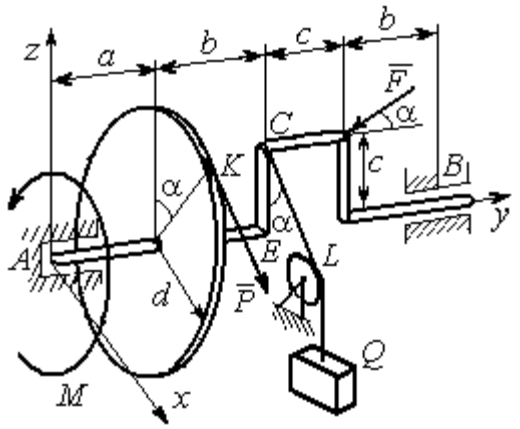
Плита весом P закреплена пространственным шарниром, подшипником и удерживается в заданном положении невесомым стержнем. На плиту действуют силы $\vec{F}$, $\vec{Q}$ и пара сил с моментом M. Для плиты найти реакции сферического и цилиндрического шарниров и реакцию стержня.

Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
 Сила $\vec{F}$ параллельна оси Ay; сила $\vec{P}$ параллельна оси Ax; нить, удерживающая груз, сходит со шкива вертикально. Найти реакции подпятника и подшипника в точках A и B и величину уравновешивающего груза Q	 Сила $\vec{F}$ параллельна оси Ay; сила $\vec{P}$ лежит в плоскости, параллельной zAy; отрезок нити BC параллелен оси Ax; рукоять вала EK параллельна оси Ax. Найти реакции подпятника и подшипника в точках A и D и величину уравновешивающего момента M

Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
	
Сила $\vec{F}$, лежит в плоскости zAy; сила $\vec{P}$ лежит в плоскости, параллельной zAx, отрезок нити EK параллелен оси Ax. Найти реакции подпятника и подшипника в точках A и C, а также величину уравновешивающего груза Q	Плита весом P расположена в плоскости zAy; пара сил с моментом M действует в плоскости плиты; стержень CC_1 расположен в плоскости, параллельной zAx; сила $\vec{Q}$ действует в плоскости плиты; сила $\vec{F}$ перпендикулярна плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках A и B и реакцию стержня CC_1

Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	
Плита весом P отклонена на угол α от вертикальной плоскости zAy; сила $\vec{Q}$ лежит в плоскости плиты; сила $\vec{F}$ параллельна оси Ay; стержень CC_1 перпендикулярен плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках A и B и реакцию стержня CC_1	Плита весом P отклонена на угол α от горизонтальной плоскости xAy; сила $\vec{Q}$ перпендикулярна боковой стенке плиты и параллельна оси Ay; сила $\vec{F}$ расположена в плоскости плиты и параллельна её боковым стенкам; стержень CC_1 параллелен оси Az. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках A и B и реакцию стержня CC_1

Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28
	
Плита весом P отклонена на угол α от вертикальной плоскости zAy; нить, удерживающая груз Q, находится плоскости zAx, прикреплена к боковой стенке плиты и перпендикулярна ей; сила $\vec{F}$ параллельна боковым стенкам плиты; стержень CC_1 перпендикулярен плоскости zAy. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках A и B и реакцию стержня CC_1	Рукоять EK перпендикулярна оси вала и наклонена под углом α к горизонтальной плоскости xAy; сила $\vec{P}$ параллельна оси Az; сила $\vec{F}$ параллельна оси Ay; нить, удерживающая груз Q, сходит со шкива по касательной. Найти реакции подпятника A, подшипника C, и величину уравновешивающего груза Q

Варианты № 9, 19, 29	Варианты № 10, 20, 30
	
Плита весом P находится в вертикальной плоскости zAx; стержень CC_1 расположен в плоскости, параллельной xAy; пара сил с моментом M действует в плоскости плиты; сила $\vec{Q}$ перпендикулярна плоскости плиты; сила $\vec{F}$ лежит в плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках A и B и реакцию стержня CC_1	Сила $\vec{F}$ находится в плоскости zAy; стойка CE находится в плоскости zAy; отрезок CL нити, удерживающей груз, находится в плоскости параллельной xAz; сила $\vec{P}$ находится в плоскости шкива и направлена по касательной к ободу в точке K. Найти реакции подпятника A, подшипника B и величину уравновешивающего момента M

Исходные данные для задания С2.

Равновесие пространственной системы сил

Номер варианта задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
P, кН	5	4	6	10	16	15	12	10	15	14
F, кН	8	6	12	6	10	10	8	12	12	10
Q, кН	–	12	–	12	8	12	10	–	10	12
M, кН·м	12	–	10	8	12	6	8	6	8	–
α, град	60	30	30	30	60	60	60	30	30	60
a, м	1,2	0,8	1,4	0,6	1,2	0,9	1,4	0,4	0,8	0,8
b, м	1,0	0,6	1,1	0,4	0,8	0,4	0,6	1,2	0,2	0,6
c, м	0,8	0,5	0,8	0,3	1,4	0,8	1,2	0,8	0,4	0,4
d, м	0,4	0,4	0,6	0,2	0,4	0,2	0,4	0,6	0,6	0,6

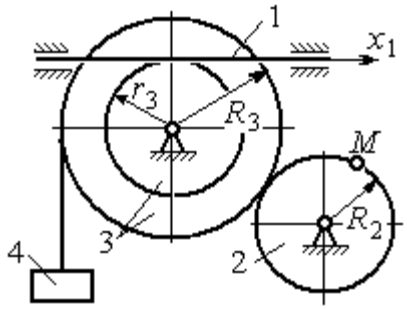
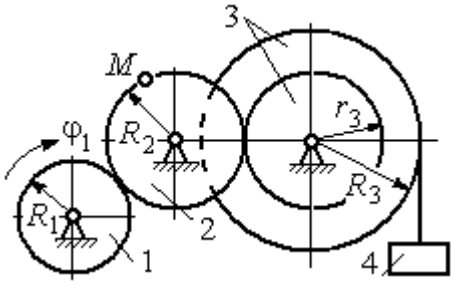
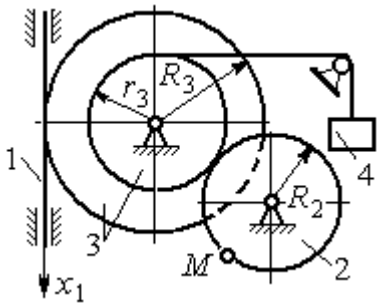
Номер варианта задания	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
P, кН	8	10	10	15	14	10	16	9	10	12
F, кН	6	12	16	8	12	14	10	15	8	10
Q, кН	–	14	–	10	10	12	14	–	12	14
M, кН·м	10	–	12	12	12	8	10	10	10	–
α, град	30	60	60	60	30	30	30	60	60	30
a, м	0,8	1,3	0,9	0,5	1,3	1,2	1,6	0,6	0,9	1,2
b, м	0,6	1,1	0,6	0,4	0,9	0,6	0,8	1,2	0,3	0,8
c, м	0,4	0,8	0,5	0,2	1,5	0,9	1,2	0,4	0,6	0,6
d, м	0,2	0,4	0,4	0,1	0,5	0,4	0,6	0,2	0,2	0,8

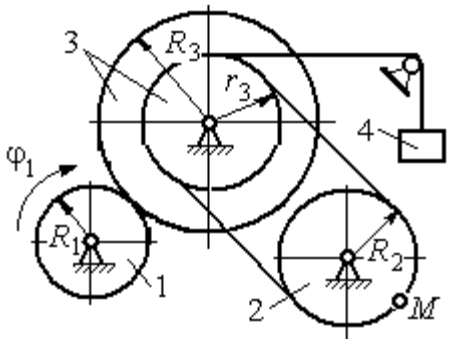
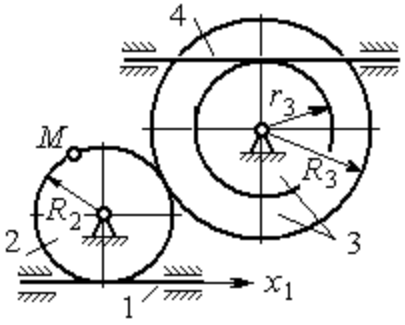
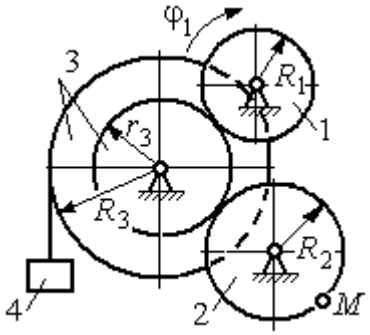
Номер варианта задания	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
P, кН	10	12	5	8	10	14	18	12	14	10
F, кН	12	8	15	10	12	8	10	15	9	8
Q, кН	–	10	–	12	14	10	16	–	12	6
M, кН·м	12	–	16	14	8	10	8	12	10	–
α, град	90	30	60	30	45	30	30	60	60	30
a, м	0,6	0,8	1,1	1,2	1,5	0,8	1,0	0,8	1,2	0,9
b, м	0,8	0,6	0,9	1,0	0,9	0,6	0,8	1,4	0,6	0,4
c, м	0,4	1,2	0,8	0,6	1,5	0,9	1,1	0,5	0,8	0,6
d, м	0,4	1,5	0,5	0,2	0,4	0,3	0,3	0,4	0,6	0,5

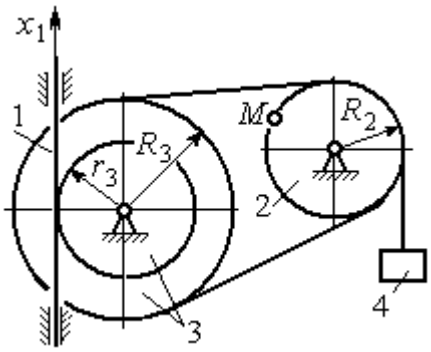
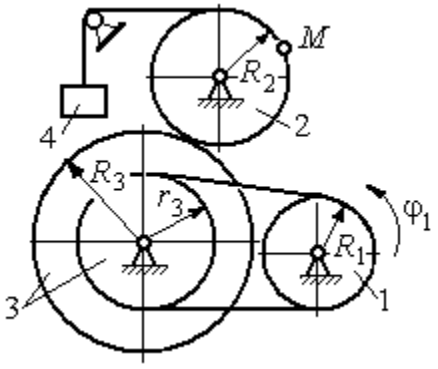
Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при поступательном и вращательном движениях

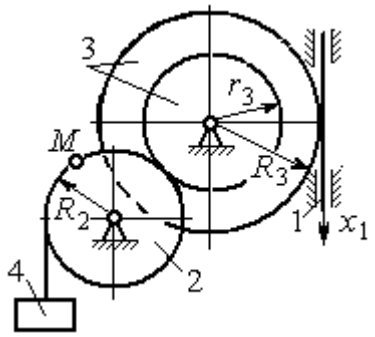
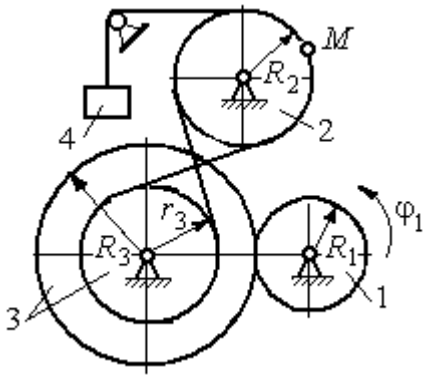
По заданному движению одного из звеньев механизма $x_1 = x_1(t)$ (варианты 1, 3, 5, 7, 9) или $\varphi_1 = \varphi_1(t)$ (варианты 2, 4, 6, 8, 10) найти в момент времени t_1 скорость, касательное, нормальное и полное ускорения точки *M* звена механизма, совершающего враща-

тельное движение, а также скорость и ускорение звена 4, совершающего поступательное движение.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22	Варианты № 3, 13, 23
		

Варианты № 4, 14, 24	Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
		

Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28
	

Варианты № 9, 19, 29	Варианты № 10, 20, 30
	

Исходные данные вариантов задания К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела

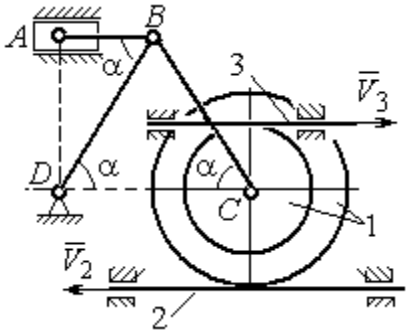
Номер варианта задания	R_1,см	R_2, см	R_3, см	r_3, см	$x_1(t)$, см $\varphi_1(t)$, рад	t_1, с
1	–	40	45	35	$x_1(t) = (3t-1)^2$	2
2	10	20	38	18	$\varphi_1(t) = t^2 + 6\cos(\pi t/6)$	3
3	–	30	42	18	$x_1(t) = 5t^2 - 2\cos(\pi t/2)$	1
4	15	30	45	20	$\varphi_1(t) = 5t^2 + \cos(\pi t/2)$	2
5	–	30	40	20	$x_1(t) = 6t - \cos(\pi t/3)$	3
6	10	20	30	10	$\varphi_1(t) = t^3 - \cos(\pi t/2)$	1
7	–	30	40	30	$x_1(t) = 2\sin(\pi t/2) + \cos(\pi t/2)$	2
8	8	10	30	25	$\varphi_1(t) = 5t + \cos(\pi t/2)$	2
9	–	18	30	18	$x_1(t) = 5t + \cos(\pi t/3)$	3
10	15	30	50	20	$\varphi_1(t) = 2t^2 + \sin(\pi t/4)$	2
11	–	30	40	25	$x_1(t) = (t^2 - 3t)$	2
12	12	20	40	28	$\varphi_1(t) = 3t^2 + 6\sin(\pi t/6)$	3
13	–	25	60	42	$x_1(t) = 2t^2 + \cos(\pi t/2)$	1
14	10	30	45	30	$\varphi_1(t) = 3t^2 + 2\cos(\pi t/2)$	2
15	–	20	30	20	$x_1(t) = 3t^2 - \cos(\pi t/3)$	3
16	12	18	40	20	$\varphi_1(t) = 2t^3 + \cos(\pi t/2)$	1
17	–	20	35	15	$x_1(t) = 2\sin(\pi t/2) - \cos(\pi t/2)$	2
18	15	18	40	25	$\varphi_1(t) = 5t + \cos(\pi t/2)$	1

Номер варианта задания	R_1,см	R_2, см	R_3, см	r_3, см	$x_1(t)$, см $\varphi_1(t)$, рад	t_1, с
19	–	22	50	18	$x_1(t)=t^2+\cos(\pi t/3)$	3
20	10	20	45	10	$\varphi_1(t)=2t^2+\sin(\pi t/4)$	4
21	–	20	40	20	$x_1(t)=t+(3t-4)^2$	2
22	8	18	42	18	$\varphi_1(t)=2t^2+12\cos(\pi t/6)$	3
23	–	45	60	40	$x_1(t)=4t^2+\sin(\pi t/2)$	1
24	5	15	30	20	$\varphi_1(t)=2t^2+4\cos(\pi t/2)$	2
25	–	15	35	25	$x_1(t)=2t^2+\cos(\pi t/3)$	3
26	18	20	35	20	$\varphi_1(t)=2t^3+\sin(\pi t/2)$	1
27	–	15	35	15	$x_1(t)=2\sin(\pi t/2)-\cos(\pi t/2)$	1
28	10	12	40	25	$\varphi_1(t)=2t^2+\cos(\pi t/2)$	1
29	–	35	50	10	$x_1(t)=t^3-\cos(\pi t/2)$	1
30	10	20	40	10	$\varphi_1(t)=2t^2+\cos(\pi t/4)$	4

Задание К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Для заданного положения плоского механизма определить скорости точек и угловые скорости звеньев механизма.

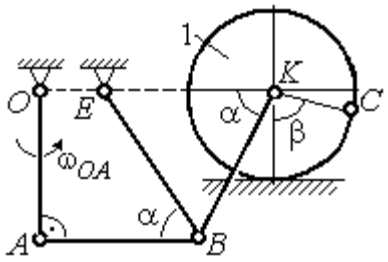
Варианты № 1, 11, 21



Найти: $V_A, V_B, V_C, \omega_{AB}, \omega_{BC}, \omega_1, \omega_{BD}$

Номер варианта задания	R_1, см	r_1, см	AD, см	α, град	V_2, см/с	V_3, см/с
1	10	5	20	30	8	10
11	12	8	25	45	10	4
21	10	6	15	60	5	5

Варианты № 2, 12, 22

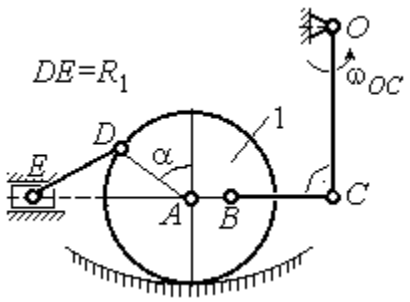


Найти: V_A, V_B, V_K, $\omega_1, \omega_{AB}, \omega_{OA}$, ω_{BE}, ω_{BK}

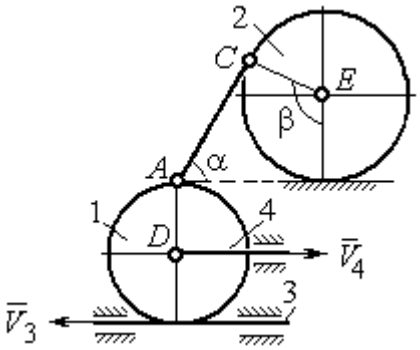
Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	OE, см	α, град	β, град	V_C, см/с
2	3	5	4	30	60	10
12	4	8	6	45	90	8
22	5	12	2	60	120	12

Варианты № 3, 13, 23

Варианты № 4, 14, 24



Найти: $V_A, V_B, V_C, V_D, V_E,$
$\omega_{BC}, \omega_1, \omega_{DE}$

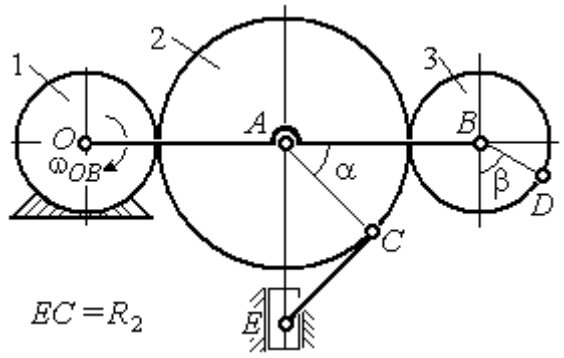


Найти: $V_A, V_C, V_E,$
$\omega_1, \omega_2, \omega_{AC}$

Номер вари-анта задания	R_1, см	OC, см	AB, см	BC, см	α, град	ω_{OC}, рад/с
3	12	18	10	35	60	4
13	10	15	10	25	90	8
23	15	20	5	20	120	6

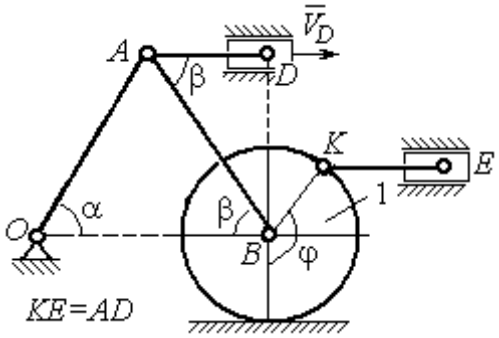
Номер вари-анта задания	R_1, см	R_2, см	α, град	β, град	V_3, см/с	V_4, см/с
4	10	15	30	60	8	4
14	6	10	45	90	4	6
24	10	12	60	120	3	3

Варианты № 5, 15, 25



Найти: V_A, V_B, V_C, V_D, V_E, $\omega_2, \omega_3, \omega_{EC}$

Варианты № 6, 16, 26

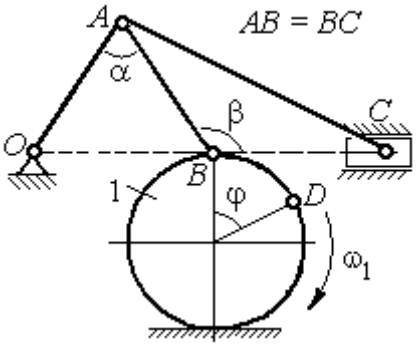


Найти: $V_A, V_B, V_K, V_E,$
$\omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AD}, \omega_{KE}$

Номер вари-анта задания	R_1, см	R_2, см	R_3, см	α, град	β, град	ω_{OB}, рад/с
5	10	20	12	60	0	6
15	6	18	10	90	90	8
25	20	25	15	120	180	4

Номер вари-анта задания	R_1, см	OA, см	α, град	β, град	φ, град	V_D, см/с
6	10	20	30	60	60	12
16	12	26	30	30	90	8
26	15	30	60	60	120	15

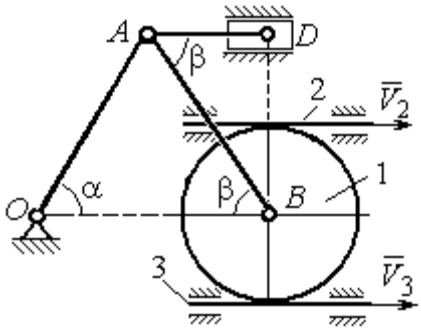
Варианты № 7, 17, 27



Найти: $V_A, V_B, V_C, \omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AC}$

Номер варианта задания	R_1, см	AB, см	α, град	β, град	φ, град	V_D, см/с
7	10	20	30	60	60	12
17	12	25	60	120	90	16
27	8	16	30	60	120	10

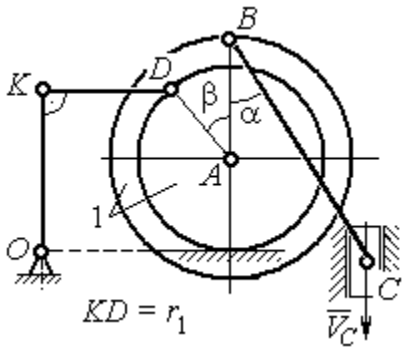
Варианты № 8, 18, 29



Найти: $V_A, V_B, V_D, \omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AD}$

Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	α, град	β, град	V_2, см/с	V_3, см/с
8	10	20	30	60	12	4
18	12	26	30	30	8	2
28	15	30	60	60	6	3

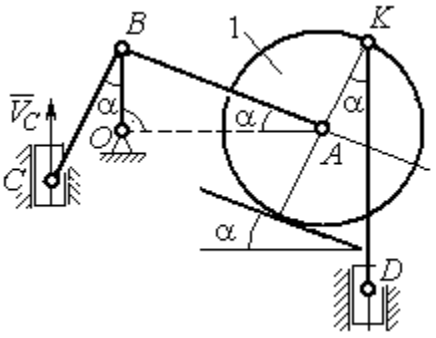
Варианты № 9, 19, 29



Найти: $\omega_{OK}, \omega_{KD}, \omega_{BC}, \omega_1,$
V_A, V_B, V_K, V_D

Номер варианта задания	R_1, см	r_1, см	α, град	β, град	BC, см	V_C, см/с
9	20	12	45	60	60	8
19	24	16	60	90	50	4
29	16	10	30	120	40	6

Варианты № 10, 20, 30



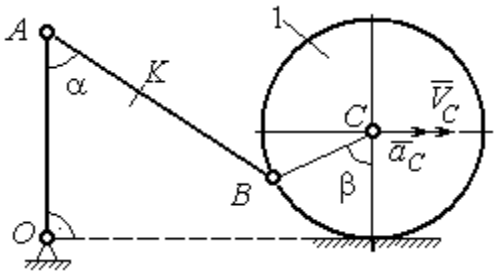
Найти: $V_A, V_B, V_D, V_K,$
$\omega_{CB}, \omega_1, \omega_{OB}, \omega_{AB}, \omega_{KD}$

Номер варианта задания	R_1, см	CB, см	OB, см	KD, см	α, град	V_C, см/с
10	10	20	30	60	30	4
20	12	26	30	50	45	2
30	15	30	60	60	60	3

Задание К3. Определение ускорений точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Для заданного положения плоского механизма определить ускорения точек звеньев механизма и угловые ускорения звеньев.

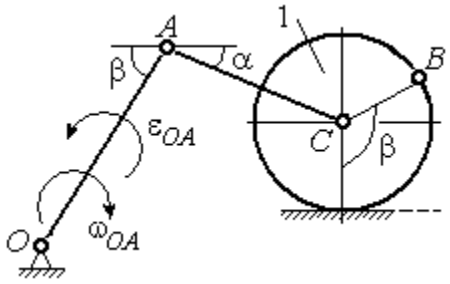
Варианты № 1, 11, 21



Найти: $a_A, a_K, \varepsilon_{AB}$

Номер варианта задания	AB, см	AK, см	α, град	β, град	R_1, см	V_C, см/с	a_C, см/с^2
1	16	10	60	120	10	12	6
11	20	16	30	60	8	10	8
21	18	10	60	180	6	8	4

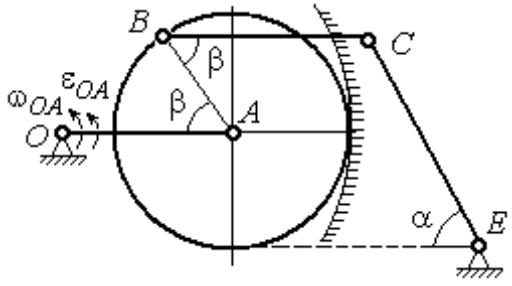
Варианты № 2, 12, 22



Найти: $a_C, a_B, \varepsilon_{AC}$

Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	AC, см	α, град	β, град	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2
2	5	10	12	30	60	2	4
12	8	24	20	30	120	1	2
22	6	12	15	60	90	2	3

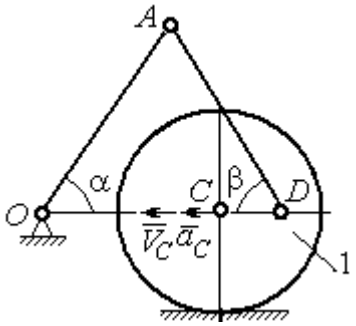
Варианты № 3, 13, 23



Найти: a_C, a_B, ε_{BC}

Номер варианта задания	BC, см	AO, см	α, град	β, град	R_1, см	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2
3	16	15	60	90	10	2	3
13	18	12	90	60	8	3	2
23	14	12	30	120	10	2	4

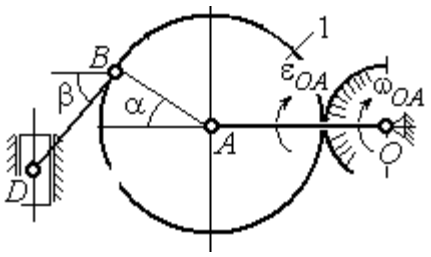
Варианты № 4, 14, 24



Найти: $a_A, a_D, \varepsilon_{DA}$

Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	DC, см	α, град	β, град	V_C, см/с	a_C, см/с^2
4	10	28	5,78	60	30	10	2
14	8	24	4,62	30	90	8	3
24	6	20	6	45	45	12	2

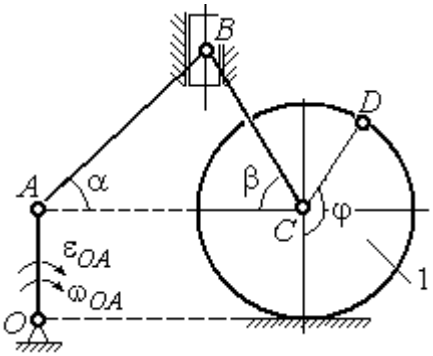
Варианты № 5, 15, 25



Найти: $a_D, a_B, \varepsilon_{BD}$

Номер варианта задания	OA, см	BD, см	α, град	β, град	R_1, см	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2
5	16	10	60	30	10	4	3
15	18	8	90	45	12	2	4
25	14	12	30	60	8	3	2

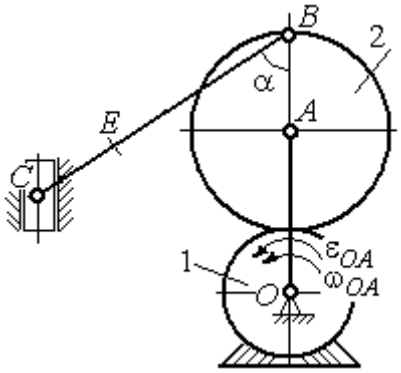
Варианты № 6, 16, 26



Найти: $a_B, a_D, \varepsilon_{BC}$

Номер варианта задания	R_1, см	AB, см	φ, град	α, град	β, град	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2
6	6	18	60	30	30	2	3
16	8	20	90	60	30	2	4
26	5	16	120	30	60	3	4

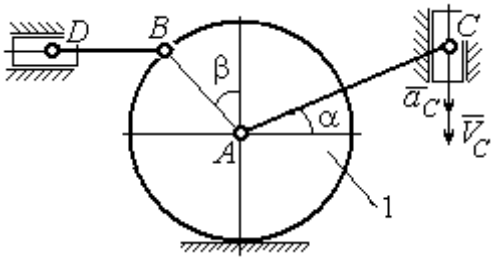
Варианты № 7, 17, 27



Найти: $a_E, a_C, \varepsilon_{BC}$

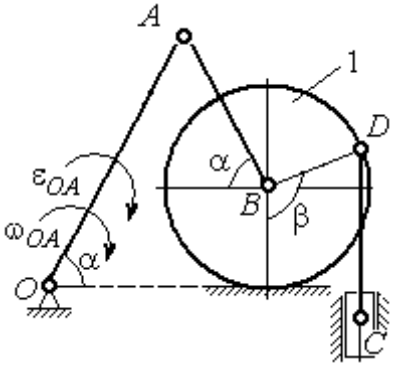
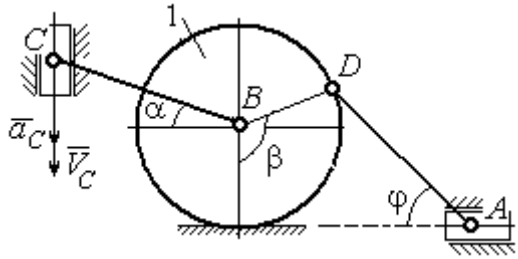
Номер варианта задания	BC, см	BE, см	α, град	R_1, см	R_2, см	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2
7	22	10	60	2	10	2	3
17	28	15	30	3	6	3	4
27	20	8	45	4	8	2	2

Варианты № 8, 18, 28



Найти: $a_D, a_B, \varepsilon_{BD}$

Номер варианта задания	R_1, см	BD, см	AC, см	α, град	β, град	V_C, см/с	a_C, см/с^2
8	4	5	12	60	60	12	5
18	6	10	16	45	90	10	8
28	8	8	16	30	120	8	6

Варианты № 9, 19, 29	Варианты № 10, 20, 30
 Найти: $a_C, a_B, \varepsilon_{AB}$	 Найти: $a_A, a_B, \varepsilon_{CB}$

Номер варианта задания	OA, см	DC, см	α, град	β, град	R_1, см	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2	Номер варианта задания	R_1, см	BC, см	φ, град	α, град	β, град	V_C, см/с	a_C, см/с^2
9	18	10	30	120	4	2	3	**10**	6	14	60	30	120	15	3
19	20	12	60	60	6	3	4	**20**	5	18	45	60	90	10	5
29	18	8	60	90	4	2	3	**30**	4	16	30	45	60	12	4

Задание К4. Определение скорости и ускорения точки при сложном движении

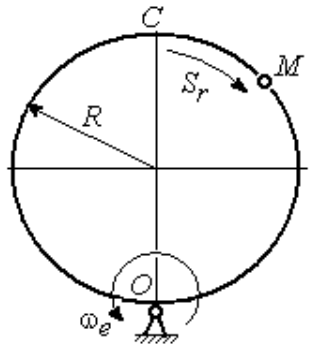
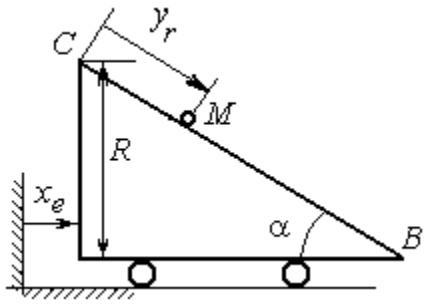
Задание включает две задачи с вращательным и поступательным видами переносного движения точки.

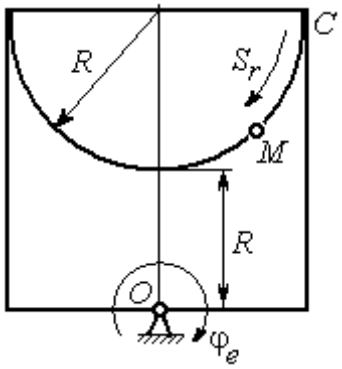
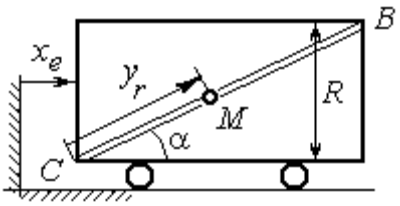
Задача 1. Вращение тела относительно неподвижной оси задается законом изменения угла поворота: $\varphi_e = \varphi_e(t)$ или законом изменения его угловой скорости: $\omega_e = \omega_e(t)$. Движение точки относительно тела отсчитывается от её начального положения в точке *C* и задается законом изменения длины дуги окружности или отрезка прямой линии: $CM = S_r = S_r(t)$.

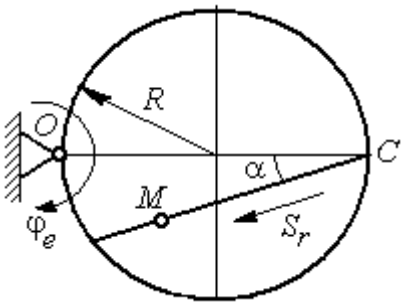
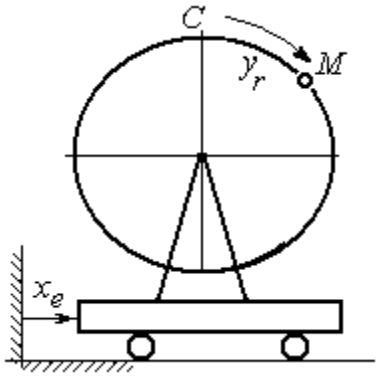
Определить абсолютные скорость и ускорение точки в заданный момент времени t_1.

Задача 2. Поступательное движение тела, несущего точку, задается законом изменения координаты $x_e = x_e(t)$. Движение точки относительно тела отсчитывается от её начального положения в точке *C* и задается законом изменения длины дуги окружности или отрезка прямой линии: $CM = y_r = y_r(t)$.

Определить абсолютные скорость и ускорение точки в момент времени t_2, который либо задаётся в исходных данных задачи, либо на схемеописаны условия, из которых он находится.

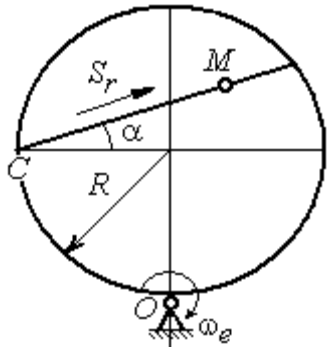
Варианты № 1, 11, 21	
Задача 1	Задача 2
	 В момент $t = t_2$ точка M прошла половину пути CB

Варианты № 2, 12, 22	
Задача 1	Задача 2
	 В момент $t = t_2$ точка M прошла 2/3 пути CB

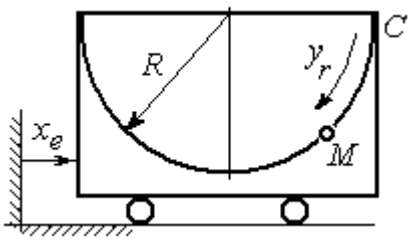
Варианты № 3, 13, 23	
Задача 1	Задача 2
	

Варианты № 4, 14, 24

Задача 1

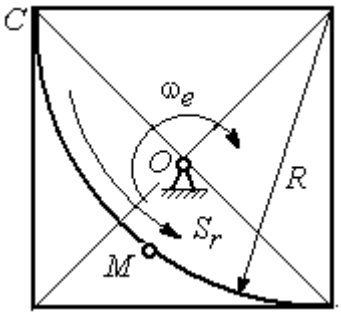


Задача 2

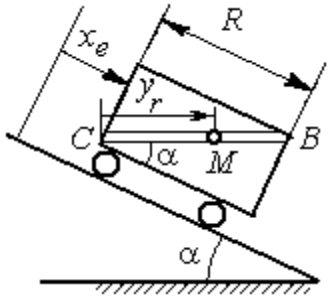


Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



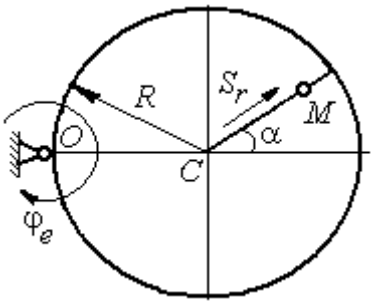
Задача 2



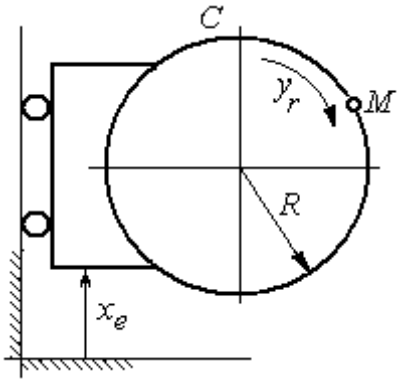
В момент $t = t_2$ точка *M* прошла путь *CB*

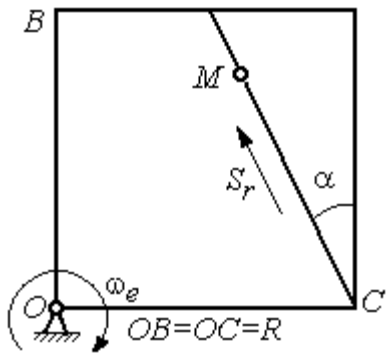
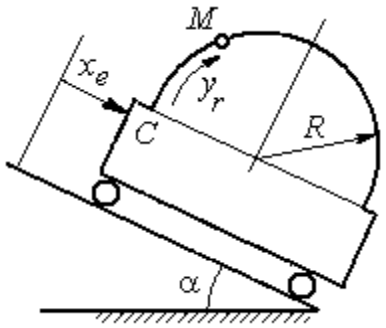
Варианты № 6, 16, 26

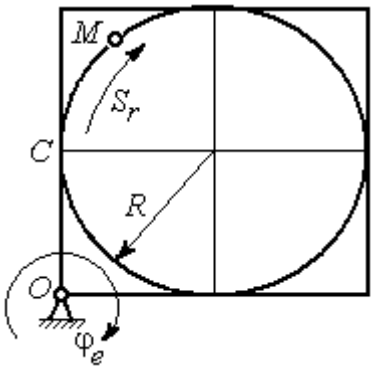
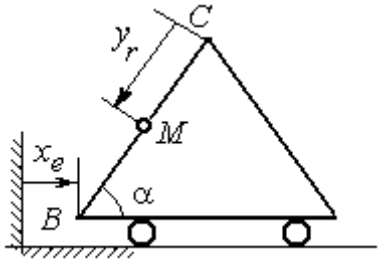
Задача 1

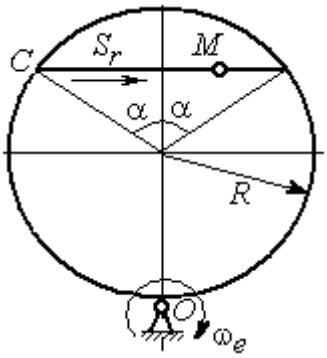
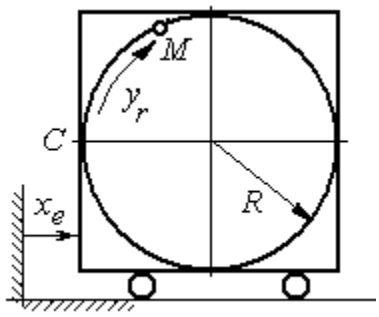


Задача 2



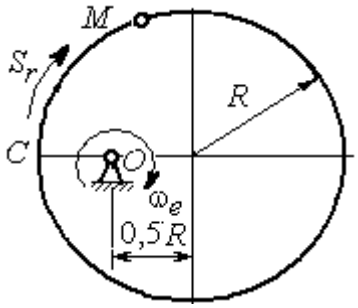
Варианты № 7, 17, 27	
Задача 1	Задача 2
	

Варианты № 8, 18, 28	
Задача 1	Задача 2
	 В момент $t = t_2$ точка M прошла половину пути $CB = R$

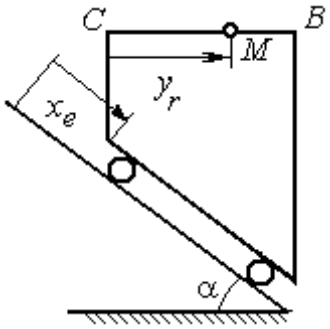
Варианты № 9, 19, 29	
Задача 1	Задача 2
	

Варианты № 10, 20, 30

Задача 1



Задача 2



В момент $t = t_2$ точка M прошла половину пути $CB = R$

Исходные данные для заданий по сложному движению точки

Номер варианта задания	Номер задачи	R, см	α, град	$C\breve{M} = S_r(t)$, см $C\breve{M} = y_r(t)$, см	$\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с $x_e(t)$, см	t_1, с t_2, с
1	1	3	–	$S_r = 2\pi\sin(\pi t/6)$	$\omega_e = 4t^2$	1
	2	4	30	$y_r = 4t^2$	$x_e = 2\cos(\pi t/6)$	–
2	1	2	–	$S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/6)$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/3)$	1
	2	3	60	$y_r = t^2 + t$	$x_e = 1 + \cos(\pi t)$	–
3	1	4	30	$S_r = 2\sqrt{3}\left[t + \sin(\pi t/2)\right]$	$\varphi_e = 4t - t^2$	1
	2	6	–	$y_r = \pi\left[2t + \sin\pi t\right]$	$x_e = 5t - t^2$	1
4	1	4	60	$S_r = 2(t^3 + t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	3	–	$y_r = \pi\left[2t + \cos(\pi t/2)\right]$	$x_e = t^3 - 4t$	1
5	1	6	–	$S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/6)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/3)$	1
	2	2	30	$y_r = t^2 + 2t$	$x_e = t^2 - 4t$	–
6	1	6	60	$S_r = t + 10\sin(\pi t/6)$	$\varphi_e = 2t^2 - 5t$	1
	2	3	–	$y_r = 4\pi\sin(\pi t/6)$	$x_e = \left[1 - \cos(\pi t/4)\right]$	1
7	1	8	30	$S_r = 2(t^3 + 3t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	4	30	$y_r = 2\pi t^2$	$x_e = t^3 - 5t$	1
8	1	8	–	$S_r = 2\pi\left[t^2 + \sin\pi t\right]$	$\varphi_e = t^2 - 5t$	2
	2	6	30	$y_r = t(t+1)$	$x_e = \cos\pi t$	–

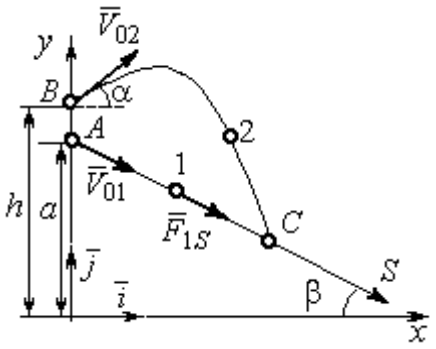
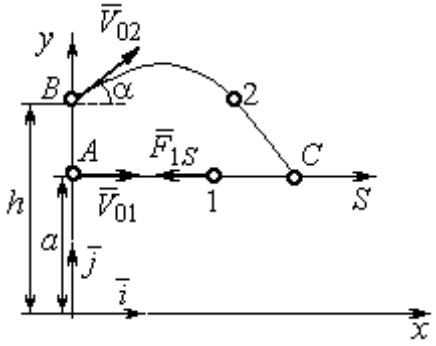
Номер варианта задания	Номер задачи	R, см	α, град	$CM = S_r(t)$, см $CM = y_r(t)$, см	$\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с $x_e(t)$, см	t_1, с t_2, с
9	1	8	30	$S_r = 2t^2$	$\omega_e = \cos(\pi t/8)$	2
	2	3	–	$y_r = 4\pi\sin^2(\pi t/4)$	$x_e = (3-2t)^2$	1
10	1	6	–	$S_r = \pi(2t^3 + \sin\pi t)$	$\omega_e = 5t - 2t^3$	1
	2	4	30	$y_r = t^2 + 2t$	$x_e = 1 + \cos\pi t$	–
11	1	6	–	$S_r = 8\pi\sin(\pi t/12)$	$\omega_e = 2 + \cos(\pi t/4)$	2
	2	6	60	$y_r = 4\sin\pi t$	$x_e = t^2 - 2t$	–
12	1	18	–	$S_r = \pi(2t^2 + 2t)$	$\varphi_e(t) = 3t - t^2$	2
	2	6	30	$y_r = 2t^2 + t$	$x_e = 1 + \cos(\pi t)$	–
13	1	10	60	$S_r = t^3 + t$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/6)$	2
	2	6	–	$y_r = 6\pi\cos(\pi t/3)$	$x_e = t(t+1)$	1
14	1	4	30	$S_r = 8\sqrt{3}\sin(\pi t/12)$	$\omega_e = (3-2t)^2$	2
	2	3	–	$y_r = 2\pi\sin(\pi t/6)$	$x_e = 2t^2 - 5t$	1
15	1	8	–	$S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/4)$	$\omega_e = 2 + \cos(\pi t/4)$	1
	2	5	60	$y_r = 5t + t^2$	$x_e = \cos(\pi t/6)$	–
16	1	12	90	$S_r = 3[t + \sin(\pi t/2)]$	$\varphi_e = 2t - 3t^2$	1
	2	15	–	$y_r = \pi(4t + t^2)$	$x_e = 6\sin(\pi t/3)$	1
17	1	6	45	$S_r = 3\sqrt{2}\left[t^2 + 2\sin\pi t\right]$	$\omega_e(t) = 4t^2 - 6$	1
	2	6	60	$y_r = 8\pi\sin(\pi t/12)$	$x_e = \sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	2
18	1	8	–	$S_r = 4\pi\sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	$\varphi_e = 18t - 4t^2$	2
	2	8	60	$y_r = 3t + 2t^2$	$x_e = \sin\pi t$	–
19	1	8	60	$S_r = 2\sqrt{3}[t + \sin(\pi t/2)]$	$\omega_e = 5t - t^2$	1
	2	9	–	$y_r = 6\pi\cos(\pi t/3)$	$x_e = \cos(\pi t/6)$	1
20	1	4	–	$S_r = 4\pi\sin(\pi t/6)$	$\omega_e = 3t - 5$	1
	2	6	60	$y_r = 3t + 2t^2$	$x_e = \pi\sin\pi t$	–
21	1	3	–	$S_r = 4\pi\sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	$\omega_e = 6t - 14$	2
	2	8	45	$y_r = (t^2 + 3t)$	$x_e = t + 2\sin\pi t$	–
22	1	4	–	$S_r = 2\pi(t^2 + 2t)$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	9	60	$y_r = 8\sin\pi t$	$x_e = 5t - t^2$	–
	1	6	45	$S_r = 12\sin(\pi t/8)$	$\varphi_e = t^2 + \cos(\pi t/4)$	2

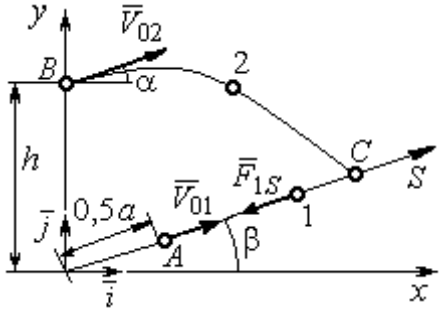
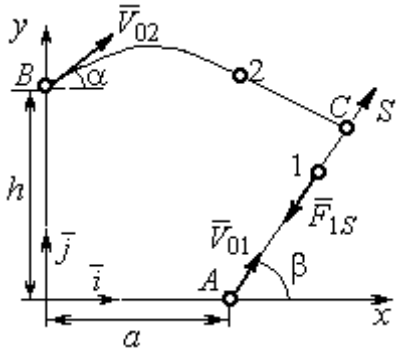
Номер варианта задания	Номер задачи	R, см	α, град	$C\breve{M} = S_r(t)$, см $C\breve{M} = y_r(t)$, см	$\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с $x_e(t)$, см	t_1, с t_2, с
23	2	6	–	$y_r = 6\pi[t + \sin(\pi t/6)]$	$x_e = 5t - t^2$	1
24	1	6	45	$S_r = 12\sin(\pi t/8)$	$\omega_e = t + 4\cos(\pi t/4)$	2
	2	6	–	$y_r = \pi(t^2 + 2t)$	$x_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
25	1	6	–	$S_r = 2\pi t^2$	$\omega_e = 3\sin(\pi t/3)$	1
	2	4	45	$y_r = 2t(t + 3t)$	$x_e = 2(t^3 - 3t)$	–
26	1	6	120	$S_r = t^2 + t$	$\varphi_e = 12\cos(\pi t/12)$	2
	2	9	–	$y_r = \pi\sqrt{3}\sin(\pi t/3)$	$x_e = 2(t^2 - 3t)$	1
27	1	10	60	$S_r = \sqrt{3}(t^2 + t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	2
	2	9	30	$y_r = \sqrt{3}\pi\sin(\pi t/3)$	$x_e = t + 4\cos(\pi t/4)$	1
28	1	2	–	$S_r = 6\pi\sin(\pi t/6)$	$\varphi_e = 2t + \cos(\pi t/2)$	1
	2	6		$y_r = 2t + 3t^2$	$x_e = t + \sin\pi t$	–
29	1	8	30	$S_r = (t^2 + 2t)$	$\omega_e = 6\sin(\pi t/12)$	2
	2	3	–	$y_r = 2\pi\sqrt{3}\sin(\pi t/3)$	$x_e = 5t - t^2$	1
30	1	2	–	$\pi(t^2 + 2t)$	$\omega_e(t) = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	3	60	$y_r = t + t^2$	$x_e = t + \sin\pi t$	–

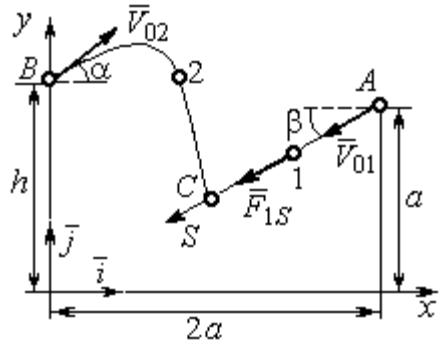
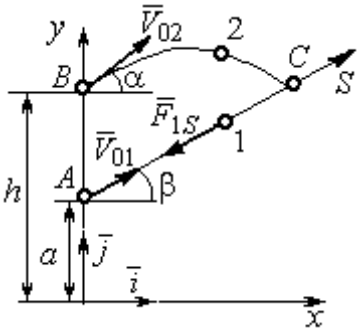
Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки

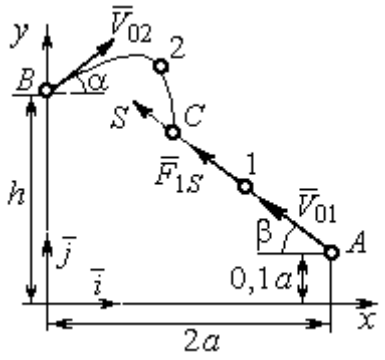
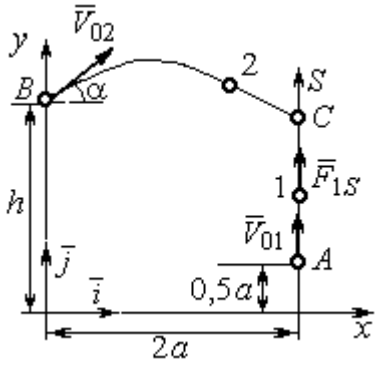
Две материальные точки движутся в вертикальной плоскости *xOy*. Точка 1 массой m_1, получив в начальном положении *A* скорость V_{01}, движется вдоль гладкой оси *AS*, наклоненной под углом β к горизонту. Во время движения на точку 1 действуют сила тяжести и постоянная сила $\vec{F}_1$, направленная вдоль оси *AS*. Направление вектора проекции силы на ось $\vec{F}_{1S}$ показано на схеме.

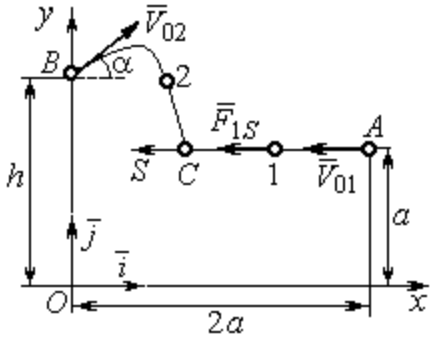
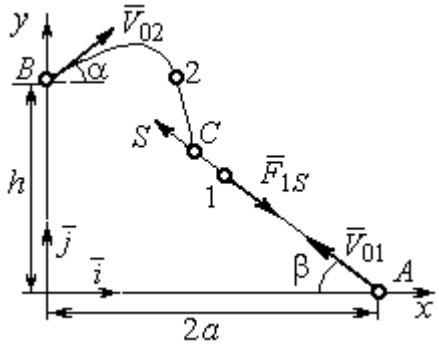
Одновременно с точкой 1 начинает движение точка 2 массой m_2 из положения *B* на оси *y*. На точку 2 действуют сила тяжести и постоянная сила $\vec{F}_2$. Направление вектора силы $\vec{F}_2$ определяется его разложением по единичным векторам $\vec{i}$, $\vec{j}$ координатных осей *x*, *y*. Определить величину и направление (угол α) начальной скорости V_{02} точки 2, чтобы в момент времени t_1 точки 1 и 2 встретились на оси *AS* в точке *C*. Момент времени t_1 задаётся в условиях задачи или определяется по дополнительным условиям встречи.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
	
Встреча в точке *C* в момент, когда скорость точки 1 увеличилась в 1,5 раза относительно начальной	Встреча в точке *C* в момент, когда точка 1 максимально удалилась от места старта

Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
	
Встреча в точке *C* в момент, когда скорость точки 1 уменьшилась в 2 раза относительно начальной	Встреча в точке *C* в момент времени $t_1 = 0{,}5$ с

Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	
Встреча в точке *C* в момент, когда скорость точки 1 увеличилась в 1,5 раза относительно начальной	Встреча в точке *C*, когда точка 1 максимально удалилась от места старта

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
 Встреча в точке C в момент времени $t_1 = 0{,}4$ с	 Встреча в точке C в момент максимального подъёма точки 1

Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
 Встреча в точке C в момент времени $t_1 = 0{,}6$ с	 Встреча в точке C в момент, когда точка 1 достигла максимальной высоты подъёма

Исходные данные задания Д1. Интегрирование уравнений движения точки

Номер варианта задания	m_1, кг	F_{1S}, Н	V_{01}, м/с	β, град	m_2, кг	$\vec{F}_2$, Н	a, м	h, м
1	1	3	3	30	2	$7\vec{i}$	2	4
2	3	6	2	0	2	$4\vec{i} + 12\vec{j}$	1,5	1
3	2	5	4	35	1,5	$10\vec{i} + 4\vec{j}$	2	2,5
4	1	10	2	60	2	$4\vec{i} + 8\vec{j}$	2,2	2
5	1	3	3	30	2	$5\vec{i}$	3	4,5
6	0,8	6	6	50	3	$3\vec{i} + 12\vec{j}$	1,5	4
7	2	5	4,5	40	1	$10\vec{i} + 2\vec{j}$	3	2,5
8	1	2	3,5	90	2	$6\vec{i} + 8\vec{j}$	1,2	2
9	2	4	4	0	1	$3\vec{i} + 2\vec{j}$	2	2,5

Номер варианта задания	m_1, кг	F_{1S}, Н	V_{01}, м/с	β, град	m_2, кг	$\vec{F}_2$, Н	a, м	h, м
10	1	3	3	55	1,5	$4\vec{i}$	1	1,5
11	0,5	2	3	60	2	$3\vec{i}+8\vec{j}$	1,5	2,5
12	0,2	3	4	0	1	$5\vec{i}-2\vec{j}$	1	2,5
13	1	2	6	50	1,5	$6\vec{i}-4\vec{j}$	0,8	2
14	0,5	6	4	35	1	$3\vec{i}-2\vec{j}$	2,5	2
15	0,2	3	3	50	2	$2\vec{i}-2\vec{j}$	3	4
16	2	4	6	40	2	$3\vec{i}+12\vec{j}$	1	1,5
17	1	6	5	60	1,5	$5\vec{i}+4\vec{j}$	3	2,5
18	1	2	2	90	2	$4\vec{i}+4\vec{j}$	2	2
19	1	3	2	2	2	$2\vec{i}+10\vec{j}$	1	1,5
20	5	4	2	30	1	$3\vec{i}-2\vec{j}$	1,5	1,5
21	0,2	4	4	45	1	$6\vec{i}-2\vec{j}$	1	3
22	0,4	3	2	0	2	$4\vec{i}+6\vec{j}$	1,5	2,5
23	1	3	8	60	2	$4\vec{i}+2\vec{j}$	1,2	1,5
24	0,5	8	3	30	2	$6\vec{i}+7\vec{j}$	2	1,5
25	2	4	4	60	1	$2\vec{i}-2\vec{j}$	3,5	4
26	1	3	5	50	2	$4\vec{i}+6\vec{j}$	0,5	1,5
27	1,5	3	6	30	2	$4\vec{i}+4\vec{j}$	2	2,5
28	2	5	3	90	2	$6\vec{i}+7\vec{j}$	2	1,5
29	2	4	4	0	1	$5\vec{i}-2\vec{j}$	1,5	2
30	1	3	2,5	70	2	$4\vec{i}+6\vec{j}$	1	1

Задание Д2. Исследование колебаний точки

Задание Д2 на исследование колебаний точки включает две задачи.

Задача 1. Исследование гармонических колебаний точки.

Найти уравнение движения груза массой m_1 (или одновременно двух грузов массой m_1 и m_2) на пружине жесткостью c_1 (или на двух пружинах жесткостью c_1 и c_2). Расположение грузов на пружине и описание условий, при которых начались колебания, приведено на схемах. Определить амплитуду и частоту колебаний.

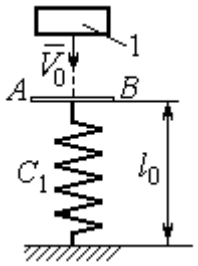
Задача 2. Исследование вынужденных колебаний точки.

Груз движется на пружинах, расположенных вертикально или горизонтально. При движении груза по горизонтальной поверхности трение не учитывается. Жёсткость пружин c_1 и c_2. Направление возмущающего усилия $F = F(t)$, приложенного к грузу, или возмущающего движения точки крепления пружин $S = S(t)$, а также описание условий начала колебаний приведено на схемах. В задачах, где на схемах присутствует амортизатор, создающий сопротивление движению груза, сила сопротивления пропорциональна скорости движения груза и находится по формуле: $\vec{R} = -\mu\vec{V}$ Н, где μ – коэффициент

сопротивления; V – скорость груза. Определить уравнение колебаний груза, амплитуды собственных и вынужденных колебаний.

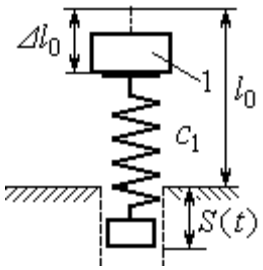
Варианты № 1, 11, 21

Задача 1



Невесомая пластина AB укреплена на нерастянутой пружине. Груз 1, получив начальную скорость V_0, падает вертикально вниз. Через 1 с после начала падения груз достигает пластины и продолжает движение вместе с ней

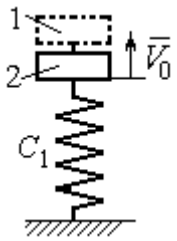
Задача 2



К верхнему концу пружины, сжатой на величину $\Delta\ell_0$, прикрепляют груз 1 и отпускают без начальной скорости. Одновременно нижний конец пружины начинает двигаться по закону $S = S(t)$

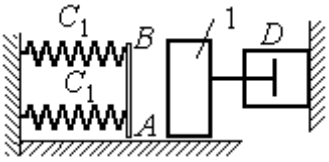
Варианты № 2, 12, 22

Задача 1



В положении статического равновесия двух грузов (1 и 2), установленных на пружине, груз 1 убрали, а грузу 2 сообщили скорость V_0, направленную вверх

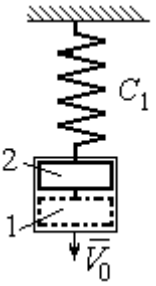
Задача 2



Груз 1 движется по гладкой горизонтальной поверхности с начальной скоростью V_0. Через 1 с груз упирается в площадку AB, укреплённую на недеформированных пружинах, соединённых параллельно, и продолжает движение вместе с ней. Во время движения (до упора в площадку AB и вместе с ней) груз испытывает сопротивление, создаваемое демпфером D

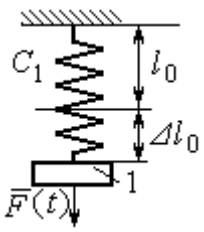
Варианты № 3, 13, 23

Задача 1



В положении статического равновесия груза 2, укреплённого на пружине, к нему присоединили груз 1 и оба груза толкнули вниз со скоростью V_0

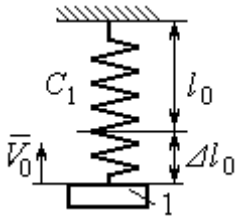
Задача 2



Недеформированную пружину оттянули вниз на расстояние $\Delta\ell_0$, подцепили груз 1 и отпустили без начальной скорости. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$

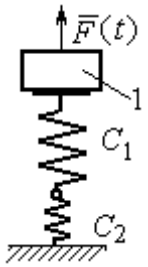
Варианты № 4, 14, 24

Задача 1



К недеформированной пружине подцепили груз 1, оттянули его вниз на расстояние $\Delta\ell_0$ и сообщили скорость V_0, направленную вверх

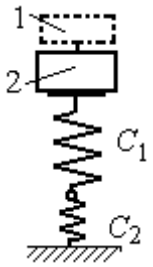
Задача 2



Грузу 1, укреплённому на двух последовательно соединённых пружинах в положении статического равновесия, сообщили начальную скорость V_0, направленную вниз. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$

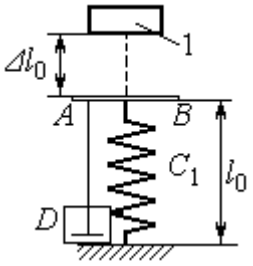
Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



В положении статического равновесия грузов 1 и 2, укреплённых на двух вертикальных последовательно соединённых пружинах, убрали груз 1, а груз 2 отпустили без начальной скорости

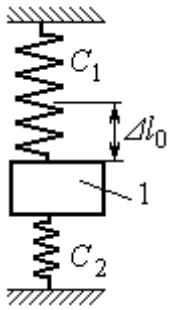
Задача 2



Груз 1 падает с высоты $\Delta\ell_0$ на площадку AB, установленную на недеформированной пружине, и продолжает движение вместе с ней. Демпфер D создаёт сопротивление движению груза на пружине

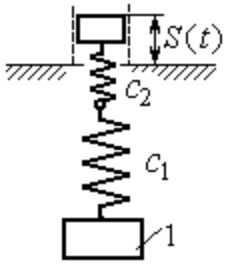
Варианты № 6, 16, 26

Задача 1



Груз 1 поместили между двумя недеформированными пружинами, затем оттянули вниз на расстояние $\Delta\ell_0$ и отпустили без начальной скорости

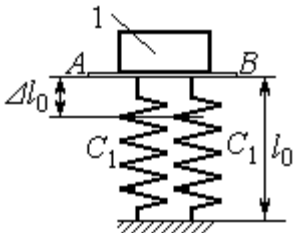
Задача 2



К недеформированным пружинам, соединённым последовательно, подцепили груз 1 и толкнули его вниз со скоростью V_0. Одновременно верхний конец пружины начинает двигаться по закону $S = S(t)$

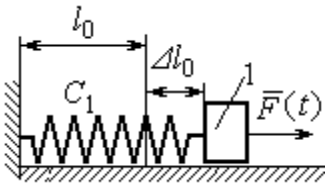
Варианты № 7, 17, 27

Задача 1



К недеформированным пружинам приложили груз 1, переместили его вниз на величину $\Delta\ell_0$ и сообщили скорость V_0, направленную вниз

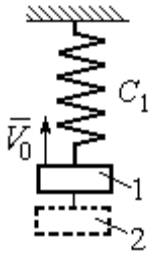
Задача 2



К нерастянутой пружине, расположенной на горизонтальной гладкой поверхности, подцепили груз 1, оттянули его на расстояние $\Delta\ell_0$ и отпустили. Одновременно на груз стала действовать горизонтальная возмущающая сила $\vec{F}(t)$

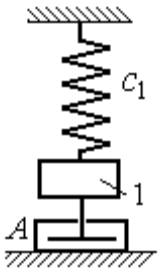
Варианты № 8, 18, 28

Задача 1



Грузы 1 и 2 находятся на пружине в положении статического равновесия. Груз 2 удаляют, а грузу 1 сообщают скорость V_0, направленную вверх

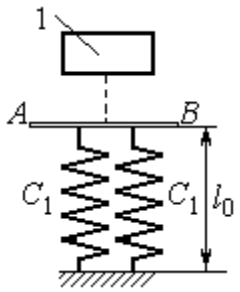
Задача 2



В положении статического равновесия груза 1 ему сообщили скорость V_0, направленную вниз. Демпфер A создаёт сопротивление движению груза

Варианты № 9, 19, 29

Задача 1



Груз 1 без начальной скорости падает вниз. Пройдя путь 1 м, груз достигает невесомой пластины AB, укреплённой на недеформированных, параллельно соединённых пружинах, и дальше движется вместе с ней

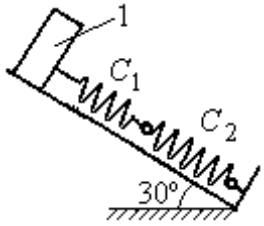
Задача 2



К двум горизонтальным пружинам, соединённым последовательно, в положении их нерастянутого состояния прицепили груз 1 и сообщили ему горизонтальную скорость V_0, направленную в сторону сжатия пружин. Одновременно левый конец пружинной системы начинает двигаться по закону $S = S(t)$

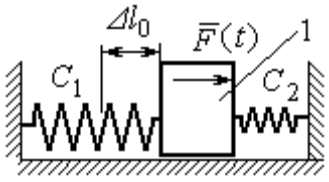
Варианты № 10, 20, 30

Задача 1



В положении статического равновесия груза 1, укреплённого на двух последовательно соединённых пружинах, сообщили скорость V_0, направленную вниз по наклонной плоскости

Задача 2



Между двумя горизонтальными недеформированными пружинами на гладкую поверхность поместили груз 1, оттянули его влево на расстояние $\Delta\ell_0$ и отпустили без начальной скорости. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$

Исходные данные задания Д2. Исследование колебаний точки

Номер варианта задания	Номер задачи	m_1, кг	m_2, кг	V_0, м/с	c_1, Н/м	c_2, Н/м	$\Delta\ell_0$, м	μ, Н·с/м	$F(t)$, Н	$S(t)$, м
1	1	2,5	–	2,0	200	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	–	210	–	0,1	–	–	0,02sin12t
2	1	1,5	2,0	4	250	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	4	220	–	–	1,0	–	–
3	1	2,0	1,5	3	250	–	–	–	–	–
	2	1,2	–	–	200	–	0,14	–	12sin5t	–
4	1	2,0	–	3	180	–	0,1	–	–	–
	2	1,5	–	2	150	120	–	–	8sin12t	–
5	1	1,0	2,0	–	120	100	–	–	–	–
	2	1,0	–	–	50	–	0,5	18	–	–
6	1	1,2	–	–	120	180	0,12	–	–	–
	2	1,4	–	2,4	120	180	–	–	–	0,03sin14t
7	1	1,6	–	3,2	140	–	0,15	–	–	–
	2	1,5	–	–	120	–	0,12	–	12sin6t	–
8	1	1,0	2,0	3,0	150	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	3,5	120	–	–	15	–	–
9	1	1,5	–	–	100	–	–	–	–	–
	2	1,4	–	2,0	100	110	–	–	–	0,015sin8t
10	1	2,5	–	2,5	110	100	–	–	–	–
	2	2,0	–	–	110	52	0,08	–	5sin9t	–
11	1	2,0	–	4,0	300	–	–	–	–	–

Номер варианта задания	Номер задачи	m_1, кг	m_2, кг	V_0, м/с	c_1, Н/м	c_2, Н/м	$\Delta\ell_0$, м	μ, Н·с/м	$F(t)$, Н	$S(t)$, м
	2	1,0	–	–	200	–	0,12	–	–	0,01sin4t
12	1	1,8	2,4	4	220	–	–	–	–	–
	2	1,0	–	5	240	–	–	0,6	–	–
13	1	1,5	1,5	2	200	–	–	–	–	–
	2	1,8	–	–	180	–	0,08	–	10sin10t	–
14	1	2,0	–	2	200	–	0,12	–	–	–
	2	2,0	–	2	150	120	–	–	10sin8t	–
15	1	1,5	2,0	–	120	250	–	–	–	–
	2	1,5	–	–	120	–	0,4	4	–	–
16	1	2,0	–	–	150	75	0,1	–	–	–
	2	2,0	–	2,5	150	75	–	–	–	0,01sin5t
17	1	1,5	–	2,1	160	–	0,11	–	–	–
	2	1,8	–	–	150	–	0,1	–	8sin12t	–
18	1	2,0	1,0	2,5	80	–	–	–	–	–
	2	1,5	–	2,5	50	–	–	21	–	–
19	1	1,6	–	–	120	–	–	–	–	–
	2	1,2	–	2,0	85	120	–	–	–	0,015sin7t
20	1	2,0	–	2,0	90	100	–	–	–	–
	2	2,5	–	–	100	90	0,12	–	6sin10t	–
21	1	2,0	–	1,6	220	–	–	–	–	–
	2	2,5	–	–	250	–	0,14	–	–	0,01sin10t
22	1	2,2	1,5	3	180	–	–	–	–	–
	2	1,5	–	4	280	–	–	0,8	–	–
23	1	2,2	1,2	2	220	–	–	–	–	–
	2	1,6	–	–	200	–	0,12	–	5sin7t	–
24	1	1,6	–	2,4	160	–	0,13	–	–	–
	2	1,0	–	3	150	300	–	–	6sin10t	–
25	1	0,8	1,2	–	120	80	–	–	–	–
	2	0,8	–	–	180	–	0,4	12	–	–
26	1	1,4	–	–	100	120	0,15	–	–	–
	2	1,8	–	2,2	150	120	–	–	–	0,015sin8t
27	1	2	–	4,0	150	–	0,12	–	–	–
	2	2	–	–	162	–	0,13	–	5sin9t	–
28	1	1,5	2,0	2,0	140	–	–	–	–	–

Номер варианта задания	Номер задачи	m_1, кг	m_2, кг	V_0, м/с	c_1, Н/м	c_2, Н/м	$\Delta\ell_0$, м	μ, Н·с/м	$F(t)$, Н	$S(t)$, м
	2	1,5	–	3,1	180	–	–	12	–	–
29	1	1,0	–	–	140	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	2,4	75	150	–	–	–	0,08sin5t
30	1	1,6	–	3	75	150	–	–	–	–
	2	1,5	–	3	80	70	0,15	–	8sin10t	–

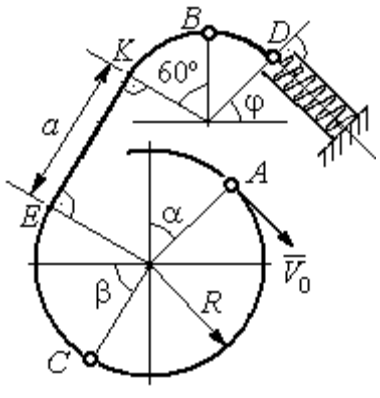
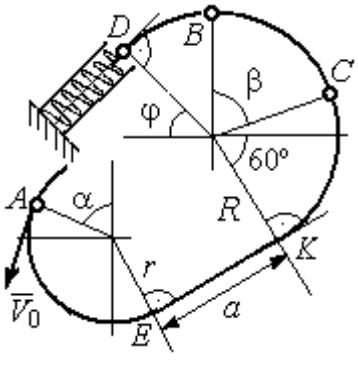
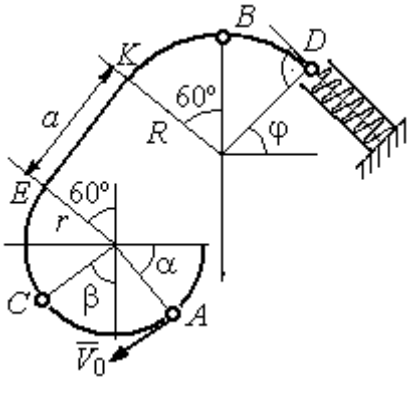
Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии

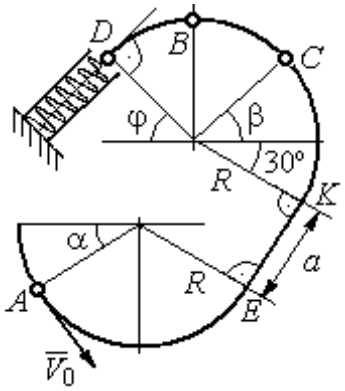
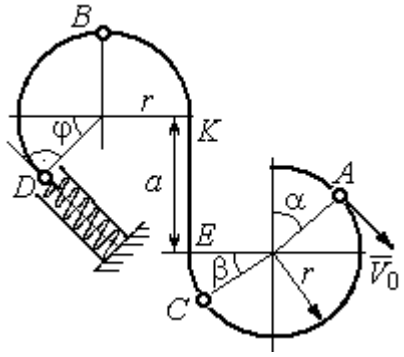
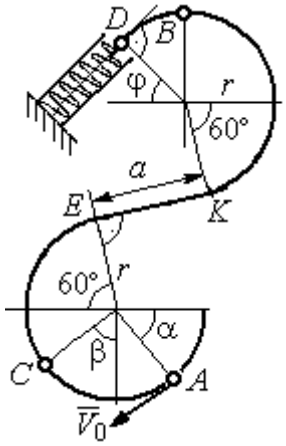
Тонкий стержень с надетым на него шариком массой m расположен в вертикальной плоскости и состоит из дуг окружностей радиусами r и $R = 2r$, соединённых прямолинейным отрезком EK, сопряжённым с дугами окружностей в точках E и K. В этих точках шарик переходит с одного участка стержня на другой, не изменяя величины и направления скорости. Длина отрезка $EK = a$.

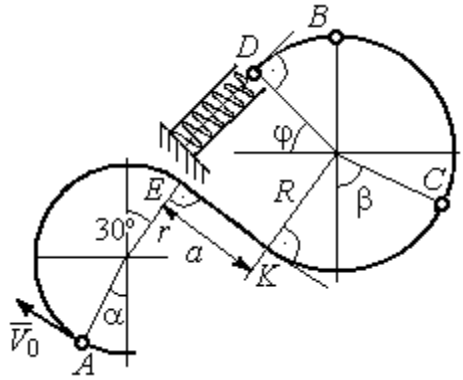
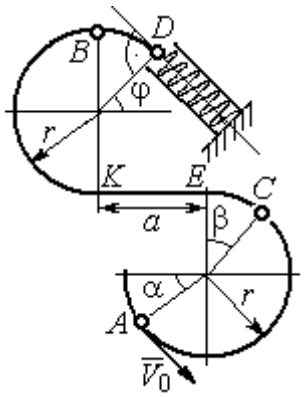
В точке A, положение которой на дуге окружности определяется углом α, шарику сообщают начальную скорость V_0. По дугам окружностей шарик скользит без трения, а при движении по прямолинейному отрезку EK на него действует постоянная сила трения с коэффициентом трения f. На участках с вертикальным отрезком EK считать, что шарик прижимается к стержню силой, равной половине веса шарика.

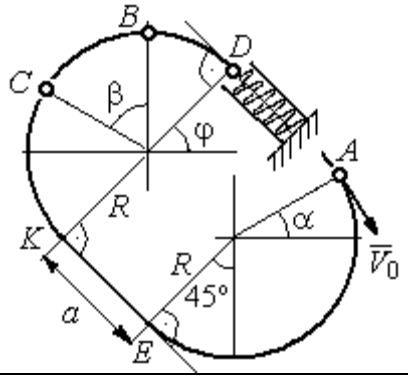
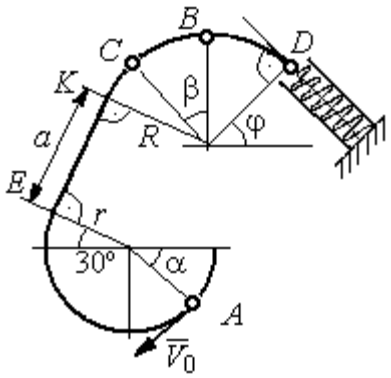
Достигнув на дуге окружности точки D, шарик упирается в недеформированную пружину жёсткостью c и, продолжая движение по сопряженной прямой, сжимает её. Положение точки D определяется углом φ.

Определить величину максимального сжатия пружины, если шарик проходит наивысшее положении траектории – точку B со скоростью $V_B = kV_0$. При найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке C, положение которой на дуге определяется углом β.

Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**	**Варианты № 3, 13, 23**
		

Варианты № 4, 14, 24	Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
		

Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28
	

Варианты № 9, 19, 29	Варианты № 10, 20, 30
	

Исходные данные задания Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Номер варианта задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
m, кг	0,8	0,5	0,6	0,4	1,0	0,6	0,9	0,5	0,3	0,4	0,8	0,6	0,5	0,3	1,0
α, град	30	45	0	30	30	0	0	45	30	0	60	30	30	45	60
β , град	60	30	60	0	60	30	60	60	30	45	30	60	60	30	30
φ, град	0	60	30	0	0	30	45	0	30	45	30	30	0	30	45
r, м	0,4	0,4	0,5	0,3	0,6	0,5	0,3	0,6	0,4	0,5	0,3	0,5	0,4	0,5	0,8
a, м	0,5	0,6	0,9	1,4	0,8	1,2	0,5	0,5	1,4	0,5	0,8	0,5	0,8	0,6	0,6
f	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,5	0,3	0,4	0,3	0,4	0,5	0,3	0,4	0,3
k	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3	0,4
c, Н/м	100	80	90	80	120	100	90	80	60	80	90	60	80	60	110

Номер варианта задания	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
m, кг	0,6	0,5	0,6	0,4	0,8	0,5	0,4	1,0	0,6	0,5	0,4	0,8	0,4	0,6	0,8
α, град	60	30	0	45	60	90	90	60	60	90	30	60	60	45	90
β , град	60	30	45	90	60	45	90	60	60	30	30	60	60	0	60
φ, град	45	60	60	60	30	90	0	90	45	60	60	90	30	60	0
r, м	0,6	0,4	0,8	0,5	0,6	0,6	0,6	0,4	0,6	0,8	0,4	0,4	0,8	0,6	0,4
a, м	0,4	1,2	0,9	1,2	1,2	0,9	0,6	1,5	1,4	0,8	1,2	0,9	0,6	0,8	0,5
f	0,3	0,4	0,4	0,5	0,3	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4
k	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,3
c, Н/м	80	60	90	60	100	90	80	110	80	60	60	80	60	80	100

Задание Д4. Динамический расчет механической системы

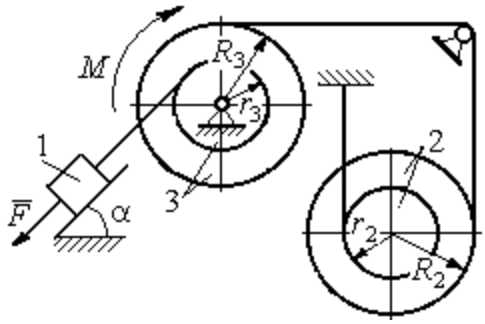
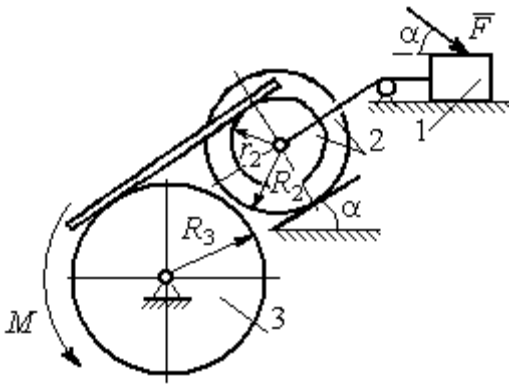
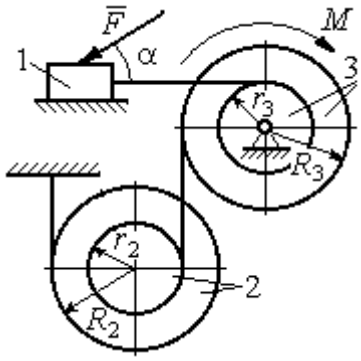
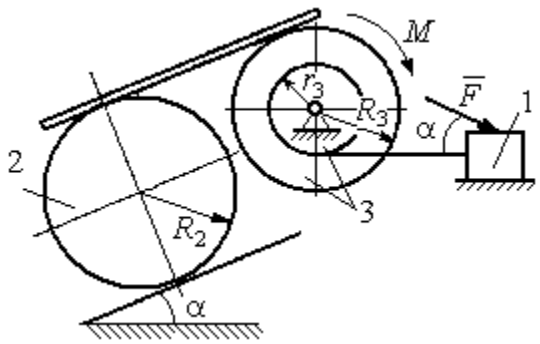
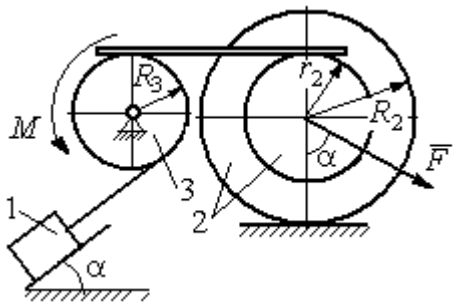
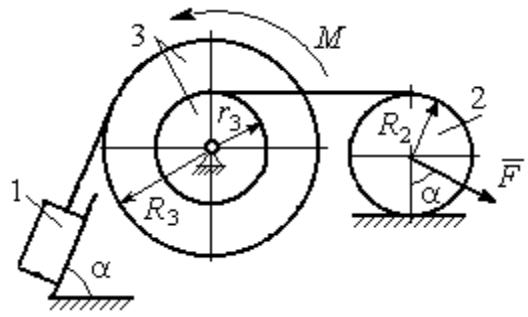
Механизм состоит из трёх тел – груза 1, катка 2 и блока 3, соединенных нерастяжимыми нитями или невесомыми стержнями.

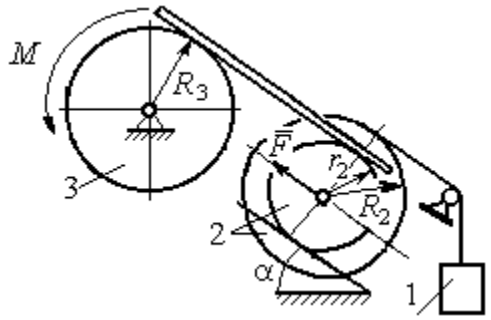
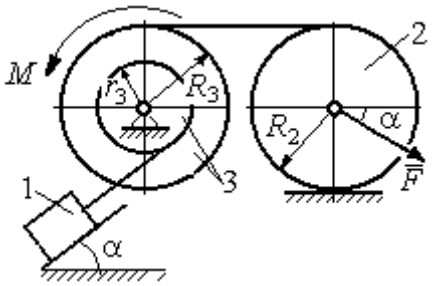
Движение механизма происходит в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом *M*. Направление действия силы $\vec{F}$ определяется углом α. Качение катка 2 происходит без скольжения. Проскальзывание между дисками и соединяющими их невесомыми стержнями или нитями отсутствует.

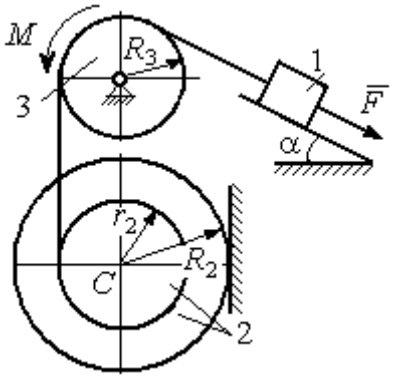
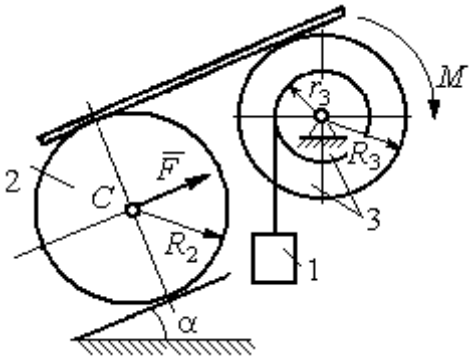
Радиусы ступеней катка 2 и блока 3 на схемах обозначены R_2, r_2 и R_3, r_3.

Сплошные диски считать однородными. Радиусы инерции неоднородных (ступенчатых) дисков относительно осей, проходящих через центры масс перпендикулярно плоскости движения, равны i_{z2}, i_{z3}.

Найти ускорение груза 1 и динамические реакции, действующие на ось блока 3.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
	
Варианты № 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
	
Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
	

Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28
	

Варианты № 9, 19, 29	Варианты № 10, 20, 30
	

Исходные данные задания Д4. Динамический расчёт механической системы

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	α, град	R_2, м	r_2, м	R_3, м	r_3, м	i_{z2}, м	i_{z3}, м
1	P	P	$2P$	P	$2Pr$	60	$3r$	r	$2r$	r	$2r$	$r\sqrt{2}$
2	$3P$	P	$3P$	$3P$	Pr	30	$2r$	r	$2r$	–	$2r$	–
3	$4P$	$3P$	$4P$	$2P$	$2Pr$	60	$2r$	r	$2r$	r	$2r$	$2r$
4	$2P$	$2P$	$4P$	P	$4Pr$	45	$3r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{2}$
5	P	$3P$	$3P$	$2P$	$3Pr$	30	$3r$	r	r	–	$2r$	–
6	P	$2P$	$4P$	$4P$	$6Pr$	60	$3r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{2}$
7	P	$2P$	$3P$	$2P$	$3Pr$	45	$3r$	r	r	-	$r\sqrt{3}$	–
8	$2P$	$3P$	$3P$	P	$3Pr$	30	$2r$	–	$2r$	r	–	$r\sqrt{3}$
9	$3P$	P	$3P$	P	$2Pr$	30	$2r$	r	$2r$	–	$r\sqrt{2}$	–
10	P	P	$3P$	P	$2Pr$	60	$3r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{3}$
11	P	P	$3P$	$2P$	$3Pr$	30	$3r$	$2r$	$2r$	r	$r\sqrt{2}$	$r\sqrt{2}$
12	$2P$	P	$2P$	$4P$	Pr	60	$3r$	r	$3r$	–	$r\sqrt{3}$	–

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	α, град	R_2, м	r_2, м	R_3, м	r_3, м	i_{z2}, м	i_{z3}, м
13	$3P$	P	$3P$	$3P$	$2Pr$	30	$3r$	$2r$	$2r$	r	$2r$	$r\sqrt{2}$
14	$2P$	P	$3P$	$2P$	$4Pr$	60	$2r$	–	$3r$	$2r$	–	$2r$
15	P	$2P$	$4P$	P	$4Pr$	45	$3r$	$2r$	$2r$	–	$r\sqrt{3}$	–
16	P	$3P$	$4P$	$2P$	$3Pr$	30	$2r$	–	$2r$	r	–	$r\sqrt{2}$
17	P	P	$3P$	$2P$	$6Pr$	60	$3r$	r	$3r$	-	$r\sqrt{3}$	
18	$2P$	$2P$	$3P$	P	$3Pr$	60	$2r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{2}$
19	$2P$	P	$2P$	$3P$	$4Pr$	30	$3r$	r	$3r$	–	$2r$	–
20	P	P	$3P$	P	$2Pr$	45	$2r$	–	$2r$	r	–	$r\sqrt{3}$
21	$2P$	P	$4P$	$2P$	$4Pr$	60	$2r$	r	$3r$	r	$r\sqrt{2}$	$2r$
22	P	P	$2P$	$5P$	$2Pr$	45	$3r$	$2r$	$2r$	–	$2r$	–
23	$2P$	$2P$	$3P$	$3P$	$2Pr$	60	$3r$	r	$2r$	r	$2r$	$r\sqrt{2}$
24	$4P$	P	$3P$	P	$3Pr$	30	$2r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{3}$
25	P	$3P$	$2P$	P	$2Pr$	60	$3r$	r	r	–	$r\sqrt{3}$	–
26	P	$3P$	$4P$	$3P$	$3Pr$	45	$2r$	–	$3r$	$2r$	–	$r\sqrt{3}$
27	P	P	$4P$	$2P$	$4Pr$	30	$2r$	r	$2r$	-	$r\sqrt{3}$	
28	$2P$	$3P$	$3P$	P	$6Pr$	30	$2r$	–	$3r$	$2r$	–	$r\sqrt{2}$
29	$2P$	P	$2P$	$2P$	$2Pr$	45	$2r$	r	r	–	$2r$	–
30	P	P	$4P$	P	$4Pr$	60	$3r$	–	$3r$	$2r$	–	$2r$

Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

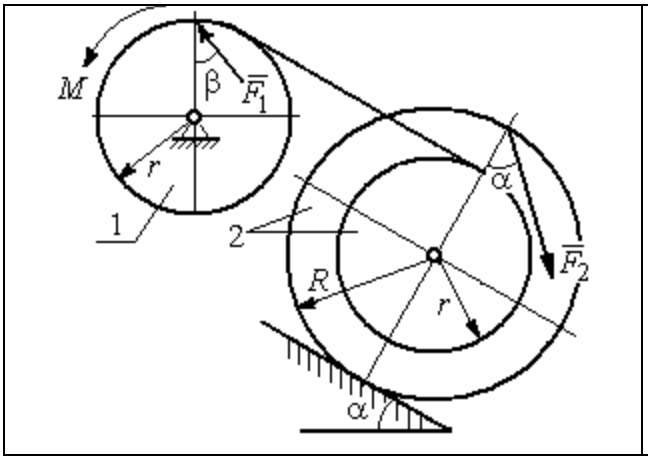
Неизменяемая механическая система состоит из ступенчатого и однородного дисков, соединённых нерастяжимой нитью или невесомым стержнем. Нити и стержни, соединяющие диски, параллельны плоскостям качения дисков. Качение дисков без скольжения. Скольжение между невесомым стержнем и дисками отсутствует.

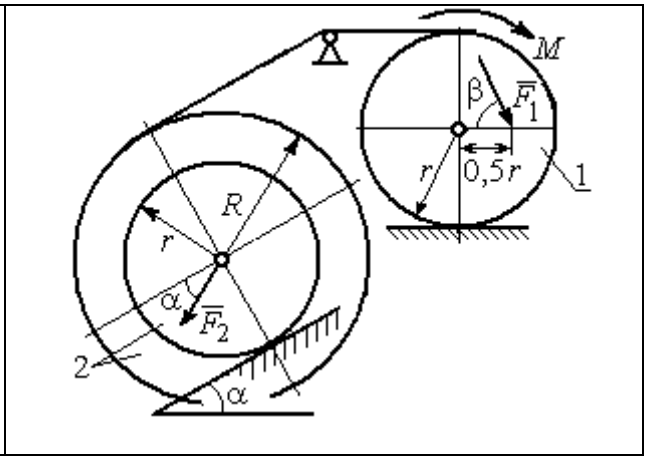
Вес дисков P_1 и P_2. Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и пары сил с моментом M. Направления действия сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и наклон плоскости (если он есть) определяются углами α или β, показанными на схемах механизмов.

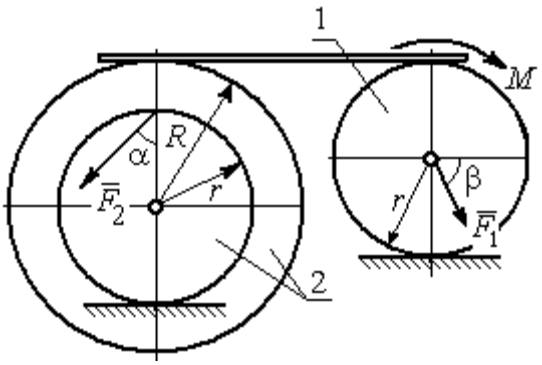
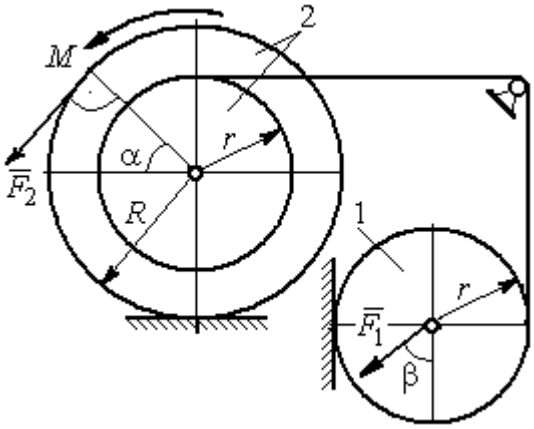
Радиус однородного диска r. Радиусы ступеней ступенчатого диска R и r. Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен i_z.

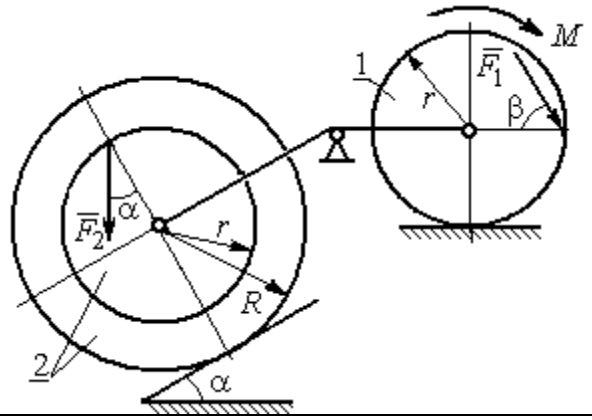
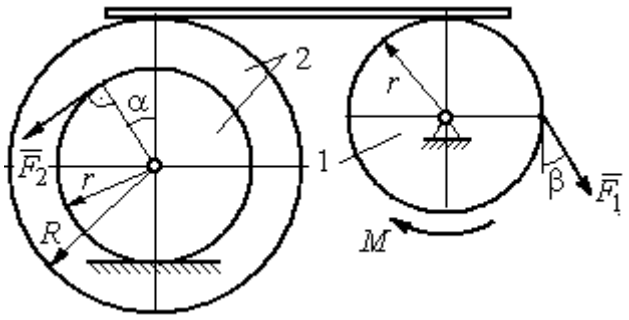
1. Найти ускорение центра масс диска 2.
2. Найти реакцию опоры диска 2 на плоскость (её нормальную составляющую и силу сцепления диска с плоскостью).

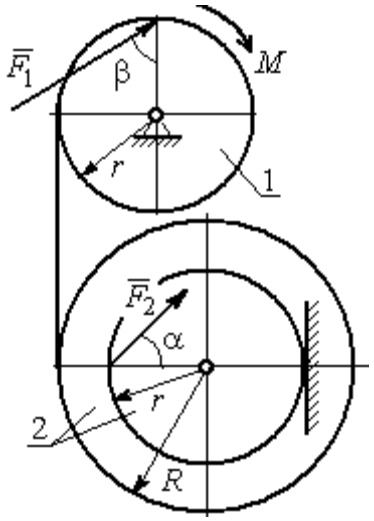
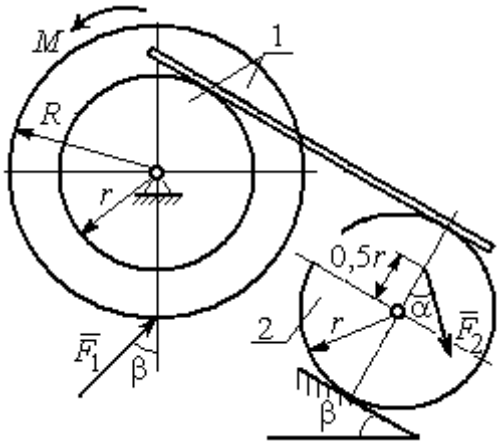
Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**

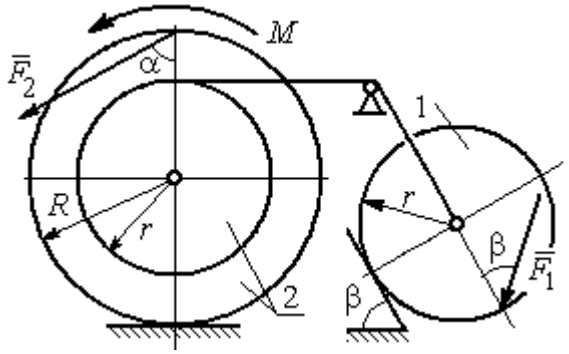
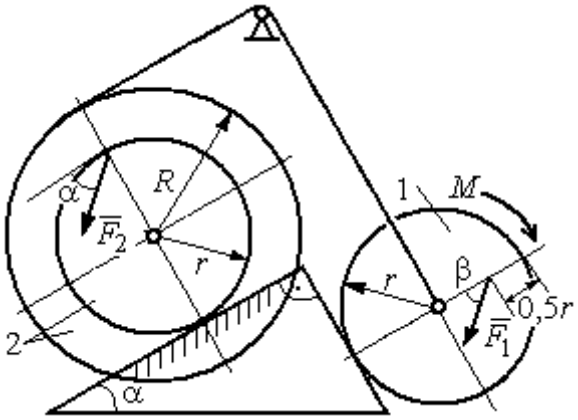




Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
	

Вариант № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	

Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28
	

Варианты № 9, 19, 29	Варианты 10, 20, 30
	

Исходные данные задания Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	F_1, Н	F_2, Н	M, Н·м	α, град	β, град	R, м	r, м	i_z, м
1	10	20	15	20	25	30	60	0,4	0,3	0,3
2	20	30	10	20	20	60	30	0,6	0,3	0,4
3	10	15	12	20	25	60	60	1,2	0,6	0,8
4	12	25	20	25	35	30	30	1,5	0,5	1,2
5	15	20	10	20	30	60	30	0,8	0,4	0,7
6	18	20	18	22	22	45	60	1,2	0,4	0,9
7	15	25	10	8	20	45	45	0,9	0,6	0,7
8	25	22	10	12	30	45	60	1,0	0,8	0,9
9	12	25	18	10	32	30	30	0,8	0,6	0,7
10	10	15	8	10	28	60	30	1,4	0,7	1,2
11	15	22	20	25	30	60	45	0,6	0,4	0,5
12	20	25	15	40	30	30	60	0,8	0,4	0,6
13	10	20	10	25	30	45	30	1,0	0,5	0,9
14	12	15	18	15	25	30	30	0,9	0,3	0,8
15	20	25	20	20	30	45	60	1,0	0,5	0,8
16	10	15	10	15	16	60	45	1,2	0,4	1,1
17	18	25	12	10	30	30	30	1,5	0,9	1,3
18	25	20	10	15	20	60	60	0,8	0,5	0,7
19	12	25	10	10	32	60	60	1,2	0,9	1,1
20	15	20	8	20	25	30	45	0,8	0,4	0,7
21	10	25	25	15	30	45	30	0,7	0,5	0,6
22	18	20	20	20	35	60	45	1,4	0,7	0,9
23	10	15	10	30	30	30	30	1,4	0,7	0,8
24	10	15	12	20	20	30	30	1,2	0,4	0,8
25	12	18	20	18	30	60	30	1,2	0,6	1,1
26	10	12	12	15	15	30	30	0,9	0,3	0,8
27	15	22	10	12	20	45	60	0,8	0,6	0,7
28	22	20	8	16	8	30	45	0,6	0,2	0,4
29	18	25	10	8	32	60	60	1,2	0,8	1,1
30	20	25	8	20	28	30	30	0,8	0,4	0,6

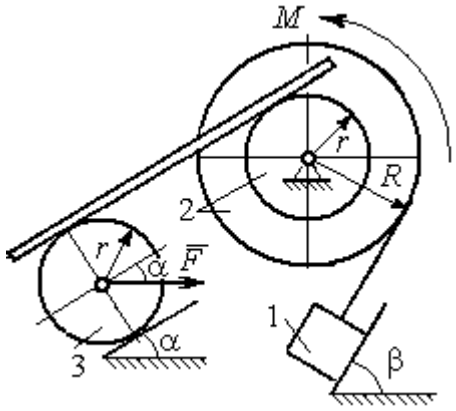
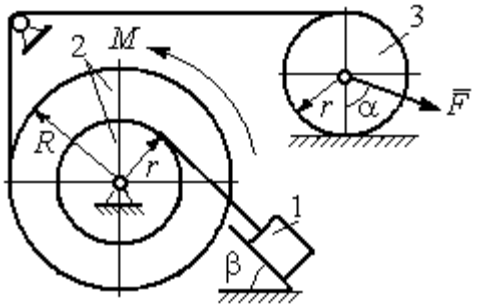
Задание Д6. Исследование механической системы с применением общего уравнения динамики

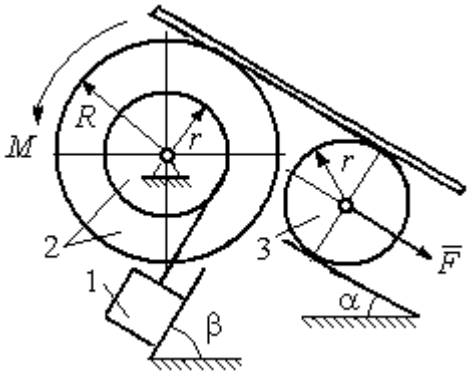
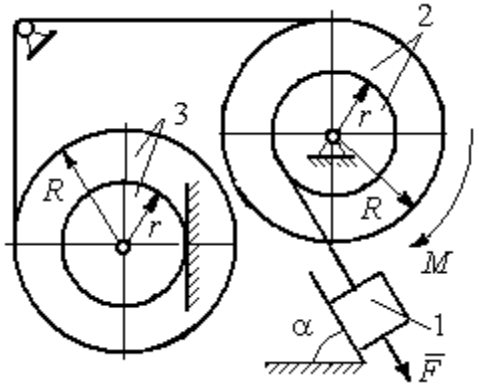
Механическая система с идеальными связями включает груз и два диска – однородного радиусом R или r и ступенчатого. Ступенчатый диск состоит из двух одноосных цилиндров радиусом R и r. Радиусы дисков указаны на схеме. Тела соединены нерастяжимыми нитями или невесомыми стержнями. Система движется в вертикальной плоскости из состояния покоя под действием сил тяжести, постоянной силы $\vec{F}$, а также пары сил с переменным моментом M. Направление действия силы $\vec{F}$ и наклон плоскости движущихся тел определяются углами α и β. Радиус инерции ступенчатого диска

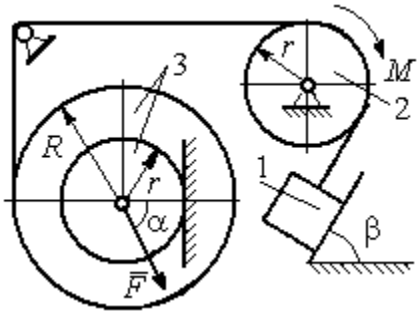
относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен i_z.

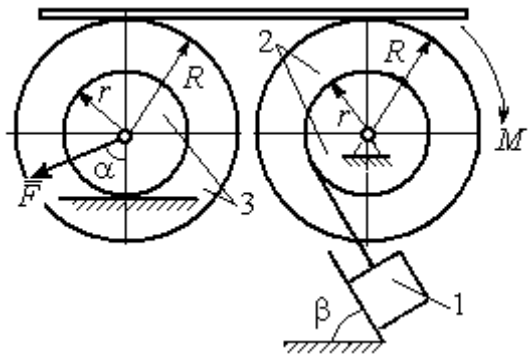
Качение дисков без проскальзывания. Скольжение между невесомым стержнем и дисками отсутствует. Движение грузов по плоскости без трения. Нити и стержни, соединяющие груз и диски, параллельны соответствующим плоскостям, по которым двигаются тела.

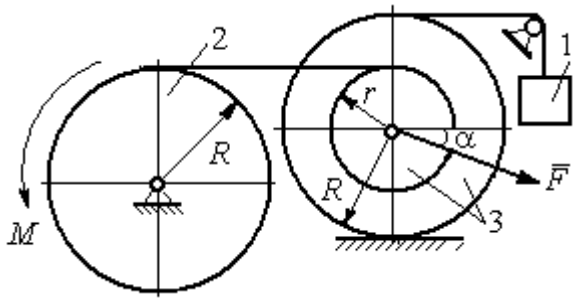
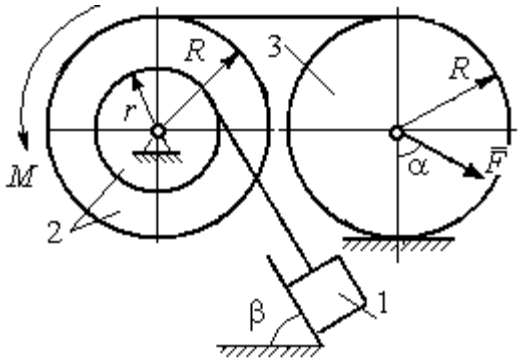
Найти уравнение движения центра масс диска 3. Определить реакцию шарнира диска 2 в момент времени t = 1 с.

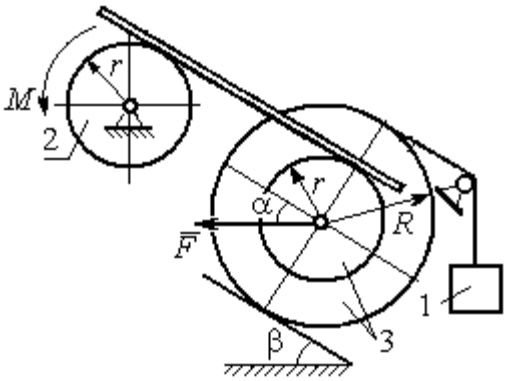
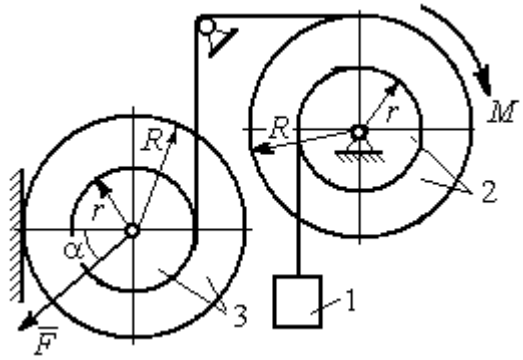
Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
	

Варианты 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
	

Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
	



Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28
	

Варианты № 9, 19, 29	Варианты № 10, 20, 30
	

Исходные данные задания Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	α, град	β, град	R, м	r, м	i_z, м
1	10	20	8	20	$3(2+t^2)$	30	60	0,6	0,3	0,4
2	10	22	15	15	$4(t+3)$	30	30	0,8	0,4	0,6
3	5	18	10	6	$8(t^2+1)$	90	30	0,4	0,3	0,3

4	5	22	10	5	$14(t^2+t+1)$	30	–	0,6	0,5	0,6
5	5	20	16	9	$3(t^2+4)$	45	60	0,6	0,3	0,5
6	10	16	14	15	$4(5+t)$	60	30	1,0	0,6	0,8
7	6	20	20	8	$9(3t^2+2)$	45	–	0,8	0,6	0,8
8	16	25	15	12	$5(t^2+4)$	30	60	1,2	0,6	0,8
9	5	20	12	8	$4(3+5t)$	60	30	0,6	0,4	0,5
10	6	25	8	10	$5(3t+6)$	30	–	1,0	0,8	0,9
11	4	22	8	15	$2+ t^2$	45	45	0,8	0,4	0,6
12	15	18	15	10	$5(t+3)$	30	60	1,0	0,5	0,7
13	6	20	10	4	$5(t^2+2)$	30	60	0,6	0,5	0,4
14	10	25	15	8	$16(t+2)$	60	–	0,8	0,6	0,7
15	8	18	20	10	$6(t+2)$	30	90	1,2	0,6	1,0
16	8	18	12	12	$5(3+t^2)$	90	60	0,8	0,6	0,7
17	5	20	10	10	$2t^2+20$	60	–	0,9	0,6	0,8
18	20	15	20	15	$3(t+4)$	60	30	0,8	0,4	0,7
19	8	20	12	10	$4(3+t)$	45	45	1,2	0,4	0,8
20	12	20	10	6	$6(3t+4)$	45	–	1,0	0,6	0,9
21	15	25	12	12	$6+t^2$	60	60	0,6	0,3	0,5
22	20	22	18	15	$2(2t+9)$	45	45	0,8	0,4	0,6
23	8	24	12	8	$7(3t^2+2)$	30	45	0,8	0,5	0,6
24	12	20	18	10	$6(t+4)$	90	–	0,5	0,3	0,4
25	5	20	12	12	$9(2+t^2)$	60	30	1,4	0,7	1,2
26	10	12	10	8	$6(2+t)$	30	45	1,2	0,8	0,9
27	6	18	16	14	$8(2t^2+3)$	30	–	0,8	0,2	0,6
28	10	20	20	20	$3(t^2+3)$	45	30	0,6	0,3	0,5
29	10	18	8	12	$5(4+t+ t^2)$	30	60	1,2	0,8	0,9
30	8	18	10	15	$8(t^2+5)$	60	–	1,0	0,8	0,9

Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Механическая система состоит из трёх тел – бруса 1, блока 2, катка 3 и невесомой пружины жесткостью *c*. Брус 1, соединяющий каток 3 с блоком 2, расположен параллельно линии качения катка 3. Радиусы ступеней ступенчатого диска и радиус однородного диска указаны на схеме.

Качение катка 3 происходит без проскальзывания. Скольжение между брусом и дисками отсутствует. В задачах, где пружина соединяется с блоком 2, передача движения блоку 2 производится посредством невесомого стержня без скольжения.

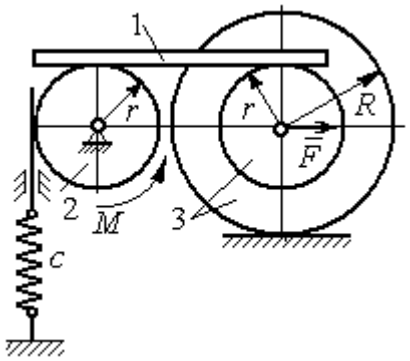
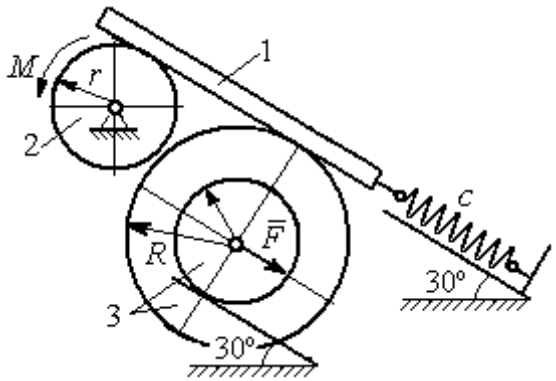
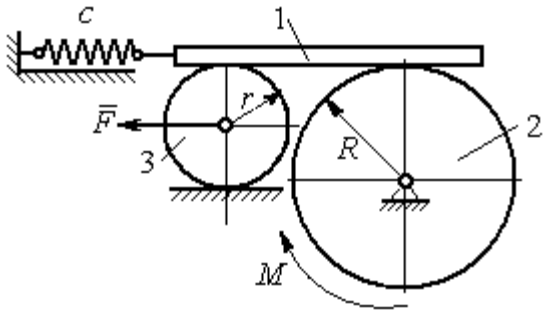
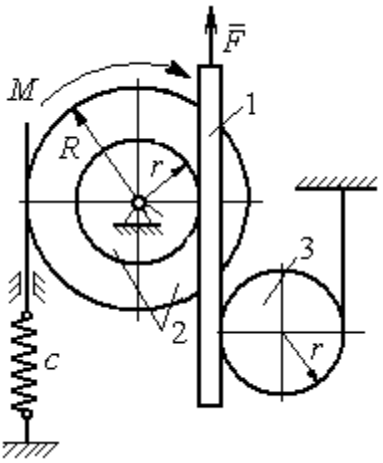
Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен i_z.

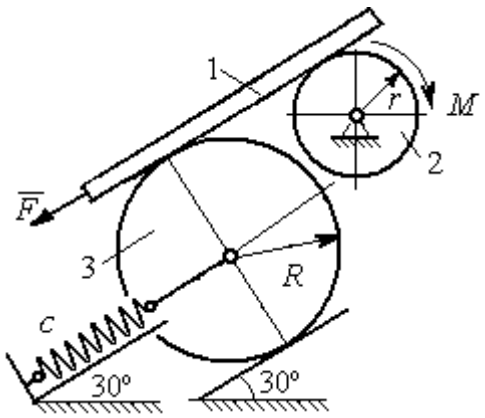
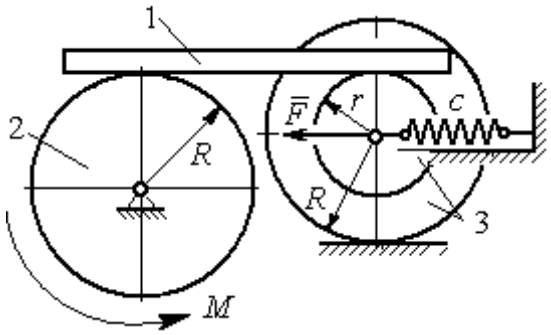
Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M.

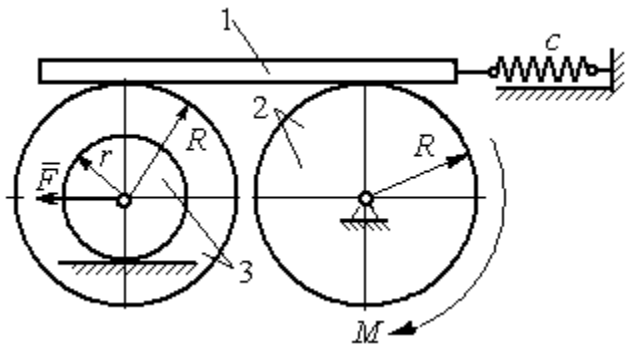
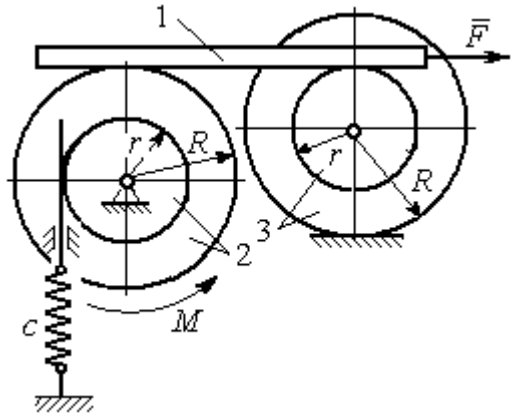
Определить закон движения бруса 1 и закон угловых колебаний блока 2, если в начальный момент пружина находилась в нерастянутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость ω_{20}, направленную в сторону заданного момента пары сил.

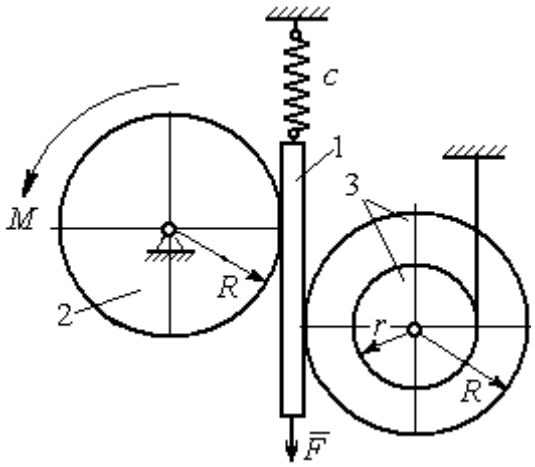
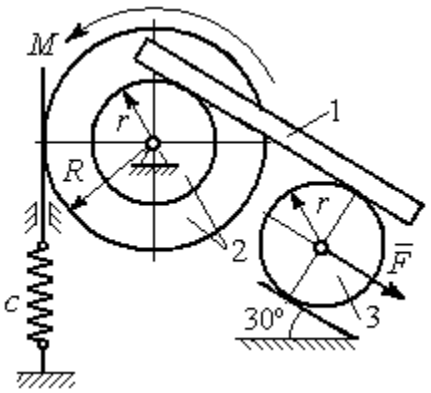
Варианты заданий даны на рис. 6.9, 6.10. Варианты исходных данных в табл. 6.2. Отрицательные значения величин F или M в табл. 6.2 означают, что при заданных

модулях силы или момента направление вектора силы $\vec{F}$ или момента M на схеме следует изменить на противоположные.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
	
Варианты № 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
	

Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	

Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28
	

Варианты № 9, 19, 29	Варианты № 10, 20, 30
	

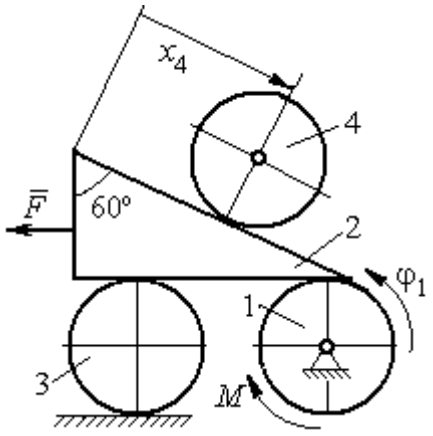
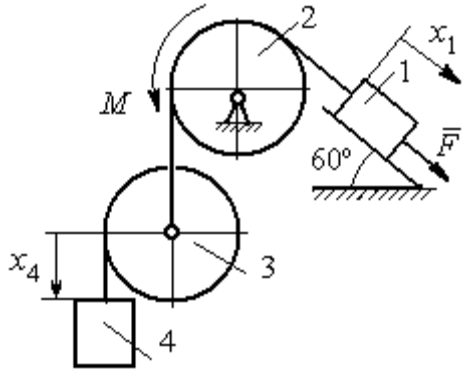
Исходные данные задания Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	c, Н/м	ω_{20}, рад/с	R, м	r, м	i_z, м
1	8	12	18	15	3	50	0,3	0,6	0,3	0,4
2	10	8	15	12	5	55	0,4	0,8	0,5	0,6
3	5	18	10	8	4	60	0,2	0,5	0,3	–
4	5	20	12	10	6	70	0,5	0,6	0,5	0,6
5	5	8	16	8	8	65	0,2	0,6	0,3	–
6	8	10	14	6	2	50	0,1	1,0	0,6	0,8
7	10	12	15	12	3	65	0,2	0,8	0,6	0,7
8	12	15	15	6	2	50	0,3	1,2	0,6	0,8
9	5	20	12	8	4	75	0,1	0,6	0,4	0,5
10	6	25	8	5	12	60	0,4	1,0	0,8	0,9

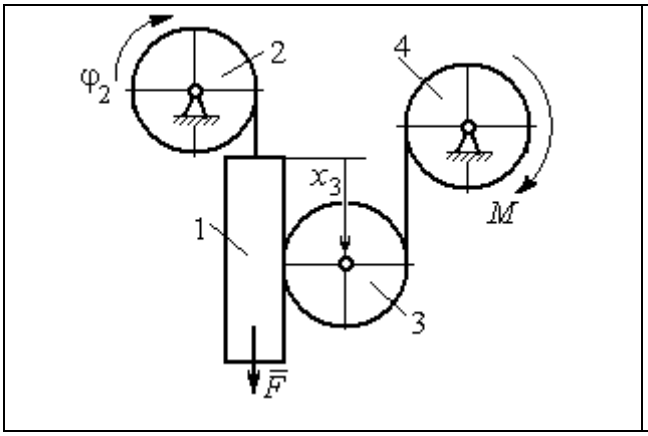
Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	c, Н/м	ω_{20}, рад/с	R, м	r, м	i_z, м
11	4	10	12	–10	–2	60	0,2	0,8	0,4	0,6
12	5	8	15	–8	3	50	0,5	1,0	0,5	0,7
13	6	15	8	–12	–4	65	0,4	0,6	0,5	–
14	10	25	10	6	10	55	0,1	0,8	0,6	0,7
15	8	6	20	–10	2	70	0,2	1,2	0,6	–
16	10	12	12	–5	6	60	0,3	0,8	0,6	0,7
17	12	16	12	–6	–2	55	0,4	0,9	0,6	0,8
18	10	20	20	10	4	60	0,1	0,8	0,4	0,7
19	8	20	12	–10	6	65	0,2	1,2	0,4	0,8
20	12	20	10	–3	6	50	0,24	1,0	0,6	0,9
21	5	12	15	12	–3	55	0,3	0,6	0,5	0,55
22	10	15	18	6	–2	65	0,1	0,8	0,4	0,6
23	8	20	12	–8	2	45	0,2	0,8	0,6	–
24	12	20	18	–4	–8	70	0,4	0,5	0,3	0,4
25	6	10	15	–6	–2	60	0,1	1,4	0,7	–
26	8	12	10	10	–3	65	0,2	1,2	0,8	0,9
27	6	18	16	5	–3	70	0,2	0,8	0,2	0,6
28	8	12	12	–6	2	65	0,3	0,6	0,3	0,5
29	10	18	20	–10	4	60	0,2	1,2	0,8	0,9
30	8	18	10	8	6	75	0,1	1,0	0,8	0,9

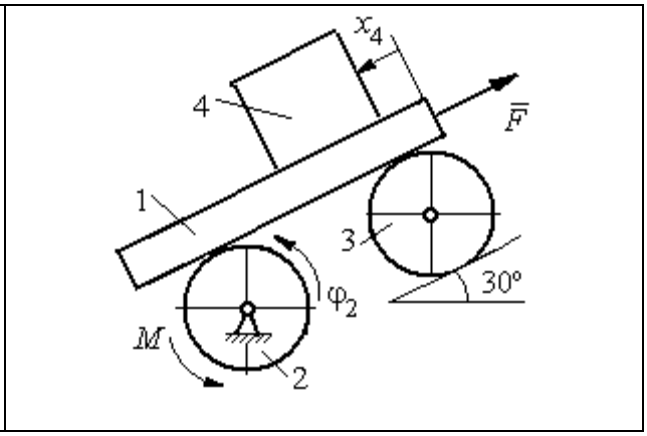
Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы

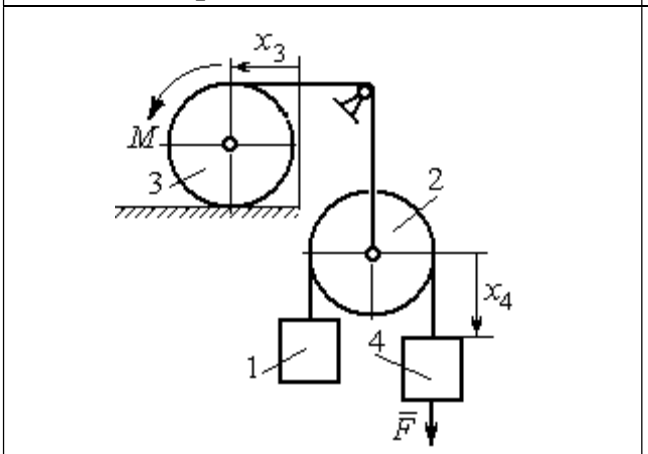
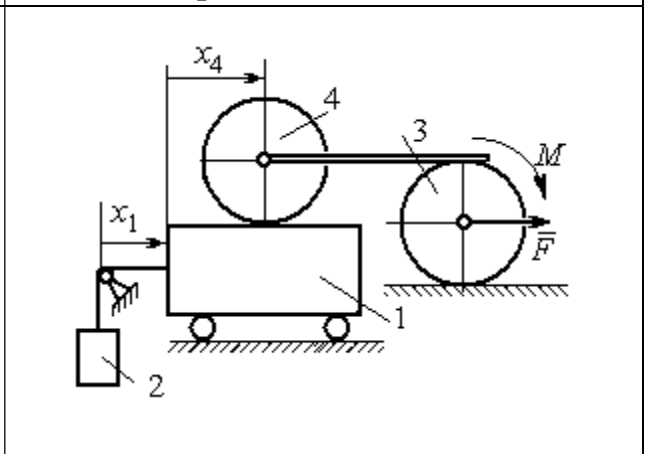
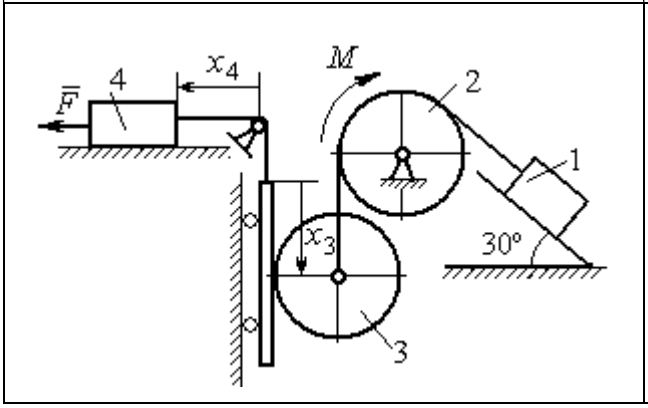
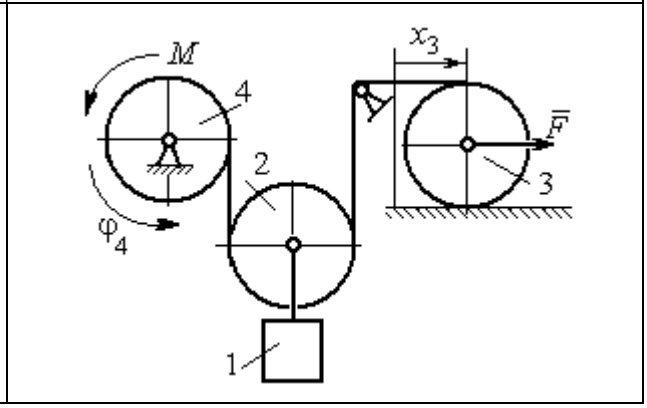
Механическая система, состоящая из четырёх тел, из состояния покоя движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, $\vec{P}_4$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M. Качение тел во всех случаях происходит без проскальзывания, скольжение грузов по поверхностям – без трения. Радиусы дисков одинаковы и равны R. Найти уравнения движения системы в обобщённых координатах.

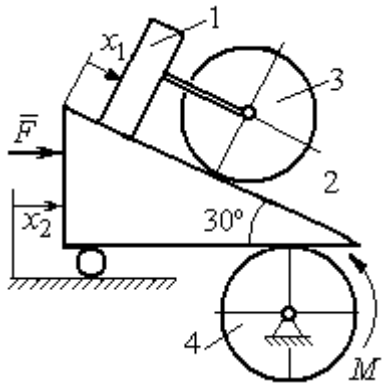
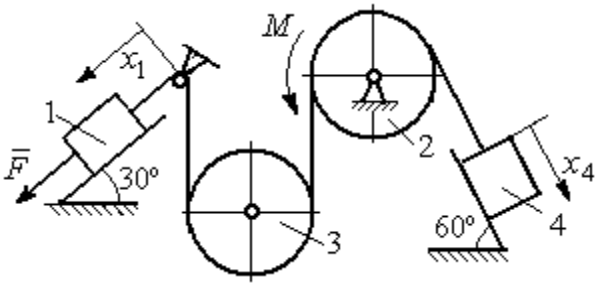
Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
	

Варианты № 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**





Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	
Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

Варианты № 9, 19, 29	Варианты № 10, 20, 30
	

Исходные данные задания Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы

Номер варианта задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
P_1, Н	P	$2P$	P	$1{,}5P$	P	$3P$	P	$1{,}2P$	$3P$	P	$2P$	P	P	$2P$	P
P_2, Н	$3P$	$3P$	$4P$	$3P$	$2P$	P	$2P$	$3P$	P	$2P$	$3P$	$2P$	$3P$	$4P$	$3P$
P_3, Н	$2P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$2P$	$3P$	P	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$2P$	P	$2P$
P_4, Н	$2P$	P	P	$2P$	$3P$	$3P$	P	P	$2P$	P	P	P	$2P$	$2P$	$2P$
R, м	$2r$	$1{,}5r$	$2{,}5r$	$1{,}2r$	$2r$	r	$1{,}5r$	r	$2r$	r	$1{,}5r$	$1{,}2r$	$2r$	$2r$	$2r$
F, Н	P	$2P$	P	$3P$	P	P	$2P$	$4P$	P	$2P$	P	$2P$	$1{,}5P$	$4P$	$2P$
M, Н·м	$2Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$3Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$2Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$3Pr$	$3Pr$	$2Pr$

Номер варианта задания	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
P_1, Н	$4P$	$1{,}5P$	P	$2P$	P	P	$1{,}5P$	$1{,}5P$	$2P$	P	P	$2P$	$1{,}2P$	$3P$	$1{,}2P$
P_2, Н	$2P$	$2P$	$2P$	$4P$	$3P$	$4P$	$3P$	$4P$	$3P$	$2P$	$2P$	$1{,}2P$	$2P$	$3P$	$2P$
P_3, Н	$2P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	P	$2P$	$3P$	$2P$	P	P	$3P$
P_4, Н	$1{,}5P$	$2P$	$3P$	P	$2P$	$2P$	$2P$	P	$2P$	$3P$	P	P	$2P$	P	$2P$
R, м	$1{,}5r$	r	$1{,}5r$	$2r$	r	$1{,}2r$	$2r$	$1{,}5r$	$2r$	r	$1{,}5r$	$2r$	r	$1{,}2r$	$2r$
F, Н	$2P$	$2P$	P	$3P$	$4P$	$2P$	$3P$	$2P$	$3P$	P	$3P$	$1{,}5P$	$4P$	$2P$	$3P$
M, Н·м	$3Pr$	$2Pr$	$4Pr$	Pr	$4Pr$	$4Pr$	$2Pr$	Pr	$4Pr$	$2Pr$	$4Pr$	$2Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$2Pr$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой технической механики
_____В. М. Таугер

КОМПЛЕКТ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Направление

15.03.02 Технологические машины и оборудование

Профиль

«Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов»

квалификация выпускника: **бакалавр**

Автор: [Волков Е.Б., доцент, к.т.н., Казаков Ю.М., доцент, к.т.н.]

Одобрен на заседании кафедры
Технической механики
(название кафедры)
Протокол № 6 от 15.05.2018
(Дата)

Екатеринбург
2018

Оценочное средство	*Оцениваемые компетенции*	*Составляющая компетенции, подлежащая оцениванию*	*Другие оценочные средства*	
			вид	*количество*
экзамен:	**ОК-7** **СПК-2**	знания, умения, владения		
теоретический вопрос	**ОК-7**	знания и умения	вопросы	30
практико-ориентированное задание	**ОК-7** **СПК-2**	умения и владения	задания	30 30

ФГБОУ ВО «УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ГОРНО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра технической механики

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

дисциплина **ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА**

Теоретические вопросы, направленные на оценку знаний, формирующих компетенцию ОК-7.

1. Аксиомы статики. Связи и их реакции. Условия равновесия системы сходящихся сил.
2. Момент силы. Пара сил. Сложение пар сил. Условие равновесия системы пар сил.
3. Плоская система сил. Приведение системы сил к центру. Условие равновесия произвольной плоской системы сил. Равновесие систем тел.
4. Способы задания движения точки. Скорость и ускорение точки при векторном, координатном и естественном способах задания движения.
5. Понятие абсолютно твердого тела. Скорость и ускорение точек тела, движущегося поступательно. Скорость и ускорение точек вращающегося твердого тела.
6. Плоскопараллельное движение твердого тела. Векторный способ определения скоростей точек плоской фигуры. Определение скоростей точек с помощью мгновенного центра скоростей.
7. Сложное движение точки. Относительное, переносное и абсолютное движения точки. Теоремы о сложении скоростей и ускорений.
8. Законы динамики. Уравнения движения точки. Уравнения несвободного движения точки. Способы решения задач динамики точки.
9. Гармонические колебания точки.
10. Понятие о механической системе. Теорема о движении центра масс механической системы. Закон сохранения движения центра масс.
11. Количество движения механической системы. Теорема об изменении количества движения. Закон сохранения количества движения.
12. Момент количества движения механической системы. Теорема об изменении момента количества движения механической системы.
13. Приложение общих теорем к динамике твердого тела. Дифференциальные уравнения поступательного, вращательного и плоскопараллельное движений твердого тела.
14. Работа силы. Кинетическая энергия. Теорема об изменении кинетической энергии механической системы.

15. Силы инерции. Принцип Даламбера для точки и системы. Динамические реакции, действующие на ось вращающегося твердого тела.

16. Возможные перемещения. Принцип возможных перемещений. Общее уравнение динамики.

17. Обобщённые координаты. Обобщённые силы. Уравнения Лагранжа II рода.

ФГБОУ ВО «УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

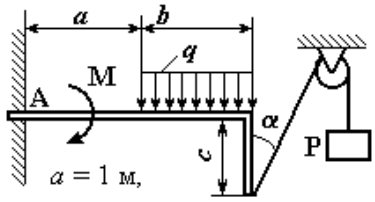
ГОРНО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра технической механики

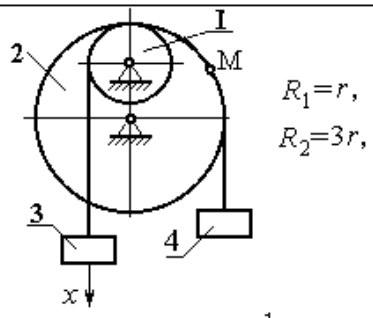
ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ

дисциплина **ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА**

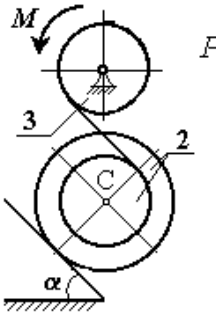
Практико-ориентированные задания, направленные на оценку умений и навыков, формирующих компетенции ОК-7 и СПК-2.



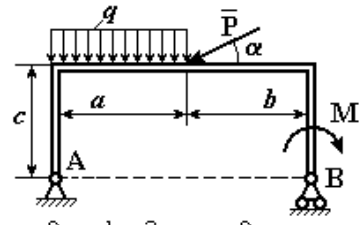
$a = 1$ м,
P = 3 кН, q = 0,5 кН/м,
M = 1 кНм, $\alpha = 30°$, b = 2 м
Найти реакцию жесткой заделки балки в т. А.



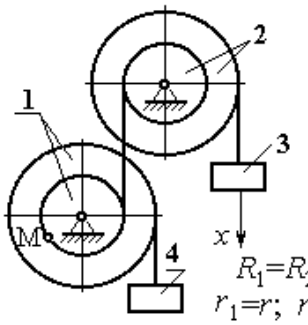
$R_1 = r$,
$R_2 = 3r$,
$x_3 = 2\sin \pi t$ см, $t_1 = \frac{1}{3}$ с.
Найти скорость и ускорение т.М и груза 4



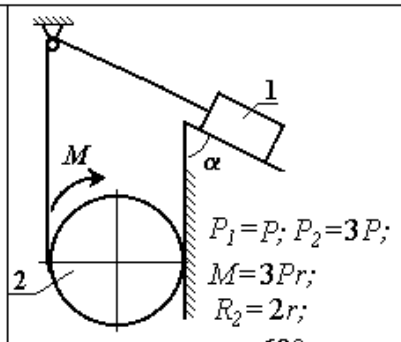
$P_2 = P_3 = P$;
$M = Pr$;
$R_2 = R_3 = 2r$;
$r_2 = r$;
$i_2 = r\sqrt{2}$;
$\alpha = 30°$.
Найти ускорение т.С



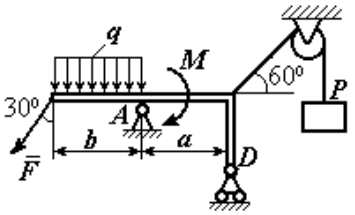
a = 2 м, b = 3 м, c = 2 м,
P = 10 кН, M = 5 кНм,
q = 5 кН/м, α = 30°
Найти реакцию шарниров



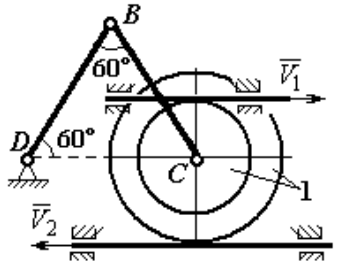
$R_1 = R_2 = 2r$;
$r_1 = r$; $r_2 = 1{,}5r$;
$x_3 = t^2 - 4t$ см $t_1 = 1$ с.
Найти скорость и ускорение т.М и груза 4



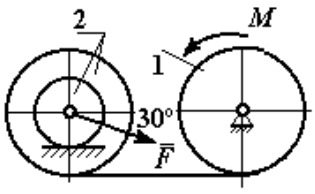
$P_1 = P$; $P_2 = 3P$;
$M = 3Pr$;
$R_2 = 2r$;
$\alpha = 60°$.
Найти ускорение груза 1



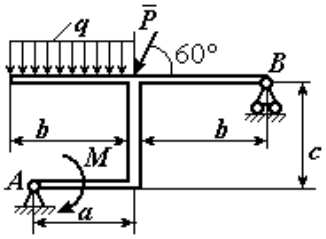
$a=3$ м, $b=2$ м,
$P=2$ кН, $F=4$ кН,
$M=3$ кНм, $q=2$ кН/м.
Найти реакцию шарниров
в точках A и D



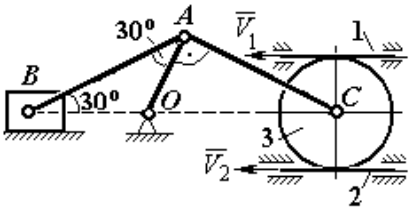
$R_1=5$ см, $r_1=3$ см, $BC=10$ см,
$V_1=V_2=4$ см/с.
Найти: $V_B, V_C, \omega_1, \omega_{BD}, \omega_{BC}$



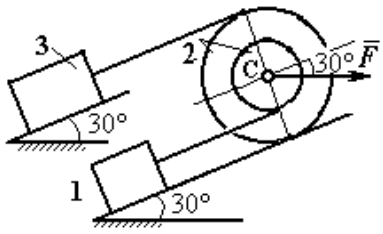
$M=6Pr$, $F=2P$,
$P_1=P$, $P_2=3P$,
$i_2=r\sqrt{2}$,
$R_2=R_1=3r$, $r_2=2r$.
Найти ускорение груза 1
и натяжение нити.



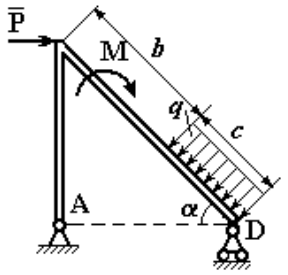
$a=1$ м,
$b=3$ м, $c=2$ м, $P=1$ кН,
$M=3$ кНм, $q=5$ кН/м.
Найти реакцию шарниров
в точках A и B



$V_1=2$ см/с, $V_2=4$ см/с,
$AB=10$ см, $R_3=3$ см.
Найти: ω_{OA}, ω_{AC}, ω_{AB}, ω_3,
V_B, V_A, V_C

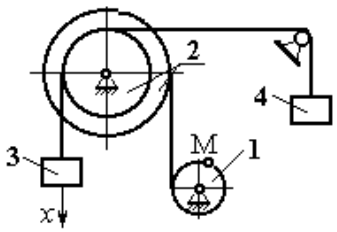


$P_1=2P$, $P_2=P_3=P$, $F=5P$,
$R_2=3r$, $r_2=r$, $i_2=r\sqrt{3}$.
Найти ускорение груза 3
и натяжение нити

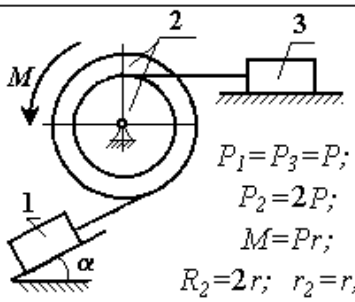


$b=2$м,
$c=1$м,
$\alpha=30°$,

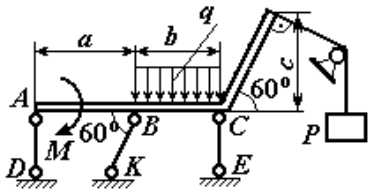
M = 3 кНм, $q=2$ кН/м P = 2 кН,
Найти реакцию шарниров



$R_1=r$; $R_2=3r$; $r_2=2r$;
$x_3=t^2-3t$ см $t_1=1$ с.
Найти скорость и ускорение т.М
и груза 4

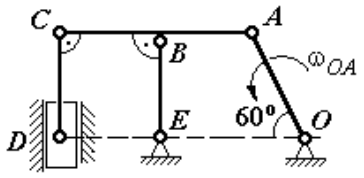


$P_1=P_3=P$;
$P_2=2P$;
$M=Pr$;
$R_2=2r$; $r_2=r$;
$i_2=r\sqrt{2}$; $\alpha=60°$.
Найти ускорение тела 1



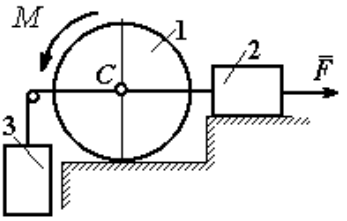
$a=3$ м, $b=2$ м, $c=2$ м,
$P=5$ кН, $M=3$ кНм,
$q=5$ кН/м.

Найти усилия в стержневых подпорках AD, BK, CE



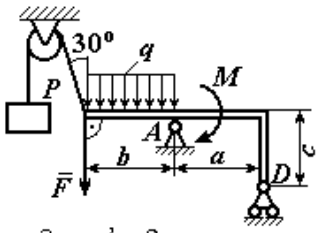
$CD=CB=BE=AB=4$ см,
$\omega_{OA}=2$ рад/с.

Найти: ω_{AC}, ω_{CD}, ω_{BE}, V_B, V_A, V_C, V_D



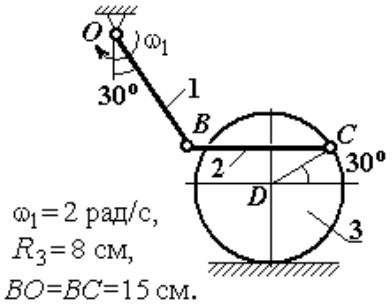
$P_1=2P$, $P_2=P_3=P$,
$M=4Pr$, $F=2P$, $R_1=2r$.

Найти ускорение груза 3 и натяжение нити



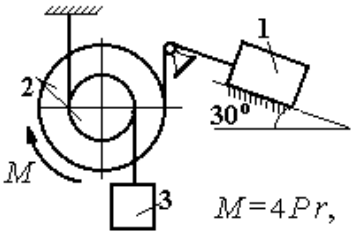
$a=3$ м, $b=2$ м,
$c=1$ м, $P=2$ кН, $F=4$ кН,
$M=5$ кНм, $q=2$ кН/м.

Найти реакцию шарниров в точках A и D



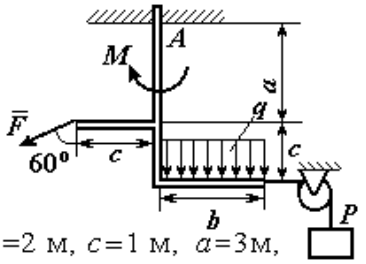
$\omega_1=2$ рад/с,
$R_3=8$ см,
$BO=BC=15$ см.

Найти: ω_2, ω_3, V_B, V_C, V_D



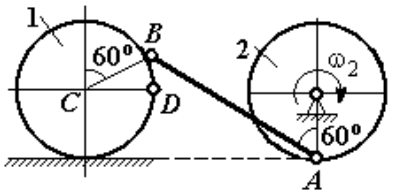
$M=4Pr$,
$P_1=P_2=2P$, $P_3=4P$,
$R_2=3r$, $r_2=r$, $i_2=r\sqrt{3}$.

Найти ускорение груза 1



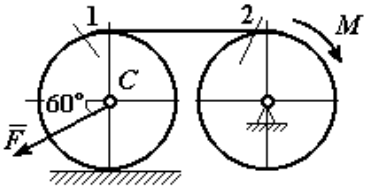
$b=2$ м, $c=1$ м, $a=3$м,
$F=8$ кН, $P=2$ кН,
$M=3$ кНм, $q=2$ кН/м.

Найти реакцию жесткой заделки в точке A



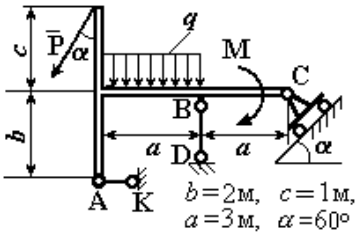
$R_2=R_1=4$ см, $AB=10$ см,
$\omega_2=2$ рад/с.

Найти V_A, V_B, V_C, V_D, ω_{AB}, ω_1



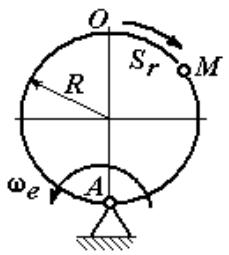
$F=P$, $M=Pr$,
$P_1=P_2=P$,
$R_1=R_2=r$.

Найти ускорение точки C и натяжение нити

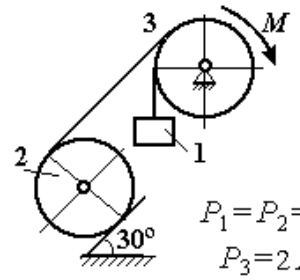


$b=2$м, $c=1$м,
$a=3$м, $\alpha=60°$

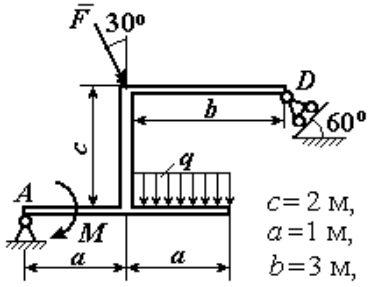
P = 2кН, M = 3кНм,
q = 2кН/м,
Найти реакцию стержней АК и BD и реакцию шарнира



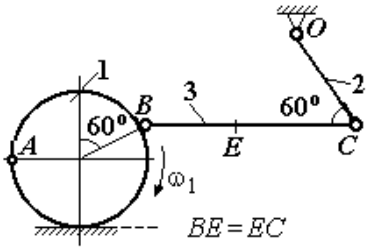
$R=2$ см,
$\widetilde{OM}=S_r=2\pi\sin\frac{\pi}{6}t$ см,
$\omega_e=(t^2-3)$ рад/с, $t_1=1$ с.



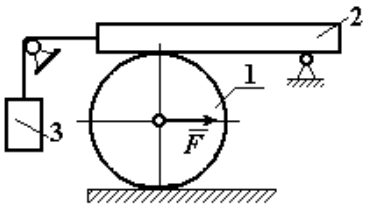
$P_1=P_2=P$,
$P_3=2P$,
$R_2=R_3=2r$, $M=4Pr$.
Найти ускорение груза 1 и натяжение нити



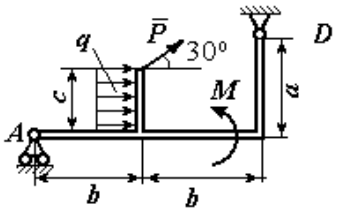
$c=2$ м,
$a=1$ м,
$b=3$ м,
$F=8$ кН, $M=3$ кНм, $q=5$ кН/м.
Найти реакции шарниров A и D



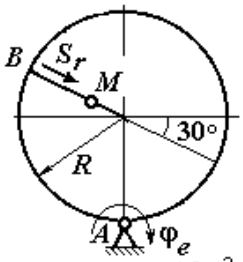
$BE=EC$
$R_1=4$ см, $OC=5$ см,
$BC=12$ см, $\omega_1=6$ рад/с.
Найти: ω_2, ω_3, V_B, V_A, V_C V_E



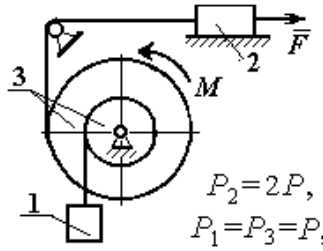
$P_1=2P$, $P_2=P_3=P$,
$F=4P$, $R_1=r$.
Найти ускорение груза 3 и натяжение нити



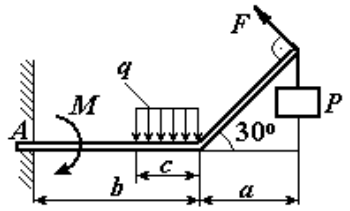
$a=4$ м, $b=3$ м, $c=1$ м,
$P=5$ кН, $M=4$ кНм,
$q=5$ кН/м.
Найти реакции шарниров A и D



$R=5$ см, $BM=S_r=10\,t^2$ см,
$\varphi_e=(2t^2-5t)$ рад, $t_1=1$ с.
Найти скорость и ускорение т. M

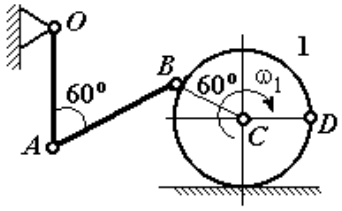


$P_2=2P$,
$P_1=P_3=P$,
$R_3=2r$, $r_3=r$, $i_3=r\sqrt{3}$,
$M=6Pr$, $F=P$.
Найти ускорение груза 1 и натяжение нити

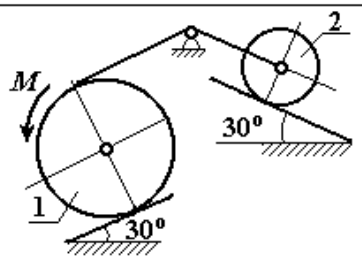


$a=1$ м, $b=2$ м, $c=1$ м,
$P=2$ кН, $F=4$ кН,
$M=3$ кНм, $q=2$ кН/м.

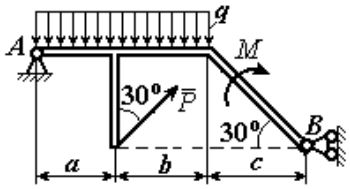
Найти реакцию жесткой заделки в точке A



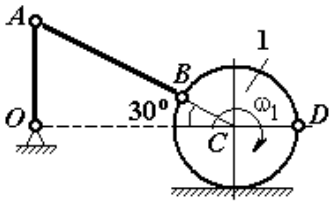
$OA=AB=2BC=10$ см,
$V_D=5$ см/с.
Найти ω_{OA}, ω_{AB}, ω_1, V_A, V_B, V_C



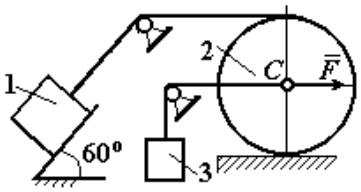
$P_1=P$, $P_2=2P$, $M=5Pr$,
$R_1=2r$, $R_2=r$.
Найти ускорение центра масс диска 1 и натяжение нити



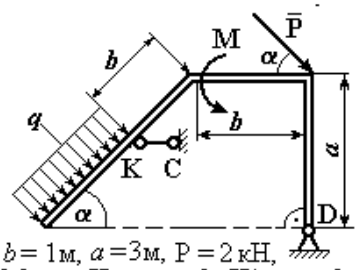
$a=1$ м, $b=3$ м, $c=2$ м,
$P=4$ кН, $M=3$ кНм,
$q=2$ кН/м.
Найти реакцию шарниров в точках A и B



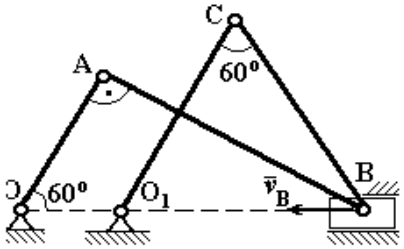
$R_1=2$ см,
$V_D=5$ см/с, $AB=10$ см.
Найти: ω_{OA}, ω_{AB}, ω_1,
V_B, V_A, V_C



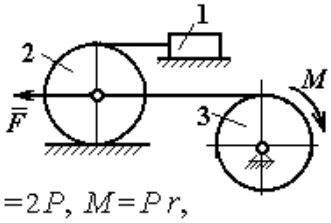
$P_1=P_3=P$, $P_2=2P$, $F=6P$.
Найти ускорение центра масс диска 2 и натяжение нити груза 1



$b=1$м, $a=3$м, P $=2$ кН,
M $=3$ кНм, $q=2$ кН/м, $\alpha=60°$
Найти усилие в стержне КС и реакцию шарнира



OA$=5$ см, O_1C $=$ CB $=10$см,
$V_B=5$ см/с,
Найти ω_{AB}, ω_{BC}, ω_{O_1C}, V_A, V_C



$F=2P$, $M=Pr$,
$P_1=P_3=P$, $P_2=2P$,
$R_2=3r$, $R_3=2r$.

Найти ускорение груза 1 и натяжение нити.

Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный
горный университет»

Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Учебно-методическое пособие
для самостоятельной работы студентов

Екатеринбург
2017

Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО
Методической комиссией
горно-механического факультета
«15» декабря 2017 г.
Председатель комиссии
проф. В. П. Барановский

Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Учебно-методическое пособие
для самостоятельной работы студентов

Издание УГГУ Екатеринбург, 2017

В 67

Рецензент: *Н. М. Суслов*, д-р техн. наук, заведующий кафедрой ГМК
Уральского государственного горного университета

Учебно-методическое пособие рассмотрено на заседании кафедры технической механики от 19.12.2016 г. (протокол № 2) и рекомендовано для издания в УГГУ.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета Уральского государственного горного университета.

Волков Е. Б., Казаков Ю. М.

В67 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА: Учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов. / Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков, Уральский государственный горный университет. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2017. 156 с.

Учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов содержит краткие методические указания, контрольные задания и примеры выполнения заданий по темам: «Статика твердого тела. Равновесие произвольной плоской и пространственной систем сил», «Кинематика вращательного и плоскопараллельного движений твердого тела. Определение скоростей и ускорений точек твёрдого тела», «Сложное движение точки», «Динамика точки. Дифференциальные уравнения движения точки. Гармонические и вынужденные колебания точки. Применение теоремы об изменении кинетической энергии при исследовании движения точки», «Применение общих теорем динамики к исследованию движения механической системы», «Принципы механики. Применение общего уравнения динамики к исследованию движения механической системы», «Уравнения Лагранжа II рода».

Учебно-методическое пособие для студентов всех специальностей очной формы обучения.

© Волков Е. Б., Казаков Ю. М., 2017
©Уральский государственный горный университет, 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА 4
1.1. Основные виды связей и их реакции 4
1.2. Моменты силы относительно центра и относительно оси. Пара сил. Момент пары 5
1.3. Условия равновесия систем сил 7
1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел 8
1.5. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил 17
2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЕРДОГО ТЕЛА 26
2.1. Кинематика точки. Основные параметры движения точки 26
2.2. Вращение тела вокруг неподвижной оси 28
2.3. Плоскопараллельное движение твёрдого тела 29
2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при поступательном и вращательном движениях 32
2.5. Задание К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении 38
2.6. Задание К3. Определение ускорений точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении 46
3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ 57
3.1. Основные понятия сложного движения точки 57
3.2. Задание К4. Определение скорости и ускорения точки при сложном движении 60
4. ДИНАМИКА ТОЧКИ 73
4.1. Дифференциальные уравнения движения точки. 73
4.2. Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки ... 73
4.3. Колебания материальной точки 80
4.4. Задание Д2. Исследование колебаний точки 84
4.5. Теорема об изменении кинетической энергии точки. 95
4.6. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии 96
5. ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ 103
5.1. Описание движений твёрдых тел на основе общих теорем динамики системы. 103
5.2. Задание Д4. Динамический расчет механической системы 104
5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы. 112
5.4. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии 114
6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА 124
6.1. Принципы механики. Общее уравнение динамики 124
6.2. Задание Д6. Исследование механической системы с применением общего уравнения динамики 126
6.3. Уравнения Лагранжа II рода 136
6.4. Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа 137
6.5. Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы 145
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 155

1. СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Статика представляет раздел теоретической механики, в котором изучаются условия равновесия твердых тел под действием системы сил.

1.1. Основные виды связей и их реакции

Опора тела на гладкую плоскость (поверхность) без трения. Реакция приложена в точке касания и направлена перпендикулярно к общей касательной соприкасающихся поверхностей. При опоре углом, или на угол (рис. 1.1, *a*), реакция направлена по нормали к одной из поверхностей. **Гибкая связь**. Если на тело наложена связь в виде гибкой нерастяжимой нити (каната, троса), то реакция связи $\vec{T}$, равная натяжению нити, приложена к телу и направлена вдоль нити (рис. 1.1, *b*).

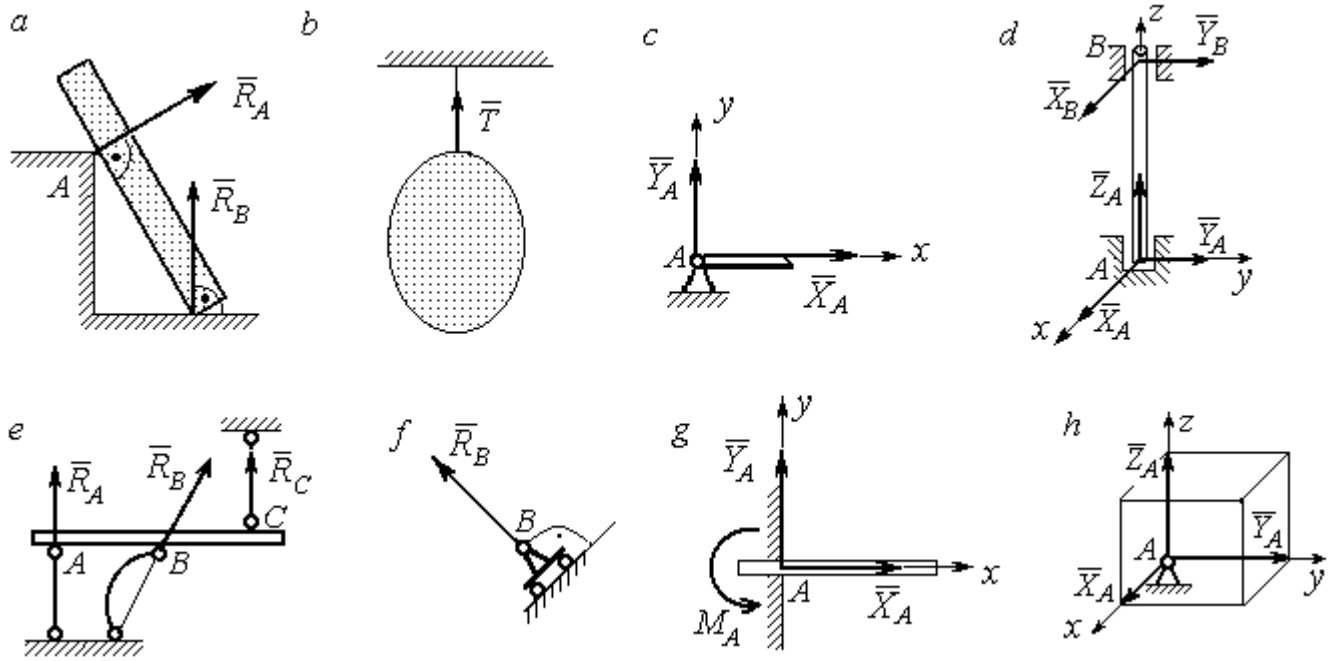


Рис. 1.1. Виды связей и их реакции:
a – реакция опоры тела на гладкую поверхность без трения; *b* – реакция связи гибкой нерастяжимой нити; *c* – реакция цилиндрического шарнира; *d* – реакция подшипника и подпятника; *e* – реакция невесомого стержня; *f* – реакция подвижной опоры; *g* – реакция жесткой заделки; *h* – реакция пространственного шарнира

Цилиндрический шарнир (подшипник) создает соединение, при котором одно тело может вращаться по отношению к другому. Реакция цилиндрического шарнира лежит в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. При решении задач реакцию цилиндрического шарнира $\vec{R}_A$ изображают ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, взятыми по направлениям координатных осей (рис. 1.1, *c*). Реакция подшипника $\vec{R}_B$ (рис. 1.1, *d*) также изображается своими составляющими $\vec{X}_B$ и $\vec{Y}_B$, взятыми по направлениям координатных осей в плоскости, перпендикулярной оси вращения подшипника. Величина реакции определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$. **Реакция прямолинейного невесомого стержня с шарнирными соединениями на краях** направлена вдоль самого стержня, а криволинейного – вдоль линии, соединяющей точки крепления стержня (рис. 1.1, *e*). **Реакция подвижной опоры** $\vec{R}_B$ (рис. 1.1, *f*) направлена по нормали к поверхности, на которую опираются катки опоры. **Жесткая заделка** (рис. 1.1, *g*) препятствует не только линейным перемещениям тела, но и повороту. Реакция заделки состоит из силы реакции $\vec{R}_A$ и пары сил с моментом M_A. При решении задач силу реакции жесткой заделки $\vec{R}_A$ изображают ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, взятыми по направлениям координатных осей. Модуль реакции определяется по формуле $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$. Виды связей и их реакции показаны на рис. 1.1.

1.2. Моменты силы относительно центра и относительно оси. Пара сил. Момент пары

Алгебраическим моментом силы *F* относительно центра *O* $M_O(\vec{F})$, или просто **моментом силы** $\vec{F}$ относительно центра *O*, называют взятое с соответствующим знаком произведение модуля силы $\vec{F}$ на кратчайшее расстояние *h* от центра *O* до линии действия силы: $M_O(\vec{F}) = \pm Fh$ (рис. 1.2, *a*).

Величину h называют **плечом силы**. Момент силы относительно центра считается положительным, если сила стремится повернуть тело вокруг центра против хода часовой стрелки, и отрицательным – в обратном случае.

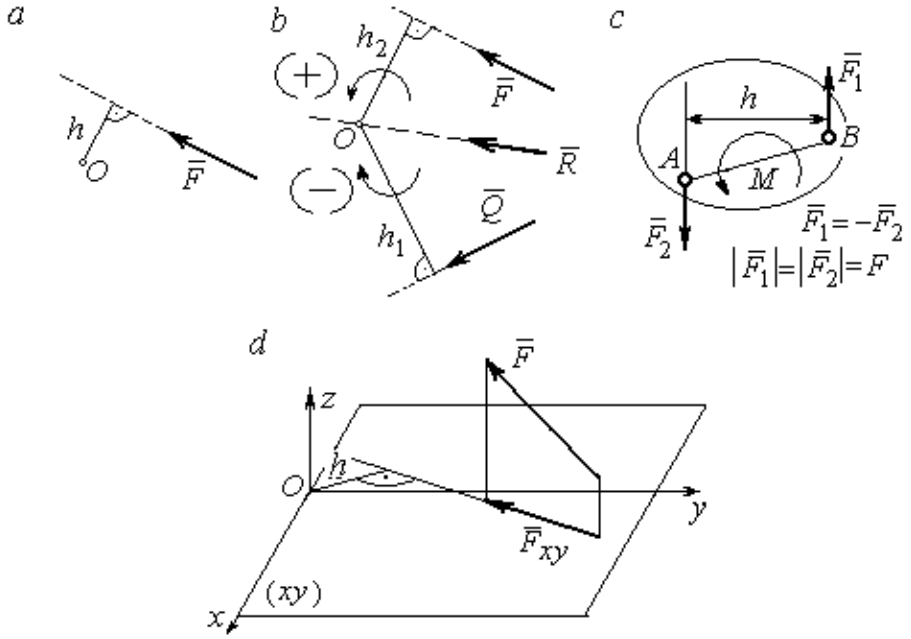


Рис. 1.2. Схемы для вычисления моментов сил:
a, *b* – момент силы относительно центра; *c* – момент пары сил;
d – момент силы относительно оси

На рис. 1.2, *b* показано, что момент силы $\vec{F}$ относительно центра O положительный, а момент силы $\vec{Q}$ относительно того же центра – отрицательный. Момент силы $\vec{R}$ относительно центра O равен нулю, так как линия действия этой силы проходит через центр O и плечо силы равно нулю.

Парой сил, или просто парой (рис.1.2, *c*), называют систему двух равных по модулю сил, параллельных, направленных в противоположные стороны и не лежащих на одной прямой. Алгебраическим моментом пары сил, или **моментом пары,** называют взятое со знаком плюс или минус произведение модуля одной из сил пары на плечо пары – кратчайшее расстояние между линиями действия ее сил. Правило знаков такое же, как и для момента силы. На рисунках пару часто изображают дуговой стрелкой, показывающей направление поворота твердого тела под действием пары (см. M на рис. 1.2, *c*).

Моментом силы относительно оси называют момент проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения оси с этой плоскостью. На рис. 1.2, *d* показано вычисление момента силы F относительно оси *z*: $M_z(\vec{F}) = F_{xy}h$, где F_{xy} – проекция силы $\vec{F}$ на плоскость *xy*, перпендикулярную оси *z*, *h* – плечо проекции F_{xy} относительно центра *O* – точки пересечения оси *z* и плоскости *xOy*.

1.3. Условия равновесия систем сил

Плоской системой сил называется система сил, расположенных в одной плоскости.

Основная форма условий равновесия плоской системы сил. Для равновесия плоской системы сил, приложенных к твердому телу, необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух осей прямоугольной системы координат, расположенной в плоскости действия сил, были равны нулю и сумма моментов сил относительно любого центра, находящегося в плоскости действия сил, также была равна нулю:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum M_A(\vec{F}_k) = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky} – проекции всех сил на координатные оси; $M_A(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно произвольно выбранного центра A.

Пространственной системой сил называется система сил, расположенных произвольно в пространстве.

Для **равновесия пространственной системы сил** необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на оси прямоугольной системы координат были равны нулю и суммы моментов всех сил относительно тех же осей также были равны нулю:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum F_{kz} = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_y(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_z(\vec{F}_k) = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} – проекции всех сил на координатные оси x, y, z; $M_x(\vec{F}_k)$, $M_y(\vec{F}_k)$, $M_z(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно выбранных осей.

Равновесие систем тел

Связи, соединяющие части конструкции, называют **внутренними,** в отличие от **внешних** связей, скрепляющих конструкцию с внешними телами, не входящими в данную конструкцию. Одним из способов решения задач на равновесие сил, действующих на сочленённую конструкцию с внутренними связями, является **разбиение конструкции на отдельные тела** и составление уравнений равновесия для каждого из тел, входящих в конструкцию. При этом в уравнения равновесия должны входить только силы, непосредственно приложенные к тому телу, равновесие которого рассматривается.

1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел

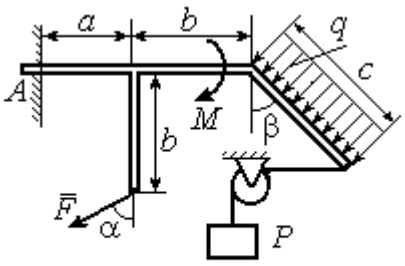
Каждый вариант задания включает две задачи по темам: «Равновесие произвольной плоской системы сил» и «Равновесие системы тел».

В задачах требуется определить реакции связей конструкции исходя из условия равновесия произвольной плоской системы сил. Весом стержневых подпорок, поддерживающих балочные конструкции, и блоков, через которые перекинуты невесомые нити, пренебречь.

Варианты заданий даны на рис. 1.3 – 1.6. Исходные данные приведены в табл. 1.1. Из таблицы исходных данных выбираются значения тех параметров, которые указаны на схемах.

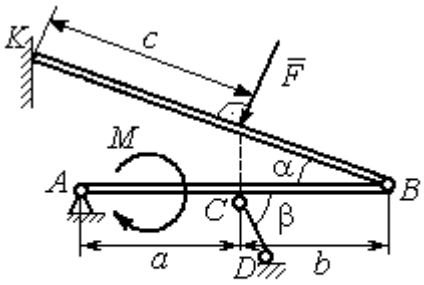
Варианты № 1, 11, 21

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

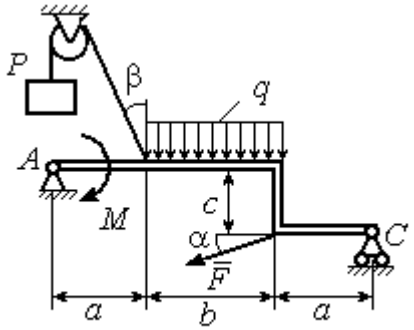
Задача 2



Найти реакции шарниров A, B, реакцию стержня CD и реакцию опоры в точке K

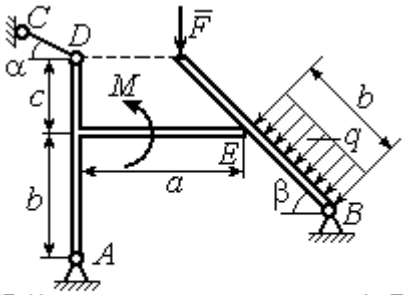
Варианты № 2, 12, 22

Задача 1



Найти реакции шарниров A и C

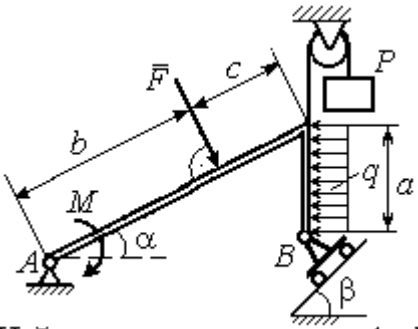
Задача 2



Найти реакции шарниров A, B, реакцию опоры в точке E и реакцию стержня CD

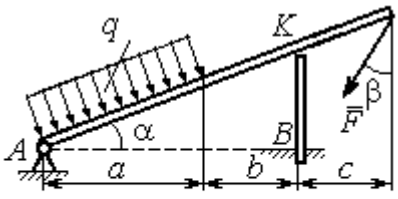
Варианты № 3, 13, 23

Задача 1



Найти реакцию шарниров A и B

Задача 2

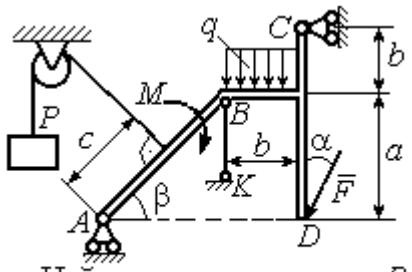


Найти реакцию шарнира A, реакцию опоры в точке K и реакцию жесткой заделки в точке B

Рис. 1.3. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

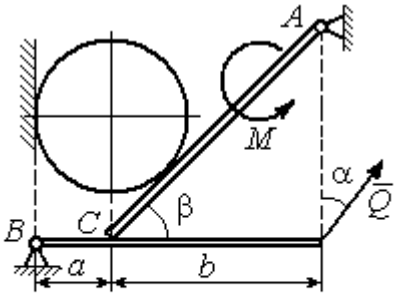
Варианты № 4, 14, 24

Задача 1



Найти усилие в стержне BK и реакцию шарниров A, C

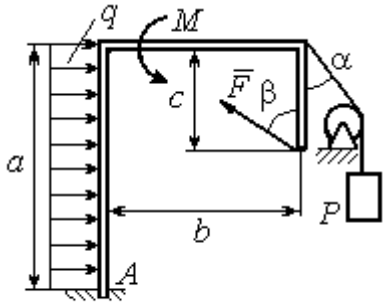
Задача 2



Вес шара P. Найти реакцию шарниров A, B, давление шара на балку и стенку, реакцию опоры балки в точке C и уравновешивающую силу Q

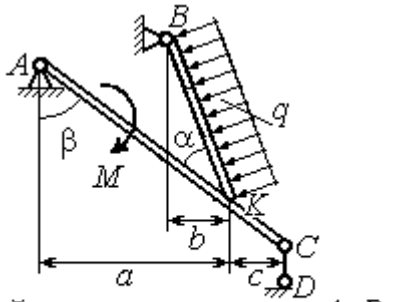
Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

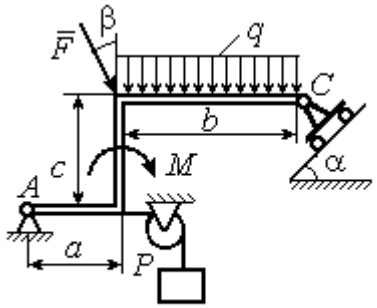
Задача 2



Найти реакцию шарнирв A, B, реакцию стержня CD и реакцию опоры в точке K

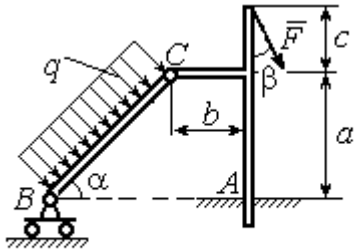
Варианты № 6, 16, 26

Задача 1



Найти реакции шарниров A и C

Задача 2

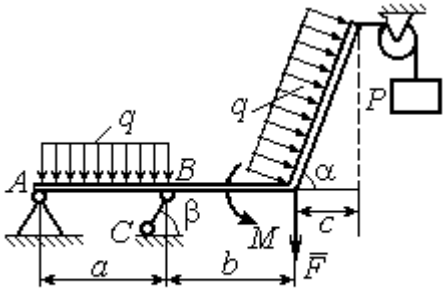


Найти реакцию жесткой заделки в точке A и реакции шарниров B и C

Рис. 1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 4 – 6, 14 – 16, 24 –26

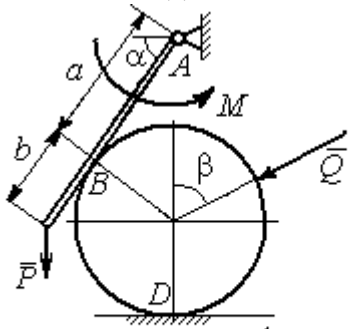
Варианты № 7, 17, 27

Задача 1



Найти реакцию стержня BC и реакцию шарнира A

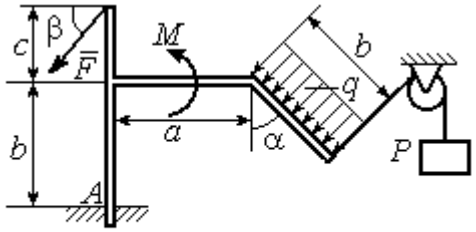
Задача 2



Найти реакцию шарнира A, давление балки на шар, реакцию опоры шара в точке D и уравновешивающую силу Q

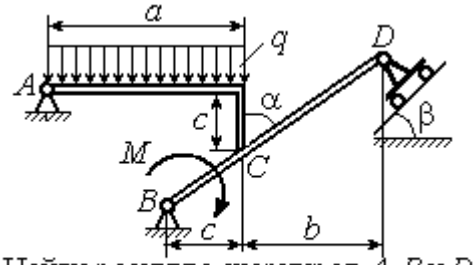
Варианты № 8, 18, 28

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

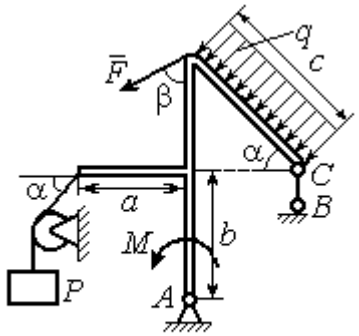
Задача 2



Найти реакцию шарниров A, B и D и реакцию опоры в точке C

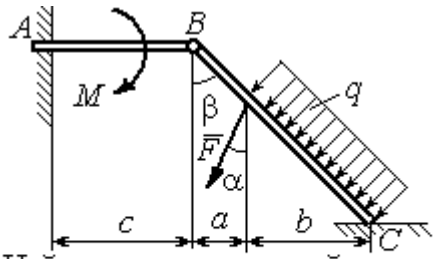
Варианты № 9, 19, 29

Задача 1



Найти реакцию стержня BC и реакцию шарнира A

Задача 2



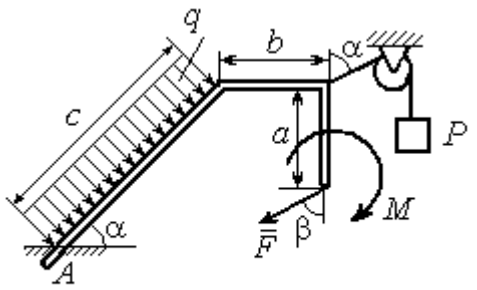
Найти реакцию жесткой заделки в точке A, реакцию шарнира B и реакцию опоры в точке C

Рис. 1.5. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

Окончание вариантов задания С1

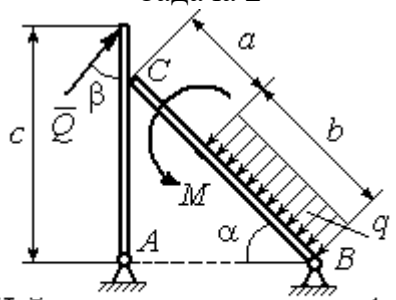
Варианты № 10, 20, 30

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

Задача 2



Найти реакцию шарниров A, B, реакцию опоры в точке C и уравновешивающую силу Q

Рис. 1.6. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 10, 20, 30

Таблица 1.1

Исходные данные задания С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел.

Номер варианта задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
P, кН	6	5	6	12	6	6	10	3	8	5	10	4	8	10	8
F, кН	12	6	10	5	12	8	6	5	6	2	12	8	12	6	10
q, кН/м	5	4	2	3	6	3	5	2	2	4	6	2	3	4	5
M, кН·м	12	8	6	8	12	5	12	8	4	6	8	12	10	6	10
α, град	45	60	30	60	30	30	45	60	30	30	45	30	60	45	60
β, град	60	30	45	30	60	90	60	60	30	45	30	45	30	60	30
a, м	3	4	3	4	3	4	3	4	1	2	2	3	2	3	4
b, м	3	3	4	3	2	4	3	3	2	3	3	3	4	3	2
c, м	4	2	2	2	3	2	2	1	5	4	4	2	1	2	2

Номер варианта задания	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
P, кН	10	8	10	6	4	6	12	10	5	6	8	6	8	4	6
F, кН	6	12	12	8	3	14	10	8	15	10	12	8	10	10	2
q, кН/м	5	3	4	3	2	3	2	5	4	2	3	4	5	2	4
M, кН·м	10	6	8	6	5	12	4	6	8	10	12	10	6	4	8
α, град	60	60	30	45	60	30	60	45	30	60	45	30	30	30	45
β, град	45	30	30	60	60	45	30	60	30	45	90	30	60	45	30
a, м	3	4	3	1	2	2	4	1	4	3	4	3	2	1	2
b, м	2	4	3	3	4	1	4	3	2	2	2	2	2	2	2
c, м	3	2	2	4	5	4	2	2	1	1	1	2	1	3	5

Пример выполнения задания С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел.

Задача 1**.** Рама *ACE* (рис. 1.7) в точке *A* закреплена на цилиндрической шарнирной опоре, а в точке *B* поддерживается вертикальным невесомым стержнем *BK*. На раму действуют: пара с моментом $M = 8$ Нм, сила $F = 10$ Н, приложенная в точке *D* под углом 60° к раме, и равномерно распределенная нагрузка интенсивностью $q = 2$ Н/м, приложенная на отрезке *AB*. В точке *E* под прямым углом к участку балки *CE* прикреплен трос, несущий груз $P = 20$ Н. Пренебрегая весом балки, определить реакцию шарнира *A* и реакцию стержневой опоры *BK*, если $a = 2$ м.

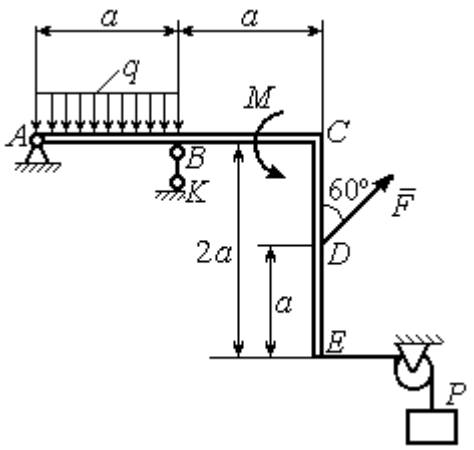


Рис. 1.7. Конструкция рамы

Решение

Выбираем систему координат *xAy*, например, как показано на рис. 1.8. Заменяем действие связей их реакциями. Изображаем реакцию шарнира *A* двумя ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленными вдоль горизонтальной и вертикальной осей (см. рис. 1.8). Реакция $\vec{R}_B$ невесомой стержневой опоры *BK* приложена в точке *B* и направлена вдоль стержня *BK*. Заменяем распределенную нагрузку её равнодействующей $\vec{Q}$. Сила $\vec{Q}$ приложена в середине отрезка *AB* и по модулю равна $Q = qa = 4$ Н. Действие груза *P* на раму изображается реакцией $\vec{T}$, равной по величине весу груза.

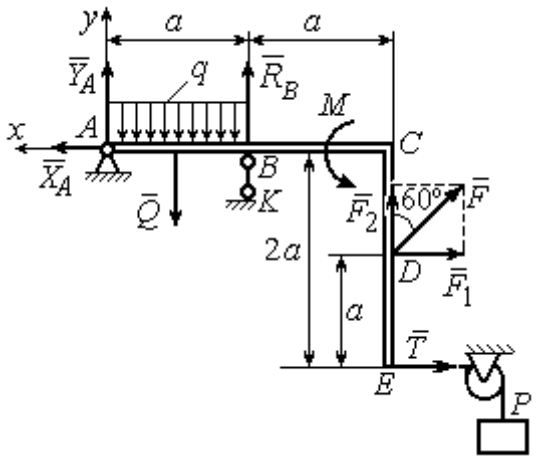


Рис. 1.8. Силы и реакции связей, действующие на раму при её равновесии

При равновесии рамы действующие на неё силы составляют уравновешенную произвольную плоскую систему. Условия равновесия системы сил имеют вид: $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$, $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$. Вычисляя проекции сил на оси *x*, *y*, и моменты сил относительно центра *A*, уравнения равновесия получим в виде:

$$\sum F_{kx} = X_A - F\cos 30^\circ - T = 0, \quad \sum F_{ky} = Y_A - Q + R_B + F\cos 60^\circ = 0.$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -Q\frac{a}{2} + R_B a + M + F\cos 60^\circ \cdot 2a + F\cos 30^\circ \cdot a + T2a = 0.$$

Здесь для вычисления момента силы $\vec{F}$ относительно центра *A* использована теорема Вариньона: $M_A(\vec{F}) = M_A(\vec{F}_1) + M_A(\vec{F}_2) = F_1 \cdot a + F_2 \cdot 2a$, где $F_1 = F\cos 30^\circ$, $F_2 = F\cos 60^\circ$ (см. рис. 1.8).

Подставляя в уравнения равновесия исходные данные задачи, получим систему уравнений относительно неизвестных X_A, Y_A, R_B:

$$X_A - 28{,}66 = 0, \quad Y_A + R_B + 1 = 0, \quad R_B \cdot 2 + 121{,}32 = 0.$$

Решая систему, найдем X_A = 28,66 Н, Y_A = 59,66 Н, R_B = – 60,66 Н.

Отрицательное значение величины R_B означает, что фактическое направление реакции R_B стержневой опоры *BK* противоположно направлению, показанному на рис. 1.8. Численное значение реакции шарнира

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{28{,}66^2 + 59{,}66^2} = 66{,}18 \text{ Н}.$$

Задача 2. Балка *ABLC* с вертикальной частью *AB* и горизонтальной перекладиной *LC* закреплена в точке *A* с помощью жесткой заделки (рис. 1.9). Наклонная балка *EC* с углом наклона к горизонту 60° в точке *C* шарнирно прикреплена к горизонтальной перекладине *CL*, а в точке *E* закреплена на шарнирно-подвижной опоре, установленной на горизонтальной поверхности. На конструкцию действуют равномерно распределенная на отрезках *BL* и *DE* нагрузка с одинаковой интенсивностью $q = 2$ кН/м, сила $\vec{F}$, приложенная в точке *D* перпендикулярно балке *EC* и равная по величине $F = 10$ кН, и пара сил

с моментом M = 5 кН·м. Определить реакцию жесткой заделки A и реакции шарниров C и E, если a = 2 м.

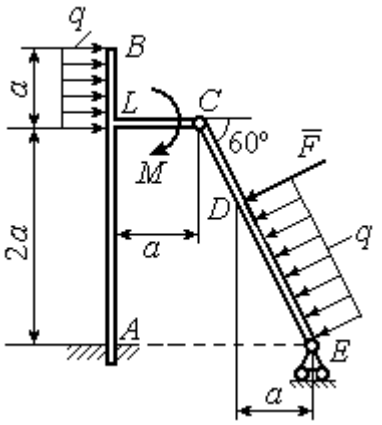


Рис. 1.9. Равновесие конструкции двух балок, соединённых шарниром

Решение

Разделяем систему на две части по шарниру C и рассмотрим равновесие балок $ABLC$ и EC отдельно. Изобразим обе балки и расставим внешние силы и реакции связей (рис. 1.10). Рассмотрим балку $ABLC$ (рис. 1.10, *a*). Заменим распределенную нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_1$, приложенной в середине отрезка BL, направленной в сторону действия нагрузки и равной $Q_1 = q \cdot a =$ 4 кН. Кроме силы $\vec{Q}_1$ и пары сил с моментом M на балку действуют реакция жёсткой заделки в точке A, имеющая своими составляющими силы $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$ и пару сил с моментом M_A, а также реакция шарнира C, разложенная на составляющие $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ (см. рис. 1.10, *a*). Действующие на раму силы составляют уравновешенную плоскую систему сил. Выберем систему координат xAy, как показано на рис. 1.10, *a*, и составим уравнения равновесия:

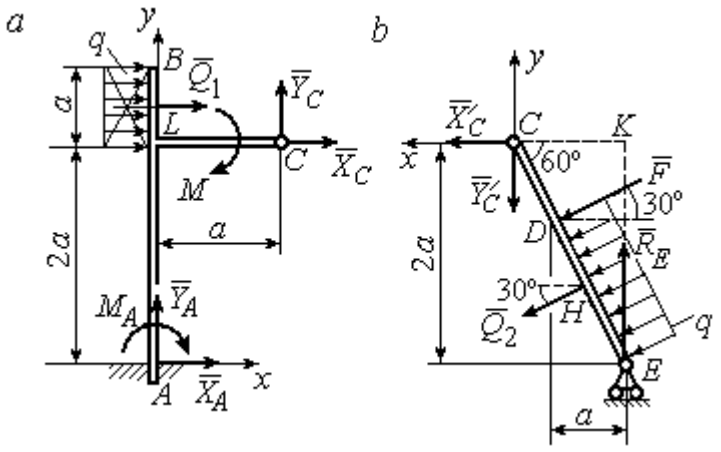


Рис. 1.10. Равновесие частей конструкции:
a - силы и реакции связей, действующие на балку $ABLC$;
b - силы и реакции связей, действующие на балку CE

$$\sum F_{kx} = X_A + Q_1 + X_C = 0, \quad \sum F_{ky} = Y_A + Y_C = 0,$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -M_A - Q_1 \cdot \left(2a + \frac{a}{2}\right) - M + Y_C a - X_C 2a = 0.$$

Рассмотрим равновесие балки *EC*. Заменим равномерную нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_2$, приложенной в середине отрезка *ED*, направленной в сторону действия нагрузки и равной по модулю $Q_2 = q \cdot 2a = 8$ кН. На балку кроме сил $\vec{Q}_2$, $\vec{F}$ действуют реакции связей: $\vec{R}_E$ – реакция шарнирно-подвижной опоры в точке *E* и $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ – составляющие реакции шарнира *C*. Силы $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ направлены противоположно силам $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ и равны им по модулю $X_C = X'_C$, $Y_C = Y'_C$ (см. рис. 1.10, *a*, *b*). Действующие на балку *EC* силы образуют плоскую уравновешенную систему сил. Выберем систему координат *xCy,* как показано на рис. 1.10, *b,* и составим уравнения равновесия. При этом центром, относительно которого будем считать моменты сил, выберем точку *C*. Получим:

$$\sum F_{kx} = Q_2 \sin 60^\circ + F\cos 30^\circ + \vec{X}'_C = 0,\ \sum F_{ky} = R_E - Q_2 \cos 60^\circ - F\sin 30^\circ - Y'_C = 0,$$

$$\sum M_C\left(\vec{F}_k\right) = -F \cdot CD - Q_2 \cdot CH + R_E \cdot CK = 0.$$

Здесь плечи сил: $CD = \dfrac{2a}{\cos 30^\circ} - 2a$, $CH = \dfrac{2a}{\cos 30^\circ} - a$, $CK = 2a\,\mathrm{tg}30^\circ$. Заменяя в уравнениях величины X'_C на X_C, а Y'_C на Y_C и подставляя исходные данные, получим систему уравнений:

$$X_A + X_C + 4 = 0,\ Y_A + Y_C = 0,\ -M_A - 4X_C + 2Y_C - 25 = 0,$$

$$X_C + 15{,}59 = 0,\ -Y_C + R_E - 9 = 0,\ 2{,}31R_E - 27{,}14 = 0,$$

откуда найдём величины реакции жесткой заделки и реакции шарниров:

$$X_A = 11{,}59 \text{ кН},\ Y_A = -2{,}76 \text{ кН},\ M_A = 42{,}87 \text{ кН·м},$$

$$X_C = -15{,}59 \text{ кН},\ Y_C = 2{,}76 \text{ кН},\ R_E = 11{,}76 \text{ кН}.$$

Модули реакций жесткой заделки *A* и шарнира *C*:

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 11{,}91 \text{ кН},\ R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} = 15{,}83 \text{ кН}.$$

1.5. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил

В заданиях рассматривается равновесие однородной плиты или вала (прямого или с «ломаной» осью) с насаженным на него шкивом.

Вал закреплен подпятником и подшипником и удерживается в равновесии. На вал действуют сила $\vec{F}$, пара сил с моментом M и сила $\vec{P}$. На шкив вала намотана нить, к свободному концу которой, перекинутому через невесомый блок, подвешен груз весом Q. Для вала определить реакции подшипника и подпятника и величину уравновешивающей силы Q (или момента M).

Плита весом P закреплена пространственным шарниром, подшипником и удерживается в заданном положении невесомым стержнем. На плиту действуют силы $\vec{F}$, $\vec{Q}$ и пара сил с моментом M. Для плиты найти реакции сферического и цилиндрического шарниров и реакцию стержня.

Варианты задания даны на рис. 1.11 – 1.13. Исходные данные для выполнения задания приведены в табл. 1.2.

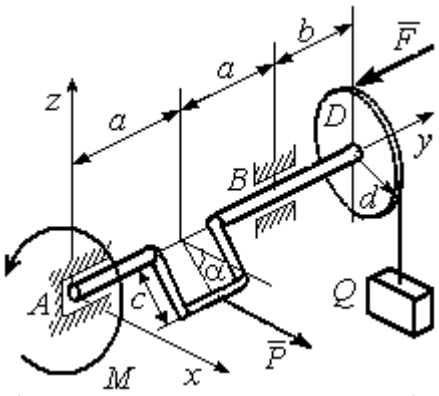
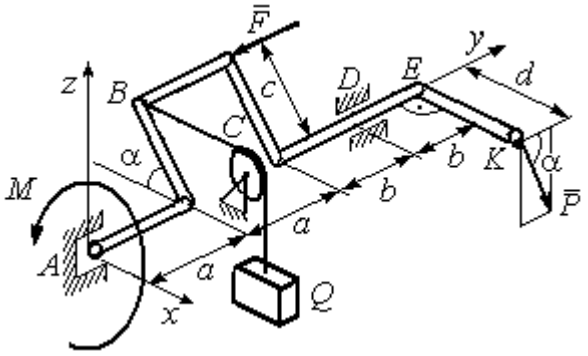
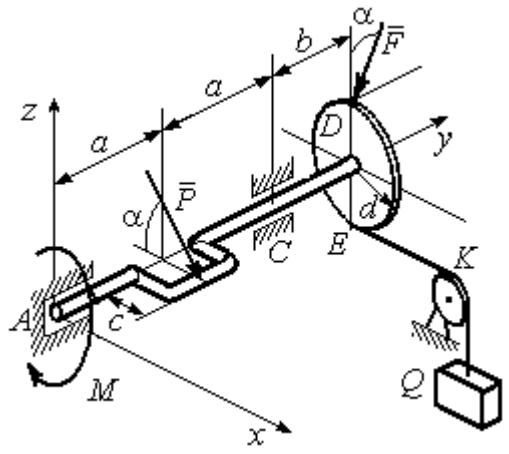
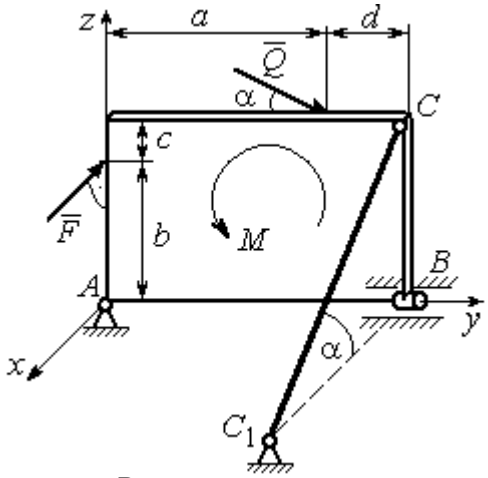
Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
	
Сила $\vec{F}$ параллельна оси Ay; сила $\vec{P}$ параллельна оси Ax; нить, удерживающая груз, сходит со шкива вертикально. Найти реакции подпятника и подшипника в точках A и B и величину уравновешивающего груза Q	Сила $\vec{F}$ параллельна оси Ay; сила $\vec{P}$ лежит в плоскости, параллельной zAy; отрезок нити BC параллелен оси Ax; рукоять вала EK параллельна оси Ax. Найти реакции подпятника и подшипника в точках A и D и величину уравновешивающего момента M

Рис. 1.11. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.
Номера вариантов задания 1 – 2, 11 – 12, 21 – 22

Варианты № 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
	
Сила $\vec{F}$, лежит в плоскости *zAy*; сила $\vec{P}$ лежит в плоскости, параллельной *zAx*, отрезок нити *EK* параллелен оси *Ax*. Найти реакции подпятника и подшипника в точках *A* и *C*, а также величину уравновешивающего груза *Q*	Плита весом *P* расположена в плоскости *zAy*; пара сил с моментом *M* действует в плоскости плиты; стержень CC_1 расположен в плоскости, параллельной *zAx*; сила $\vec{Q}$ действует в плоскости плиты; сила $\vec{F}$ перпендикулярна плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках *A* и *B* и реакцию стержня CC_1

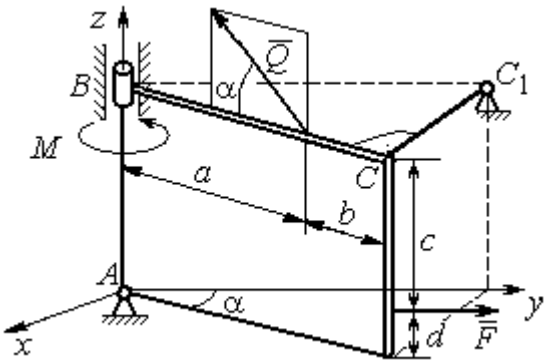
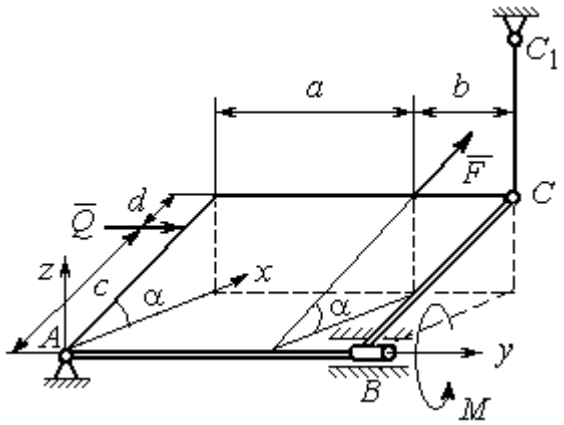
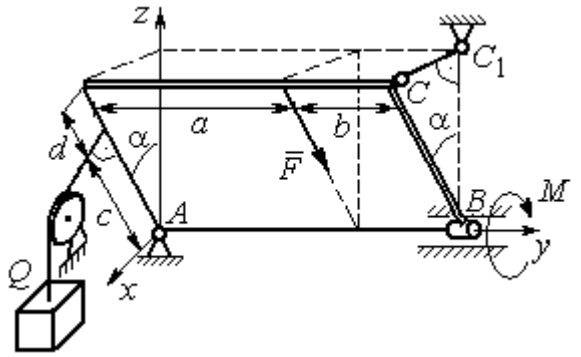
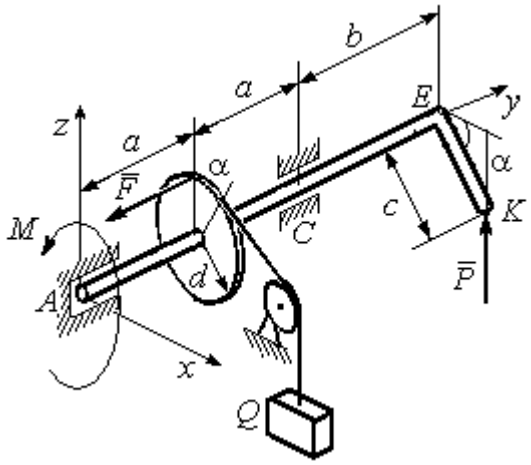
Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
	
Плита весом *P* отклонена на угол α от вертикальной плоскости *zAy*; сила $\vec{Q}$ лежит в плоскости плиты; сила $\vec{F}$ параллельна оси *Ay*; стержень CC_1 перпендикулярен плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках *A* и *B* и реакцию стержня CC_1	Плита весом *P* отклонена на угол α от горизонтальной плоскости *xAy*; сила $\vec{Q}$ перпендикулярна боковой стенке плиты и параллельна оси *Ay*; сила $\vec{F}$ расположена в плоскости плиты и параллельна её боковым стенкам; стержень CC_1 параллелен оси *Az*. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках *A* и *B* и реакцию стержня CC_1

Рис. 1.12. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.
Номера вариантов задания 3 – 6, 13 – 16, 23 – 26

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	
Плита весом *P* отклонена на угол α от вертикальной плоскости *zAy*; нить, удерживающая груз *Q*, находится плоскости *zAx*, прикреплена к боковой стенке плиты и перпендикулярна ей; сила $\vec{F}$ параллельна боковым стенкам плиты; стержень CC_1 перпендикулярен плоскости *zAy*. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках *A* и *B* и реакцию стержня CC_1	Рукоять *EK* перпендикулярна оси вала и наклонена под углом α к горизонтальной плоскости *xAy*; сила $\vec{P}$ параллельна оси *Az*; сила $\vec{F}$ параллельна оси A*y*; нить, удерживающая груз *Q*, сходит со шкива по касательной. Найти реакции подпятника *A*, подшипника *C*, и величину уравновешивающего груза *Q*

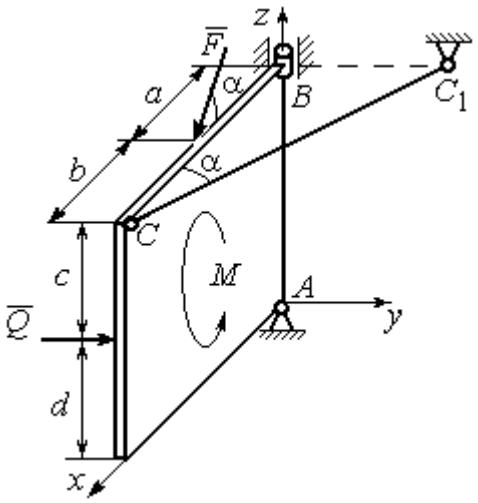
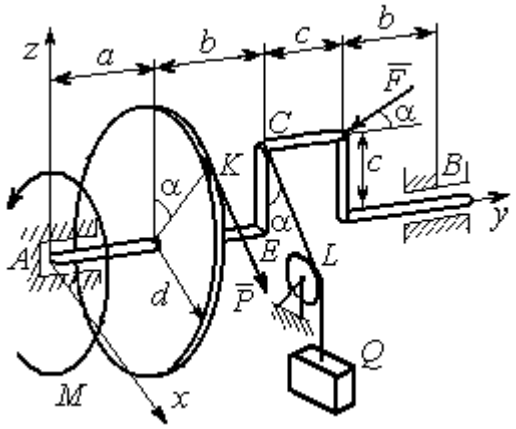
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	
Плита весом *P* находится в вертикальной плоскости *zAx*; стержень CC_1 расположен в плоскости, параллельной *xAy*; пара сил с моментом *M* действует в плоскости плиты; сила $\vec{Q}$ перпендикулярна плоскости плиты; сила $\vec{F}$ лежит в плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках *A* и *B* и реакцию стержня CC_1	Сила $\vec{F}$ находится в плоскости *zAy*; стойка *CE* находится в плоскости *zAy*; отрезок *CL* нити, удерживающей груз, находится в плоскости параллельной *xAz*; сила $\vec{P}$ находится в плоскости шкива и направлена по касательной к ободу в точке *K*. Найти реакции подпятника *A*, подшипника *B* и величину уравновешивающего момента *M*

Рис. 1.13. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.
Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 1.2

Исходные данные для задания С2.
Равновесие пространственной системы сил

Номер варианта задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
P, кН	5	4	6	10	16	15	12	10	15	14
F, кН	8	6	12	6	10	10	8	12	12	10
Q, кН	–	12	–	12	8	12	10	–	10	12
M, кН·м	12	–	10	8	12	6	8	6	8	–
α, град	60	30	30	30	60	60	60	30	30	60
a, м	1,2	0,8	1,4	0,6	1,2	0,9	1,4	0,4	0,8	0,8
b, м	1,0	0,6	1,1	0,4	0,8	0,4	0,6	1,2	0,2	0,6
c, м	0,8	0,5	0,8	0,3	1,4	0,8	1,2	0,8	0,4	0,4
d, м	0,4	0,4	0,6	0,2	0,4	0,2	0,4	0,6	0,6	0,6

Номер варианта задания	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
P, кН	8	10	10	15	14	10	16	9	10	12
F, кН	6	12	16	8	12	14	10	15	8	10
Q, кН	–	14	–	10	10	12	14	–	12	14
M, кН·м	10	–	12	12	12	8	10	10	10	–
α, град	30	60	60	60	30	30	30	60	60	30
a, м	0,8	1,3	0,9	0,5	1,3	1,2	1,6	0,6	0,9	1,2
b, м	0,6	1,1	0,6	0,4	0,9	0,6	0,8	1,2	0,3	0,8
c, м	0,4	0,8	0,5	0,2	1,5	0,9	1,2	0,4	0,6	0,6
d, м	0,2	0,4	0,4	0,1	0,5	0,4	0,6	0,2	0,2	0,8

Номер варианта задания	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
P, кН	10	12	5	8	10	14	18	12	14	10
F, кН	12	8	15	10	12	8	10	15	9	8
Q, кН	–	10	–	12	14	10	16	–	12	6
M, кН·м	12	–	16	14	8	10	8	12	10	–
α, град	90	30	60	30	45	30	30	60	60	30
a, м	0,6	0,8	1,1	1,2	1,5	0,8	1,0	0,8	1,2	0,9
b, м	0,8	0,6	0,9	1,0	0,9	0,6	0,8	1,4	0,6	0,4
c, м	0,4	1,2	0,8	0,6	1,5	0,9	1,1	0,5	0,8	0,6
d, м	0,4	1,5	0,5	0,2	0,4	0,3	0,3	0,4	0,6	0,5

Примеры решения задания С2. Равновесие пространственной системы сил

Задача 1. Горизонтальный вал (рис. 1.14) закреплен в подпятнике *C* и подшипнике *K*. Вал имеет шкив I радиуса *R* и шкив II радиуса *r*, перпендикулярные оси вала. Рукоять *AE* параллельна оси *Cx*. Нить, удерживающая груз *Q*, сходит со шкива I по касательной вертикально вниз. На вал действуют силы $\vec{F}$, $\vec{P}$ и пара сил с моментом *M*, закручивающая вал вокруг оси *Cy*. Сила $\vec{F}$ находится в плоскости, параллельной *zCy*, и составляет угол 60° с направлением оси *Cy*. Сила $\vec{P}$ приложена в точке *B* шкива II, определяемой центральным углом 30º, и направлена по касательной. Определить величину уравновешивающего момента *M* и реакции подшипника и подпятника, если $P = 4$ кН, $F = 2$ кН, $Q = 3$ кН, $R = 0{,}6$ м, $r = 0{,}3$ м, $a = 0{,}8$ м, $b = 0{,}4$ м.

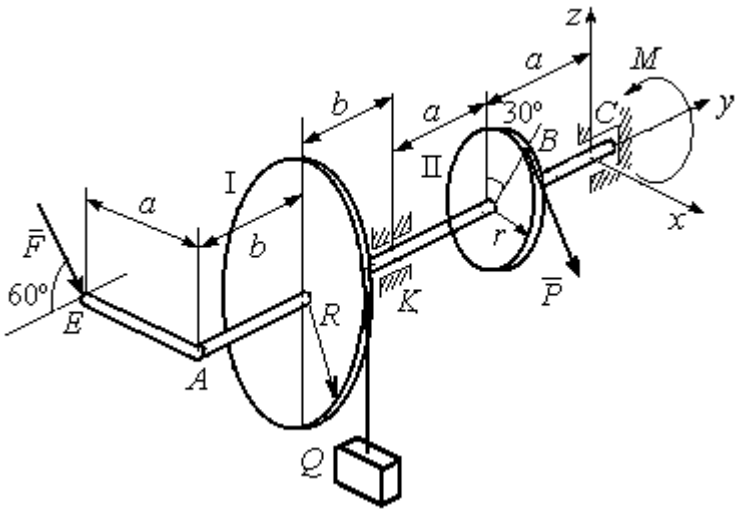


Рис. 1.14. Схема вала и его нагрузка

Решение

Рассмотрим равновесие вала. На вал действуют внешние силы $\vec{F}$, $\vec{P}$, пара сил с моментом *M* и реакции связей. Связями являются нить, натянутая грузом *Q*, подпятник *C* и подшипник *K*. Освобождаем вал от связей, заменяя их действие реакциями. Реакцию подпятника *C* раскладываем на три со-

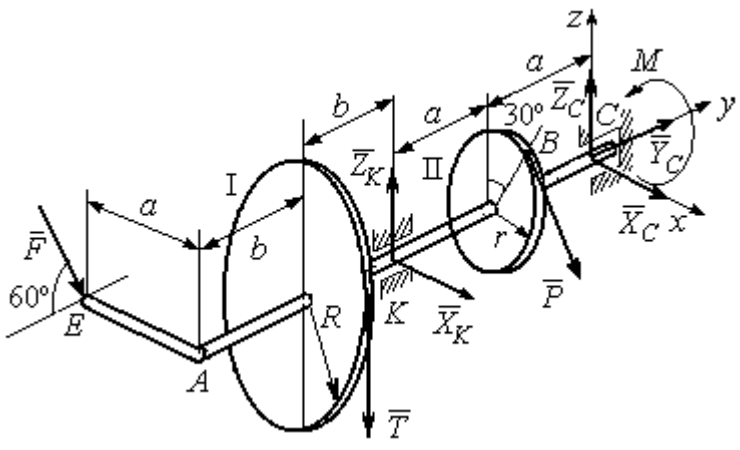


Рис. 1.15. Внешние силы и реакции связей вала

ставляющие: $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$, $\vec{Z}_C$, направленные вдоль координатных осей. Реакция подшипника *K* лежит в плоскости, перпендикулярной оси вала, и ее составляющими будут вектора $\vec{X}_K, \vec{Z}_K$, направленные вдоль координатных осей *x*, *z*. Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити от точки *K* и по модулю равна весу груза. Действие на вал внешних сил и реакций связи показано на рис. 1.15.

Внешние силы, действующие на вал, и реакции связей составляют произвольную пространственную систему сил, эквивалентную нулю ($\vec{P}, \vec{F}, \vec{X}_K, \vec{Z}_K, \vec{T}, \vec{X}_C, \vec{Y}_C, \vec{Z}_C, M$) ∞ 0, для которой уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum F_{kz} = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_y(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_z(\vec{F}_k) = 0.$$

Для удобства при составлении уравнений равновесия изобразим вал вместе с действующими на него силами в проекциях на координатные плоскости (рис. 1.16)

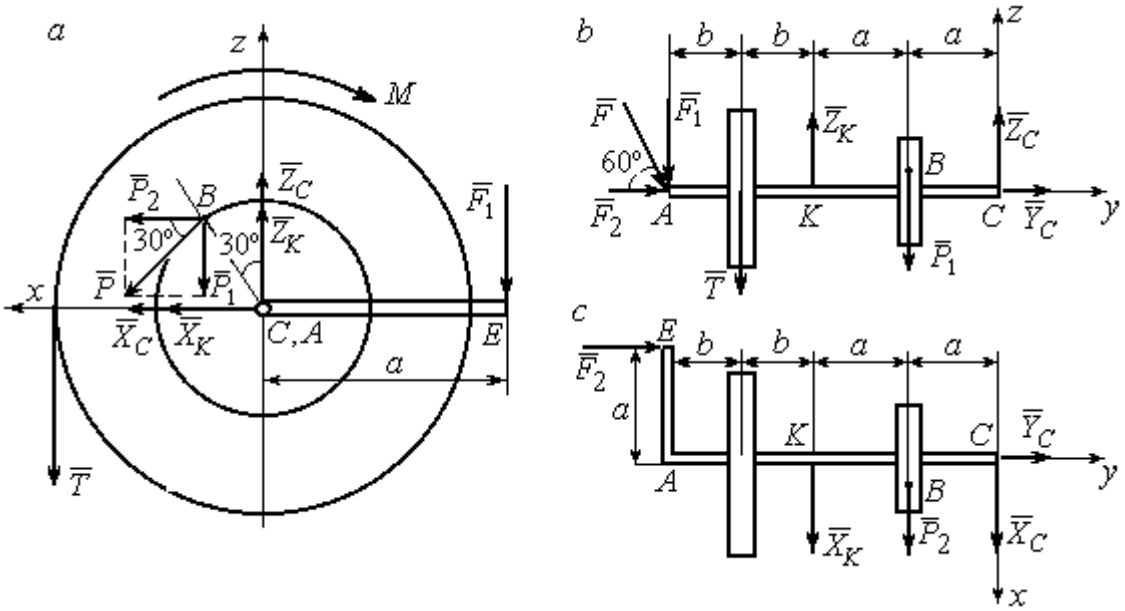


Рис. 1.16. Вал и действующие на него силы в проекциях на координатные плоскости:
a – вид вала в проекции на плоскость *zCx* с положительного конца оси *y*;
b – вид вала в проекции на плоскость *zCy* с положительного конца оси *x*;
c – вид вала в проекции на плоскость *xCy* с положительного конца оси *z*.

На рис. 1.16, *а* показаны проекции всех сил на плоскость *zCx*. Вычисляя моменты проекций этих сил относительно точки *C*, получим значения моментов исходных сил относительно оси *y*.

Для вычисления моментов сил относительно оси *x* достаточно найти моменты проекций сил на плоскость *zCy* относительно точки *C* (см. рис. 1.16, *b*), а вычисляя моменты проекций сил на плоскость *xCy* относительно точки *C*, получим значения моментов сил относительно оси z.

Составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = P_2 + X_K + X_C = 0,\ \sum F_{ky} = F_2 + Y_C = 0,$$

$$\sum F_{kz} = -P_1 + Z_K - T + Z_C - F_1 = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = P_1 a - Z_K 2a - T(2a + b) + F_1(2a + 2b) = 0,$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = -F_1 a + TR + Pr - M = 0,$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = P_2 a + X_K 2a - F_2 a = 0.$$

Подставляя исходные данные задачи, с учётом того, что

$$P_1 = P\cos 60^\circ = 0{,}5P,\ P_2 = P\cos 30^\circ = 0{,}87P,$$

$$F_1 = F\cos 30^\circ = 0{,}87F,\ F_2 = F\cos 60^\circ = 0{,}5F$$ (см. рис. 1.16 *а*, *b*),

получим систему уравнений:

$$0{,}87 \cdot 4 + X_K + X_C = 0,\ \ 2 \cdot 0{,}5 + Y_C = 0,\ -4 \cdot 0{,}5 + Z_K - 3 + Z_C - 2 \cdot 0{,}87 = 0,$$

$$0{,}5 \cdot 4 \cdot 0{,}8 - 1{,}6Z_K - 3 \cdot 0{,}87(2 \cdot 0{,}8 + 0{,}4) + 2 \cdot 0{,}87(2 \cdot 0{,}8 + 2 \cdot 0{,}4) = 0,$$

$$-0{,}87 \cdot 0{,}8 + 3 \cdot 0{,}6 + 4 \cdot 0{,}3 - M = 0,\ 0{,}87 \cdot 4 \cdot 0{,}8 + 1{,}6 \cdot X_K - 2 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}8 = 0.$$

Решая систему, найдём: $X_C = -2{,}24$ кН, $Y_C = -1$ кН, $Z_C = 6{,}39$ кН, $X_K = -1{,}24$ кН, $Z_K = 0{,}35$ кН, $M = 2{,}3$ кН·м.

Окончательно, реакция подпятника $R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2} = 6{,}84$ кН,

реакция подшипника $R_K = \sqrt{X_K^2 + Z_K^2} = 1{,}29$ кН.

Задача 2. Плита весом P расположена в вертикальной плоскости zAy. В точке А плита закреплена пространственным шарниром, а в точке B на оси y опирается на цилиндрический шарнир (подшипник). Плита удерживается в равновесии при помощи невесомого стержня CC_1, прикреплённого шарниром к плите в её верхнем углу, в точке C перпендикулярно плоскости плиты (рис. 1.17).

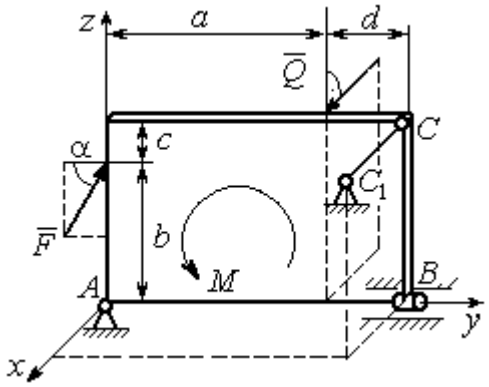


Рис. 1.17. Равновесие плиты

На плиту действует сила $\vec{Q}$, приложенная на краю плиты перпендикулярно её плоскости, и сила $\vec{F}$, лежащая в плоскости плиты и направленная под углом α к горизонту (см. рис. 1.17). Кроме того, в плоскости плиты на неё действует пара сил с моментом M. Найти реакции шарниров A и B и усилие в стержневой подпорке CC_1 при равновесии плиты, если параметры нагрузки: P = 1 кН, Q = 500 Н, F = 400 Н, M = 300 Н·м, $\alpha = 35^\circ$, a = 2 м, b = 1,5 м, c = 0,2 м, d = 0,4 м.

Решение

Заменим связи плиты их реакциями. Реакция шарнира A раскладывается на три составляющие: $\vec{X}_A$ $\vec{Y}_A$, $\vec{Z}_A$ по направлениям координатных осей. Направления координатных осей показаны на рис. 1.17. Реакция подшипника B лежит в плоскости, перпендикулярной оси подшипника, и ее составляющими будут вектора $\vec{X}_B, \vec{Z}_B$, направленные вдоль координатных осей x, z. Реакция стержня $\vec{T}$ направлена вдоль стержня. Действие сил и реакций показано на рис.1.18.

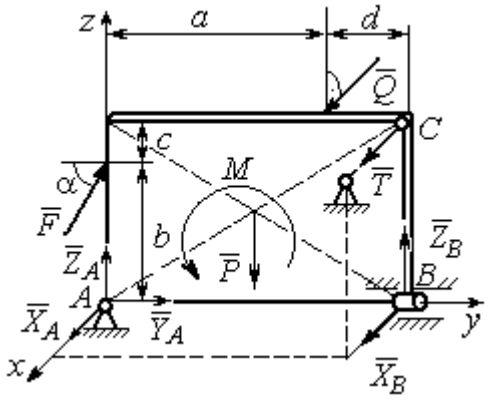


Рис. 1.18. Действие сил и реакций при равновесии плиты

Пространственная система сил, действующих на плиту, является уравновешенной: $(\vec{P}, \vec{F}, \vec{X}_B, \vec{Z}_B, \vec{T}, \vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A, M) \infty 0$. Уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum F_{kz} = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_y(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_z(\vec{F}_k) = 0.$$

В вычислениях моментов сил относительно осей будем считать момент положительным, если при взгляде со стороны положительного направления оси, сила вращает тело (плиту) против хода часовой стрелки. Получим:

$$\sum F_{kx} = 0,\ X_A + Q + X_B + T = 0,$$

$$\sum F_{ky} = 0,\ Y_A + F\cos\alpha = 0,$$

$$\sum F_{kz} = 0,\ Z_A + F\sin\alpha - P + Z_B = 0$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0,\ -F\cos\alpha \cdot b - P \cdot 0{,}5(a+d) + Z_B(a+d) + M = 0,$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = 0,\ Q \cdot (b+c) + T \cdot (b+c) = 0,$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = 0,\ -Q \cdot a - T \cdot (a+d) - X_B \cdot (a+d) = 0.$$

Подставив исходные данные задачи, получим систему уравнений:

$$X_A + 500 + X_B + T = 0,\ Y_A + 400 \cdot 0{,}82 = 0,\ Z_A + 400 \cdot 0{,}57 - 1000 + Z_B = 0,$$

$$-400 \cdot 0{,}82 \cdot 1{,}5 - 1000 \cdot 0{,}5 \cdot 2{,}4 + Z_B \cdot 2{,}4 + 300 = 0,$$

$$500 \cdot 1{,}7 + T \cdot 1{,}7 = 0,\quad -500 \cdot 2 - T \cdot 2{,}4 - X_B \cdot 2{,}4 = 0,$$

откуда находим значения составляющих реакций:

$$T = -500\ \text{Н},\ X_B = 83{,}33\ \text{Н},\ Z_B = 580\ \text{Н},$$

$$X_A = -83{,}33\ \text{Н},\ Y_A = -328\ \text{Н},\ Z_A = 192\ \text{Н}.$$

Полные реакции пространственного шарнира *A*:

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2} = 389{,}09\ \text{Н},$$

цилиндрического шарнира *B*: $R_B = \sqrt{X_B^2 + Z_B^2} = 585{,}95\ \text{Н}$.

2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЕРДОГО ТЕЛА

Кинематикой называется раздел механики, в котором изучаются свойства движения материальных тел без учета их масс и действующих на них сил.

2.1. Кинематика точки. Основные параметры движения точки

Кривая, которую описывает движущаяся точка, называется **траекторией** точки. Движение точки может быть задано **векторным**, **координатным** или **естественным** способами.

Векторный способ основан на определении положения точки ее радиусом-вектором в виде векторного уравнения $\vec{r} = \vec{r}(t)$. При **координатном способе** задания движения точки положение точки определяется ее координатами, заданными для каждого момента времени: $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$. **Естественный способ** задания движения используется, если заранее известна траектория движения точки. Тогда положение точки однозначно определяется длиной дуги $\breve{OM} = S(t)$, отсчитываемой от некоторой фиксированной точки *O*, принятой за начало отсчета.

Мгновенная скорость, или скорость точки в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от радиуса-вектора точки: $\vec{V} = \dot{\vec{r}}$. Вектор скорости точки $\vec{V}$ всегда направлен по касательной к траектории в сторону движения точки.

При координатном способе задания движения величины проекций вектора скорости $\vec{V}$ на координатные оси определяются как производные по времени от соответствующих координат: $V_x = \dot{x}$, $V_y = \dot{y}$, $V_z = \dot{z}$. Модуль вектора скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$. При естественном способе задания движения вектор скорости точки определяется равенством: $\vec{V} = \dot{S}\vec{\tau}$, где $S = S(t)$ – закон измене-

ния длины дуги, $\vec{\tau}$ –единичный вектор касательной к траектории движения, направленный в сторону возрастающих расстояний.

Величина $V = |\dot{S}|$ называется алгебраической скоростью точки. При $\dot{S} > 0$ вектор скорости $\vec{V}$ направлен по единичному вектору $\vec{\tau}$ – в сторону возрастающих расстояний. При $\dot{S} < 0$ он имеет направление, противоположное единичному вектору $\vec{\tau}$, т. е. в сторону убывающих расстояний.

Мгновенное ускорение, или ускорение точки в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от вектора скорости точки или как вторая производная от радиус-вектора точки: $\vec{a} = \dot{\vec{V}} = \ddot{\vec{r}}$. При координатном способе проекции вектора ускорения $\vec{a}$ на координатные оси – величины a_x, a_y, a_z – определяются равенствами: $a_x = \dot{V}_x = \ddot{x}$, $a_y = \dot{V}_y = \ddot{y}$, $a_z = \dot{V}_z = \ddot{z}$. Модуль вектора ускорения равен: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

При естественном способе задания движения вектор ускорения точки $\vec{a}$ раскладывается на две взаимно перпендикулярные составляющие $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$, параллельные осям n и τ естественной системы координат, и представляется в виде равенства $\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n}$, или $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$, где $\vec{\tau}$ – единичный направляющий вектор оси, касательной к траектории (касательная ось); $\vec{n}$ – единичный направляющий вектор главной нормали траектории. Величина a_n называется **нормальным ускорением** точки и вычисляется по формуле: $a_n = \dfrac{V^2}{\rho}$, где ρ – радиус кривизны траектории. (У окружности радиус кривизны равен её радиусу, у прямой линии – бесконечности.) Вектор $\vec{a}_n$ нормальной составляющей ускорения всегда направлен к центру кривизны траектории. При движении по окружности радиус кривизны траектории равен радиусу окружности, а центр кривизны траектории совпадает с центром окружности. Величина a_τ называется **касательным ускорением** и равна модулю второй производной от заданно-

го закона изменения длины дуги: $a_\tau = |\ddot{S}|$, где $S = S(t)$ – закон изменения длины дуги. Направление вектора касательного ускорения $\vec{a}_\tau$ зависит от знака второй производной $\ddot{S}$. При $\ddot{S} > 0$ вектор $\vec{a}_\tau$ в направлен в сторону возрастающих расстояний, по направлению единичного вектора $\vec{\tau}$, при $\ddot{S} < 0$ – в сторону убывающих расстояний (противоположно единичному вектору $\vec{\tau}$). Вектор полного ускорения $\vec{a}$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$. Модуль вектора ускорения: $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$.

2.2. Вращение тела вокруг неподвижной оси

Движение тела, при котором все точки некоторой его прямой остаются неподвижными, называется **вращательным**, а указанная прямая называется осью вращения. Вращение тела задается углом поворота $\varphi = \varphi(t)$ подвижной плоскости, связанной с телом, относительно некоторого ее начального положения. Направление вращения с возрастанием угла поворота считается положительным.

Величина **угловой скорости** вращения тела равна модулю производной от угла поворота тела по времени: $\omega = |\dot{\varphi}|$. Направление угловой скорости вращения тела зависит от знака производной $\dot{\varphi}$. При $\dot{\varphi} > 0$ вращение происходит в положительном направлении, в сторону возрастания угла поворота, при $\dot{\varphi} < 0$ – в отрицательном. Направление угловой скорости обычно показывают дуговой стрелкой вокруг оси вращения. Вектор угловой скорости $\vec{\omega}$ направлен вдоль оси вращения в сторону, откуда вращение тела видно против хода часовой стрелки.

Величина **углового ускорения** при вращении тела равна модулю второй производной от угла поворота тела по времени: $\varepsilon = |\ddot{\varphi}|$. Если $\ddot{\varphi}$ одного знака с

φ, то угловое ускорение ускоряет вращение тела, если разных знаков, то угловое ускорение замедляет вращение.

При вращательном движении тела все его точки движутся по окружностям, радиусы которых равны расстояниям от выбранной точки до неподвижной оси. **Скорость точки вращающегося твердого тела (**в отличие от угловой скорости тела) называют **линейной,** или **окружной скоростью** точки. Величина скорости рассчитывается по формуле: $V = \omega h$, где ω – величина угловой скорости тела; h – расстояние от точки до оси вращения. Вектор скорости точки лежит в плоскости описываемой точкой окружности и направлен по касательной к ней в сторону вращения тела. Отношение скоростей двух точек вращающегося тела равно отношению расстояний от этих точек до оси: $\frac{V_{M1}}{V_{M2}} = \frac{h_1}{h_2}$.

Ускорение точки вращающегося твердого тела рассчитывается как ускорение точки при естественном способе задания движения в виде суммы векторов касательного и нормального ускорений: $\vec{a}_M = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$. Величины касательного, нормального и полного ускорений точки вращающегося тела, соответственно: $a_\tau = \varepsilon h$, $a_n = \omega^2 h$, $a_M = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$, где ω, ε – угловая скорость и угловое ускорение тела; h – расстояние от точки до оси вращения.

2.3. Плоскопараллельное движение твёрдого тела

Плоскопараллельным, или плоским движением твердого тела, называется такое движение, при котором все точки тела движутся параллельно некоторой неподвижной плоскости. Плоское движение представляется в виде суммы мгновенного поступательного движения, при котором все точки плоской фигуры движутся со скоростью выбранной точки-полюса, и мгновенного вращательного движения вокруг этого полюса.

Скорость любой точки M плоской фигуры равна векторной сумме вектора скорости точки-полюса и вектора скорости точки M при вращении тела вокруг этого полюса: $\vec{V}_M = \vec{V}_A + \vec{V}_{MA}$, где $\vec{V}_M$ – скорость точки M; $\vec{V}_A$ – скорость полюса A; $\vec{V}_{MA}$ – вектор скорости точки M при вращении тела вокруг полюса A, модуль скорости $V_{MA} = \omega \cdot MA$, где ω – угловая скорость мгновенного вращательного движения тела вокруг полюса; MA – расстояние между полюсом A и точкой M.

Мгновенным центром скоростей называется такая точка P плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю. Выбрав в качестве полюса мгновенный центр скоростей, скорость любой точки плоской фигуры находят так, как если бы мгновенное движение фигуры было вращательным вокруг мгновенного центра скоростей.

Способы построения мгновенного центра скоростей

1. Если известны направления скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ каких-нибудь двух точек A и B плоской фигуры, то мгновенный центр скоростей находится в точке пересечения перпендикуляров, восстановленных из этих точек к векторам скоростей (рис. 2.1, *a*).

2. Если скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ двух точек A и B плоской фигуры известны и параллельны друг другу, а линия AB перпендикулярна $\vec{V}_A$ (и, конечно, $\vec{V}_B$), то мгновенный центр скоростей определяется как точка пересечения линий, проведенных через основания и вершины векторов скоростей (построение показано на рис. 2.1, *b*, *c*).

3. Если скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ двух точек A и B параллельны друг другу, но линия AB, соединяющая эти точки, не перпендикулярна векторам скоростей (рис. 2.1, *d*), то мгновенная угловая скорость тела равна нулю и движение тела

в данный момент времени является мгновенным поступательным. В этом случае скорости всех точек равны по величине и направлению.

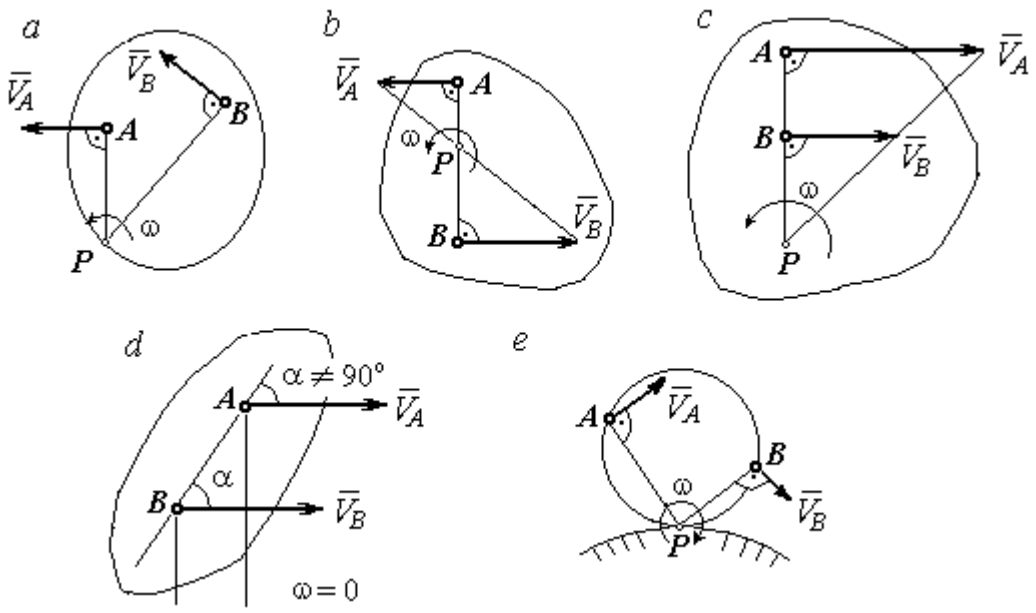


Рис. 2.1. Способы построения мгновенного центра скоростей

4. Если плоскопараллельное движение осуществляется путем качения без скольжения одного тела по неподвижной поверхности другого, то мгновенный центр скоростей расположен в точке касания катящегося тела с неподвижной поверхностью (рис. 2.1, *e*).

Ускорение любой точки *M* плоской фигуры при плоскопараллельном движении твердого тела представляется как сумма векторов – ускорения полюса и ускорения точки *M* при вращении фигуры вокруг полюса. Учитывая, что ускорение точки вращающегося тела представляется как сумма нормального и касательного ускорений, получим:

$$\vec{a}_M = \vec{a}_A + \vec{a}^{\tau}_{MA} + \vec{a}^{n}_{MA},$$

где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A; $\vec{a}^{\tau}_{MA}$, $\vec{a}^{n}_{MA}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки M при вращении фигуры вокруг полюса A.

Вектор нормального ускорения $\vec{a}^{\,n}_{MA}$ всегда направлен от точки M к полюсу A. Вектор касательного ускорения $\vec{a}^{\,\tau}_{MA}$ направлен перпендикулярно отрезку AM в сторону вращения, если оно ускоренное (рис. 2.2, *a*), и против вращения, если оно замедленное (рис. 2.2, *b*). Численно величины касательного и нормального составляющих ускорения точки M определяются по формулам:

$$a^{\tau}_{MA} = \varepsilon \cdot AM\,,\quad a^{n}_{MA} = \omega^2 \cdot AM\,,$$

где ω, ε – угловая скорость и угловое ускорение тела (плоской фигуры); AM – расстояние от точки M до полюса A (см. рис. 2.2).

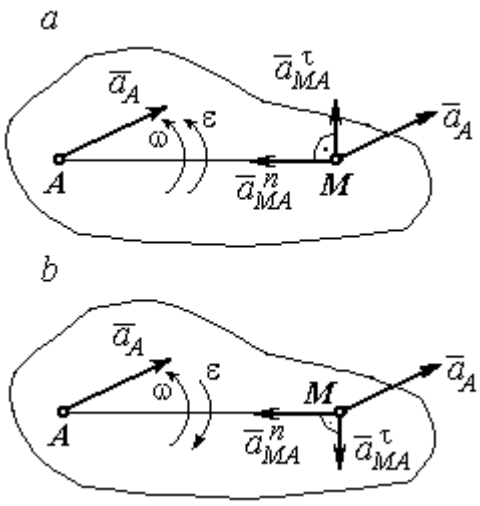


Рис. 2.2. Ускорение точки плоской фигуры:
a – ускоренное движение;
b – замедленное движение

Если при движении плоской фигуры известны траектории движения полюса A и точки M, то для определения ускорения точки M используется векторное равенство

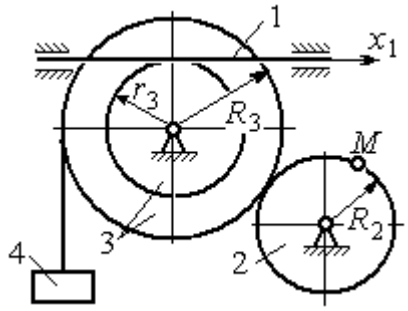
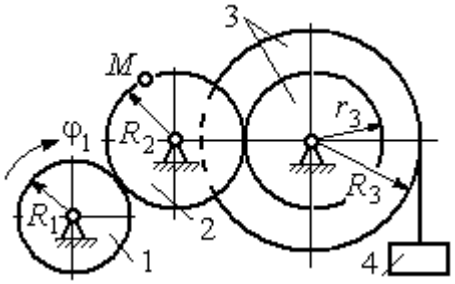
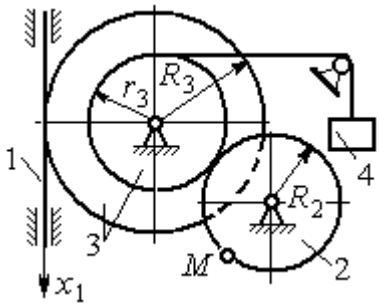
$$\vec{a}^{\,\tau}_{M} + \vec{a}^{\,n}_{M} = \vec{a}^{\,\tau}_{A} + \vec{a}^{\,n}_{A} + \vec{a}^{\,\tau}_{MA} + \vec{a}^{\,n}_{MA},$$

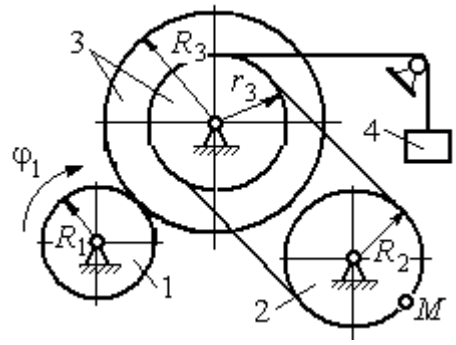
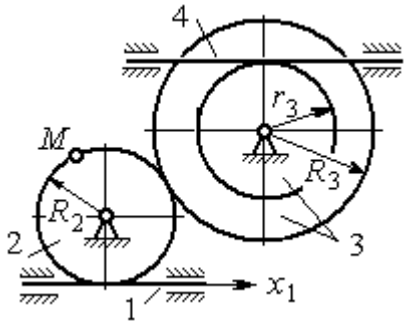
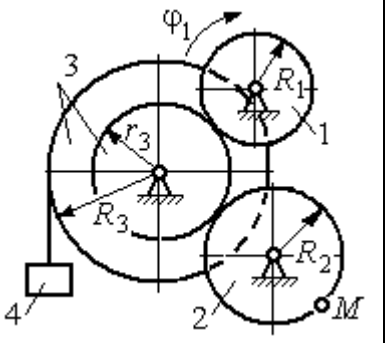
где $\vec{a}^{\,\tau}_{M}$, $\vec{a}^{\,n}_{M}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{A}$, $\vec{a}^{\,n}_{A}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки M и полюса A при движении их по заданным траекториям.

2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при поступательном и вращательном движениях

По заданному движению одного из звеньев механизма $x_1 = x_1(t)$ (варианты 1, 3, 5, 7, 9) или $\varphi_1 = \varphi_1(t)$ (варианты 2, 4, 6, 8, 10) найти в момент времени t_1 скорость, касательное, нормальное и полное ускорения точки M звена механизма, совершающего вращательное движение, а также скорость и ускорение звена 4, совершающего поступательное движение.

Варианты заданий даны на рис. 2.3, 2.4. Исходные данные представлены в табл. 2.1.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22	Варианты № 3, 13, 23
		

Варианты № 4, 14, 24	Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
		

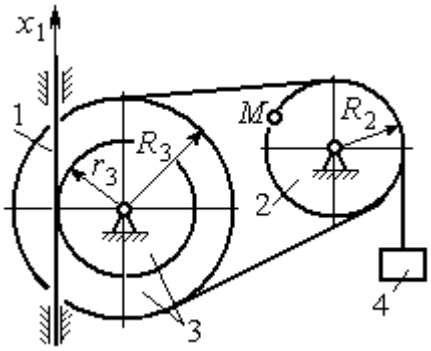
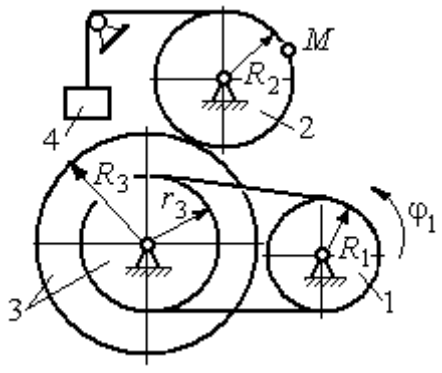
Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28
	

Рис. 2.3. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела. Номера вариантов задания 1 – 8, 11 – 18, 21 – 28

Окончание вариантов задания К1

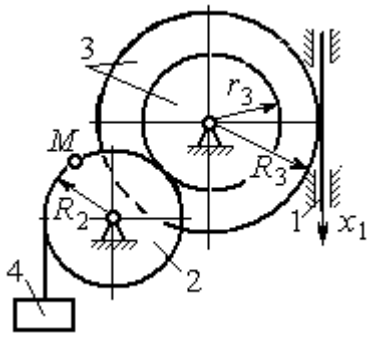
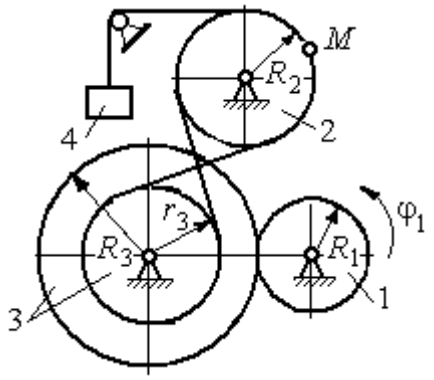
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

Таблица 2.1

Исходные данные вариантов задания К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела

Номер варианта задания	R_1,см	R_2, см	R_3, см	r_3, см	$x_1(t)$, см $\varphi_1(t)$, рад	t_1, с
1	–	40	45	35	$x_1(t) = (3t-1)^2$	2
2	10	20	38	18	$\varphi_1(t) = t^2 + 6\cos(\pi t/6)$	3
3	–	30	42	18	$x_1(t) = 5t^2 - 2\cos(\pi t/2)$	1
4	15	30	45	20	$\varphi_1(t) = 5t^2 + \cos(\pi t/2)$	2
5	–	30	40	20	$x_1(t) = 6t - \cos(\pi t/3)$	3
6	10	20	30	10	$\varphi_1(t) = t^3 - \cos(\pi t/2)$	1
7	–	30	40	30	$x_1(t) = 2\sin(\pi t/2) + \cos(\pi t/2)$	2
8	8	10	30	25	$\varphi_1(t) = 5t + \cos(\pi t/2)$	2
9	–	18	30	18	$x_1(t) = 5t + \cos(\pi t/3)$	3
10	15	30	50	20	$\varphi_1(t) = 2t^2 + \sin(\pi t/4)$	2
11	–	30	40	25	$x_1(t) = (t^2 - 3t)$	2
12	12	20	40	28	$\varphi_1(t) = 3t^2 + 6\sin(\pi t/6)$	3
13	–	25	60	42	$x_1(t) = 2t^2 + \cos(\pi t/2)$	1
14	10	30	45	30	$\varphi_1(t) = 3t^2 + 2\cos(\pi t/2)$	2

Окончание табл. 2.1

Номер варианта задания	R_1,см	R_2, см	R_3, см	r_3, см	$x_1(t)$, см $\varphi_1(t)$, рад	t_1, с
15	–	20	30	20	$x_1(t)=3t^2-\cos(\pi t/3)$	3
16	12	18	40	20	$\varphi_1(t)=2t^3+\cos(\pi t/2)$	1
17	–	20	35	15	$x_1(t)=2\sin(\pi t/2)-\cos(\pi t/2)$	2
18	15	18	40	25	$\varphi_1(t)=5t+\cos(\pi t/2)$	1
19	–	22	50	18	$x_1(t)=t^2+\cos(\pi t/3)$	3
20	10	20	45	10	$\varphi_1(t)=2t^2+\sin(\pi t/4)$	4
21	–	20	40	20	$x_1(t)=t+(3t-4)^2$	2
22	8	18	42	18	$\varphi_1(t)=2t^2+12\cos(\pi t/6)$	3
23	–	45	60	40	$x_1(t)=4t^2+\sin(\pi t/2)$	1
24	5	15	30	20	$\varphi_1(t)=2t^2+4\cos(\pi t/2)$	2
25	–	15	35	25	$x_1(t)=2t^2+\cos(\pi t/3)$	3
26	18	20	35	20	$\varphi_1(t)=2t^3+\sin(\pi t/2)$	1
27	–	15	35	15	$x_1(t)=2\sin(\pi t/2)-\cos(\pi t/2)$	1
28	10	12	40	25	$\varphi_1(t)=2t^2+\cos(\pi t/2)$	1
29	–	35	50	10	$x_1(t)=t^3-\cos(\pi t/2)$	1
30	10	20	40	10	$\varphi_1(t)=2t^2+\cos(\pi t/4)$	4

Пример выполнения задания К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела

По заданному уравнению движения звена 1 механизма (рис. 2.5, *а*) определить скорость, нормальное, касательное и полное ускорения точки *M* на момент времени t_1, а также скорость и ускорение звена 4, если значения радиусов колес механизма и закон движения звена 1: R_2= 20 см, r_2= 5 см, R_3= 8 см, r_3 = 4 см, $x_1 = 2t^2 - 5t$ см, t_1=1 с.

Решение

Отметим на схеме положительные направления отсчета углов поворота дисков 2 и 3, соответствующие заданному положительному направлению движения звена 1.

Направления показаны на рис 2.5, *b* дуговыми стрелками φ_2, φ_3, а положительное направление движения звена 4 – направлением оси x_4.

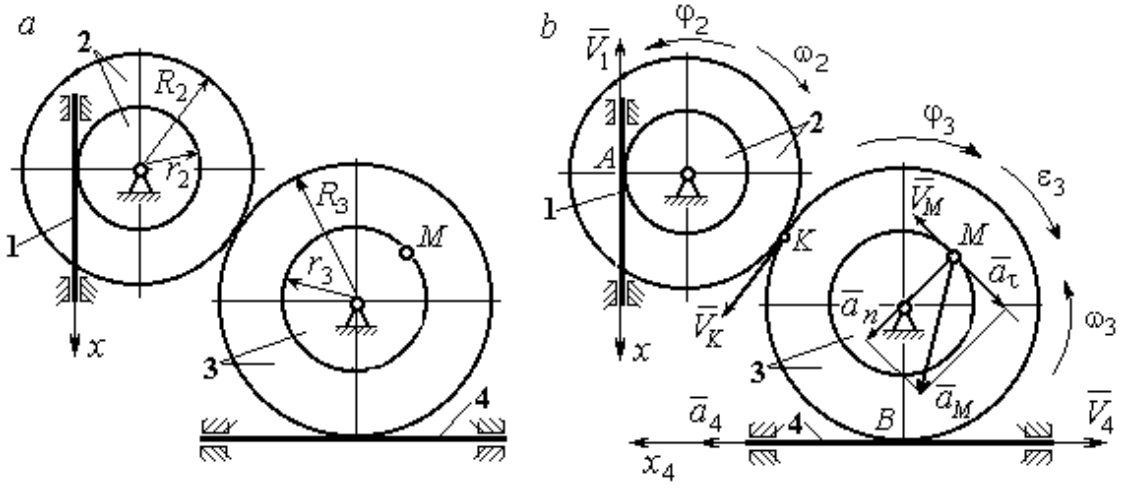


Рис. 2.5. Кинематика вращательного движения твердого тела:
a – схема механизма; *b* – расчетная схема для определения скоростей и ускорений точек механизма

Звено 1 движется поступательно. Движение задано координатным способом в виде закона изменения координаты x. Дифференцируем по времени уравнение движения: $\dot{x} = 4t - 5$ см/с. В момент времени $t_1 = 1$ с значение производной: $\dot{x}(1) = -1$ см/с. Отрицательное значение производной $\dot{x}$ показывает, что в данный момент времени звено 1 движется в отрицательном направлении оси *x*. Скорость звена 1 равна модулю производной: $V_1 = |\dot{x}|$. На рис. 2.5, *b* направление движения звена 1 в момент времени $t_1 = 1$ с показано вектором скорости $\vec{V}_1$, направленным в сторону, противоположную положительному направлению оси *x*. Эту же скорость будет иметь точка *A* – точка контакта звена 1 с диском 2, лежащая на расстоянии r_2 от оси вращения диска. Следовательно, $V_1 = V_A = \omega_2 r_2$, где ω_2 – угловая скорость диска 2. Отсюда угловая скорость диска: $\omega_2 = \dfrac{V_A}{r_2} = \dfrac{|4t-5|}{5} = |\dot{\varphi}_2|$ рад/с. При $t_1 = 1$ с значение производной отрицательно: $\dot{\varphi}_2(1) = -0{,}2$ рад/с. Это означает, что в заданный момент времени вращение диска 2 с угловой скоростью $\omega_2(1) = |\dot{\varphi}_2(1)| = 0{,}2$ рад/с происходит

в отрицательном для диска 2 направлении. На рис. 2.5, *b* направление вращения диска 2 показано дуговой стрелкой ω_2 в сторону, противоположную положительному направлению отсчета угла φ_2. При передаче вращения диска 2 диску 3 величины угловых скоростей дисков обратно пропорциональны радиусам дисков, которым принадлежит точка контакта: $\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{R_3}{R_2}$. Тогда, угловая скорость диска 3 $\omega_3 = \omega_2 \frac{R_2}{R_3} = |2t - 2{,}5| = |\dot{\varphi}_3|$ рад/с.

В момент времени $t_1 = 1$с значение производной $\dot{\varphi}_3$ отрицательно: $\dot{\varphi}_3(1) = -0{,}5$ рад/с, и, следовательно, вращение диска 3 в данный момент времени с угловой скоростью $\omega_3(1) = |\dot{\varphi}_3(1)| = 0{,}5$ рад/с происходит в сторону, противоположную положительному направлению отсчета угла φ_3, как показано на рис. 2.5, *b*. Величина (модуль) скорости точки *M* рассчитывается по формуле: $V_M = \omega_3 r_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с модуль скорости $V_M(1) = 2$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_M$ расположен по касательной к траектории движения точки *M* (окружности) и направлен в сторону вращения диска 3 (см. рис. 2.5, *b*).

Звено 4 движется поступательно. Скорость звена 4 равна скорости точки касания его с диском 3: $V_4 = V_B = \omega_3 R_3 = |2t - 2{,}5| \cdot 8 = |\dot{x}_4|$. В момент времени $t_1 = 1$ с значение производной от координаты движения звена 4 отрицательно: $\dot{x}_4(1) = -4$ см/с. В результате, вектор скорости $\vec{V}_4(1)$, равный по модулю $V_4(1) = 4$ см/с, направлен вдоль оси x_4 в сторону, противоположную ее положительному направлению (см. рис. 2.5, *b*).

Угловое ускорение диска 3: $\varepsilon_3(t) = |\dot{\omega}_3| = |\ddot{\varphi}_3| = 2$ рад/с^2. Из того, что угловая скорость ω_3 и угловое ускорение $\dot{\omega}_3$ диска 3 имеют разные знаки, следует, что вращение диска 3 замедленное. Угловое ускорение диска направлено в сторону положительного направления отсчета угла поворота φ_3, диска 3 (см. рис. 2.5, *b*).

Касательное ускорение a_τ точки M рассчитывается по формуле $a_\tau = \varepsilon_3 r_3$ и в момент времени $t_1 = 1$ с: $a_\tau = 8$ см/с^2. Так как вращение диска 3 замедленное, вектор касательного ускорения точки M $\vec{a}_\tau(t)$ направлен в сторону, противоположную вектору скорости $\vec{V}_M(1)$ (см. рис. 2.5, *b*). Нормальное ускорение a_n точки M рассчитывается как $a_n = \omega_3^2 r_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с величина нормального ускорения: $a_n(1) = 1$ см/с^2. Вектор нормального ускорения $\vec{a}_n(1)$ направлен по радиусу к центру диска 3 (см. рис. 2.5, *b*). Полное ускорение точки M в заданный момент времени: $a_M(1) = \sqrt{a_\tau^2(1) + a_n^2(1)} = 8{,}06$ см/с^2. Вектор полного ускорения $\vec{a}_M$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$.

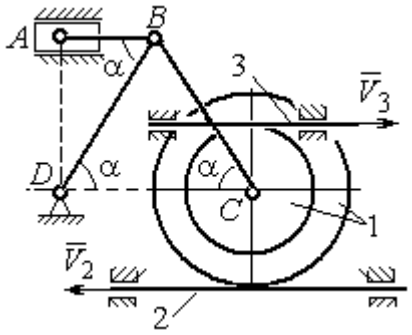
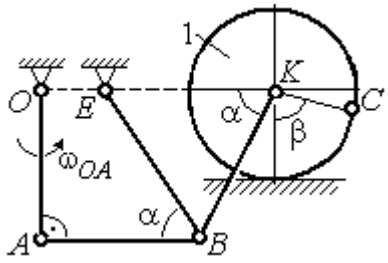
Ускорение a_4 звена 4 находится из условия, что звено 4 движется поступательно и прямолинейно. При прямолинейном движении нормальная составляющая ускорения равна нулю. Тогда $a_4 = a_{4\tau} = \dot{V}_4 = = \dot{V}_B = |\dot{\omega}_3| R_3 = \varepsilon_3 R_3$.

Так как угловое ускорение диска 3 является постоянной величиной, ускорение a_4 не зависит от времени: $a_4 = 16$ см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}_4$ направлен вдоль оси x_4 в сторону положительных значений.

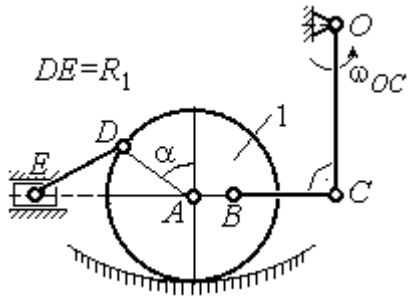
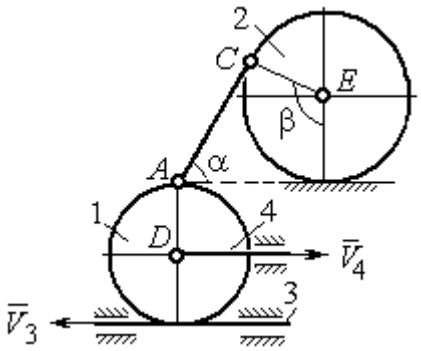
2.5. Задание К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Для заданного положения плоского механизма определить скорости точек и угловые скорости звеньев механизма.

Варианты заданий показаны на рис. 2.6 – 2.8. Исходные данные вариантов заданий выбираются из таблиц, приведённых на рисунках схем механизмов.

Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
 Найти: $V_A, V_B, V_C, \omega_{AB}, \omega_{BC}, \omega_1, \omega_{BD}$	 Найти: V_A, V_B, V_K, $\omega_1, \omega_{AB}, \omega_{OA}$, ω_{BE}, ω_{BK}

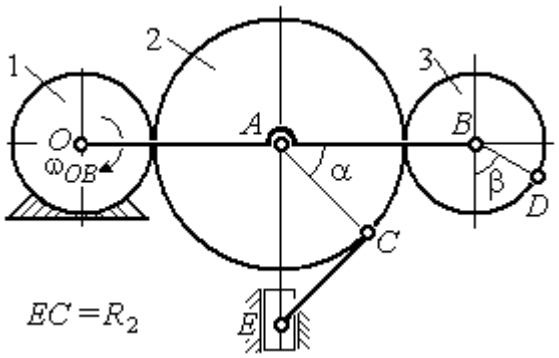
Номер варианта задания	R_1, см	r_1, см	AD, см	α, град	V_2, см/с	V_3, см/с	Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	OE, см	α, град	β, град	V_C, см/с
1	10	5	20	30	8	10	**2**	3	5	4	30	60	10
11	12	8	25	45	10	4	**12**	4	8	6	45	90	8
21	10	6	15	60	5	5	**22**	5	12	2	60	120	12

Варианты № 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
 Найти: V_A, V_B, V_C, V_D, V_E, $\omega_{BC}, \omega_1, \omega_{DE}$	 Найти: V_A, V_C, V_E, $\omega_1, \omega_2, \omega_{AC}$

Номер варианта задания	R_1, см	OC, см	AB, см	BC, см	α, град	ω_{OC}, рад/с	Номер варианта задания	R_1, см	R_2, см	α, град	β, град	V_3, см/с	V_4, см/с
3	12	18	10	35	60	4	**4**	10	15	30	60	8	4
13	10	15	10	25	90	8	**14**	6	10	45	90	4	6
23	15	20	5	20	120	6	**24**	10	12	60	120	3	3

Рис. 2.6. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

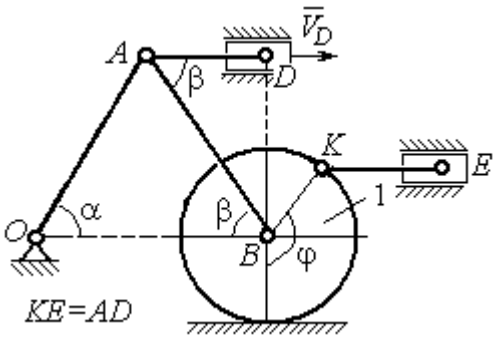
Варианты № 5, 15, 25



Найти: V_A, V_B, V_C, V_D, V_E, ω_2, ω_3, ω_{EC}

Номер варианта задания	R_1, см	R_2, см	R_3, см	α, град	β, град	ω_{OB}, рад/с
5	10	20	12	60	0	6
15	6	18	10	90	90	8
25	20	25	15	120	180	4

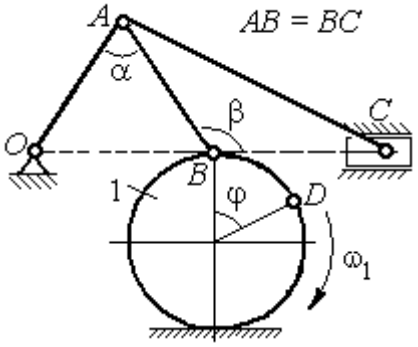
Варианты № 6, 16, 26



Найти: $V_A, V_B, V_K, V_E,$ ω_1, ω_{OA}, ω_{AB}, ω_{AD}, ω_{KE}

Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	α, град	β, град	φ, град	V_D, см/с
6	10	20	30	60	60	12
16	12	26	30	30	90	8
26	15	30	60	60	120	15

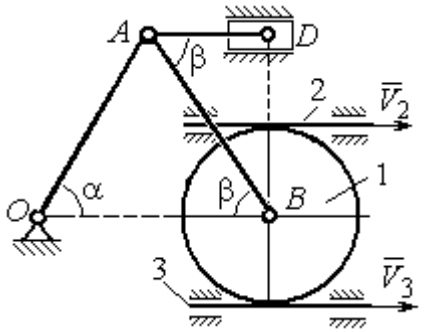
Варианты № 7, 17, 27



Найти: $V_A, V_B, V_C, \omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AC}$

Номер варианта задания	R_1, см	AB, см	α, град	β, град	φ, град	V_D, см/с
7	10	20	30	60	60	12
17	12	25	60	120	90	16
27	8	16	30	60	120	10

Варианты № 8, 18, 29

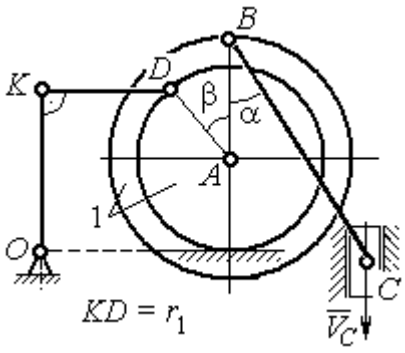
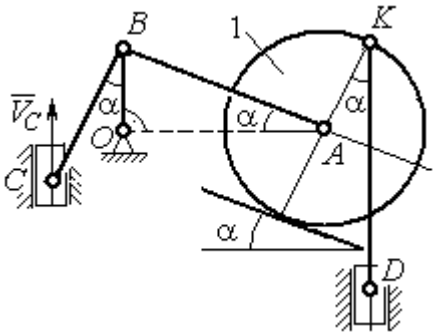


Найти: V_A, V_B, V_D, $\omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AD}$

Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	α, град	β, град	V_2, см/с	V_3, см/с
8	10	20	30	60	12	4
18	12	26	30	30	8	2
28	15	30	60	60	6	3

Рис. 2.7. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 5 – 8, 15 – 18, 25 – 28

Окончание вариантов задания К2

Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
 Найти: $\omega_{OK}, \omega_{KD}, \omega_{BC}, \omega_1,$ V_A, V_B, V_K, V_D	 Найти: $V_A, V_B, V_D, V_K,$ $\omega_{CB}, \omega_1, \omega_{OB}, \omega_{AB}, \omega_{KD}$

Номер варианта задания	R_1, см	r_1, см	α, град	β, град	BC, см	V_C, см/с	Номер варианта задания	R_1, см	CB, см	OB, см	KD, см	α, град	V_C, см/с
9	20	12	45	60	60	8	**10**	10	20	30	60	30	4
19	24	16	60	90	50	4	**20**	12	26	30	50	45	2
29	16	10	30	120	40	6	**30**	15	30	60	60	60	3

Рис. 2.8. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

Пример выполнения задания К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Задача 1. Плоский механизм (рис. 2.9) состоит из стержня OC и подвижных дисков 2 и 3 радиусами r_2, r_3, шарнирно закрепленными на стержне, соответственно, в точках A и C. Стержень OC вращается вокруг неподвижного центра O с угловой скоростью ω_{OC}. Диск 2, увлекаемый стержнем OC, катится без проскальзывания по неподвижной поверхности диска 1 радиусом r_1. Диск 3, также увлекаемый стержнем OC, катится без проскальзыва-

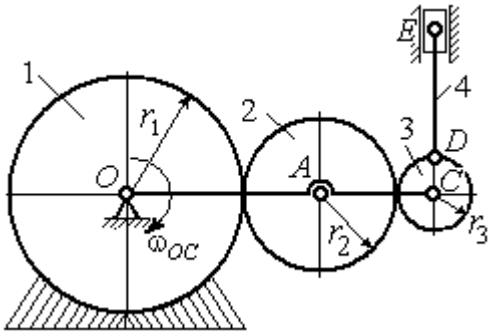


Рис. 2.9. Схема плоского механизма

ния по подвижному диску 2. В точке *D*, расположенной на краю диска 3, шарнирно прикреплен стержень 4, к которому в точке *E* шарнирно прикреплен поршень *E*, способный совершать только вертикальное перемещение. Для заданного положения механизма (см. рис. 2.9), когда стержень *OC* горизонтален, стержень *DE* направлен по линии вертикального диаметра диска 3, найти скорости точек *A*, *C*, *D*, *E*, угловые скорости дисков 2, 3 и стержня 4, если: r_1 = 6 см, r_2 = 4 см, r_3 = 2 см, *DE* = 10 см, ω_{OC} = 1 рад/с.

Решение

Определим скорость точки *A*, общей для стержня *OC* и диска 2: $V_A = \omega_{OC}(r_1 + r_2)$ = 10 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ перпендикулярен стержню *OC* и направлен в сторону его вращения (рис. 2.10).

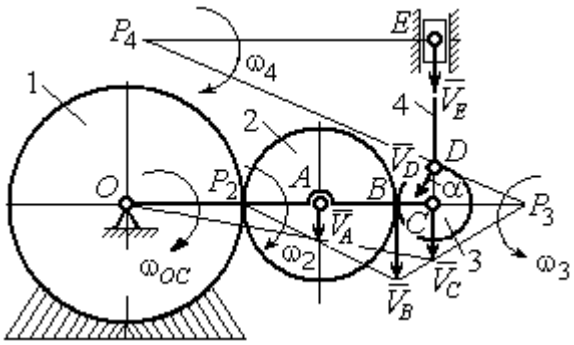


Рис. 2.10. Расчетная схема для определения скоростей точек механизма и угловых скоростей его звеньев

Диск 2 катится по неподвижной поверхности диска 1. Точка касания диска 2 с неподвижным диском 1 является мгновенным центром скоростей диска 2. На рис. 2.10 центр скоростей диска 2 обозначен точкой P_2. В этом случае скорость точки *A* может быть определена через угловую скорость диска ω_2 следующим образом: $V_A = \omega_2 \cdot AP_2 = 4\omega_2$. Так как V_A = 10 см/с, получим ω_2 = 2,5 рад/с.

Для того чтобы найти угловую скорость диска 3, необходимо определить положение его мгновенного центра скоростей. С этой целью вычислим скорости точек *B* и *C*. Скорость точки *B* может быть найдена через угловую скорость диска 2: $V_B = \omega_2 \cdot BP_2$ = 20 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен отрезку BP_2 и направлен в сторону мгновенного вращения диска 2 вокруг своего центра скоростей P_2.

Скорость точки C определяется через угловую скорость стержня OC: $V_C = \omega_{OC}(r_1 + 2r_2 + r_3)$ = 16 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярен стержню OC и направлен в сторону его вращения (см. рис. 2.10).

Построение мгновенного центра скоростей P_3 диска 3 по известным скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ показано на рис. 2.10. Его положение определяется из условия, что отношение скоростей двух точек тела, совершающего плоскопараллельное движение, равно отношению расстояний от этих точек до мгновенного центра скоростей: $\frac{V_B}{V_C} = \frac{r_3 + CP_3}{CP_3}$. Разрешая пропорцию относительно неизвестной величины CP_3, получим: CP_3= 8 см. Скорость точки C выражается через угловую скорость диска 3 $V_C = \omega_3 \cdot CP_3$. Отсюда величина угловой скорости диска 3: $\omega_3 = \frac{V_C}{CP_3}$= 2 рад/с. Направление мгновенного вращения диска 3 вокруг своего центра скоростей определяется известными направлениями скоростей точек C и B, принадлежащих диску 3 (см. рис. 2.10). Скорость точки D $V_D = \omega_3 \cdot DP_3$ = $=2 \cdot \sqrt{2^2 + 8^2}$ = 16,5 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_D$ перпендикулярен отрезку DP_3 и направлен в сторону мгновенного вращения диска 3 вокруг центра P_3.

Для определения скорости поршня E воспользуемся теоремой о проекциях скоростей точек плоской фигуры, согласно которой проекции скоростей двух точек плоской фигуры на ось, проходящую через эти точки, равны между собой. Проведем ось через точки D и E. По построению, угол α между вектором $\vec{V}_D$ и осью DE равен углу $\angle DP_3C$ (см. рис. 2.10). Тогда, $\cos\alpha = \frac{CP_3}{DP_3} = \frac{8}{\sqrt{2^2 + 8^2}} = 0{,}97$, откуда $\alpha = 14^\circ$. На основании теоремы о проекциях скоростей точек плоской фигуры имеем равенство: $V_D \cos\alpha = V_E \cos 0$, откуда скорость точки E: V_E=16 см/с.

Мгновенный центр скоростей стержня 4 – точка P_4 – определяется как точка пересечения перпендикуляров к векторам скоростей $\vec{V}_D$ и $\vec{V}_E$, восстановленных, соответственно, из точек D и E (см. рис. 2.10). Угловая скорость стержня 4, совершающего мгновенный поворот вокруг своего центра скоростей, равна: $\omega_4 = \dfrac{V_E}{EP_4}$, где EP_4 – расстояние от точки E до мгновенного центра скоростей звена 4, $EP_4 = DE \cdot \mathrm{ctg}\alpha$ = 40 см. В результате, $\omega_4 = 0{,}4$ рад/с. Направление мгновенного вращения звена 4 вокруг своего центра скоростей определяется направлением скорости точки D.

Задача 2. В плоском стержневом механизме (рис. 2.11) кривошипы OA и ED вращаются вокруг неподвижных центров O и E. В крайней точке D кривошипа ED к нему прикреплён шатун DB, второй конец которого в точке B прикреплён к кривошипу OA. Шатун AC прикреплён в точке A к кривошипу AO, а другим своим концом – к ползуну C, способному совершать только вертикальное движение. Все соединения шарнирные. В заданном положении механизма кривошип OA вертикален, шатун DB расположен горизонтально, кривошип ED наклонен под углом 60° к горизонтали, а шатун AC отклонён на угол 30° от вертикального положения кривошипа AO. Найти скорости всех отмеченных на схеме точек и угловые скорости всех звеньев, если линейные размеры звеньев механизма AC = 6 см, AB = 2 см, BO = 8 см, DB = 10 см и скорость ползуна в данный момент V_C = 4 см/с.

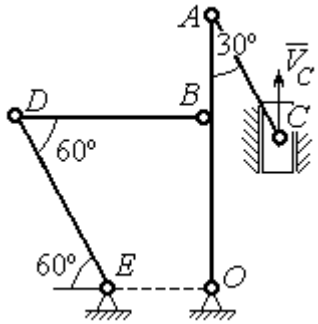


Рис. 2.11. Стержневой механизм

Решение

Кривошипы OA и ED совершают вращательные движения вокруг неподвижных центров. Скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ точек A и B перпендикулярны кривоши-

пу OA, а скорость $\vec{V}_D$ точки D перпендикулярна кривошипу ED. Направления векторов скоростей точек показаны на рис. 2.12.

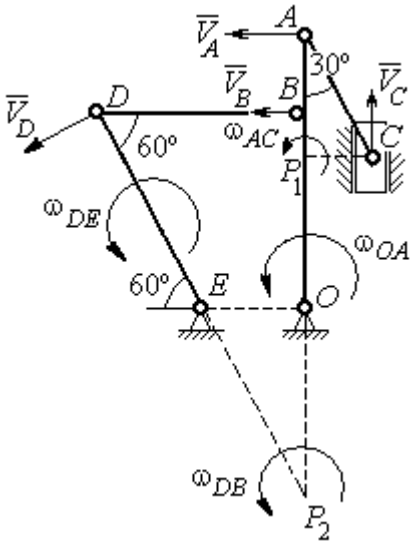


Рис. 2.12. Расчётная схема определения скоростей точек механизма и угловых скоростей его звеньев

Шатун AC совершает плоскопараллельное движение. Его мгновенный центр скоростей P_1 находится как точка пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$. Угловая скорость звена AC равна $\omega_{AC} = \dfrac{V_C}{P_1C} = \dfrac{V_C}{AC \cdot \sin 30^\circ} = \dfrac{4}{3}$ рад/с. Далее, полагая, что точка A принадлежит шатуну AC, найдем её скорость:

$$V_A = \omega_{AC} \cdot P_1A = \frac{4}{3} AC \cdot \cos 30^\circ = 4\sqrt{3} \text{ см/с.}$$

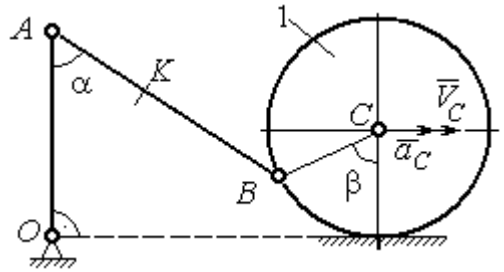
Теперь, исходя из того, что точка A принадлежит как шатуну AC, так и кривошипу OA, найдём его угловую скорость: $\omega_{AO} = \dfrac{V_A}{AO} = 0{,}4\sqrt{3}$ рад/с. Скорость точки B кривошипа $V_B = \omega_{AO} \cdot OB = 3{,}2\sqrt{3}$ см/с.

Шатун DB совершает плоскопараллельное движение. Зная направления скоростей точек B и D, построим мгновенный центр скоростей P_2 звена DB как точку пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_D$ (см. рис. 2.12). Тогда, угловая скорость шатуна DB $\omega_{DB} = \dfrac{V_B}{P_2B} = \dfrac{3{,}2\sqrt{3}}{DB \cdot \operatorname{tg} 60^\circ} = 0{,}32$ рад/с. Скорость точки D $V_D = \omega_{DB} \cdot P_2D = 0{,}32 \dfrac{DB}{\sin 30^\circ} = 6{,}4$ см/с. Угловая скорость кривошипа DE $\omega_{DE} = \dfrac{V_D}{DE} = \dfrac{6{,}4}{(OB / \sin 60^\circ)} = 0{,}69$ рад/с.

2.6. Задание К3. Определение ускорений точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Для заданного положения плоского механизма определить ускорения точек звеньев механизма и угловые ускорения звеньев. Варианты заданий и исходные данные приведены на рис. 2.13 – 2.15.

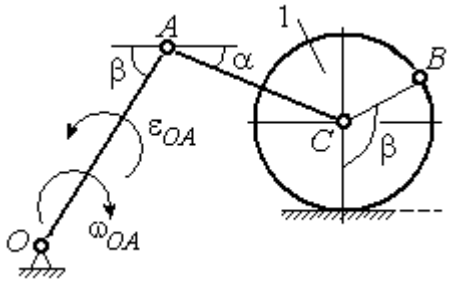
Варианты № 1, 11, 21



Найти: $a_A, a_K, \varepsilon_{AB}$

Номер варианта задания	AB, см	AK, см	α, град	β, град	R_1, см	V_C, см/с	a_C, см/с^2
1	16	10	60	120	10	12	6
11	20	16	30	60	8	10	8
21	18	10	60	180	6	8	4

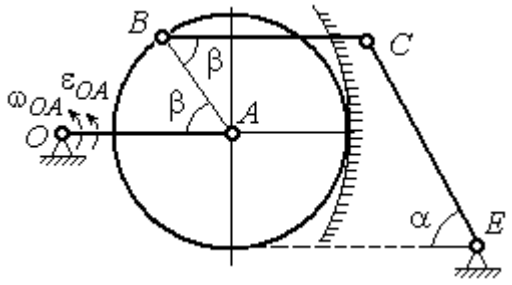
Варианты № 2, 12, 22



Найти: $a_C, a_B, \varepsilon_{AC}$

Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	AC, см	α, град	β, град	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2
2	5	10	12	30	60	2	4
12	8	24	20	30	120	1	2
22	6	12	15	60	90	2	3

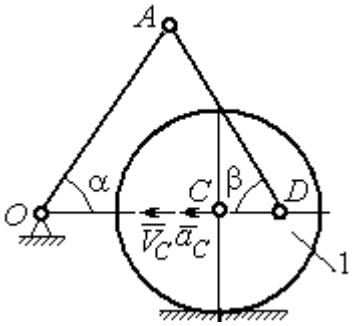
Варианты № 3, 13, 23



Найти: a_C, a_B, ε_{BC}

Номер варианта задания	BC, см	AO, см	α, град	β, град	R_1, см	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2
3	16	15	60	90	10	2	3
13	18	12	90	60	8	3	2
23	14	12	30	120	10	2	4

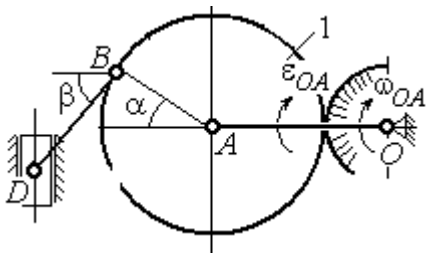
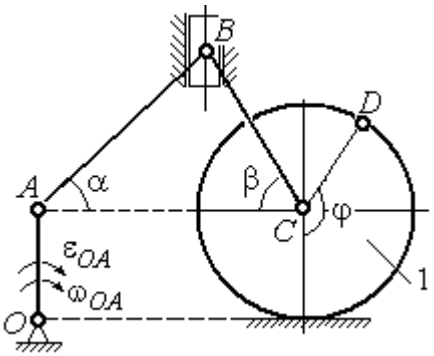
Варианты № 4, 14, 24



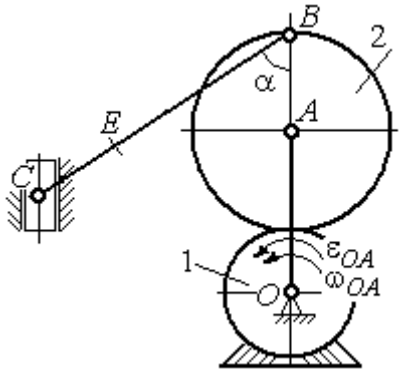
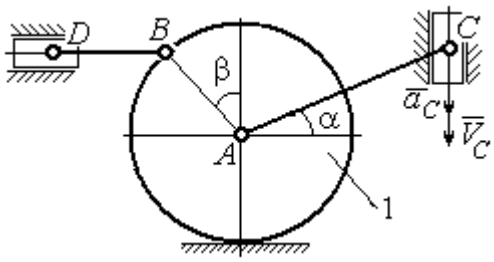
Найти: $a_A, a_D, \varepsilon_{DA}$

Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	DC, см	α, град	β, град	V_C, см/с	a_C, см/с^2
4	10	28	5,78	60	30	10	2
14	8	24	4,62	30	90	8	3
24	6	20	6	45	45	12	2

Рис. 2.13. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
 Найти: $a_D, a_B, \varepsilon_{BD}$	 Найти: $a_B, a_D, \varepsilon_{BC}$

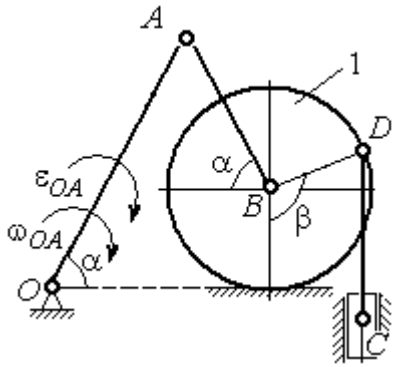
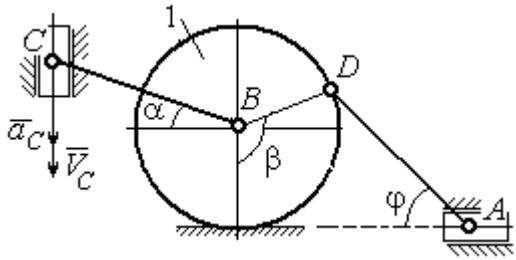
Номер варианта задания	*OA*, см	*BD*, см	α, град	β, град	R_1, см	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2	Номер варианта задания	R_1, см	*AB*, см	φ, град	α, град	β, град	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2
5	16	10	60	30	10	4	3	**6**	6	18	60	30	30	2	3
15	18	8	90	45	12	2	4	**16**	8	20	90	60	30	2	4
25	14	12	30	60	8	3	2	**26**	5	16	120	30	60	3	4

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
 Найти: $a_E, a_C, \varepsilon_{BC}$	 Найти: $a_D, a_B, \varepsilon_{BD}$

Номер варианта задания	*BC*, см	*BE*, см	α, град	R_1, см	R_2, см	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2	Номер варианта задания	R_1, см	*BD*, см	*AC*, см	α, град	β, град	V_C, см/с	a_C, см/с^2
7	22	10	60	2	10	2	3	**8**	4	5	12	60	60	12	5
17	28	15	30	3	6	3	4	**18**	6	10	16	45	90	10	8
27	20	8	45	4	8	2	2	**28**	8	8	16	30	120	8	6

Рис. 2.14. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 5 – 8, 15 – 18, 25 – 28

Окончание вариантов задания К3

Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
 Найти: $a_C, a_B, \varepsilon_{AB}$	 Найти: $a_A, a_B, \varepsilon_{CB}$

Номер варианта задания	OA, см	DC, см	α, град	β, град	R_1, см	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2	Номер варианта задания	R_1, см	BC, см	φ, град	α, град	β, град	V_C, см/с	a_C, см/с^2
9	18	10	30	120	4	2	3	**10**	6	14	60	30	120	15	3
19	20	12	60	60	6	3	4	**20**	5	18	45	60	90	10	5
29	18	8	60	90	4	2	3	**30**	4	16	30	45	60	12	4

Рис. 2.15. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

Примеры решения задания К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении

Задача 1. Ступенчатый барабан 1 с радиусами ступенек R = 0,5 м и r = 0,3 м катится окружностью малой ступеньки по горизонтальной поверхности без скольжения (рис. 2.16). Барабан приводится в движение шатуном AC, один конец которого соединён с центром барабана в точке A, а другой – с ползуном C, перемещающимся вертикально. В положении механизма, когда шатун AC отклонён от вертикали на угол 60°, найти ускорение точки B барабана, лежащей на его горизонтальном диаметре, если заданы скорость и ускорение ползуна C: V_C = 9м/с, a_C = 4 м/с^2.

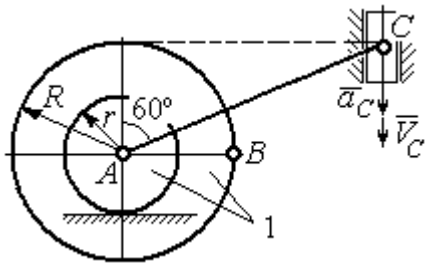


Рис. 2.16. Схема движения плоского механизма

Решение

Найдём угловые скорости ω_{AC}, ω_1 шатуна AC и барабана 1. Шатун совершает плоское движение. Его мгновенный центр скоростей P_2 находится на пересечении перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$ (рис. 2.17). По условию, скорость точки C направлена вертикально вниз. Точка A принадлежит как шатуну AC, так и барабану 1. При качении барабана по горизонтальной поверхности скорость его центра – точки A параллельна поверхности качения барабана.

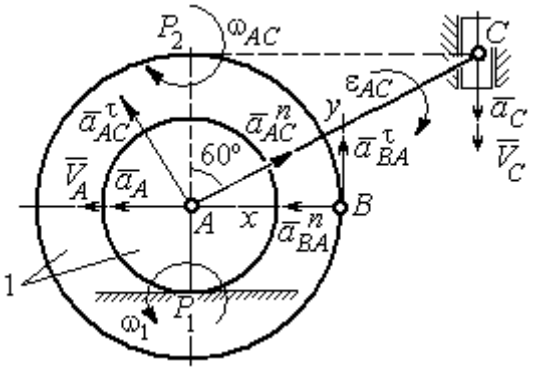


Рис. 2.17. Расчётная схема определения скоростей и ускорений точек механизма

Угловая скорость шатуна $\omega_{AC} = \dfrac{V_C}{CP_2} = \dfrac{9}{R\text{tg}60^\circ} = 6\sqrt{3}$ рад/с. Скорость точки A шатуна $V_A = \omega_{AC} \cdot AP_2 = 3\sqrt{3}$ м/с. Угловая скорость барабана 1 $\omega_1 = \dfrac{V_A}{AP_1} = 10\sqrt{3}$ рад/с.

При расчёте угловой скорости барабана учтено, что качение барабана по неподвижной поверхности представляет собой плоское движение, при котором мгновенный центр скоростей находится в точке касания с поверхностью (в точке P_1 на рис. 2.17).

Выразим ускорение $\vec{a}_A$ точки A через полюс C на основании векторного равенства: $\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}^{\,\tau}_{AC} + \vec{a}^{\,n}_{AC}$, где $\vec{a}_C$ – ускорение точки C, выбранной в качестве полюса; $\vec{a}^{\,\tau}_{AC}$, $\vec{a}^{\,n}_{AC}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки A при вращении шатуна AC вокруг полюса C. Вектор нормального ускорения $\vec{a}^{\,n}_{AC}$ направлен вдоль шатуна AC от точки A к полюсу C и равен по величине $a^n_{AC} = \omega^2_{AC} \cdot AC = (6\sqrt{3})^2 \cdot 2R = 108$ м/с^2. Вектор касательного ускорения

$\vec{a}_{AC}^{\,\tau}$, модуль которого вычисляется по формуле $a_{AC}^{\tau} = \varepsilon_{AC} \cdot AC$, направлен перпендикулярно отрезку AC.

На данном этапе величина вектора касательного ускорения не может быть вычислена, поскольку угловое ускорение шатуна AC ε_{AC} неизвестно. На рис. 2.17 направление вектора касательного ускорения $\vec{a}_{AC}^{\,\tau}$ выбрано из предположения, что вращение шатуна ускоренное и направление углового ускорения совпадает с направлением его угловой скорости.

Направление вектора $\vec{a}_A$ ускорения точки A определяется из того, что центр барабана движется по прямой, параллельной горизонтальной поверхности качения. На рис. 2.17 направление вектора ускорения $\vec{a}_A$ выбрано из предположения, что качение барабана ускоренное.

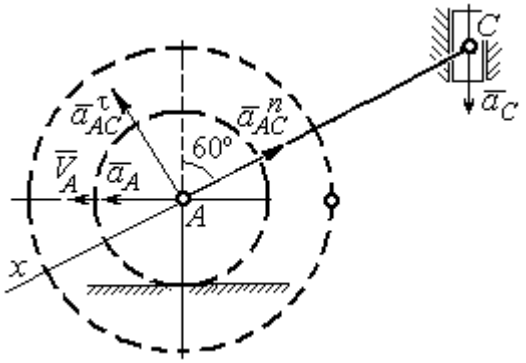


Рис. 2.18. Схема для определения ускорения центра барабана

Выберем ось x вдоль линии AC (рис. 2.18) и спроектируем векторное равенство $\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}_{AC}^{\,\tau} + \vec{a}_{AC}^{\,n}$ на эту ось. При таком выборе оси проекция неизвестного ускорения $\vec{a}_{AC}^{\,\tau}$ обращается в нуль. Получим $a_A \cos 30^\circ = a_C \cos 60^\circ - a_{AC}^{n}$. Отсюда найдём ускорение центра барабана $a_A = \dfrac{1}{\cos 30^\circ}\left(a_C \cos 60^\circ - a_{AC}^{n}\right) = -\,122{,}4$ м/с^2. Отрицательное значение ускорения точки A означает, что на рис. 2.17, 2.18 вектор ускорения $\vec{a}_A$ должен иметь противоположное направление. Таким образом, вектор ускорения $\vec{a}_A$ направлен в сторону, противоположную вектору скорости $\vec{V}_A$, и движение барабана замедленное.

Для того чтобы найти ускорение точки B, выразим его через полюс A на основании векторного равенства $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^{\,\tau} + \vec{a}_{BA}^{\,n}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение

точки A, выбранной в качестве полюса; $\vec{a}_{BA}^{\,\tau}$, $\vec{a}_{BA}^{\,n}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки B при вращении барабана вокруг полюса A.

Модуль вектора нормального ускорения $\vec{a}_{BA}^{\,n}$ равен по величине $a_{BA}^{n} = \omega_1^2 \cdot BA = (10\sqrt{3})^2 \cdot R = 150$ м/с^2. Вектор направлен вдоль радиуса барабана от точки B к полюсу A (см. рис. 2.17).

Модуль вектора касательного ускорения $\vec{a}_{BA}^{\,\tau}$ вычисляется по формуле $a_{BA}^{\tau} = \varepsilon_1 \cdot BA$, где ε_1 – угловое ускорение барабана. Значение углового ускорения катящегося барабана (в отличие от углового ускорения ε_{AC} шатуна AC) может быть найдено. Расчёт основан на том, что при движении барабана расстояние AP_1 от точки A до центра скоростей барабана P_1 остаётся постоянным, равным r. Тогда выражение $V_A = \omega_1 \cdot AP_1 = \omega_1 \cdot r$ для расчёта скорости точки A можно продифференцировать. Получим $\dfrac{dV_A}{dt} = \dfrac{d\omega_1}{dt} \cdot r$. Так как точка A движется по прямой, производная от скорости точки равна её полному ускорению, а производная от угловой скорости барабана равна его угловому ускорению. Тогда имеем: $a_A = \varepsilon_1 \cdot r$, откуда находим угловое ускорение $\varepsilon_1 = \dfrac{a_A}{r} = 40{,}8$ рад/с^2, а затем и модуль вектора касательного ускорения $a_{BA}^{\tau} = \varepsilon_1 \cdot BA = 20{,}4$ м/с^2.

Заметим, что для вычисления углового ускорения ε_{AC} шатуна AC подобные рассуждения неприменимы. Формулу $V_A = \omega_{AC} \cdot AP_2$ невозможно продифференцировать, так как при движении механизма расстояние AP_2 от точки A до центра скоростей P_2 шатуна AC является неизвестной функцией времени.

Выберем систему координат xBy как показано на рис. 2.17, и спроецируем на эти оси векторное равенство $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^{\,\tau} + \vec{a}_{BA}^{\,n}$. Полагая, что движение барабана ускоренное (т. е. вектора ускорений $\vec{a}_A$ и $\vec{a}_{BA}^{\,\tau}$ направлены, как показано на рис. 2.17), получим значения составляющих ускорения точки B:

$a_{Bx} = a_A + a_{BA}^n$, $a_{By} = a_{BA}^\tau$. Подставляя значения ускорений, найдём $a_{By} = 20{,}4$ м/с^2, $a_{Bx} = -122{,}4 + 150 = 27{,}6$ м/с^2. Вектор полного ускорения точки B направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_{Bx}$, $\vec{a}_{By}$. Величина ускорения точки B: $a_B = \sqrt{a_{Bx}^2 + a_{By}^2} = 34{,}32$ м/с^2.

Задача 2. В плоском механизме (рис. 2.19) кривошип OA вращается вокруг оси O с угловой скоростью ω_{OA} и угловым ускорением ε_{OA}. Диск 2, шарнирно присоединённый к кривошипу в точке A, катится без проскальзывания по неподвижному диску 1. Радиусы дисков R_1 и R_2. На краю диска 2 в точке B шарнирно прикреплен стержень BC, соединенный с центром C диска 3. Радиус диска 3 равен радиусу диска 2: $R_3 = R_2$. Диск 3 катится без скольжения по горизонтальной поверхности, по прямой. Для положения механизма, изображенного на рис. 2.19, определить ускорение точки D и угловое ускорение стержня BC, если $\omega_{OA} = 4$ рад/с, $\varepsilon_{OA} = 2$ рад/с^2, $R_1 = 4$ см, $R_2 = 8$ см. Длина стержня $BC = 20$ см.

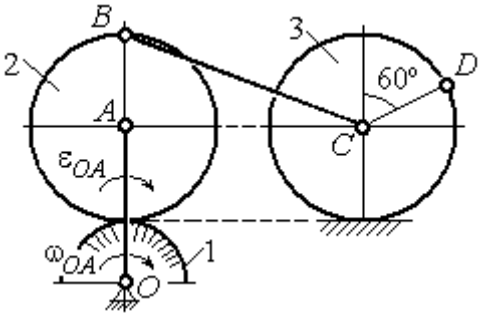


Рис. 2.19. Схема движения плоского механизма

Решение

Определение угловых скоростей звеньев механизма.

Рассмотрим вращательное движение кривошипа OA. Скорость точки A: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 48$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу OA в сторону движения кривошипа (рис. 2.20).

При движении диска 2 точка P_2 соприкосновения второго диска с неподвижным первым является мгновенным центром скоростей диска 2. Угловая скорость диска 2: $\omega_2 = \dfrac{V_A}{AP_2} = \dfrac{48}{8} = 6$ рад/с.

Скорость точки B диска 2: $V_B = \omega_2 BP_2 = 6 \cdot 16 = 96$ см/с.

Для определения угловой скорости стержня BC заметим, что скорости двух точек стержня $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ параллельны, но точки B и C не лежат на общем перпендикуляре к скоростям. В этом случае мгновенный центр скоростей стержня BC отсутствует (бесконечно удалён), угловая скорость стержня равна нулю: $\omega_{BC} = 0$, а стержень совершает мгновенное поступательное движение. В результате имеем: $V_C = V_B = 96$ см/с.

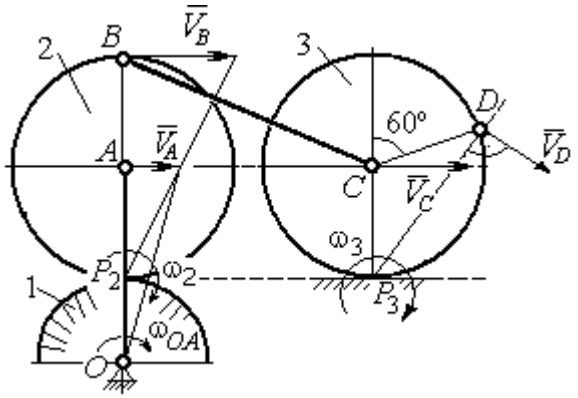


Рис. 2.20. Расчетная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

При качении диска 3 по неподвижной поверхности без проскальзывания точка P_3 касания его с поверхностью является мгновенным центром скоростей. Тогда угловая скорость диска 3: $\omega_3 = \dfrac{V_C}{CP_3} = 12$ рад/с. Скорость точки D диска 3: $V_D = \omega_3 \cdot DP_3$. Величину DP_3 находим из треугольника P_3DC. В результате $DP_3 = 2R_3\cos 30^\circ = 13{,}8$ см и $V_D = 165{,}6$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_D$ направлен в сторону движения диска 3 перпендикулярно линии DP_3 и (см. рис. 2.20).

Определение ускорений точек механизма.

Представим ускорение $\vec{a}_C$ точки C векторной суммой $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}^{\,n}_{CB} + \vec{a}^{\,\tau}_{CB}$, где $\vec{a}_B$ – ускорение точки B, выбранной в качестве полюса; $\vec{a}^{\,n}_{CB}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{CB}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки C при вращении стержня BC вокруг полюса B, $a^n_{CB} = \omega^2_{CB} \cdot CB$, $a^{\tau}_{CB} = \varepsilon_{CB} \cdot CB$.

Нормальная составляющая ускорения точки C $a^n_{CB} = 0$, так как стержень CB совершает мгновенное поступательное движение и $\omega_{BC} = 0$.

Направление касательной составляющей $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ неизвестно, так как неизвестно направление углового ускорения стержня ε_{CB}. Для определённости выберем направление углового ускорения стержня BC в сторону против хода часовой стрелки. На рис. 2.21 это направление показано дуговой стрелкой ε_{CB}.

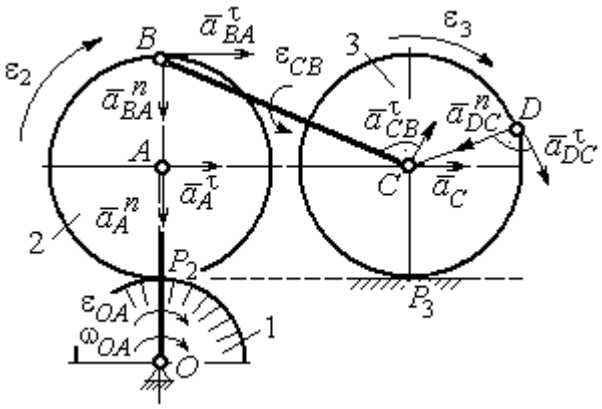


Рис. 2.21. Расчетная схема для определения ускорений точек механизма и угловых ускорений его звеньев

В соответствии с выбранным направлением углового ускорения вектор $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ строится перпендикулярно линии стержня BC в сторону углового ускорения ε_{CB} (см. рис. 2.21).

Выразим ускорение точки B через полюс A: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{n}_{BA} + \vec{a}^{\tau}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A; $\vec{a}^{n}_{BA}$, $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки B при вращении диска 2 вокруг полюса A. Величина нормальной составляющей ускорения точки B $a^{n}_{BA} = \omega_2^2 \cdot BA = 288$ см/с^2. Вектор $\vec{a}^{n}_{BA}$ направлен вдоль радиуса BA от точки B к полюсу A (см. рис. 2.21). Касательное ускорение точки B при вращении диска 2 вокруг полюса A вычисляется по формуле $a^{\tau}_{BA} = \varepsilon_2 \cdot BA$. Для определения углового ускорения ε_2 диска 2 заметим, что во время движения диска 2 расстояние AP_2 остается постоянным, равным R_2. Дифференцируя равенство $V_A = \omega_2 \cdot AP_2 = \omega_2 R_2$, получим: $\frac{dV_A}{dt} = \frac{d\omega_2}{dt} R_2$, или $a^{\tau}_A = \varepsilon_2 R_2$, откуда $\varepsilon_2 = \frac{a^{\tau}_A}{R_2}$.

Для того чтобы найти величину a^{τ}_A, рассмотрим вращательное движение кривошипа OA вокруг неподвижной оси O. Ускорение точки A представляется в виде векторного равенства $\vec{a}_A = \vec{a}^{n}_A + \vec{a}^{\tau}_A$, где $\vec{a}^{n}_A$ и $\vec{a}^{\tau}_A$ – известные

нормальная и касательная составляющие ускорения точки A кривошипа OA: $a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 192$ см/с^2, $a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 24$ см/с^2. Направления векторов нормального ускорения $\vec{a}_A^n$ и касательного ускорения $\vec{a}_A^\tau$ показаны на рис. 2.21.

Теперь найдём величину углового ускорения диска 2 и модуль касательного ускорения a_{BA}^τ точки B при вращении диска 2 вокруг полюса A: $\varepsilon_2 = \dfrac{a_A^\tau}{R_2} =$ $= 3$ рад/с^2, $a_{BA}^\tau = \varepsilon_2 \cdot BA = 24$ см/с^2.

Для определения ускорения точки C имеем векторное равенство $\vec{a}_C = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau + \vec{a}_{CB}^\tau$. Выберем оси Cx, Cy, как показано на рис. 2.22, – вдоль отрезка BC и перпендикулярно ему и спроецируем на них имеющееся векторное равенство. Получим:

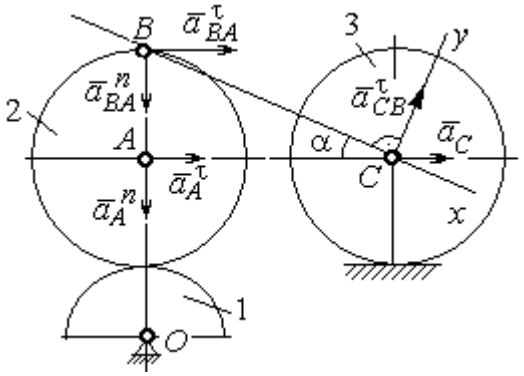


Рис. 2.22. Расчетная схема для вычисления ускорения точки С

$$a_C \cos\alpha = a_A^n \sin\alpha + a_A^\tau \cos\alpha + a_{BA}^n \sin\alpha + a_{BA}^\tau \cos\alpha;$$

$$a_C \sin\alpha = a_A^n \cos\alpha + a_A^\tau \sin\alpha + a_{BA}^n \cos\alpha + a_{BA}^\tau \sin\alpha + a_{CB}^\tau,$$

где α – угол между стержнем BC и линией центров AC; $\sin\alpha = \dfrac{AB}{BC} = 0{,}4$; $\cos\alpha = 0{,}92$. Решая систему, найдём: $a_C = 256{,}7$ см/с^2, $a_{CB}^\tau = -358{,}12$ см/с^2.

Модуль углового ускорения стержня BC: $\varepsilon_{CB} = \dfrac{\left|a_{CB}^\tau\right|}{BC} = 17{,}9$ рад/с^2.

Знак «минус» величины a_{CB}^τ означает, что вектор касательного ускорения $\vec{a}_{CB}^\tau$ на рис. 2.21 – 2.22 следует направить в противоположную сторону. Направление углового ускорения стержня BC, показанное на рис. 2.21 дуговой стрелкой ε_{CB}, также следует заменить на противоположное.

Выразим ускорение точки D через полюс C: $\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}^{\,n}_{DC} + \vec{a}^{\,\tau}_{DC}$, где $\vec{a}_C$ – известное ускорение точки C; $\vec{a}^{\,n}_{DC}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{DC}$ – нормальное и касательное составляющие ускорения точки D при вращении диска 3 вокруг полюса C. Величина нормального ускорения точки D: $a^n_{DC} = \omega_3^2 \cdot DC = 1152$ см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}^{\,n}_{DC}$ направлен по радиусу от точки D к полюсу C (рис. 2.23).

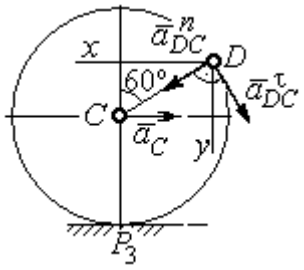


Рис.2.23. Расчетная схема для определения ускорения точки D

Для расчёта касательной составляющей a^{τ}_{DC} ускорения точки D найдём угловое ускорение диска 3. Продифференцируем по времени равенство $V_C = \omega_3 \cdot CP_3 = \omega_3 R_3$. Получим: $\frac{dV_C}{dt} = \frac{d\omega_3}{dt} R_3$, или $a_C = \varepsilon_3 R_3$. Угловое ускорение диска 3: $\varepsilon_3 = \frac{a_C}{R_3} = 32{,}09$ рад/с^2. Тогда величина касательной составляющей ускорения точки D: $a^{\tau}_{DC} = \varepsilon_3 \cdot DC = 256{,}7$ см/с^2. Направление вектора $\vec{a}^{\,\tau}_{DC}$ соответствует ускоренному движению диска 3.

Проведём оси Dx и Dy, как показано на рис. 2.23, и спроецируем векторное равенство ускорения точки D на оси:

$$a_{Dx} = -a_C + a^n_{DC}\cos 30^\circ - a^{\tau}_{DC}\cos 60^\circ, \quad a_{Dy} = a^n_{DC}\cos 60^\circ + a^{\tau}_{DC}\cos 30^\circ.$$

Решая систему, находим значения проекций модуля ускорения $a_{Dx} = 612{,}5$ см/с^2, $a_{Dy} = 798{,}3$ см/с^2. Величина ускорения точки D:

$$a_D = \sqrt{a^2_{Dx} + a^2_{Dy}} = 1006{,}2 \text{ см/с}^2.$$

3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

3.1. Основные понятия сложного движения точки

В неподвижной системе координат рассматривается подвижное твердое тело и точка, перемещающаяся относительно тела.

Траектория точки в её движении относительно тела называется **относительной траекторией.** Скорость точки в этом движении называют **относительной скоростью**, ускорение – **относительным ускорением**.

Траектория точки, перемещающейся вместе с телом, называется переносной траекторией точки, скорость точки при таком её движении – **переносной скоростью**, а ускорение – **переносным ускорением**.

Суммарное движение точки вместе с телом и относительно тела называется **сложным движением**. Траектория точки относительно неподвижной системы координат называется **абсолютной траекторией точки**, скорость и ускорение – **абсолютной скоростью и абсолютным ускорением.**

При вычислении абсолютной скорости используется теорема о сложении скоростей: **при сложном движении абсолютная скорость точки равна геометрической сумме относительной и переносной скоростей:** $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$, где $\vec{V}$, $\vec{V}_e$, $\vec{V}_r$ – вектора абсолютной, переносной и относительной скоростей точки.

В случае, когда относительное движение точки задается естественным способом в виде закона изменения пути $S = S(t)$, величина относительной скорости точки равна модулю производной: $V_r = \left|\dot{S}_r\right|$. Если переносное движение точки есть вращение тела вокруг неподвижной оси, скорость точки в переносном движении будет: $V_e = \omega_e h_e$, где ω_e – величина угловой скорости вращения тела; h_e – кратчайшее расстояние от места положения точки на теле до оси вращения тела.

При вычислении абсолютного ускорения используется теорема Кориолиса о сложении ускорений: **при сложном движении абсолютное ускорение точки равно геометрической сумме трех ускорений – относительного, переносного и ускорения Кориолиса** $\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_к$, где $\vec{a}$ – вектор абсолютного ускорения точки; $\vec{a}_e, \vec{a}_r$ – вектора соответственно переносного и относительного ускорений точки; $\vec{a}_к$ – вектор ускорения Кориолиса. (Иногда его называют поворотным ускорением.)

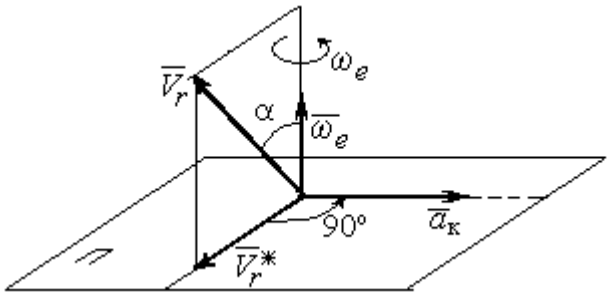


Рис. 3.1. Определение направления ускорения Кориолиса по правилу Жуковского

Вектор ускорения Кориолиса определяется векторным произведением $\vec{a}_к = 2(\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r)$, где $\vec{\omega}_e$ – вектор угловой скорости переносного движения; $\vec{V}_r$ – вектор относительной скорости точки. Модуль ускорения Кориолиса: $|\vec{a}_к| = 2|\vec{\omega}_e| \cdot |\vec{V}_r| \sin\alpha$, где α – угол между вектором угловой скорости переносного движения и вектором относительной скорости точки (см. рис. 3.1). Направление вектора ускорения Кориолиса может быть получено по правилу построения вектора векторного произведения.

На рис. 3.1 показана последовательность выбора направления вектора ускорения Кориолиса по правилу Н. Е. Жуковского. Правило состоит в следующем: пусть имеется точка, движущаяся с относительной скоростью $\vec{V}_r$. Построим плоскость П, перпендикулярную вектору переносной угловой скорости $\vec{\omega}_e$, и спроецируем вектор $\vec{V}_r$ на эту плоскость. Проекцию обозначим $\vec{V}_r^*$ (см. рис. 3.1). Чтобы получить направление ускорения Кориолиса, следует вектор проекции относительной скорости $\vec{V}_r^*$ повернуть на 90° в плоскости П вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения.

Если сложное движение точки происходит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения, направление ускорения Кориолиса можно получить простым поворотом вектора относительной скорости на угол 90° вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения.

Относительное ускорение $\vec{a}_r$ представляется как сумма векторов относительного касательного $\vec{a}_r^{\tau}$ и относительного нормального $\vec{a}_r^{n}$ ускорений: $\vec{a}_r = \vec{a}_r^{\tau} + \vec{a}_r^{n}$. Переносное ускорение точки $\vec{a}_e$ тела имеет своими составляющими переносное касательное $\vec{a}_e^{\tau}$ и переносное нормальное $\vec{a}_e^{n}$ ускорения так, что $\vec{a}_e = \vec{a}_e^{\tau} + \vec{a}_e^{n}$.

Таким образом, абсолютное ускорение точки в сложном движении можно представить в виде векторного равенства

$$\vec{a} = \vec{a}_r^{\tau} + \vec{a}_r^{n} + \vec{a}_e^{\tau} + \vec{a}_e^{n} + \vec{a}_{\text{к}}.$$

Модули относительного касательного и относительного нормального ускорений при естественном способе задания относительного движения точки равны: $a_r^{\tau} = \left|\dot{V}_r\right|$, $a_r^{n} = \dfrac{V_r^2}{\rho}$, где ρ – радиус кривизны относительной траектории. При движении точки по окружности радиус кривизны равен радиусу окружности, при движении по прямой – бесконечности, и в этом случае $a_r^{n} = 0$.

При вращательном переносном движении точки значения переносного касательного и нормального ускорений вычисляются по формулам: $a_e^{\tau} = \varepsilon_e h_e$, $a_e^{n} = \omega_e^2 h_e$, где ε_e – угловое ускорение вращательного переносного движения, $\varepsilon_e = \left|\dot{\omega}_e\right|$; h_e – расстояние от точки до оси вращения тела; ω_e – величина угловой скорости вращения тела.

Вектора ускорений строятся по общим правилам построения векторов нормального и касательного ускорений.

При поступательном переносном движении ускорение Кориолиса и переносное нормальное ускорение равны нулю: $a_{\text{к}} = 0,\ a_e^n = 0$. Абсолютное ускорение точки при поступательном переносном движении можно представить в виде векторного равенства $\vec{a} = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau}$.

3.2. Задание К4. Определение скорости и ускорения точки при сложном движении

Задание включает две задачи с вращательным и поступательным видами переносного движения точки.

Задача 1. Вращение тела относительно неподвижной оси задается законом изменения угла поворота: $\varphi_e = \varphi_e(t)$ или законом изменения его угловой скорости: $\omega_e = \omega_e(t)$. Движение точки относительно тела отсчитывается от её начального положения в точке C и задается законом изменения длины дуги окружности или отрезка прямой линии: $CM = S_r = S_r(t)$.

Определить абсолютные скорость и ускорение точки в заданный момент времени t_1.

Задача 2. Поступательное движение тела, несущего точку, задается законом изменения координаты $x_e = x_e(t)$. Движение точки относительно тела отсчитывается от её начального положения в точке C и задается законом изменения длины дуги окружности или отрезка прямой линии: $CM = y_r = y_r(t)$.

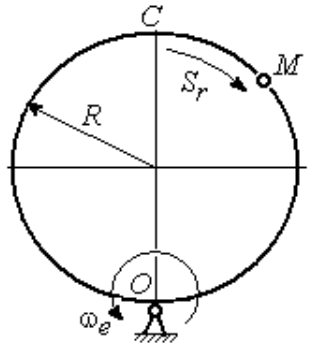
Определить абсолютные скорость и ускорение точки в момент времени t_2, который либо задаётся в исходных данных задачи, либо на схемеописаны условия, из которых он находится.

Номера вариантов заданий даны на рис. 3.2 – 3.5.

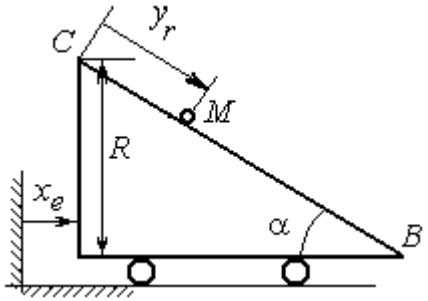
Варианты исходных данных приведены в табл. 3.1.

Варианты № 1, 11, 21

Задача 1



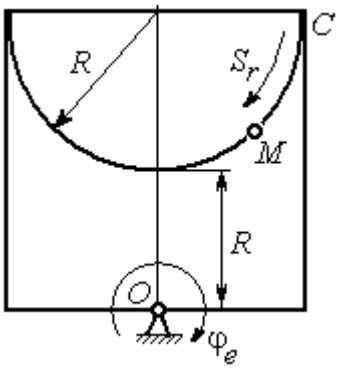
Задача 2



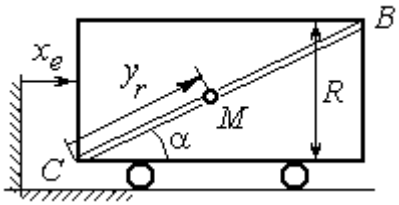
В момент $t = t_2$ точка M прошла половину пути CB

Варианты № 2, 12, 22

Задача 1



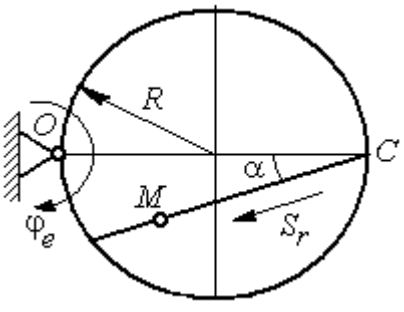
Задача 2



В момент $t = t_2$ точка M прошла 2/3 пути CB

Варианты № 3, 13, 23

Задача 1



Задача 2

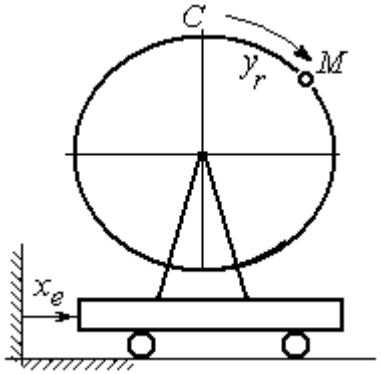
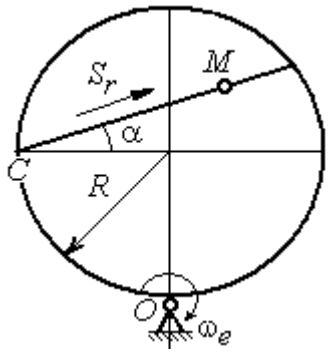


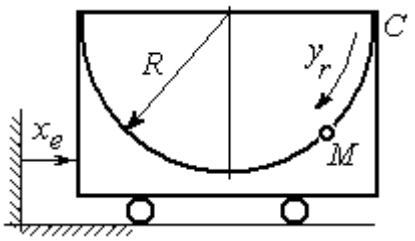
Рис. 3.2. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

Варианты № 4, 14, 24

Задача 1

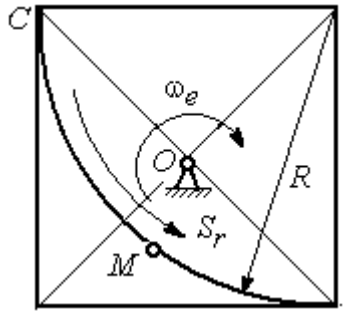


Задача 2

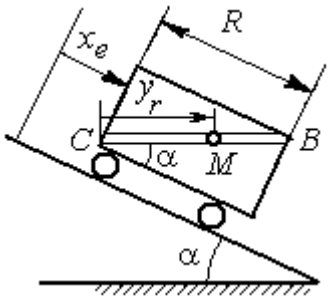


Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



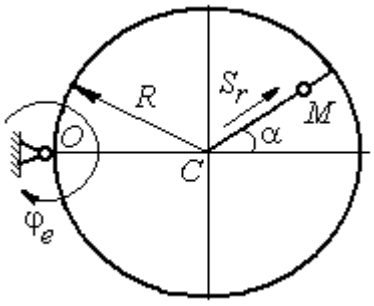
Задача 2



В момент $t = t_2$ точка M прошла путь CB

Варианты № 6, 16, 26

Задача 1



Задача 2

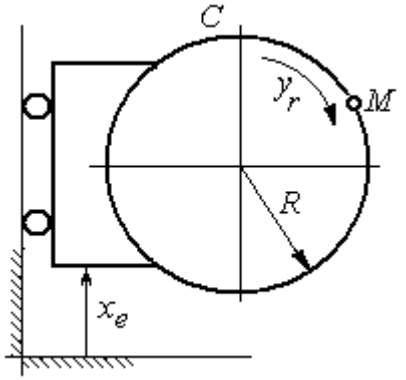
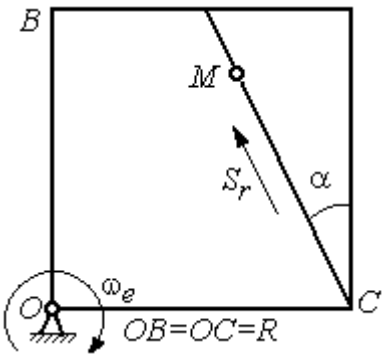


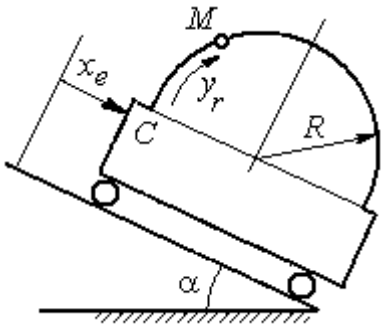
Рис. 3.3. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 4 – 6, 14 – 16, 24 – 26

Варианты № 7, 17, 27

Задача 1

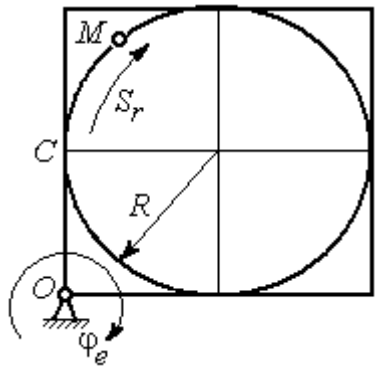


Задача 2

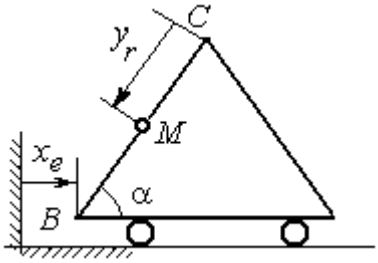


Варианты № 8, 18, 28

Задача 1



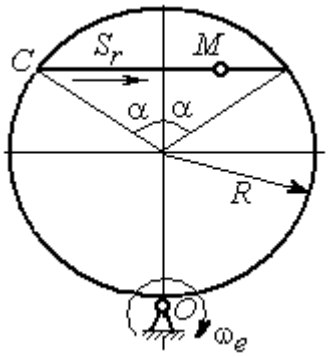
Задача 2



В момент $t = t_2$ точка M прошла половину пути $CB = R$

Варианты № 9, 19, 29

Задача 1



Задача 2

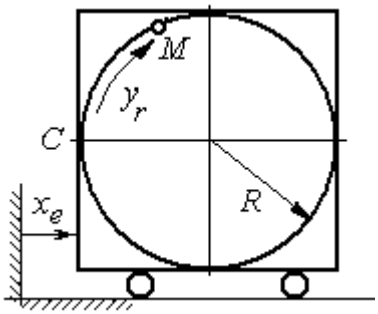
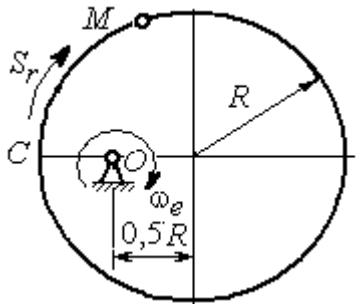


Рис. 3.4. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

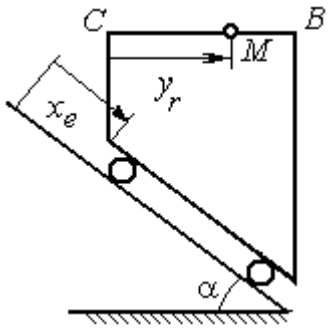
Окончание вариантов задания К4

Варианты № 10, 20, 30

Задача 1



Задача 2



В момент $t = t_2$ точка M прошла половину пути $CB = R$

Рис. 3.5. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 10, 20, 30

Таблица 3.1

Исходные данные для заданий по сложному движению точки

Номер варианта задания	Номер задачи	R, см	α, град	$C\breve{M} = S_r(t)$, см $C\breve{M} = y_r(t)$, см	$\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с $x_e(t)$, см	t_1, с t_2, с
1	1	3	–	$S_r = 2\pi\sin(\pi t/6)$	$\omega_e = 4t^2$	1
	2	4	30	$y_r = 4t^2$	$x_e = 2\cos(\pi t/6)$	–
2	1	2	–	$S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/6)$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/3)$	1
	2	3	60	$y_r = t^2 + t$	$x_e = 1 + \cos(\pi t)$	–
3	1	4	30	$S_r = 2\sqrt{3}[t + \sin(\pi t/2)]$	$\varphi_e = 4t - t^2$	1
	2	6	–	$y_r = \pi[2t + \sin\pi t]$	$x_e = 5t - t^2$	1
4	1	4	60	$S_r = 2(t^3 + t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	3	–	$y_r = \pi[2t + \cos(\pi t/2)]$	$x_e = t^3 - 4t$	1
5	1	6	–	$S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/6)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/3)$	1
	2	2	30	$y_r = t^2 + 2t$	$x_e = t^2 - 4t$	–
6	1	6	60	$S_r = t + 10\sin(\pi t/6)$	$\varphi_e = 2t^2 - 5t$	1
	2	3	–	$y_r = 4\pi\sin(\pi t/6)$	$x_e = [1 - \cos(\pi t/4)]$	1
7	1	8	30	$S_r = 2(t^3 + 3t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	4	30	$y_r = 2\pi t^2$	$x_e = t^3 - 5t$	1

Продолжение табл. 3.1

Номер варианта задания	Номер задачи	R, см	α, град	$C\breve{M} = S_r(t)$, см $C\breve{M} = y_r(t)$, см	$\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с $x_e(t)$, см	t_1, с t_2, с
8	1	8	–	$S_r = 2\pi\left[t^2 + \sin\pi t\right]$	$\varphi_e = t^2 - 5t$	2
	2	6	30	$y_r = t(t+1)$	$x_e = \cos\pi t$	–
9	1	8	30	$S_r = 2t^2$	$\omega_e = \cos(\pi t/8)$	2
	2	3	–	$y_r = 4\pi\sin^2(\pi t/4)$	$x_e = (3-2t)^2$	1
10	1	6	–	$S_r = \pi(2t^3 + \sin\pi t)$	$\omega_e = 5t - 2t^3$	1
	2	4	30	$y_r = t^2 + 2t$	$x_e = 1 + \cos\pi t$	–
11	1	6	–	$S_r = 8\pi\sin(\pi t/12)$	$\omega_e = 2 + \cos(\pi t/4)$	2
	2	6	60	$y_r = 4\sin\pi t$	$x_e = t^2 - 2t$	–
12	1	18	–	$S_r = \pi(2t^2 + 2t)$	$\varphi_e(t) = 3t - t^2$	2
	2	6	30	$y_r = 2t^2 + t$	$x_e = 1 + \cos(\pi t)$	–
13	1	10	60	$S_r = t^3 + t$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/6)$	2
	2	6	–	$y_r = 6\pi\cos(\pi t/3)$	$x_e = t(t+1)$	1
14	1	4	30	$S_r = 8\sqrt{3}\sin(\pi t/12)$	$\omega_e = (3-2t)^2$	2
	2	3	–	$y_r = 2\pi\sin(\pi t/6)$	$x_e = 2t^2 - 5t$	1
15	1	8	–	$S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/4)$	$\omega_e = 2 + \cos(\pi t/4)$	1
	2	5	60	$y_r = 5t + t^2$	$x_e = \cos(\pi t/6)$	–
16	1	12	90	$S_r = 3\left[t + \sin(\pi t/2)\right]$	$\varphi_e = 2t - 3t^2$	1
	2	15	–	$y_r = \pi(4t + t^2)$	$x_e = 6\sin(\pi t/3)$	1
17	1	6	45	$S_r = 3\sqrt{2}\left[t^2 + 2\sin\pi t\right]$	$\omega_e(t) = 4t^2 - 6$	1
	2	6	60	$y_r = 8\pi\sin(\pi t/12)$	$x_e = \sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	2
18	1	8	–	$S_r = 4\pi\sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	$\varphi_e = 18t - 4t^2$	2
	2	8	60	$y_r = 3t + 2t^2$	$x_e = \sin\pi t$	–
19	1	8	60	$S_r = 2\sqrt{3}\left[t + \sin(\pi t/2)\right]$	$\omega_e = 5t - t^2$	1
	2	9	–	$y_r = 6\pi\cos(\pi t/3)$	$x_e = \cos(\pi t/6)$	1
20	1	4	–	$S_r = 4\pi\sin(\pi t/6)$	$\omega_e = 3t - 5$	1
	2	6	60	$y_r = 3t + 2t^2$	$x_e = \pi\sin\pi t$	–
21	1	3	–	$S_r = 4\pi\sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	$\omega_e = 6t - 14$	2
	2	8	45	$y_r = (t^2 + 3t)$	$x_e = t + 2\sin\pi t$	–

Окончание табл. 3.1

Номер варианта задания	Номер задачи	R, см	α, град	$C\breve{M} = S_r(t)$, см $C\breve{M} = y_r(t)$, см	$\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с $x_e(t)$, см	t_1, с t_2, с
22	1	4	–	$S_r = 2\pi(t^2 + 2t)$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	9	60	$y_r = 8\sin\pi t$	$x_e = 5t - t^2$	–
23	1	6	45	$S_r = 12\sin(\pi t/8)$	$\varphi_e = t^2 + \cos(\pi t/4)$	2
	2	6	–	$y_r = 6\pi[t + \sin(\pi t/6)]$	$x_e = 5t - t^2$	1
24	1	6	45	$S_r = 12\sin(\pi t/8)$	$\omega_e = t + 4\cos(\pi t/4)$	2
	2	6	–	$y_r = \pi(t^2 + 2t)$	$x_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
25	1	6	–	$S_r = 2\pi t^2$	$\omega_e = 3\sin(\pi t/3)$	1
	2	4	45	$y_r = 2t(t + 3t)$	$x_e = 2(t^3 - 3t)$	–
26	1	6	120	$S_r = t^2 + t$	$\varphi_e = 12\cos(\pi t/12)$	2
	2	9	–	$y_r = \pi\sqrt{3}\sin(\pi t/3)$	$x_e = 2(t^2 - 3t)$	1
27	1	10	60	$S_r = \sqrt{3}(t^2 + t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	2
	2	9	30	$y_r = \sqrt{3}\pi\sin(\pi t/3)$	$x_e = t + 4\cos(\pi t/4)$	1
28	1	2	–	$S_r = 6\pi\sin(\pi t/6)$	$\varphi_e = 2t + \cos(\pi t/2)$	1
	2	6		$y_r = 2t + 3t^2$	$x_e = t + \sin\pi t$	–
29	1	8	30	$S_r = (t^2 + 2t)$	$\omega_e = 6\sin(\pi t/12)$	2
	2	3	–	$y_r = 2\pi\sqrt{3}\sin(\pi t/3)$	$x_e = 5t - t^2$	1
30	1	2	–	$\pi(t^2 + 2t)$	$\omega_e(t) = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	3	60	$y_r = t + t^2$	$x_e = t + \sin\pi t$	–

Пример выполнения задания К4. Сложное движение точки

Задача 1. Фигура, состоящая из половины диска и равнобедренного треугольника (рис. 3.6), вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости фигуры и проходящей через вершину A треугольника. Вращательное движение задается законом изменения угла поворота фигуры $\varphi_e = 5t - 2t^2$ рад.

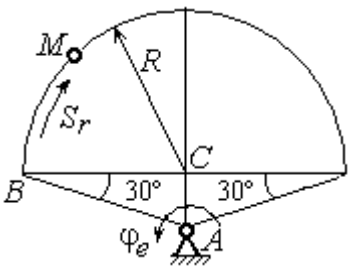


Рис. 3.6. Схема сложного движения точки

Положительное направление вращения отмечено на схеме дуговой стрелкой φ_e. По ободу диска от точки *B* движется точка *M*. Движение точки относительно диска задается законом изменения длины дуги окружности: $\overset{\cup}{BM} = S_r = 9\pi t^2$ см. Положительное направление движения точки *M* на рис. 3.6 показано дуговой стрелкой S_r. Радиус диска $R = 9$ см.

Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки *M* в момент времени $t_1 = 1$ с.

Решение

Вращение фигуры будет для точки *M* переносным движением. Относительное движение точки *M* – её движение по окружности обода диска.

Для определения **положения точки** *M* на ободе диска вычислим расстояние, которое она прошла на заданный момент времени. Длина дуги окружности, пройденной точкой за 1 с: $S_r(1) = 9\pi$ см. Положение точки *M* определяется центральным углом $\alpha = \dfrac{S_r(1)}{R} = \dfrac{9\pi}{9} = \pi$. Положение точки в момент времени $t_1 = 1$ с отмечено на рис. 3.7 точкой M_1.

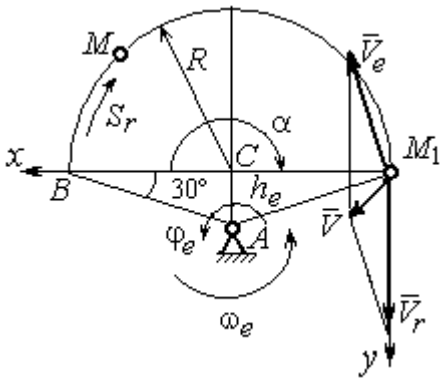


Рис. 3.7. Расчетная схема для вычисления абсолютной скорости точки при сложном движении

Для определения **скорости переносного движения** точки вычисляем значение производной: $\dot{\varphi}_e = 5 - 4t$. Угловая скорость вращения фигуры: $\omega_e = |\dot{\varphi}_e|$. При $t_1 = 1$ с $\dot{\varphi}_e(1) = 1$ рад/с. Положительная величина производной $\dot{\varphi}_e(1)$ показывает, что вращение фигуры в данный момент происходит в положительном направлении, что отмечено дуговой стрелкой ω_e на рис. 3.7.

В момент времени $t_1 = 1$ с точка *M* находится в положении M_1. Скорость V_e переносного движения точки в момент времени $t_1 = 1$ с $V_e(1) = \omega_e(1)h_e$, где

расстояние от точки M_1 до оси вращения фигуры $h_e = AM_1 = \dfrac{R}{\cos 30^\circ} = 6\sqrt{3}$ см.

Тогда $V_e(1) = 6\sqrt{3}$ см/с.

Вектор скорости переносного движения точки $\vec{V}_e$ перпендикулярен линии AM_1 и направлен в сторону вращения фигуры (см. рис. 3.7).

Относительное движение точки задано естественным способом, как закон изменения длины дуги *BM*. В этом случае **скорость относительного движения** точки $V_r = \left|\dot{S}_r\right| = \left|18\pi t\right|$. При t_1 = 1 с $V_r(1) = \left|\dot{S}_r(1)\right| = 18\pi$ = 56,5 см/с. Положительное значение производной $\dot{S}_r(1)$ указывает, что относительное движение точки в положении M_1 происходит в положительном направлении, указанном на рис. 3.7 дуговой стрелкой S_r. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости точки в положении M_1 направлен по касательной к траектории относительного движения в сторону положительного направления движения (см. рис. 3.7).

Абсолютную скорость точки находим по теореме сложения скоростей $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Направление вектора абсолютной скорости, полученное по правилу сложения векторов, показано на рис. 3.5. Для определения величины абсолютной скорости выбираем прямоугольные оси координат M_1xy (см. рис. 3.7) и проецируем обе части векторного равенства теоремы сложения скоростей на эти оси. Получим:

$$V_x = V_e \cos 60^\circ = 3\sqrt{3} = 5{,}2 \text{ см/с};$$

$$V_y = -V_e \cos 30^\circ + V_r = -6\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 56{,}5 = 29{,}5 \text{ см/с}.$$

Модуль абсолютной скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{5{,}2^2 + 29{,}5^2} = 29{,}95$ см/с.

Абсолютное ускорение точки определяем по теореме Кориолиса, которая при вращательном переносном движении имеет вид:

$$\vec{a} = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_{\text{к}}.$$

Относительное касательное ускорение a_r^τ вычисляется по формуле: $a_r^\tau = \left|\ddot{S}_r\right|$. По условию задачи вторая производная $\ddot{S}_r = 18\pi$ = 56,5 см/с^2 – постоянная величина. Так как значение второй производной $\ddot{S}_r$ положительно, вектор ускорения $\vec{a}_r^\tau$ направлен по касательной к траектории относительного движения в точке M_1 в сторону положительного направления относительного движения, отмеченного дуговой стрелкой S_r.

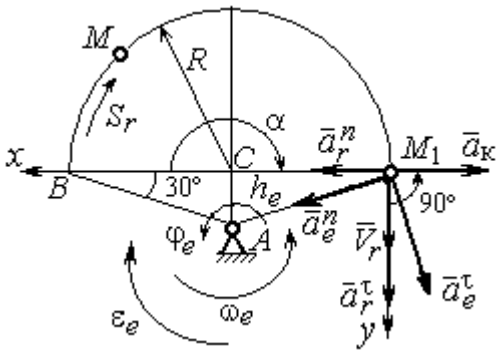


Рис. 3.8. Расчетная схема для определения абсолютного ускорения точки

Относительное нормальное ускорение точки вычисляется по формуле $a_r^n = \dfrac{V_r^2}{R}$ и в момент $t_1 = 1$ с равно: $a_r^n(1) = \dfrac{V_r^2(1)}{R} = \dfrac{(18\pi)^2}{9} = 355{,}3$ см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}_r^n$ направлен по радиусу диска к центру C (см. рис. 3.8).

Переносное касательное ускорение вычисляется по формуле: $a_e^\tau = \varepsilon_e h_e$, где угловое ускорение $\varepsilon_e = \left|\ddot{\varphi}_e\right|$. Вычислим производную $\ddot{\varphi}_e = -4$ рад/с^2. Угловое ускорение $\varepsilon_e = \left|\ddot{\varphi}_e\right| = 4$ рад/с^2 постоянно и не зависит от времени.

Отрицательное значение производной $\ddot{\varphi}_e < 0$ при условии, что расчетная величина угловой скорости положительна: $\dot{\varphi}_e > 0$, означает, что вращательное движение замедленное и переносное угловое ускорение ε_e направлено в сторону, противоположную направлению вращения.

Вектор $\vec{a}_e^\tau$ переносного касательного ускорения точки в её положении M_1 перпендикулярен линии AM_1 и направлен противоположно вектору переносной скорости $\vec{V}_e$ (см. рис. 3.8). Модуль переносного касательного ускорения: $a_e^\tau = a_e^\tau = \varepsilon_e h_e = 24\sqrt{3} = 41{,}6$ см/с^2.

Переносное нормальное ускорение a_e^n рассчитывается по формуле: $a_e^n = \omega_e^2 h_e$ и в момент времени $t_1 = 1$ с $a_e^n(1) = \omega_e^2(1)h_e = 6\sqrt{3} = 10{,}4$ см/с^2. Вектор переносного нормального ускорения $\vec{a}_e^n$ направлен по линии AM_1 к оси вращения (см. рис. 3.8).

По условию задачи вектор скорости относительного движения точки $\vec{V}_r$ лежит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения, то есть перпендикулярен вектору угловой скорости переносного движения $\vec{\omega}_e$. Тогда модуль **ускорения Кориолиса** при $t_1 = 1$ с $a_к = 2\omega_e V_r = 2 \cdot 1 \cdot 18\pi = 113{,}1$ см/с^2.

Так как вектор относительной скорости точки $\vec{V}_r \perp \vec{\omega}_e$, то по правилу Жуковского для определения направления ускорения Кориолиса достаточно повернуть вектор относительной скорости точки $\vec{V}_r$ на 90° в сторону переносного движения вокруг оси, параллельной оси вращения и проходящей через точку M_1 (см. рис. 3.8). Для определения абсолютного ускорения спроецируем на прямоугольные оси xM_1y (см. рис. 3.8) векторное равенство $\vec{a} = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_к$. Получим: $a_y = a_e^{\tau}\cos 30^\circ + a_e^n \cos 60^\circ + a_r^{\tau} = 97{,}9$ см/с^2, $a_x = -a_e^{\tau}\cos 60^\circ + a_e^n \cos 30^\circ + a_r^n - a_к = 228{,}4$ см/с^2. Модуль абсолютного ускорения: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 248{,}5$ см/с^2.

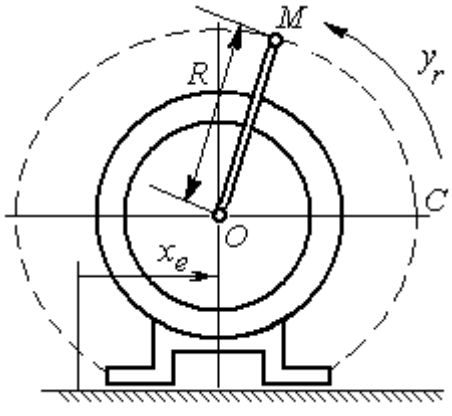


Рис. 3.9. Схема движения точки стержня, укреплённого на электромоторе

Задача 2. К вращающемуся валу электромотора прикреплён стержень OM длины $R = 6$ см. Во время работы электромотора точка M стержня из начального положения C перемещается по дуге окружности согласно уравнению $CM = y_r = \pi t^2$ см. При этом электромотор, установленный без креплений, совершает горизонтальные гармонические колебания на фундаменте по закону

$x_e = 5\sin(\pi t/3)$ см. Определить абсолютное ускорение точки M в момент времени $t_1 = 1$ с.

Решение

Точка M совершает сложное движение – относительно электромотора и вместе с ним. Относительным движением точки будет её движение по дуге окружности радиуса R, переносным – поступательное горизонтальное, прямолинейное движение электромотора.

Найдём положение точки относительно электродвигателя в заданный момент времени. Угол α, отсчитываемый стержнем OM от начального положения OC, в момент времени $t_1 = 1$ с составляет $\alpha = \dfrac{y_r(t_1)}{R} = \dfrac{\pi}{6} = 30°$. Положение точки в момент времени $t_1 = 1$ с отмечено на рис. 3.10 буквой M_1.

Относительное движение точки задано естественным способом, как закон изменения длины дуги. Относительная скорость $V_r = \dot{y}_r = 2\pi t$. В момент времени $t_1 = 1$ с V_r= 6,28 см/с. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости направлен перпендикулярно стержню OM_1.

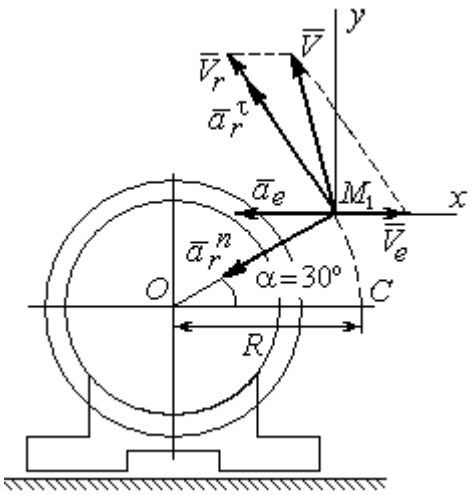


Рис. 3.10. Расчётная схема вычисления абсолютной скорости и абсолютного ускорения точки

Скорость точки в переносном движении – это скорость горизонтального движения электродвигателя:

$$V_e = \dot{x}_e = \frac{5\pi}{3}\cos(\pi t/3).$$

В момент времени $t_1 = 1$с $V_e = \dfrac{5\pi}{3}\cos 60^\circ$ = 2,62 см/с. Вектор $\vec{V}_e$ переносной скорости точки M направлен параллельно линии движения электродвигателя (см. рис. 3.10).

Абсолютная скорость точки определяется на основании теоремы сложения скоростей при сложном движении: $\vec{V}_M = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Для того чтобы найти величину абсолютной скорости, выберем оси xM_1y, как показано на рис. 3.10, и спроецируем векторное равенство сложения скоростей на эти оси. Получим: $V_{Mx} = V_e - V_r\cos 60^\circ = -0{,}52$ см/с (проекция направлена в отрицательную сторону оси x), $V_{My} = V_r\cos 30^\circ = 5{,}44$ см/с. Модуль абсолютной скорости $V_M = \sqrt{V_{Mx}^2 + V_{My}^2} = 5{,}46$ см/с. Вектор абсолютной скорости направлен по диагонали параллелограмма, построенного на векторах $\vec{V}_e$ и $\vec{V}_r$.

При поступательном переносном движении точки $\omega_e = 0$ и потому $a_к = 0$. Относительное ускорение точки при движении по окружности раскладывается на две составляющие $\vec{a}_r = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n}$, направленные вдоль стержня OM и перпендикулярно ему. Кроме того, при прямолинейном относительном движении $a_e^n = 0$. В результате, теорема о сложении ускорений принимает вид $\vec{a}_M = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e$, где модули векторов вычисляются по формулам $a_r^{\tau} = \dot{V}_r$, $a_r^n = \dfrac{V_r^2}{R}$, $a_e = a_e^{\tau} = \dot{V}_e = -\dfrac{5\pi^2}{9}\sin(\pi t/3)$ и в момент времени $t_1 = 1$с равны $a_r^{\tau} = 6{,}28$ см/с^2, $a_r^n = 6{,}57$ см/с^2, $a_e = -4{,}75$ см/с^2. Направления векторов ускорений показаны на рис. 3.10. Для вычисления модуля абсолютного ускорения точки спроецируем векторное равенство сложения ускорений на оси выбранной ранее системы координат xM_1y. Получим:

$$a_{Mx} = -a_r^{\tau}\cos 60^\circ - a_r^n\cos 30^\circ - a_e = -4{,}08 \text{ см/с}^2;$$

$$a_{My} = a_r^{\tau}\cos 30^\circ - a_r^n\cos 60^\circ = 2{,}15 \text{ см/с}^2.$$

Величина абсолютного ускорения $a_M = \sqrt{a_{Mx}^2 + a_{My}^2} = 4{,}61$ см/с^2.

4. ДИНАМИКА ТОЧКИ

4.1. Дифференциальные уравнения движения точки

Движение точки под действием системы сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, …, $\vec{F}_K$ в прямоугольной декартовой системе координат *Oxyz* описывается **дифференциальными уравнениями:** $m\frac{d^2x}{dt^2} = \sum F_{kx}$, $m\frac{d^2y}{dt^2} = \sum F_{ky}$, $m\frac{d^2z}{dt^2} = \sum F_{kz}$ или, обозначая вторые производные от координат по времени двумя точками, уравнениями: $m\ddot{x} = \sum F_{kx}$, $m\ddot{y} = \sum F_{ky}$, $m\ddot{z} = \sum F_{kz}$, где m – масса точки; x, y, z – текущие координаты точки; $\ddot{x}$, $\ddot{y}$, $\ddot{z}$ – проекции вектора ускорения точки на оси координат; $\sum F_{kx}$, $\sum F_{ky}$, $\sum F_{kz}$ – алгебраические суммы проекций сил на оси координат.

Интегрирование дифференциальных уравнений производится в зависимости от их вида методами, известными из курса математики.

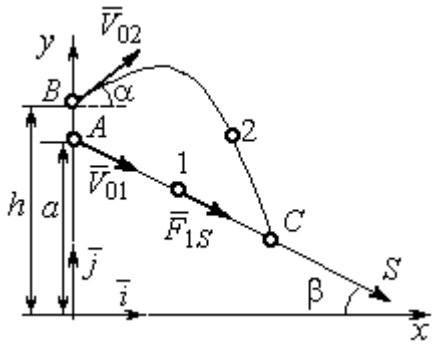
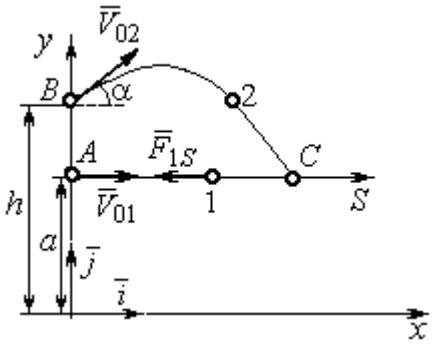
4.2. Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки

Две материальные точки движутся в вертикальной плоскости *xOy*. Точка 1 массой m_1, получив в начальном положении *A* скорость V_{01}, движется вдоль гладкой оси *AS*, наклоненной под углом β к горизонту. Во время движения на точку 1 действуют сила тяжести и постоянная сила $\vec{F}_1$, направленная вдоль оси *AS*. Направление вектора проекции силы на ось $\vec{F}_{1S}$ показано на схеме.

Одновременно с точкой 1 начинает движение точка 2 массой m_2 из положения *B* на оси *y*. На точку 2 действуют сила тяжести и постоянная сила $\vec{F}_2$. Направление вектора силы $\vec{F}_2$ определяется его разложением по единичным векторам $\vec{i}$, $\vec{j}$ координатных осей *x*, *y*.

Определить величину и направление (угол α) начальной скорости V_{02} точки 2, чтобы в момент времени t_1 точки 1 и 2 встретились на оси AS в точке C. Момент времени t_1 задаётся в условиях задачи или определяется по дополнительным условиям встречи.

Варианты заданий представлены на рис. 4.1, 4.2. Исходные данные приведены в табл. 4.1.

Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
 Встреча в точке C в момент, когда скорость точки 1 увеличилась в 1,5 раза относительно начальной	 Встреча в точке C в момент, когда точка 1 максимально удалилась от места старта

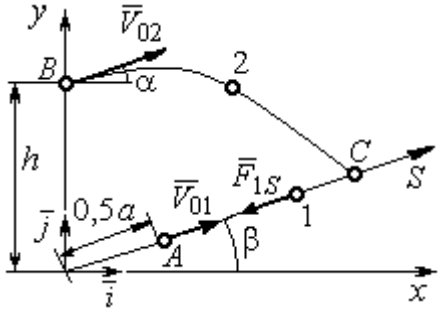
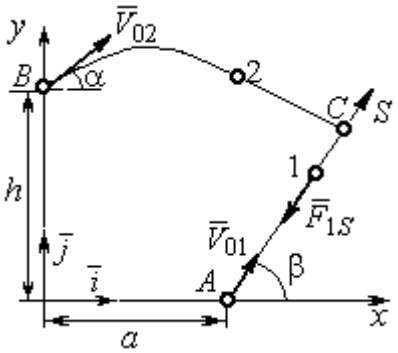
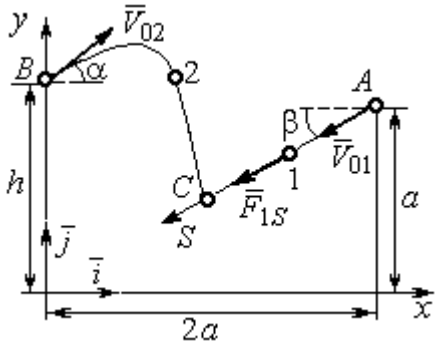
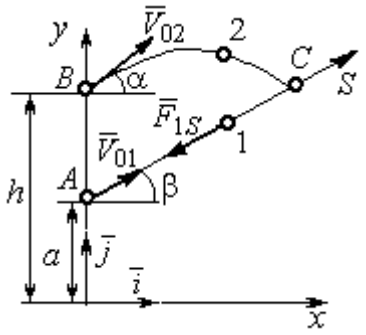
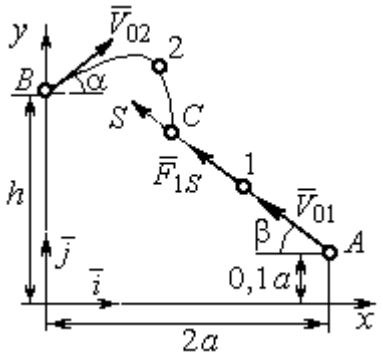
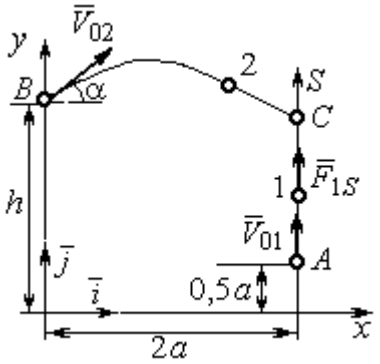
Варианты № 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
 Встреча в точке C в момент, когда скорость точки 1 уменьшилась в 2 раза относительно начальной	 Встреча в точке C в момент времени $t_1 = 0{,}5$ с

Рис. 4.1. Задание Д1. Интегрирование уравнений движения точки.
Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
	
Встреча в точке *C* в момент, когда скорость точки 1 увеличилась в 1,5 раза относительно начальной	Встреча в точке *C*, когда точка 1 максимально удалилась от места старта

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	
Встреча в точке *C* в момент времени $t_1 = 0{,}4$ с	Встреча в точке *C* в момент максимального подъёма точки 1

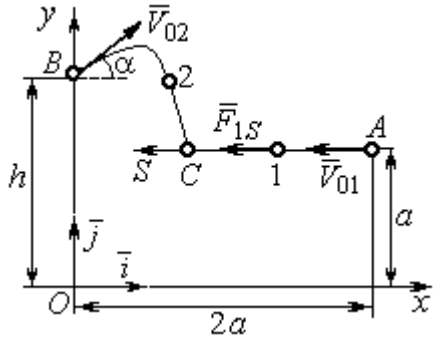
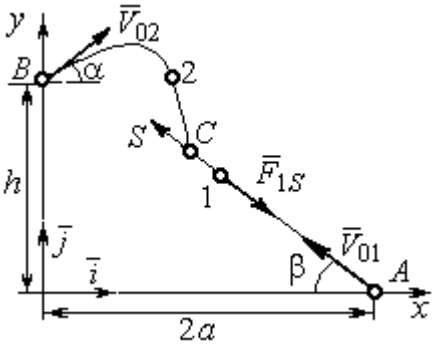
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	
Встреча в точке *C* в момент времени $t_1 = 0{,}6$ с	Встреча в точке *C* в момент, когда точка 1 достигла максимальной высоты подъёма

Рис. 4.2. Задание Д1. Интегрирование уравнений движения точки.
Номера вариантов задания 5 – 10, 15 – 20, 25 – 30

Таблица 4.1

Исходные данные задания Д1. Интегрирование уравнений движения точки

Номер варианта задания	m_1, кг	F_{1S}, Н	V_{01}, м/с	β, град	m_2, кг	$\vec{F}_2$, Н	a, м	h, м
1	1	3	3	30	2	$7\vec{i}$	2	4
2	3	6	2	0	2	$4\vec{i}+12\vec{j}$	1,5	1
3	2	5	4	35	1,5	$10\vec{i}+4\vec{j}$	2	2,5
4	1	10	2	60	2	$4\vec{i}+8\vec{j}$	2,2	2
5	1	3	3	30	2	$5\vec{i}$	3	4,5
6	0,8	6	6	50	3	$3\vec{i}+12\vec{j}$	1,5	4
7	2	5	4,5	40	1	$10\vec{i}+2\vec{j}$	3	2,5
8	1	2	3,5	90	2	$6\vec{i}+8\vec{j}$	1,2	2
9	2	4	4	0	1	$3\vec{i}+2\vec{j}$	2	2,5
10	1	3	3	55	1,5	$4\vec{i}$	1	1,5
11	0,5	2	3	60	2	$3\vec{i}+8\vec{j}$	1,5	2,5
12	0,2	3	4	0	1	$5\vec{i}-2\vec{j}$	1	2,5
13	1	2	6	50	1,5	$6\vec{i}-4\vec{j}$	0,8	2
14	0,5	6	4	35	1	$3\vec{i}-2\vec{j}$	2,5	2
15	0,2	3	3	50	2	$2\vec{i}-2\vec{j}$	3	4
16	2	4	6	40	2	$3\vec{i}+12\vec{j}$	1	1,5
17	1	6	5	60	1,5	$5\vec{i}+4\vec{j}$	3	2,5
18	1	2	2	90	2	$4\vec{i}+4\vec{j}$	2	2
19	1	3	2	2	2	$2\vec{i}+10\vec{j}$	1	1,5
20	5	4	2	30	1	$3\vec{i}-2\vec{j}$	1,5	1,5
21	0,2	4	4	45	1	$6\vec{i}-2\vec{j}$	1	3
22	0,4	3	2	0	2	$4\vec{i}+6\vec{j}$	1,5	2,5
23	1	3	8	60	2	$4\vec{i}+2\vec{j}$	1,2	1,5
24	0,5	8	3	30	2	$6\vec{i}+7\vec{j}$	2	1,5
25	2	4	4	60	1	$2\vec{i}-2\vec{j}$	3,5	4
26	1	3	5	50	2	$4\vec{i}+6\vec{j}$	0,5	1,5
27	1,5	3	6	30	2	$4\vec{i}+4\vec{j}$	2	2,5
28	2	5	3	90	2	$6\vec{i}+7\vec{j}$	2	1,5
29	2	4	4	0	1	$5\vec{i}-2\vec{j}$	1,5	2
30	1	3	2,5	70	2	$4\vec{i}+6\vec{j}$	1	1

Пример выполнения задания Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки

На рис. 4.3 представлена схема движения материальных точек в вертикальной плоскости *xOy*. Точка 1 массой $m_1 = 2$ кг, получив в начальном положении *A* скорость $V_{01} = 4$ м/с, движется вдоль гладкой оси *AS* с углом наклона $\beta = 30^{\circ}$. Во время движения на точку 1 действуют сила тяжести $\vec{P}_1$ и постоянная сила $\vec{F}_1$, проекция которой на ось *AS* равна $F_{1S} = 4{,}5$ Н. Направление вектора проекции силы $\vec{F}_{1S}$ на ось *AS* показано на рис. 4.3.

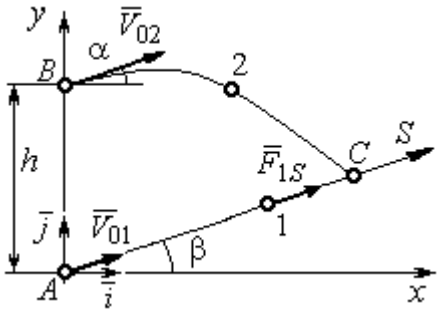


Рис. 4.3. Схема совместного движения точек

Одновременно с началом движения точки 1 из положения *B* на оси *y* высотой $h = 1$ м начинает движение точка 2 массой $m_2 = 1{,}2$ кг. На точку 2 действуют сила тяжести $\vec{P}_2$ и сила $\vec{F}_2$, направление которой определяется разложением по единичным векторам $\vec{i}$, $\vec{j}$ осей *x*, *y* декартовой системы координат: $\vec{F}_2 = 2{,}4\vec{i} + 4{,}5\vec{j}$, Н. Определить величину и направление (угол α) начальной скорости V_{02} точки 2, чтобы в момент времени t_1, когда скорость точки 1 уменьшилась в 2 раза по сравнению с начальным значением, обе они встретились на оси *AS* в точке *C*.

Решение

Рассмотрим движение точки 1. В текущий момент времени на точку 1 действует сила тяжести $\vec{P}_1$, нормальная реакция $\vec{N}_1$ наклонной оси *AS* и сила $\vec{F}_1$, величина проекции которой на ось *AS* равна F_{1S} (рис. 4.4). Дифференциальное уравнение движения точки 1 $m_1\ddot{S} = F_{1S} - P_1\sin\beta$, или $m_1\dfrac{dV_{1S}}{dt} = 4{,}5 - m_1 g\sin\beta$. С учетом исходных данных, полагая ускорение свободного падения $g = 9{,}81$ м/с^2, дифференциальное уравнение движения точки 1

приводится к виду: $\frac{dV_{1S}}{dt} = -2{,}66$. Разделим переменные, представив дифференциальное уравнение в виде $dV_{1S} = -2{,}66dt$. Проинтегрировав его, получим зависимость скорости точки 1 от времени: $V_{1S} = -2{,}66t + C_1$. Для того чтобы определить закон движения точки 1, представим скорость точки как производную от координаты $V_{1S} = \frac{dS}{dt}$. Получим дифференциальное уравнение $\frac{dS}{dt} = -2{,}66t + C_1$, проинтегрировав которое, найдём уравнение движения точки 1: $S = -1{,}33t^2 + C_1 t + C_2$. Константы интегрирования C_1, C_2 находятся из начальных условий: при $t = 0$, $S = 0$, $\dot{S} = V_{1S} = V_{01} = 4$ м/с. Подставляя первое из условий в уравнение движения точки 1, получим $C_2 = 0$. Подставим начальное значение скорости в уравнение $\dot{S} = -2{,}66t + C_1$, выражающее зависимость скорости точки 1 от времени. Получим $C_1 = 4$. Таким образом, движение точки 1 вдоль оси AS описывается уравнением: $S = -1{,}33t^2 + 4t$.

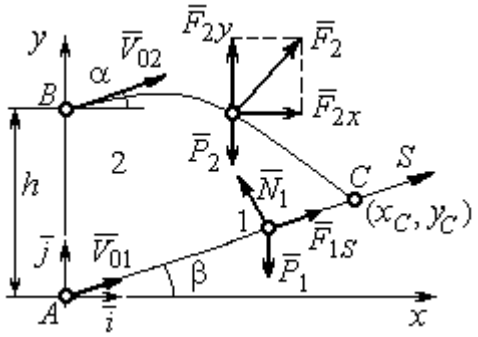


Рис. 4.4. Силы, действующие на точки 1 и 2, во время их движения

По условию задачи встреча двух точек происходит в момент времени t_1, когда скорость первой точки уменьшилась в 2 раза по сравнению с начальной: $V_{1S}(t_1) = \frac{V_{01}}{2} = 2$ м/с. Подставляя это условие в уравнение, выражающее зависимость скорости точки 1 от времени, получим: $2 = -2{,}66t_1 + 4$, откуда найдём момент времени встречи $t_1 = 0{,}75$ с. Расстояние AC, пройденное точкой 1 до встречи, определяется как путь, пройденный этой точкой за время $t_1 = 0{,}75$ с, $AC = S(t_1) = -1{,}33 \cdot 0{,}75^2 + 4 \cdot 0{,}75 = 2{,}25$ м. Координаты точки встречи x_C, y_C определяются из равенств: $x_C = S(t_1)\cos 30^\circ = 1{,}95$ м; $y_C = S(t_1)\sin 30^\circ = 1{,}12$ м.

Рассмотрим движение точки 2. В текущий момент времени на нее действует сила тяжести $\vec{P}_2$ и сила $\vec{F}_2 = 2{,}4\vec{i} + 4{,}5\vec{j}$, проекции которой на оси координат $F_{2x} = 2{,}4$ Н, $F_{2y} = 4{,}5$ Н. Дифференциальные уравнения движения точки 2 в проекциях на оси координат *x*, *y* имеют вид:

$$m_2\ddot{x} = F_{2x} = 2{,}4\,, \quad m_2\ddot{y} = -P_2 + F_{2y} = -m_2 g + 4{,}5\,,$$

или после подстановки исходных данных: $\ddot{x} = 2$, $\ddot{y} = -6{,}06$.

Представим в первом уравнении проекцию ускорения точки 2 на ось *x* как производную от соответствующей проекции скорости $\ddot{x} = \dfrac{dV_{2x}}{dt}$. После разделения переменных получим дифференциальное уравнение $dV_{2x} = 2dt$. Проинтегрируем его и найдем зависимость горизонтальной составляющей скорости точки 2 от времени: $V_{2x} = 2t + C_3$. Заменим в этом уравнении проекцию скорости точки на ось *x* на производную от координаты $V_{2x} = \dfrac{dx}{dt}$. После интегрирования получим уравнение, описывающее движение точки 2 вдоль оси *x*, $x = t^2 + C_3 t + C_4$. Для того чтобы найти постоянные C_3 и C_4, воспользуемся граничными условиями движения точки 2 – известной начальной координатой движения точки и вычисленной координатой точки встречи, то есть при $t = 0$, $x = 0$, а при $t_1 = 0{,}75$ с $x(t_1) = x_C = 1{,}95$ м. Подставляя граничные условия в уравнение движения точки 2, получим $C_4 = 0$, $C_3 = 1{,}85$. Таким образом, уравнение движения точки 2 вдоль оси *x*: $x = t^2 + 1{,}85t$.

Закон движения точки 2 вдоль оси *y* находим путем интегрирования второго дифференциального уравнения. Его представим в виде: $\dfrac{dV_{2y}}{dt} = -6{,}06$. После разделения переменных и первого интегрирования получим зависимость проекции скорости точки 2 на ось *y* от времени: $V_{2y} = -6{,}06t + C_5$. Заменив проекцию скорости точки 2 на ось *y* производной от координаты $V_{2y} = \dfrac{dy}{dt}$, вто-

рично проинтегрируем. В результате движение точки 2 вдоль оси y описывается уравнением: $y = -3{,}03t^2 + C_5 t + C_6$. Для определения констант C_5 и C_6 используем граничные условия: при $t = 0$ $y(0) = h = 1$ м, а при $t_1 = 0{,}75$ с $y(t_1) = y_C = 1{,}12$ м. Получим $C_6 = 1$, $C_5 = 2{,}43$. Таким образом, точка 2 движется вдоль оси y по закону: $y = -3{,}03t^2 + 2{,}43t + 1$.

Проекции скорости точки 2 на оси координат как функции времени имеют вид: $V_{2x}(t) = \dot{x} = 2t + 1{,}85$, $V_{2y}(t) = \dot{y} = -6{,}06t + 2{,}43$. Значения проекций при $t = 0$: $V_{02x} = V_{2x}(0) = 1{,}85$ м/с, $V_{02y} = V_{2y}(0) = 2{,}43$ м/с. Величина начальной скорости: $V_{02} = \sqrt{{V_{02x}}^2 + {V_{02y}}^2} = 3{,}05$ м/с.

Угол наклона вектора скорости в начальный момент определяется из равенства: $\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{V_{02y}}{V_{02x}} = \dfrac{2{,}43}{1{,}85} = 1{,}31$. Откуда $\alpha = 52{,}64^\circ$.

4.3. Колебания материальной точки

Силы, возникающие при отклонении материальной точки от положения равновесия и направленные так, чтобы вернуть точку в это положение, называются **восстанавливающими**. Восстанавливающие силы, линейно зависящие от расстояния от точки до положения её равновесия, называются **линейными восстанавливающими силами**. Так, сила упругости пружины $F = c\Delta\ell$, где c – коэффициент жесткости (или просто жёсткость) пружины; $\Delta\ell$ – удлинение пружины, является линейной восстанавливающей силой.

Дифференциальное уравнение движения материальной точки массой m вдоль оси Оx под действием линейной восстанавливающей силы, представляет собой уравнение гармонических колебаний и имеет вид:

$$m\ddot{x} + cx = 0, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = 0,$$

где x – отклонение точки от положения равновесия, куда поместили начало

координат; ω – угловая частота колебаний, $\omega^2 = \frac{c}{m}$. Единица измерения угловой частоты – рад/с.

Решение дифференциального уравнения свободных колебаний представляется суммой $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$, где постоянные интегрирования C_1 и C_2 находятся из начальных условий. **Амплитуда свободных колебаний** $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$. Промежуток времени, в течение которого точка совершает одно полное колебание, называется **периодом колебаний**: $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Величина, обратная периоду $\nu = \frac{1}{T}$ определяет число полных колебаний точки за 1 с и называется **частотой колебаний**. Частота колебаний измеряется в герцах (Гц). Частота, равная 1 Гц, соответствует одному полному колебанию в секунду. Угловая частота связана с частотой колебаний соотношением $\omega = 2\pi\nu$.

Если на материальную точку кроме восстанавливающей силы действует сила сопротивления движению, пропорциональная скорости точки, $\vec{R} = -\mu\vec{V}$, где μ – коэффициент сопротивления, то дифференциальное уравнение движения точки с сопротивлением относительно положения равновесия имеет вид $m\ddot{x} + \mu\dot{x} + cx = 0$, или $\ddot{x} + 2n\dot{x} + \omega^2 x = 0$, где n – коэффициент затухания, $n = \frac{\mu}{2m}$; ω – угловая частота собственных колебаний точки без учёта сопротивления, $\omega^2 = \frac{c}{m}$.

При $n < \omega$ движение точки представляет затухающие колебания. Общее решение дифференциального уравнения колебаний с сопротивлением $x = e^{-nt}(C_1\cos\omega_1 t + C_2\sin\omega_1 t) = Ae^{-nt}\sin(\omega_1 t + \alpha)$, где C_1 и C_2 – постоянные интегрирования; ω_1 – угловая частота затухающих колебаний, $\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - n^2}$;

$A_1 = Ae^{-nt}$ – амплитуда затухающих колебаний, $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$; α – начальная фаза колебаний, $\text{tg}\alpha = \dfrac{C_1}{C_2}$.

При $n > \omega$ движение точки апериодическое, затухающее. Общее решение дифференциального уравнения движения точки с таким сопротивлением имеет вид $x = e^{-nt}(C_1 e^{\omega_2 t} + C_2 e^{-\omega_2 t})$, где $\omega_2 = \sqrt{n^2 - \omega^2}$.

При $n = \omega$ движение точки происходит согласно уравнению $x = e^{-nt}(C_1 t + C_2)$.

Если кроме восстанавливающей силы на материальную точку действует переменная возмущающая сила, колебания точки называются **вынужденными.**

При действии гармонической возмущающей силы $F = H\sin pt$, где H, p – амплитуда и угловая частота колебаний возмущающей силы, дифференциальное уравнение вынужденных колебаний материальной точки относительно положения равновесия и при отсутствии сил сопротивления имеет вид

$$m\ddot{x} + cx = H\sin pt, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = h\sin pt,$$

где ω – угловая частота собственных гармонических колебаний, $\omega^2 = \dfrac{c}{m}$; h – относительная амплитуда возмущающей силы, $h = \dfrac{H}{m}$.

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения вынужденных колебаний представляется как сумма общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного.

При отсутствии резонанса, когда частота собственных колебаний не совпадает с частотой возмущающей силы $p \neq \omega$, решение имеет вид: $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \dfrac{h}{\omega^2 - p^2}\sin pt$, а в случае резонанса, когда $p = \omega$, – вид: $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t - \dfrac{ht}{2p}\cos pt$. Значения произвольных постоянных C_1 и C_2

определяются из общего решения неоднородного уравнения с учетом начальных условий движения. Амплитуда собственных колебаний груза $A_{\text{соб}} = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$. Амплитуда вынужденных колебаний при отсутствии резонанса $A_{\text{вын}} = \dfrac{h}{\omega^2 - p^2}$. При резонансе амплитуда вынужденных колебаний растет как линейная функция времени $A_{\text{вын}} = \dfrac{ht}{2p}$.

Если возмущающее воздействие заключается в **принудительном гармоническом колебании точки подвеса пружины**, например, по закону $S = a\sin pt$, где a, p – амплитуда и угловая частота колебаний точки подвеса пружины, дифференциальное уравнение вынужденных колебаний материальной точки относительно положения равновесия при отсутствии сил сопротивления имеет вид $\ddot{x} + \omega^2 x = h\sin pt$, где ω – угловая частота собственных гармонических колебаний, $\omega^2 = \dfrac{c}{m}$; h – относительная амплитуда возмущающего колебания, $h = \dfrac{ca}{m}$. Общее решение неоднородного дифференциального уравнения вынужденных колебаний при принудительном гармоническом колебании точки подвеса пружины может быть получено аналогично случаю возмущения гармонической силой.

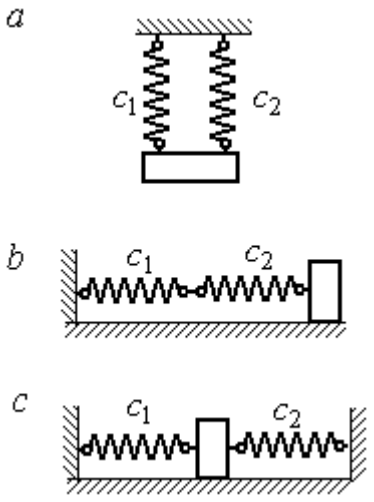


Рис. 4.5. Способы крепления груза на двух пружинах:
a – две параллельные пружины;
b – последовательно соединённые пружины; *c* – крепление груза между пружинами

Система пружин заменяется одной с эквивалентной жесткостью. Так, колебания груза на двух параллельных пружинах с коэффициентами жесткости c_1 и c_2 (рис. 4.5, *a*) можно рассматривать как колебания груза на одной пружине эквивалент-

ной жесткости $c_{экв} = c_1 + c_2$, где $c_{экв}$ – коэффициент жесткости эквивалентной пружины. При последовательном соединении пружин (рис. 4.5, *b*) коэффициент жесткости эквивалентной пружины $c_{экв} = \dfrac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$. Если груз расположен между двумя пружинами (рис. 4.5, *c*), тогда $c_{экв} = c_1 + c_2$. Коэффициент жесткости эквивалентной пружины равен сумме коэффициентов жесткости пружин.

4.4. Задание Д2. Исследование колебаний точки

Задание Д2 на исследование колебаний точки включает две задачи.

Задача 1. Исследование гармонических колебаний точки.

Найти уравнение движения груза массой m_1 (или одновременно двух грузов массой m_1 и m_2) на пружине жесткостью c_1 (или на двух пружинах жесткостью c_1 и c_2). Расположение грузов на пружине и описание условий, при которых начались колебания, приведено на схемах. Определить амплитуду и частоту колебаний.

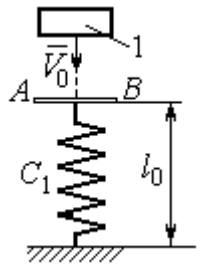
Задача 2. Исследование вынужденных колебаний точки.

Груз движется на пружинах, расположенных вертикально или горизонтально. При движении груза по горизонтальной поверхности трение не учитывается. Жёсткость пружин c_1 и c_2. Направление возмущающего усилия $F = F(t)$, приложенного к грузу, или возмущающего движения точки крепления пружин $S = S(t)$, а также описание условий начала колебаний приведено на схемах. В задачах, где на схемах присутствует амортизатор, создающий сопротивление движению груза, сила сопротивления пропорциональна скорости движения груза и находится по формуле: $\vec{R} = -\mu \vec{V}$ Н, где μ – коэффициент сопротивления; V – скорость груза. Определить уравнение колебаний груза, амплитуды собственных и вынужденных колебаний.

Варианты заданий даны на рис. 4.6 – 4.9. Исходные данные в табл. 4.2.

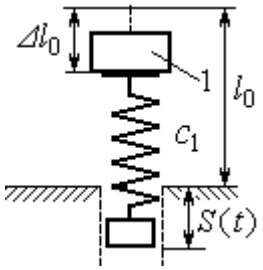
Варианты № 1, 11, 21

Задача 1



Невесомая пластина AB укреплена на нерастянутой пружине. Груз 1, получив начальную скорость V_0, падает вертикально вниз. Через 1 с после начала падения груз достигает пластины и продолжает движение вместе с ней

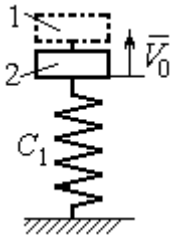
Задача 2



К верхнему концу пружины, сжатой на величину $\Delta\ell_0$, прикрепляют груз 1 и отпускают без начальной скорости. Одновременно нижний конец пружины начинает двигаться по закону $S = S(t)$

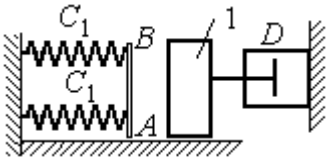
Варианты № 2, 12, 22

Задача 1



В положении статического равновесия двух грузов (1 и 2), установленных на пружине, груз 1 убрали, а грузу 2 сообщили скорость V_0, направленную вверх

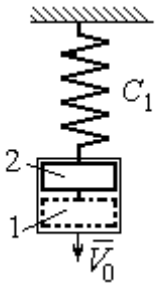
Задача 2



Груз 1 движется по гладкой горизонтальной поверхности с начальной скоростью V_0. Через 1 с груз упирается в площадку AB, укреплённую на недеформированных пружинах, соединённых параллельно, и продолжает движение вместе с ней. Во время движения (до упора в площадку AB и вместе с ней) груз испытывает сопротивление, создаваемое демпфером D

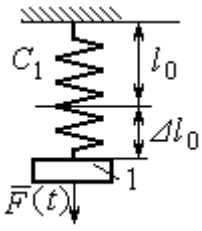
Варианты № 3, 13, 23

Задача 1



В положении статического равновесия груза 2, укреплённого на пружине, к нему присоединили груз 1 и оба груза толкнули вниз со скоростью V_0

Задача 2

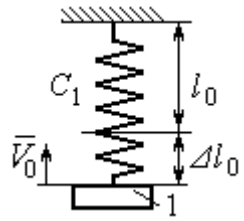


Недеформированную пружину оттянули вниз на расстояние $\Delta\ell_0$, подцепили груз 1 и отпустили без начальной скорости. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$

Рис. 4.6. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

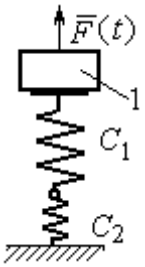
Варианты № 4, 14, 24

Задача 1



К недеформированной пружине подцепили груз 1, оттянули его вниз на расстояние $\Delta\ell_0$ и сообщили скорость V_0, направленную вверх

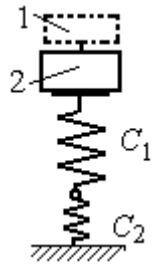
Задача 2



Грузу 1, укреплённому на двух последовательно соединённых пружинах в положении статического равновесия, сообщили начальную скорость V_0, направленную вниз. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$

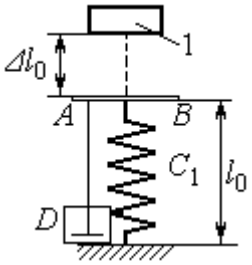
Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



В положении статического равновесия грузов 1 и 2, укреплённых на двух вертикальных последовательно соединённых пружинах, убрали груз 1, а груз 2 отпустили без начальной скорости

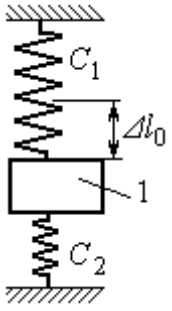
Задача 2



Груз 1 падает с высоты $\Delta\ell_0$ на площадку AB, установленную на недеформированной пружине, и продолжает движение вместе с ней. Демпфер D создаёт сопротивление движению груза на пружине

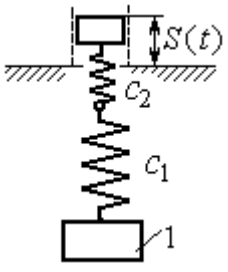
Варианты № 6, 16, 26

Задача 1



Груз 1 поместили между двумя недеформированными пружинами, затем оттянули вниз на расстояние $\Delta\ell_0$ и отпустили без начальной скорости

Задача 2

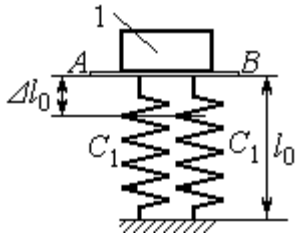


К недеформированным пружинам, соединённым последовательно, подцепили груз 1 и толкнули его вниз со скоростью V_0. Одновременно верхний конец пружины начинает двигаться по закону $S = S(t)$

Рис. 4.7. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 4 – 6, 14 – 16, 24 – 26

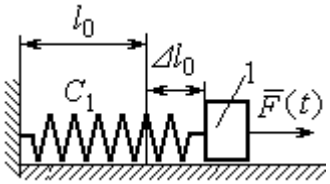
Варианты № 7, 17, 27

Задача 1



К недеформированным пружинам приложили груз 1, переместили его вниз на величину $\Delta\ell_0$ и сообщили скорость V_0, направленную вниз

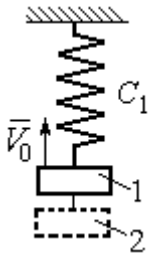
Задача 2



К нерастянутой пружине, расположенной на горизонтальной гладкой поверхности, подцепили груз 1, оттянули его на расстояние $\Delta\ell_0$ и отпустили. Одновременно на груз стала действовать горизонтальная возмущающая сила $\vec{F}(t)$

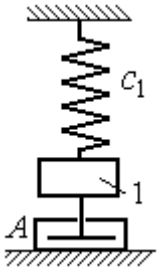
Варианты № 8, 18, 28

Задача 1



Грузы 1 и 2 находятся на пружине в положении статического равновесия. Груз 2 удаляют, а грузу 1 сообщают скорость V_0, направленную вверх

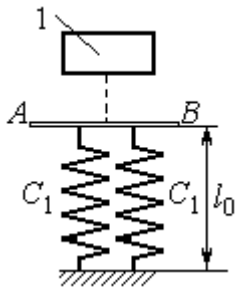
Задача 2



В положении статического равновесия груза 1 ему сообщили скорость V_0, направленную вниз. Демпфер A создаёт сопротивление движению груза

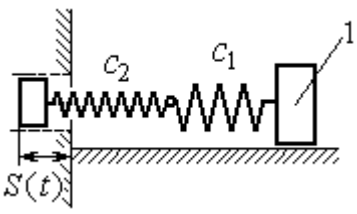
Варианты № 9, 19, 29

Задача 1



Груз 1 без начальной скорости падает вниз. Пройдя путь 1 м, груз достигает невесомой пластины AB, укреплённой на недеформированных, параллельно соединённых пружинах, и дальше движется вместе с ней

Задача 2



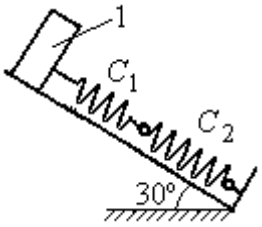
К двум горизонтальным пружинам, соединённым последовательно, в положении их нерастянутого состояния прицепили груз 1 и сообщили ему горизонтальную скорость V_0, направленную в сторону сжатия пружин. Одновременно левый конец пружинной системы начинает двигаться по закону $S = S(t)$

Рис. 4.8. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

Окончание вариантов задания Д2

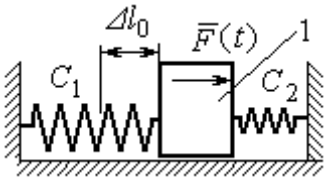
Варианты № 10, 20, 30

Задача 1



В положении статического равновесия груза 1, укреплённого на двух последовательно соединённых пружинах, сообщили скорость V_0, направленную вниз по наклонной плоскости

Задача 2



Между двумя горизонтальными недеформированными пружинами на гладкую поверхность поместили груз 1, оттянули его влево на расстояние $\Delta\ell_0$ и отпустили без начальной скорости. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$

Рис. 4.9. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 10, 20, 30

Таблица 4.2

Исходные данные задания Д2. Исследование колебаний точки

Номер варианта задания	Номер задачи	m_1, кг	m_2, кг	V_0, м/с	c_1, Н/м	c_2, Н/м	$\Delta\ell_0$, м	μ, Н·с/м	$F(t)$, Н	$S(t)$, м
1	1	2,5	–	2,0	200	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	–	210	–	0,1	–	–	0,02sin12t
2	1	1,5	2,0	4	250	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	4	220	–	–	1,0	–	–
3	1	2,0	1,5	3	250	–	–	–	–	–
	2	1,2	–	–	200	–	0,14	–	12sin5t	–
4	1	2,0	–	3	180	–	0,1	–	–	–
	2	1,5	–	2	150	120	–	–	8sin12t	–
5	1	1,0	2,0	–	120	100	–	–	–	–
	2	1,0	–	–	50	–	0,5	18	–	–
6	1	1,2	–	–	120	180	0,12	–	–	–
	2	1,4	–	2,4	120	180	–	–	–	0,03sin14t
7	1	1,6	–	3,2	140	–	0,15	–	–	–
	2	1,5	–	–	120	–	0,12	–	12sin6t	–
8	1	1,0	2,0	3,0	150	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	3,5	120	–	–	15	–	–

Продолжение табл. 4.2

Номер варианта задания	Номер задачи	m_1, кг	m_2, кг	V_0, м/с	c_1, Н/м	c_2, Н/м	$\Delta\ell_0$, м	μ, Н·с/м	$F(t)$, Н	$S(t)$, м
9	1	1,5	–	–	100	–	–	–	–	–
	2	1,4	–	2,0	100	110	–	–	–	0,015sin8t
10	1	2,5	–	2,5	110	100	–	–	–	–
	2	2,0	–	–	110	52	0,08	–	5sin9t	–
11	1	2,0	–	4,0	300	–	–	–	–	–
	2	1,0	–	–	200	–	0,12	–	–	0,01sin4t
12	1	1,8	2,4	4	220	–	–	–	–	–
	2	1,0	–	5	240	–	–	0,6	–	–
13	1	1,5	1,5	2	200	–	–	–	–	–
	2	1,8	–	–	180	–	0,08	–	10sin10t	–
14	1	2,0	–	2	200	–	0,12	–	–	–
	2	2,0	–	2	150	120	–	–	10sin8t	–
15	1	1,5	2,0	–	120	250	–	–	–	–
	2	1,5	–	–	120	–	0,4	4	–	–
16	1	2,0	–	–	150	75	0,1	–	–	–
	2	2,0	–	2,5	150	75	–	–	–	0,01sin5t
17	1	1,5	–	2,1	160	–	0,11	–	–	–
	2	1,8	–	–	150	–	0,1	–	8sin12t	–
18	1	2,0	1,0	2,5	80	–	–	–	–	–
	2	1,5	–	2,5	50	–	–	21	–	–
19	1	1,6	–	–	120	–	–	–	–	–
	2	1,2	–	2,0	85	120	–	–	–	0,015sin7t
20	1	2,0	–	2,0	90	100	–	–	–	–
	2	2,5	–	–	100	90	0,12	–	6sin10t	–
21	1	2,0	–	1,6	220	–	–	–	–	–
	2	2,5	–	–	250	–	0,14	–	–	0,01sin10t
22	1	2,2	1,5	3	180	–	–	–	–	–
	2	1,5	–	4	280	–	–	0,8	–	–
23	1	2,2	1,2	2	220	–	–	–	–	–
	2	1,6	–	–	200	–	0,12	–	5sin7t	–

Окончание табл. 4.2

Номер варианта задания	Номер задачи	m_1, кг	m_2, кг	V_0, м/с	c_1, Н/м	c_2, Н/м	$\Delta\ell_0$, м	μ, Н·с/м	$F(t)$, Н	$S(t)$, м
24	1	1,6	–	2,4	160	–	0,13	–	–	–
	2	1,0	–	3	150	300	–	–	6sin10t	–
25	1	0,8	1,2	–	120	80	–	–	–	–
	2	0,8	–	–	180	–	0,4	12	–	–
26	1	1,4	–	–	100	120	0,15	–	–	–
	2	1,8	–	2,2	150	120	–	–	–	0,015sin8t
27	1	2	–	4,0	150	–	0,12	–	–	–
	2	2	–	–	162	–	0,13	–	5sin9t	–
28	1	1,5	2,0	2,0	140	–	–	–	–	–
	2	1,5	–	3,1	180	–	–	12	–	–
29	1	1,0	–	–	140	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	2,4	75	150	–	–	–	0,08sin5t
30	1	1,6	–	3	75	150	–	–	–	–
	2	1,5	–	3	80	70	0,15	–	8sin10t	–

Пример выполнения задания Д2. Исследование колебаний точки

Задача 1. Груз 1 весом P = 20 Н, лежащий на гладкой наклонной плоскости, прикреплён к недеформированной пружине, расположенной параллельно плоскости (рис. 4.10). Угол наклона плоскости к горизонту 30º, коэффициент жесткости пружины c = 400 Н/м. В начальный момент груз переместили вверх по наклонной плоскости (сжали пружину) на расстояние $\Delta\ell_0$ = 0,1 м относительно нерастянутой пружины и отпустили без начальной скорости.

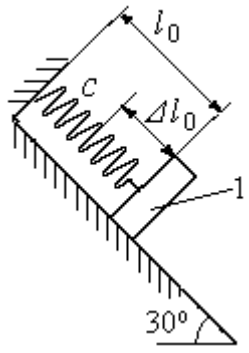


Рис. 4.10. Схема крепления груза и условия начала колебаний

Определить уравнение колебаний груза 1, а также частоту и амплитуду колебаний.

Решение

Расчетная схема колебаний груза 1 показана на рис. 4.11. Направим ось *Ox*, вдоль которой происходят колебания груза, вниз вдоль наклонной плоскости. Начало отсчёта координаты *x* выберем в положении статического равновесия груза (см. рис. 4.11) В произвольном положении груза, обозначенном координатой *x*, к нему приложены три силы: сила тяжести $\vec{P}$, реакция опоры наклонной плоскости $\vec{N}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{\text{упр}}$. Проекция силы упругости пружины на ось *Ox*: $F_{\text{упр}\,x} = -c\Delta\ell$, где $\Delta\ell$ – удлинение пружины относительно её нерастянутого положения, включающее её растяжение *x* относительно выбранного начала координат и растяжение $\lambda_{\text{ст}}$ при статическом равновесии груза на наклонной плоскости.

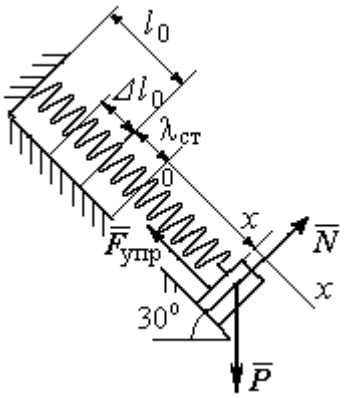


Рис. 4.11. Расчётная схема колебаний груза

С учетом выражения силы упругости получим дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось *Ox*:

$$m\ddot{x} = P\sin 30^\circ - c(x + \lambda_{\text{ст}}).$$

В положении статического равновесия сила упругости уравновешивается силой, равной проекции силы тяжести на ось *x*: $P\sin 30^\circ - c\lambda_{\text{ст}} = 0$. Подставляя это выражение условия статического равновесия груза в уравнение движения, получим дифференциальное уравнение колебаний груза:

$$m\ddot{x} = -cx, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = 0,$$

где ω – угловая частота колебаний; $\omega = \sqrt{\dfrac{c}{m}} = 14{,}01$ рад/с.

Общее решение уравнения колебаний $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$.

Для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 вычислим координату x_0 начального положения груза на оси *Ox*.

Растяжение пружины в положении статического равновесия $\lambda_{ст} = \dfrac{P\sin 30^\circ}{c} = 0{,}025$ м. Координата начального положения груза определяется величиной сжатия пружины и, поскольку начало отсчёта координаты x выбрано в положении статического равновесия груза, равна (со знаком!): $x_0 = -(\Delta\ell_0 + \lambda_{ст}) = -0{,}125$ м (см. рис. 4.11).

Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения колебаний при $t = 0$, получим $C_1 = -0{,}125$ м. Для определения второй константы вычислим скорость груза в произвольный момент времени: $\dot{x} = -C_1\omega\sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t$. Подставим сюда начальное значение скорости груза при $t = 0$ $\dot{x} = V_0 = 0$, получим $C_2 = 0$. Окончательно уравнение движения груза 1 относительно положения статического растяжения пружины:

$$x(t) = -0{,}125\cos 14{,}01t \text{ м}.$$

Амплитуда колебаний груза $A = 0{,}125$ м.

Задача 2. Груз 1 весом $P = 20$ Н подвешен на недеформированной вертикальной пружине (рис. 4.12). Жесткость пружины $c = 800$ Н/м. В начальный момент груз был оттянут вниз в положение, при котором пружина растянулась на расстояние $\Delta\ell_0 = 0{,}1$ м, и в этом положении ему сообщена начальная скорость $V_0 = 2$ м/с, направленная вверх.

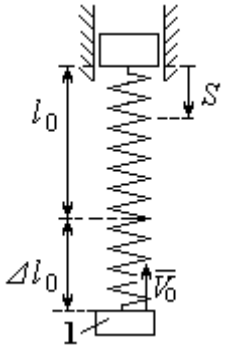


Рис. 4.12. Схема крепления груза и условия начала колебаний

Одновременно с началом движения груза верхний конец пружины стал совершать гармонические колебания по закону $S = a\sin 10t$, где $a = 0{,}02$ м.

Определить уравнение колебаний груза 1, а также частоту и амплитуду собственных колебаний.

Решение

Расчетная схема колебаний груза 1 показана на рис. 4.13. Направим ось *Ox*, вдоль которой происходят колебания груза, вертикально вниз. Начало отсчёта координаты *x* выберем в положении статического равновесия груза (см. рис. 4.13, *c*, *d*). В произвольном положении груза, обозначенном координатой *x*, к нему приложены две силы: сила тяжести $\vec{P}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{\text{упр}}$.

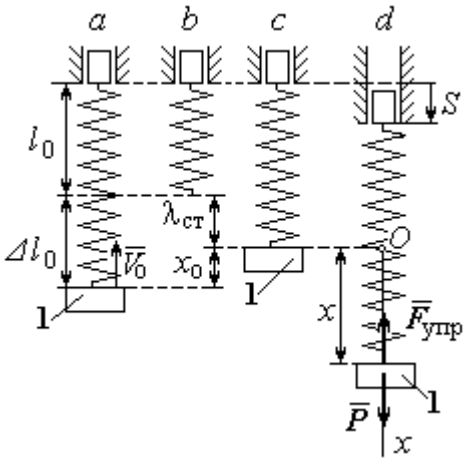


Рис. 4.13. Расчётная схема вынужденных колебаний груза: *a* – положение груза на начало колебаний; *b* – недеформированная пружина; *c* – статическое растяжение пружины под действием веса груза; *d* – положение груза в произвольный момент времени и перемещение точки подвеса пружины

Проекция силы упругости пружины на ось *Ox*

$$F_{\text{упр}\,x} = -c\Delta\ell = -c(x + \lambda_{\text{ст}} - S),$$

где $\Delta\ell$ – удлинение пружины, включающее её растяжение *x* относительно начала координат, растяжение $\lambda_{\text{ст}}$ при статическом равновесии груза и уменьшение растяжения при смещении верхнего конца, $\Delta\ell = (x + \lambda_{\text{ст}} - S)$.

С учетом выражения силы упругости получим дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось *Ox*:

$$m\ddot{x} = P - c(x + \lambda_{\text{ст}} - S).$$

В положении статического равновесия выполняется условие равенства сил: $P - c\lambda_{\text{ст}} = 0$.

После подстановки его в уравнение движения груза получаем дифференциальное уравнение вынужденных колебаний:

$$m\ddot{x} = -cx + cS, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = h\sin pt,$$

где ω – угловая частота собственных колебаний, $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$, ω = 19,81 рад/с; h – относительная амплитуда вынужденных колебаний, $h = \frac{ca}{m}$ = 7,85 м/с^2; p – угловая частота вынужденных колебаний, p = 10 рад/с.

При отсутствии резонанса (здесь $\omega \neq p$) общее решение уравнения вынужденных колебаний имеет вид $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \frac{h}{\omega^2 - p^2}\sin pt$.

Для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 вычислим координату x_0 начального положения груза на оси Ox. Координата начального положения груза (см. рис. 4.13, *b*) $x_0 = \Delta\ell_0 - \lambda_{ст}$. Растяжение пружины в положении статического равновесия $\lambda_{ст} = \frac{P}{c}$ = 0,02 м, тогда x_0 = 0,08 м. Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения вынужденных колебаний при t = 0, получим: $C_1 = x_0$ = 0,08 м.

Для определения второй константы вычислим скорость груза в произвольный момент времени: $\dot{x} = -C_1\omega\sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t + \frac{hp}{\omega^2 - p^2}\cos pt$. Проекция скорости груза в начальный момент на ось Ox $V_{0x} = -V_0$. Подставив начальное значение скорости груза при t = 0 $\dot{x} = V_{0x} = -V_0$, получим: $C_2 = -\frac{V_0}{\omega} - \frac{hp}{\omega(\omega^2 - p^2)}$ = – 0,11 м. Окончательно уравнение движения груза 1 относительно положения статического равновесия, м.

$$x(t) = 0{,}08\cos 19{,}82t - 0{,}11\sin 19{,}82t - 0{,}03\sin 10t.$$

Амплитуда вынужденных колебаний $A_{вын} = \frac{h}{\omega^2 - p^2}$ = 0,03 м. Амплитуда собственных колебаний груза $A_{соб} = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ = 0,14 м.

4.5. Теорема об изменении кинетической энергии точки

Работой $A(\vec{F})$ силы $\vec{F}$, постоянной по модулю и направлению, на конечном прямолинейном перемещении S_1 точки приложения силы называется величина $A(\vec{F}) = FS_1\cos\alpha$. Если угол α острый, работа силы положительна. Если угол α тупой, – отрицательна. При $\alpha = 90°$ сила перпендикулярна перемещению точки и работа силы равна нулю.

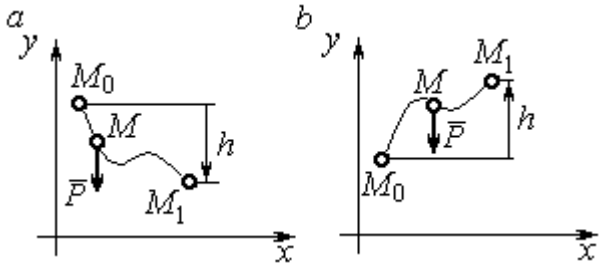


Рис. 4.14. Схема для вычисления работы силы тяжести:
a – перемещение точки сверху вниз;
b – перемещение точки снизу вверх

Работа силы тяжести материальной точки (вертикальной силы) при перемещении точки из положения M_0 в положение M_1 равна произведению модуля силы тяжести на вертикальное перемещение точки $A_{(M_0M_1)} = \pm Ph$, где P – величина силы тяжести точки; h – величина вертикального перемещения точки (рис. 4.14). Работа силы тяжести положительная, если начальная точка движения выше конечной, и отрицательная, – если ниже.

Работа силы упругости пружины на прямолинейном перемещении вдоль линии действия силы из положения недеформированной пружины на расстояние h определяется формулой $A(F_{\text{упр}}) = -\dfrac{ch^2}{2}$, где c – коэффициент жесткости (или просто жёсткость) пружины.

Кинетической энергией материальной точки называется скалярная величина $T = \dfrac{1}{2}mV^2$, где m – масса точки; V – её скорость. **Теорема об изменении кинетической энергии точки** заключается в том, что изменение кинетической энергии точки за конечный промежуток времени равно алгебраической сумме работ всех действующих на неё сил: $\dfrac{mV_1^2}{2} - \dfrac{mV_0^2}{2} = \sum A_{(M_0M_1)}$, где V_0,

V_1 – скорость точки в начальном положении M_0 и в положении M_1; $\sum A_{(M_0M_1)}$ – сумма работ всех сил, действующих на точку, при её перемещении из положения M_0 в положение M_1.

При несвободном движении точки сумма работ сил включает работу реакций связи. Если движение происходит без трения по неподвижной гладкой поверхности, то реакция связи направлена по нормали к поверхности и её работа при любом перемещении точки равна нулю.

Для определения реакций связи при несвободном движении точки используются уравнения движения точки в проекциях на оси естественной системы координат – касательную и нормальную: $m\frac{dV}{dt} = \sum F_\tau$, $m\frac{V^2}{\rho} = \sum F_n$, где $\sum F_\tau$, $\sum F_n$ – суммы проекций сил на касательную и нормальную оси естественной системы координат; ρ – радиус кривизны траектории точки.

4.6. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии

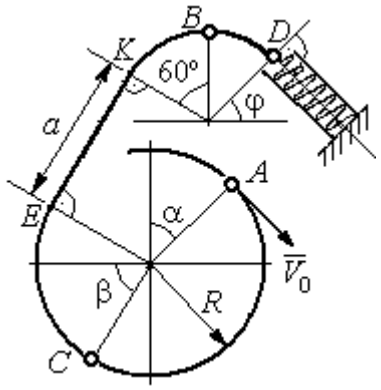
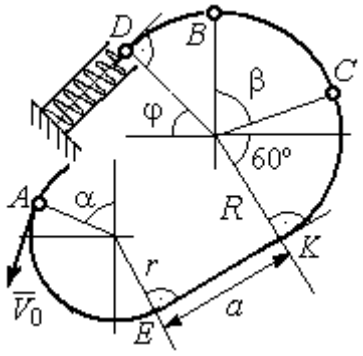
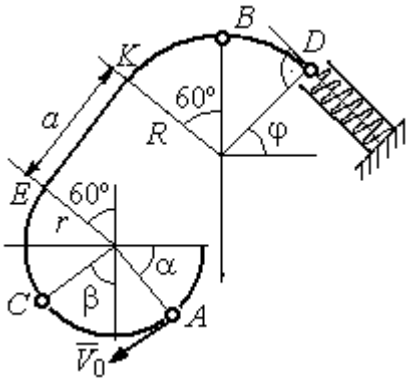
Тонкий стержень с надетым на него шариком массой *m* расположен в вертикальной плоскости и состоит из дуг окружностей радиусами *r* и *R* = 2*r*, соединённых прямолинейным отрезком *EK*, сопряжённым с дугами окружностей в точках *E* и *K*. В этих точках шарик переходит с одного участка стержня на другой, не изменяя величины и направления скорости. Длина отрезка *EK* = *a*.

В точке *A*, положение которой на дуге окружности определяется углом α, шарику сообщают начальную скорость V_0. По дугам окружностей шарик скользит без трения, а при движении по прямолинейному отрезку *EK* на него действует постоянная сила трения с коэффициентом трения *f*. На участках с вертикальным отрезком *EK* считать, что шарик прижимается к стержню силой, равной половине веса шарика.

Достигнув на дуге окружности точки *D*, шарик упирается в недеформированную пружину жёсткостью *c* и, продолжая движение по сопряженной прямой, сжимает её. Положение точки *D* определяется углом φ.

Определить величину максимального сжатия пружины, если шарик проходит наивысшее положении траектории – точку *B* со скоростью $V_B = kV_0$. При найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке *C*, положение которой на дуге определяется углом β.

Варианты заданий приведены на рис. 4.15, 4.16. Исходные данные задания в табл. 4.3.

Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**	**Варианты № 3, 13, 23**
		

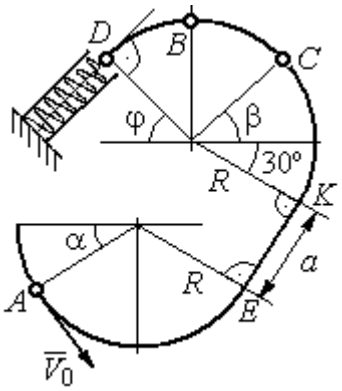
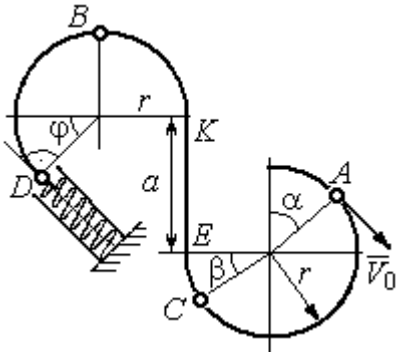
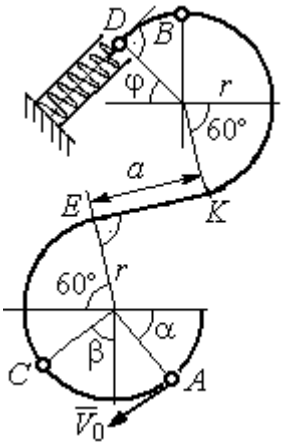
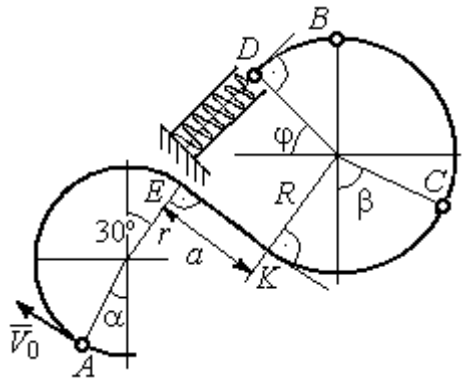
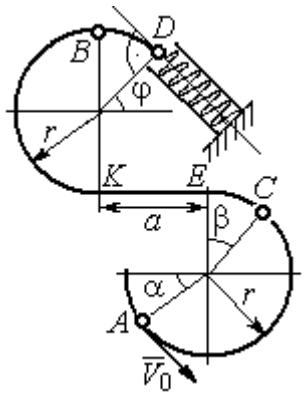
Варианты № 4, 14, 24	**Варианты № 5, 15, 25**	**Варианты № 6, 16, 26**
		

Рис. 4.15. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии.
Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Окончание вариантов задания Д3

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

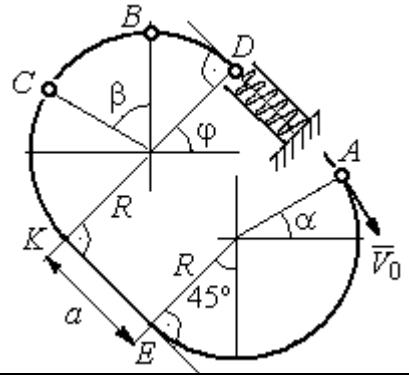
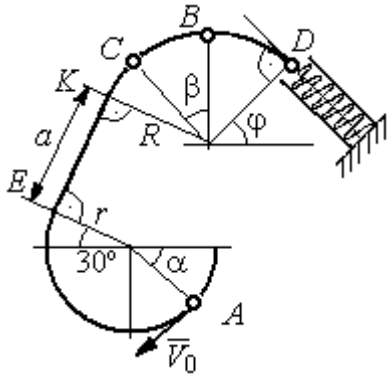
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 4.16. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии.
Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 4.3

Исходные данные задания Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Номер варианта задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
m, кг	0,8	0,5	0,6	0,4	1,0	0,6	0,9	0,5	0,3	0,4	0,8	0,6	0,5	0,3	1,0
α, град	30	45	0	30	30	0	0	45	30	0	60	30	30	45	60
β , град	60	30	60	0	60	30	60	60	30	45	30	60	60	30	30
φ, град	0	60	30	0	0	30	45	0	30	45	30	30	0	30	45
r, м	0,4	0,4	0,5	0,3	0,6	0,5	0,3	0,6	0,4	0,5	0,3	0,5	0,4	0,5	0,8
a, м	0,5	0,6	0,9	1,4	0,8	1,2	0,5	0,5	1,4	0,5	0,8	0,5	0,8	0,6	0,6
f	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,5	0,3	0,4	0,3	0,4	0,5	0,3	0,4	0,3
k	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3	0,4
c, Н/м	100	80	90	80	120	100	90	80	60	80	90	60	80	60	110

Окончание табл. 4.3

Номер варианта задания	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
m, кг	0,6	0,5	0,6	0,4	0,8	0,5	0,4	1,0	0,6	0,5	0,4	0,8	0,4	0,6	0,8
α, град	60	30	0	45	60	90	90	60	60	90	30	60	60	45	90
β , град	60	30	45	90	60	45	90	60	60	30	30	60	60	0	60
φ, град	45	60	60	60	30	90	0	90	45	60	60	90	30	60	0
r, м	0,6	0,4	0,8	0,5	0,6	0,6	0,6	0,4	0,6	0,8	0,4	0,4	0,8	0,6	0,4
a, м	0,4	1,2	0,9	1,2	1,2	0,9	0,6	1,5	1,4	0,8	1,2	0,9	0,6	0,8	0,5
f	0,3	0,4	0,4	0,5	0,3	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4
k	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,3
c, Н/м	80	60	90	60	100	90	80	110	80	60	60	80	60	80	100

Пример выполнения задания Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Тонкий стержень, расположенный в вертикальной плоскости, состоит из двух дуг окружностей, сопряженных в точках *E* и *K* с прямолинейным отрезком *EK* длиной *a* = 0,6 м (рис. 4.17). Радиусы окружностей *R* = 1 м и *r* = 0,5 м. Диаметры дуг окружностей, проведённые в точках *E* и *K*, составляют с горизонтом угол 30°. На стержень надет шарик массой *m* = 0,5 кг. В точке *A*, положение которой на дуге радиуса *R* определяется углом α = 60° (см. рис. 4.17), шарику сообщают начальную скорость V_0, после чего он начинает движение. По дугам окружностей шарик скользит без трения. При движении по прямой *EK* на него действует постоянная сила трения с коэффициентом трения *f* = 0,2. Достигнув точки *D* на верхней дуге, шарик упирается в пружину жесткостью *c* = 100 Н/м и, двигаясь по сопряжённой прямой без трения, сжимает её. Найти величину максимального сжатия пружины, если наивысшее положение на траектории (точку *B*) шарик проходит со скоростью $V_B = kV_0$ при *k* = 0,3. При

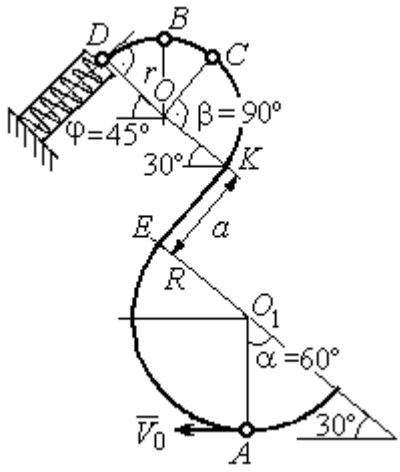


Рис. 4.17. Схема движения шарика

найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке *C*, положение которой на дуге определяется углом $\beta = 90°$.

Решение

Рассмотрим движение шарика по стержню из начального положения *A* в наивысшее положение – точку *B*.

При движении шарика по дугам окружностей работу совершает только сила тяжести. Реакция гладкой поверхности стержня в любой момент времени перпендикулярна поверхности стержня, и потому её работа при перемещении шарика равна нулю.

На участке движении шарика по прямой *EK* на него действуют сила тяжести $\vec{P}$, нормальная реакция опоры $\vec{N}_{EK}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ (рис. 4.18, *b*). Работу совершают сила тяжести и сила трения. Работа реакции опоры стержня равна нулю.

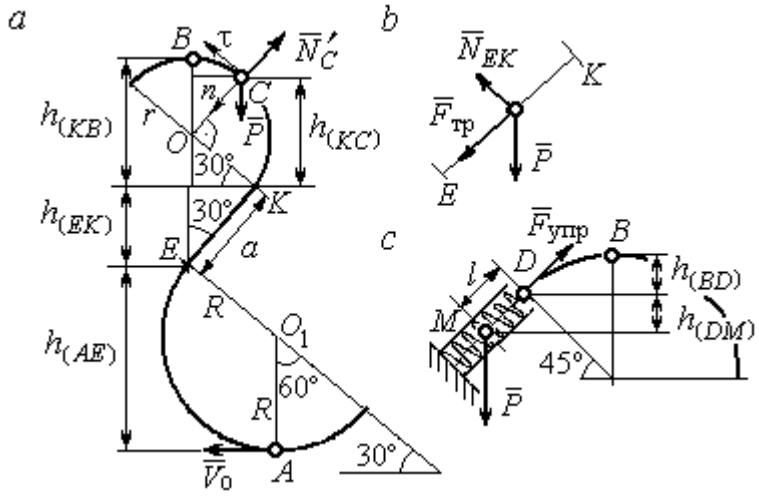


Рис. 4.18. Силы, действующие на шарик во время движения и перепады высот

Обозначим $h_{(AB)}$ – перепад высот точек *A* и *B* на траектории; V_A – начальная скорость шарика в точке *A*, $V_A = V_0$; V_B – его скорость в точке *B*, $V_B = 0{,}3V_0$.

Для вычисления перепада высот точек *A* и *B* имеем выражение (рис. 4.18, *a*):

$$h_{(AB)} = h_{(AE)} + h_{(EK)} + h_{(KB)} = R(1+\sin 30^\circ) + a\cos 30^\circ + r(1+\sin 30^\circ).$$

Будем считать шарик материальной точкой. Применяя теорему об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из положения *A* в положение *B*, получим: $\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = A(\vec{P}) + A(\vec{F}_{\text{тр}})$, где $A(\vec{P}) = -Ph_{(AB)}$,

$A(\vec{F}_{\text{тр}}) = -F_{\text{тр}}a$ – работы, соответственно, силы тяжести на участке движения *AB* и силы трения на отрезке *EK*. Сила трения равна $F_{\text{тр}} = f \cdot N_{EK} = f \cdot mg\cos 60^\circ$ (рис. 4.18, *a*, *b*).

В результате, теорема об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из начального положения *A* в конечное положение *B* принимает вид: $\frac{m(0{,}3V_0)^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = -\,mg\left[(R+r)(1+\sin 30^\circ) + a(\cos 30^\circ + f \cdot \cos 60^\circ)\right]$.

После подстановки данных задачи, получим: $0{,}91V_0^2 = 55{,}517$, откуда находим необходимое значение начальной скорости шарика: $V_0 = 7{,}81$ м/с.

Найдём давление шарика на стержень в точке *C*.

Проведём в точке *C* оси естественной системы координат – касательную $C\tau$ и нормаль Cn (рис. 4.18, *a*). Уравнение движения шарика в точке *C* в проекции на нормальную ось имеет вид: $m\frac{V_C^2}{r} = P\cos 30^\circ - N'_C$, где V_C – скорость шарика в точке *C*, N'_C – реакция стержня, приложенная к шарику. Направление реакции на рис. 4.18, *a* соответствует предположению, что шарик давит на стержень в направлении центра дуги окружности.

Для определения скорости шарика в точке *C* воспользуемся тем, что скорость шарика в точке *B* уже известна, и применим теорему об изменении кинетической энергии при движении шарика из начального положения *C* в конечное положение *B*. На этом участке движения работу совершает только сила тяжести шарика. Получим $\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_C^2}{2} = -Ph_{(CB)}$, где V_C, V_B – значения скорости шарика в точках *C* и *B*; $h_{(CB)}$ – перепад высот точек *C* и *B*; $h_{(CB)} = r(1-\sin 30^\circ) = 0{,}5r$ (см. рис. 4.18, *a*). В результате теорема об изменении кинетической энергии принимает вид: $mV_C^2 = mV_B^2 + 2mgh_{(CB)}$ или $V_C^2 = V_B^2 + gr$. Отсюда, при условии $V_B = 0{,}3V_0 = 2{,}34$ м/с, найдём $V_C = 3{,}22$ м/с.

Реакция опоры шарика: $N'_C = P\cos 30^\circ - m\dfrac{V_C^2}{r} = -6{,}12$ Н.

Отрицательное значение реакции опоры шарика означает, что вектор реакции $\vec{N}'_C$ в точке C (см. рис. 4.18, *а*) направлен в противоположную сторону. Давление шарика на стержень в точке C равно модулю реакции опоры.

Найдём величину максимального сжатия пружины.

Рассмотрим движение шарика на участке от точки *B* до положения максимально сжатой пружины – точки *M*. Движение на этом участке происходит по дуге окружности *BD* и по прямой *DM*. При этом сила тяжести совершает работу на всём участке движения, а сила упругости – на отрезке сжатия пружины. Обозначим величину максимального сжатия пружины $MD = l$.

По теореме об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из положения *B* в *M* получим: $\dfrac{mV_M^2}{2} - \dfrac{mV_B^2}{2} = A(\vec{P}) + A(\vec{F}_{\text{упр}})$, где V_M, V_B – скорость шарика в точках *M* и *B*. Работа силы тяжести $A(\vec{P}) = Ph_{(BM)} =$ $= P\left[h_{(BD)} + h_{(DM)}\right] = mg\left[r\left(1 - \cos 45^\circ\right) + l\cos 45^\circ\right]$. Работа силы упругости на прямолинейном участке *DM* длиной *l*: $A(\vec{F}_{\text{упр}}) = -\dfrac{cl^2}{2}$. Условие максимального сжатия пружины означает, что в точке *M* скорость шарика обращается в нуль: $V_M = 0$, тогда теорема об изменении кинетической энергии точки принимает вид: $-\dfrac{mV_B^2}{2} = mg\left[r\left(1 - \cos 45^\circ\right) + l\cos 45^\circ\right] - \dfrac{cl^2}{2}$. Подставляя данные задачи и с учётом того, что скорость шарика в наивысшей точке *B* найдена из предыдущих рассуждений $V_B = 2{,}34$ м/с, получим квадратное уравнение для определения величины максимального сжатия пружины $50l^2 - 3{,}468l - 2{,}085 = 0$. В качестве ответа принимается положительный корень уравнения $l = 0{,}24$ м.

5. ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

5.1. Описание движений твёрдых тел на основе общих теорем динамики системы

Поступательное движение твердого тела описывается теоремой о движении центра масс механической системы. В проекциях на координатные оси дифференциальные уравнения поступательного движения твердого тела имеют вид: $m\ddot{x}_C = \sum F^e_{kx}$, $m\ddot{y}_C = \sum F^e_{ky}$, $m\ddot{z}_C = \sum F^e_{kz}$, где m – масса тела; x_C, y_C, z_C – координаты центра масс тела; F^e_{kx}, F^e_{ky}, F^e_{kz} – проекции на оси координат внешних сил, действующих на твердое тело.

Вращательное движение твердого тела относительно неподвижной оси z описывается теоремой об изменении кинетического момента.

Дифференциальное уравнения вращательного движения тела имеет вид:

$$J_z \frac{d\omega}{dt} = \sum M_z(\vec{F}^e_k) \quad \text{или} \quad J_z\ddot{\varphi} = \sum M_z(\vec{F}^e_k),$$

где ω – угловая скорость тела; $\omega = \dot{\varphi}$; φ – угол поворота тела; $\sum M_z(\vec{F}^e_k)$ – моменты внешних сил относительно оси z; J_z – момент инерции тела относительно оси z.

Уравнение вращательного движения можно представить в алгебраической форме: $J_z\varepsilon = \sum M_z(\vec{F}^e_k)$, где ε – угловое ускорение тела; $\varepsilon = \dot{\omega}$.

Плоскопараллельное движение твердого тела описывается на основании теорем о движении центра масс и изменении кинетического момента относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения. В проекции на координатные оси уравнения плоскопараллельного движения тела имеют вид:

$$ma_{Cx} = \sum F^e_{kx}, \quad ma_{Cy} = \sum F^e_{ky}, \quad J_{zC}\varepsilon = \sum M_{zC}(\vec{F}^e_k),$$

где a_{Cx}, a_{Cy} – проекции ускорения центра масс тела на координатные оси; F^e_{kx},

F_{ky}^{e} – проекции на оси координат внешних сил, действующих на тело; J_{zC} – момент инерции тела относительно оси *z*, проходящей через центр масс, перпендикулярно плоскости движения; ε – угловое ускорение тела; $M_{zC}(\vec{F}_k^{e})$ – моменты внешних сил относительно оси, проходящей через центр масс.

Проводя динамический расчет механической системы, следует рассматривать движение тел системы в отдельности, предварительно освободив их от связей и заменив действие связей реакциями. Далее на основании общих теорем динамики системы следует составить уравнения движения каждого тела.

5.2. Задание Д4. Динамический расчет механической системы

Механизм состоит из трёх тел – груза 1, катка 2 и блока 3, соединенных нерастяжимыми нитями или невесомыми стержнями.

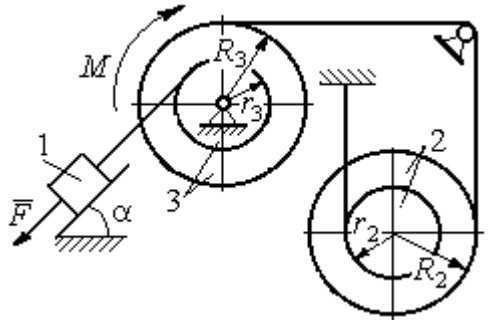
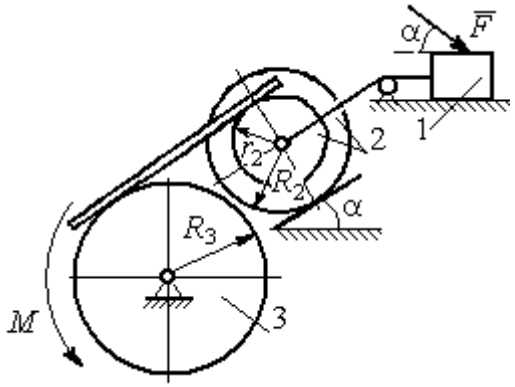
Движение механизма происходит в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом *M*. Направление действия силы $\vec{F}$ определяется углом α. Качение катка 2 происходит без скольжения. Проскальзывание между дисками и соединяющими их невесомыми стержнями или нитями отсутствует.

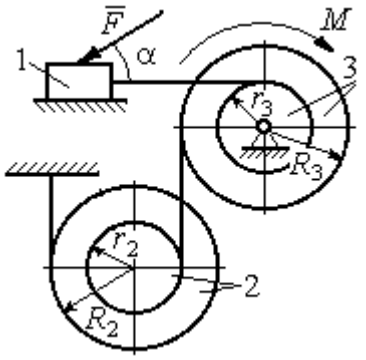
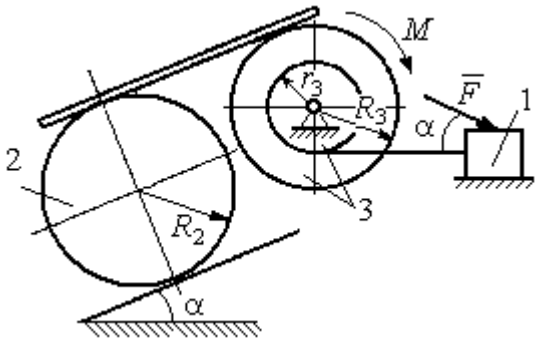
Радиусы ступеней катка 2 и блока 3 на схемах обозначены R_2, r_2 и R_3, r_3.

Сплошные диски считать однородными. Радиусы инерции неоднородных (ступенчатых) дисков относительно осей, проходящих через центры масс перпендикулярно плоскости движения, равны i_{z2}, i_{z3}.

Найти ускорение груза 1 и динамические реакции, действующие на ось блока 3.

Варианты заданий представлены на рис. 5.1, 5.2. Исходные данные приведены в табл. 5.1.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
	

Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
	

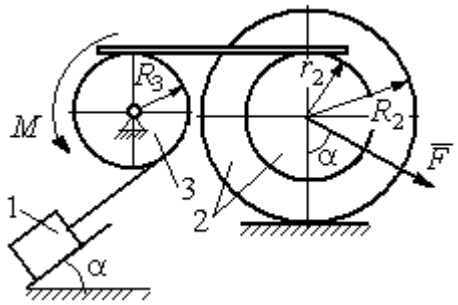
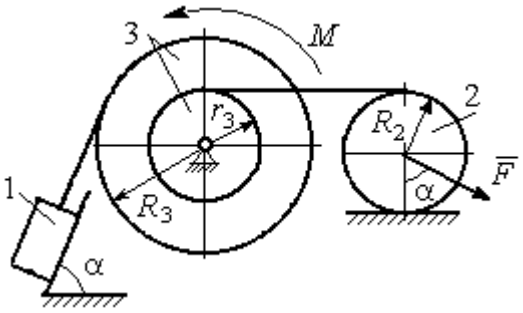
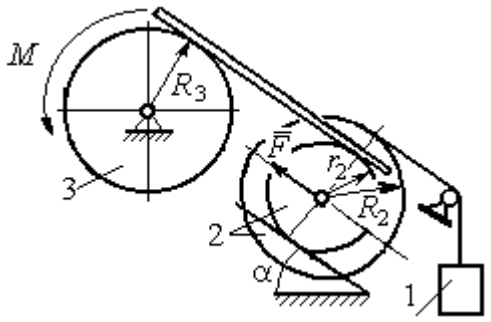
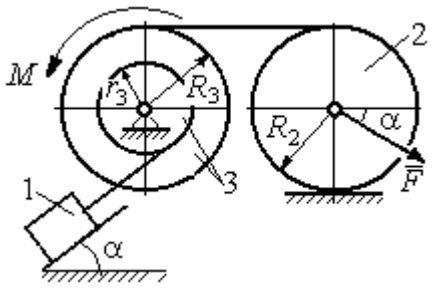
Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	

Рис. 5.1. Задание Д4. Динамический расчёт механической системы.
Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Окончание вариантов задания Д4

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

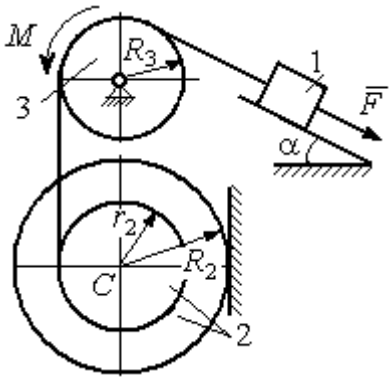
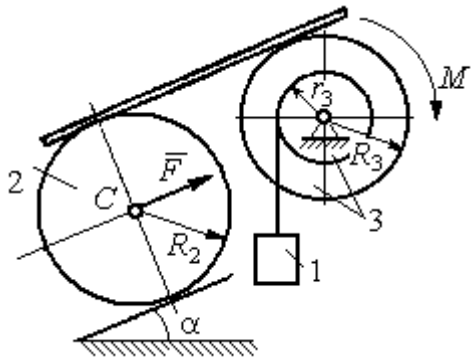
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 5.2. Задание Д4. Динамический расчёт механической системы.
Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 5.1

Исходные данные задания Д4. Динамический расчёт механической системы

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	α, град	R_2, м	r_2, м	R_3, м	r_3, м	i_{z2}, м	i_{z3}, м
1	P	P	$2P$	P	$2Pr$	60	$3r$	r	$2r$	r	$2r$	$r\sqrt{2}$
2	$3P$	P	$3P$	$3P$	Pr	30	$2r$	r	$2r$	–	$2r$	–
3	$4P$	$3P$	$4P$	$2P$	$2Pr$	60	$2r$	r	$2r$	r	$2r$	$2r$
4	$2P$	$2P$	$4P$	P	$4Pr$	45	$3r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{2}$
5	P	$3P$	$3P$	$2P$	$3Pr$	30	$3r$	r	r	–	$2r$	–
6	P	$2P$	$4P$	$4P$	$6Pr$	60	$3r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{2}$
7	P	$2P$	$3P$	$2P$	$3Pr$	45	$3r$	r	r	-	$r\sqrt{3}$	–

Окончание табл. 5.1

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	α, град	R_2, м	r_2, м	R_3, м	r_3, м	i_{z2}, м	i_{z3}, м
8	$2P$	$3P$	$3P$	P	$3Pr$	30	$2r$	–	$2r$	r	–	$r\sqrt{3}$
9	$3P$	P	$3P$	P	$2Pr$	30	$2r$	r	$2r$	–	$r\sqrt{2}$	–
10	P	P	$3P$	P	$2Pr$	60	$3r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{3}$
11	P	P	$3P$	$2P$	$3Pr$	30	$3r$	$2r$	$2r$	r	$r\sqrt{2}$	$r\sqrt{2}$
12	$2P$	P	$2P$	$4P$	Pr	60	$3r$	r	$3r$	–	$r\sqrt{3}$	–
13	$3P$	P	$3P$	$3P$	$2Pr$	30	$3r$	$2r$	$2r$	r	$2r$	$r\sqrt{2}$
14	$2P$	P	$3P$	$2P$	$4Pr$	60	$2r$	–	$3r$	$2r$	–	$2r$
15	P	$2P$	$4P$	P	$4Pr$	45	$3r$	$2r$	$2r$	–	$r\sqrt{3}$	–
16	P	$3P$	$4P$	$2P$	$3Pr$	30	$2r$	–	$2r$	r	–	$r\sqrt{2}$
17	P	P	$3P$	$2P$	$6Pr$	60	$3r$	r	$3r$	-	$r\sqrt{3}$	
18	$2P$	$2P$	$3P$	P	$3Pr$	60	$2r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{2}$
19	$2P$	P	$2P$	$3P$	$4Pr$	30	$3r$	r	$3r$	–	$2r$	–
20	P	P	$3P$	P	$2Pr$	45	$2r$	–	$2r$	r	–	$r\sqrt{3}$
21	$2P$	P	$4P$	$2P$	$4Pr$	60	$2r$	r	$3r$	r	$r\sqrt{2}$	$2r$
22	P	P	$2P$	$5P$	$2Pr$	45	$3r$	$2r$	$2r$	–	$2r$	–
23	$2P$	$2P$	$3P$	$3P$	$2Pr$	60	$3r$	r	$2r$	r	$2r$	$r\sqrt{2}$
24	$4P$	P	$3P$	P	$3Pr$	30	$2r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{3}$
25	P	$3P$	$2P$	P	$2Pr$	60	$3r$	r	r	–	$r\sqrt{3}$	–
26	P	$3P$	$4P$	$3P$	$3Pr$	45	$2r$	–	$3r$	$2r$	–	$r\sqrt{3}$
27	P	P	$4P$	$2P$	$4Pr$	30	$2r$	r	$2r$	-	$r\sqrt{3}$	
28	$2P$	$3P$	$3P$	P	$6Pr$	30	$2r$	–	$3r$	$2r$	–	$r\sqrt{2}$
29	$2P$	P	$2P$	$2P$	$2Pr$	45	$2r$	r	r	–	$2r$	–
30	P	P	$4P$	P	$4Pr$	60	$3r$	–	$3r$	$2r$	–	$2r$

Пример выполнения задания Д4. Динамический расчёт механической системы

Механизм (рис. 5.3) состоит из груза 1, однородного диска – катка 2 и неоднородного диска – блока 3, соединённых друг с другом нерастяжимыми нитями. Система движется в вертикальной плоскости из состояния покоя.

Движение происходит под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, равных по модулю: $P_1 = 2P$, $P_2 = 2P$, $P_3 = 3P$, силы $\vec{F}$, приложенной в центре масс катка 2, равной по величине: $F = 3P$, и пары сил с моментом $M = Pr$,

приложенных к блоку 3. Механизм является неизменяемой механической системой. Радиус катка 2 $R_2 = 2r$. Качение катка по наклонной плоскости происходит без проскальзывания. Радиусы ступенчатого блока 3: $R_3 = 3r$, $r_3 = r$. Радиус инерции блока 3 $i_3 = r\sqrt{3}$.

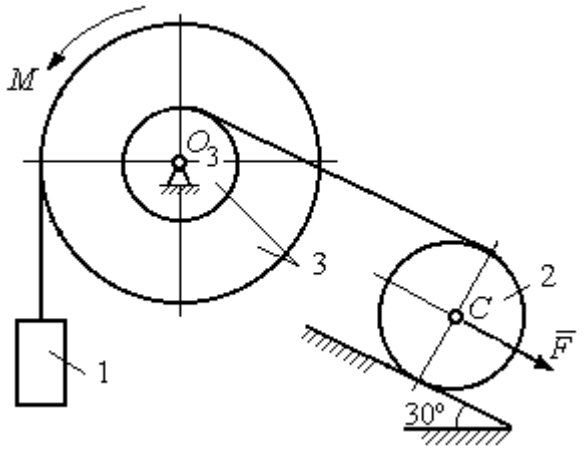


Рис. 5.3. Схема механической системы

Применяя метод динамического расчета механической системы найти ускорение груза 1 и динамические реакции, действующие на ось вращающегося блока 3.

Решение

Освобождаем систему от связей. На рис. 5.4 изображены внешние силы, действующие на каждое тело, после освобождения его от связей.

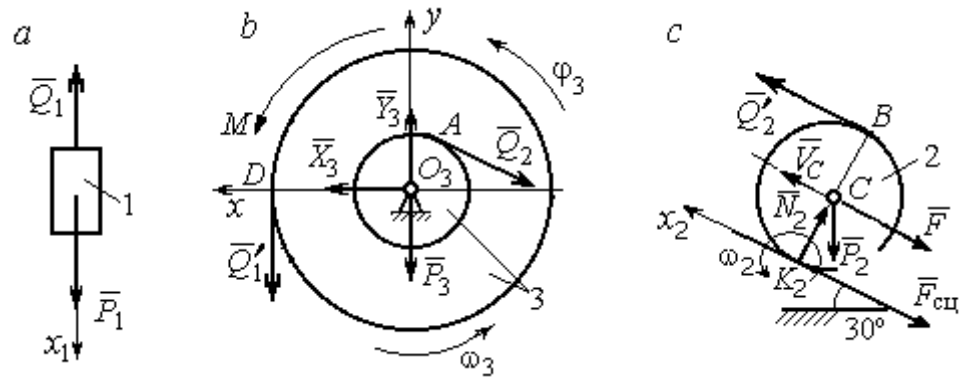


Рис. 5.4. Расчетные схемы для описания движения тел, входящих в систему:
a – поступательное движение груза 1; *b* – вращательное движение блока 3;
c – плоское движение катка 2

Груз 1 совершает поступательное движение. К нему приложены сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция нити $\vec{Q}_1$ (рис. 5.4, *a*). Предположим, груз 1 движется вниз, и направим ось x_1 в сторону движения груза.

Уравнение движения груза в проекции на ось x_1 в соответствии с теоремой о движении центра масс механической системы имеет вид:

$$m_1 a_1 = \sum F_{kx} = P_1 - Q_1 = 2P - Q_1,$$

где m_1, a_1 – соответственно, масса груза 1 и его ускорение, $m_1 = \frac{P_1}{g} = \frac{2P}{g}$.

Блок 3 вращается вокруг неподвижной оси *z*, проходящей через его центр масс O_3, перпендикулярно плоскости диска. Направление вращения блока, соответствующее выбранному движению вниз груза 1, показано на рис. 5.4, *b* дуговой стрелкой ω_3.

На блок действуют сила тяжести $\vec{P}_3$, силы реакции подшипника $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$, момент *M* и реакции нитей $\vec{Q}_1'$ и $\vec{Q}_2$ (см. рис. 5.4, *b*). При составлении уравнения вращательного движения блока 3 моменты сил считаем положительными, если они поворачивают блок в сторону его вращения.

Уравнение вращения блока 3 имеет вид:

$$J_{zO_3} \varepsilon_3 = \sum M_{zO_3}(F_k) = Q_1' R_3 + M - Q_2 r_3 = Q_1 3r + Pr - Q_2 r,$$

где J_{zO_3} – момент инерции блока 3 относительно оси *z*; ε_3 – угловое ускорение диска 3, $J_{zO_3} = m_3 i_3^2 = \frac{P_3}{g}(r\sqrt{3})^2 = \frac{9Pr^2}{g}$.

Каток 2 совершает плоскопараллельное движение. К нему приложены сила тяжести $\vec{P}_2$, сила $\vec{F}$, реакция нити $\vec{Q}_2'$ и реакция наклонной плоскости, состоящая из нормальной реакции опоры $\vec{N}_2$ и силы сцепления катка с поверхностью $\vec{F}_{\text{сц}}$. Согласно принципу равенства действия и противодействия, модули сил $\vec{Q}_2$ и $\vec{Q}_2'$ равны. На рис. 5.4, *c* показаны направления действия сил, приложенных к диску 2. В соответствии с направлением движения груза 1, центр масс катка 2 движется вверх параллельно наклонной плоскости. Направление движения центра масс катка 2 показано направлением оси x_2. Направление вращения катка 2 показано дуговой стрелкой угловой скорости ω_2 (см. рис 5.4, *c*).

Плоскопараллельное движение катка 2 описывается уравнением движения его центра масс и уравнением вращения вокруг оси, проходящей через

центр масс, перпендикулярно плоскости диска. Составляя уравнение движения, получим:

$$m_2 a_C = Q_2' - F - F_{\text{сц}} - P_2 \cos 60^\circ = Q_2 - 3P - F_{\text{сц}} - P,$$

$$J_C \varepsilon_2 = Q_2' R_2 + F_{\text{сц}} R_2 = Q_2 2r + F_{\text{сц}} 2r,$$

где m_2 – масса катка 2, $m_2 = \frac{P_2}{g} = \frac{2P}{g}$; a_C, ε_2 – ускорение центра масс и угловое ускорение катка 2; J_C – момент инерции однородного катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс, перпендикулярно плоскости диска, $J_C = \frac{m_2 R_2^2}{2} = \frac{P R_2^2}{g} = \frac{4 P r^2}{g}$. В уравнении вращательного движения диска момент силы считается положительным, если создаваемый им поворот направлен в сторону вращения диска,

К системе четырех уравнений, описывающих движения тел в системе, необходимо добавить уравнения связей. Если предположить, что скорость центра масс катка 2 равна V_C, то угловая скорость катка определится по формуле: $\omega_2 = \frac{V_C}{CK_2} = \frac{V_C}{R_2}$, где CK_2 – расстояние от центра масс катка 2 до его мгновенного центра скоростей (см. рис. 5.4, *c*). Продифференцировав по времени последнее равенство, получим уравнение связи между ускорением центра масс катка 2 и его угловым ускорением: $\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \frac{\dot{V}_C}{R_2} = \frac{a_C}{R_2} = \frac{a_C}{2r}$.

Скорость точки *B* катка 2 (см. рис. 5.4, *c*) $V_B = \omega_2 \cdot BK_2 = \frac{V_C}{R_2} 2R_2 = 2V_C$.

Точка *B* катка 2 и точка *A* блока 3 соединены нитью (см. рис. 5.3), поэтому их скорости равны. Приравняв скорости точек *A* и *B*, получим равенство: $2V_C = V_B = V_A = \omega_3 r_3 = \omega_3 r$, откуда $\omega_3 = \frac{2V_C}{r}$. После дифференцирования последнего выражения найдём соотношение между ускорениями: $\varepsilon_3 = \frac{2a_C}{r}$.

Скорость груза 1 связана со скоростью центра масс диска 2 следующим образом: $V_1 = V_D = \omega_3 R_3 = \dfrac{2V_C}{r} 3r = 6V_C$. Тогда $a_1 = 6a_C$.

В результате получены четыре уравнения, описывающие движение тел в системе:

$$\frac{2P}{g} a_1 = 2P - Q_1, \quad \frac{9Pr^2}{g} \varepsilon_3 = Q_1 3r + Pr - Q_2 r;$$

$$\frac{2P}{g} a_C = Q_2 - 3P - F_{\text{сц}} - P, \quad \frac{4Pr^2}{g} \varepsilon_2 = Q_2 2r + F_{\text{сц}} 2r$$

и три уравнения связей: $\varepsilon_2 = \dfrac{a_C}{2r}$, $\varepsilon_3 = \dfrac{2a_C}{r}$, $a_1 = 6a_C$.

После подстановки уравнений связи в уравнения движения тел получим систему четырёх уравнений с четырьмя неизвестными:

$$\frac{12P}{g} a_C = 2P - Q_1, \quad \frac{18P}{g} a_C = 3Q_1 + P - Q_2,$$

$$\frac{2P}{g} a_C = Q_2 - 4P - F_{\text{сц}}, \quad \frac{P}{g} a_C = Q_2 + F_{\text{сц}},$$

которая может быть решена любым известным из курса математики способом.

Например, исключив из первых двух уравнений величину Q_1, а из третьего и четвёртого уравнений – величину $F_{\text{сц}}$, получим систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\frac{54P}{g} a_C = 7P - Q_2, \; \frac{3P}{g} a_C = 2Q_2 - 4P,$$

откуда $a_C = \dfrac{10}{111} g$, $Q_2 = \dfrac{79}{37} P$. Величину натяжения нити Q_1 находим из первого уравнения исходной системы: $Q_1 = \dfrac{34}{37} P$.

Для вычисления динамической реакции R_3 оси блока 3 заметим, что центр масс блока 3 неподвижен и его ускорение равно нулю, $\vec{a}_{O_3} = 0$. Тогда уравнения движения центра масс блока 3 в проекциях на оси x, y имеют вид :

$$m_3 a_{O_3 x} = X_3 - Q_2 \cos 30^\circ = 0,\ m_3 a_{O_3 y} = Y_3 - Q_1 - P_3 - Q_2 \cos 60^\circ = 0,$$

где X_3, Y_3, – проекции реакции R_3 оси вращающегося блока 3 на оси x, y (см. рис. 5.4, *b*). Отсюда, с учетом значений $Q_1 = 0{,}919P$ и $Q_2 = 2{,}135P$, проекции динамической реакции оси блока 3: $X_3 = Q_2 \cos 30^\circ = 1{,}85P$, $Y_3 = Q_1 + P_3 + Q_2 \cos 60^\circ = 4{,}98P$. Полная величина динамической реакции оси блока 3: $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2} = 5{,}31P$.

5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы

Кинетическая энергия тела при поступательном движении: $T = \frac{1}{2} m V_C^2$, где m – масса тела; V_C – скорость центра масс тела. **Кинетическая энергия тела при вращательном движении** вокруг неподвижной оси z: $T = \frac{1}{2} J_z \omega^2$, где J_z – момент инерции тела относительно оси z; ω – угловая скорость тела. Для дисков с равномерно распределённой массой момент инерции относительно оси z, проходящей через центр масс: $J_z = \frac{1}{2} m R^2$, где R – радиус диска. Для тел с неравномерно распределённой массой $J_z = m i_z^2$, где i_z – радиус инерции. **Кинетическая энергия тела при плоскопараллельном движении:** $T = \frac{1}{2} m V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega^2$, где m – масса тела; V_C, ω – скорость центра масс и угловая скорость тела; J_{zC} – момент инерции тела относительно оси z, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения.

Работа постоянной по модулю и направлению силы $\vec{F}$ на конечном прямолинейном перемещении S точки приложения силы: $A(F) = FS\cos\alpha$, где α – угол между вектором силы и перемещением. Если угол α острый, работа

положительна. Если тупой – отрицательна. При $\alpha = 90°$ сила перпендикулярна перемещению точки и работа силы равна нулю.

Работа пары сил с постоянным моментом M при повороте тела на конечный угол φ: $A = \pm M\varphi$, где φ – угол поворота тела. Работа считается положительной, если пара сил стремится повернуть тело в направлении его вращения, и отрицательной – в противном случае.

Мощностью силы $\vec{F}$ называют величину $N(F)$, равную скалярному произведению силы на скорость точки её приложения: $N(F) = \vec{F} \cdot \vec{V} = F \cdot V\cos\alpha$, где V – скорость точки приложения силы; α – угол между вектором силы и вектором скорости точки приложения силы.

При плоском движении тела мощность силы выражается суммой скалярных произведений векторов: $N = \vec{F} \cdot \vec{V}_O + \vec{M}_O(\vec{F}) \cdot \vec{\omega} = F \cdot V_O\cos\alpha \pm F h_O \omega$, где $\vec{V}_O$ – вектор скорости точки, выбранной полюсом; $\vec{\omega}$ – вектор угловой скорости тела; $\vec{M}_O$ – вектор момента силы $\vec{F}$ относительно полюса; h_O – плечо силы $\vec{F}$ относительно полюса *O*.

Теорема об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной форме. Производная по времени от кинетической энергии системы равна сумме мощностей внешних и внутренних сил $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e) + \sum N(\vec{F}_k^i)$, где T – кинетическая энергия системы; $\sum N(\vec{F}_k^e)$, $\sum N(\vec{F}_k^i)$ – сумма мощностей, соответственно, внешних и внутренних сил.

Теорема об изменении кинетической энергии системы на конечном перемещении. Изменение кинетической энергии системы на её конечном перемещении равно сумме работ внешних и внутренних сил, действующих на систему $T - T_0 = \sum A(\vec{F}_k^e) + \sum A(\vec{F}_k^i)$, где T, T_0 – кинетическая энергия системы, соответственно, в текущем и начальном состояниях; $\sum A(\vec{F}_k^e)$, $\sum A(\vec{F}_k^i)$ – сум-

ма работ внешних и внутренних сил при перемещении системы из начального состояния в текущее.

Механические системы, состоящие из абсолютно твердых тел, соединенных гибкими нерастяжимыми нитями, называются **неизменяемыми**. В неизменяемых системах сумма работ внутренних сил и, следовательно, сумма мощностей этих сил равны нулю. Поэтому для таких систем в теореме об изменении кинетической энергии достаточно учитывать только внешние силы.

5.4. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Неизменяемая механическая система состоит из ступенчатого и однородного дисков, соединённых нерастяжимой нитью или невесомым стержнем. Нити и стержни, соединяющие диски, параллельны плоскостям качения дисков. Качение дисков без скольжения. Скольжение между невесомым стержнем и дисками отсутствует.

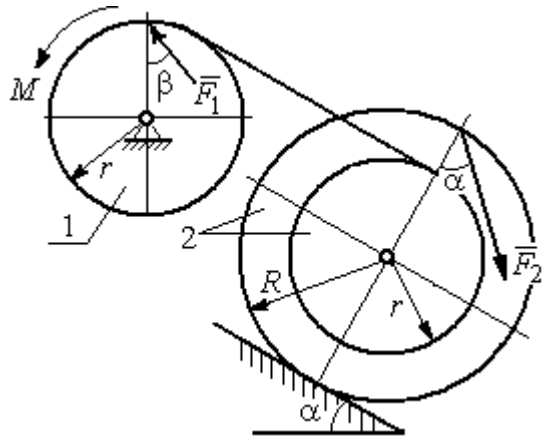
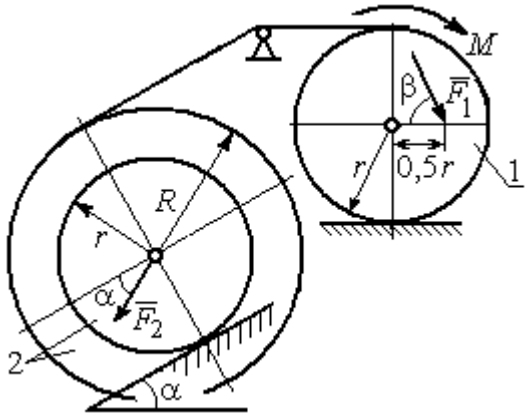
Вес дисков P_1 и P_2. Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и пары сил с моментом *M*. Направления действия сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и наклон плоскости (если он есть) определяются углами α или β, показанными на схемах механизмов.

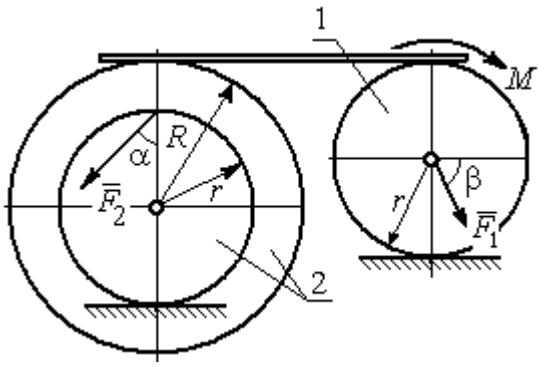
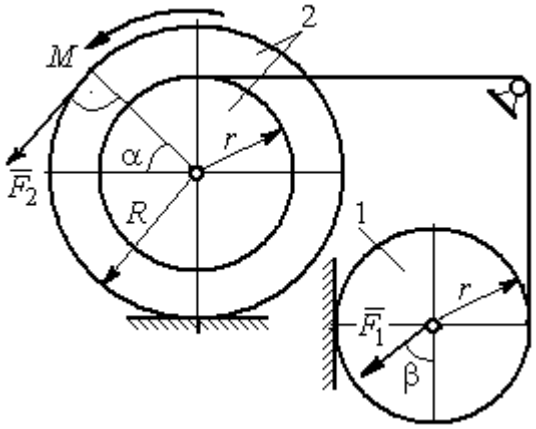
Радиус однородного диска *r*. Радиусы ступеней ступенчатого диска *R* и *r*. Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен i_z.

1. Найти ускорение центра масс диска 2.

2. Найти реакцию опоры диска 2 на плоскость (её нормальную составляющую и силу сцепления диска с плоскостью).

Варианты задания приведены на рис. 5.5, 5.6, исходные данные представлены в табл. 5.2.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
	

Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
	

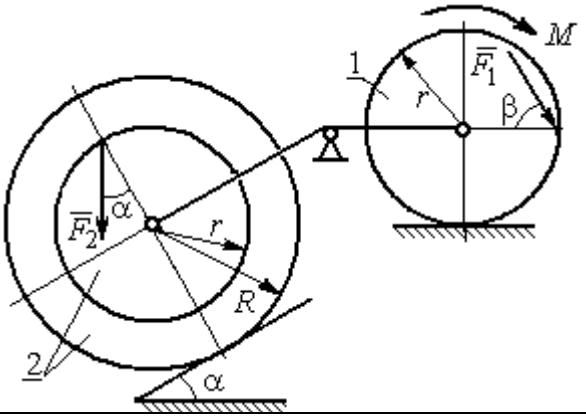
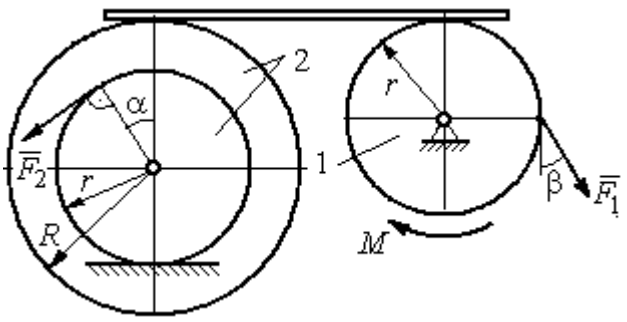
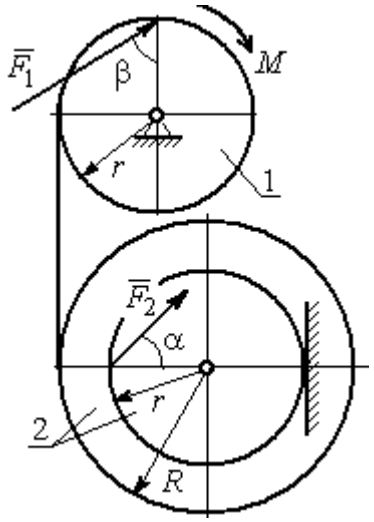
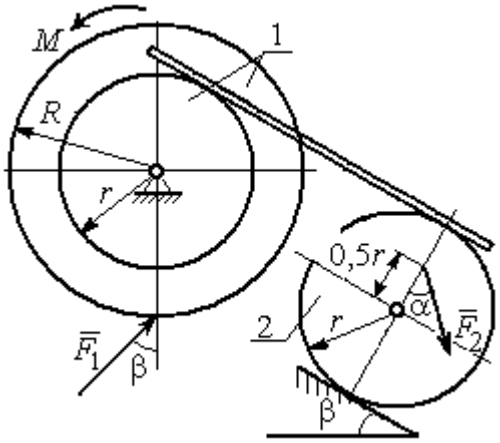
Вариант № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	

Рис. 5.5. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии. Варианты задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Окончание вариантов задания Д5

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

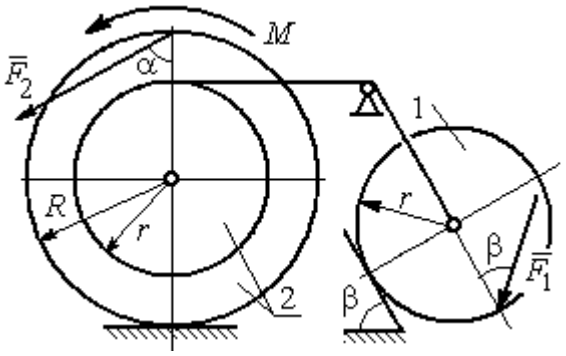
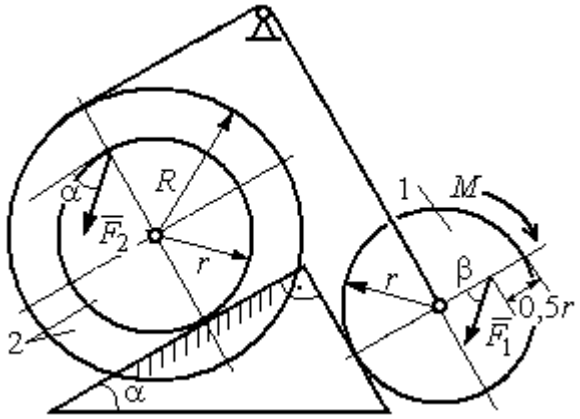
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты 10, 20, 30**
	

Рис. 5.6. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии. Варианты задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 5.2

Исходные данные задания Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	F_1, Н	F_2, Н	M, Н·м	α, град	β, град	R, м	r, м	i_z, м
1	10	20	15	20	25	30	60	0,4	0,3	0,3
2	20	30	10	20	20	60	30	0,6	0,3	0,4
3	10	15	12	20	25	60	60	1,2	0,6	0,8
4	12	25	20	25	35	30	30	1,5	0,5	1,2

Окончание табл. 5.2

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	F_1, Н	F_2, Н	M, Н·м	α, град	β, град	R, м	r, м	i_z, м
5	15	20	10	20	30	60	30	0,8	0,4	0,7
6	18	20	18	22	22	45	60	1,2	0,4	0,9
7	15	25	10	8	20	45	45	0,9	0,6	0,7
8	25	22	10	12	30	45	60	1,0	0,8	0,9
9	12	25	18	10	32	30	30	0,8	0,6	0,7
10	10	15	8	10	28	60	30	1,4	0,7	1,2
11	15	22	20	25	30	60	45	0,6	0,4	0,5
12	20	25	15	40	30	30	60	0,8	0,4	0,6
13	10	20	10	25	30	45	30	1,0	0,5	0,9
14	12	15	18	15	25	30	30	0,9	0,3	0,8
15	20	25	20	20	30	45	60	1,0	0,5	0,8
16	10	15	10	15	16	60	45	1,2	0,4	1,1
17	18	25	12	10	30	30	30	1,5	0,9	1,3
18	25	20	10	15	20	60	60	0,8	0,5	0,7
19	12	25	10	10	32	60	60	1,2	0,9	1,1
20	15	20	8	20	25	30	45	0,8	0,4	0,7
21	10	25	25	15	30	45	30	0,7	0,5	0,6
22	18	20	20	20	35	60	45	1,4	0,7	0,9
23	10	15	10	30	30	30	30	1,4	0,7	0,8
24	10	15	12	20	20	30	30	1,2	0,4	0,8
25	12	18	20	18	30	60	30	1,2	0,6	1,1
26	10	12	12	15	15	30	30	0,9	0,3	0,8
27	15	22	10	12	20	45	60	0,8	0,6	0,7
28	22	20	8	16	8	30	45	0,6	0,2	0,4
29	18	25	10	8	32	60	60	1,2	0,8	1,1
30	20	25	8	20	28	30	30	0,8	0,4	0,6

Пример выполнения задания Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Механическая система состоит из ступенчатого и однородного дисков, соединённых невесомым стержнем (рис. 5.7). Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести, сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и пары сил с моментом M. Направления действия сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ определяются углами α и β.

Диск 1 вращается вокруг неподвижной оси O_1. Диск 2 катится прямолинейно по горизонтальной поверхности. Качение диска 2 без проскальзывания.

Невесомый стержень, соединяющий диски, расположен горизонтально. Скольжение между стержнем и дисками отсутствует.

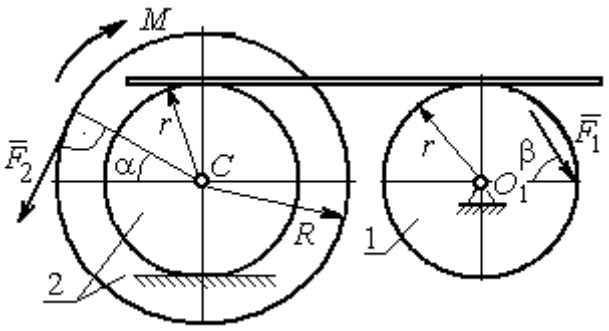


Рис. 5.7. Схема движения механической системы

Определить ускорение центра масс диска 2, угловое ускорение дисков, усилие в стержне, динамическую реакцию шарнира O_1, реакцию опоры диска 2 (её нормальную составляющую и силу сцепления диска с поверхностью качения), если модули сил тяжести $P_1 = 40$ Н, $P_2 = 60$ Н, модули сил $F_1 = 80$ Н, $F_2 = 30$ Н, величина момента $M = 35$ Н·м, углы наклона сил $\alpha = 30°$, $\beta = 45°$, радиусы дисков $R = 0{,}8$ м, $r = 0{,}6$ м, радиус инерции диска 2 $i_z = 0{,}4$ м.

Решение

Предположим, что во время движения системы диск 1 вращается по ходу часовой стрелки. Угловые скорости ω_1 и ω_2 дисков 1 и 2 и скорость центра масс диска 2 показаны на рис. 5.8.

На диск 1 действуют силы: $\vec{F}_1$, сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция шарнира O_1, разложенная на составляющие $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$. На диск 2: сила $\vec{F}_2$, сила тяжести $\vec{P}_2$, пара сил с моментом M, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила сцепления диска 2 с поверхностью $\vec{F}_{сц}$. Направления действия сил показаны на рис. 5.8.

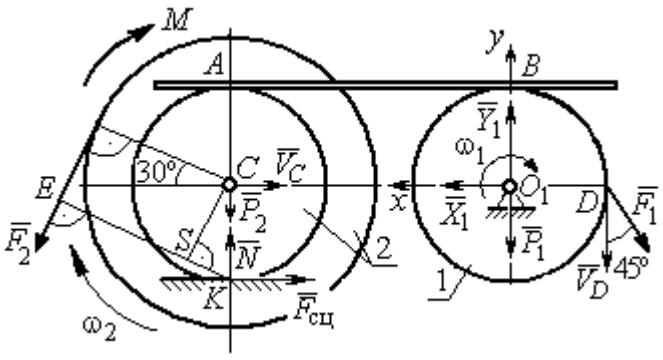


Рис. 5.8. Расчетная схема для исследования движения системы

Для решения задачи воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной форме. По условию задачи рассматриваемая система неизменяемая и, следовательно, сумма мощностей внутренних сил равна нулю. В этом случае теорема об изменении кинетической энергии системы принимает вид $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e)$, где T – энергия системы в текущем положении; $\sum N(\vec{F}_k^e)$ – суммарная мощность внешних сил.

Найдём кинетическую энергию системы и выразим её через скорость центра масс диска 2.

Кинетическая энергия вращательного движения диска 1: $T_1 = \frac{1}{2} J_{zO_1} \omega_1^2$, где ω_1 – угловая скорость диска 1; J_{zO_1} – осевой момент инерции диска 1, $J_{zO_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$. Диск 2 движется плоскопараллельно. Его кинетическая энергия определяется по формуле: $T_2 = \frac{1}{2} m_2 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_2^2$, где V_C, ω_2 – скорость центра масс и угловая скорость диска 2; J_{zC} – момент инерции ступенчатого диска 2 относительно оси *z*, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_{zC} = m_2 i_z^2$.

У диска 2 мгновенный центр скоростей находится в точке касания его с неподвижной поверхностью (точка *K* на рис. 5.8). Тогда скорость точки *C* определяется по формуле $V_C = \omega_2 \cdot CK = \omega_2 r$, откуда $\omega_2 = \frac{V_C}{r}$. Скорость точки *A* $V_A = \omega_2 \cdot AK = \omega_2 2r$, или $V_A = 2V_C$.

Так как нет проскальзывания между стержнем и дисками, скорость точки *A* на диске 2 равна скорости точки *B* на диске 1, причём $V_B = \omega_1 r$. Приравнивая скорости $V_B = V_A$, найдем $\omega_1 = \frac{2V_C}{r}$.

С учетом найденных зависимостей кинетические энергии дисков 1 и 2 и суммарная энергия системы имеют вид

$$T_1 = \frac{1}{2} J_{zO_1} \omega_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_1 r^2}{2g} \left(\frac{2V_C}{r} \right)^2 = \frac{P_1}{g} V_C^2;$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_2}{g} V_C^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{P_2}{g} i_z^2 \left(\frac{V_C}{r} \right)^2;$$

$$T = T_1 + T_2 = \frac{P_1}{g} V_C^2 + \frac{1}{2} \frac{P_2}{g} \left(1 + \frac{i_z^2}{r^2} \right) V_C^2 .$$

Производная по времени от кинетической энергии системы

$$\frac{dT}{dt} = 2V_C \frac{dV_C}{dt} \left[\frac{P_1}{g} + \frac{P_2}{2g} \left(1 + \frac{i_z^2}{r^2} \right) \right].$$

Найдем сумму мощностей внешних сил. Отметим, что мощности силы тяжести $\vec{P}_1$ и сил реакции $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$ подшипника O_1 равны нулю, так как нет перемещения точек приложения этих сил. Мощности сил $\vec{N}$ и $\vec{F}_{\text{сц}}$ – нормальной реакции опоры диска 2 и силы сцепления диска с плоскостью также равны нулю, так как точкой приложения этих сил является мгновенный центр скоростей диска 2, скорость которого равна нулю. Мощность силы $\vec{P}_2$ равна нулю, так как угол между вектором силы и скоростью точки приложения силы – точки C – равен 90° (см. рис. 5.8). Для определения мощности силы $\vec{F}_2$, приложенной к диску 2, воспользуемся формулой расчета мощности силы при плоскопараллельном движении тела. Выберем в качестве полюса точку K – мгновенный центр скоростей диска 2, скорость которого $V_K = 0$ (см. рис. 5.8). В этом случае мощность силы $\vec{F}_2$ равна: $N(\vec{F}_2) = \vec{M}_K \cdot \vec{\omega}_2 = -F_2 h_K \omega_2$, где $\vec{M}_K = M_K(\vec{F}_2)$ – вектор момента силы $\vec{F}_2$ относительно центра K; $\vec{\omega}_2$, ω_2 – вектор и модуль угловой скорости диска 2; h_K – плечо силы $\vec{F}_2$ относительно центра K. Мощ-

ность силы $\vec{F}_2$ отрицательная, так как направление момента силы $\vec{F}_2$ относительно точки K противоположно направлению угловой скорости диска 2.

В результате, мощность силы $\vec{F}_2$:

$$N(\vec{F}_2) = -F_2 h_K \omega_2 = -F_2(R + r\cos 60^\circ)\omega_2 = -F_2 V_C\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right).$$

Здесь $h_K = EK = ES + SK = R + r\cos 60^\circ$ (см. рис. 5.8).

Заметим, что для вычисления мощности силы F_2 можно использовать в качестве полюса центр масс диска – точку C. Имеем:

$$N(\vec{F}_2) = \vec{F}_2 \cdot \vec{V}_C + \vec{M}_C(F_2) \cdot \vec{\omega}_2 = F_2 V_C \cos 120^\circ - F_2 R\omega_2 = -F_2 V_C\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right).$$

Момент M направлен в сторону вращения диска 2. Его мощность положительная: $N(M) = M\omega_2 = M\dfrac{V_C}{r}$. Мощность силы $\vec{F}_1$, приложенной в точке D, $N(\vec{F}_1) = F_1 V_D \cos 45^\circ = F_1 V_C \sqrt{2}$. Здесь учтено очевидное равенство $V_D = V_A = 2V_C$ (см. рис. 5.8).

Суммарная мощность внешних сил:

$$\sum N(F^e) = -F_2 V_C\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right) + M\frac{V_C}{r} + F_1 V_C\sqrt{2}.$$

В результате теорема об изменении кинетической энергии системы приводится к виду

$$2V_C\frac{dV_C}{dt}\left[\frac{P_1}{g} + \frac{P_2}{2g}\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right)\right] = -F_2 V_C\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right) + M\frac{V_C}{r} + F_1 V_C\sqrt{2},$$

откуда ускорение центра масс диска 2:

$$a_C = \frac{dV_C}{dt} = \frac{\left[-F_2\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right) + \frac{M}{r} + F_1\sqrt{2}\right]g}{\left[2P_1 + P_2\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right)\right]}.$$

Подставляя исходные данные задачи, получим: $a_C = 6{,}85$ м/с^2.

Для определения углового ускорения диска 2 продифференцируем по времени равенство $\omega_2 = \frac{V_C}{CK} = \frac{V_C}{r}$. Дифференцирование здесь допустимо, так как во время движения диска 2 расстояние от точки *C* до мгновенного центра скоростей диска 2 – точки *K* – не меняется.

Найдем $\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \frac{\dot{V}_C}{r} = \frac{a_C}{r}$ = 11,42 рад/с^2. Угловое ускорение диска 1 находится путём дифференцирования равенства $\omega_1 = 2\omega_2$. Имеем: $\varepsilon_1 = 2\varepsilon_2 = 22{,}84$ рад/с^2.

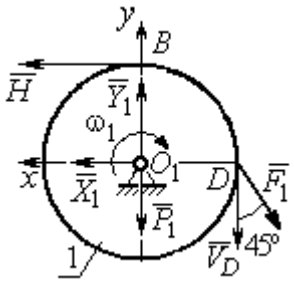


Рис. 5.9. Силы, действующие на диск 1 во время движения

Для того чтобы определить реакцию стержня, освобождаемся от стержня, заменяем его реакцией $\vec{H}$ и составляем уравнения движения дисков 1 и 2.

Силы, действующие на диск 1 во время движения, показаны на рис. 5.9. Уравнение вращательного движения диска 1 в алгебраической форме: $J_{zO_1}\varepsilon_1 = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$, где ε_1 – угловое ускорение диска; J_{zO_1} – момент инерции диска 1 относительно оси *z*, проходящей через точку O_1 перпендикулярно плоскости диска, $J_{zO_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$; $\sum M_{zO_1}(\vec{F}_k^e)$ – сумма моментов внешних сил относительно оси *z*.

Считая моменты сил положительными, если они создают поворот диска в сторону его вращения, составим сумму моментов внешних сил относительно оси *z*: $\sum M_{zO_1}(\vec{F}_k^e) = F_1 r\cos 45^\circ - Hr$. В результате уравнение вращательного движения диска 1 принимает вид: $\frac{P_1 r^2}{2g}\varepsilon_1 = F_1 r\cos 45^\circ - Hr$.

Подставляя в уравнение исходные данные задачи с учетом найденного значения углового ускорения диска 1 ε_1 = 22,84 рад/с^2, найдем реакцию стержня *H* = 28,63 Н.

Для определения динамической реакции шарнира O_1 диска 1 применим теорему о движении центра масс. Выберем оси координат O_1x и O_1y, как показано на рис. 5.9, и составим уравнение движения центра масс диска 1 в проекциях на оси координат с учётом того, что сам центр масс неподвижен и его ускорение равно нулю.

Получим систему:

$$H + X_1 - F_1\sin 45^\circ = 0, \quad Y_1 - P_1 - F_1\cos 45^\circ = 0.$$

Отсюда, с учётом найденной величины усилия в стержне $H = 28{,}63$ Н, находим составляющие динамической реакции шарнира: $X_1 = 27{,}94$ Н, $Y_1 = 96{,}57$ Н. Полная реакция шарнира $R_{O_1} = \sqrt{X_1^2 + Y_1^2} = 100{,}53$ Н.

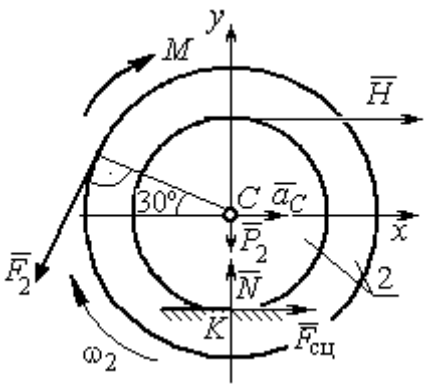


Рис. 5.10. Силы, действующие на диск 2 во время движения

Для определения величины силы сцепления диска 2 с поверхностью качения и нормальной составляющей реакции опоры диска используем теорему о движении центра масс. Силы, приложенные к диску 2, и выбранная система координат xCy показаны на рис. 5.10. Уравнения движения центра масс диска 2 в проекциях на оси x, y имеют вид:

$$m_2 a_C = H + F_{\text{сц}} - F_2\cos 60^\circ;$$

$$0 = -F_2\cos 30^\circ - P_2 + N.$$

С учетом найденных значений реакции стержня $H = 28{,}63$ Н и ускорения центра масс диска 2 $a_C = 6{,}85$ м/с^2, находим силу сцепления и нормальную реакцию опоры: $F_{\text{сц}} = 28{,}27$ Н, $N = 85{,}98$ Н.

Полная реакция опоры $R_K = \sqrt{N^2 + F_{\text{сц}}^2} = 90{,}51$ Н.

6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

6.1. Принципы механики. Общее уравнение динамики

Силой инерции материальной точки называют векторную величину, модуль которой равен произведению массы точки на модуль её ускорения, направленную противоположно этому ускорению $\vec{R}^{\text{и}} = -m\vec{a}$, где m – масса точки; $\vec{a}$ – вектор ускорения точки.

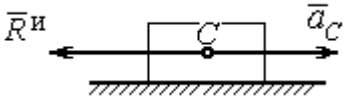


Рис. 6.1. Главный вектор сил инерции при поступательном движении твердого тела

При поступательном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ система сил инерции, приложенных к каждой точке тела, приводится к главному вектору сил инерции $\vec{R}^{\text{и}}$, равному по величине $R^{\text{и}} = ma_C$, приложенному в центре масс тела и направленному в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$ (рис. 6.1).

При вращении тела вокруг неподвижной оси z, проходящей через центр масс, главный вектор сил инерции, приведённый к центру масс тела, обращается в нуль (так как ускорение центра масс равно нулю). Таким образом, система сил инерции приводится к паре сил с моментом $\vec{M}^{\text{и}}$, равным главному моменту сил инерции относительно оси вращения. Величина главного момента сил инерции $M^{\text{и}} = J_z\varepsilon$, где J_z – момент инерции тела относительно оси z; ε – угловое ускорение тела. Направлен главный момент сил инерции в сторону, противоположную угловому ускорению (рис. 6.2).

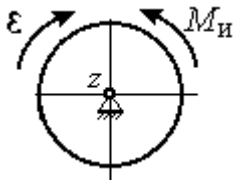


Рис. 6.2. Главный момент сил инерции при вращении тела вокруг оси, проходящей через центр масс

При плоскопараллельном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ и угловым ускорением ε система сил инерции, приложенных к каждой точке тела, приводится к силе $\vec{R}^{\text{и}}$, равной главному вектору сил инерции, и паре сил с моментом $\vec{M}^{\text{и}}$, равным главному моменту сил инерции относительно оси,

проходящей через центр масс тела перпендикулярно плоскости движения (рис. 6.3). Главный вектор сил инерции равен по модулю произведению массы тела на ускорение его центра масс: $R^{и} = ma_C$, приложен в центре масс тела и направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$ центра масс. Главный момент сил инерции равен по величине произведению момента инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, на угловое ускорение тела: $M^{и} = J_C\varepsilon$, где J_C – момент инерции тела. Направлен главный момент сил инерции в сторону, противоположную угловому ускорению (см. рис. 6.3).

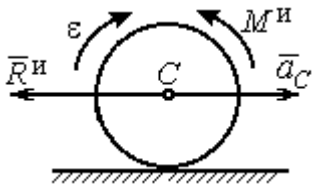


Рис. 6.3. Главный вектор и главный момент сил инерции при плоскопараллельном движении твердого тела

Принцип Даламбера для системы. Если в любой момент времени к каждой из точек системы кроме действующих на нее внешних и внутренних сил присоединить соответствующие силы инерции, то полученная система сил будет уравновешенной. Принцип Даламбера даёт возможность составлять уравнения движения механической системы в виде уравнений равновесия:

$$\sum \vec{F}_k^e + \vec{R}^{и} = 0, \ \sum \vec{M}_O(\vec{F}_k^e) + \vec{M}_O^{и} = 0,$$

где $\vec{F}_k^e$ – внешние силы, приложенные к системе; $\vec{R}^{и}$ – главный вектор сил инерции; $\vec{M}_O(\vec{F}_k^e)$ – момент внешних сил, приложенных к системе, относительно произвольного центра *O*; $\vec{M}_O^{и}$ – главный момент сил инерции относительно центра *O*.

Силы, действующие на систему, можно подразделить на активные и реакции связей. **Идеальными связями** в механической системе называют такие связи, для которых сумма элементарных работ их реакций на любом возможном перемещении равна нулю.

Принцип возможных перемещений. Для равновесия механической системы с идеальными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма

элементарных работ всех активных сил, приложенных к точкам системы, была равна нулю на любом возможном перемещении системы: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = 0$, где $\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}})$ – элементарная работа активных сил на возможном перемещении.

Совместное применение принципа Даламбера и принципа возможных перемещений приводит к формулировке общего уравнения динамики.

Общее уравнение динамики. При движении механической системы с идеальными связями в каждый момент времени сумма элементарных работ всех приложенных активных сил и сил инерции на любом возможном перемещении равна нулю: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0$, где $\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}})$, $\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}})$ – элементарные работы активных сил и сил инерции, приложенных к системе, на её возможном перемещении.

При вычислении элементарных работ активных сил и сил инерции используют обычные формулы для вычисления работы сил на элементарном перемещении точек их приложения. При этом переменные силы на элементарном перемещении точек их приложения считаются постоянными.

6.2. Задание Д6. Исследование механической системы с применением общего уравнения динамики

Механическая система с идеальными связями включает груз и два диска – однородного радиусом R или r и ступенчатого. Ступенчатый диск состоит из двух одноосных цилиндров радиусом R и r. Радиусы дисков указаны на схеме. Тела соединены нерастяжимыми нитями или невесомыми стержнями. Система движется в вертикальной плоскости из состояния покоя под действием сил тяжести, постоянной силы $\vec{F}$, а также пары сил с переменным моментом M. Направление действия силы $\vec{F}$ и наклон плоскости движущихся тел определяются углами α и β. Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен i_z.

Качение дисков без проскальзывания. Скольжение между невесомым стержнем и дисками отсутствует. Движение грузов по плоскости без трения. Нити и стержни, соединяющие груз и диски, параллельны соответствующим плоскостям, по которым двигаются тела.

Найти уравнение движения центра масс диска 3. Определить реакцию шарнира диска 2 в момент времени $t = 1$ с.

Варианты задания приведены на рис. 6.4, 6.5. Исходные данные выбираются из табл. 6.1.

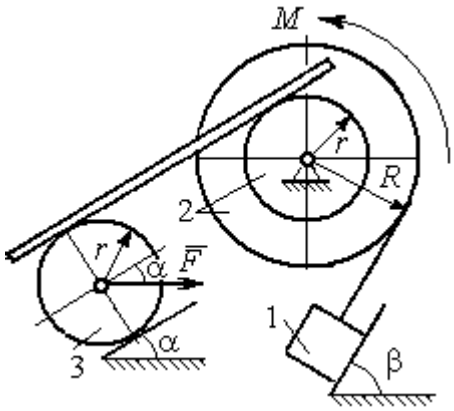
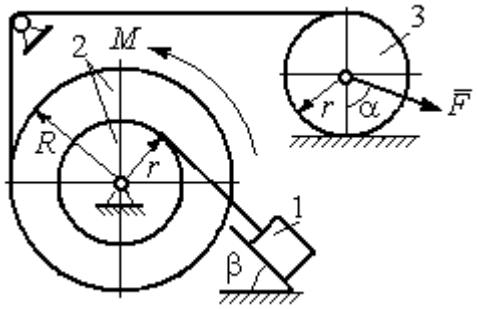
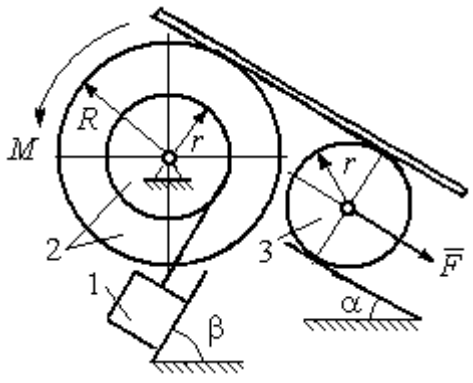
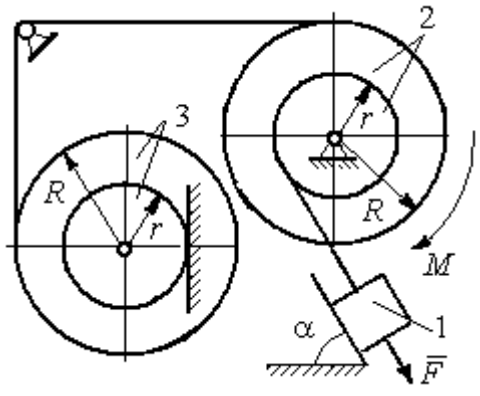
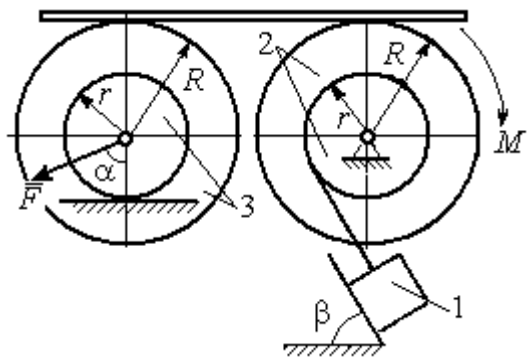
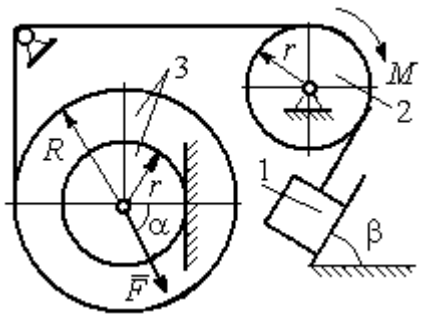
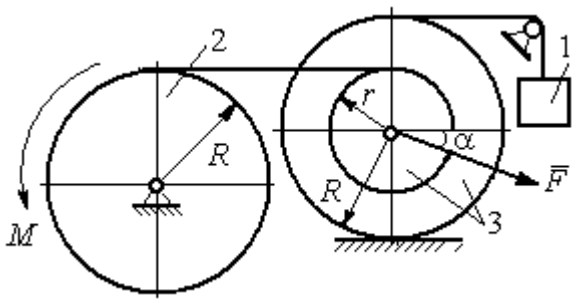
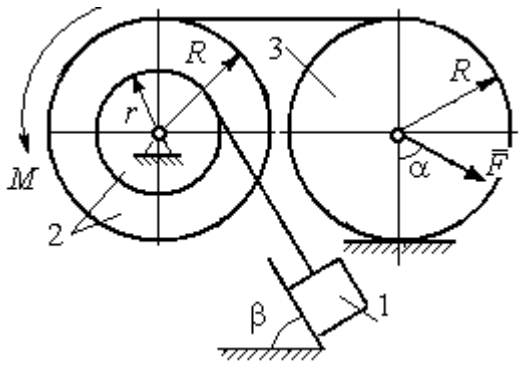
Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
	
Варианты 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
	

Рис. 6.4. Задание Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики.
Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
	

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

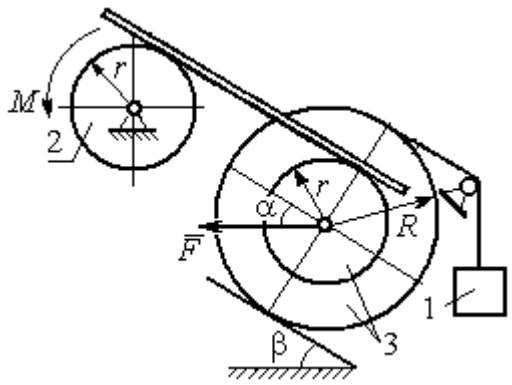
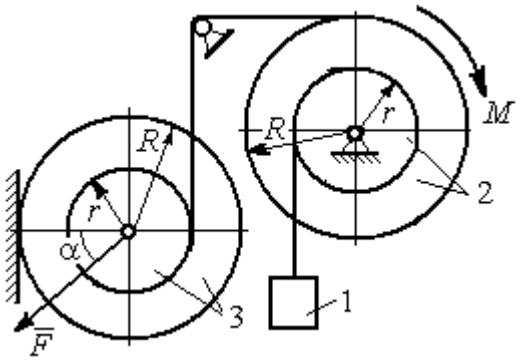
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 6.5. Задание Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики. Номера вариантов задания 5 – 10, 15 – 20, 25 – 30

Таблица 6.1

Исходные данные задания Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	α, град	β, град	R, м	r, м	i_z, м
1	10	20	8	20	$3(2+t^2)$	30	60	0,6	0,3	0,4
2	10	22	15	15	$4(t+3)$	30	30	0,8	0,4	0,6
3	5	18	10	6	$8(t^2+1)$	90	30	0,4	0,3	0,3
4	5	22	10	5	$14(t^2+t+1)$	30	–	0,6	0,5	0,6
5	5	20	16	9	$3(t^2+4)$	45	60	0,6	0,3	0,5
6	10	16	14	15	$4(5+t)$	60	30	1,0	0,6	0,8
7	6	20	20	8	$9(3t^2+2)$	45	–	0,8	0,6	0,8
8	16	25	15	12	$5(t^2+4)$	30	60	1,2	0,6	0,8
9	5	20	12	8	$4(3+5t)$	60	30	0,6	0,4	0,5
10	6	25	8	10	$5(3t+6)$	30	–	1,0	0,8	0,9
11	4	22	8	15	$2+ t^2$	45	45	0,8	0,4	0,6
12	15	18	15	10	$5(t+3)$	30	60	1,0	0,5	0,7
13	6	20	10	4	$5(t^2+2)$	30	60	0,6	0,5	0,4
14	10	25	15	8	$16(t+2)$	60	–	0,8	0,6	0,7
15	8	18	20	10	$6(t+2)$	30	90	1,2	0,6	1,0
16	8	18	12	12	$5(3+t^2)$	90	60	0,8	0,6	0,7
17	5	20	10	10	$2t^2+20$	60	–	0,9	0,6	0,8
18	20	15	20	15	$3(t+4)$	60	30	0,8	0,4	0,7
19	8	20	12	10	$4(3+t)$	45	45	1,2	0,4	0,8
20	12	20	10	6	$6(3t+4)$	45	–	1,0	0,6	0,9
21	15	25	12	12	$6+t^2$	60	60	0,6	0,3	0,5
22	20	22	18	15	$2(2t+9)$	45	45	0,8	0,4	0,6
23	8	24	12	8	$7(3t^2+2)$	30	45	0,8	0,5	0,6
24	12	20	18	10	$6(t+4)$	90	–	0,5	0,3	0,4
25	5	20	12	12	$9(2+t^2)$	60	30	1,4	0,7	1,2
26	10	12	10	8	$6(2+t)$	30	45	1,2	0,8	0,9
27	6	18	16	14	$8(2t^2+3)$	30	–	0,8	0,2	0,6
28	10	20	20	20	$3(t^2+3)$	45	30	0,6	0,3	0,5
29	10	18	8	12	$5(4+t+ t^2)$	30	60	1,2	0,8	0,9
30	8	18	10	15	$8(t^2+5)$	60	–	1,0	0,8	0,9

Пример выполнения задания Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики

Механическая система состоит из груза 1, движущегося поступательно, ступенчатого диска 2 (каток), катящегося по неподвижной поверхности цилин-

дрической ступенькой, и однородного диска 3 (блок), вращающегося вокруг неподвижной оси, проходящей через центр масс блока (рис. 6.6). Качение катка 2 без проскальзывания, скольжение груза 1 – без трения. Движение системы происходит под действием сил тяжести, силы $\vec{F}$, приложенной к грузу 1 и пары сил с моментом M, приложенной к диску 3.

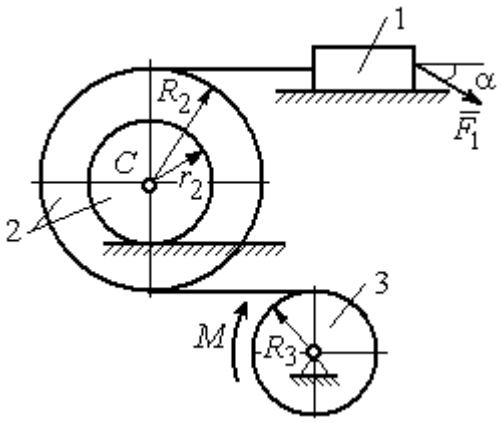


Рис. 6.6. Схема движения механической системы

Найти уравнение движения центра масс катка 2 если движение системы началось из состояния покоя. Определить реакцию шарнира диска 3 в момент t = 1 с, если: P_1 = 10 Н; $P_2 = 20$ Н; $P_3 =$ 15 Н; $F = 5(t+1)$ Н; $M = 6(1+2t)$ Н·м; R_2 = 0,8 м; r_2 = 0,2 м; R_3 = 0,4 м; i_{2C} = 0,6 м.

Решение

В рассматриваемой механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, сила $\vec{F}$ и пара сил с моментом M (рис. 6.7). Связи идеальные, так как скольжение груза 1 происходит по гладкой поверхности без трения, качение диска 2 без проскальзывания, а ось вращения блока 3 неподвижна.

Предположим, направление движения в системе задаёт пара сил с моментом M, приложенная к блоку 3. Обозначим ω_3, ε_3 – угловая скорость и угловое ускорение блока 3, V_C, a_C – скорость и ускорение центра масс катка 2, V_1, a_1 – скорость и ускорение груза 1. Направления векторов скоростей и ускорений точек и угловых скоростей и ускорений тел в соответствии с выбранным направлением движения системы показаны на рис. 6.7.

Общее уравнение динамики имеет вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0 .$$

Присоединим к телам системы силы инерции. Груз 1 движется поступательно. Главный вектор сил инерции груза 1 $\vec{R}_1^{\text{и}}$ приложен в центре масс груза и направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_1$ груза 1. Модуль главного вектора сил инерции груза 1 $R_1^{\text{и}} = m_1 a_1$, где m_1 – масса груза 1; a_1 – величина ускорения груза 1.

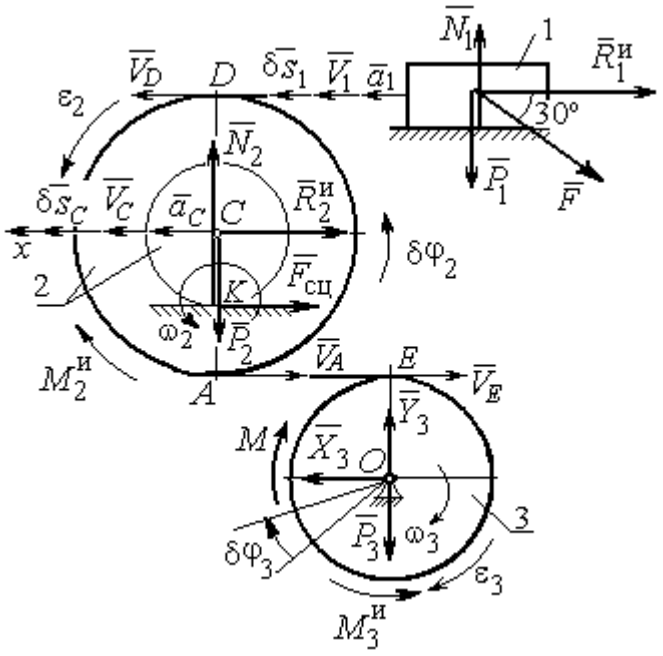


Рис. 6.7. Расчётная схема исследования движения механической системы

Система сил инерции катка 2, приводятся к силе, равной главному вектору сил инерции $\vec{R}_2^{\text{и}}$, приложенному в центре масс катка 2, и паре сил с моментом, равным главному моменту сил инерции $\vec{M}_2^{\text{и}}$ относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения. Главный вектор сил инерции направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$, и составляет $R_2^{\text{и}} = m_2 a_C$, где m_2 – масса катка 2; a_C – величина ускорения центра масс. Главный момент сил инерции: $M_2^{\text{и}} = J_{2C}\varepsilon_2$, где J_{2C} – момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения; ε_2 – угловое ускорение катка 2. Направлен главный момент сил инерции $M_2^{\text{и}}$ в сторону, противоположную угловому ускорению ε_2.

Главный вектор сил инерции, приложенных к блоку 3 и приведённых к центру масс блока, равен нулю, так как блок вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через центр масс, и ускорение центра масс блока равно нулю. В результате силы инерции блока 3 приводятся к паре сил, момент которой ра-

вен главному моменту сил инерции $\vec{M}_3^{\text{и}}$ относительно оси вращения. Главный момент сил инерции блока 3 равен по величине $M_3^{\text{и}} = J_{3O}\varepsilon_3$, где J_{3O} – момент инерции блока 3 относительно оси вращения; ε_3 – угловое ускорение блока 3, и направлен в сторону, противоположную угловому ускорению ε_3. Главные векторы и главные моменты сил инерции показаны на рис. 6.8.

Определим кинематические соотношения между скоростями точек системы и выразим их через скорость V_C центра масс катка 2. Каток 2 катится по неподвижной поверхности без скольжения. Мгновенный центр скоростей катка находится в точке *K* касания катка с поверхностью (см. рис. 6.7). Угловая скорость катка 2 $\omega_2 = \dfrac{V_C}{CK} = \dfrac{V_C}{r_2}$. Скорость точки *A* катка 2: $V_A = \omega_2 \cdot AK = \omega_2(R_2 - r_2) = V_C \dfrac{R_2 - r_2}{r_2}$. Скорость точки *E* блока 3 равна скорости точки *A* катка 2, $V_E = V_A$. Тогда угловая скорость блока 3:

$$\omega_3 = \frac{V_E}{R_3} = \frac{V_A}{R_3} = V_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Скорость груза 1 равна скорости точки *D* катка 2:

$$V_1 = V_D = \omega_2 \cdot DK = \omega_2(R_2 + r_2) = V_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}.$$

Соотношения между ускорениями определяются путем дифференцирования установленных кинематических равенств:

$$a_1 = a_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{a_C}{r_2}, \quad \varepsilon_3 = a_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Для того чтобы найти соотношения между перемещениями, выразим кинематические равенства между скоростями в дифференциальном виде и, полагая, что действительное перемещение является возможным, т. е. $ds = \delta s$, $d\varphi = \delta\varphi$, получим соотношения между возможными перемещениями:

$$\delta s_1 = \delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \ \ \delta\varphi_2 = \frac{\delta s_C}{r_2}, \ \ \delta\varphi_3 = \delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Сообщим системе возможное перемещение, совпадающее с действительным. Элементарная работа реакций связи на любом возможном перемещении системы равна нулю, так как связи в системе идеальные.

Найдем элементарные работы активных сил и выразим их через перемещение центра масс катка 2. Прежде заметим, что элементарные работы сил тяжести груза 1 и катка 2 равны нулю, так как направления перемещений точек приложения этих сил перпендикулярны векторам сил:

$$\delta A(\vec{P}_1) = P_1 \delta s_1 \cos 90^\circ = 0, \ \delta A(\vec{P}_2) = P_2 \delta s_C \cos 90^\circ = 0.$$

Элементарная работа силы тяжести блока 3 равна нулю, так как точка приложения силы тяжести блока 3 не перемещается: $\delta A(\vec{P}_3) = 0$.

Элементарная работа пары сил с моментом M, приложенных к блоку 3:

$$\delta A(\vec{M}) = M\delta\varphi_3 = M\delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Элементарная работа силы $\vec{F}$:

$$\delta A(\vec{F}) = F\delta s_1 \cos 150^\circ = -F\delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2} \cos 30^\circ.$$

Сумма элементарных работ всех активных сил:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = \delta A(\vec{M}) + \delta A(\vec{F}) = M\delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2} - F\delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2} \cos 30^\circ =$$

$$= \left[6(1 + 2t)\left(\frac{0{,}8 - 0{,}2}{0{,}4 \cdot 0{,}2} \right) - 5(t + 1)\left(\frac{0{,}8 + 0{,}2}{0{,}2} \right) 0{,}866 \right] \delta s_C = (23{,}35 + 68{,}35t)\delta s_C.$$

Определим модули главных векторов и главных моментов сил инерции в зависимости от ускорения a_C центра масс катка 2:

$$R_1^{\text{и}} = m_1 a_1 = \frac{P_1}{g} a_1 = \frac{P_1 (R_2 + r_2)}{g r_2} a_C, \quad R_2^{\text{и}} = m_2 a_C = \frac{P_2 a_C}{g},$$

$$M_2^{\text{и}} = J_{2C}\varepsilon_2 = m_2 i_{2C}^2 \varepsilon_2 = \frac{P_2}{g} i_{2C}^2 \frac{a_C}{r_2},$$

$$M_3^{\text{и}} = J_{3O}\varepsilon_3 = \frac{m_3 R_3^2}{2}\varepsilon_3 = \frac{P_3 R_3^2}{2g}\frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}a_C = \frac{P_3 R_3 (R_2 - r_2)}{2g r_2}a_C,$$

где J_{2C} – момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$; i_{2C} – радиус инерции катка 2; J_{3O} – момент инерции блока 3 относительно оси вращения, проходящей через его центр масс, $J_{3O} = \frac{m_3 R_3^2}{2}$.

Найдем элементарные работы сил инерции на возможном перемещении системы и выразим их в зависимости от перемещения δs_C центра масс катка 2:

$$\delta A(\vec{R}_1^{\text{и}}) = R_1^{\text{и}}\delta s_1 \cos 180^\circ = -\frac{P_1 (R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{R}_2^{\text{и}}) = R_2^{\text{и}}\delta s_C \cos 180^\circ = -\frac{P_2 a_C}{g}\delta s_C,\ \delta A(\vec{M}_2^{\text{и}}) = -M_2^{\text{и}}\delta\varphi_2 = -\frac{P_2 i_2^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{M}_3^{\text{и}}) = -M_3^{\text{и}}\delta\varphi_3 = -\frac{P_3 (R_2 - r_2)^2 a_C}{2 g r_2^2}\delta s_C.$$

Сумма элементарных работ сил инерции:

$$\sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = -\frac{P_1 (R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C - \frac{P_2 a_C}{g}\delta s_C - \frac{P_2 i_2^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C - \frac{P_3 (R_2 - r_2)^2 a_C}{2 g r_2^2}\delta s_C =$$

$$= -\frac{a_C \delta s_C}{g}\left[\frac{10(0{,}8 + 0{,}2)^2}{0{,}2^2} + 20 + \frac{20 \cdot 0{,}6^2}{0{,}2^2} + \frac{15(0{,}8 - 0{,}2)^2}{2 \cdot 0{,}2^2}\right] = -52{,}75\, a_C \delta s_C,$$

где $g = 9{,}81$ м/с^2.

С учетом проделанных вычислений общее уравнение динамики принимает вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = (23{,}35 + 68{,}35t)\delta s_C - 52{,}75\, a_C \delta s_C = 0,$$

откуда ускорение центра масс катка 2:

$$a_C = 0{,}44 + 1{,}29t.$$

Выберем ось x по направлению движения центра масс катка 2 (см. рис. 6.7). Проектируя вектор $\vec{a}_C$ ускорения точки C на ось x, получим дифференциальное уравнение $a_C = \ddot{x}_C = 0{,}44 + 1{,}29t$. Интегрируя дважды это уравнение, найдём закон движения: $x_C = 0{,}44\dfrac{t^2}{2} + 1{,}29\dfrac{t^3}{6} + C_1 t + C_2$. Подставляя сюда начальные условия: $t = 0$, $V_C = 0$, $x_C = 0$, найдём константы интегрирования: $C_1 = C_2 = 0$. Окончательно уравнение движения центра масс диска 2 представим в виде:

$$x_C = 0{,}22t^2 + 0{,}21t^3.$$

Рассмотрим вращательное движение блока 3, освободив его от связей. На блок действуют сила тяжести $\vec{P}_3$, реакция подшипника, разложенная на составляющие $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$, пара сил с моментом M и реакция нити $\vec{H}_3$ (см. рис. 6.8). Реакция нити, равная силе натяжения нити, приложена к блоку 3, направлена вдоль нити, связывающей каток 2 и блок 3. Присоединим к блоку 3 силы инерции. Направления сил, моментов пар сил и главного момента сил инерции, действующих на блок 3, показаны на рис. 6.8.

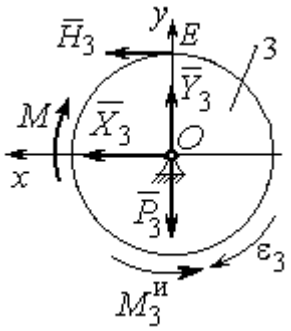


Рис. 6.8. Расчётная схема определения натяжения нити и реакции шарнира блока 3

По принципу Даламбера система сил, приложенных к блоку 3, включая силы инерции, находится в равновесии. Составим уравнение равновесия в виде равенства нулю суммарного момента всех сил (включая силы инерции) относительно оси вращения. Получим $M - H_3 R_3 - M_3^{и} = 0$, где $M_3^{и} = J_{3O}\varepsilon_3 = \dfrac{P_3 R_3 (R_2 - r_2) a_C}{2 g r_2}$. Из уравнения находим величину натяжения нити:

$$H_3 = \frac{M}{R_3} - \frac{P_3 (R_2 - r_2) a_C}{2 g r_2} = \frac{6(1 + 2t)}{R_3} - \frac{P_3 (R_2 - r_2)}{2 g r_2}(0{,}44 + 1{,}29t) = 13{,}99 + 27{,}04t.$$

В момент времени $t = 1$ с натяжение нити: $H_3 = 41{,}04$ Н.

Так как главный вектор сил инерции блока 3 равен нулю, то составленные по принципу Даламбера уравнения равновесия блока 3 в виде проекций сил на вертикальную и горизонтальную оси содержат только внешние силы. Имеем: $X_3 + H_3 = 0$, $Y_3 - P_3 = 0$ (см. рис. 6.8). Отсюда находим составляющие реакции шарнира блока 3 в момент времени t = 1 с: $X_3 = -H_3$= – 41,04 Н, $Y_3 = P_3$= 15 Н. Отрицательное значение горизонтальной составляющей реакции шарнира X_3 означает её противоположное направление.

Полная реакция шарнира $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2}$ = 43,69 Н.

6.3. Уравнения Лагранжа II рода

Обобщенными координатами механической системы называется совокупность любых s независимых параметров $q_1, q_2, \ldots, q_S$, однозначно определяющих положение системы в любой момент времени.

Если системе сообщить возможное перемещение, при котором все обобщенные координаты изменяются на элементарные (бесконечно малые) величины $\delta q_1, \delta q_2, \ldots, \delta q_S$, называемые вариациями обобщенных координат, то все действующие активные силы совершат элементарную работу, которая может быть представлена в виде $\delta A = Q_1 \cdot \delta q_1 + Q_2 \cdot \delta q_2 + \ldots + Q_s \cdot \delta q_S$. Величина Q_k, равная коэффициенту при вариации δq_k обобщенной координаты, называется **обобщенной силой**, соответствующей данной обобщенной координате. Расчет обобщенных сил осуществляется путем последовательного придания системе возможных перемещений, при которых варьируется только одна из обобщенных координат, а вариации остальных координат равны нулю.

Для материальной системы с идеальными связями дифференциальные уравнения движения в обобщенных координатах – **уравнения Лагранжа II рода** – имеют вид:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k, \quad k = 1, 2, \ldots, s,$$

где T – кинетическая энергия системы; $q_1, q_2, \ldots, q_S$ – обобщенные координаты; $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \ldots, \dot{q}_S$ – обобщенные скорости; s – число степеней свободы системы.

6.4. Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Механическая система состоит из трёх тел – бруса 1, блока 2, катка 3 и невесомой пружины жесткостью c. Брус 1, соединяющий каток 3 с блоком 2, расположен параллельно линии качения катка 3. Радиусы ступеней ступенчатого диска и радиус однородного диска указаны на схеме.

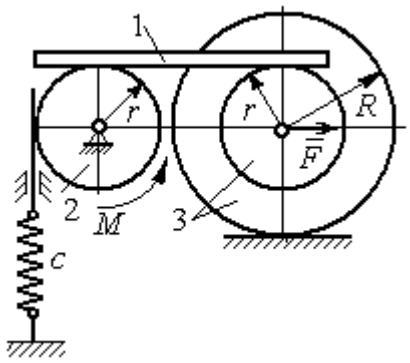
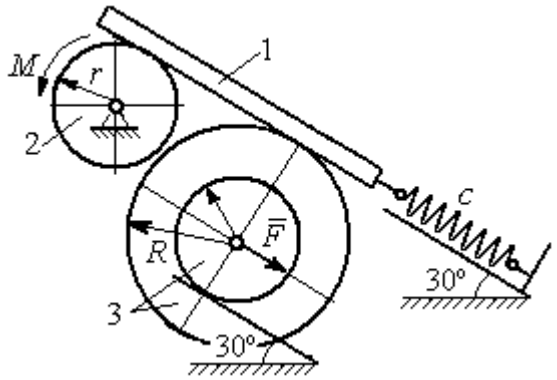
Качение катка 3 происходит без проскальзывания. Скольжение между брусом и дисками отсутствует. В задачах, где пружина соединяется с блоком 2, передача движения блоку 2 производится посредством невесомого стержня без скольжения.

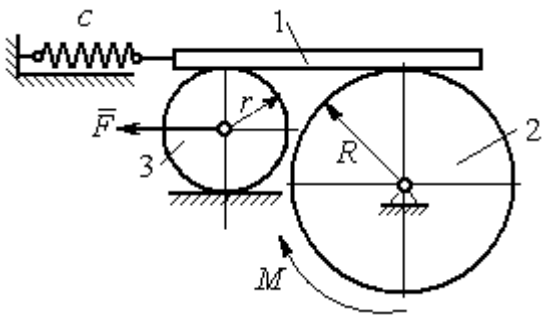
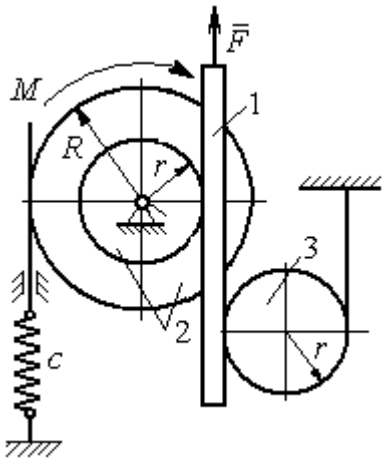
Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен i_z.

Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M.

Определить закон движения бруса 1 и закон угловых колебаний блока 2, если в начальный момент пружина находилась в нерастянутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость ω_{20}, направленную в сторону заданного момента пары сил.

Варианты заданий даны на рис. 6.9, 6.10. Варианты исходных данных в табл. 6.2. Отрицательные значения величин F или M в табл. 6.2 означают, что при заданных модулях силы или момента направление вектора силы $\vec{F}$ или момента M на схеме следует изменить на противоположные.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
	

Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
	

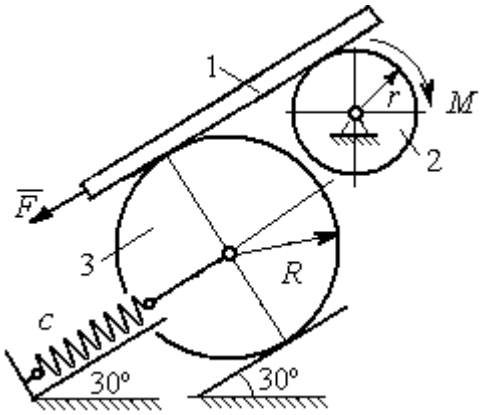
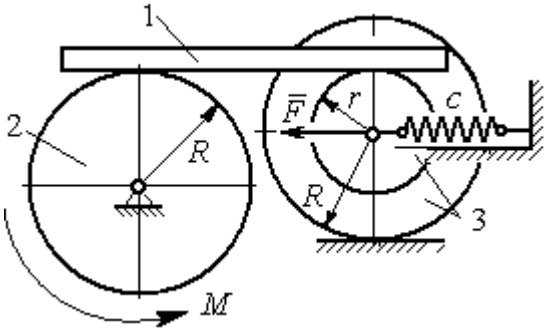
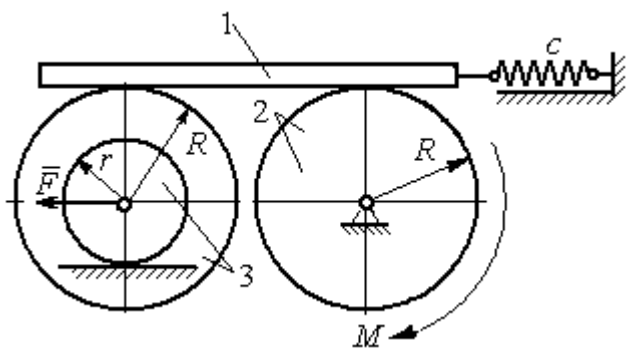
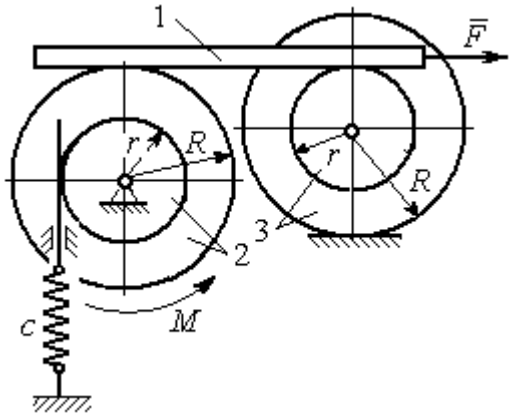
Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	

Рис. 6.9. Задание Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы. Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

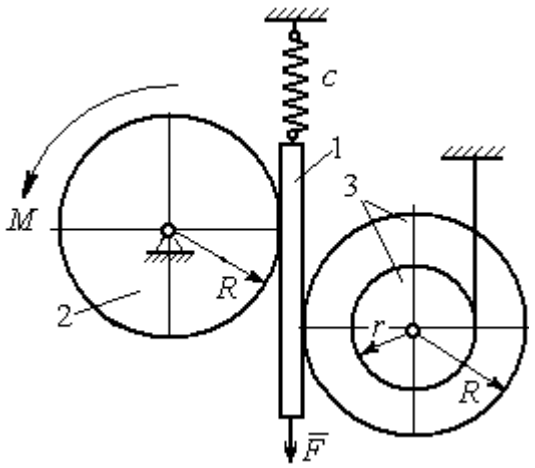
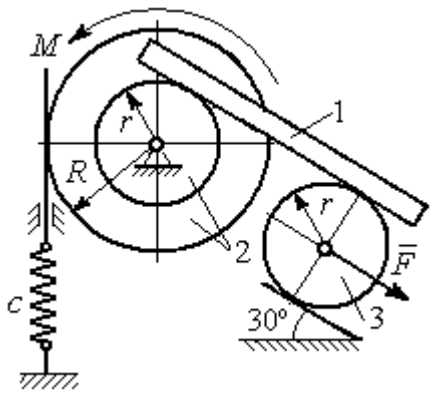
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 6.10. Задание Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы. Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 6.2

Исходные данные задания Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	c, Н/м	ω_{20}, рад/с	R, м	r, м	i_z, м
1	8	12	18	15	3	50	0,3	0,6	0,3	0,4
2	10	8	15	12	5	55	0,4	0,8	0,5	0,6
3	5	18	10	8	4	60	0,2	0,5	0,3	–
4	5	20	12	10	6	70	0,5	0,6	0,5	0,6
5	5	8	16	8	8	65	0,2	0,6	0,3	–

Окончание табл. 6.2

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	c, Н/м	ω_{20}, рад/с	R, м	r, м	i_z, м
6	8	10	14	6	2	50	0,1	1,0	0,6	0,8
7	10	12	15	12	3	65	0,2	0,8	0,6	0,7
8	12	15	15	6	2	50	0,3	1,2	0,6	0,8
9	5	20	12	8	4	75	0,1	0,6	0,4	0,5
10	6	25	8	5	12	60	0,4	1,0	0,8	0,9
11	4	10	12	–10	–2	60	0,2	0,8	0,4	0,6
12	5	8	15	–8	3	50	0,5	1,0	0,5	0,7
13	6	15	8	–12	–4	65	0,4	0,6	0,5	–
14	10	25	10	6	10	55	0,1	0,8	0,6	0,7
15	8	6	20	–10	2	70	0,2	1,2	0,6	–
16	10	12	12	–5	6	60	0,3	0,8	0,6	0,7
17	12	16	12	–6	–2	55	0,4	0,9	0,6	0,8
18	10	20	20	10	4	60	0,1	0,8	0,4	0,7
19	8	20	12	–10	6	65	0,2	1,2	0,4	0,8
20	12	20	10	–3	6	50	0,24	1,0	0,6	0,9
21	5	12	15	12	–3	55	0,3	0,6	0,5	0,55
22	10	15	18	6	–2	65	0,1	0,8	0,4	0,6
23	8	20	12	–8	2	45	0,2	0,8	0,6	–
24	12	20	18	–4	–8	70	0,4	0,5	0,3	0,4
25	6	10	15	–6	–2	60	0,1	1,4	0,7	–
26	8	12	10	10	–3	65	0,2	1,2	0,8	0,9
27	6	18	16	5	–3	70	0,2	0,8	0,2	0,6
28	8	12	12	–6	2	65	0,3	0,6	0,3	0,5
29	10	18	20	–10	4	60	0,2	1,2	0,8	0,9
30	8	18	10	8	6	75	0,1	1,0	0,8	0,9

Пример выполнения задания Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Механическая система состоит из трёх тел – бруса 1, блока 2, катка 3 и невесомой пружины жесткостью c. Брус, соединяющий каток 3 с блоком 2, расположен параллельно линии качения катка 3 (рис. 6.11). Радиусы ступеней ступенчатого диска R и r, радиус однородного диска r. Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M. Движение катка 3 по неподвижной поверхности происходит без проскальзывания. Скольжение между брусом и дисками отсутствует.

Передача движения от пружины блоку 2 производится посредством невесомого вертикального стержня без скольжения. Радиус инерции блока 2 относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, i_z.

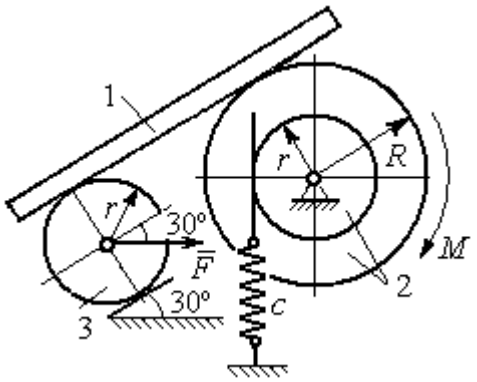


Рис. 6.11. Механическая система с одной степенью свободы

Исходные данные задачи: $P_1 = P$ Н, $P_2 = 2P$ Н, $P_3 = P$ Н, $F = 2P$ Н, $M = Pr$ Н·м, $R = 1{,}5r$ м, $i_z = r\sqrt{2}$ м, $c = P/r$ Н/м.

Определить законы движения блока 2 и бруса 1 при $P = 10$ Н, $r = 0{,}2$ м, если в начальный момент пружина находилась в нерастянутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость $\omega_0 = 0{,}5$ рад/с, направленную в сторону заданного момента пары сил.

Решение

Рассматриваемая механическая система (рис. 6.11) имеет одну степень свободы, так как в системе не допускается независимое друг от друга движение тел. В качестве обобщённой координаты q выберем перемещение x верхнего края пружины, отсчитываемого от уровня, при котором пружина длиной l_0 находилась в нерастянутом состоянии (рис. 6.12). Обобщённая скорость $\dot{q} = \dot{x}$.

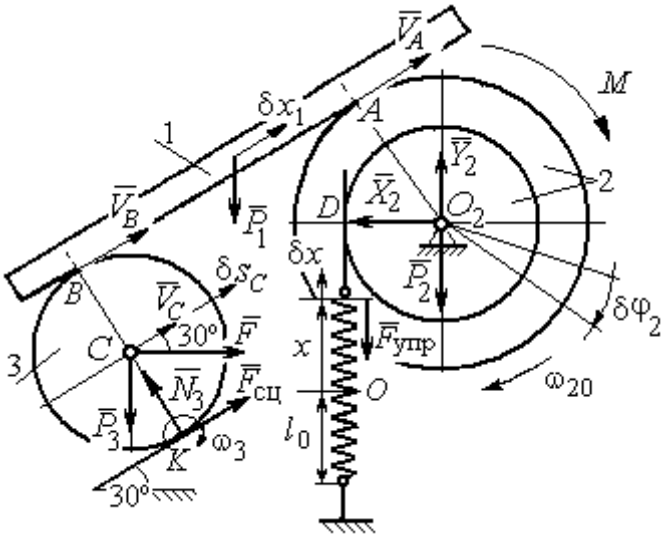


Рис. 6.12. Расчётная схема колебаний механической системы с одной степенью свободы

Уравнение Лагранжа II рода, описывающее движение системы с одной степенью свободы, имеет вид $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) - \dfrac{\partial T}{\partial x} = Q_x$, где T –

кинетическая энергия системы, Q_x – обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате *x*.

Вычислим кинетическую энергию системы как сумму кинетических энергий бруса, блока и катка: $T = T_1 + T_2 + T_3$. Кинетическая энергия поступательного движения бруса 1: $T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2$, где m_1, V_1 – масса и скорость бруса. Энергия вращательного движения блока 2: $T_2 = \frac{1}{2} J_{2z} \omega_2^2$, где ω_2 – угловая скорость блока, J_{2z} – момент инерции блока 2 относительно оси *z*, $J_{2z} = m_2 i_z^2$.

Каток 3 совершает плоскопараллельное движение. Его кинетическая энергия $T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_3^2$, где V_C – скорость центра масс катка 3; J_{zC} – момент инерции катка относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{zC} = \frac{1}{2} m_3 r^2$; *r* – радиус катка; ω_3 – угловая скорость катка.

Выразим скорость V_1 бруса 1, угловые скорости ω_2, ω_3 блока 2 и катка 3, а также скорость V_C центра масс катка 3 через обобщённую скорость $\dot{x}$.

Заметим, что скорость точки *D* блока 2 равна скорости верхнего края пружины $V_D = \dot{x}$. Угловая скорость блока 2 $\omega_2 = \frac{V_D}{r} = \frac{\dot{x}}{r}$. Скорость бруса 1 равна скорости точки *A* блока 2 и вычисляется по формуле $V_1 = V_A = \omega_2 R = \frac{\dot{x} R}{r}$. Так как брус совершает поступательное движение, то $V_B = V_1$. Угловая скорость катка 3 $\omega_3 = \frac{V_B}{2r} = \frac{V_1}{2r} = \frac{\dot{x} R}{2r^2}$. Здесь при определении угловой скорости катка 3 учтено, что точка *K* касания катка 3 с неподвижной поверхностью является мгновенным центром скоростей катка. Скорость центра катка 3 $V_C = \frac{V_B}{2} = \frac{\dot{x} R}{2r}$.

Подставляя исходные данные задачи с учётом найденных кинематических соотношений, получим кинетическую энергию тел системы

$$T_1=\frac{1}{2}m_1V_1^2=\frac{P}{2g}\left(\frac{\dot{x}R}{r}\right)^2=1{,}125\frac{P}{g}\dot{x}^2,\ \ T_2=\frac{1}{2}J_{2z}\omega_2^2=\ \frac{1}{2}\cdot\frac{2P}{g}\left(r\sqrt{2}\right)^2\left(\frac{\dot{x}}{r}\right)^2=2\frac{P}{g}\dot{x}^2,$$

$$T_3=\frac{1}{2}m_3V_C^2+\frac{1}{2}J_{zC}\omega_3^2=\frac{1}{2}\frac{P}{g}\left(\frac{\dot{x}R}{2r}\right)^2+\frac{1}{2}\frac{Pr^2}{2g}\left(\frac{\dot{x}R}{2r^2}\right)^2=0{,}422\frac{P}{g}\dot{x}^2.$$

Тогда полная кинетическая энергия системы:

$$T=T_1+T_2+T_3=3{,}547\frac{P}{g}\dot{x}^2.$$

Произвольное положение системы определяется обобщённой координатой *x*, показывающей растяжение пружины. Дадим пружине, находящейся в произвольном положении, возможное (бесконечно малое) перемещение δx в положительном направлении оси *x* (см. рис. 6.12). При этом блок 2 повернётся на угол $\delta\varphi_2$: $\delta\varphi_2=\frac{\delta x}{r}$, брус 1 переместится на расстояние δx_1: $\delta x_1=\frac{\delta xR}{r}$, центр масс катка 3 сдвинется на расстояние δS_C: $\delta S_C=\frac{\delta xR}{2r}$. Все перемещения получены из установленных ранее кинематических соотношений и показаны на рис. 6.12.

При заданном возможном перемещении системы работу совершают силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_3$ бруса 1 и катка 3, пара сил с моментом *M*, сила $\vec{F}$ и сила упругости пружины (см. рис. 6.12). Элементарная работа вращающего момента *M*, приложенного к блоку 2, будет $\delta A(M)=M\delta\varphi_2=M\frac{\delta x}{r}$. Работа силы тяжести бруса 1 определяется равенством $\delta A(P_1)=P_1\delta x_1\cos120^\circ=-P_1\delta x_1\cos60^\circ=-\frac{P_1\delta xR}{2r}$. Работы силы тяжести катка 3 и силы *F*: $\delta A(P_3)=P_3\delta s_C\cos120^\circ=-P_3\frac{\delta xR}{4r}$, $\delta A(F)=F\frac{\delta xR}{2r}\cos30^\circ$. Модуль силы упругости пружины, растянутой из неде-

формированного положения на расстояние x: $F_{\text{упр}} = cx$. Сила $\vec{F}_{\text{упр}}$ упругости направлена в сторону, противоположную растяжению (см. рис. 6.12). Работа силы упругости при перемещении вдоль линии действия на расстояние δx вычисляется по формуле $\delta A(\vec{F}_{\text{упр}}) = F_{\text{упр}}\delta x\cos 180^\circ = -cx\delta x$.

Сумма работ сил на рассматриваемом возможном перемещении системы с учётом данных задачи составляет

$$\delta A = \delta A(M) + \delta A(P_1) + \delta A(P_3) + \delta A(F) + \delta A(F_{\text{упр}}) =$$

$$= M\frac{\delta x}{r} - \frac{P_1\delta xR}{2r} - P_3\frac{\delta xR}{4r} + F\frac{\delta xR}{2r}\cos 30^\circ - cx\delta x = P(1{,}174 - 5x)\delta x,$$

откуда обобщённая сила $Q_x = P(1{,}174 - 5x)$.

Составим уравнения Лагранжа. Вычислим частные производные от кинетической энергии по обобщенной скорости $\dot{x}$ и координате x: $\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = 7{,}094\frac{P}{g}\dot{x}$, $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$. Определим полную производную по времени: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) = 7{,}094\frac{P}{g}\ddot{x}$. Результаты расчетов подставим в уравнения Лагранжа II рода и получим дифференциальное уравнение колебаний верхнего края пружины:

$$7{,}094\frac{P}{g}\ddot{x} = P(1{,}174 - 5x), \text{ или при } g = 9{,}81 \text{ м/с}^2,\ \ddot{x} + 6{,}91x = 1{,}62.$$

Решение дифференциального уравнения представляется в виде суммы общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного: $x = x_{\text{одн}} + x_{\text{частн}}$. Общее решение однородного уравнения имеет вид $x_{\text{одн}} = C_1\sin kt + C_2\cos kt$, где C_1, C_2 – произвольные постоянные; k – круговая частота собственных колебаний пружины, $k = \sqrt{6{,}91} = 2{,}63$ рад/с. Частное решение неоднородного уравнения ищется в виде константы $x_{\text{частн}} = b$. Подставив его в уравнение колебаний, получим $b = 0{,}23$. Таким образом, общее решение неоднородного уравнения имеет вид $x(t) = C_1\sin 2{,}63t + C_2\cos 2{,}63t + 0{,}23$.

Произвольные постоянные C_1, C_2 находятся из начальных условий. По условию задачи в начальный момент пружина была в нерастянутом состоянии. Тогда начальная координата пружины (её верхнего края) $x(0) = 0$. Скорость верхнего края пружины в начальный момент времени $\dot{x}(0)$ равна начальной скорости $V_D(0)$ точки *D* блока 2. Поскольку в начальный момент времени блоку 2 сообщили угловую скорость ω_{20}, то $\dot{x}(0) = V_D(0) = \omega_{20} r = 0{,}1$ м/с.

Подставляя значение начальной координаты в общее решение неоднородного уравнения при $t = 0$, получим $C_2 = -0{,}23$.

Вычисляем скорость движения пружины, взяв производную: $\dot{x}(t) = 2{,}63C_1 \cos 2{,}63t - 2{,}63C_2 \sin 2{,}63t$. Подставляя начальное значение скорости, получим $C_1 = 0{,}038$. Окончательно уравнение движения верхнего края пружин: $x(t) = 0{,}038 \sin 2{,}63t - 0{,}23 \cos 2{,}63t + 0{,}23$ м.

Уравнения колебательных движений бруса 1 и блока 2 найдём из ранее полученных кинематических соотношений:

$$x_1 = \frac{xR}{r} = 1{,}5\, x(t) = 0{,}057 \sin 2{,}63t - 0{,}34 \cos 2{,}63t + 0{,}34 \text{ м};$$

$$\varphi_2 = \frac{x}{r} = 5\, x(t) = 0{,}19 \sin 2{,}63t - 1{,}15 \cos 2{,}63t + 1{,}15 \text{ рад}.$$

Амплитуда колебаний бруса $A = \sqrt{0{,}057^2 + 0{,}34^2} = 0{,}35$ м.

6.5. Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы

Механическая система, состоящая из четырёх тел, из состояния покоя движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, $\vec{P}_4$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом *M*. Качение тел во всех случаях происходит без проскальзывания, скольжение грузов по поверхностям – без трения. Радиусы дисков одинаковы и равны *R*. Найти уравнения движения системы в обоб-

щённых координатах. Варианты заданий и рекомендуемые обобщённые координаты даны на рис. 6.13, 6.14, варианты исходных данных – в табл. 6.3.

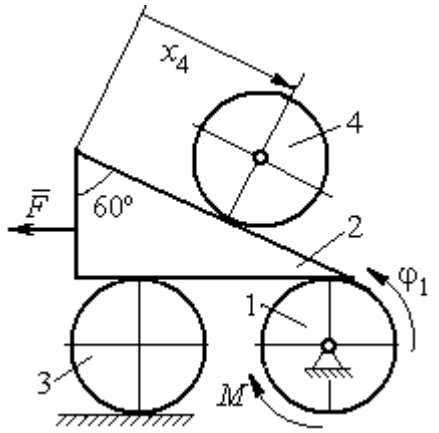
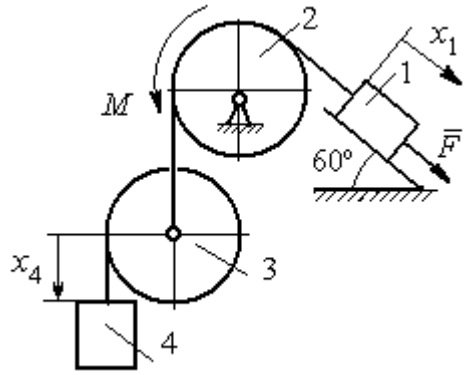
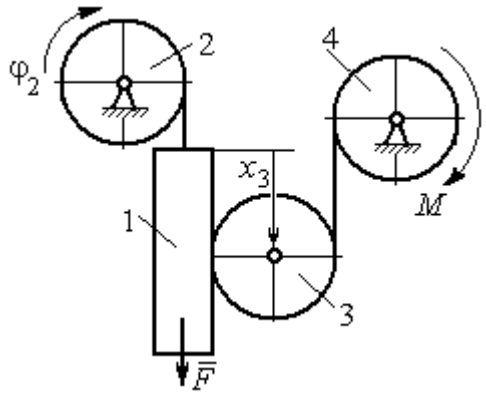
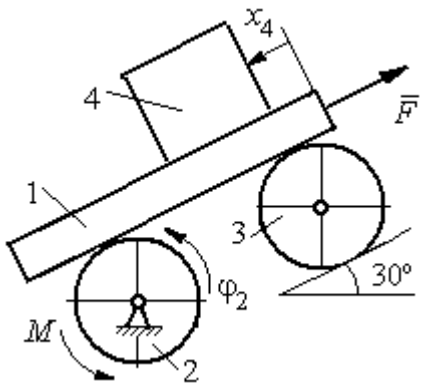
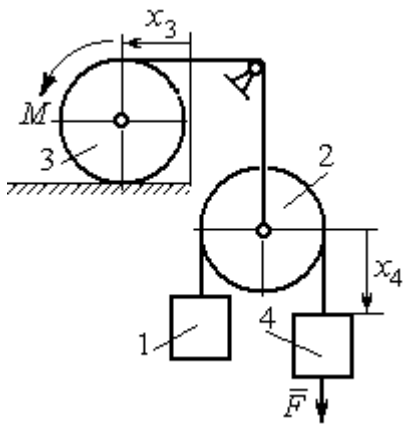
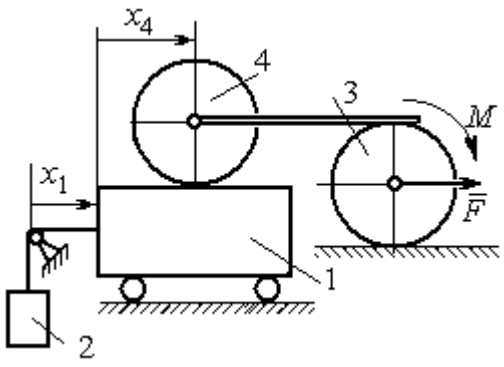
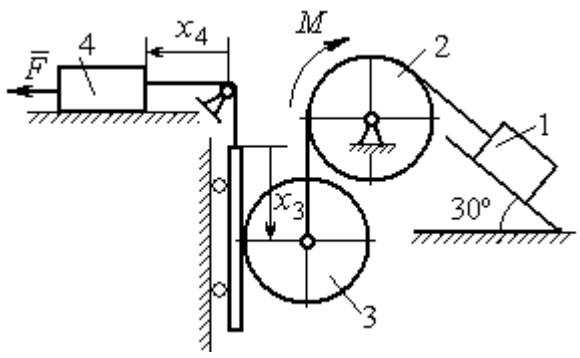
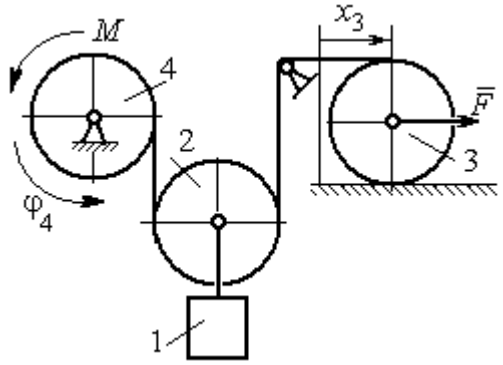
Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
	
Варианты № 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
	
Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
	

Рис. 6.13. Задание Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы. Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Окончание вариантов задания Д8

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

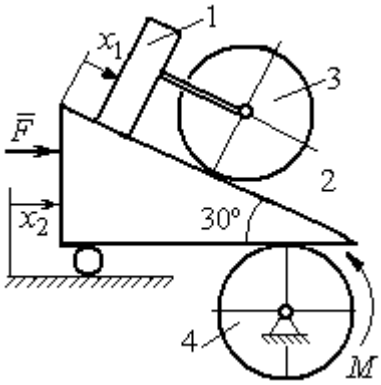
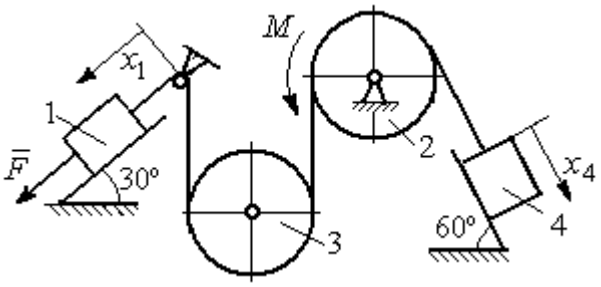
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 6.14. Задание Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы. Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 6.3

Исходные данные задания Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы

Номер варианта задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
P_1, Н	P	$2P$	P	$1{,}5P$	P	$3P$	P	$1{,}2P$	$3P$	P	$2P$	P	P	$2P$	P
P_2, Н	$3P$	$3P$	$4P$	$3P$	$2P$	P	$2P$	$3P$	P	$2P$	$3P$	$2P$	$3P$	$4P$	$3P$
P_3, Н	$2P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$2P$	$3P$	P	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$2P$	P	$2P$
P_4, Н	$2P$	P	P	$2P$	$3P$	$3P$	P	P	$2P$	P	P	P	$2P$	$2P$	$2P$
R, м	$2r$	$1{,}5r$	$2{,}5r$	$1{,}2r$	$2r$	r	$1{,}5r$	r	$2r$	r	$1{,}5r$	$1{,}2r$	$2r$	$2r$	$2r$
F, Н	P	$2P$	P	$3P$	P	P	$2P$	$4P$	P	$2P$	P	$2P$	$1{,}5P$	$4P$	$2P$
M, Н·м	$2Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$3Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$2Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$3Pr$	$3Pr$	$2Pr$

Окончание табл. 6.3

Номер варианта задания	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
P_1, Н	4P	1,5P	P	2P	P	P	1,5P	1,5P	2P	P	P	2P	1,2P	3P	1,2P
P_2, Н	2P	2P	2P	4P	3P	4P	3P	4P	3P	2P	2P	1,2P	2P	3P	2P
P_3, Н	2P	2P	3P	2P	2P	3P	2P	2P	P	2P	3P	2P	P	P	3P
P_4, Н	1,5P	2P	3P	P	2P	2P	2P	P	2P	3P	P	P	2P	P	2P
R, м	1,5r	r	1,5r	2r	r	1,2r	2r	1,5r	2r	r	1,5r	2r	r	1,2r	2r
F, Н	2P	2P	P	3P	4P	2P	3P	2P	3P	P	3P	1,5P	4P	2P	3P
M, Н·м	3Pr	2Pr	4Pr	Pr	4Pr	4Pr	2Pr	Pr	4Pr	2Pr	4Pr	2Pr	2Pr	3Pr	2Pr

Пример выполнения задания Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы

Платформа 3 лежит горизонтально на катке 5 и блоке 4 одинакового радиуса R (рис. 6.15). На платформу действует горизонтальная сила $\vec{F}$. К блоку 4, вращающемуся вокруг неподвижной оси, приложена пара сил с моментом M. Каток 5 катится по горизонтальной поверхности. К краю платформы одним концом прикреплена горизонтальная нить, а к другому концу, перекинутому через невесомый блок, прикреплён груз 6, движущийся вертикально. На платформе 3 установлен каток 2 радиуса R. К центру катка прикреплена нить, расположенная параллельно платформе и натянутая грузом 1, движущимся вертикально (см. рис. 6.15). Движение системы началось из состояния покоя. Качение тел без проскальзывания. Определить уравнения движения системы в обобщённых координатах, если $R = 2r$, веса тел $P_1 = P_6 = P$, $P_3 = 3P$, $P_4 = P_5 = P_2 = 2P$, $F = P$, $M = 3Pr$.

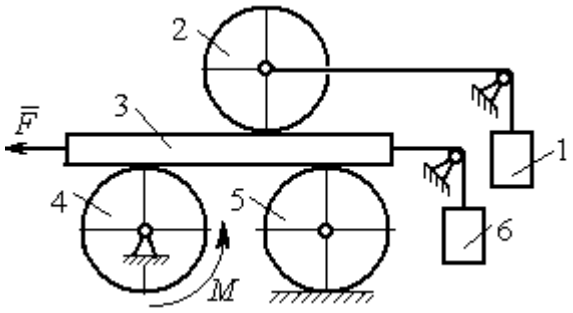


Рис. 6.15. Механическая система с двумя степенями свободы

Решение

Рассматриваемая механическая система, включающая катки 2, 5, платформу 3, блок 4 и грузы 1, 6, имеет две степени свободы, так как перемещение

катка 2 относительно платформы 3 не зависит от перемещения самой платформы. За обобщенные координаты выберем перемещение x_2 центра масс катка 2 относительно края платформы и перемещение x_3 платформы 3 относительно произвольной неподвижной вертикальной плоскости (рис. 6.16). Обобщенные скорости – скорость $\dot{x}_2$ центра масс катка 2 относительно края платформы и скорость платформы $\dot{x}_3$ относительно неподвижной вертикали. Уравнения Лагранжа II рода, описывающие движение системы:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2}\right)-\frac{\partial T}{\partial x_2}=Q_{x_2}, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3}\right)-\frac{\partial T}{\partial x_3}=Q_{x_3},$$

где T – кинетическая энергия системы; Q_{x_2}, Q_{x_3} – обобщенные силы, соответствующие указанным обобщенным координатам.

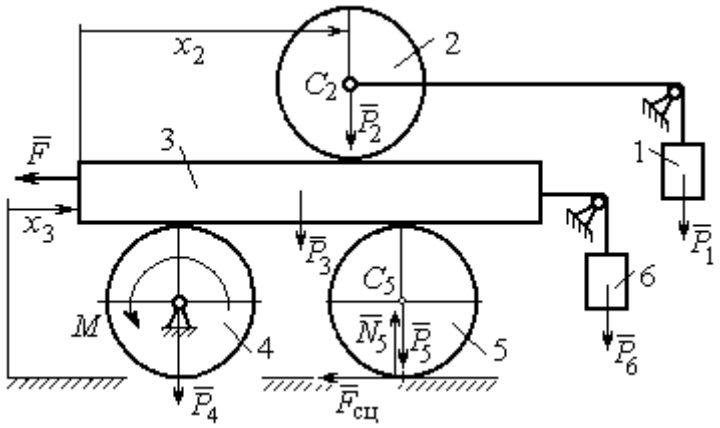


Рис. 6.16. Действующие силы
и обобщённые координаты механической системы

Вычислим кинетическую энергию системы как сумму кинетических энергий тел.

Платформа 3 совершает поступательное движение. Кинетическая энергия платформы $T_3=\frac{P_3}{2g}V_3^2$, где V_3 – скорость платформы, причём, в соответствии с выбором обобщённых координат и скоростей, $V_3=\dot{x}_3$.

Блок 4 вращается вокруг неподвижной оси. Энергия вращательного движения блока $T_4=\frac{1}{2}J_4\omega_4^2$, где J_4, ω_4 – осевой момент инерции блока 4 и его угловая скорость. Угловая скорость блока 4 $\omega_4=\frac{V_3}{R_4}=\frac{\dot{x}_3}{2r}$.

Каток 5 совершает плоскопараллельное движение, его кинетическая энергия вычисляется по формуле: $T_5 = \frac{1}{2}\frac{P_5}{g}V_{C_5}^2 + \frac{1}{2}J_5\omega_5^2$, где J_5 – момент инерции катка относительно оси вращения, проходящей через его центр масс; ω_5, V_{C_5} – угловая скорость и скорость центра масс катка 5. Для определения скорости центра масс катка 5 заметим, что точка касания катка с платформой имеет скорость, равную скорости платформы, а точка *K* касания катка с неподвижной горизонтальной поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Следовательно, скорость центра катка равна половине скорости платформы: $V_{C_5} = \frac{1}{2}V_3 = \frac{1}{2}\dot{x}_3$. Угловая скорость катка 5 $\omega_5 = \frac{V_3}{2R_5} = \frac{\dot{x}_3}{4r}$ (рис. 6.17, *a*).

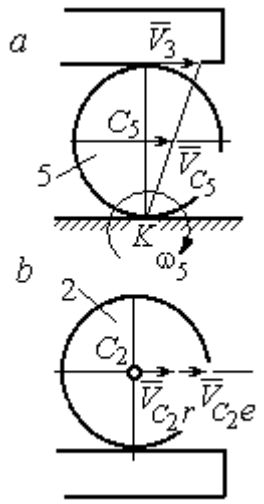


Рис. 6.17. Скорости центров катков 2 и 5

При расчёте кинетической энергии катка 2 необходимо учитывать, что каток совершает сложное движение. Качение катка по поверхности платформы является относительным движением, перемещение его вместе с платформой – переносным. Абсолютная скорость V_{C_2} центра масс катка 2 представляется в виде векторной суммы $\vec{V}_{C_2} = \vec{V}_{C_2r} + \vec{V}_{C_2e}$ (рис. 6.17, *b*), где $\vec{V}_{C_2e}$ – вектор переносной скорости катка, равный по модулю скорости платформы, $V_{C_2e} = V_3 = \dot{x}_3$; $\vec{V}_{C_2r}$ – вектор относительной скорости центра масс катка, равный по величине скорости центра масс катка 2 относительно края платформы, $V_{C_2r} = \dot{x}_2$. Модуль абсолютной скорости центра масс катка 2 равен сумме $V_{C_2} = V_{C_2r} + V_{C_2e} = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$ (рис. 6.17, *b*).

Угловая скорость переносного движения катка 2 равна нулю, поскольку переносное движение катка – это поступательное движение платформы. В результате угловая скорость катка 2 равна его угловой скорости в относительном

движении: $\omega_2 = \dfrac{V_{C_2 r}}{R_2} = \dfrac{\dot{x}_2}{2r}$. Кинетическая энергия катка 2 рассчитывается по формуле: $T_2 = \dfrac{1}{2}\dfrac{P_2}{g}V_{C_2}^2 + \dfrac{1}{2}J_2\omega_2^2$, где J_2 – осевой момент инерции катка 2; ω_2 – угловая скорость катка; V_{C_2} – абсолютная скорость центра масс катка 2.

Движение грузов 1 и 6 поступательное, их кинетические энергии вычисляются по формулам: $T_1 = \dfrac{P_1}{2g}V_1^2$, $T_6 = \dfrac{P_6}{2g}V_6^2$. При этом скорость груза 1 равна абсолютной скорости центра катка 2: $V_1 = V_{C_2} = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$, а скорость груза 6 равна скорости платформы: $V_6 = V_3 = \dot{x}_3$.

Выразим кинетическую энергию системы через обобщённые скорости. Кинетическая энергия:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6 =$$

$$= \frac{P_1}{2g}V_1^2 + \frac{1}{2}\frac{P_2}{g}V_{C_2}^2 + \frac{1}{2}J_2\omega_2^2 + \frac{P_3}{2g}V_3^2 + \frac{1}{2}J_4\omega_4^2 + \frac{1}{2}\frac{P_5}{g}V_{C_5}^2 + \frac{1}{2}J_5\omega_5^2 + \frac{P_6}{2g}V_6^2,$$

где значения скоростей: $V_1 = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$, $V_{C_2} = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$, $\omega_2 = \dfrac{\dot{x}_2}{2r}$, $V_3 = \dot{x}_3$, $\omega_4 = \dfrac{\dot{x}_3}{2r}$, $V_{C_5} = \dfrac{1}{2}\dot{x}_3$, $\omega_5 = \dfrac{\dot{x}_3}{4r}$, $V_6 = \dot{x}_3$. Значения осевых моментов инерции катков: $J_2 = \dfrac{P_2 R_2^2}{2g} = \dfrac{4Pr^2}{g}$, $J_4 = \dfrac{P_4 R_4^2}{2g} = \dfrac{4Pr^2}{g}$, $J_5 = \dfrac{P_5 R_5^2}{2g} = \dfrac{4Pr^2}{g}$. Подставляя значения скоростей, моментов инерции и данные задачи, получим выражение кинетической энергии системы в виде

$$T = \frac{P}{2g}(\dot{x}_2 + \dot{x}_3)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2P}{g}(\dot{x}_2 + \dot{x}_3)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{4Pr^2}{g}\left(\frac{\dot{x}_2}{2r}\right)^2 + \frac{3P}{2g}\dot{x}_3^2 +$$

$$+\frac{1}{2}\cdot\frac{4Pr^2}{g}\left(\frac{\dot{x}_3}{2r}\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2P}{g}\left(\frac{\dot{x}_3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{4Pr^2}{g}\left(\frac{\dot{x}_3}{4r}\right)^2 + \frac{P}{2g}\dot{x}_3^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{P}{g}\dot{x}_2^2 + \frac{3P}{2g}(\dot{x}_2 + \dot{x}_3)^2 + \frac{23P}{8g}\dot{x}_3^2 = \frac{2P}{g}\dot{x}_2^2 + \frac{3P}{g}\dot{x}_2\dot{x}_3 + \frac{35P}{8g}\dot{x}_3^2.$$

Дадим системе возможное перемещение по координате x_3, оставляя координату x_2 без изменения: $\delta x_3 > 0, \delta x_2 = 0$ (рис. 6.18). При таком перемещении каток 2 стоит на платформе и движется поступательно вместе с ней. В этом случае работа сил тяжести $\vec{P}_2$, $\vec{P}_5$, $\vec{P}_3$ катков 2, 5 и платформы 3 равна нулю, так как перемещения точек приложения этих сил перпендикулярны векторам сил (см. рис. 6.18). Работа силы тяжести $\vec{P}_4$ равна нулю, так как точка приложения силы лежит на неподвижной оси вращения блока 4.

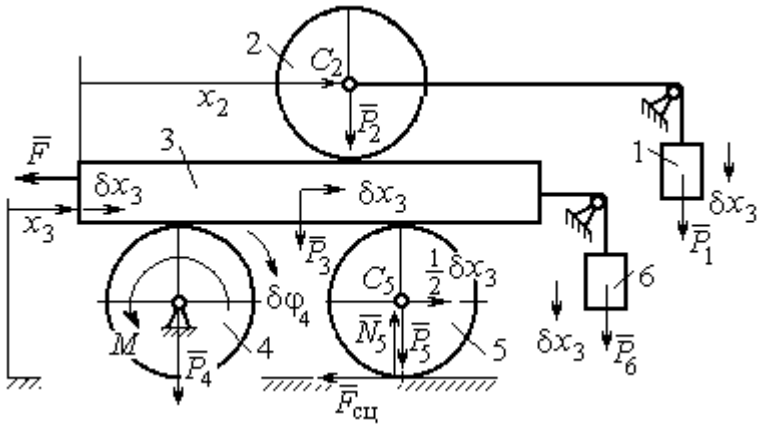


Рис. 6.18. Возможное перемещение системы при вариации обобщённых координат $\delta x_3 > 0$, $\delta x_2 = 0$

Работу будут производить сила $\vec{F}$, пара сил с моментом M и силы тяжести грузов $\vec{P}_1$ и $\vec{P}_6$. Суммарная работа сил на перемещении δx_3: $\delta A = -F\delta x_3 - M\delta\varphi_4 + P_1\delta x_3 + P_6\delta x_3$.

Представим полученное ранее соотношение $\omega_4 = \dfrac{\dot{x}_3}{2r}$ в дифференциальном виде: $d\varphi_4 = \dfrac{dx_3}{2r}$. Поскольку дифференциалы координат также являются возможными перемещениями, получим нужное соотношение $\delta\varphi_4 = \dfrac{\delta x_3}{2r}$. Теперь элементарную работу сил на возможном перемещении δx_3 с учётом значений сил можно представить в виде:

$$\delta A = -P\delta x_3 - 3Pr\frac{\delta x_3}{2r} + P\delta x_3 + P\delta x_3 = -\frac{1}{2}P\delta x_3,$$

отсюда обобщённая сила, соответствующая координате x_3: $Q_{x_3} = -\dfrac{1}{2}P$.

Дадим системе другое независимое перемещение – по координате x_2, оставляя координату x_3 без изменения: $\delta x_2 > 0, \delta x_3 = 0$ (рис. 6.19).

При этом возможном перемещении вся система стоит, кроме катка 2, который катится по поверхности неподвижной платформы, и груза 1, который опускается вертикально вниз. Работу совершает только сила тяжести груза 1. Выражая работу в виде $\delta A = P_1 \delta x_2 = P \delta x_2$, найдём обобщённую силу, соответствующую координате x_2: $Q_{x_2} = P$.

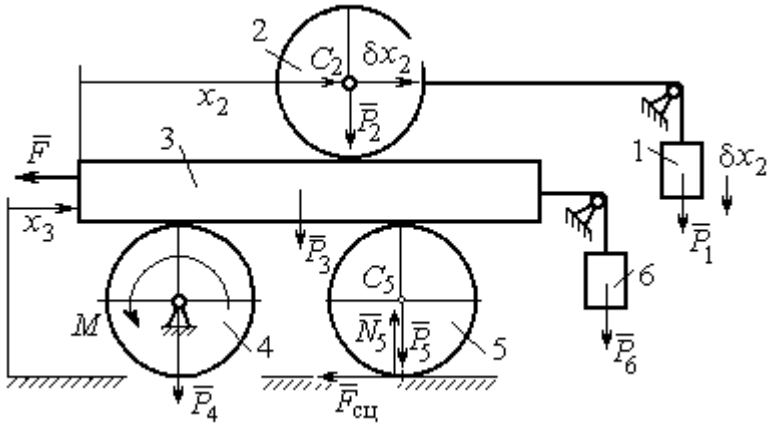


Рис. 6.19. Возможное перемещение системы при вариации обобщённых координат $\delta x_2 > 0$, $\delta x_3 = 0$

Составим уравнения Лагранжа. С этой целью вычислим частные производные от кинетической энергии по обобщенным скоростям $\dot{x}_3$ и $\dot{x}_2$:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3} = \frac{3P}{g}\dot{x}_2 + \frac{35P}{4g}\dot{x}_3, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} = \frac{4P}{g}\dot{x}_2 + \frac{3P}{g}\dot{x}_3$$

и по обобщённым координатам: $\frac{\partial T}{\partial x_3} = 0, \frac{\partial T}{\partial x_4} = 0.$

Определим полные производные по времени от частных производных кинетической энергии по скоростям:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3}\right) = \frac{3P}{g}\ddot{x}_2 + \frac{35P}{4g}\ddot{x}_3, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2}\right) = \frac{4P}{g}\ddot{x}_2 + \frac{3P}{g}\ddot{x}_3.$$

Подставляя результаты расчётов в уравнения Лагранжа с учётом вычисленных значений обобщённых сил, получим систему дифференциальных уравнений, описывающих движение системы в обобщённых координатах:

$$12\ddot{x}_2 + 35\ddot{x}_3 = -2g, \quad 4\ddot{x}_2 + 3\ddot{x}_3 = g.$$

Алгебраическим решением системы служат значения ускорений:

$$\ddot{x}_3 = -\frac{5}{26}g = -0{,}19g \quad \text{и} \quad \ddot{x}_2 = \frac{41}{104}g = 0{,}39g.$$

Полученные выражения представляют собой дифференциальные уравнения, проинтегрировав которые дважды с нулевыми начальными условиями (движение началось из состояния покоя), найдём уравнения абсолютного движения платформы и относительного движения центра масс катка 2:

$$x_3 = -0{,}095gt^2, \quad x_2 = 0{,}195gt^2.$$

Отрицательное значение координаты x_3 означает, что движение платформы происходит в отрицательном направлении оси x_3 (см. рис. 6.16).

Абсолютное движение центра катка 2 представляется суммой относительного и переносного движений: $x_{C_2} = x_2 + x_3 = 0{,}1gt^2$.

Уравнение вращательного движения катка 2 находится на основании выражения $\varphi_2 = \frac{1}{R_2}x_2 = \frac{1}{2r}x_2 = 0{,}097\frac{gt^2}{r}$. Вращение блока 4 описывается уравнением $\varphi_4 = \frac{1}{R_4}x_3 = \frac{1}{2r}x_3 = -0{,}047\frac{gt^2}{r}$.

Движение катка 5 описывается двумя уравнениями: уравнением движения центра масс катка $x_{C_5} = \frac{1}{2}x_3 = -0{,}047gt^2$ и уравнением вращательного движения катка $\varphi_5 = \frac{x_3}{2R_5} = -0{,}024\frac{gt^2}{r}$.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Бать М. И., *Джанелидзе Г. Ю.*, *Кельзон А. С.* Теоретическая механика в примерах и задачах. Т. 1–2.– СПб.: Лань, 2010.

Бутенин Н. В., *Лунц Я. Л.*, *Меркин Д. Р.* Курс теоретической механики: в 2-х томах.– М.: Наука, 2009.

Вебер Г. Э., *Ляпцев С. А*. Лекции по теоретической механике. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2008.

Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики: учебн. для втузов. – М.: Высшая школа, 2010.

Учебное издание

Евгений Борисович Волков
Юрий Михайлович Казаков

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

сборник заданий для расчетно-графических работ

Учебно-методическое пособие
для самостоятельной работы студентов

Редактор *Л.В. Устьянцева*

Подписано в печать
Бумага писчая. Формат бумаги 60×84 1/16.
Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.
Печ. л. 9,75 Уч. изд. л. 6,5 Тираж экз. Заказ №

Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский государственный горный университет.
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ

4. ДИНАМИКА ТОЧКИ 73
4.1. Дифференциальные уравнения движения точки. 73
4.2. Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки 73
4.3. Колебания материальной точки 80
4.4. Задание Д2. Исследование колебаний точки 84
4.5. Теорема об изменении кинетической энергии точки. 95
4.6. Задание Д3. Исследование движения точки
с применением теоремы об изменении кинетической энергии 96
5. ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ 103
5.1. Описание движений твёрдых тел на основе общих теорем динамики системы . 103
5.2. Задание Д4. Динамический расчет механической системы 104
5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы. 112
5.4. Задание Д5. Исследование движения механической системы
с применением теоремы об изменении кинетической энергии 114
6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА 124
6.1. Принципы механики. Общее уравнение динамики 124
6.2. Задание Д6. Исследование механической системы
с применением общего уравнения динамики 126
6.3. Уравнения Лагранжа II рода 136
6.4. Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы
с применением уравнений Лагранжа 137
6.5. Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы 145
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 155

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
И.о. проректора по учебно-методической работе
_____ В. В. Зубов

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.24 ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Направление подготовки

15.03.02 Технологические машины и оборудование

Направленность (профиль)

Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов

Форма обучения: **очная, заочная, очно-заочная**

Автор: Чиркова А. А., канд. техн. наук.

Одобрены на заседании кафедры

Технической механики
(название кафедры)

Зав. кафедрой _____
(подпись)

Волков Е. Б.
(Фамилия И. О.)

Протокол № 1 от 13.09.2024
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией факультета

Горно-механического
(название факультета)

Председатель _____
(подпись)

Осипов П. А.
(Фамилия И. О.)

Протокол № 2 от 18.10.2024
(Дата)

Екатеринбург

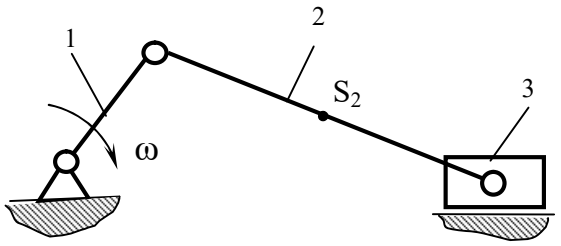
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Контрольная работа по теме 1 **«Кинематический анализ механизмов»**

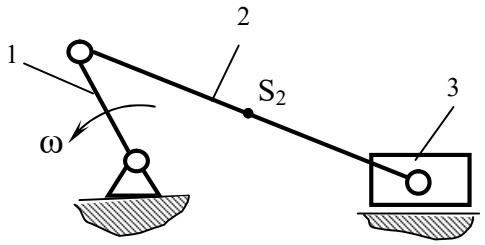
Задача

Построить в общем виде планы скоростей и ускорений точек четырёхзвенного механизма, схема которого показана на рисунке (см. варианты).

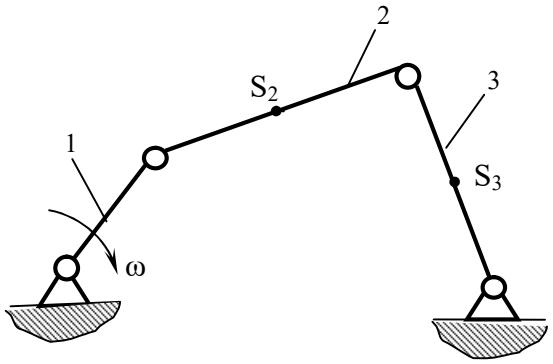
Вариант 1



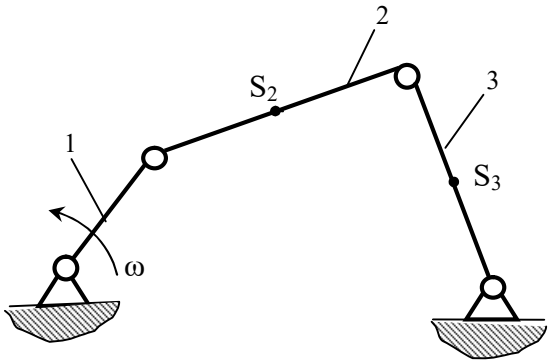
Вариант 2



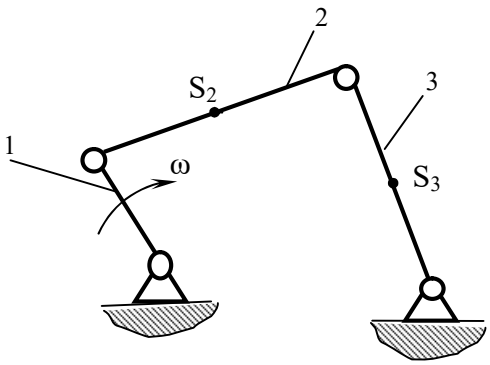
Вариант 3



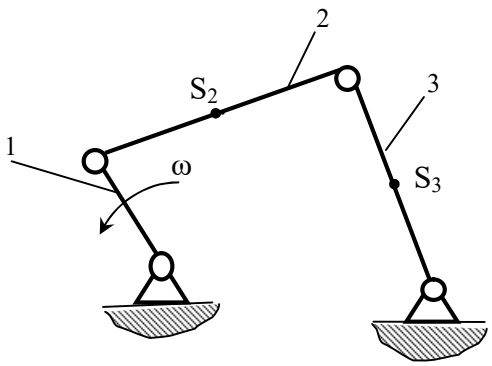
Вариант 4



Вариант 5

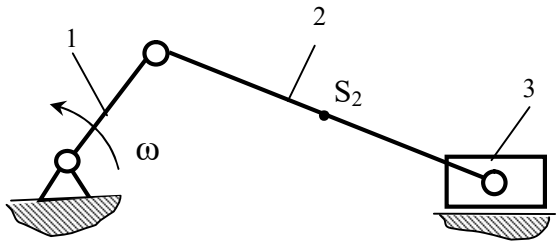


Вариант 6

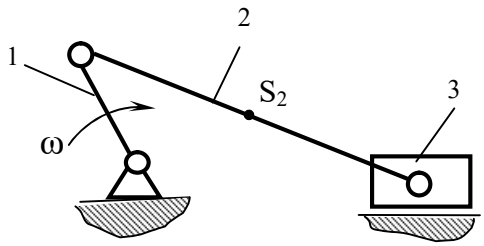


Вариант 7

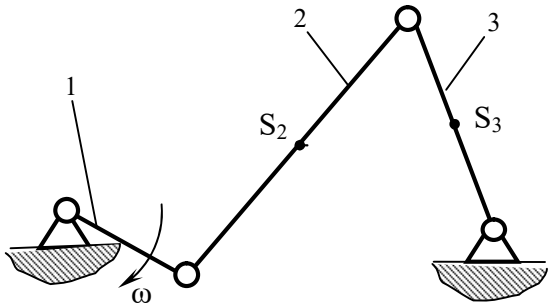
2



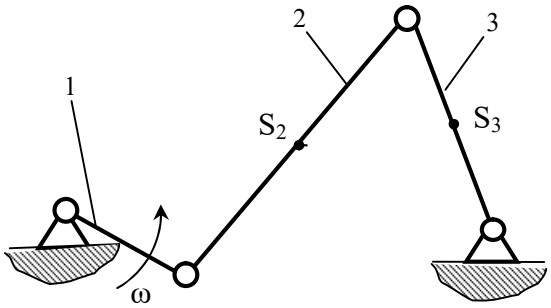
Вариант 8



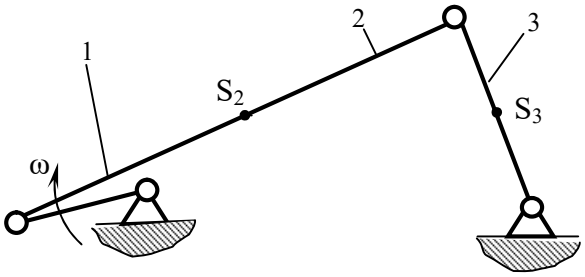
Вариант 9



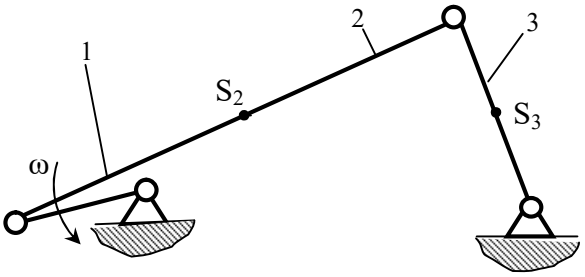
Вариант 10



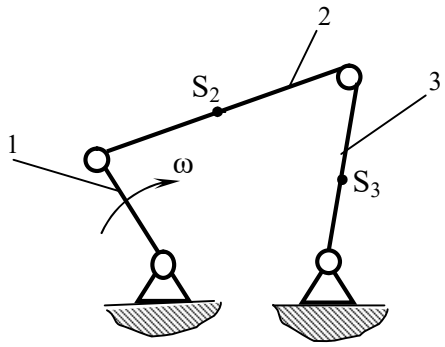
Вариант 11



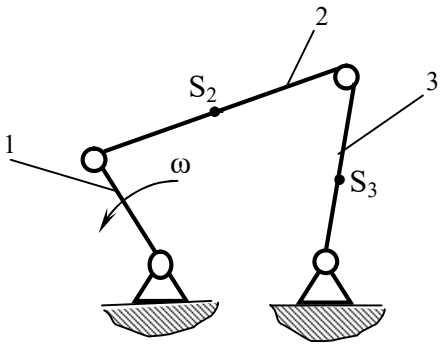
Вариант 12



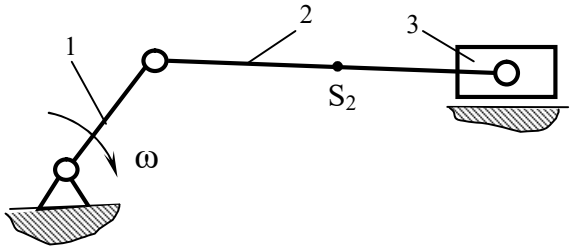
Вариант 13



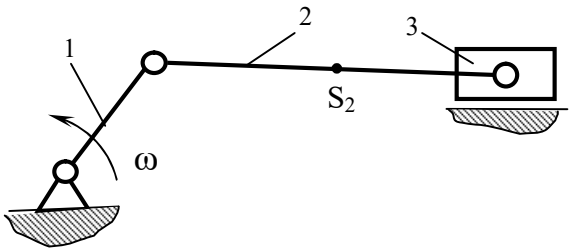
Вариант 14



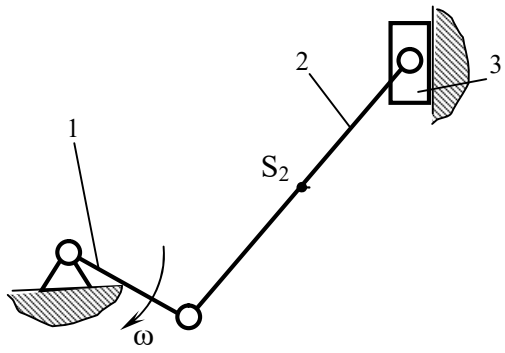
Вариант 15



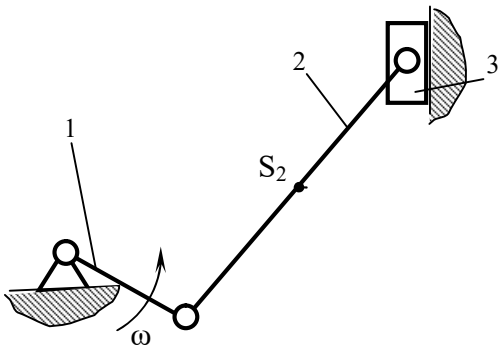
Вариант 16



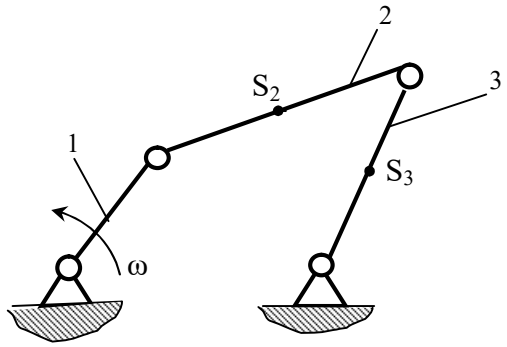
Вариант 17



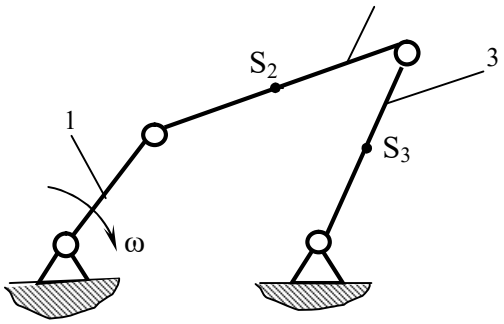
Вариант 18



Вариант 19



Вариант 20



Вопросы к контрольной работе

Вариант 1

Вопрос. Как определить в общем виде реакцию $\boldsymbol{R_{01}}$ в шарнире между стойкой и кривошипом?

Вариант 2

Вопрос. Как определить силы инерции, действующие на звенья рычажного механизма? Проиллюстрировать примером.

Вариант 3

Вопрос. Как определить моменты сил инерции, действующие на звенья рычажного механизма? Проиллюстрировать примером.

Вариант 4

Вопрос. Что такое уравновешивающая сила и уравновешивающий момент?

Вариант 5

Вопрос. Как определяют уравновешивающую силу методом планов сил?

Вариант 6

Вопрос. Как определяют уравновешивающую силу методом «жёсткого рычага» Н.Е. Жуковского?

Вариант 7

Вопрос. Что такое «жёсткий рычаг» Н.Е. Жуковского?

Вариант 8

Вопрос. Что такое статическая определимость структурной группы?

Вариант 9

Вопрос. Как определяют реакции в кинематических парах методом планов сил? Пояснить на примере.

Вариант 10

Вопрос. Дать сравнительную характеристику кинетостатического анализа и динамического на основе уравнений Лагранжа 2 рода.

Вариант 11

Вопрос. Что такое коэффициент неравномерности движения кривошипа?

Вариант 12

Вопрос. Какие применяются методы силового динамического анализа механизмов?

Вариант 14

Вопрос. Использование графического интегрирования в динамическом анализе механизмов.

Вариант 15

Вопрос. Назначение диаграммы Виттенбауэра.

Вариант 16

Вопрос. Использование маховика для снижения неравномерности движения механизма.

Вариант 17

Вопрос. Определение момента инерции маховика.

Вариант 18

Вопрос. Что такое супермаховик и для чего он применяется?

Вариант 19

Вопрос. Как осуществляется уравновешивание вращающихся масс?

Вариант 20

Вопрос. Назначение и способы статической и динамической балансировки.

УДК 621.01
ФГБОУ ВО «УГГУ»

В. М. Таугер, А. А. Леонтьев

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Учебное пособие

2020

УДК 621.01

Рецензент: А. П. Котельников, канд. техн. наук (доцент кафедры «Проектирование и эксплуатация автомобилей» УрГУПС)

Печатается по решению Учебно-методического совета Уральского государственного горного университета

Таугер В. М., Леонтьев А. А.

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН: учебное пособие / В. М. Таугер, А. А. Леонтьев; Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2020. – 128 с.: ил.

Изложены методы структурного анализа и синтеза, кинематического и динамического расчёта наиболее распространённых в промышленности механизмов и машин.

Учебное пособие предназначено для студентов направлений, программа которых включает дисциплину «Теория механизмов и машин».

УДК 621. 01

© Таугер В. М., Леонтьев А. А.

© Урал. гос. горный ун-т. 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение……...4
1. Основные понятия и определения ТММ……..…….5
2. Основные стадии проектирования и создания новой техники…….8
3. Структурная классификация и виды механизмов…..……..10
4. Кинематический анализ рычажных механизмов…….……19
5. Динамический анализ рычажных механизмов……..…….....28
6. Синтез рычажных механизмов…….48
7. Кулачковые механизмы…….57
8. Фрикционные и зубчатые механизмы…...……...72
9. Трение в кинематических парах……110
10. Уравновешивание масс в механизмах и машинах……...120
Библиографический список……..……..128

ВВЕДЕНИЕ

Теория механизмов и машин (ТММ) является одним из разделов механики, в котором изучается строение, кинематика и динамика механизмов и машин в связи с их анализом и синтезом.

Прикладная механика, которая в настоящее время объединяет такие дисциплины, как ТММ, сопротивление материалов, и детали машин, является одной из старейших областей знаний. Известно, например, что еще при строительстве египетских пирамид использовались простейшие механизмы (рычаги, блоки и т. д.). ТММ как наука выделилась около 200 лет тому назад. Существенный вклад в её развитие внесли такие ученые и изобретатели, как М.В. Ломоносов, И.И. Ползунов – создатель паровой машины, И.П. Кулибин – создатель часов-автоматов, механизма протеза и т. п., отец и сын Черепановы, построившие первый в России паровоз, Л. Эйлер, разработавший теорию плоского зацепления и предложивший эвольвентный профиль зубьев колес, который используется в настоящее время.

Внесли свой вклад в развитие науки академики П.Л. Чебышев, И.А. Вышнеградский, Н.П. Петров, В.П. Горячкин, М.В. Остроградский; профессора Н.Е. Жуковский – отец русской авиации, В.Л. Кирпичев, Н.И. Мерцалов, Л.А. Ассур, И.В. Мещерский, физик Д. Максвелл, а также современные ученые, такие как И.И. Артоболевский, Н.Г. Бруевич, Д.Н. Решетов и другие.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Ведущей отраслью современной техники является машиностроение, развитие которого неразрывно связано с созданием новых машин и механизмов, повышающих производительность труда и заменяющих ручной труд машинным.

В технике широко используются подвижные механические системы, подразделяемые на машины, машинные агрегаты и механизмы.

В обобщенном виде *машина* – это устройство, создаваемое человеком для использования законов природы с целью облегчения физического и умственного труда.

По функциональному назначению машины условно можно разделить на энергетические, транспортные, технологические, контрольно-управляющие, логические (ЭВМ).

Устройства, включающие ряд машин и механизмов, называются машинными агрегатами (МА). Обычно МА состоит (рис. 1) из двигателя (*D*), передаточного механизма (ПМ), рабочей машины (РМ) и, в ряде случаев, контрольно-управляющего устройства, или системы автоматического регулирования (САР).

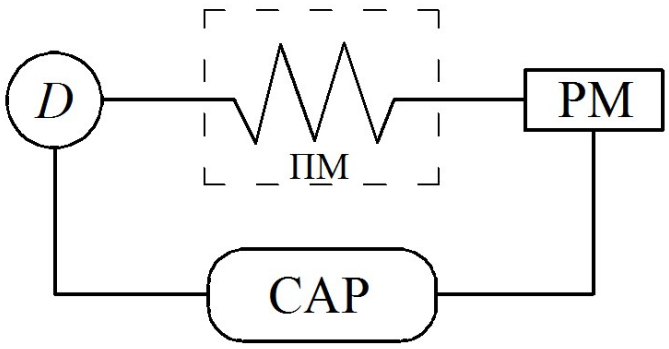


Рис. 1. Схема машинного агрегата

В состав каждой отдельной машины входит один или несколько механизмов.

Механизмом называется система материальных тел, предназначенных для преобразования движения одного или нескольких тел в требуемые движения остальных.

Состав механизмов разнообразен и включает механические, гидравлические, электрические и другие устройства.

Несмотря на разницу в назначении механизмов их строение, кинематика и динамика имеет много общего, поэтому исследование механизмов проводится на базе основных принципов современной механики.

Всякий механизм состоит из отдельных тел (деталей), соединенных между собой.

Деталь – это изделие, изготовленное из однородного материала без сборочных операций.

Детали, соединенные между собой неподвижно или с помощью упругих связей, образуют отдельное *звено*.

Выполнение звеньев из нескольких деталей обеспечивается их *соединением*. Различают соединения неразъемные (сварные, заклепочные, клеевые) и разъемные (шпоночные, шлицевые, резьбовые).

Звенья в зависимости от вида их материала могут быть твердые и гибкие (упругие).

Два звена, соединенных друг с другом подвижно, образуют *кинематическую пару*.

Неподвижное звено, состоящее из одной или нескольких деталей, называется *стойкой*.

Таким образом, каждый механизм имеет стойку и подвижные звенья, среди которых выделяют входные, выходные и промежуточные звенья.

Входным (*ведущим*) звеньям сообщается движение, преобразуемое механизмом в требуемые движения *выходных* (*ведомых*) звеньев с помощью *промежуточных* звеньев. В простых механизмах имеется одно входное и одно выходное звено.

Но в некоторых случаях имеют место механизмы с несколькими входными или выходными звеньями, например, дифференциал автомобиля.

Развитие техники осуществляется в направлении совершенствования ранее известных механизмов и путем создания принципиально новых их видов.

2. ОСНОВНЫЕ СТАДИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И СОЗДАНИЕ НОВОЙ ТЕХНИКИ

При проектировании новой техники возникает необходимость проведения работ, связанных с анализом и синтезом новой конструкции.

Анализ осуществляется при заданных размерах и массе звеньев, когда необходимо определить: скорости, ускорения, действующие силы, напряжения в звеньях и их деформации. В результате может быть произведен проверочный расчет на прочность, выносливость и т. д.

Синтез осуществляется при заданных скоростях, ускорениях, действующих силах, напряжениях или деформациях. При этом требуется определить необходимые размеры звеньев, их форму и массу.

При синтезе часто решается задача оптимального проектирования конструкции, когда находятся необходимые показатели работы машины при наименьших затратах труда.

Обычно основными этапами создания новой конструкции являются:

1) разработка принципиальной схемы;

2) проектирование и расчет машины и отдельных ее узлов;

3) экспериментальные исследования и доводка опытного образца.

Проектирование новой техники включает следующие основные этапы:

а) разработка технического задания, включающего основные исходные данные;

б) разработка эскизного проекта, включающего выбор схемы и компоновку основных узлов конструкции;

в) разработка технического проекта, где осуществлены основные расчеты и представлены сборочный чертеж и др. документация.

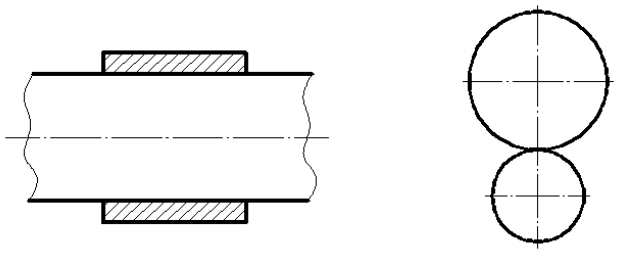
При проектировании сложных механизмов обычно стремятся выделить из общей схемы отдельные, более простые типовые механизмы, проектирование которых имеет свои закономерности. К таким широко используемым в технике механизмам относятся рычажные (стержневые),

кулачковые, фрикционные, зубчатые и т. д., причем с точки зрения строения, кинематики и динамики любой механизм можно заменить условным рычажным механизмом с последующим его анализом, поэтому структура, кинематика и динамика рычажных механизмов рассматривается наиболее подробно.

3. СТРУКТУРНАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ И ВИДЫ МЕХАНИЗМОВ

3.1. Классификация кинематических пар

Подвижные соединения двух звеньев, называемые кинематической парой (КП), классифицируются по разным признакам. Например, по характеру соприкосновения звеньев различают низшие КП, когда контакт происходит по поверхности (рис. 2, *а*), и высшие, когда контакт звеньев осуществляется по линии или в точке (рис. 2, *б*).



а *б*

Рис. 2. Кинематические пары:
а – низшая; *б* – высшая

Преимуществом низших КП является возможность передачи значительных усилий при малом износе, а достоинством высших кп возможность воспроизводить достаточно сложные относительные движения.

Низшие КП могут быть поступательными, вращательными, плоскими и пространственными, а также классифицироваться по числу условий связи, накладываемых на звенья при формировании КП.

Любое тело в декартовой системе координат (рис. 3) имеет 6 степеней свободы, или подвижности ($W = 6$), часть из которых уничтожается в КП. При этом класс КП определяется числом S накладываемых связей, а число её степеней подвижности равно

$$W = 6 - S. \qquad (3.1)$$

На рис. 4 приведены КП различных классов.

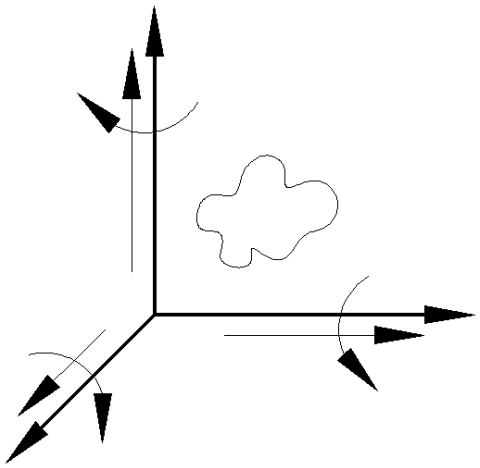


Рис. 3. Степени свободы в декартовой системе координат

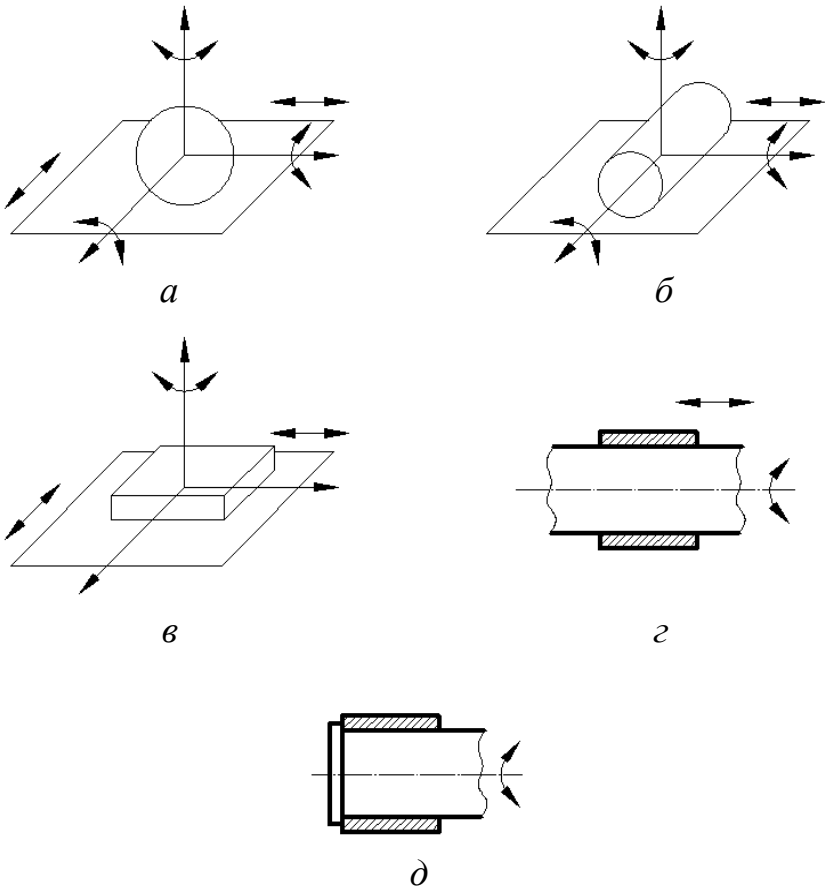


Рис. 4. Классификация КП по числу условий связи:
а – КП 1 класса, S = 5; *б* – КП 2 класса, S = 4; *в* – КП 3 класса, S = 3;
г – КП 4 класса, S = 2; *д* – КП 5 класса, S = 1

Кинематические пары и звенья механизмов изображаются упрощенно (рис. 5) при соблюдении стандарта на обозначения звеньев и КП.

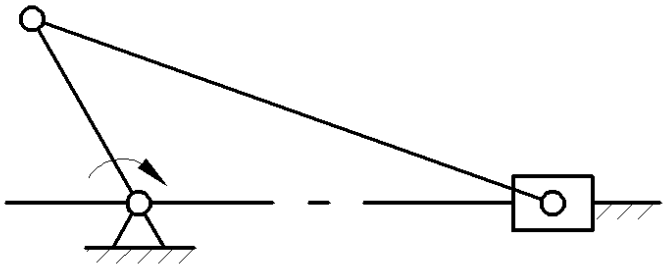


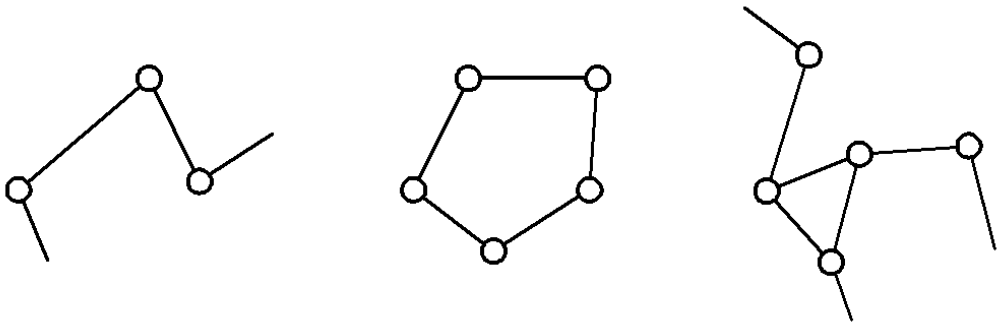
Рис. 5. Упрощенное изображение КП

3.2. Кинематические цепи и их классификация

Любой механизм представляет собой *кинематическую цепь* (КЦ) звеньев, соединенных в КП. КЦ могут быть простыми и сложными, открытыми и замкнутыми, плоскими и пространственными.

В *простой* КЦ каждое из ее звеньев входит в состав одной или двух КП, а в *сложной* КЦ имеются звенья, входящие в состав трех и более КП.

В *открытой* КЦ имеются звенья, входящие в состав одной КП, а в замкнутой цепи каждое звено входит в состав двух и более КП (рис. 6).



а *б* *в*

Рис. 6. Классификация КЦ:
а – простая открытая; *б* – простая замкнутая; *в* – сложная открытая

Если точки всех звеньев двигаются в одной или параллельных плоскостях, то КЦ называется *плоской*, в противном случае КЦ –

пространственная (точки звеньев описывают плоские кривые в непараллельных плоскостях или пространственные кривые).

3.3. Понятие о степени подвижности механизма

Если в пространственной КЦ, состоящей из n подвижных звеньев, имеются КП 1, 2,… 5 класса, число которых, соответственно, $p1$, $p2$,… $p5$, то КЦ имеет число степеней свободы, определяемое формулой А.П. Малышева:

$$W = 6n - 5p5 - 4p4 - 3p3 - 2p2 - p1. \qquad (3.2)$$

Так как любой механизм имеет одно неподвижное звено (стойку) и n подвижных звеньев, то формула (3.2) может использоваться для определения W пространственного механизма, где n – число подвижных звеньев, а W – степень подвижности механизма, показывающая, сколько нужно иметь ведущих звеньев (двигателей) для получения определенного движения остальных его звеньев.

Для плоского механизма степень подвижности определяется по формуле Чебышева:

$$W = 3n - 2p5 - p4, \qquad (3.3)$$

причём КП 5 класса существуют в виде поступательных, вращательных и винтовых пар.

Например, кривошипно-ползунный плоский механизм (рис. 7), в котором $n = 3$; $p5 = 4$; $p4 = 0$, имеет степень подвижности

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1.$$

При определении W необходимо учитывать возможность наличия так называемых *пассивных* звеньев, т.е. звеньев, которые могут быть исключены без формального ущерба для кинематики анализируемого механизма (рис. 8).

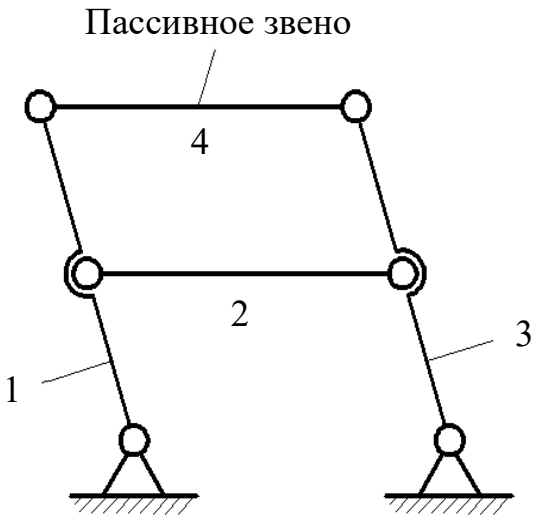
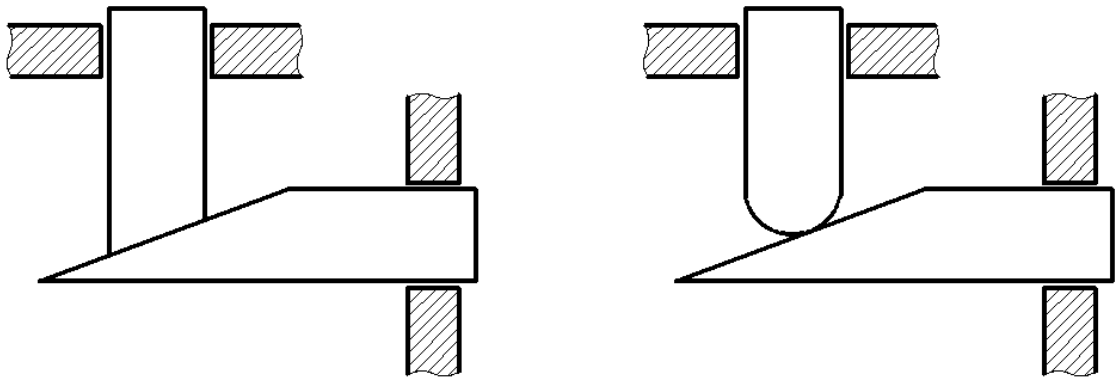


Рис. 8. Механизм с пассивным звеном

Кроме того, необходимо учитывать возможность наличия избыточных связей, которые не реализуются в реальном механизме, а их число q определяется разностью между числом связей в КП действительного и формально возможного механизмов.

На рис. 9, *а* показан действительный механизм, а на рис. 9, *б* – формально возможный механизм, имеющий функциональное назначение, аналогичное действительному механизму, но все связи в котором, в отличие от действительного механизма, реализованы.



а *б*

Рис. 9. Примеры механизмов:
а – действительный механизм; *б* – формально возможный механизм

Степень подвижности действительного механизма с учётом избыточных связей равна

$$W = 3n - 2p5 - p4 + q. \tag{3.4}$$

В общем случае пространственного механизма

$$W = 6n - ipi + q, \tag{3.5}$$

где i от 1 до 5.

3.4. Структурный анализ механизмов

Основной принцип образования рычажных механизмов был сформулирован в 1914 г. профессором Л. В. Ассуром и заключается в следующем.

Схема любого механизма может быть составлена последовательным присоединением к входным (начальным) звеньям и стойке КЦ с нулевой степенью подвижности. Такие КЦ называются структурными группами Ассура. Примеры различных групп Ассура показаны на рис. 10.

Начальное звено со стойкой образует простейший механизм 1-ого класса (рис. 11).

Путем присоединения к таким механизмам различных групп Ассура можно получить механизм любой сложности.

Группы Ассура классифицируются по числу КП, которыми они присоединяются к основному механизму. Это число определяет *порядок* группы. Кроме того, группа Ассура имеет *класс*, определяемый числом КП, образующих наиболее сложный замкнутый контур.

Состав и последовательность присоединения групп Ассура в механизме можно выразить его формулой строения. Механизм в целом классифицируется по группе наивысшего класса. Для показанного на рис. 12 механизма формула строения выглядит следующим образом:

$$1(1,6) \rightarrow 2(2,3) \rightarrow 2(4,5), \qquad (3.6)$$

и означает, что механизм 1 класса, состоящий из звена 1 и стойки 6, взаимодействует с группой 2 класса из звеньев 2 и 3, которая, в свою очередь, взаимодействует с группой 2 класса из звеньев 4 и 5.

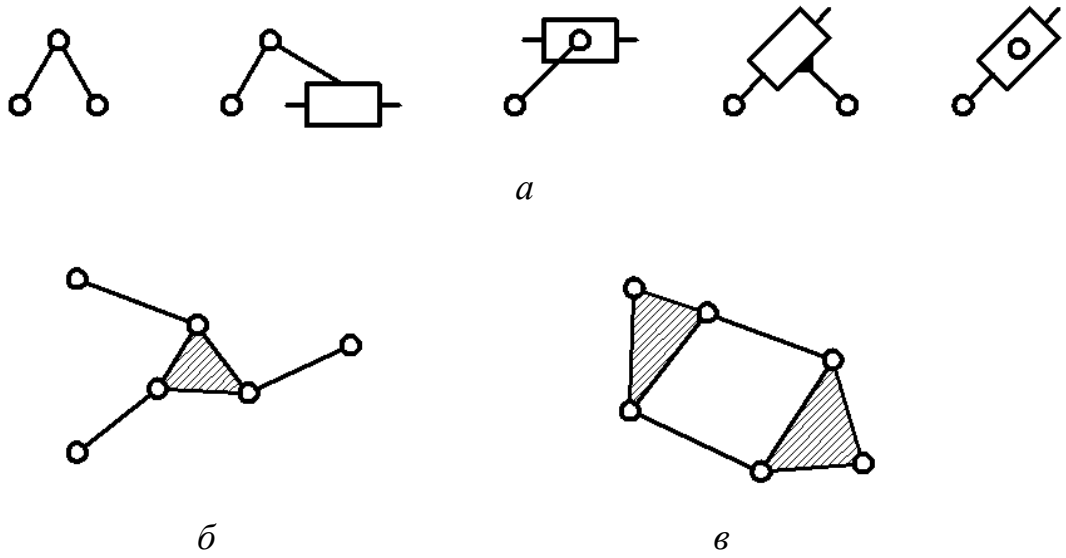


Рис. 10. Примеры групп Ассура:
а – двухповодковая группа 2 класса, 2 порядка, $W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0$;
б – трёхповодковая группа 3 класса, 3 порядка, $W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 - 0 = 0$;
в – группа 4 класса, 2 порядка, $W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 - 0 = 0$

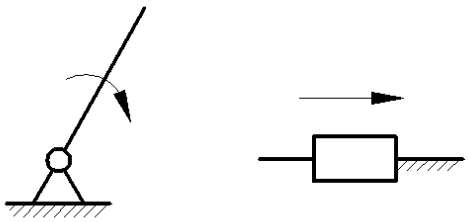


Рис. 11. Простейшие механизмы 1 класса

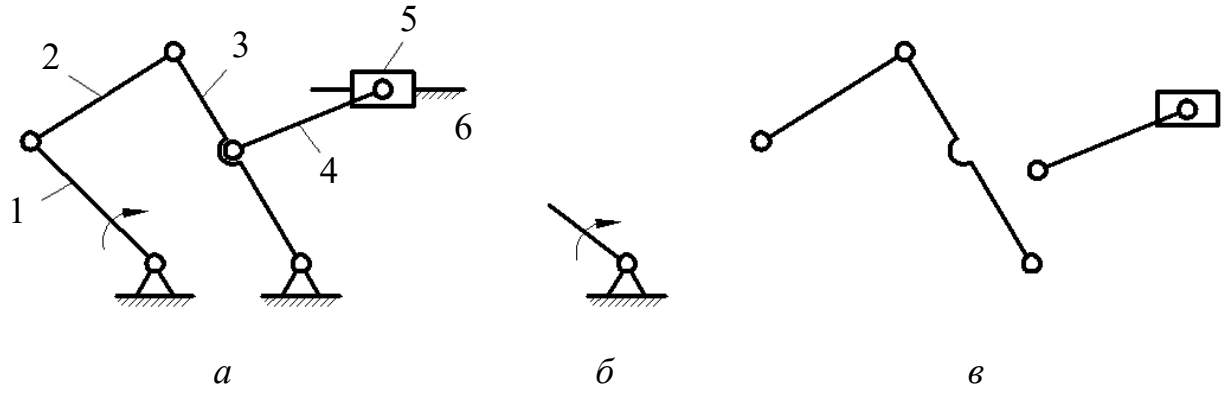


Рис. 12. Классификация механизма по группам Ассура:
а – схема полного механизма; *б* – механизм 1 класса;
в – группы Ассура 2 класса, 2 порядка

3.5. Виды механизмов и их структурные схемы

Среди всего многообразия конструкций механизмов различают: стержневые (рычажные), кулачковые, фрикционные, зубчатые механизмы, механизмы с гибкими звеньями (например, ременные передачи) и другие виды.

Менее распространенные классификации подразумевают наличие механизмов с низшими или высшими парами в плоском или пространственном исполнении и т. д.

Учитывая возможность условного превращения практически любого механизма с высшими парами в рычажный, в дальнейшем наиболее подробно рассматривается именно эти механизмы, а структурные схемы других механизмов изложены в соответствующих разделах.

Среди рычажных механизмов наиболее распространены так называемые четырехзвенные, примеры которых представлены на рис.13.

В этих механизмах встречаются однотипные звенья: *кривошип* 1 –звено, совершающее полноповоротное вращательное движение вокруг неподвижной оси; *коромысло* 3 (рис. 13, *б*) – звено, совершающее неполноповоротное вращательное движение вокруг неподвижной оси; *ползун* 3 (рис. 13, *а*) – звено, совершающее поступательное движение относительно стойки; *камень* 2 –

звено, совершающее поступательное движение относительно подвижной направляющей, называемой *кулисой* 3 (рис. 13, *в*, *г*); *шатун* 2 (рис. 13, *а*, *б*) – звено, совершающее плоскопараллельное движение.

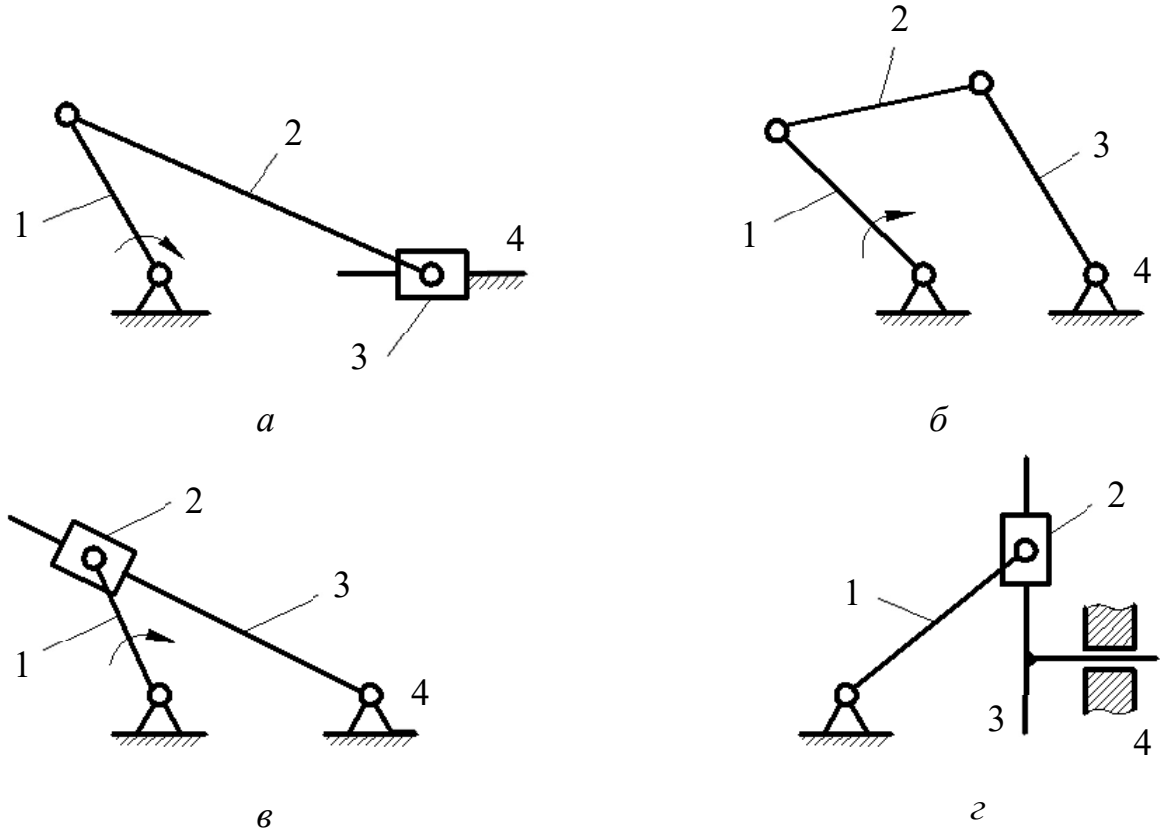


Рис. 13. Виды четырехзвенных рычажных механизмов:
а – кривошипно-ползунный механизм; *б* – четырехшарнирный механизм;
в – кулисный механизм; *г* – синусный механизм

4. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

4.1. Построение планов положения механизма

Кинематический анализ механизмов включает вопросы изучения звеньев с геометрической точки зрения, т. е. без учета действующих сил. Для этого используются графические, аналитические и экспериментальные методы исследования.

Одним из наглядных методов является графоаналитический, который включает:

а) построение планов положения механизма; б) определение скоростей и ускорений характерных точек или звеньев механизма.

При графических построениях на чертеже изображаются длины звеньев, скорости, ускорения и другие величины в определенном масштабе, характеризуемом масштабным коэффициентом μ:

$$\mu = \frac{\text{значение параметра}}{\text{длина отрезка}}. \qquad (4.1)$$

Например, вектор ***ра*** длиной 10 мм изображает скорость v = 20 м/с. Тогда

$$\mu = \frac{20}{10} = 2\,\text{м}\cdot\text{с}^{-1}/\,\text{мм}.$$

Графическое изображение взаимного расположения звеньев механизма, соответствующее заданному моменту времени, называется *планом положений* или *планом механизма*.

Планы положения строятся в определенном масштабе методом засечек в соответствии с формулой строения механизма. Линейные размеры всех звеньев должны быть заданы (рис. 14).

После построения нескольких совмещенных планов механизма при необходимости можно определить графически траектории характерных точек звеньев, имеющих сложное движение, например, центра тяжести *S* шатуна АВ.

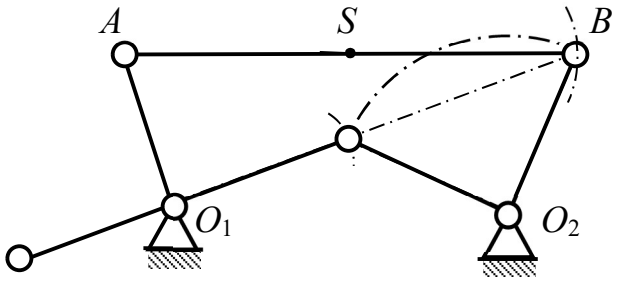


Рис. 14. План положений (план механизма)

4.2. Определение скоростей и ускорений механизма методом планов

Метод планов является одним из самых наглядных. Определению подлежат линейные скорости и ускорения точек и угловые скорости и угловые ускорения звеньев. При этом предварительно составляются векторные уравнения для скоростей и ускорений точек звеньев, совершающих сложное движение.

Пусть звено совершает плоскопараллельное движение, состоящее из переносного, т. е. поступательного со скоростью полюса и относительного вращательного вокруг полюса (рис. 15).

Принимая за полюс т. *A*, получим векторное уравнение скоростей точек:

$$\overline{v}_B = \overline{v}_A + \overline{v}_{BA}, \tag{4.2}$$

где $\overline{v}_B$ – скорость точки *B*; $\overline{v}_A$ – скорость точки *A*; $\overline{v}_{BA}$ – скорость точки *B* относительно точки *A*.

Относительная скорость по модулю равна

$$v_{BA} = \omega l_{AB}, \tag{4.3}$$

где ω – угловая скорость звена; l_{AB} – длина звена (длина отрезка *AB*).

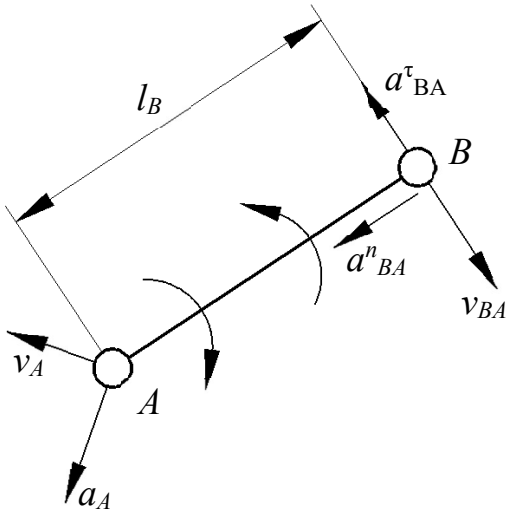


Рис. 15. Векторы скоростей и ускорений для механизма (пример 1)

Векторное уравнение ускорений точек выглядит следующим образом:

$$\overline{a}_B = \overline{a}_A + \overline{a}_{BA}, \qquad (4.4)$$

где $\overline{a}_B$ – ускорение точки B; $\overline{a}_A$ – ускорение точки A; $\overline{a}_{BA}$ – ускорение точки B относительно точки A.

Относительное ускорение равно

$$\overline{a}_{BA} = \overline{a}^{n}_{BA} + \overline{a}^{\tau}_{BA}, \qquad (4.5)$$

где $\overline{a}^{n}_{BA}, \overline{a}^{\tau}_{BA}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения $\overline{a}_{BA}$ соответственно.

Нормальное и касательное составляющие по модулю равны

$$a^{n}_{BA} = \omega^2 l_{AB}; \qquad (4.6)$$

$$a^{\tau}_{BA} = \varepsilon l_{AB}, \qquad (4.7)$$

где ε – угловое ускорение звена.

Пусть звено 1 совершает сложное движение, состоящее из переносного вращательного вместе со звеном 2 и относительного поступательного вдоль звена 2 (рис. 16). Точку на звене 1 обозначим B_1, а точку на звене 2, лежащую под точкой B_1, обозначим B_2. Тогда для скорости $\overline{v}_{B1}$ справедливо векторное уравнение

$$\overline{v}_{B1} = \overline{v}_{B2} + \overline{v}_{B1B2}, \qquad (4.8)$$

где $\overline{v}_{B2}$ – окружная скорость точки B_2 (т. е. переносная скорость); $\overline{v}_{B1B2}$ – скорость точки B_1 относительно точки B_2.

Величина переносной скорости

$$v_{B2} = \omega l_{AB}. \qquad (4.9)$$

Векторное уравнение для ускорения точки B_1:

$$\overline{a}_{B1} = \overline{a}_{B2} + \overline{a}^{t}_{B1B2} + \overline{a}^{k}_{B1B2}, \qquad (4.10)$$

где $\overline{a}_{B2}$ – ускорение точки B_2; $\overline{a}^{t}_{B1B2}$ – ускорение точки B_1 относительно точки B_2; $\overline{a}^{k}_{B1B2}$ – ускорение Кориолиса, которое равно

$$a^{k}_{B1B2} = 2v_{B1B2}\omega \qquad (4.11)$$

и совпадает с направлением вектора $\overline{v}_{B1B2}$, повернутого на 90° в сторону переносного вращения.

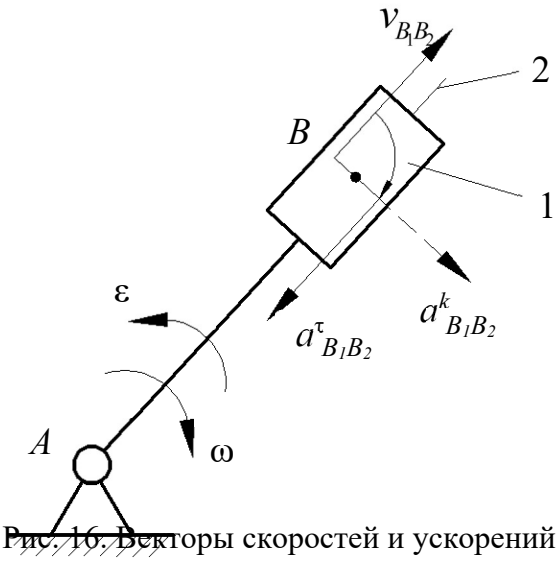


Рис. 16. Векторы скоростей и ускорений для механизма (пример 2)

Решение векторных уравнений осуществляется графически путем построения так называемых *планов скоростей и ускорений*, на которых абсолютные скорости и ускорения откладываются от одной точки, называемой полюсом, в определенном масштабе.

Пример расчета кривошипно-ползунного механизма рассмотрен на рис. 17, где план положений показан на рис. 17, *а*, план скоростей – на рис. 17, *б* и план ускорений – на рис. 17, *в*.

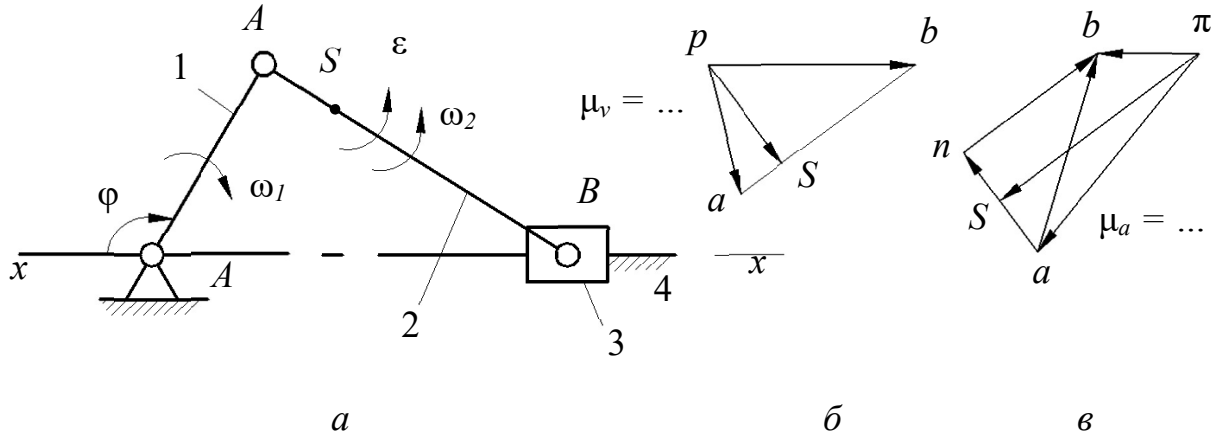


Рис. 17. Пример расчета кривошипно-ползунного механизма:
а – план положений; *б* – план скоростей; *в* – план ускорений

Векторное уравнение для скорости точки B записывается в виде:

$$\overline{v}_B = \overline{v}_A + \overline{v}_{BA}, \tag{4.12}$$

где $v_A = \omega_1 l_{OA}; v_{BA} \perp AB; v_B \parallel x - x.$

План скоростей строится в масштабе

$$\mu_v = \frac{v_A}{pa}, \frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{мм}}, \tag{4.13}$$

где pa – отрезок произвольной длины.

На плане скоростей вектор $\overline{v}_B$ отображается отрезком pb, а вектор $\overline{v}_{BA}$ – отрезком ab, поэтому $pb \parallel x - x$; $ab \perp AB$.

Величины скоростей определяются по формулам:

$$\begin{aligned} v_{BA} &= \mu_v \cdot ab; \\ v_B &= \mu_v \cdot pb; \\ \omega_2 &= \frac{v_{BA}}{l_{AB}}. \end{aligned} \tag{4.14}$$

Векторное уравнение для ускорения точки B при $\omega_1 = const$ записываются в виде:

$$\overline{a}_B = \overline{a}_A + \overline{a}^n_{BA} + \overline{a}^\tau_{BA}, \tag{4.15}$$

где $a_A = \omega_1^2 l_{OA}; a^n_{BA} = \omega_2^2 AB; a_A \parallel AB; a^\tau_{BA} \perp AB; a_B \parallel x - x.$

Все ускорения представлены на рис. 17 в выбранном масштабе μ_a, равном

$$\mu_a = \frac{a_A}{\pi a}, \frac{\text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{мм}}, \tag{4.16}$$

где πa – отрезок произвольной длины.

При определении скоростей и ускорений промежуточных точек звеньев, например, точки S, можно использовать так называемую теорему подобия, согласно которой точки на плане положений звеньев и соответственные точки на планах скоростей и ускорений образуют подобные фигуры или пропорциональные отрезки. Рассмотрим доказательство данной теоремы.

На рис. 18 показано звено ABC и планы скоростей и ускорений для точек этого звена:

– отрезок *ca* на плане скоростей соответствует $v_{CA} \perp CA$;

– отрезок *ab* на плане скоростей соответствует $v_{AB} \perp AB$;

– отрезок *bc* на плане скоростей соответствует $v_{BC} \perp BC$;

т. е. треугольник *abc* подобен треугольнику *ABC*.

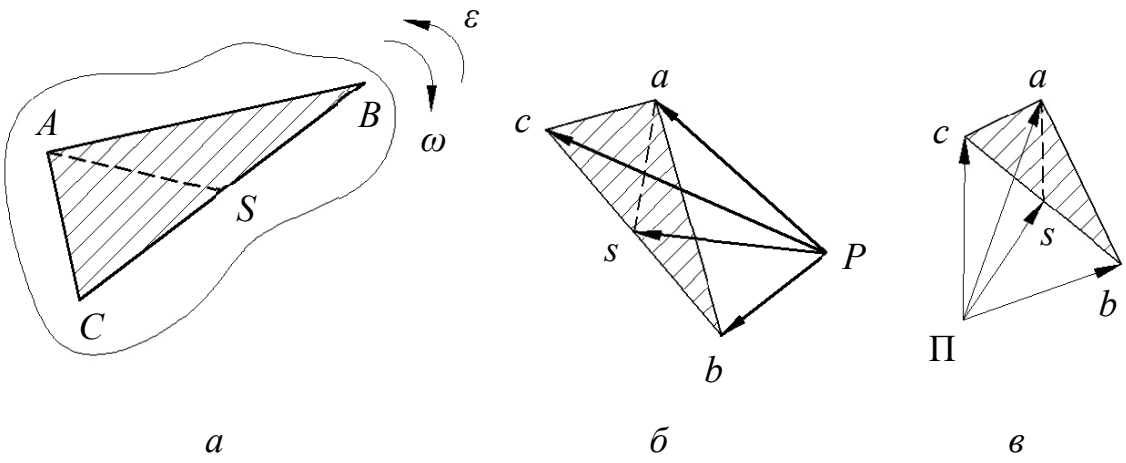


Рис. 18. Теорема подобия

Ускорения относительного (вращательного) движения равны:

$$\begin{aligned} a_{CA} &= l_{CA}\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}; \\ a_{AB} &= l_{AB}\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}; \\ a_{BC} &= l_{BC}\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}, \end{aligned} \qquad (4.17)$$

т. е. $a_{CA}/l_{CA} = a_{AB}/l_{AB} = a_{BC}/l_{BC}$, или $ca/CA = ab/AB = bc/BC$.

Следовательно, $\triangle abc \sim \triangle ABC$.

Аналогично выполняется построение фигур для любой промежуточной точки, например, точки S (рис. 18, *а*, *б*).

4.3. Исследование рычажных механизмов методом кинематических диаграмм

Кинематической диаграммой называется графическая зависимость какого-либо параметра движения звена от времени или от перемещения входного звена, представленные в определенной системе координат.

Если известна одна кинематическая диаграмма, то можно получить остальные зависимости путем графического дифференцирования или интегрирования.

На рис. 19, *а*, *б* показана последовательность построения кинематической диаграммы перемещения ползуна кривошипно-ползунного механизма от угла поворота кривошипа $S(\varphi)$ и от времени $S(t)$, а также элементы графического дифференцирования с получением диаграммы скоростей $v(t)$ методом хорд.

Если диаграмма $v(t)$ первична, то процесс, обратный интегрированию, обеспечит получение диаграммы $S(t)$ и называется *графическим интегрированием*.

Следует отметить, что графические методы часто приводят к искажениям результатов из-за неточности графических построений, поэтому необходимо контролировать расположение характерных точек, соответствующих экстремумам на диаграммах.

4.4. Кинематическое исследование рычажных механизмов аналитическим методом

Аналитические методы исследования позволяют проводить анализ с заданной степенью точности. Кроме того, создание математических моделей механизмов позволяет решать задачи их оптимального синтеза при использовании ЭВМ.

Рассмотрим пример кинематического исследования синусного механизма (механизм двойного ползуна), где кривошип 1 вращается с угловой скоростью ω и угловым ускорением ε (рис. 20).

Тогда скорость и ускорение точки A равны:

$$\begin{aligned} v_A &= \omega l_{OA}; \\ a_A &= l_{OA}\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}. \end{aligned} \qquad (4.18)$$

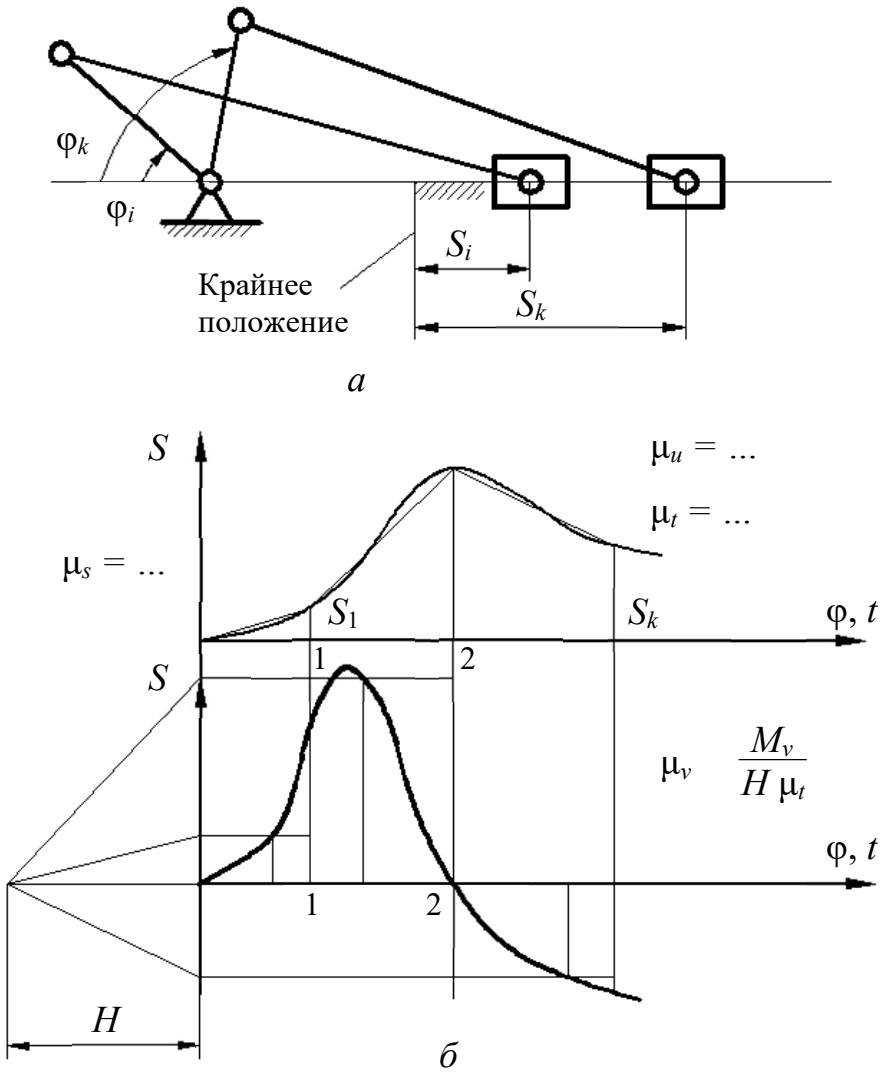


Рис. 19. Последовательность построения кинематической диаграммы перемещения ползуна кривошипно-ползунного механизма:
а – план механизма; *б* – кинематическая диаграмма перемещения ползуна

Рассмотрим пример кинематического исследования синусного механизма (механизм двойного ползуна), где кривошип 1 вращается с угловой скоростью ω и угловым ускорением ε (рис. 20).

Тогда скорость и ускорение точки *A* равны:

$$v_A = \omega l_{OA};$$
$$a_A = l_{OA}\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}. \qquad (4.18)$$

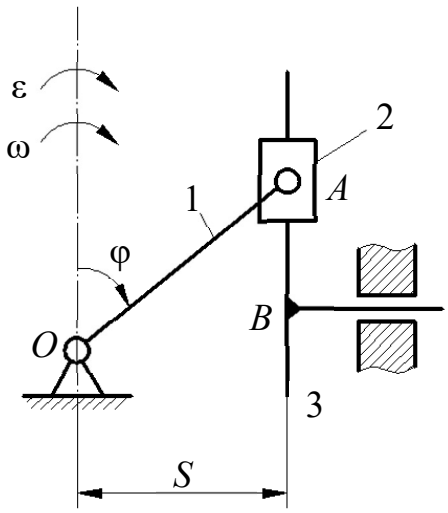


Рис. 20. Синусный механизм

Все точки звеньев 1 и 2 описывают окружности, а точки звена 3 движутся поступательно, причём их перемещения, скорости и ускорения равны:

$$S_B = l_{OA} \sin \varphi = l_{OA} \sin \omega t; \qquad (4.19)$$

$$v_B = \frac{dS_B}{dt} = \frac{dS_B}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{d\varphi} = l_{OA} \omega \cos \varphi; \qquad (4.20)$$

$$a_B = \frac{d^2 S_B}{dt^2} = l_{OA} (\varepsilon \cos \varphi - \omega^2 \sin \varphi). \qquad (4.21)$$

В случае равномерного вращения кривошипа при $\varepsilon = 0$

$$a_B = -l_{OA} \omega^2 \sin \varphi. \qquad (4.22)$$

При исследовании многих механизмов получаются достаточно громоздкие формулы, что не является препятствием при использовании ЭВМ.

В исследовании пространственных механизмов используются элементы векторной алгебры и векторного анализа. Положения, скорости и ускорения точек механизма выражаются в векторной форме, при необходимости вычисляются проекции на оси и плоскости. Примеры таких исследований изложены в учебной литературе.

5. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

5.1. Классификация действующих сил

Среди сил, действующих на механизм, различают:

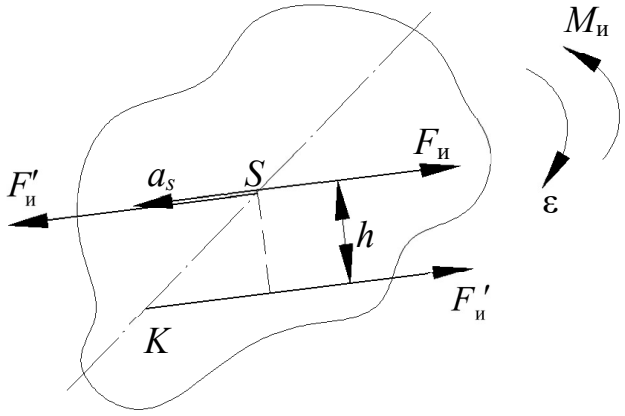
а) движущие силы $F_д$ или моменты $M_д$, ускоряющие движение входных (начальных) звеньев и совершающие положительную работу (например, силы давления газа на поршень в двигателе внутреннего сгорания, силы веса при опускании груза и т. д.);

б) силы сопротивления $F_с$ или моменты $M_с$, замедляющие движение входных звеньев и совершающие отрицательную работу. Они могут быть силами полезного сопротивления, дающими производственный эффект, и силами вредного сопротивления, не дающими такого эффекта (к первому типу относятся, например, силы тяжести при подъеме груза, а ко второму типу – силы трения);

в) силы реакции в кинематических парах F_{ij}, возникающие в опорах звеньев и являющиеся внутренними силами для механизма в целом и внешними для каждого отдельного звена;

г) силы инерции $F_и$ или моменты сил инерции $M_и$, возникающие при неравномерном движении звеньев механизма и могут быть как движущими, так и силами сопротивления (в зависимости от их направления относительно направления движения звеньев).

Фактически силы инерции действуют на тело, вызывающее ускорение другого тела. Однако условное приложения сил инерции к ускоряемому телу позволяет рассматривать его в равновесии. Этот способ называется **принципом Даламбера** и позволяет задачу динамики свести к статическому расчету.



Силы инерции относятся к категории распределенных по объёму или так называемых массовых сил, которые, как и другие аналогичные силы, могут быть приведены к главному вектору и главному моменту (рис. 21).

Рис. 21. Пояснение принципа Даламбера

На рис. 21 сила и момент сил инерции равны:

$$\begin{aligned} F_и &= -m\,a_s; \\ M_и &= -J_s\,\varepsilon, \end{aligned} \qquad (5.1)$$

где m, J_S – масса и момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр масс; a_S – ускорение центра масс; ε – угловое ускорение звена; знаки минус показывают, что направления $F_и$ и $M_и$ противоположны соответствующим ускорениям.

Сила $F_и$ и момент $M_и$, могут быть заменены одной силой $F'_и = F_и$, линия действия которой проходит через так называемый центр качаний (точка K на рис. 21) на оси звена и отстоит от линии действия $F_и$ на расстоянии $h = \dfrac{M_и}{F_и}$ при замене $M_и$ парой сил: $M_и = F'_и h$.

5.2. Приведение сил и масс в механизме

Для исследования закона движения механизма его удобно заменить одним условным звеном – звеном приведения, имеющим закон движения аналогичного звена реального механизма.

Для этого все внешние силы, действующие на звенья, заменяются одной

приведенной силой $F_{\text{пр}}$, мощность $P_{\text{пр}}$ которой равна сумме мощностей заменяемых сил F_i:

$$P_{\text{пр}} = \Sigma P_i = \Sigma F_i v_i \cos(F_i \hat{} v_i) = F_{\text{пр}} v \cos(F_{\text{пр}} \hat{} v),$$

(5.2)

или приведённым моментом $M_{\Sigma}^{\text{пр}}$, мощность $P_{\Sigma}^{\text{пр}}$ которого равна сумме мощностей заменяемых моментов сил M_i:

$$P_{\text{пр}} = \Sigma P_i = \Sigma M_i \omega_i = M_{\text{пр}} \omega. \qquad (5.3)$$

В формулах (5.2), (5.3) v_i – скорость точки приложения i-ой силы; v – скорость точки приложения приведённой силы на звене приведения; ω_i – угловая скорость i-го звена; ω – угловая скорость звена приведения.

Приведённую силу или приведённый момент удобно записывать в виде суммы составляющих, например:

$$M_{\text{пр}} = \Sigma M_{Fi\ \text{пр}} + \Sigma M_{Mi\ \text{пр}}, \qquad (5.4)$$

где $\Sigma M_{Fi\ \text{пр}}, \Sigma M_{Mi\ \text{пр}}$ – составляющие приведённого момента, обусловленные действием сил и моментов соответственно.

В кривошипно-ползунном механизме (рис. 22):

$$M_{\text{пр}} = M_{F\text{пр}} + M_{G\text{пр}}, \qquad (5.5)$$

где

$$M_{F\text{пр}} = \frac{F v_B}{\omega_1} = F l_{OA} \frac{pb}{pa};$$
$$M_{M\text{пр}} = \frac{G v_S}{\omega_1} \cos(G \hat{} v_S) = G l_{OA} \frac{ps}{pa} \cos(G \hat{} v_S), \qquad (5.6)$$

где pa, pb, ps –вектора, взятые с плана скоростей (рис.22).

Как видно из формул, величина $F_{\text{пр}}$ ($M_{\text{пр}}$) зависит лишь от соотношения скоростей, а не от их абсолютной величины, что позволяет для приведения сил использовать планы скоростей без учета их масштабов.

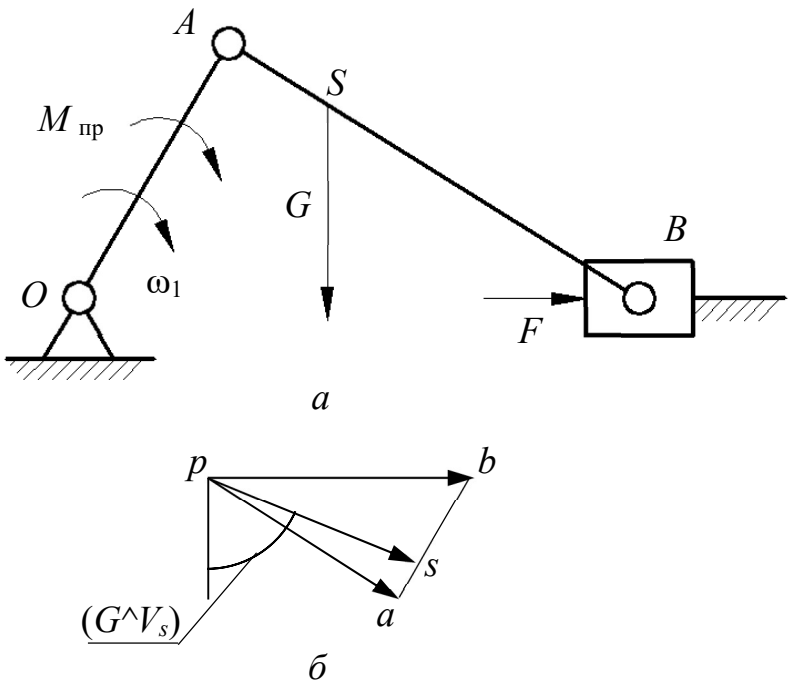


Рис. 22. Пример кривошипно-ползунного механизма:
а – схема; *б* – план скоростей

Каждое *i*-ое звено механизма обладает массой m_i и моментом инерции J_i относительно оси, проходящей через центр масс звена, при этом кинетическая энергия *i*-го звена плоского механизма равна:

$$E_i = \frac{m_i v_i^2}{2} + \frac{J_i \omega_i^2}{2}. \qquad (5.7)$$

Массы и моменты инерции всех звеньев механизма можно условно заменить некоторой массой $m_{\text{пр}}$, сосредоточенной в произвольно выбранной точке *A* звена приведения (рис. 23, *а*), или некоторым моментом инерции $J_{\text{пр}}$, приписанным звену приведения (рис. 23, *б*).

Замена должна производится из условия равенства кинетических энергий:

$$E_{\text{пр}} = \frac{m_{\text{пр}} v_A^2}{2} + \frac{J_{\text{пр}} \omega^2}{2}, \qquad (5.8)$$

где $E_{\text{пр}}$ – приведённая кинетическая энергия.

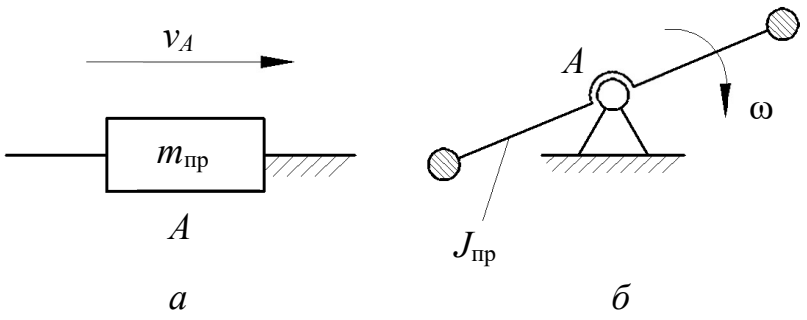


Рис. 23. Массы и моменты инерции звеньев приведения:
а – звено приведения – ползун; *б* – звено приведения - кривошип

Приведённые масса при поступательном движении звена приведения определяется по формуле

$$m_{пр} = \sum \left[m_i \left(\frac{v_i}{v_A} \right)^2 + J_i \left(\frac{\omega_i}{v_A} \right)^2 \right], \tag{5.9}$$

а при вращательном движении звена приведения – по формуле

$$J_{пр} = \sum \left[m_i \left(\frac{v_i}{\omega} \right)^2 + J_i \left(\frac{\omega_i}{\omega} \right)^2 \right]. \tag{5.10}$$

Приведённые масса и момент инерции являются функциями положения звена приведения, т.е. их величина может меняться при изменении положения звена в процессе его движения.

5.3. Уравнение движения машины

Работу машины можно разбить на три периода (рис. 24):

1) период пуска (разгона) $t_п$;

2) период установившегося движения $t_у$;

3) период остановки (выбега) $t_о$.

Аналитическая зависимость между действующими на звенья силами и кинематическими параметрами движения называется уравнением движения.

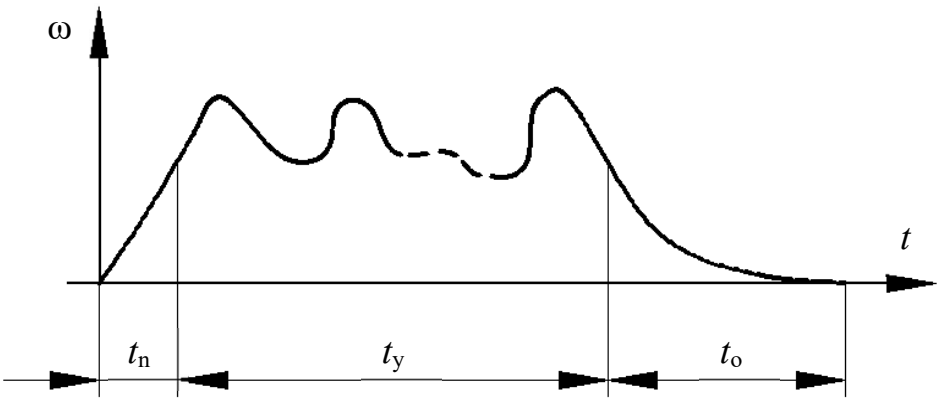


Рис. 24. Периоды работы машины

Это уравнение в общем случае имеет вид

$$\Delta E = E - E_0 = A_д - A_с, \qquad (5.11)$$

где ΔE – изменение кинетической энергии за рассматриваемый промежуток времени; E и E_0 – величина кинетической энергии в конце и начале промежутка; $A_д$, $A_с$ – работа движущих сил и сил сопротивления.

В период пуска (разгона) $A_д > A_с$, т. е. происходит ускорение движения звеньев, движение является неустановившимся.

В период установившегося движения $A_д = A_с$, т. е. скорости звеньев в конечный и начальный моменты периода равны, и вся работа движущихся сил расходуется на преодоление сопротивлений.

В период остановки (выбега) $A_д < A_с$, движение продолжается некоторое время за счет накопленной кинетической энергии, поглощаемой силами сопротивления движению.

Уравнение движения может быть выражено в интегральной и дифференциальной форме, а для упрощения его решения исследование машины заменяют исследованием звена приведения, в котором изменение кинетической энергии равно

$$\Delta E_{пр} = A_д^{пр} - A_с^{пр}, \qquad (5.12)$$

где суммарная работа действующих на звено приведения сил может быть выражена:

а) в интегральной форме:

$$A_{\text{д}}^{\text{пр}} - A_{\text{с}}^{\text{пр}} = \int F_{\text{пр}} ds \tag{5.13}$$

или

$$A_{\text{д}}^{\text{пр}} - A_{\text{с}}^{\text{пр}} = \int M_{\text{пр}} d\varphi, \tag{5.14}$$

где ds – элементарное перемещение точки приведения; $d\varphi$ – элементарный угол поворота звена приведения;

б) в дифференциальной форме:

$$d\Delta E_{\text{пр}} = d(A_{\text{д}}^{\text{пр}} - A_{\text{с}}^{\text{пр}}) = F_{\text{пр}} ds \tag{5.15}$$

или

$$d\Delta E_{\text{пр}} = d(A_{\text{д}}^{\text{пр}} - A_{\text{с}}^{\text{пр}}) = M_{\text{пр}} d\varphi. \tag{5.16}$$

Таким образом, уравнение движения машины приводится к тому или иному конкретному виду и решается графическим и графоаналитическим методами, а учитываемые силы и моменты сил, приведенные массы и моменты инерции могут быть как постоянными, так и переменными величинами, зависящими от того или иного фактора.

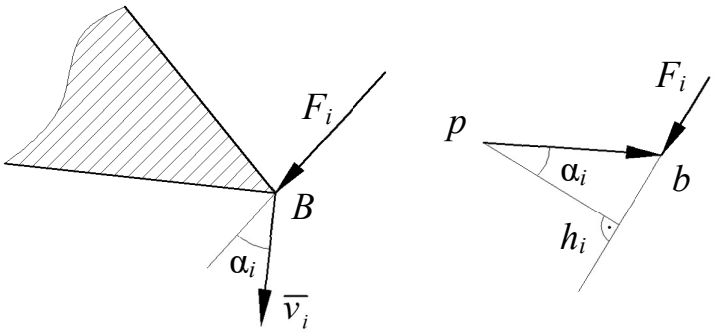
5.4. Понятие об уравновешивающей силе. Теорема Жуковского о жестком рычаге

Одним из способов определения приведенной силы $F_{\text{пр}}$ является способ, предложенный Н. Е. Жуковским. Уравнение, из которого может быть найдена $F_{\text{пр}}$, основано на равенстве мощностей (формула (5.2)).

Рассмотрим какое-либо звено механизма, в точке B которого приложена сила F_i под углом α_i к вектору скорости v_i этой точки (рис.25, *а*).

Мощность силы F_i равна

$$P_i = F_i v_i \cos\alpha_i. \tag{5.17}$$



а *б*

Рис. 25. Теорема Жуковского о жестком рычаге:
а – звено механизма; *б* – план скоростей

Если вектор скорости точки *B* (план скоростей) повернуть на 90° и силу F_i приложить к концу вектора (к точке *b*), сохранив ее направление, то момент этой силы относительно полюса p будет равен (рис. 25, *б*)

$$M_i = F_i h_i = F_i v_i \cos\alpha_i = P_i, \tag{5.18}$$

т.е. равен мощности силы F_i. Таким образом, F_i можно найти, повернув на 90° план скоростей и приложив к нему все внешние силы, включая силы инерции, в соответствующих точках и сохраняя их направления. Тогда из уравнения моментов такого рычага

$$F_{\text{пр}} h_{\text{пр}} = \Sigma F_i h_i \tag{5.19}$$

получим:

$$F_{\text{пр}} = \sum \frac{F_i h_i}{h_{\text{пр}}}, \tag{5.20}$$

где h_i и $h_{\text{пр}}$ – кратчайшие расстояния от полюса плана скоростей до линий действия *i*-ой и приведенной сил.

Повернутый на 90° план скоростей с приложенными к нему силами называется жестким рычагом Жуковского.

Величина $F_{\text{пр}}$ или $M_{\text{пр}}$ зависит от положения механизма, поэтому можно построить диаграмму, например, $F_{\text{пр}}(\varphi)$, являющуюся функцией положения звена приведения. Для этого необходимо последовательно определить

значения $F_{пр}$ методом рычага Жуковского для целого ряда положений механизма в пределах цикла ($F_{1пр}$, $F_{2пр}$, …) и отложить их на диаграмме (рис. 26).

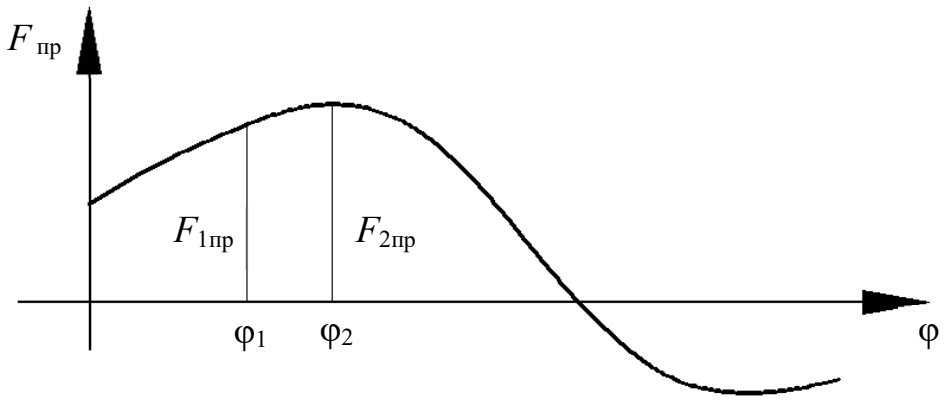


Рис. 26. Диаграмма приведенной силы

Приведенная сила $F_{пр}$ или момент $M_{пр}$ характеризуют реакцию механизма на движение его входного звена по определенному закону, задаваемому двигателем. Сила или момент, равные по величине приведенной силе или моменту, но противоположные им по направлению, называется уравновешивающей силой $F_у$ или уравновешивающим моментом $M_у$. Эти сила или момент развиваются двигателем и обеспечивают заданное движение входного звена.

Если к рычагу Жуковского приложить все внешние силы, включая силы инерции, а также $F_у$, то его можно рассматривать в равновесии, из условия которого

$$F_у h_у + \Sigma F_i h_i = 0 \qquad (5.21)$$

можно определить неизвестную $F_у$, а также найти мощность двигателя $P_{дв}$, требуемую для получения заданного движения входного звена в заданном положении:

$$P_{дв} = F_у v_A \cos(F_у \hat{} v_A) = M_у \omega. \qquad (5.22)$$

5.5. Графоаналитический метод решения уравнения движения машины

Данный метод позволяет не только наглядно иллюстрировать связь между динамическими и кинематическими параметрами движения, но и решать практические задачи синтеза, например, задачу уменьшения неравномерности вращения звеньев.

В качестве примера рассмотрим построение так называемой диаграммы энергомасс. Эта диаграмма строится на основе графиков $J_{\text{пр}}(\varphi)$ и

$$\Delta E_{\text{пр}}(\varphi) = E_{\text{пр}}(\varphi) - E_{0\text{пр}}, \tag{5.23}$$

где $E_{\text{пр}0}$ – энергия звена приведения в начале цикла.

График $\Delta E_{\text{пр}}(\varphi)$ может быть получен путем графического интегрирования графика $M_{\text{пр}}(\varphi)$.

На рис. 27 показана последовательность построения диаграммы энергомасс в координатах $\Delta E_{\text{пр}}(J_{\text{пр}})$, которая при установившемся движении является замкнутой кривой и строится на базе диаграмм $\Delta E_{\text{пр}}(\varphi)$ и $J_{\text{пр}}(\varphi)$ путем исключения параметра φ (угла поворота звена приведения).

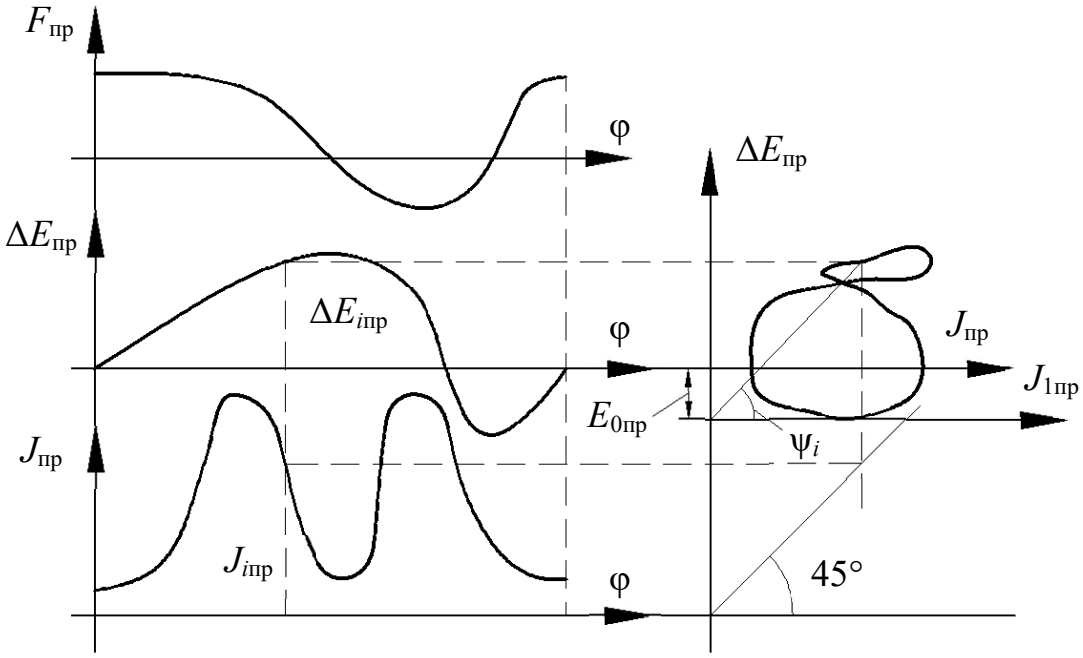


Рис. 27. Диаграмма энергомасс

Если известна угловая скорость вращения ω_0 звена приведения в начале цикла, то можно определить начальную кинетическую энергию:

$$E_{0\text{пр}} = \frac{J_{0\text{пр}}\omega_0^2}{2}. \tag{5.24}$$

Тогда диаграмму энергомасс можно рассматривать в координатах $\Delta E_{\text{пр}}(J_{1\text{пр}})$, где ось $J_{1\text{пр}}$ отстоит от первоначальной оси $J_{\text{пр}}$ на величину $E_{0\text{пр}}$ (рис. 27).

Так как

$$E_{\text{пр}} = \frac{J_{\text{пр}}\omega^2}{2}, \tag{5.25}$$

то

$$\omega^2 = \frac{2E_{\text{пр}}}{J_{\text{пр}}} = 2\frac{\mu_E}{\mu_J}\operatorname{tg}\psi, \tag{5.26}$$

где μ_E и μ_J – масштабные коэффициенты, используемые для построения диаграмм.

Таким образом, диаграмма энергомасс позволяет при установившемся движении определить угловую скорость ω звена приведения в любой момент времени, т. е.

$$\begin{aligned} \omega &= \sqrt{2\frac{\mu_E}{\mu_J}\operatorname{tg}\psi}, \\ \operatorname{tg}\psi &= \frac{\mu_J\omega^2}{2\mu_E}. \end{aligned} \tag{5.27}$$

5.6. Неравномерное движение машин. Маховики

Одним из режимов движения машины при совершении полезной работы является режим равномерного или установившегося движения.

При равномерном движении угловая скорость ω вала двигателя постоянна, а при установившемся движении она периодически изменяется

(рис. 28), причём степень неравномерности можно оценить коэффициентом неравномерности δ:

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_c}, \tag{5.28}$$

где ω_c – средняя угловая скорость за цикл:

$$\omega_c = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}. \tag{5.29}$$

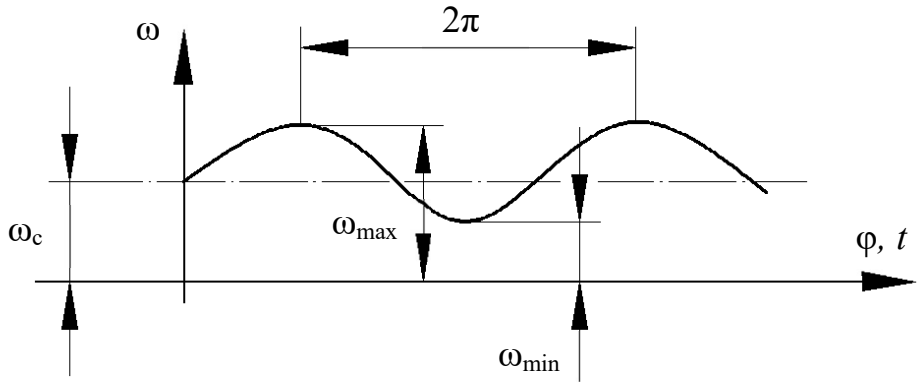


Рис. 28. Изменение угловой скорости ведущего звена

Неравномерность вредно сказывается на работе машин, т. к. вызывает дополнительные инерционные нагрузки, которые могут привести к поломке.

Практикой установлены значения δ, которые допустимы в различных условиях эксплуатации. Регулировать величину δ можно путем изменения величины момента инерции звена приведения, т. е. на быстро вращающийся вал закрепляется дополнительная масса, называемая маховиком.

При конструировании маховика стремятся к получению необходимого момента инерции маховика $J_м$ с наименьшим весом G и заданным диаметром D. Для этой цели маховик изготавливается в виде тяжелого обода, соединенного со втулкой тонким диском с отверстием или спицами (рис. 29). Приближенно $J_м$ можно определить по формуле:

$$J_м = G\frac{D^2 + d^2}{8g}, \tag{5.30}$$

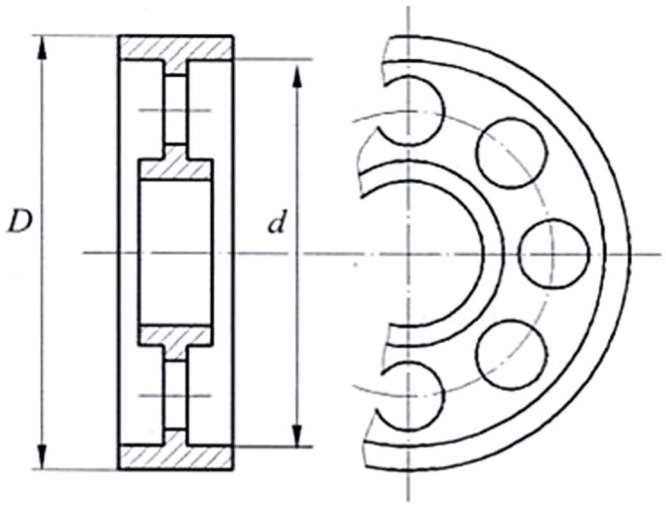


Рис. 29. Конструкция маховика

где D, d – диаметры обода маховика; g – ускорение свободного падения.

5.7. Подбор момента инерции $J_м$ маховика по заданному коэффициенту неравномерности δ

Обычно требуется определить параметры маховика при заданных значениях ω_c и δ. Существуют различные методы определения $J_м$, наиболее точным из которых является метод Ф. Виттенбауэра, в соответствии с которым предварительно строится диаграмма энергомасс $\Delta E_{пр}(J_{пр})$.

Согласно этой диаграмме (рис. 30):

$$\omega^2_{max(min)} = 2\frac{\mu_E}{\mu_J}\operatorname{tg}\psi_{max(min)};$$

$$\operatorname{tg}\psi_{max(min)} = \frac{\omega^2_{max(min)}\mu_J}{2\mu_E}. \qquad (5.31)$$

С другой стороны, из уравнений (5.28), (5.29):

$$\omega_{max(min)} = \omega_c\left(1 \pm \frac{\delta}{2}\right). \qquad (5.32)$$

Таким образом, найдя ψ_{max}, ψ_{min} и проведя касательные к диаграмме энергомасс под этими углами к горизонтали (рис. 30), получим в точке их

пересечения начало новой системы координат с осями $E_{пр}$ и $J_{1пр}$, отстоящими от принятых ранее осей на искомую величину $J_м$ и $E_{0пр}$.

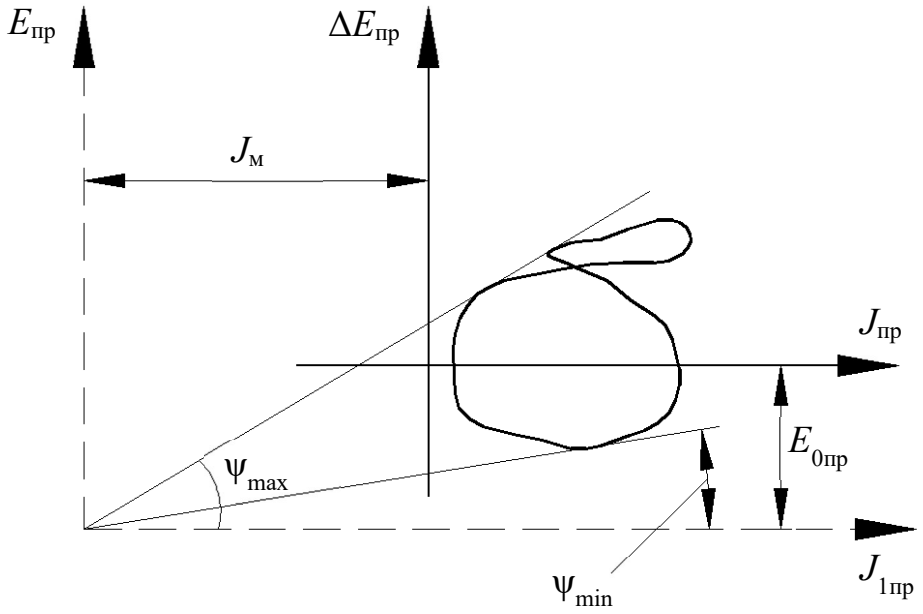


Рис. 30. Определение момента инерции маховика
по диаграмме Виттенбауэра

В целом последовательность определения $J_м$ включает следующие операции:

1) строится диаграмма $M_{пр}(\varphi)$ для установившегося движения;

2) строится диаграмма $\Delta E_{пр}(\varphi)$ путем графического интегрирования диаграммы $M_{пр}(\varphi)$;

3) строится график $J_{пр}(\varphi)$ и диаграмма энергомасс путем исключения параметра φ из графиков $\Delta E_{пр}(\varphi)$ и $J_{пр}(\varphi)$;

4) определяются углы ψ_{max}, ψ_{min}, после чего находится $J_м$ в новых координатах $E_{пр}$ и $J_{1пр}$ диаграммы $E_{пр}(J_{1пр})$.

5.8. Регулирование непериодических колебаний скорости движения машин

В процессе выполнения работы приходится регулировать скорость рабочего органа машины. Например, в стационарных двигателях необходимо

поддерживать скорость рабочего органа постоянной, а в двигателях транспортных машин эта скорость должна изменяться в широких пределах.

Из уравнения движения машины следует, что изменения скорости рабочего органа можно достигнуть за счет изменения разности работ движущих сил и сил сопротивления ($A_д - A_с$). Устройства, обеспечивающие изменения работы сил сопротивления применяются в виде тормозов, например, в транспортных машинах, которые снабжаются также и приспособлениями для одновременного разобщения двигателя с исполнительным механизмом.

Другим способом регулирования является изменение работы движущих сил путем воздействия на орган, подающий энергию к входному звену (поршню у двигателя внутреннего сгорания, лопаткам турбины и т. д.).

Регулирование может осуществляться либо человеком-оператором, либо автоматически – с помощью устройств, называемых регуляторами.

Одним из них является центробежный регулятор (рис. 31), приводимый во вращение валом двигателя *B*. Ползун *A* соединяется с органом, подводящим рабочее тело (пар, топливо и т. д.). Регулятор за счёт изменения сил инерции $F_и$, действующих на шары *C*, автоматически поддерживает угловую скорость вала двигателя постоянной, т. к. ее увеличение приводит к уменьшению подачи рабочего тела и наоборот.

5.9. Силовой расчет рычажных механизмов

Зная активные силы, действующие на звенья механизма и силы инерции этих звеньев, можно произвести его кинетостатический расчет, т.е. определить реакции в кинематических парах и уравновешивающую силу (момент) на входном звене, причем эта сила (момент) является движущей при совпадении ее направления с направлением движения входного звена или силой

(моментом) сопротивления, если ее направление противоположно этому движению.

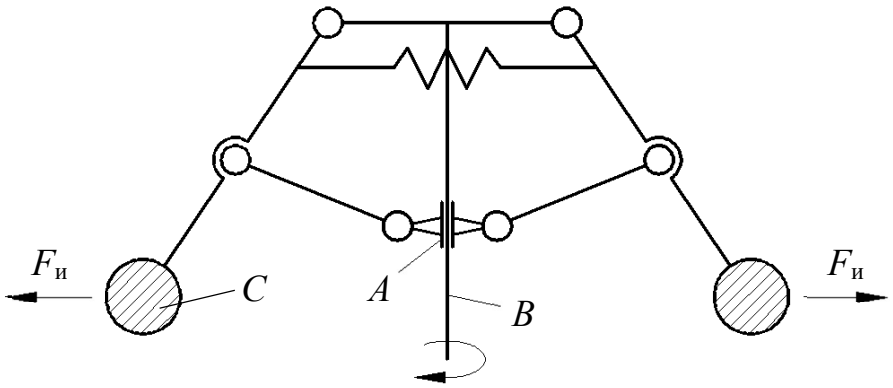


Рис. 31. Центробежный регулятор

При кинетостатическом расчете реакции в кинематических парах определяются путем статического расчета, который базируется на результатах кинематического анализа, включая ускорения, необходимые для определения сил (моментов) инерции.

При силовом расчете используется принцип Даламбера, позволяющий решение задачи динамики свести к статическому расчету (метод кинетостатики). Согласно этому принципу, приведение ускоренно движущейся системы в равновесие обеспечивается условным приложением к этой системе сил инерции. При этом неизвестные силы определяются из уравнений статики.

Силы взаимодействия между звеньями (реакции) можно считать направленными по нормали к контактирующим поверхностям, если расчет ведется без учета сил трения (рис. 32). Принято следующее обозначение реакций: R_{12} – реакция со стороны звена 1 на звено 2; R_{21} – реакция со стороны звена 2 на звено 1.

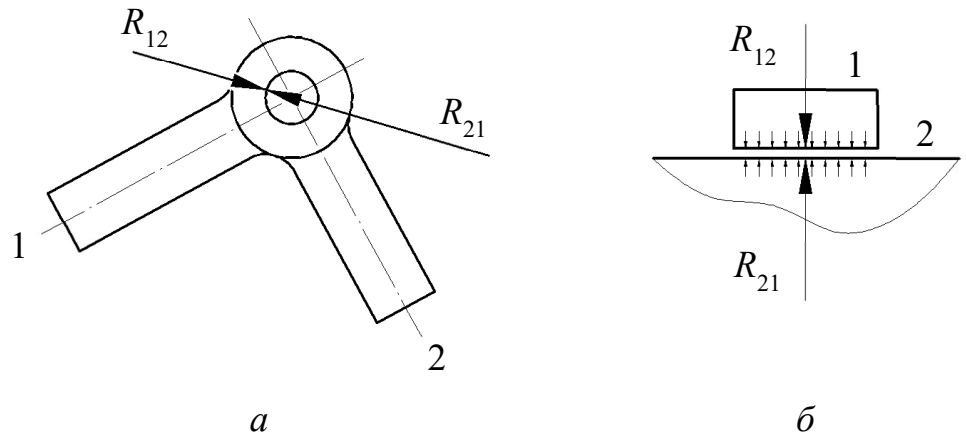


Рис. 32. Реакции в кинематических парах:
а – вращательной; *б* – поступательной

При графоаналитическом решении используется метод плана сил.

Механизм расчленяется на структурные группы Ассура и начальные звенья. Расчет ведется, начиная с последней структурной группы и заканчивается расчетом входного звена.

При расчете структурных групп к ним прикладываются все действующие силы, включая силы инерции и реакции отброшенных связей. Каждая из неизвестных реакций, при необходимости, может быть разложена на две составляющих по выбранным направлениям, например, вдоль оси звена (нормальная R^n) и перпендикулярно оси (тангенциальная R^τ). При равенстве числа уравнений статики числу неизвестных реакций их можно определить аналитически и графически, построив многоугольник (план) сил. Неизвестные определятся из условия замкнутости векторной суммы сил.

Рассмотрим примеры.

Пример 1. Двухповодковая группа с вращательными парами (рис. 33).

Составляющая R_{i1}^τ определяется из уравнения моментов для звена 1 относительно точки B: $\Sigma M_{B1} = 0$ (рис.33, *а*).

Составляющая R_{j2}^τ определяется из уравнения моментов для звена 2 относительно точки B: $\Sigma M_{B2} = 0$ (рис.33, *а*).

При отрицательных значениях реакций необходимо изменить их направления на противоположные.

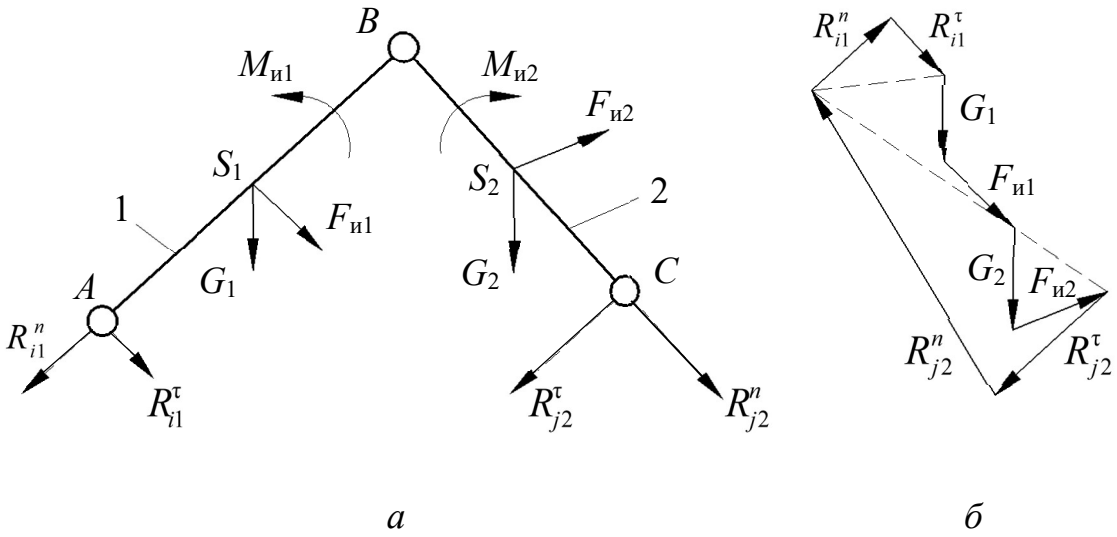


Рис. 33. Двухповодковая группа с вращательными парами:
а – план группы; *б* – план сил

Составляющие R_{i1}^n, R_{j2}^n определяются из плана сил (рис. 33, *б*), полученного на основе векторного уравнения $\Sigma\overline{F}_k = 0$, где $\overline{F}_k$ – силы, действующие на структурную группу, включая найденные составляющие реакций.

Пример 2. Двухповодковая группа шатун-ползун (рис. 34).

Реакция R_{j2} определяется из уравнения моментов $\Sigma M_A = 0$.

Реакция R_{i1} определяется непосредственно из плана сил (рис. 34, *б*) на основе векторного уравнения $\Sigma\overline{F}_k = 0$. Вычислять для этого составляющую R_{i1}^τ нет необходимости.

Пример 3. Двухповодковая группа кулиса-камень (рис. 35) при $G_2 \approx 0$.

Реакция R_{j2} определяется из уравнения моментов $\Sigma M_A = 0$.

Реакция R_{i1} определяется непосредственно из плана сил (рис. 34, *б*) на основе векторного уравнения $\Sigma\overline{F}_k = 0$ по аналогии с примером 2.

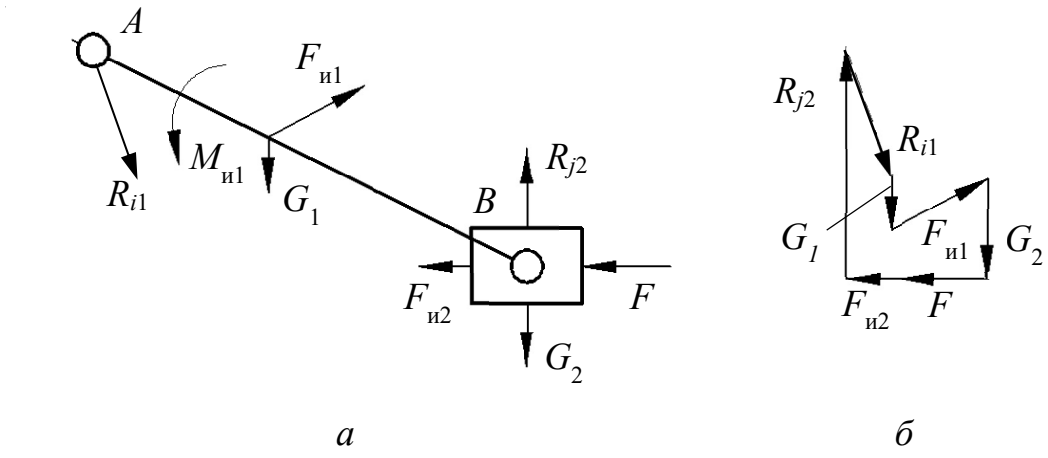


Рис. 34. Двухповодковая группа шатун-ползун:
а – план группы; *б* – план сил

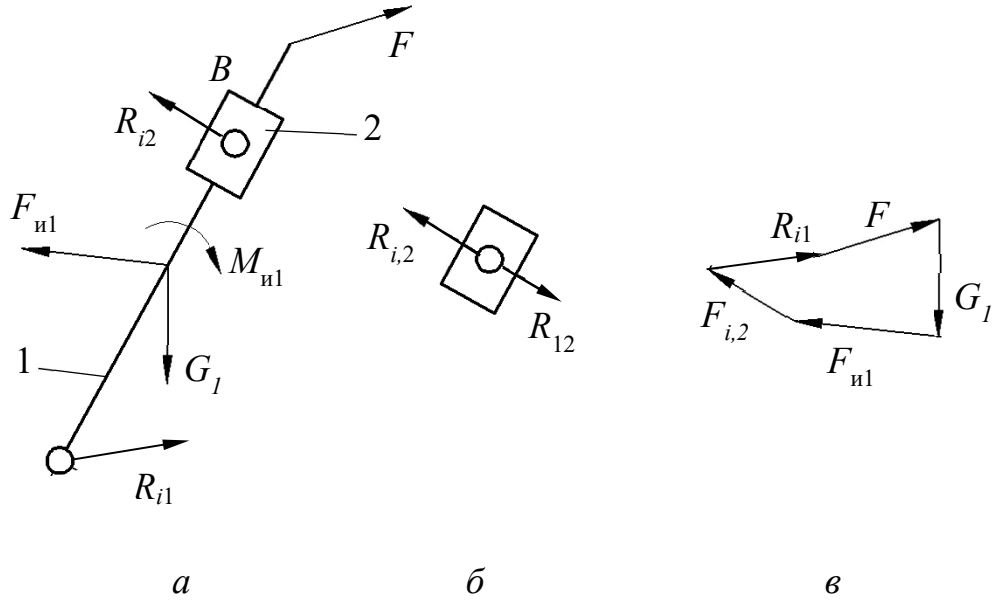
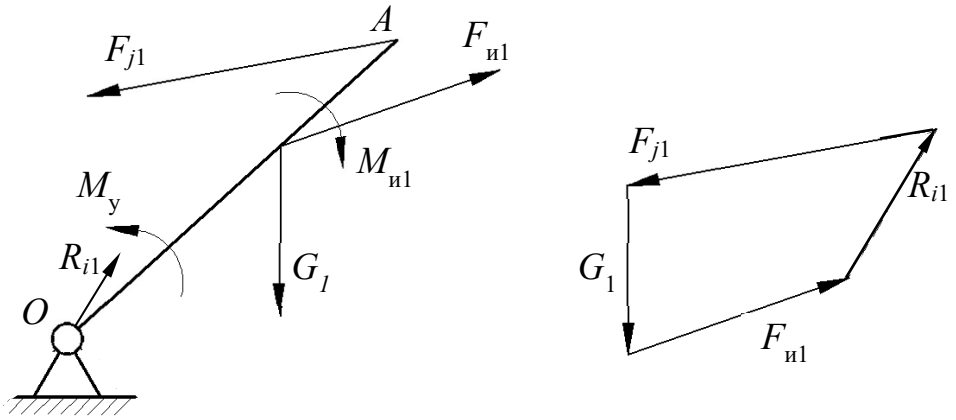


Рис. 35. Двухповодковая группа кулиса-камень:
а – план группы; *б* – силы на звене *B*; *в* – план сил

Особенность расчета данной группы Ассура состоит в возможности некоторого упрощения вычислений в случае, когда весом камня 2 можно пренебречь. Тогда реакция R_{12} равна по модулю и противоположна реакции R_{j2} (рис. 35, *б*).

4. Входное звено – кривошип (рис. 36).

Уравновешивающий момент $M_{\text{у}}$ определяется из уравнения моментов $\Sigma M_O = 0$.



а *б*

Рис. 36. Входное звено – кривошип:
а – план звена; *б* – план сил

Реакция R_{i1} определяется непосредственно из плана сил (рис. 36, *б*) на основе векторного уравнения $\Sigma \overline{F}_k = 0$ по аналогии с примером 2.

6. СИНТЕЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

6.1. Постановка задачи, виды и способы синтеза

Задачи синтеза рычажных механизмов в общем случае являются сложными задачами оптимального проектирования, включающими этапы структурного, кинематического и динамического расчёта. Поэтому для упрощения решения рассматриваются частные задачи, в которых учитываются лишь некоторые (основные) условия проектирования.

В зависимости от исходных данных различают следующие виды синтеза:

– геометрический, когда заданы отдельные положения звеньев или траектории отдельных точек;

– кинематический, когда заданы некоторые скорости, ускорения или их соотношения;

– динамический, когда заданы действующие силы или наложены некоторые ограничения на динамические параметры.

К способам синтеза относятся:

а) опытный, когда экспериментальным путём подбираются размеры звеньев для реализации заданной траектории;

б) графический;

в) аналитический.

Возможны различные комбинации видов и способов синтеза, перечисленных выше.

6.2. Решение задач оптимального синтеза стержневых механизмов

При постановке задачи оптимального синтеза следует различать входные и выходные параметры.

Входные – это изначально заданные параметры (размеры звеньев, скорости, ускорения или их соотношения).

Выходные –это параметры, определяемые в результате решения задачи.

При синтезе необходимо учитывать ряд требований кинематического, конструктивного, технологического характера и т. д., среди которых одно, как правило, является главным, а остальные – второстепенными (дополнительными).

Если главное требование записать математически в виде функции $Z = f(x_1, x_2, ..., x_n)$, где $x_1, x_2, \ldots, x_n$ – выходные параметры, то такая функция называется *функцией цели* (целевой), при этом дополнительные условия, выраженные в виде $a_i \le g_i(x_1, x_2, ..., x_n) \le b_i$, называются ограничениями.

Задачей оптимального синтеза является обеспечение экстремального значения Z при соблюдении всех ограничений.

Например, выразив вес механизма в виде функции Z его параметров (длин звеньев), можно решать задачу минимизации Z при соблюдении условий его существования. К таким условиям относятся условия проворачивания кривошипа в шарнирном четырёхзвеннике, условие соблюдения заданного угла давления и ряд других.

При малом числе выходных параметров решение задачи оптимизации может быть получено в аналитической форме. В противном случае используются численные методы направленного, случайного или комбинированного поиска оптимальных решений.

6.3. Условия проворачиваемости кривошипа в шарнирном четырёхзвеннике

При проектировании (синтезе) механизма с ведущим звеном – кривошипом одним из учитываемых условий является проворачиваемость кривошипа. Данное условие иначе называется условием существования кривошипа.

Выполнение условия существования кривошипа обеспечивается определённым соотношением длин звеньев. Например, для того чтобы звено AB четырёхзвенника (рис. 37) могло стать кривошипом, оно должно последовательно пройти через два крайних положения.

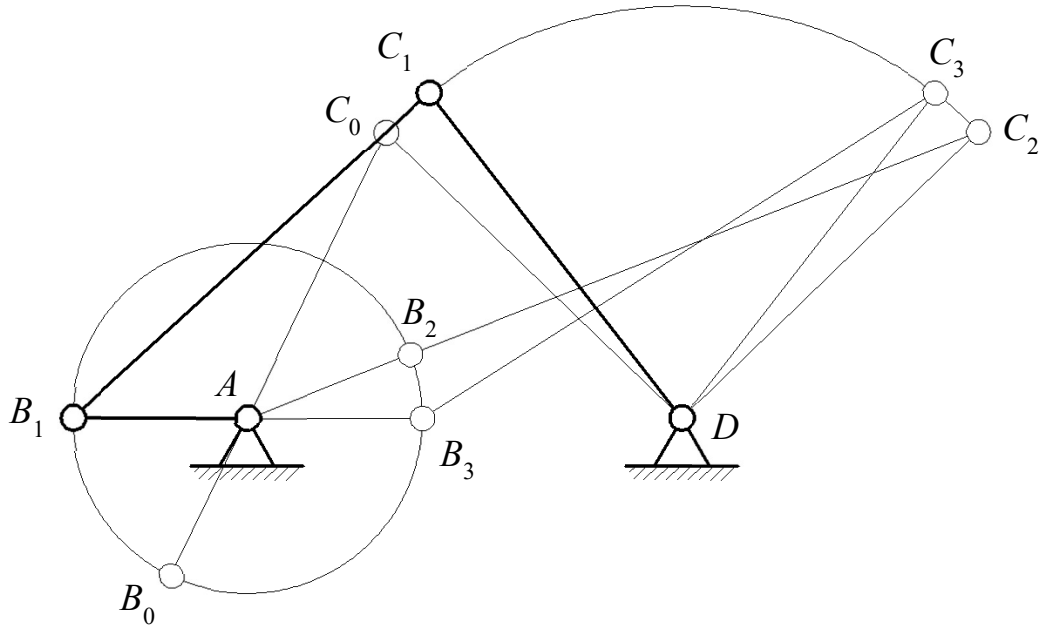


Рис. 37. Выполнение условия существования кривошипа

Используя три положения механизма, получим следующие условия для положений 1, 2, 3, предварительно обозначив длины звеньев $l_{AB} = a$; $l_{BC} = b$; $l_{CD} = c$; $l_{AD} = d$:

а) $a + d < b + c$ – положение 1;

б) $a + b < d + c$ – положение 2;

в) $c < b + d - a$ или $a + c < b + d$ – положение 3;

то есть сумма длин кривошипа и любого другого звена меньше суммы остальных звеньев.

Сложим попарно полученные неравенства и получим: $a < c$; $a < d$; $a < b$, то есть кривошип является самым коротким звеном.

А если данные условия не выполняются, то механизм будет либо двухкривошипным, либо двухкоромысловым. Эти условия используются при геометрическом синтезе.

6.4. Учёт углов давления в стержневых механизмах

Углы давления во многом определяют условия работы механизма. Угол давления (например, угол α на рис. 38) измеряется между вектором силы и вектором скорости в точке её приложения и влияет на трение и износ в кинематических парах.

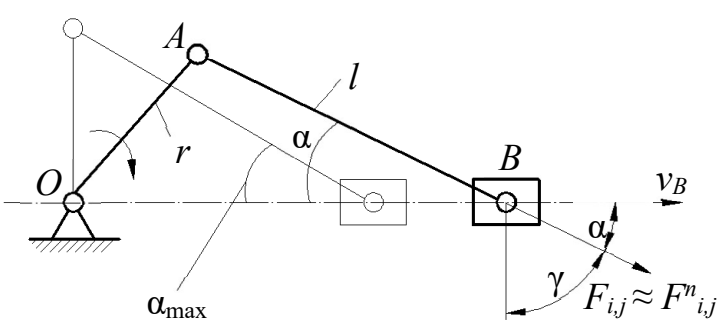


Рис. 38. Углы давления в стрежневом механизме

Поэтому максимальные значения углов давления при синтезе механизмов ограничивают допустимыми значениями [α] для исключения возможности заклинивания и предотвращения снижения КПД. Для упрощения расчётов, связанных с определением углов давления, обычно пренебрегают тангенциальными составляющими реакций, что позволяет находить наихудшие положения с точки зрения риска заклинивания и назначать длины звеньев l_{min}, обеспечивающие приемлемые условия работы при заданном [α], т. е. при выполнении условия $\alpha_{max} \leq [\alpha]$.

Углы $\gamma = 90° - \alpha$ называются углами передачи и ограничиваются при проектировании величиной γ_{min}.

6.5. Синтез четырёхзвенника по трём заданным положениям шатуна

Так как точки B и C шарнирного четырёхзвенника описывают дуги окружностей (рис. 39), то, проведя перпендикуляры через середины хорд, соединяющих концы шатуна в трёх положениях, получим центры вращения звеньев *AB* и *CD* (точки *A* и *D*). Вид синтеза – геометрический; способ синтеза – графический.

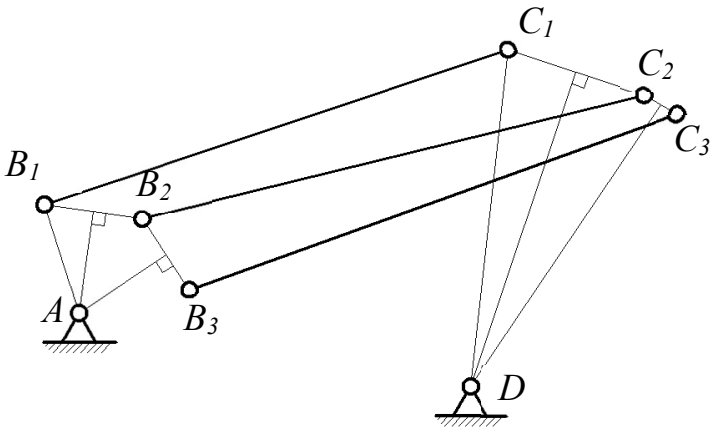


Рис. 39. Синтез четырёхзвенника

6.6. Синтез кривошипно-кулисного механизма по заданному коэффициенту изменения скорости хода

Схема кривошипно-кулисного механизма показана на рис. 40.

Одной из кинематических характеристик стержневого механизма может служить коэффициент изменения скорости хода k_v, представляющий собой отношение средней скорости холостого хода $v_{\text{х.х}}$ к средней скорости рабочего хода $v_{\text{р.х}}$.

При равномерном движении кривошипа коэффициент k_v равен

$$k_v = \frac{v_{\text{х.х}}}{v_{\text{р.х}}} = \frac{s}{t_{\text{х.х}}} \cdot \frac{t_{\text{р.х}}}{s} = \frac{180° + \theta}{\omega} \cdot \frac{\omega}{180° - \theta} = \frac{180° + \theta}{180° - \theta}, \qquad (6.1)$$

где s – ход ползуна; $t_{\text{р.х}}$ и $t_{\text{х.х}}$ – время рабочего и холостого хода; ω – угловая скорость кривошипа; θ – угол размаха кулисы.

При заданном V k можно определить или наоборот. Используя дополнительные конструктивные соображения, можно определить размеры всех звеньев механизма.

Вид синтеза – кинематический; способ – графоаналитический.

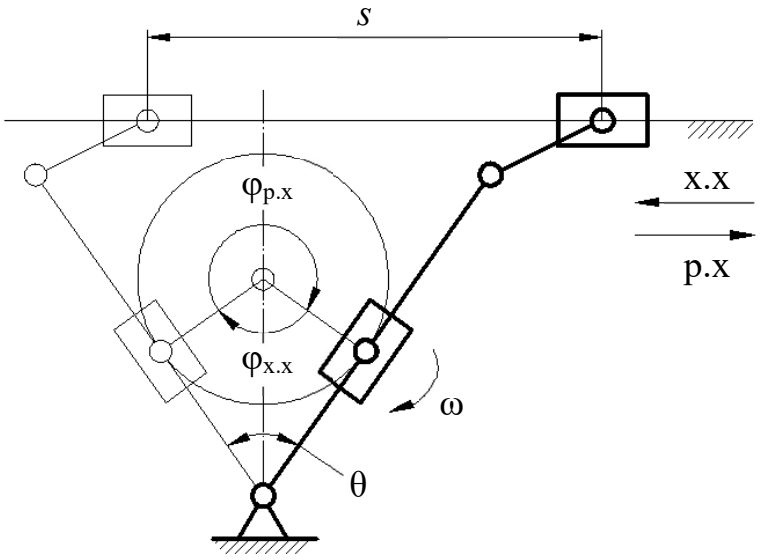


Рис. 40. Синтез кривошипно-кулисного механизма

6.7. Синтез кривошипно-ползунного механизма по некоторым заданным размерам

Кривошипно-ползунный механизм характеризуется пятью параметрами: a, φ_1, φ_2, $r = l_{OA}$, $l = l_{AB}$ (рис. 41), при этом можно записать два аналитических выражения, связывающие эти параметры:

$$\begin{aligned} \sin\varphi_1 &= \frac{a}{l+r}; \\ \sin\varphi_2 &= \frac{a}{l-r}. \end{aligned} \tag{6.2}$$

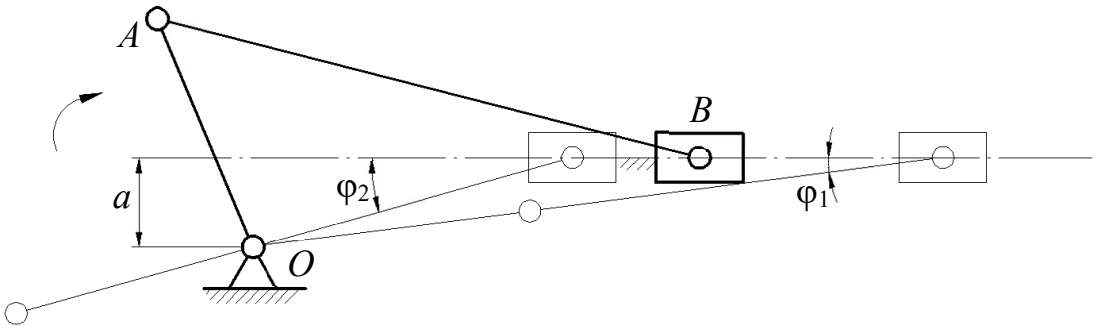


Рис. 41. Синтез кривошипно-ползунного механизма

Таким образом, задавая три параметра из пяти, можно определить два оставшихся из указанных выражений. Например, задав величины: a, φ_1 и φ_2, можно определить r и l.

Вид синтеза – геометрический; способ – аналитический.

6.8. Понятие о синтезе механизма по заданному закону движения выходного звена

Пусть задан закон движения ведомого звена (угла поворота коромысла обозначен ψ) в зависимости от угла поворота кривошипа φ, например, в четырёхшарнирном механизме (рис. 42).

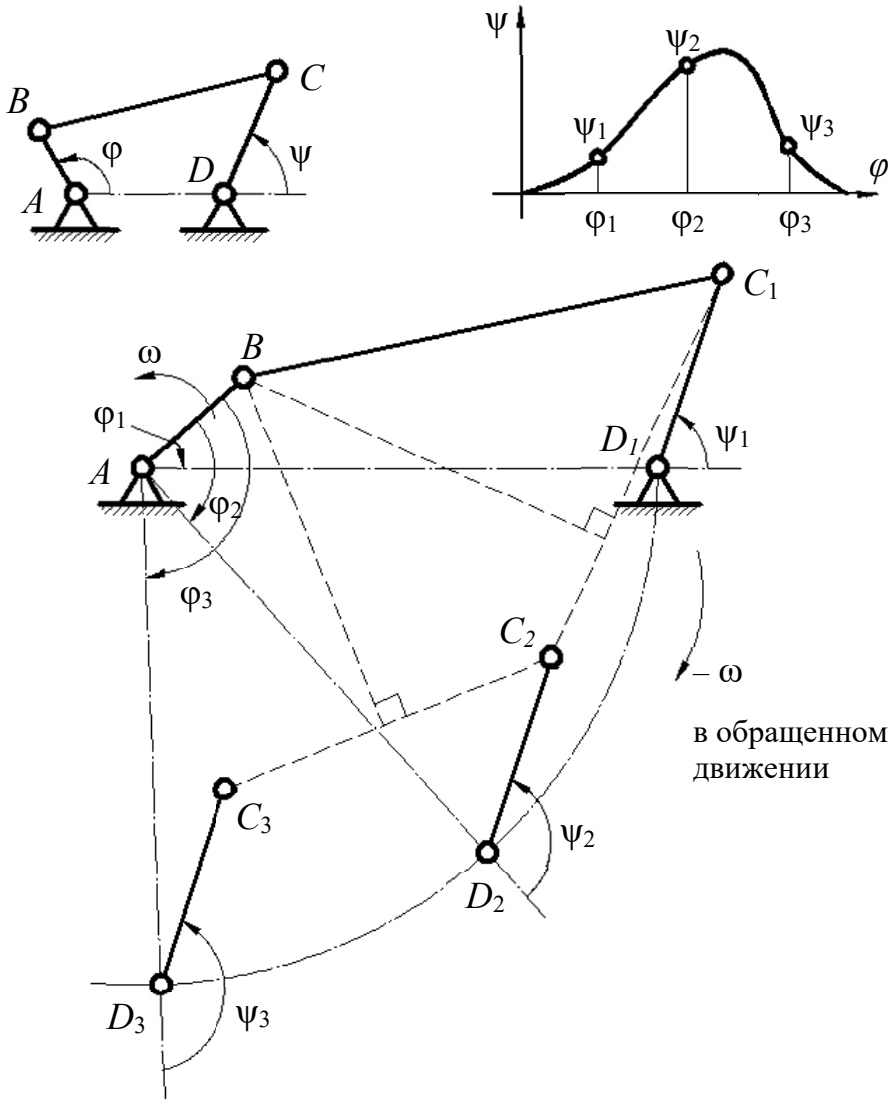


Рис. 42. Синтез механизма по заданному закону движения выходного звена

Приближенный синтез включает разбивку всего интервала по оси графика $\psi(\varphi)$ по оси абсцисс φ на участки, соответствующие трём произвольным значениям φ_1, φ_2, φ_3. Используется метод обращения движения, когда механизму условно задаётся движение, обратное кривошипу. Если заданы длина коромысла и межцентровое расстояние, то по трём положениям в обращённом движении можно найти размеры шатуна и кривошипа согласно рис. 42, где точку *B* находят как центр вращения точки *C* в обращённом движении.

Существует постановка задачи, когда отыскивается оптимальный закон движения с точки зрения различных параметров: скорости, ускорения, работы динамических сил и т. д.

6.9. Понятие о синтезе механизма по заданной траектории

Часто требуется спроектировать механизм с заданной траекторией движения ведомого звена. Например, четырёхшарнирный механизм стрелы портального крана позволяет перемещать груз горизонтально при вращении стрелы в вертикальной плоскости (рис. 43).

Синтез таких механизмов осуществляется графическими и аналитическими методами с использованием теории функций с наибольшим приближением к заданной траектории. В этой области имеются работы Чебышева, который первым предложил решение задачи для лямбдообразного прямила Чебышева, положенного в основу конструкции стрелы портального крана.

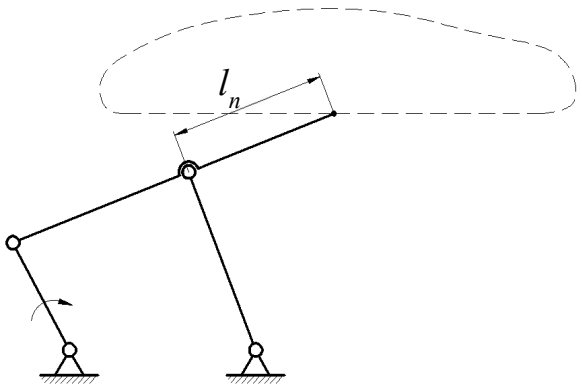


Рис. 43. Синтез механизма по заданной траектории

Искомыми параметрами являются длины звеньев, включая и l_n.

6.10. Общий порядок проектирования рычажного механизма

Процесс проектирования рычажного механизма включает следующие основные этапы:

1) производится синтез кинематической схемы (определяются длины звеньев по заданным условиям;

2) принимается упрощённый закон движения входного звена, определяются скорости и ускорения звеньев, производится приближённый силовой расчёт (определяются реакции в кинематических парах);

3) по найденным усилиям подбираются сечения звеньев и определяются их массы;

4) производится приведение сил и масс, подбор маховика и определение истинного закона движения звена приведения;

5) при найденном законе движения звена приведения находятся уточнённые значения скоростей и ускорений, определяются более точные величины реакций и производится проверка прочности и жёсткости звеньев. Размеры сечений и массы звеньев последовательно уточняются.

Иногда используют более простую последовательность, в которой расчёт ведётся при заданных длинах и массах звеньев, а также при упрощённом законе движения входного звена.

7. КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ

7.1. Классификация кулачковых механизмов

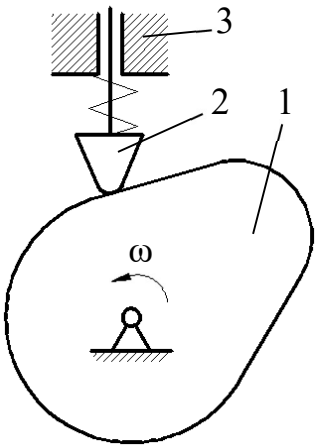


Рис. 44. Кулачковый механизм

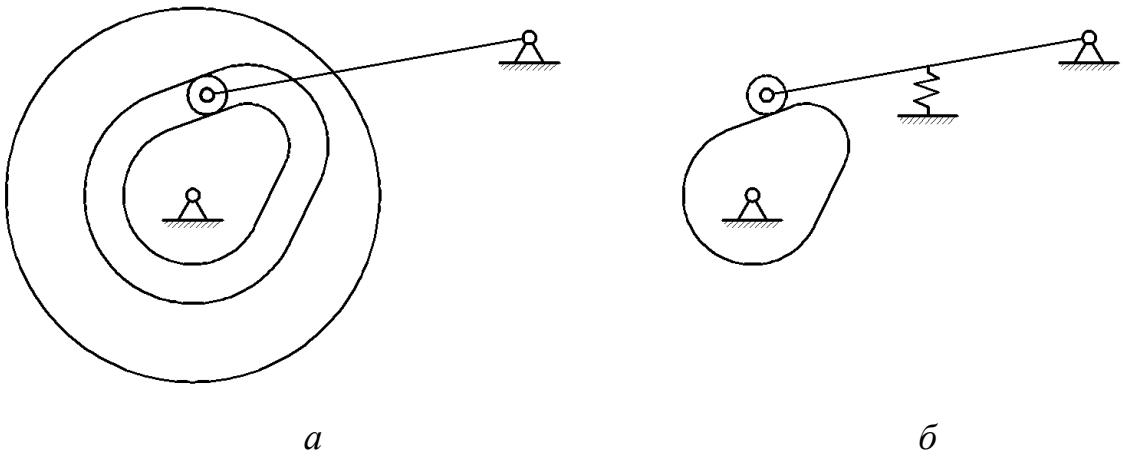
Кулачковые механизмы содержат хотя бы одну высшую кинематическую пару и состоят из кулачка 1, толкателя 2 и стойки 3 (рис. 44).

Степень подвижности такого механизма равна:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1. \qquad (7.1)$$

Основными достоинствами кулачковых механизмов является возможность получения заранее заданного закона движения толкателя с помощью кулачка. К недостаткам следует отнести большое удельное давление в точке контакта кулачка с толкателем, а также сложность изготовления профиля кулачка.

Постоянный контакт толкателя с кулачком обеспечивается с помощью кинематического (рис. 45, *а*) или силового замыкания (рис. 45, *б*).



а *б*

Рис. 45. Классификация кулачковых механизмов по типу контакта толкателя с кулачком: *а* – с кинематическим замыканием; *б* – с силовым замыканием

В зависимости от характера движения кулачка и толкателя возможно преобразование вращательного или поступательного движения кулачка во вращательное или поступательное движение толкателя (рис. 46). На рис. 46, *а* показан механизм с преобразованием поступательного движения в поступательное (плоский с тарельчатым толкателем); на рис. 46, *б* – с преобразованием вращательного движения в поступательное (плоский внеосный с плоским толкателем); на рис. 46, *в* – с преобразованием вращательного движения в поступательное (пространственный с роликовым толкателем).

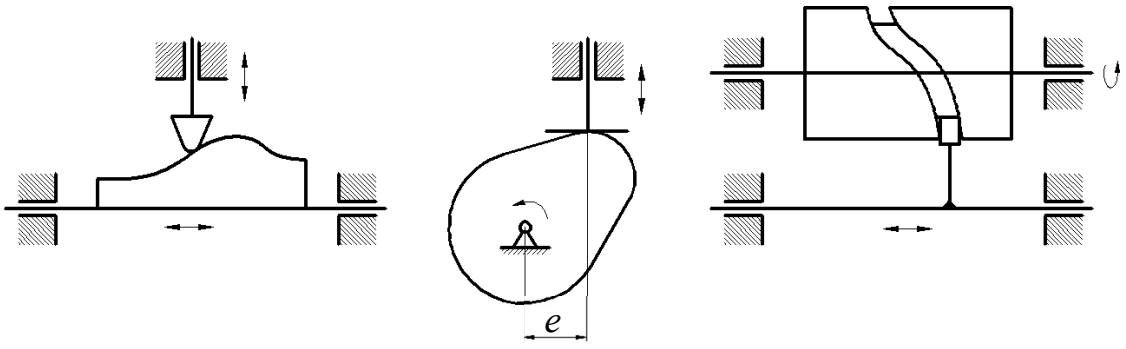


Рис. 46. Классификация кулачковых механизмов

Кулачковые механизмы могут быть плоскими (рис. 46, *а*, *б*) и пространственными (рис. 46, *в*), осевыми ($e = 0$) и внеосными ($e \neq 0$), с плоским, тарельчатым или роликовым толкателем. Назначение ролика – уменьшение трения и износа в контакте толкателя с кулачком.

Кулачковые механизмы, как правило, используются в машинах автоматического или полуавтоматического действия и обеспечивают функции «жёсткого» управления выполняемого процесса.

7.2. Кинематический анализ кулачковых механизмов

Основной задачей кинематического анализа является определение перемещений, скоростей и ускорений толкателя при заданных схеме механизма и профиле кулачка. Решение этой задачи может быть осуществлено аналитическими и графическими методами, первый из которых более точен, но сложен, а второй – менее точен, но более прост.

Рассмотрим графический метод на примере осевого механизма с роликовым толкателем. Анализ начинается с построения планов механизма. При этом используется метод обращения движения, когда всему механизму условно задают вращение с угловой скоростью (– ω), обратной скорости кулачка (рис. 47). Тогда толкатель в обращённом движении будет двигаться вокруг неподвижного кулачка, а центр ролика опишет кривую, отстоящую от профиля кулачка на расстояние радиуса *r* ролика и называемую *эквидистантой*. Построение профиля кулачка называется *профилированием.*

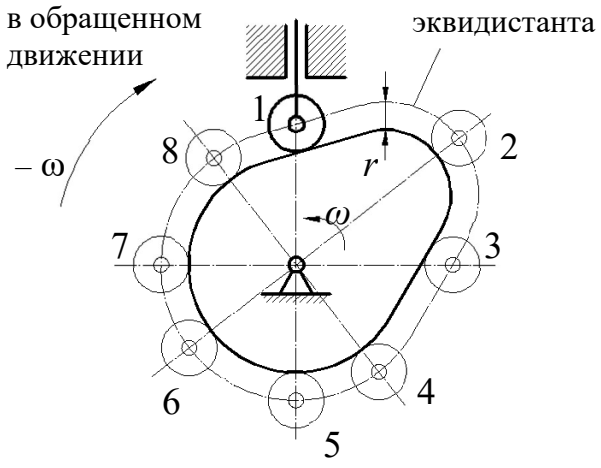


Рис. 47. Профилирование кулачка

Путь *s* любой точки толкателя при повороте кулачка на угол φ будет равен разности радиусов-векторов, соединяющих центр кулачка и соответствующие положения центра ролика.

На основе планов механизма можно построить диаграмму перемещений толкателя в координатах (*s*; φ) или (*s*; *t*), после чего определяются скорости *v*

(рис. 48) (аналоги скорости $\frac{ds}{d\varphi}$) и ускорения a (аналоги ускорения $\frac{d^2s}{d\varphi^2}$) путём графического дифференцирования графиков $s(\varphi)$, $s(t)$, $v(t)$, $\frac{ds}{d\varphi}(\varphi)$.

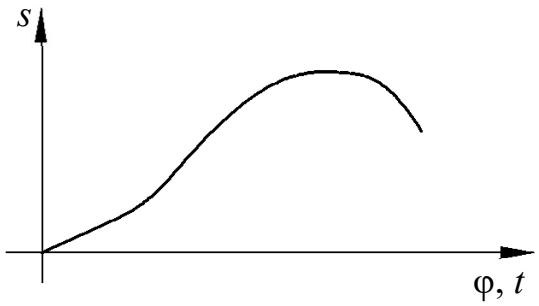


Рис. 48. Диаграмма перемещений толкателя

Движение толкателя имеет реверсивный характер за весь кинематический цикл, при этом наблюдаются четыре фазы движения толкателя (см. рис. 54), соответствующие четырём фазовым углам поворота кулачка: $\varphi_у$ – угол удаления (подъёма) толкателя; $\varphi_д$ – угол дальнего выстоя; $\varphi_в$ – угол возврата (опускания); $\varphi_б$ – угол ближнего выстоя.

С целью непосредственного определения скоростей и ускорений толкателя осуществляют условную замену высшей пары на низшую. Замена осуществляется так, что движение заменяемого механизма в момент замены соответствует движению заменяющего.

В общем случае мгновенный заменяющий механизм представляет шарнирный четырёхзвенник с подвижными шарнирами A и B, расположенными в центрах кривизны, контактирующих в точке P профилей (рис. 49).

В частных случаях возможны различные варианты замены (рис. 50), при этом можно производить кинематический анализ кулачкового механизма как обычного стержневого.

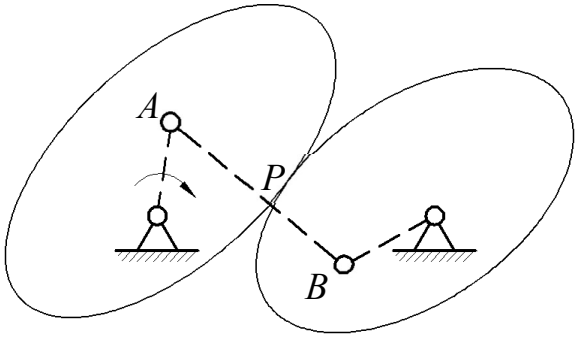


Рис. 49. Мгновенный заменяющий механизм

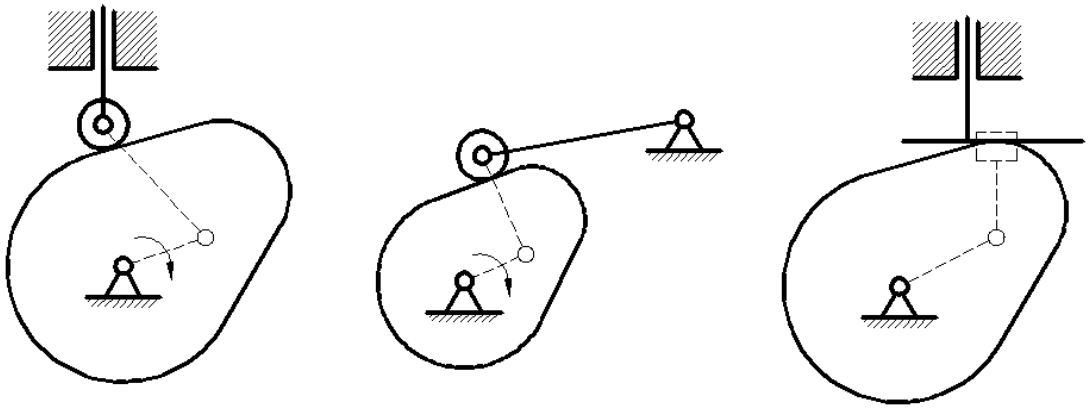


Рис. 50. Различные варианты замены кулачкового механизма

7.3. Некоторые вопросы динамического анализа кулачковых механизмов

Условия нормальной работы звеньев кулачкового механизма в существенной степени зависит от угла давления α между направлением усилия *F*, действующего на толкатель со стороны кулачка, и направлением скорости толкателя (рис. 51, *а*).

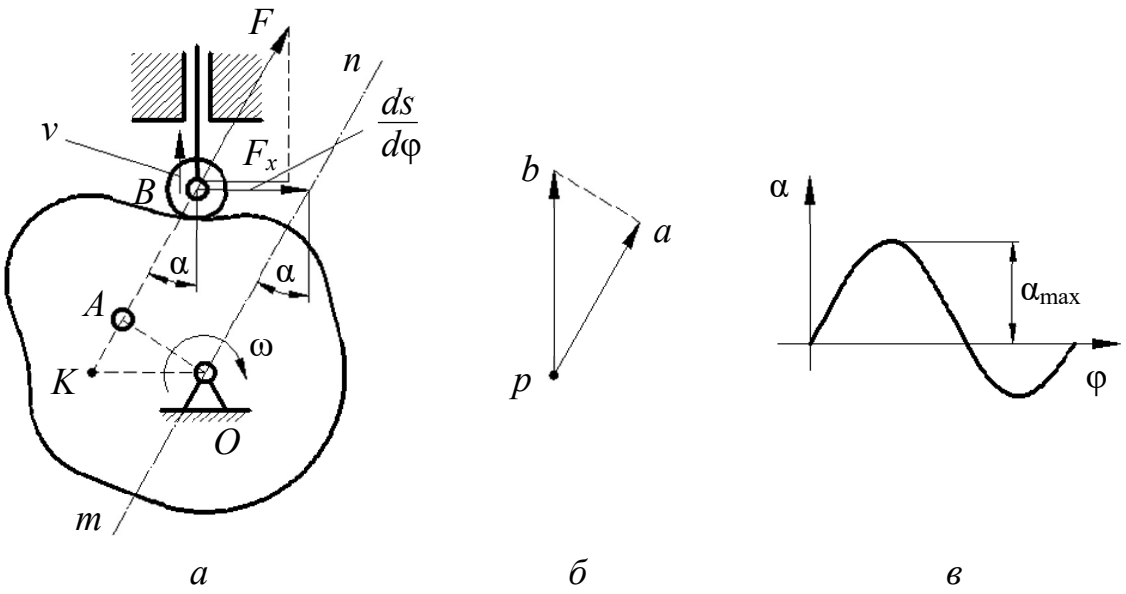
Угол давления – переменная величина, с увеличением которой возрастает опасность заклинивания механизма, т. к. увеличивается составляющая F_x, вызывающая трение в кинематических парах.

Обычно величину α_{max} ограничивают подбором размеров кулачка при условии, что

$$\alpha_{max} \le \begin{cases} 30° - \text{для механизмов с поступательным движением толкателя;} \\ 45° - \text{для механизмов с коромысловым толкателем.} \end{cases}$$

Рассмотрим задачу определения текущего угла α для любого положения механизма (рис. 51).

Построим заменяющий кривошипно-ползунный механизм *OAB*, где точка *A* совпадает с центром кривизны кулачка в точке его контакта с роликом (рис. 51, *а*).



а *б* *в*

Рис. 51. Динамический анализ кулачковых механизмов:
а – план положений; *б* – план скоростей заменяющего механизма; *в* – диаграмма изменения угла α

На рис. 51, *б* приведён план скоростей заменяющего механизма, где $\triangle pab \sim \triangle OAK$ (треугольники с взаимно перпендикулярными сторонами), поэтому

$$\frac{l_{OK}}{l_{OA}} = \frac{pb}{pa} = \frac{v_B}{v_A} = \frac{ds}{dt\omega l_{OA}} = \frac{ds}{dt} \cdot \frac{dt}{d\varphi l_{OA}}, \tag{7.2}$$

откуда

$$l_{OK} = \frac{ds}{d\varphi}. \tag{7.3}$$

Таким образом, отложив вектор $\frac{ds}{d\varphi}$ от точки *B* в направлении вектора скорости *v* толкателя, повёрнутого на 90° в сторону вращения кулачка, и проведя линию *mn* через точку *O* и конец вектора $\frac{ds}{d\varphi}$, получим угол α.

Можно решить обратную задачу, находя положение центра O вращения кулачка при заданных значениях α и $\frac{ds_1}{d\varphi}, \frac{ds_2}{d\varphi}$ для двух положений толкателя (рис. 52).

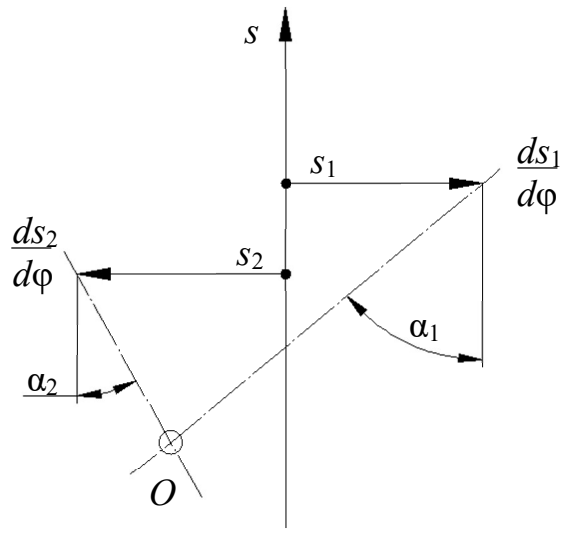


Рис. 52. Решение обратной задачи (нахождение положения центра вращения)

Из рис. 52 видно, что чем больших значений достигают углы давления α, тем меньшие габариты имеет механизм, но риск заклинивания при этом увеличивается.

7.4. Синтез кулачковых механизмов

7.4.1. Выбор закона движения толкателя

При проектировании кулачковых механизмов используются различные методы синтеза.

Если известен минимальный радиус (r_{min}) кулачка и закон его движения, то построение профиля – задача кинематического синтеза. Если r_{min} должен определяться с условием отсутствия заклинивания, то построение профиля – задача динамического синтеза.

Вопрос о выборе закона движения толкателя отпадает в случае, если он полностью определяется той операцией, которую толкатель осуществляет, т. е. является исходно заданным. Однако во многих случаях заданы лишь частичные перемещения, скорости или ускорения толкателя и необходимо подобрать какой-либо закон движения на недостающих участках.

Например, может быть задано максимальное и минимальное перемещение толкателя по двум участкам t_2 и t_4 (рис. 53) в виде графика $s(t)$, показанного основной линией. На остальных участках t_1 и t_3 закон движения следует выбрать.

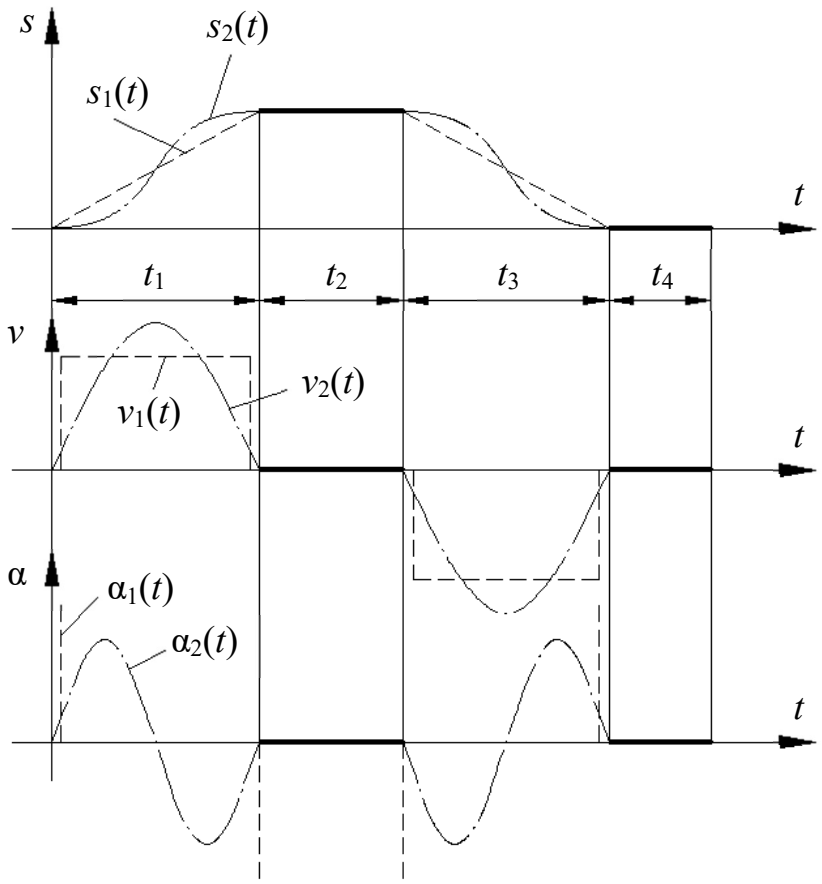


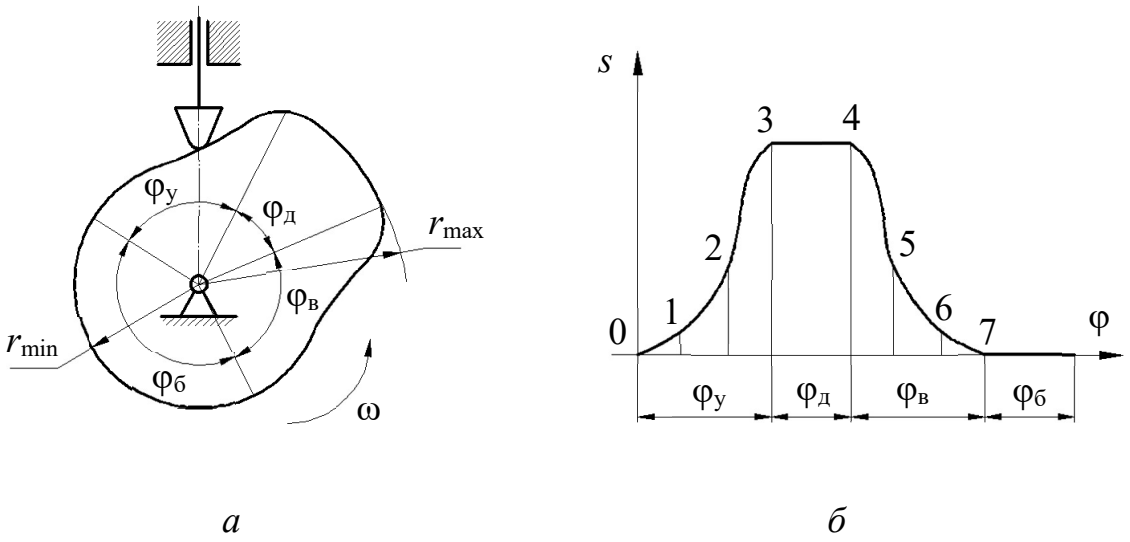
Рис. 53. Выбор закона движения толкателя

Из всех возможных законов движения необходимо выбирать оптимальный с точки зрения условий работы механизма. Одним из таких законов является синусоидальный закон $s_2(t)$, обеспечивающий плавную безударную работу механизма без резких изменений скорости и без больших значений ускорений, как, например, при выборе закона $s_1(t)$, где ускорения, а следовательно, силы инерции достигают больших величин, способных вызвать износ и поломку.

7.4.2. Профилирование кулачка

Рассмотрим графический метод получения профиля кулачка как задачу кинематического синтеза. В этом случае заданы схема кулачкового механизма, закон движения толкателя и r_{min} кулачка. Профилирование осуществляется на основе закона движения толкателя. В качестве примера рассмотрим профилирование кулачка в осевом механизме с поступательно движущимся толкателем.

Схема механизма, диаграмма движения толкателя и r_{min} кулачка даны (рис. 54).



а *б*

Рис. 54. Профилирование кулачка:
а – схема механизма; *б* – диаграмма движения толкателя

В начале размечаются основные размеры механизма в масштабе μ_l, а также фазовые углы, причём углы $\varphi_у$ и $\varphi_в$ делятся на ряд равных частей в соответствии с диаграммой (рис. 54, *б*). Строятся начальное, а затем ряд последующих положений толкателя в обращённом движении (рис. 55, *а*), и полученные точки соединяются плавной кривой.

В случае построения профиля кулачка для механизма с роликовым толкателем сначала строится эквидистанта (центровой профиль) как и в

предыдущем случае, а затем и сам рабочий профиль кулачка, отстоящий от эквидистанты на величину радиуса ролика $r_{рол}$ (рис. 55, *б*).

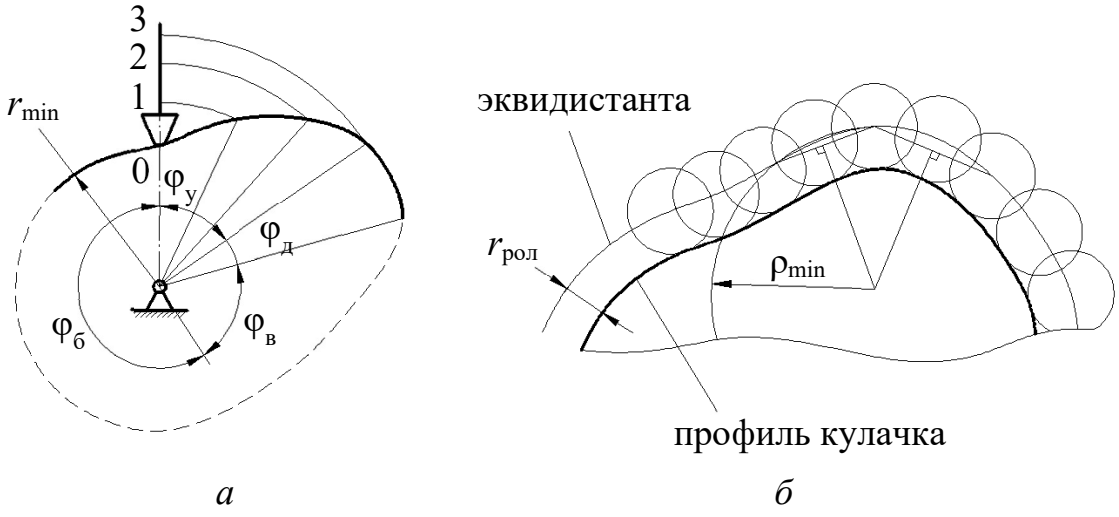


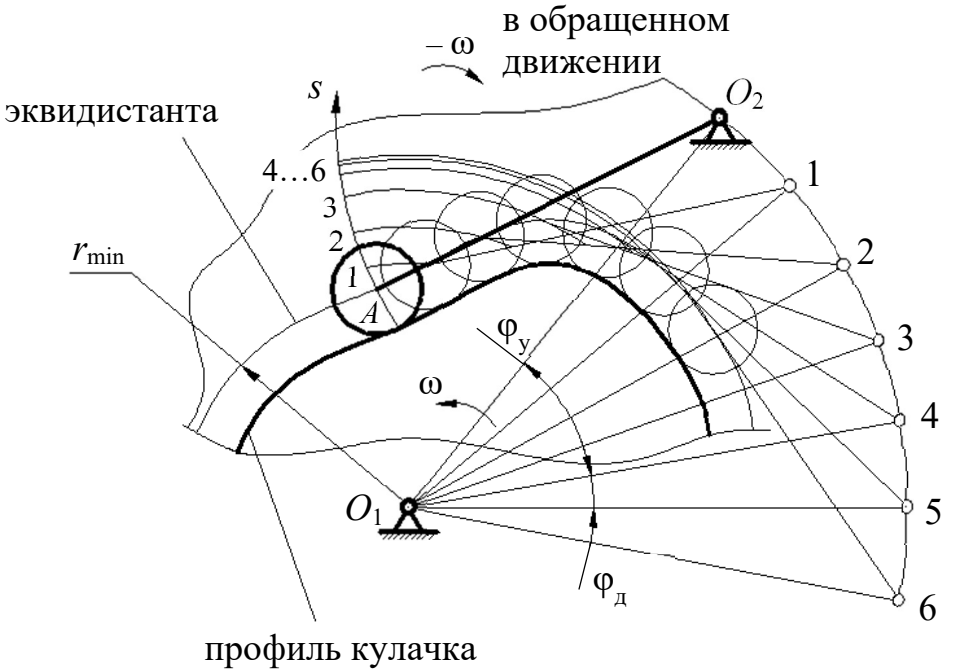
Рис. 55. Построение профиля кулачка:
а – ряд положений толкателя в обращенном движении; *б* – построение профиля кулачка для механизма с роликовым толкателем

Величина $r_{рол}$ выбирается из соотношения:

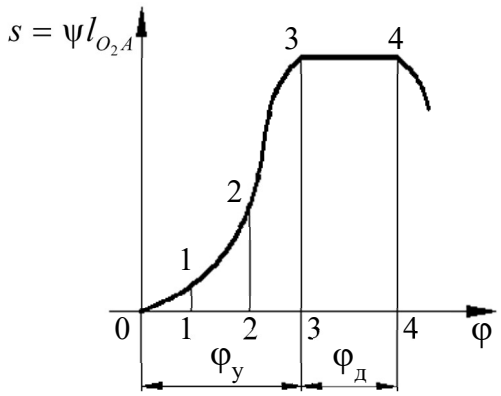
$$r_{рол} \le \min \begin{cases} 0{,}4 r_{min}; \\ 0{,}8 \rho_{min}, \end{cases} \qquad (7.4)$$

где ρ_{min} – минимальный радиус центрового профиля кулачка, который можно определить графически по трём точкам в месте наибольшей кривизны эквидистанты (рис. 55, *б*).

Профилирование кулачка механизма с коромысловым толкателем состоит из аналогичных операций, т. е. после разметки межцентровых расстояний строится ряд положений коромысла в обращённом движении (рис. 56, *а*) в соответствии с заданной диаграммой $s(\varphi)$, часть которой показана на рис. 56, *б*.



а



б

Рис. 56. Профилирование кулачка механизма с коромысловым толкателем:
а – ряд положений коромысла в обращенном движении; *б* – диаграмма движения коромысла

7.4.3. Динамический синтез кулачкового механизма

Задача динамического синтеза заключается в нахождении центра вращения кулачка при условии минимизации размеров механизма, когда заданы закон движения толкателя и предельно допустимый угол давления $\alpha_{доп}$. В конечном итоге задача состоит в определении r_{min} кулачка, после чего может быть выполнен кинематический синтез (профилирование).

Рассмотрим пример определения $r_{\min}$ кулачка для механизма с поступательно движущимся толкателем, когда заданы диаграммы перемещений $s(\varphi)$ и аналогов скоростей $\frac{ds}{d\varphi}(\varphi)$, которые должны быть вычерчены в едином масштабе $\mu_s = \mu_{\frac{ds}{d\varphi}} = \ldots$

Путём исключения параметра φ вычерчивается совмещённая диаграмма $s\left(\frac{ds}{d\varphi}\right)$, как показано на рис. 57.

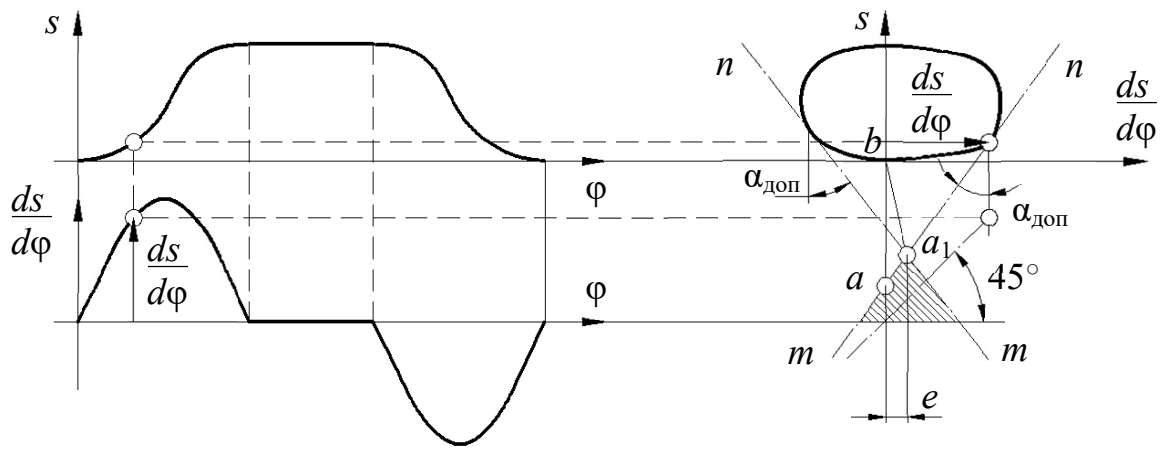


Рис. 57. Совмещенная диаграмма движения

Проведя касательные *mn* к диаграмме $s\left(\frac{ds}{d\varphi}\right)$ под углами $\varphi_{доп}$, как показано на рис. 57, получим точку a_1 на их пересечении. Тогда отрезок a_1b будет соответствовать в масштабе μ_s величине

$$r_{\min} = \mu_s \cdot (a_1 b) \tag{7.5}$$

для внеосного механизма со смещением оси толкателя $e \neq 0$ относительно центра вращения кулачка. Так как центр кулачка можно располагать в любой точке заштрихованной области, то при $e = 0$ получим

$$r = \mu_s \cdot (ab), \tag{7.6}$$

когда центр кулачка совпадает с осью толкателя.

Таким образом, габариты механизма уменьшаются при $e \neq 0$, т. к. центр кулачка приближается к точке b, а предельный угол давления $\varphi_{доп}$ остаётся неизменным.

Обычно при силовом замыкании такие построения делаются только для фазы удаления, т. к. на фазе возврата толкатель является ведущим звеном и заклинивания не происходит.

Для механизма с коромысловым толкателем построение совмещённой диаграммы $s\left(\frac{ds}{d\varphi}\right)$ производится в пределах заданного максимального угла размаха коромысла ψ_{max}. Причём отрезки, равные $\frac{ds}{d\varphi}$ откладываются в масштабе μ_l от траектории точки A коромысла по его оси в сторону вектора $\frac{ds}{d\varphi}$, повёрнутого на 90° в направлении вращения кулачка (рис. 58).

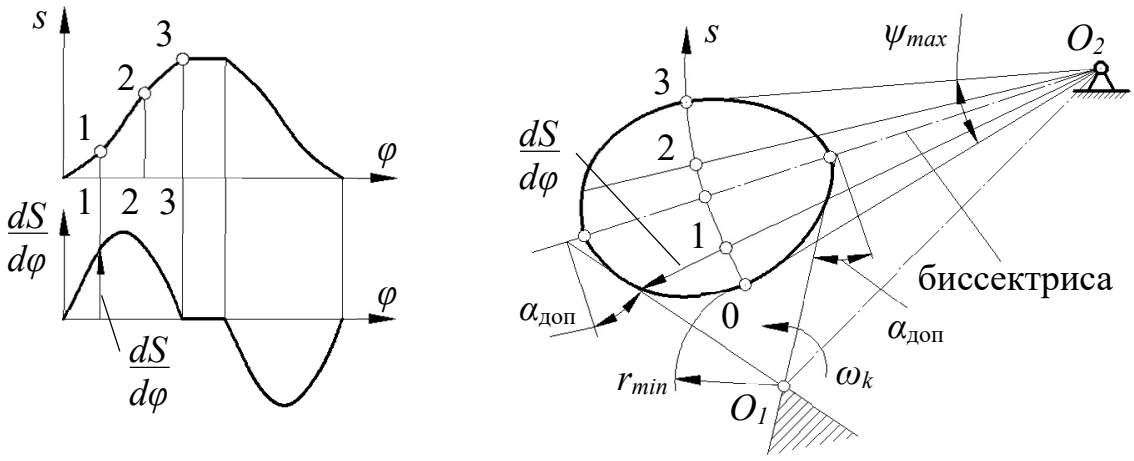


Рис. 58. Построение совмещенной диаграммы движения для механизма с коромысловым толкателем

Точки, полученные для нескольких положений коромысла, соединяют плавной кривой и строят допускаемую зону размещения центра вращения кулачка, которую приближённо можно получить, проведя касательные к диаграмме $s\left(\frac{ds}{d\varphi}\right)$ под углами $\alpha_{доп}$, образованными биссектрисой угла ψ_{max} и

перпендикулярами к ней (рис. 58, *б*). Выбранное положение центра O_1 в допускаемой (заштрихованной) зоне определяет величину $r_{\min}$ и межцентровое расстояние O_1O_2 между кулачком и коромыслом.

7.4.4. Аналитический способ синтеза кулачковых механизмов

При аналитическом методе синтеза вместо диаграмм в графической форме используются аналитические зависимости $s(\varphi)$, $\frac{ds}{d\varphi}(\varphi)$ и т. д. Например, для осевого кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем профиль кулачка может быть представлен аналитической зависимостью вида

$$r = r_{\min} + s(\varphi). \qquad (7.7)$$

При заданном $r_{\min}$ и известной зависимости S(φ) можно получить профиль кулачка с любой заданной степенью точности.

7.4.5. Понятие о проектировании пространственных кулачковых механизмов

Распространённым методом синтеза пространственных механизмов является условная их замена плоским кулачковым механизмом. Тогда задача сводится к синтезу плоского механизма. Например, задача проектирования механизма с поступательно движущимся толкателем и вращающимся кулачком сводится при заданном законе $s(\varphi)$ к построению развёртки цилиндра, на которой по данным диаграммы строится теоретический и действительный профиль кулачка (рис. 59).

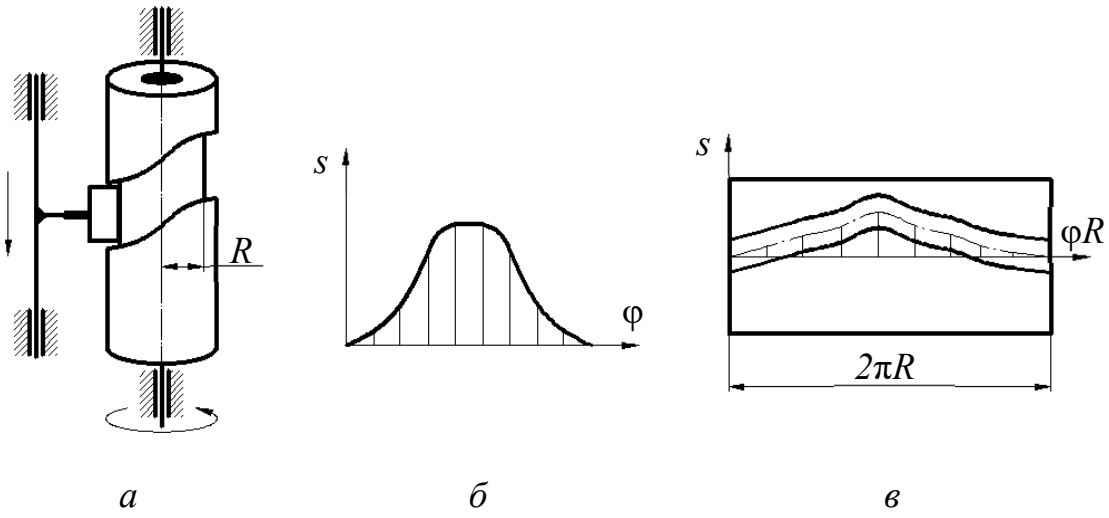


Рис. 59. Проектирование пространственного кулачкового механизма:
а – план механизма; *б* – диаграмма движения толкателя; *в* – развертка цилиндра

8. ФРИКЦИОННЫЕ И ЗУБЧАТЫЕ МЕХАНИЗМЫ

8.1. Общие сведения о передачах вращения

Фрикционные и зубчатые механизмы предназначены для передачи вращательного движения с одного вала на другой с помощью деталей типа диска в основном цилиндрической формы. При этом, как правило, меняется величина угловой скорости и передаваемого момента, а также их направление. Вал, от которого передаётся движение, называется ведущим, а вал, которому передаётся движение – ведомым.

Оси валов могут быть параллельными, пересекаться или скрещиваться под различными углами. В первом случае механизм является плоским, в остальных случаях механизмы пространственные.

Если в механизме имеются только ведущие и ведомые валы и отсутствуют промежуточные вращающиеся звенья, то механизм называется *передачей.* Передача вращения может осуществляться:

1) путём непосредственного соприкосновения двух дисков, жёстко связанных с ведущим и ведомым валами (фрикционная, червячная, зубчатая);

2) посредством промежуточных гибких тел, сцепляющихся с дисками, которые жёстко связаны с ведущим и ведомым валами (ременная, цепная, волновая).

Отношения угловых скоростей вращения обоих валов передачи называется *передаточным отношением* (*i*), которое характеризует процесс преобразования движения количественно.

Отношения угловой скорости ведущего вала к угловой скорости ведомого называется *передаточным числом* (*u*), которое определяет направление передачи энергии.

Величина *i* и *u* может меняться или оставаться постоянным за время одного оборота ведущего вала.

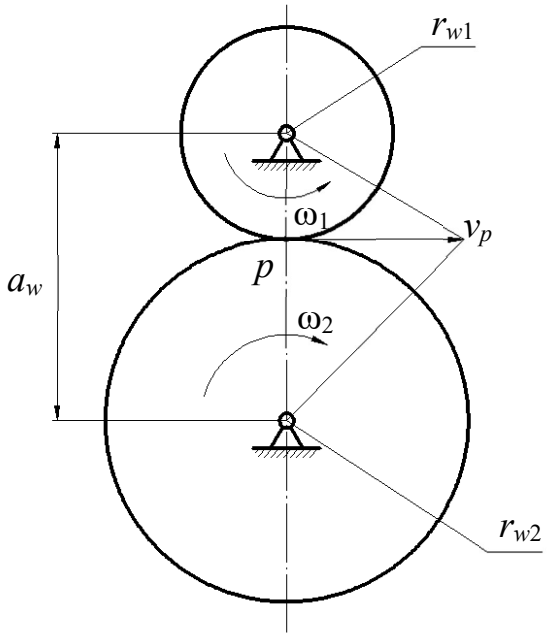


Рис. 60. Схема передачи вращения

Любую передачу можно схематично представить в виде двух начальных поверхностей, контактирующих между собой, а плоскую передачу – в виде двух начальных окружностей с радиусами r_{w1} и r_{w2}, перекатывающихся друг по другу без скольжения и контактирующих в полюсе p (рис. 60).

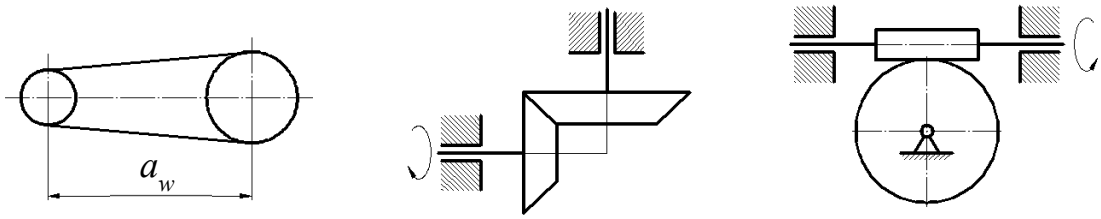
Тогда

$$v_p = r_{w1}\omega_1 = r_{w2}\omega_2, \qquad (8.1)$$

откуда следует выражение для передаточного отношения

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}}. \qquad (8.2)$$

Аналогично можно изобразить ременную или цепную передачи, а также пространственные передачи (рис. 61).



а *б* *в*

Рис. 61. Схематические обозначения различных типов передач:
а – ременная или цепная передача; *б* – коническая зубчатая передача;
в – червячная передача

8.2. Фрикционные передачи

Одной из наиболее простых и во многих случаях достаточно надёжной является фрикционная передача, состоящая в простейшем случае из двух колёс (роликов), закреплённых на ведущем и ведомом валах. Для передачи движения без скольжения необходимо приложить к одному из роликов силу Q, достаточную для возникновения трения в месте контакта (рис. 62), при этом касательная сила их сцепления равна по величине передаваемого окружному усилию.

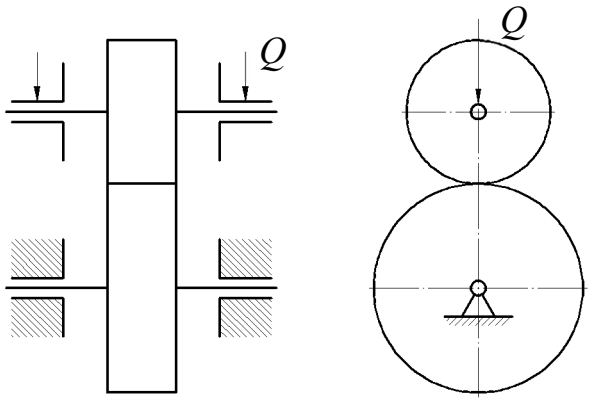
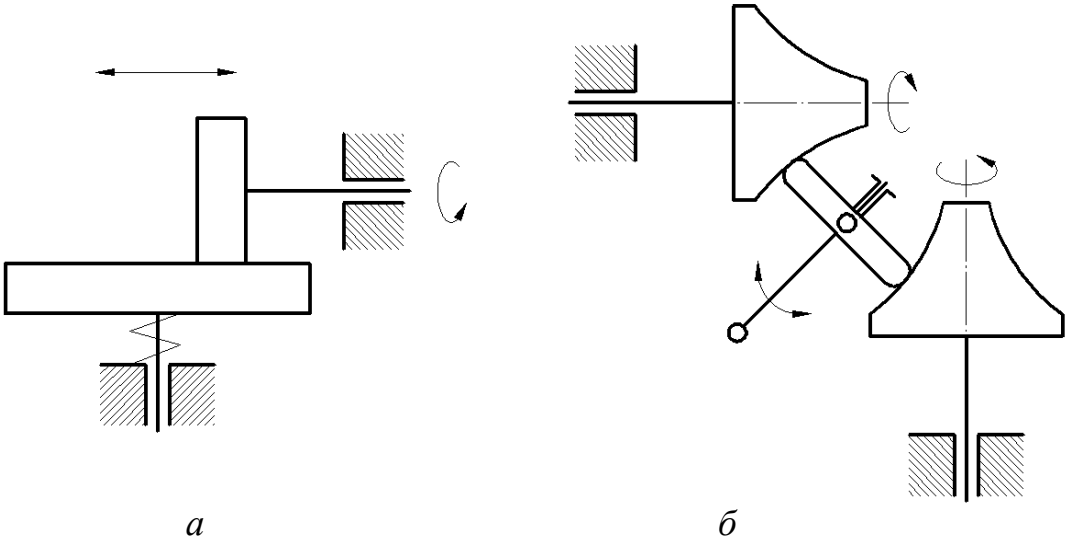


Рис. 62. Фрикционная передача

Фрикционные передачи могут быть с постоянным и переменным передаточным отношением. Передачи с переменным передаточным отношением называются *вариаторами* (рис. 64).



а *б*

Рис. 63. Вариаторы: *а* – лобовой; *б* – торовый

Достоинствами фрикционных передач являются: плавность и бесшумность в работе, простота конструкции, невозможность поломки при резком изменении крутящего момента на одном из валов благодаря возможности проскальзывания роликов, возможность бесступенчатого регулирования скоростей.

Недостатками являются: необходимость прижимного устройства, непостоянство передаточного отношения, невозможность передачи значительных крутящих моментов.

В связи с указанными недостатками фрикционные передачи не получили такого широкого распространения как зубчатые.

8.3. Зубчатые передачи. Виды и классификация

Зубчатые передачи осуществляют передачу вращательного движения с одного вала на другой с помощью цилиндрических, конических, червячных колёс, имеющих специально профилированные зубья, при этом зубчатые колёса могут иметь прямые, косые, спиральные, шевронные зубья и т.д. (рис. 64).

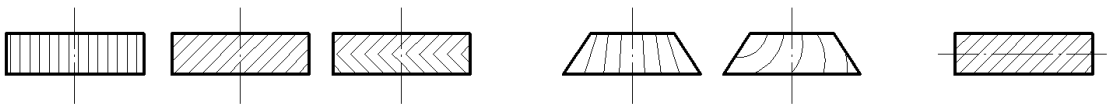


Рис. 64. Виды зубчатых колес:
а – цилиндрические колеса; *б* – конические колеса; *в* – червяк

При использовании колёс с непрямыми зубьями повышается плавность и бесшумность работы и увеличивается нагрузочная способность передачи.

В зубчатых передачах с пересекающимися осями в качестве начальных поверхностей используются усечённые конусы, вершины которых пересекаются в одной точке (рис. 65, *а*), а в передачах с перекрещивающимися

осями теоретическими начальными поверхностями являются гиперболоиды вращения (рис. 65, *б*). Такие передачи называются *гиперболоидными*.

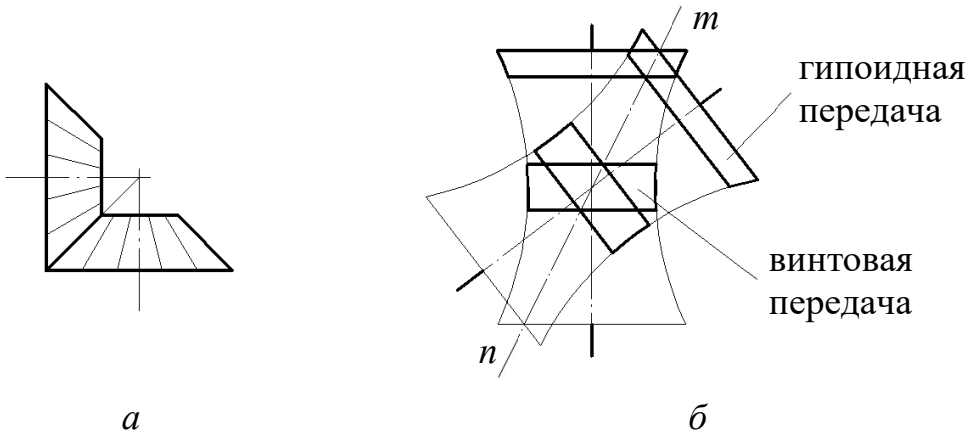


Рис. 65. Начальные плоскости зубчатых передач: *а* – зубчатая передача с пересекающимися осями; *б* – зубчатая передача с перекрещивающимися осями

При использовании колёс с непрямыми зубьями повышается плавность и бесшумность работы и увеличивается нагрузочная способность передачи.

В зубчатых передачах с пересекающимися осями в качестве начальных поверхностей используются усечённые конусы, вершины которых пересекаются в одной точке (рис. 65, *а*), а в передачах с перекрещивающимися осями теоретическими начальными поверхностями являются гиперболоиды вращения (рис. 65, *б*). Такие передачи называются *гиперболоидными*.

Контакт зубьев колёс в таких передачах происходит по прямолинейным образующим *mn*. В машиностроительной практике ограничиваются отдельными короткими частями гиперболоидов. Например, используя среднюю часть гиперболоидов, получают винтовую зубчатую передачу, а если использовать усечённые конусы, близкие по профилю к гиперболоидам в их широкой части, то получим так называемую *гипоидную передачу* (рис. 65, *б*).

Частным случаем винтовой передачи является червячная передача, в которой малое колесо называется *червяком*, а большое – *червячным колесом* (рис. 66).

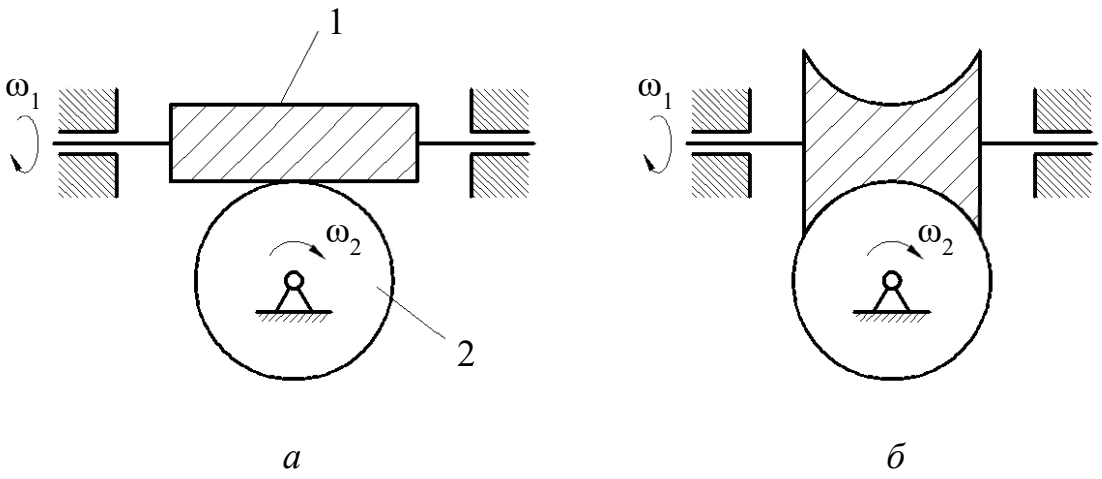


Рис. 66. Червячная передача:
а – передача с цилиндрическим червяком; *б* – передача с тороидным (глобоидным) червяком

Червячные передачи могут быть с одно и многозаходными червяками, при этом число заходов червяка равно числу его зубьев.

Червячные передачи позволяют обеспечить большое передаточное отношение при сравнительно малых габаритах вследствие малого числа z_1 зубьев (заходов) на червяке (обычно z_1 = 1; 2; 4). Однако коэффициент КПД передачи ниже, чем у цилиндрической.

Широко употребляются следующие значения передаточных отношений для зубчатой пары: 1…6 – для цилиндрических передач; 1…4 – для конических передач; 10…40 – для червячных передач.

По форме профиля зуба различают передачи *эвольвентные, циклоидные, цевочные*, а также *передачи с зацеплением Новикова*.

Наибольшее распространение получили эвольвентные передачи с профилем, предложенным Л. Эйлером в 1754 г. Преимуществом этого профиля является простота изготовления, достаточно высокая нагрузочная способность, малая чувствительность к неточностям межцентрового расстояния. Однако эвольвентный профиль удовлетворяет не всем требованиям, предъявляемым к современным зубчатым передачам. Так, например, в мощных передачах внешнего зацепления, где контактируют

выпуклые зубья с малыми радиусами кривизны профилей, происходит их быстрое разрушение из-за недостаточной контактной прочности. Одним из путей повышения контактной прочности является использование внутреннего зацепления, в котором профиль зуба одного из колёс вогнутый.

Другой путь – применение передач с зацеплением Новикова, где выпуклые профили зубьев одного из колёс, очерченные по дуге окружности, контактируют с вогнутыми профилями другого колеса. При этом нагрузочная способность передачи повышается в два – три раза по сравнению с эвольвентной, а также уменьшаются потери на трение.

Одной из интересных и перспективных передач является так называемая волновая передача (рис. 67), состоящая из жёсткого 1 и гибкого 2 зубчатых колёс, а также генератора волн 3 с роликами 4. При вращении генератора 3, благодаря разнице чисел зубьев жёсткого и гибкого колёс, приводится во вращение колесо 2, причём передаточное отношение может быть очень большим (i = 40...400). Изобретатель волновой передачи У. Массер (США, 1959 г.) указывал на возможность использования треугольного профиля зубьев.

К зубчатым передачам относятся передачи с некруглыми, секторными

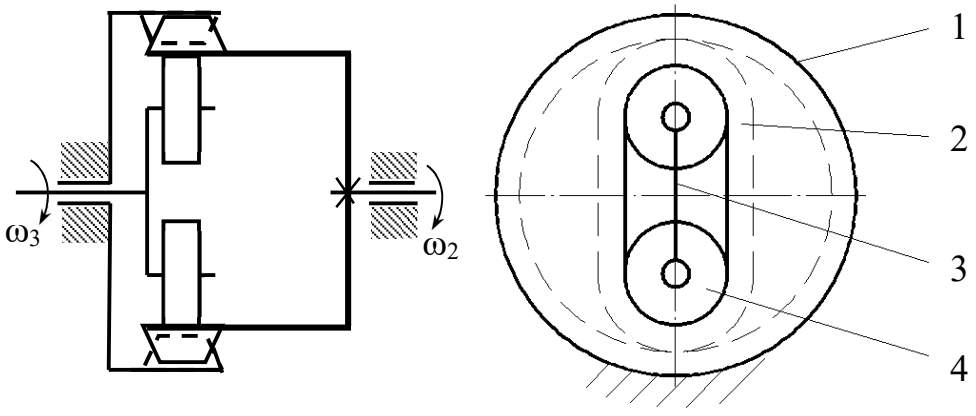


Рис. 67. Волновая передача

колёсами, колёсами, имеющими зубья на части обода и т. д.

Обычно в зубчатых передачах меньшее колесо называется *шестерней*.

Выбор той или иной передачи зависит от традиционной области её применения и конкретных функциональных особенностей механизма, в котором эта передача будет использована.

8.4. Основная теорема зацепления (теорема Виллиса)

Для постоянства передаточного отношения при зацеплении двух профилей зубьев необходимо, чтобы радиусы начальных окружностей зубчатых колёс, перекатывающихся друг по другу без скольжения, оставались неизменными. Если рассмотреть обращённое движение начальных окружностей (рис. 68, *а*), когда всей системе задана угловая скорость ($-\omega_2$), то второе колесо будет условно неподвижным и точка *p* является мгновенным центром относительного вращения колёс. Эта точка, называемая *полюсом зацепления*, где контактируют начальные окружности, делит межцентровое расстояние на отрезки, обратно пропорциональные угловым скоростям, т. к. при $r_w = const$

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{w1}}{r_{w2}} = const. \qquad (8.1)$$

Рассмотрим обращённое движение профилей зубьев зубчатых колёс (рис. 68).

Точка контакта зубьев (точка *k*), принадлежащая первому колесу, вращается вокруг точки *p*, которая будет мгновенным центром скоростей. Скорость $v_k \perp pk$ и совпадает с общей касательной к профилям в точке *k* при условии постоянства этого контакта. В противном случае постоянного контакта не будет, так как появится составляющая v_k'', и профили разомкнутся (рис. 69). Так как рассматривается произвольное положение зубьев, то можно сформулировать теорему.

Нормаль *n – n* к касающимся профилям зубьев, проведённая через точку их касания, делит межцентровое расстояние на части, обратно пропорциональные угловым скоростям.

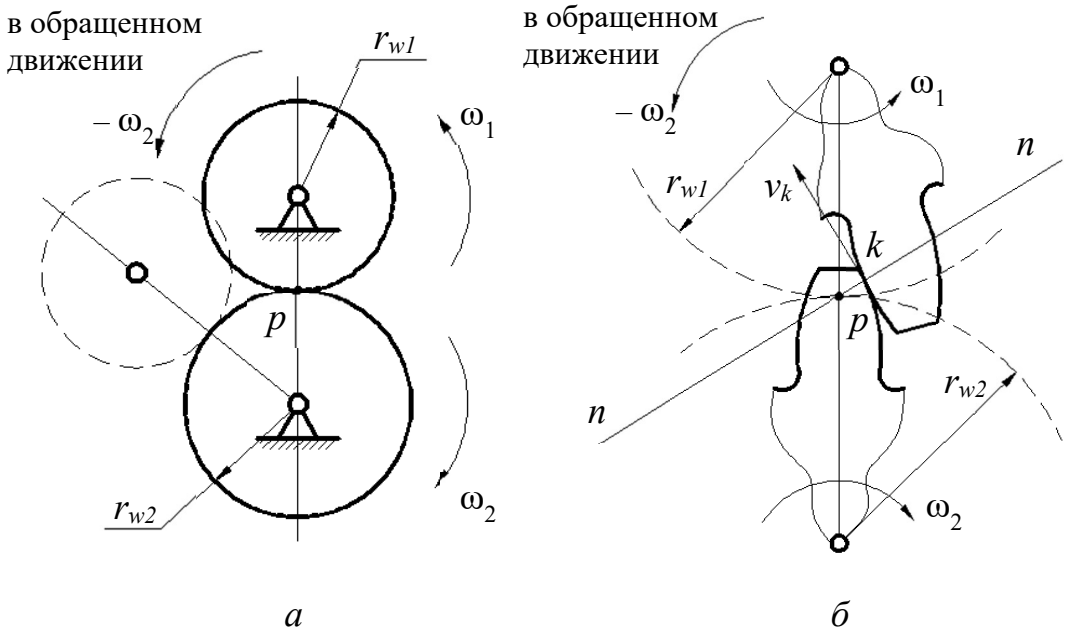


Рис. 68. Обращенное движение зубчатых колес:
а – обращенное движение зубчатых колес; *б* – обращенное движение профилей зубьев

Эта теорема, сформулированная Р. Виллисом в 1841 г., определяет основной закон зацепления профилей, которые не могут быть произвольными, а должны быть специально подобраны.

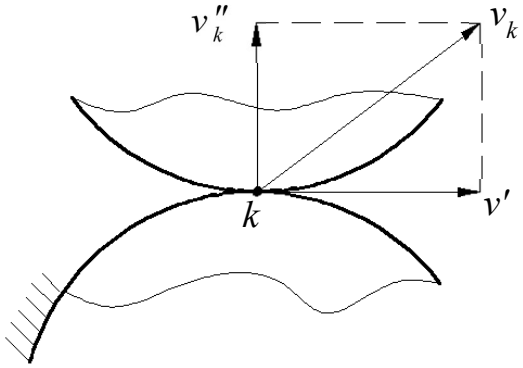


Рис. 69. Размыкание контакта в точке *k*

8.5. Эвольвента и её свойства

Наибольшее применение получили эвольвентные зубчатые передачи с профилем зубьев, очерченным по эвольвенте (рис. 70).

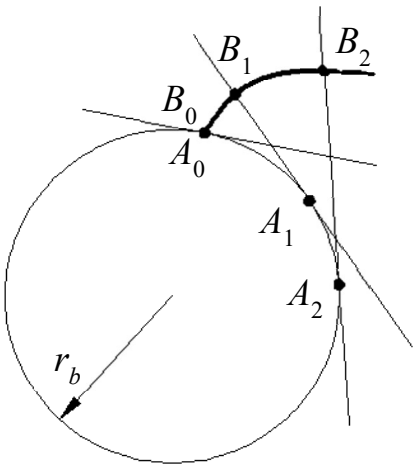


Рис. 70. Эвольвента круга

Эвольвентой круга называется траектория точки, лежащей на прямой, которая перекатывается без скольжения по окружности радиуса r_b, называемой *основной*.

Эвольвента имеет следующие свойства:

1) начинается с основной окружности;

2) нормаль к эвольвенте является касательной к основной окружности;

3) радиус кривизны эвольвенты в каждой её точке лежит на нормали к эвольвенте в этой точке.

Основная окружность представляет собой геометрическое место центров кривизны эвольвенты и является её *эволютой*.

8.6. Геометрия эвольвентного зацепления

В процессе зацепления зубья касаются друг друга различными точками профиля (рис. 71). Так как эти точки лежат на нормали к профилям, которая одновременно является касательной к обеим основным окружностям, то совокупность точек касания (линия *ab*) совпадает с общей для обеих основных окружностей касательной *n – n*.

Эта линия называется *теоретической линией зацепления*, а линия *ab* длиной g_α является её активной частью, где располагаются все точки контакта зубьев. Угол α_w, измеряемый между нормалью *n – n* к профилям в полюсе зацепления *p* и общей касательной к обеим начальным окружностям, называется *углом зацепления*. Таким образом:

$$\begin{aligned} r_{b1} &= r_{w1}\cos\alpha_w; \\ r_{b2} &= r_{w2}\cos\alpha_w. \end{aligned} \qquad (8.2)$$

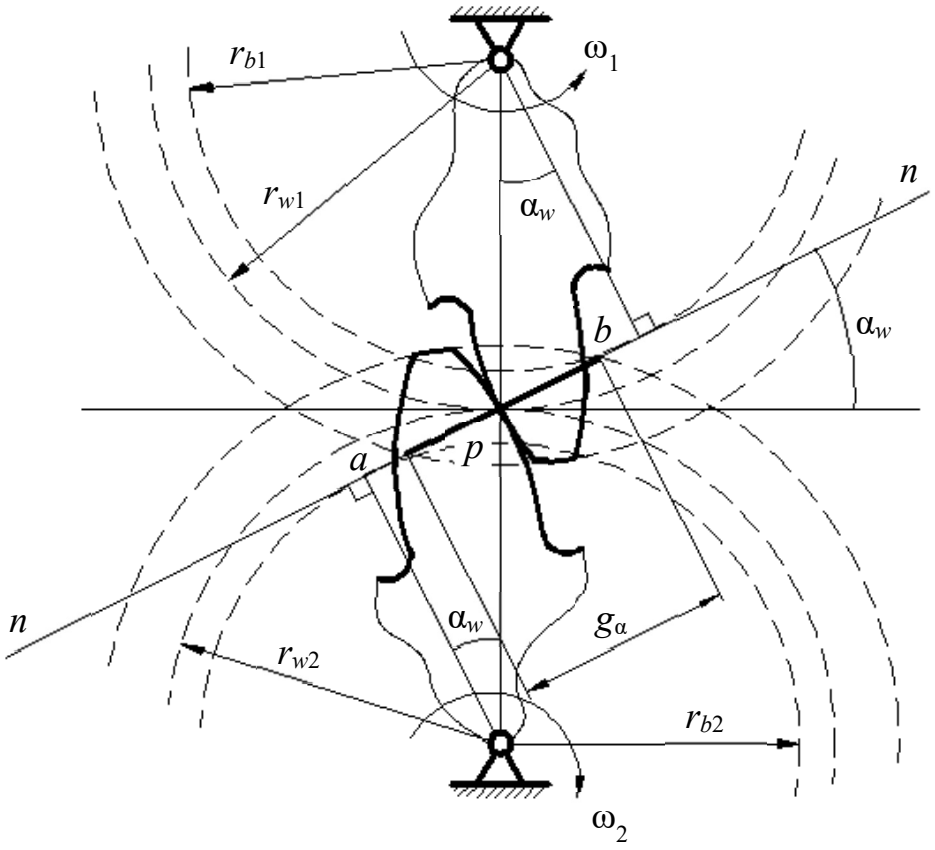


Рис. 71. Геометрия эвольвентного зацепления

8.7. Качественные показатели зацепления

Одним из качественных показателей зубчатой передачи является коэффициент перекрытия ε_α, равный

$$\varepsilon_\alpha = \frac{g_\alpha}{p_b}, \tag{8.3}$$

где p_b – шаг по основной окружности (расстояние между сходственными точками двух соседних зубьев, замеренное по дуге основной окружности).

Коэффициент ε_α показывает, сколько пар зубьев в среднем одновременно находится в зацеплении. Для прямозубой передачи обычно $1 < \varepsilon_\alpha < 2$. Чем больше ε_α, тем более плавно и бесшумно работает передача.

Другим качественным показателем является коэффициент скольжения, который учитывает влияние геометрии передачи и её кинематики на

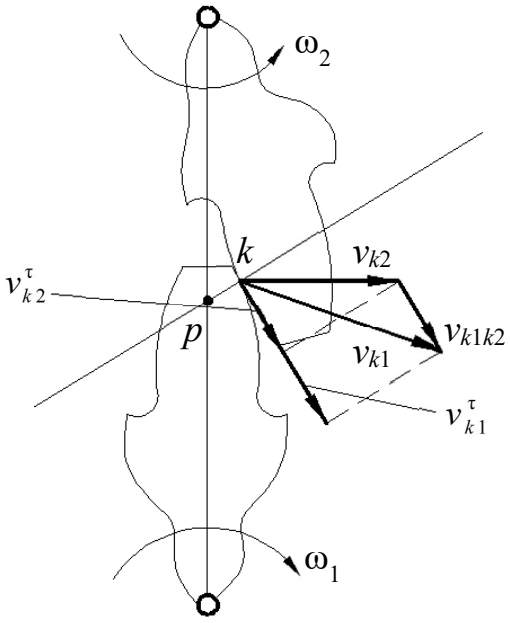


Рис. 72. План скоростей в зубчатом зацеплении

скольжение и износ профилей, скользящих друг по другу (рис. 72), что видно из плана скоростей.

На плане:

v_{k1} – скорость точки k первого профиля;

v^{τ}_{k1} – проекция этой скорости на касательную к контактирующим профилям;

v_{k2}, v^{τ}_{k2} – то же для колеса 2.

Скорость скольжения колес 1 и 2 относительно друг друга равна:

$$v_{c.k} = v_{k1k2} = v^{\tau}_{k1} - v^{\tau}_{k2}. \qquad (8.4)$$

Коэффициенты скольжения колёс 1 и 2 равны:

$$\lambda_1 = \frac{v_{c.k}}{v^{\tau}_{k1}}; \qquad \lambda_2 = \frac{v_{c.k}}{v^{\tau}_{k2}}. \qquad (8.5)$$

Эти коэффициенты равны нулю в полюсе (точка p) и увеличиваются с удалением от него по линии зацепления.

Таким образом, чем длиннее линия зацепления, (и чем больше коэффициент перекрытия ε_α), тем больше скольжение и износ профилей зубьев.

8.8. Основные параметры зубчатых колёс

Основными параметрами зубчатого колеса являются (рис. 73):

z – число зубьев;

r_a (d_a) – радиус (диаметр) окружности выступов;

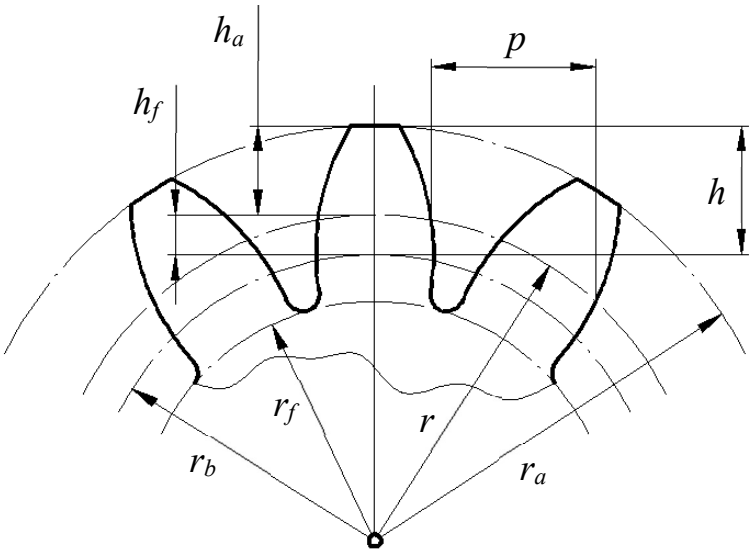


Рис. 73. Основные геометрические параметры зубчатого колеса

r_f (d_f) – радиус (диаметр) окружности впадин;

r_b (d_b) – радиус (диаметр) основной окружности;

r (d) – радиус (диаметр) делительной окружности, т. е. окружности, которая является начальной в станочном зацеплении колеса с режущим инструментом;

p – шаг зубьев по делительной окружности;

m – модуль зацепления, определяемый следующим образом:

$$d = zm = \frac{zp}{\pi},$$
$$m = \frac{p}{\pi}; \tag{8.6}$$

h –высота зуба, равная

$$h = h_a + h_f, \tag{8.7}$$

где $h_a = m$ – высота головки зуба;

$h_f = 1{,}25\ m$ – высота ножки зуба;

Величина m стандартизирована и выражена в миллиметрах, а делительная окружность является окружностью стандартного модуля.

Обычно используется угол зацепления α =20°.

8.9. Методы нарезания зубчатых колёс

Существует два принципиально различных метода нарезания: метод копирования и метод обкатки.

В методе копирования впадина зубчатого колеса фрезеруется на универсальном фрезерном станке фасонными дисковыми или пальцевыми фрезами, профиль которых соответствует профилю впадины (рис. 74). Затем заготовку поворачивают на угол 360° / *z* и выполняют следующую впадину. При этом используется делительная головка, а также имеются наборы фрез для нарезания колёс с различным модулем и различным числом зубьев. Метод имеет низкую производительность и применяется в мелкосерийном и единичном производстве.

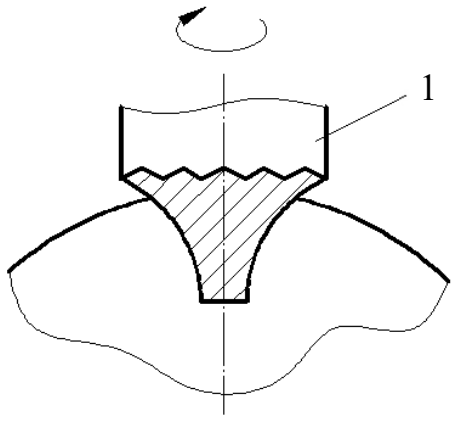


Рис. 74. Метод копирования:
1 – пальцевая модульная фреза

Метод обкатки (другое название – метод огибания) может производиться с помощью инструментальной рейки (гребёнки) на зубострогальном станке; долбяком на зубодолбёжном станке или червячной фрезой на зубофрезерном станке. Этот метод высокопроизводителен и применяется в массовом и крупносерийном производстве. Одним и тем же инструментом можно нарезать колёса с различным числом зубьев. Нарезание с помощью инструментальной рейки имитирует реечное зацепление (рис. 75, *а*), где профиль зуба образуется как огибающая последовательных положений профиля инструмента, угол исходного контура которого α=20º (рис. 75, *б*). Зацепление между режущим инструментом и нарезаемым колесом называется *станочным*. В станочном зацеплении начальная окружность всегда совпадает с делительной.

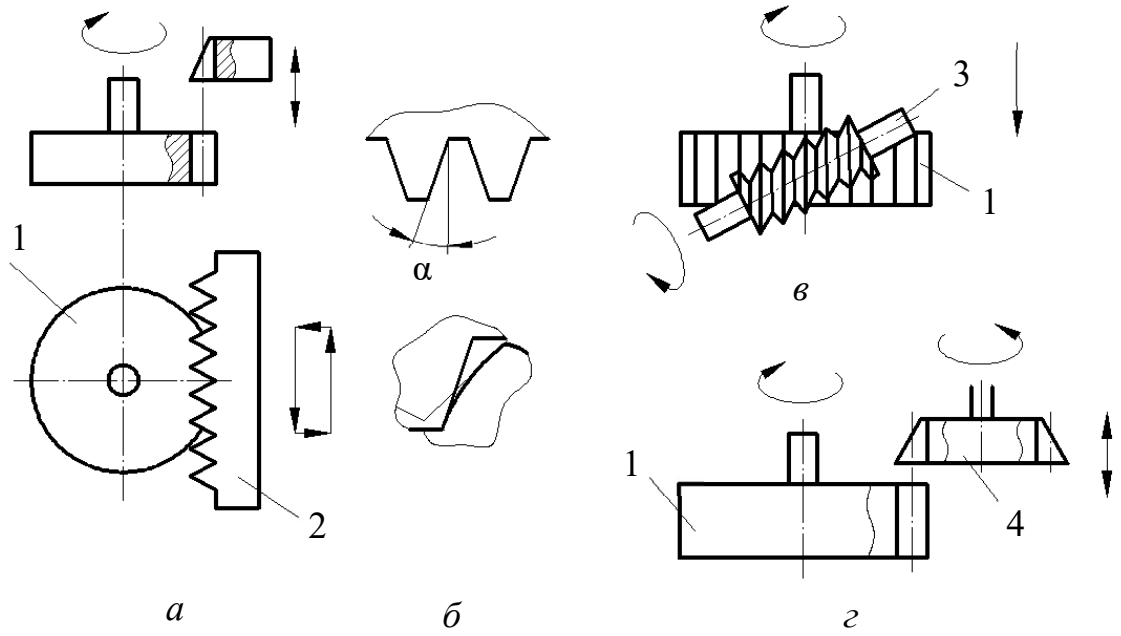


Рис. 75. Метод обкатки:
а) – нарезание с помощью инструментальной рейки; б) – формирование профиля зуба;
в) – нарезание с помощью червячной фрезы; г) – нарезание долбяком;
1 – заготовка; 2 – рейка; 3 – фреза; 4 – долбяк

Самым производительным из рассмотренных методов является зубофрезерование с помощью червячных фрез, которые находятся в зацеплении с заготовкой по аналогии с червячной передачей (рис. 75, *в*).

При нарезании долбяком осуществляется его возвратно поступательное движение при одновременном вращении. Фактически при этом осуществляется зацепление заготовки с инструментальным зубчатым колесом – долбяком (рис. 75, *г*). Этот метод чаще всего используется при нарезании внутренних зубчатых венцов.

Все рассмотренные методы используются для нарезания цилиндрических колёс как с прямыми, так и с косыми зубьями.

8.10. Корригирование зубчатых колёс

При нарезании колёс режущий инструмент можно располагать ближе к заготовке или дальше от неё. Положение инструмента определяется расстоянием между делительной окружностью колеса и так называемой модульной прямой рейки, проходящей через середину высоты зуба режущего инструмента (рис. 76).

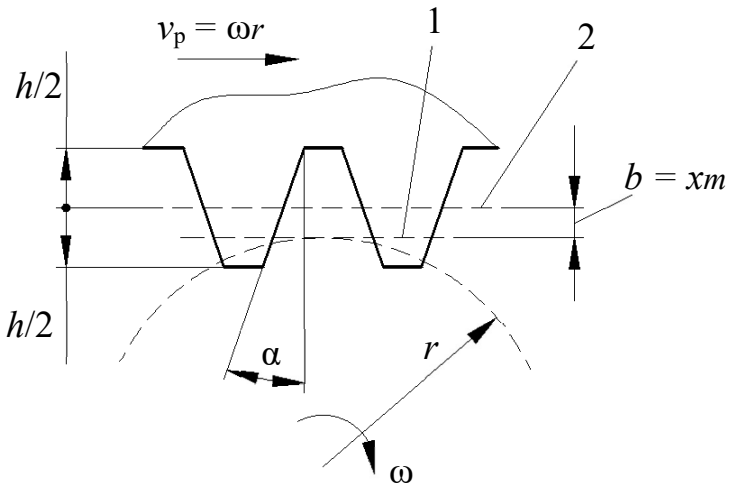


Рис. 76. Корригирование зубчатых колес:
1 – модульная прямая рейка; 2 – начальная прямая рейка;
$v_р$ – скорость рейки

В зависимости от положения рейки по делительной окружности может перекатываться без скольжения либо модульная прямая рейки, либо начальная прямая, отстоящая от модульной прямой на величину смещения b, которое называется *сдвигом* или *коррекцией*, а коэффициент x, равный

$$x = \frac{b}{m}, \tag{8.8}$$

называется *коэффициентом смещения инструмента*. Если инструмент смещён от нарезаемого колеса, то x считается положительным (положительная коррекция), а если к центру колеса, то x считается отрицательным (отрицательная коррекция). При $x = 0$ нарезаемое колесо называется

нормальным (нулевым). Толщина зуба и ширина впадины такого колеса по делительной окружности равны между собой.

При положительной коррекции увеличивается прочность зуба, но уменьшается длина линии зацепления, а следовательно, и коэффициент перекрытия ε_α. При отрицательной коррекции – обратный эффект, т. е. увеличивается плавность и бесшумность работы передачи, но прочность зуба уменьшается.

Зацепление двух зубчатых колёс характеризуется суммарным коэффициентом коррекции $x_\Sigma = x_1 + x_2$, причём возможны три случая:

1) $x_\Sigma = 0$ при $x_1 = x_2 = 0$, когда в зацеплении находятся два нулевых зубчатых колеса (нулевое зацепление);

2) $x_\Sigma = 0$ при $x_1 = -x_2$, когда в зацеплении находятся два корригированных зубчатых колеса, коэффициенты коррекции которых равны по величине и противоположны по знаку (равносмещённое зацепление с высотной коррекцией);

3) $x_\Sigma \neq 0$, когда в зацеплении находятся два корригированных колеса, имеющих:

а) $x_\Sigma > 0$ – положительное неравносмещённое зацепление с угловой коррекцией;

б) $x_\Sigma < 0$ – отрицательное неравносмещённое зацепление с угловой коррекцией.

В первых двух случаях ($x_\Sigma = 0$) делительные окружности совпадают с начальными, угол зацепления α_w равен углу исходного контура рейки α и межосевое расстояние равно

$$a_w = \frac{m(z_1 + z_2)}{2}, \tag{8.9}$$

в отличие от неравносмещённого зацепления, где делительные и начальные окружности не совпадают, $\alpha_w \neq \alpha$, а межосевое расстояние и диаметры начальных окружностей равны

$$a_w = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w};$$

$$d_{w1} = mz_1 \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w}; \qquad (8.10)$$

$$d_{w2} = mz_2 \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w}.$$

8.11. Наименьшее число зубьев зубчатых колёс. Подрезание и заострение зубьев

При нарезании нулевых колёс с малым числом зубьев может возникнуть явление врезания головок зубьев режущего инструмента в ножки зубьев колеса. Это явление называется *подрезанием зуба*. При этом уменьшается его прочность и увеличивается износ рабочей части зуба (рис. 77).

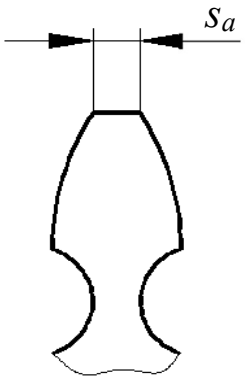


Рис. 77. Подрезание зуба

Согласно свойствам эвольвентного зацепления точки контакта зубьев эвольвентного профиля совпадают с линией *np*, начиная с точки *n* (рис. 78), т. е. высота прямолинейной части головки зуба режущего инструмента (рейки), равная *m*, должна быть меньше отрезка *pf*, иначе часть головки зуба рейки будет контактировать с заготовкой (нарезать её) не по эвольвенте.

Так как $m \le pf$, а размер *pf* равен

$$pf = r\sin^2\alpha = \frac{mz}{2}\sin^2\alpha, \qquad (8.11)$$

то

$$z \ge \frac{2}{\sin^2\alpha}. \qquad (8.12)$$

Подстановка в выражение (8.12) стандартного $\alpha = 20°$ даёт условие отсутствия подреза в виде $z \ge z_{\min} = 17$.

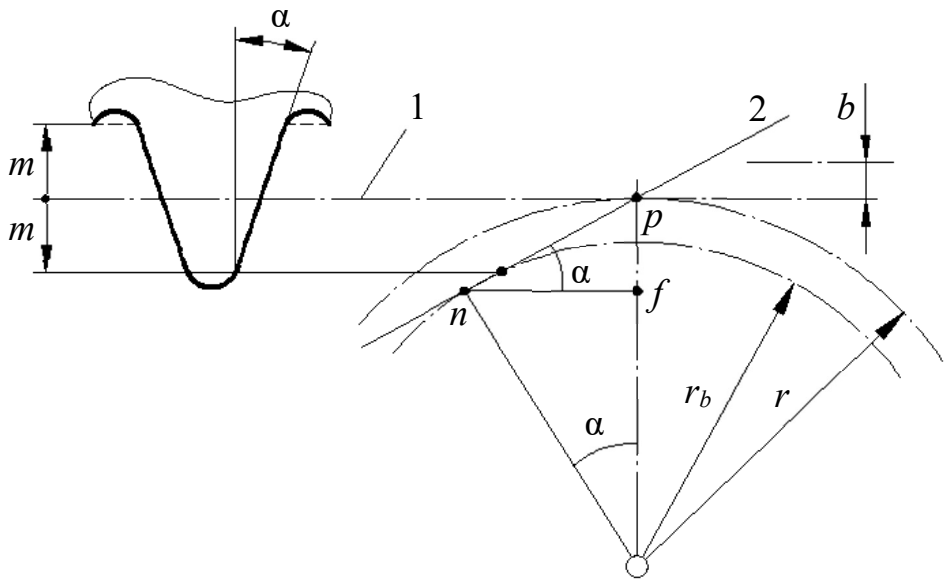


Рис. 78. Условие контакта рейки с заготовкой:
1 – модульная прямая; 2 – линия зацепления

Для исключения подреза при $z < z_{\min}$ необходимо сместить инструмент от центра заготовки (положительная коррекция) так, чтобы

$$m - b \le \frac{mz}{2}\sin^2 \alpha, \tag{8.12}$$

откуда

$$b = mx \ge m - \frac{mz}{2}\sin^2 \alpha. \tag{8.13}$$

С учётом того, что

$$\sin^2 \alpha = \frac{2}{z_{\min}}, \tag{8.14}$$

из формулы (8.13) после преобразований получим нижний предел коэффициента коррекции по условию отсутствия подреза.

$$x_{\min} = \frac{z_{\min} - z}{z_{\min}}. \tag{8.15}$$

Если увеличивать коэффициент x, то толщина зуба s_a у вершины (рис. 77) будет уменьшаться и при некотором $x_{\max}$ наступит заострение зуба ($s_a = 0$). Опасность заострения наиболее велика у колёс с малым числом зубьев ($z < 15$).

Для предотвращения разрушения заострённого зуба коэффициент смещения x назначают с расчётом, чтобы $s_a \geq 0{,}2m$.

8.12. Выбор расчётных коэффициентов смещения для передач внешнего зацепления

При назначении коэффициентов смещения x_1 и x_2 для любой передачи должны выполняться три условия:

1) отсутствие подрезания;

2) отсутствие заострения;

3) непрерывность зацепления.

Первое условие выполняется при $x_i \geq x_{\min i}$ ($x_{\min i}$ определяются из условия отсутствия подреза). Второе и третье условия выполняются при ограничении верхних пределов x_i величинами $x_{\max i}$ с учётом возможности заострения зубьев и уменьшения коэффициента перекрытия ε_α до величины $\varepsilon_\alpha < 1$. Для этого при выборе x_i необходимо чтобы $x_{\min i} \leq x_i \leq x_{\max i}$, где $x_{\max i}$ для каждого из колёс берётся наименьшим из значений, учитывающих заострение зуба и снижения ε_α до величины $\varepsilon_\alpha < 1$.

Внутри указанных диапазонов x назначаются так, чтобы по возможности улучшить качественные показатели передачи (прочность, износостойкость, плавность хода).

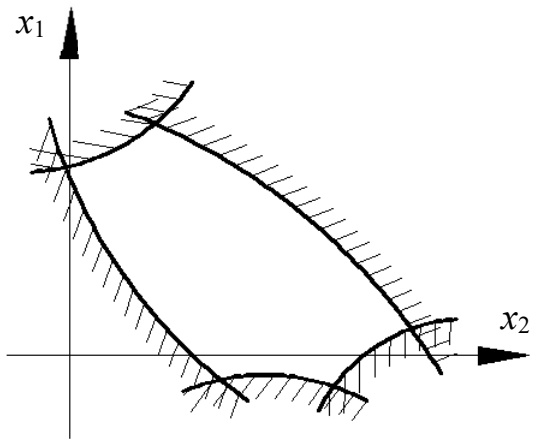


Рис. 79. Блокирующий контур

Для передачи можно построить область допустимых значений коэффициентов смещения в координатах x_1 и x_2, которая называется *блокирующим контуром*. Допустимые значения x_1 и x_2 расположены внутри контура (рис. 79).

Для каждой передачи можно построить свой контур. Такие

блокирующие контуры для различных передач имеются в справочной литературе.

8.13. Цилиндрические колёса с косыми зубьями и их особенности

Образование косозубого колеса можно представить, если взять цилиндрическое прямозубое колесо и сообщить ему крутильную деформацию. При этом угол скручивания, образованный осью колеса и винтовой линией, является углом наклона винтовой линии β.

Цилиндрические колёса с косыми зубьями применяются при передаче вращения между параллельными и перекрещивающимися осями. В передаче с параллельными осями углы β обоих колёс равны по величине и противоположны по направлению при внешнем зацеплении и одинаковы по направлению при внутреннем зацеплении. Угол β (рис. 80, *а*) называется *углом наклона зубьев по делительному цилиндру радиуса r*. С другими соосными цилиндрами, начальным (r_w) и основным (r_b) винтовая поверхность зуба образует, соответственно, углы β_w β_b. Шаг винтовой линии равен

$$p = 2\pi r \operatorname{ctg}\beta = 2\pi r_w \operatorname{ctg}\beta_w = 2\pi r_b \operatorname{ctg}\beta_b. \qquad (8.16)$$

В косозубом колесе различают торцовый m_t, нормальный m_n и осевой m_x модули, причём стандартное значение имеет нормальный модуль m_n, соответствующий размерам зуба, замеренным по нормали $n - n$ к его оси (рис. 80, *б*), что объясняется установкой режущего инструмента. Аналогично различают торцовый p_t, нормальный p_n и осевой p_x шаг. Значения модуля и шага определяются формулами:

$$\begin{aligned} m_t &= \frac{m_n}{\cos\beta} = \frac{m_x}{\operatorname{ctg}\beta}; \\ p_t &= \frac{p_n}{\cos\beta} = \frac{p_x}{\operatorname{ctg}\beta}. \end{aligned} \qquad (8.17)$$

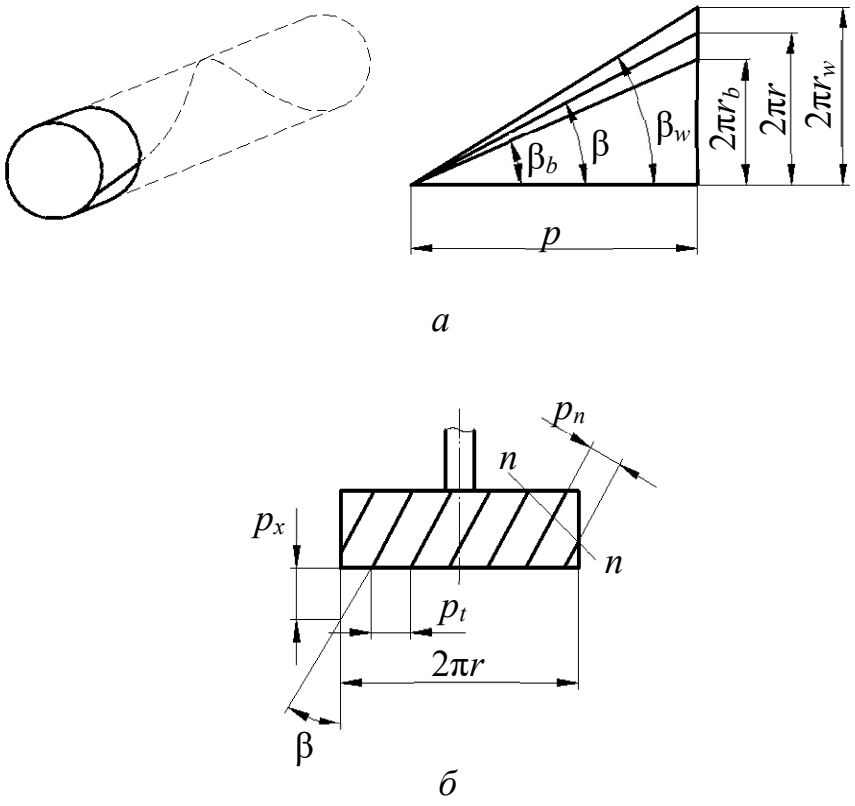


Рис. 80. Особенности цилиндрических колес с косыми зубьями:
а – углы наклона зубьев; *б* – шаги косых зубьев

Большим достоинством зацеплений с косыми зубьями является возможность получения малогабаритных передач. Так, если для прямозубого колеса $z_{\min} = 17$, то для косозубого

$$z_{\min} = 17\cos^3\beta. \qquad (8.18)$$

В экспериментальных конструкциях $z_{\min}$ доводят до трёх и менее зубьев. Кроме того, увеличивается коэффициент перекрытия, доходя до 10 и выше, что также повышает нагрузочную способность и позволяет уменьшить габариты передачи. *Недостатком* косозубой передачи является возникновение дополнительных осевых усилий, нагружающих подшипники.

Этот недостаток устраняется в шевронных передачах.

8.14. Конические зубчатые передачи

Конические передачи являются передачами с пересекающимися осями вращения звеньев. Применяются, главным образом, передачи с углом между осями δ = 90° (ортогональные). Основные параметры аналогичны параметрам цилиндрических колёс (рис. 81), причём делительной окружностью внешнего окружного модуля m_e является внешняя делительная окружность конического колеса диаметром d_e.

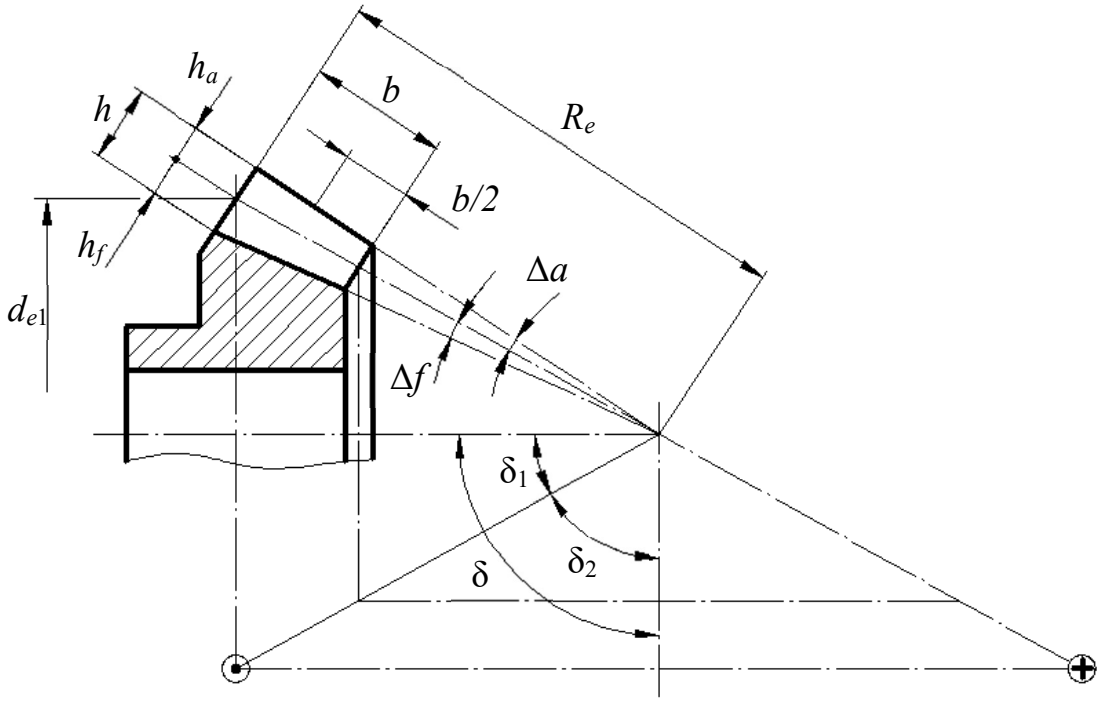


Рис. 81. Основные геометрические параметры конического зубчатого колеса

Через модуль выражаются все остальные размеры. Для расчёта зубьев на изгиб используется величина среднего модуля m_m, замеренного в середине ширины b зубчатого венца. Передаточное отношение равно

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{\sin\delta_2}{\sin\delta_1}, \qquad (8.19)$$

где δ_1, δ_2 – углы делительных конусов колёс 1 и 2 соответственно.

В конических передачах $i(u)$ не имеет знака, а для определения направления вращения изображают векторы абсолютных скоростей точек на начальных конусах в виде кружка с точкой (на зрителя) и крестиком (от зрителя), как показано на рис. 81.

Важным параметром является внешнее конусное расстояние R_e, равное

$$R_e = \frac{d_{e1}}{2\sin\delta_1}. \tag{8.20}$$

8.15. Червячные передачи

Червячные передачи являются передачами со скрещивающимися осями. Угол между осями в плане обычно равен 90°. Принцип их действия аналогичен передаче винт-гайка.

Червяки подразделяются по числу заходов (винтовых линий) на одно- и многозаходные. Число заходов z_1 есть число винтовых линий (витков), по которым расположены зубья. Расстояние между двумя соседними витками называется *шагом p*, а размер h, равный

$$h = z_1 p, \tag{8.21}$$

называется *ходом* винтовой линии.

Угол подъёма винтовой линии γ определяется по формуле

$$\gamma = \operatorname{arctg}\frac{h}{\pi d_1}, \tag{8.22}$$

где d_1 – диаметр делительной окружности червяка (рис. 82, *а*).

За основной параметр червячного зацепления принимается осевой модуль червяка m_s (принято обозначать его m), равный торцевому модулю червячного колеса. Значения m стандартизованы. Кроме того, стандартным параметром является относительный диаметр червяка q

$$q = \frac{m}{d_1}. \tag{8.23}$$

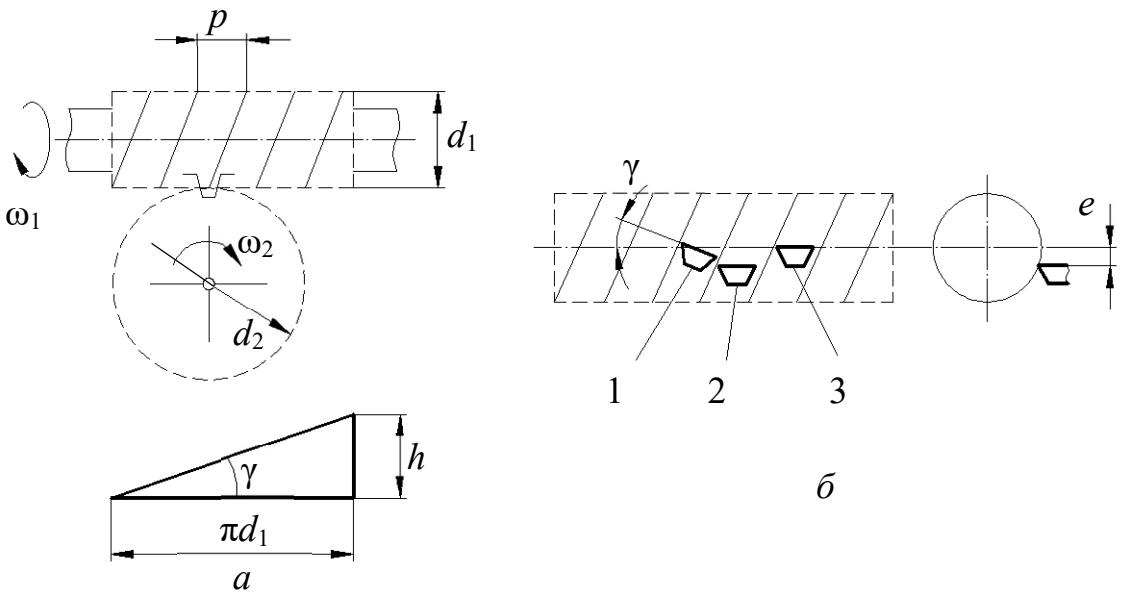


Рис. 82. Геометрические параметры червяка

По форме боковой поверхности резьбы различают конволютный, эвольвентный и архимедов червяки, образуемые при расположении резца трапециевидной формы, как указано на рис. 82, *б*, с режущей кромкой под углом γ наклона винтовой линии (положение 1) или при γ = 0 и смещении $e \neq 0$ (положение 2), а также при $e = 0$ (положение 3). Наименования червяков соответствуют наименованиям кривых, по которым очерчены зубья червяка в сечении, перпендикулярном его оси.

8.16. Кинематический анализ и классификация зубчатых механизмов

8.16.1. Механизмы с неподвижными осями

В практике машиностроения чаще возникает необходимость понижения, реже повышения скорости при передаче движения от входного звена к выходному.

Механизмы для передачи вращения, в которых происходит понижение

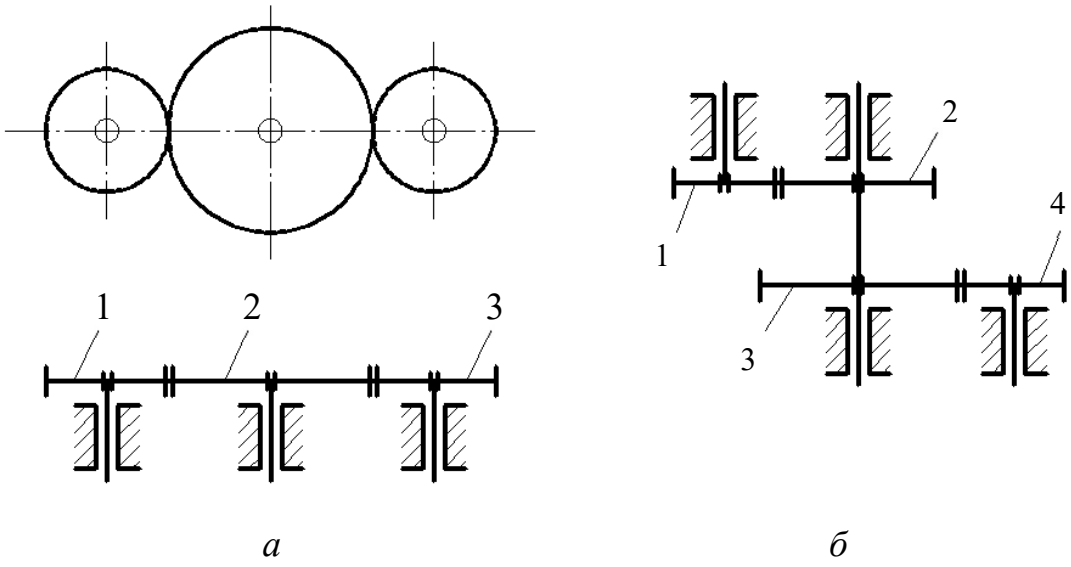
скорости вращения, называются *редукторами*, а механизмы, повышающие эту скорость, называются *мультипликаторами*.

По кинематическому признаку различают:

– механизмы с неподвижными геометрическими осями всех колёс (рядовые);

– механизмы с подвижными геометрическими осями некоторых колёс (эпициклические), которые обладают одной степенью свободы (планетарные) или двумя и более (дифференциальные).

Кроме того, различают одно- и многоступенчатые механизмы. Многоступенчатые состоят из одной или двух и более пар колёс, соединённых последовательно (рис. 83, *а*), параллельно (рис. 83, *б*), или смешанно.



а *б*

Рис. 83. Многоступенчатые механизмы:
а – последовательное соединение; *б* – параллельное соединение

При проектировании механизмов для передачи вращения с заданным значением передаточных отношений и крутящего момента стремятся обеспечить высокий коэффициент полезного действия (кпд), минимальные габариты и вес.

Передаточное отношение одноступенчатого зубчатого редуктора (при отсутствии скольжения) равно

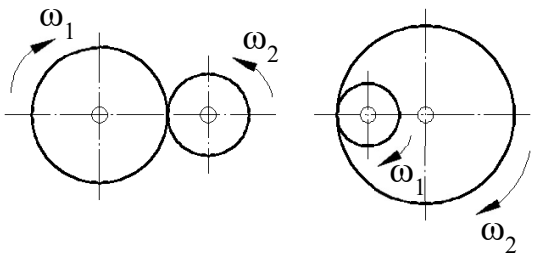
$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm\frac{d_{w2}}{d_{w1}} = \pm\frac{z_2}{z_1}. \qquad (8.24)$$

Для зубчатых понижающих передач принято использовать понятие *передаточное число u*.

Передаточное отношение считается положительным, если оба колеса зубчатой пары вращаются в одну сторону, и отрицательным, если в разные стороны. Обычно положительное передаточное отношение имеет зубчатая передача с внутренним зацеплением (рис. 84, *б*), а отрицательное – с внешним зацеплением (рис. 84, *а*).

В случае многоступенчатого механизма с параллельным соединением колёс (рис. 81, *б*) получим

$$u_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = \frac{\omega_1}{\omega_2}\cdot\frac{\omega_3}{\omega_4} = u_{12}\cdot u_{34}. \qquad (8.25)$$



а *б*

Рис. 84. Направление угловых скоростей: *а* – внешнее зацепление; *б* – внутреннее зацепление

При последовательном соединении колёс (рис. 83, *а*)

$$u_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{\omega_1}{\omega_2}\cdot\frac{\omega_2}{\omega_3}. \qquad (8.26)$$

Таким образом, в общем виде передаточное отношение многоступенчатого механизма равно произведению частных передаточных отношений отдельных ступеней:

$$i_{1k} = i_{12}\cdot i_{23}\cdot\ldots\cdot i_{(k-1)k}, \qquad (8.27)$$

причём промежуточные колёса в механизме с последовательным соединением не влияют на величину передаточного отношения, а служат лишь для изменения направления вращения. Эти промежуточные колёса называются *паразитными*.

Для кинематического анализа механизмов можно использовать графоаналитический метод, наглядно иллюстрирующий характер

распределения линейных скоростей звеньев механизма. Метод основан на использовании линейной зависимости скорости v от радиуса, т. е. $v = \omega r$.

При построении картины, иллюстрирующей характер распределения линейных скоростей, сначала откладываются в выбранном масштабе μ_v известные вектора линейных скоростей точек, закон движения которых задан (рис. 85).

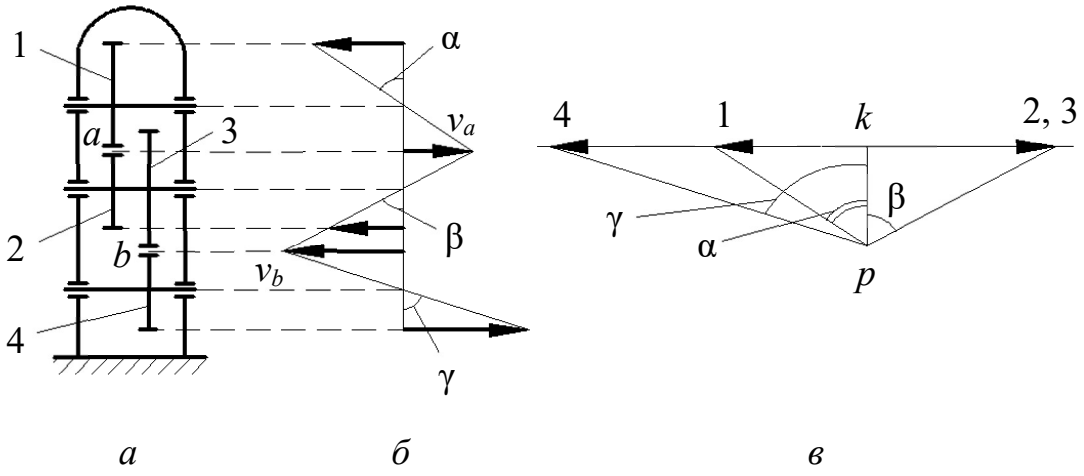


Рис. 85. Планы скоростей:
а – схема редуктора (μ_l); *б* – план линейных скоростей (μ_v);
в – план угловых скоростей (μ_ω), частот вращения (μ_n)

Затем, проводя отрезки через концы векторов известных скоростей, получим план линейных скоростей.

Для определения угловых скоростей (частот вращения) всех звеньев удобно использовать план угловых скоростей (частот вращения), где отрезки $k1$, $k2$, ... соответствуют угловым скоростям (частотам вращения) колёс 1, 2, … При этом схема редуктора вычерчивается в масштабе μ_l, а поскольку отрезки $k1$, $k2$, ... пропорциональны tgα , tgβ ,..., то

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{v}{r} = \omega. \qquad (8.28)$$

Выбор полюсного расстояния pk может быть произвольным.

8.16.2. Эпициклические механизмы

Простейший эпициклический механизм (редуктор Джемса) состоит из центральных колёс 1 и 3 (рис. 86), сателлитного колеса (сателлита) 2 и водила *H*. Если одно из центральных колёс, например, колесо 3 остановить с помощью тормоза Т, то эпициклический механизм превращается в планетарный, где при вращении колеса 1 сателлит 2 обегает неподвижное колесо 3, вращая водило *H* с угловой скоростью ω_H. Степень подвижности такого редуктора равна единице.

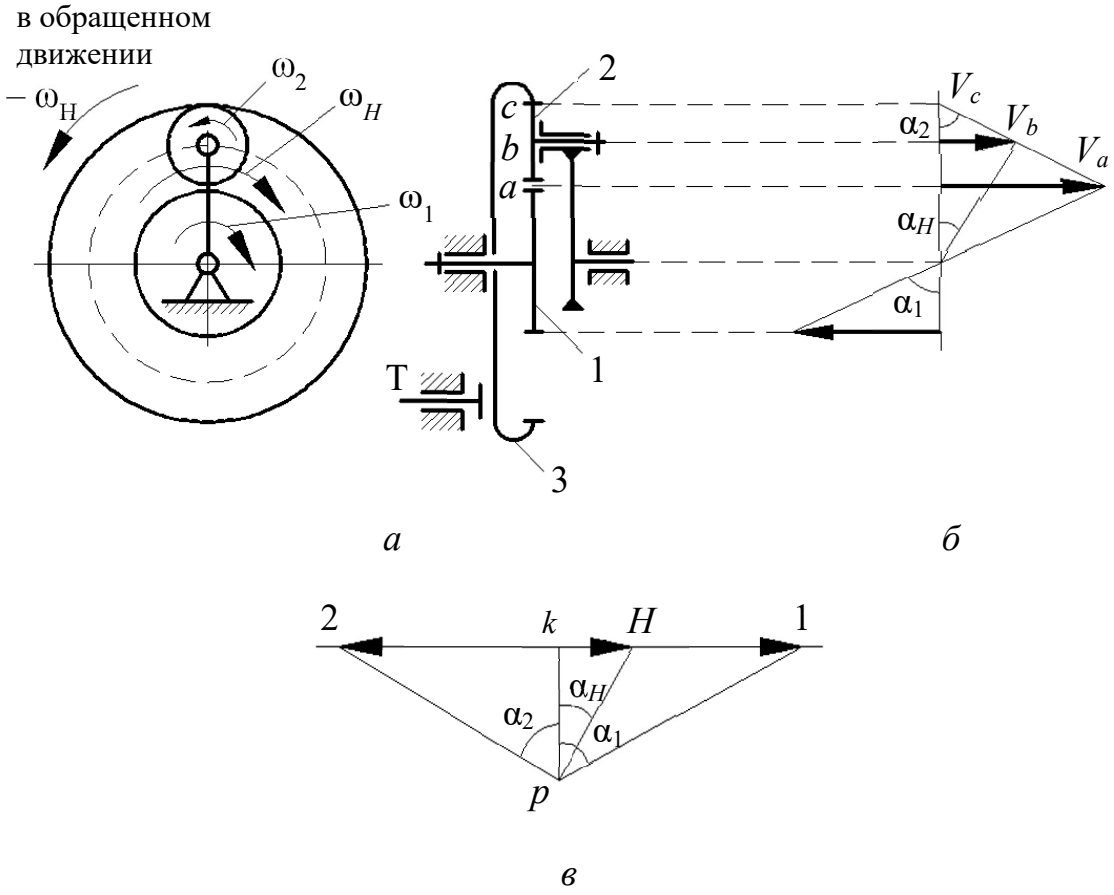


Рис. 86. Эпициклический механизм (редуктор Джемса):
а – схема механизма; *б* – картина скоростей; *в* – план угловых скоростей (частот вращения)

Для планетарного механизма можно построить картину скоростей и план угловых скоростей (частот вращения), используя рассмотренные выше

приёмы. План угловых скоростей можно использовать для приближённого определения передаточного числа планетарного механизма, которое равно

$$i_{1H} = \frac{k1}{kH}. \tag{8.29}$$

Аналитически передаточное число определяется с использованием метода обращения движения, когда механизму в целом сообщается вращение с угловой скоростью, обратной скорости водила (– ω_H). При этом относительное движение звеньев не изменится, а водило H в обращённом движении будет оставаться неподвижным, и планетарный редуктор превращается в рядовой (с неподвижными осями). Если обозначить угловые скорости звеньев в обращённом движении с индексом в круглых скобках, указывающим неподвижное звено, то

$$i_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1^{(H)}}{\omega_3^{(H)}} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H}, \tag{8.30}$$

а поскольку в планетарном механизме $\omega_3 = 0$, то выражение (8.30) принимает вид

$$i_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1^{(H)}}{\omega_3^{(H)}} = -\frac{\omega_1}{\omega_H} + 1 = -i_{1H} + 1. \tag{8.31}$$

С другой стороны, через соотношение чисел зубьев,

$$i_{13}^{(H)} = -\frac{z_3}{z_1}, \tag{8.32}$$

поэтому

$$i_{1H} = 1 - i_{13}^{(H)} = 1 + \frac{z_3}{z_1}. \tag{8.33}$$

Если в эпициклическом механизме (рис. 86) оба центральных колеса совершают вращение, то степень подвижности такого механизма будет равна двум, и он превращается в дифференциальный. Такие механизмы служат:

1) для привода одного рабочего органа от двух или более двигателей (т. е. для сложения движения нескольких ведущих звеньев);

2) для разложения движения одного вала на два и более независимых движений ведомых валов.

Выражение (8.30) называется *формулой Виллиса*, оно позволяет получить любую неизвестную угловую скорость в эпициклическом механизме при заданных остальных скоростях.

Одним из распространённых типов дифференциальных механизмов являются так называемые замкнутые, в которых благодаря дополнительной зубчатой передаче связаны оба центральных колеса (рис. 87).

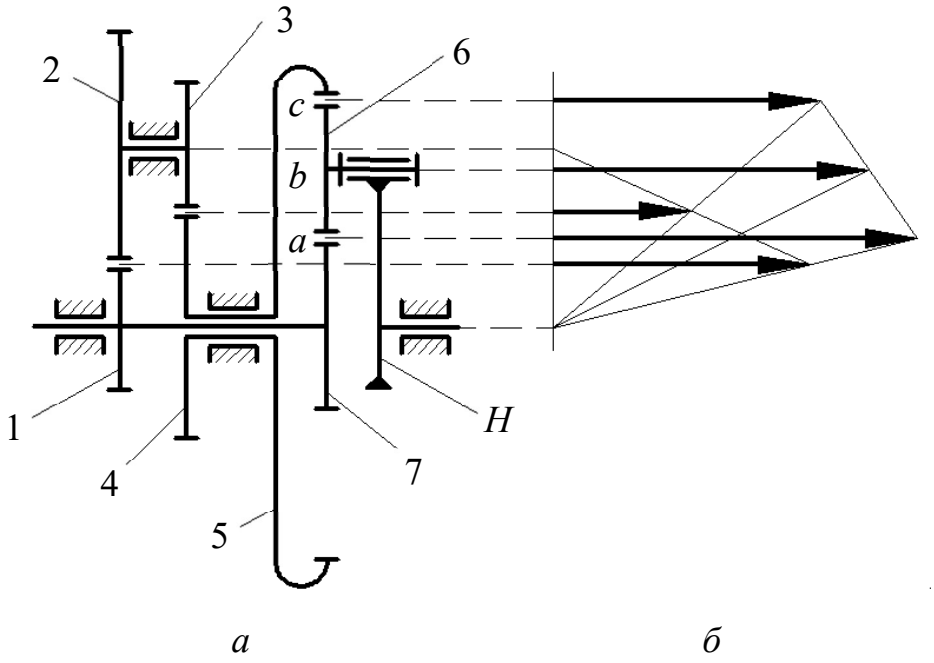


Рис. 87. Замкнутый дифференциальный механизм:
а – схема механизма; *б* – план скоростей

Это позволяет использовать один двигатель для привода механизма. Для определения передаточного отношения используем формулу Виллиса.

Так как

$$i_{75}^{(H)} = -\frac{z_5}{z_7}, \tag{8.34}$$

то

$$-\frac{z_5}{z_7}=\frac{i_{1H}-1}{\frac{\omega_5}{\omega_H}-1}, \tag{8.35}$$

где

$$\frac{\omega_5}{\omega_H}=\frac{\omega_5}{\omega_1}\cdot\frac{\omega_1}{\omega_H}=\left(-\frac{z_3}{z_4}\right)\cdot\left(-\frac{z_1}{z_2}\right)i_{1H}. \tag{8.36}$$

После подстановки выражения (8.36) в (8.35) и преобразований получается:

$$\left(1-i_{1H}\frac{z_3z_1}{z_4z_2}\right)\frac{z_5}{z_7}=i_{1H}-1. \tag{8.37}$$

Выразив из уравнения (8.37) передаточное отношение i_{1H}, получим:

$$i_{1H}=\frac{1+\frac{z_5}{z_7}}{1+\frac{z_1z_2z_5}{z_2z_4z_7}}. \tag{8.38}$$

8.16.3. Эпициклические механизмы с коническими колёсами

Примером дифференциального механизма с коническими колёсами является дифференциал автомобиля (рис. 88).

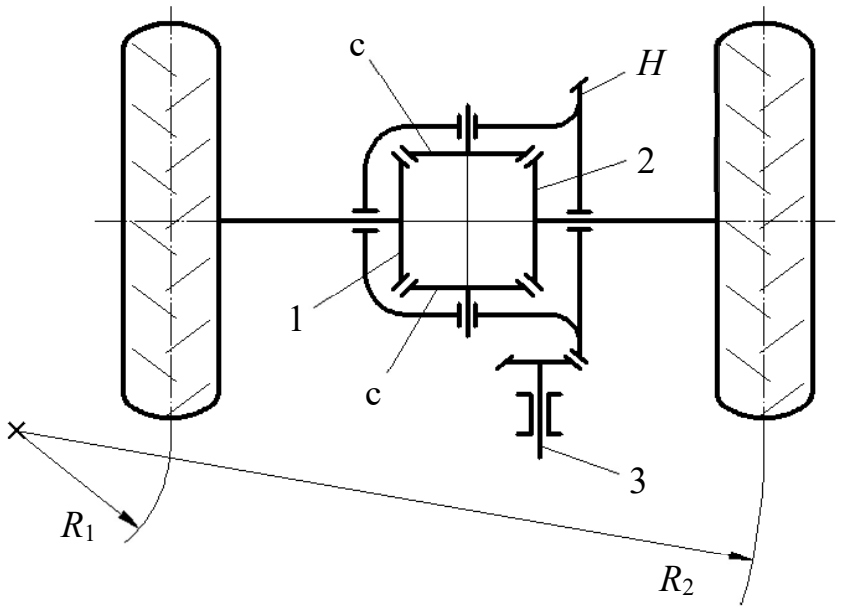


Рис. 88. Дифференциал автомобиля:
1, 2 – конические зубчатые колеса; с – сателлит; *H* – водило; 3 – карданный вал

Согласно формуле Виллиса

$$-\frac{z_2}{z_1}=\frac{\omega_1-\omega_H}{\omega_2-\omega_H}. \qquad (8.39)$$

Числа зубьев $z_2 = z_1$, поэтому

$$\omega_H=\frac{\omega_1+\omega_2}{2}, \qquad (8.40)$$

т.е. при постоянной скорости вращения карданного вала и скорости автомобиля в целом полуоси могут вращаться с различными или с одинаковыми скоростями. Например, на повороте скорости вращения полуосей пропорциональны радиусам поворота R_1 и R_2, а при ровной прямой дороге скорость полуосей одинакова и равна $\omega_1 = \omega_2 = \omega_H$.

8.17. Некоторые вопросы синтеза зубчатых механизмов

8.17.1. Синтез эпициклических механизмов с цилиндрическими колёсами. Условия синтеза

Комплексные задачи синтеза зубчатых механизмов настолько сложны, что в полной постановке с учётом факторов кинематики и динамики они не решены до настоящего времени. Известны решения частных задач как геометрического, так и динамического синтеза зубчатых механизмов, причём эти решения часто носят характер рекомендаций по выбору параметров. Например, выбор передаточных отношений каждой ступени в многоступенчатом зубчатом механизме с общим передаточным отношением, определяемым по формуле (8. 27), рекомендуется осуществлять так, чтобы $i_{12} > i_{23} > ... > i_{(k-1)k}$. Это связано с возрастанием нагрузки по мере уменьшения угловой скорости. Выполнение указанного условия позволяет более равномерно распределить нагрузку между зубчатыми парами.

При заданных передаточных отношениях и известном числе зубьев колёс задача синтеза сводится к определению их параметров. Сначала должен быть выбран материал колёс с учётом назначения передачи, условий работы и

других факторов, затем определяется модуль передачи, позволяющий обеспечить изгибную и контактную прочность зубьев, а затем – все геометрические параметры зубчатых колёс.

Известны решения частных задач подбора чисел зубьев сложных зубчатых механизмов с учётом различных условий, например, геометрического характера.

При проектировании планетарного редуктора с заданным передаточным отношением возникает задача определения чисел зубьев при соблюдении следующих условий:

1) кинематическое условие;

2) условие соосности;

3) условие соседства;

4) условие сборки;

5) условие правильного зацепления.

Физический и математический смысл этих условий разберём на конкретной схеме планетарного механизма с нулевыми эвольвентными цилиндрическими колёсами (рис. 89).

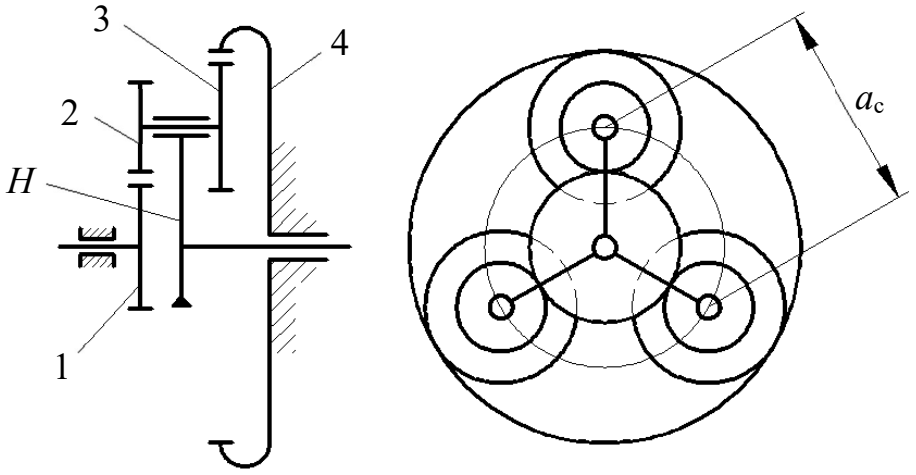


Рис. 89. Планетарный механизм с нулевыми эвольвентными цилиндрическими колесами:
1 – солнечная шестерня; 2, 3 – сателлиты; 4 – неподвижное колесо; *H* – водило

Кинематическое условие обеспечивает заданное передаточное отношение и для данного механизма имеет следующий вид:

$$i_{14}^{(H)} = -\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H}, \tag{8.41}$$

откуда при $\omega_4 = 0$ получим:

$$i_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}. \tag{8.42}$$

Обычно допускается отклонение передаточного отношения в пределах 5% от заданного.

Условие соосности требует, чтобы оси колёс 1 и 4, в данном случае, совпадали для обеспечения зацепления сателлитов с центральными колёсами. Для этого необходимо, чтобы выполнялись следующие соотношения радиусов делительных окружностей и (при равных модулях зубьев всех колёс) чисел зубьев:

$$\begin{aligned} r_1 + r_2 &= r_4 - r_3; \\ z_1 + z_2 &= z_4 - z_3. \end{aligned} \tag{8.43}$$

Условие соседства включает требование совместного размещения нескольких сателлитов по общей окружности так, чтобы они не задевали друг друга своими зубьями. Необходимость выполнения этого условия возникает при числе сателлитов $k > 2$ (увеличение числа сателлитов уменьшает нагрузку на зубья). В этом случае необходимо, чтобы выполнялось неравенство $a_c > 2r_a^c$, где r_a^c - радиус окружности вершин наибольшего сателлита). Так как

$$\begin{aligned} a_{\text{c}} &= 2(r_1 + r_2)\sin\frac{2\pi}{2k} = m(z_1 + z_2)\sin\frac{\pi}{k}; \\ z_a^{\text{c}} &= z_a + h_a m = m\left(\frac{z_{\text{c}}}{2} + 1\right), \end{aligned} \tag{8.44}$$

то

$$\sin\frac{\pi}{k} > \frac{z_{\text{c}} + 2}{z_1 + z_2}, \tag{8.45}$$

где z_{c} – число зубьев наибольшего сателлита (2 или 3).

Условие сборки учитывает необходимость одновременного зацепления

всех сателлитов с центральными колёсами, т.е. установив первый сателлит и повернув водило на угол $\frac{2\pi}{k}$ рад, необходимо в то же самое место установить следующий сателлит. Это может быть осуществлено, если зубья колёс второго блока сателлитов окажутся точно против впадин зубьев центральных колёс. Иначе сборку осуществить невозможно. Для формирования условия примем, что оба колеса всех k блоков сателлитов имеют одинаковую ориентацию зубьев друг относительно друга. После установки первого сателлита на ось водило должно быть повёрнуто на угол $\frac{2\pi}{k}$, при этом колесо 1 необходимо повернуть на угол

$$\varphi_1 = i_{1H}\frac{2\pi}{k}. \tag{8.46}$$

С другой стороны, угол φ_1 поворота колеса 1 должен быть кратным его угловому шагу зубьев $\frac{2\pi}{z_1}$, в противном случае при повороте на угол φ_1 положение зубьев колеса 1 изменится и второй сателлит вставить будет невозможно. Таким образом,

$$\varphi_1 = q\frac{2\pi}{z_1}, \tag{8.47}$$

где q –целое число).

Таким образом,

$$\begin{gathered} q\frac{2\pi}{z_1} = i_{1H}\frac{2\pi}{k}; \\ q = i_{1H}\frac{z_1}{k}. \end{gathered} \tag{8.48}$$

Условие правильного зацепления включает условие отсутствия подреза у колёс с внешним зубчатым венцом и условие отсутствия заедания (интерференции) во внутреннем зацеплении. Эти условия имеют вид:

$$z_i \geq z_{\min}, \tag{8.49}$$

где $z_{\min}$ = 17 для колёс с внешним зацеплением; $z_{\min}$ = 85 для колёс с внутренним зацеплением без смещения исходного контура; $z_{\min}$ = 20 – то же со смещением исходного контура.

8.17.2. Методы синтеза эпициклических механизмов

Задача подбора чисел зубьев колёс для эпициклического механизма в общей постановке является оптимизационной ввиду множества возможных решений. Её можно считать типичной задачей дискретного нелинейного программирования, если за критерий оптимальности принять габариты или вес механизма, а ограничениями на целочисленные параметры z_1, z_2,… будут условия (8.43), (8.45), (8.48), (8.49).

Такую задачу можно решать различными методами, например, численными методами направленного перебора, когда варьируются z_1, z_2,… с целью минимизации габаритов или веса при соблюдении ограничений. Такая задача может быть решена с помощью ЭВМ.

Применяются упрощённые методы, позволяющие найти одно из конструктивно допустимых решений. Один из таких методов – метод сомножителей.

Представим числа зубьев в виде нескольких сомножителей:

$$\begin{aligned} z_1 &= \alpha \cdot A \cdot t; \\ z_2 &= \alpha \cdot B \cdot t; \\ z_3 &= \beta \cdot C \cdot t; \\ z_4 &= \beta \cdot D \cdot t. \end{aligned} \tag{8.50}$$

Из условия (8.45)

$$\alpha(A + B) = \beta(D - C)\,. \tag{8.51}$$

Это уравнение превращается в тождество при:

$$\begin{aligned} \alpha &= D - C; \\ \beta &= A + B. \end{aligned} \tag{8.52}$$

Тогда:

$$\begin{aligned} z_1 &= A \cdot t \cdot (D - C); \\ z_2 &= B \cdot t \cdot (D - C); \\ z_3 &= C \cdot t \cdot (A + B); \\ z_4 &= D \cdot t \cdot (A + B). \end{aligned} \tag{8.53}$$

Подставив эти выражения в условие (8.43), получим:

$$\frac{B}{A} \cdot \frac{D}{C} = i_{1H} - 1. \tag{8.54}$$

Таким образом, величину $(i_{1H} - 1)$ можно представить в виде нескольких сомножителей (A, B, C, D). Далее определяются значения t, обеспечивающие выполнение условий сборки и правильного зацепления и выбирается одно из этих значений. Например, из условия сборки (8.48)

$$q = t \frac{A(D - C)}{k} i_{1H} \tag{8.55}$$

выбираются значения t, обеспечивающие целочисленность q. После этого можно определить числа зубьев.

9. ТРЕНИЕ В КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАХ

9.1. Виды трения

Когда одно тело соприкасается с другим, то независимо от их физического состояния (твёрдое, жидкое, газообразное) возникает явление, называемое *трением*. В зависимости от характера относительного движения тел различают *трение скольжения* и *трение качения*. Сила, препятствующая относительному движению контактирующих тел, называется *силой трения*. Вектор этой силы лежит в плоскости, касательной к поверхности тел в зоне их контакта.

Сила трения скольжения уменьшается, если соприкасающиеся тела смазаны специальными смазочными материалами, причём, если материал – жидкость, полностью разделяющая контактирующие поверхности, то трение называется *жидкостным*. При совершенном отсутствии смазки имеет место *сухое трение*.

Если смазывающая жидкость не полностью разделяет трущиеся поверхности, то трение называется *полужидкостным* или *полусухим* в зависимости от того, какой из двух видов трения преобладает.

Применяемые смазки делятся на несколько видов: *твёрдые*, *жидкие*, *газовые*; при этом смазка может быть: *гидро-* или *газостатической*, когда она поступает под давлением в зазор между трущимися телами, а также *гидро-* или *газодинамической*, когда она разделяет трущиеся поверхности в результате давления, возникающего в слое жидкости при относительном движении тел.

Сцепление и трение широко используется в современной технике. Благодаря сцеплению движутся различные транспортные средства. Принцип действия фрикционной, ременной и других передач основан на использовании трения. Распространение получила также сварка трением.

Вместе с тем трение отрицательно сказывается там, где оно вызывает потери энергии.

9.2. Трение скольжения в поступательных парах

Сила трения на поверхности соприкосновения двух звеньев направлена в сторону, противоположную скорости относительного движения и приближённо может быть определена по формуле Кулона

$$F_{\text{тр}} = F_n f, \tag{9.1}$$

где F_n – сила реакции, нормальная к поверхности контакта; f – коэффициент трения скольжения (величина, постоянная в определённом диапазоне скоростей и удельных давлений).

Коэффициент трения зависит от многих факторов (чистоты поверхности, наличия и качества смазки, материала тел и др.) и определяется экспериментально.

Сила трения покоя (сила сцепления), т.е. сила, которую надо преодолеть, чтобы тело привести в движение, обычно больше силы трения скольжения, поэтому различают коэффициент сцепления f_0 и коэффициент трения скольжения f.

Сила трения возникает как результат действия внешних сил F, поэтому она является реактивной силой, в результате действия которой суммарная реакция F_Σ отклоняется на угол ρ от нормали к трущимся поверхностям (рис. 90, *а*).

При этом

$$f = \frac{F_{\text{тр}}}{F_n} = \operatorname{tg}\rho. \tag{9.2}$$

Угол ρ называется *углом трения скольжения*.

Если построить конус с углом при вершине 2ρ (рис. 90, *б*), то получим *конус трения*. Движение возможно при $F_t \geq F_{\text{тр}}$, или при

$$\begin{gathered} F_n \operatorname{tg}\lambda \geq F_n \operatorname{tg}\rho; \\ \lambda \geq \rho, \end{gathered} \tag{9.3}$$

где λ – угол между линиями действия сил F и F_n (рис. 90, *а*).

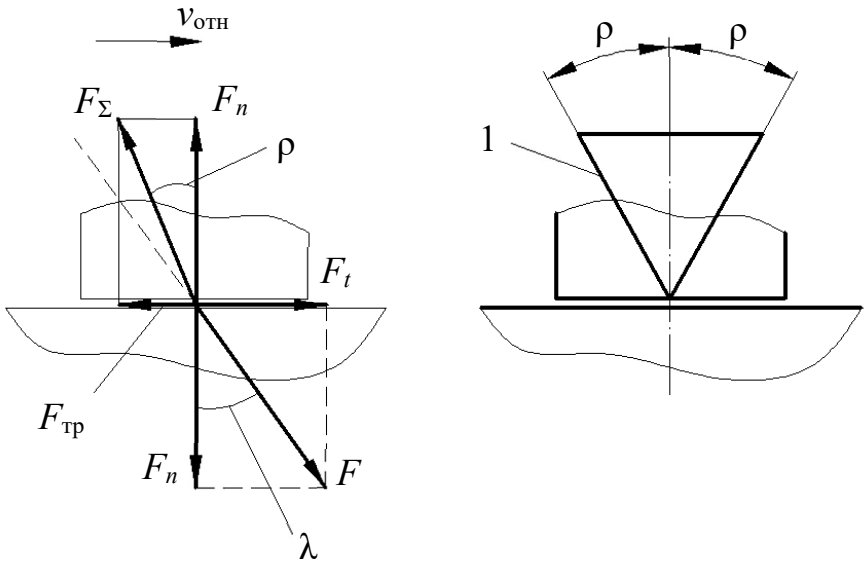


Рис. 90. Трение скольжения в поступательных парах:
а – силы в точке контакта; *б* – конус трения (позиция 1)

Если λ = ρ, то движение происходит с постоянной скоростью: $v_{отн} = const$.

Мощность, затрачиваемая на трение скольжения, равна:

$$P_{тр} = F_{тр} v_{отн} = F_n f (v_1 \pm v_2), \tag{9.4}$$

где v_1, v_2 – скорости тела и опорной поверхности соответственно; знак «+» – при противоположно направленном движении; знак «–» – при однонаправленном движении.

9.3. Трение скольжения во вращательных парах

Вращательные кинематические пары, образуемые цапфами валов и их опорами, широко распространены в машиностроении. *Цапфами* называются части валов и осей, посредством которых они опираются на подшипники. Трение цапф в подшипниках удобно оценивать величиной момента сил трения скольжения относительно оси вращения (рис. 91):

$$M_{тр} = F_{тр} r = F_n f r = F_\Sigma r_{тр}, \tag{9.5}$$

где F_Σ – полная реакция; $r_{тр}$ – радиус круга трения, равный:

$$r_{тр} = r\sin\rho \approx r\mathrm{tg}\rho \approx fr. \tag{9.6}$$

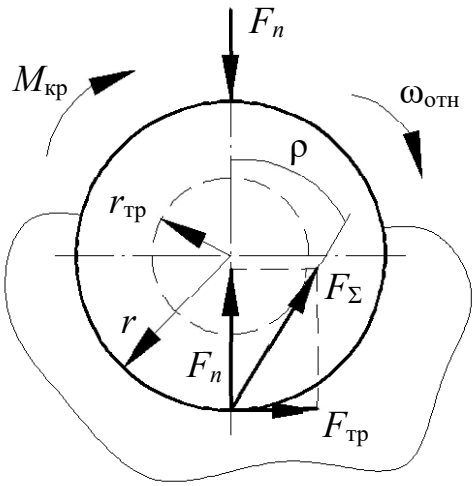


Рис. 91. Трение скольжения во вращательной паре

Мощность, затрачиваемая на трение, равна:

$$P_{тр} = M_{тр}\omega_{отн} = M_{тр}(\omega_1 \pm \omega_2), \tag{9.7}$$

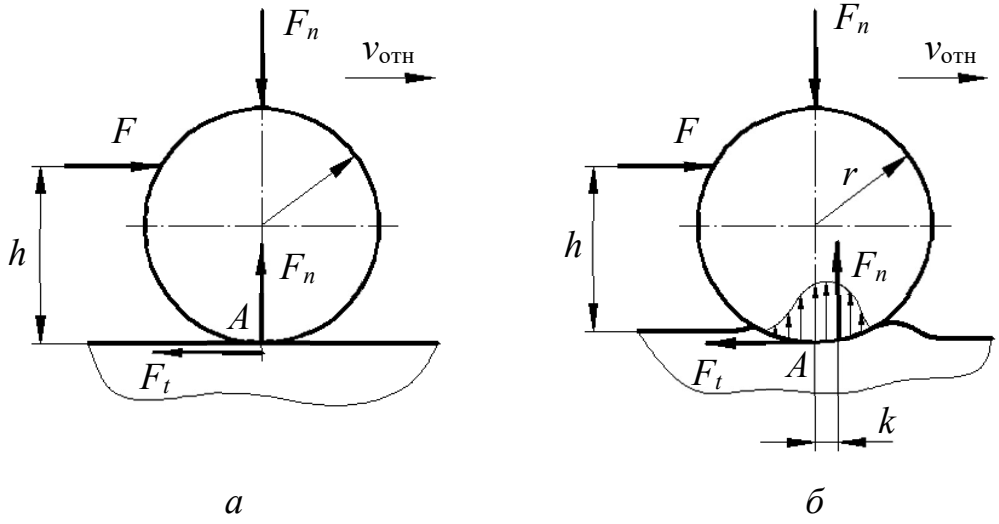
где ω_1, ω_2 – угловые скорости цапфы и опорной поверхности соответственно; знак плюс – при противоположно направленном вращении; знак минус – при однонаправленном вращении.

9.4. Трение качения

В случаях идеально твёрдых тел, одно из которых катится по поверхности другого, соприкосновение их происходит по линии или в точке и сопротивление качению отсутствует, так как линии действия сил F_n совпадают (рис. 92, *а*) и сумма моментов относительно точки A равна

$$\Sigma M_A = Fh. \tag{9.8}$$

В действительности соприкосновение происходит не по линии, а по поверхности вследствие деформаций (рис. 92, *б*) и сумма моментов ΣM_A равна:



а *б*

Рис. 92. Трение качения:
а – идеально твердые тела; *б* – реальные тела

$$\Sigma M_A = Fh - F_n k, \tag{9.9}$$

где h, k – плечи сил F и F_n.

При $v_{отн} = const$ и $F_t = F$ получим

$$Fh - F_n k = 0;$$

$$k = h\frac{F}{F_n}. \tag{9.10}$$

Плечо k называется *коэффициентом трения качения* и измеряется в единицах длины. Часто используется величина

$$f_к = \frac{k}{r}, \tag{9.11}$$

называемая *приведённым коэффициентом трения качения*. При этом сила трения качения $F_{тр}^{к}$ по аналогии с силой трения скольжения может быть представлена в виде

$$F_{тр}^{к} = F_n f_к = F_n \frac{k}{r} = \frac{M_{тр}}{r}. \tag{9.12}$$

Мощность, затрачиваемая на трение, равна:

$$P_{тр} = F_{тр}^{к} v_{отн}, \tag{9.13}$$

где $v_{отн}$ – скорость центра катка.

Для подшипников качения затраты мощности на преодоление трения равны

$$P_{тр} = M_{тр}\omega_{отн} = F_n f_к(\omega_1 \pm \omega_2)\frac{d}{2}, \qquad (9.14)$$

где d – диаметр внутреннего кольца подшипника.

Принимается $f_к$ = 0,003 для шарикоподшипников; $f_к$ = 0,005 для роликоподшипников.

9.5. Особенности учёта сил трения при силовом расчёте рычажных механизмов

Для учёта сил трения в кинематических парах рычажных механизмов при определении $F_{ур}$ или $M_{ур}$ используется метод приведения сил трения, позволяющий определять уточнённые значения $F^*_{ур}(M^*_{ур})$ без повторного силового расчёта с учётом трения по формуле:

$$M^*_{ур} = M_{ур} + M^{тр}_{пр}, \qquad (9.15)$$

где $M_{ур}$ – уравновешивающий момент, вычисленный без учёта трения; $M^{тр}_{пр}$ – момент трения, приведённый к вращающемуся с угловой скоростью $\omega_в$ входному звену, и равный

$$M^{тр}_{пр} = \frac{\Sigma P^{тр}_i}{\omega_в}, \qquad (9.16)$$

где $\Sigma P^{тр}_i$ – суммарная мощность сил трения в кинематических парах.

Для определения реакций в кинематических парах с учётом трения обычно используется метод последовательных приближений, когда по найденным без учёта трения реакциям определяются силы и моменты трения в кинематических парах. Затем эти силы прикладываются как внешние и производится перерасчёт реакций в установленном порядке. Обычно достаточно одного перерасчёта (итерации).

9.6. Коэффициент полезного действия (КПД) машины

Энергия, потребляемая машиной, расходуется на преодоление полезных и вредных сопротивлений. Полезные –это сопротивления, для преодоления которых машина предназначается. Вредные –это сопротивления, преодоление которых не даёт производственного эффекта.

Механическим КПД (η) называется отношение полезной работы $A_{пл}$ или мощности $P_{пл}$ к затраченной $A_{зт}(P_{зт})$. Потери механической энергии в разного рода устройствах состоят главным образом из потерь на трение:

$$\eta = \frac{A_{пл}}{A_{зт}} = \frac{P_{пл}}{P_{зт}} = \frac{A_{зт} - A_{тр}}{A_{зт}} = \frac{P_{зт} - P_{тр}}{P_{зт}} = 1 - \xi_{п}, \qquad (9.17)$$

где $\xi_{п} = \frac{A_{тр}}{A_{зт}} = \frac{P_{тр}}{P_{зт}}$ – коэффициент потерь.

При холостом ходе машины $\eta = 0$, но могут быть случаи когда $\eta < 0$, что означает невозможность совершать движение из-за явления, называемого *самоторможением*. Например, червячный редуктор не может совершать вращение со стороны червячного колеса.

Рассмотрим машину как совокупность n элементов, соединённых различным образом между собой.

1. Элементы соединены последовательно и КПД каждого из них η_i известен (рис. 93, *а*). Тогда

$$\begin{aligned} A_2 &= A_1\eta_1; \\ A_3 &= A_2\eta_2 = A_2\eta_1\eta_2; \\ &\vdots \\ A_{n+1} &= A_1\eta_1\eta_2...\eta_n, \end{aligned} \qquad (9.18)$$

т. е. общий КПД всей цепи равен

$$\eta_{\Sigma} = \frac{A_{n+1}}{A_1} = \eta_1\eta_2...\eta_n = \prod_{i=1}^{n}\eta_i. \qquad (9.19)$$

Поэтому следует стремиться к созданию простых конструкций с малым числом элементов.

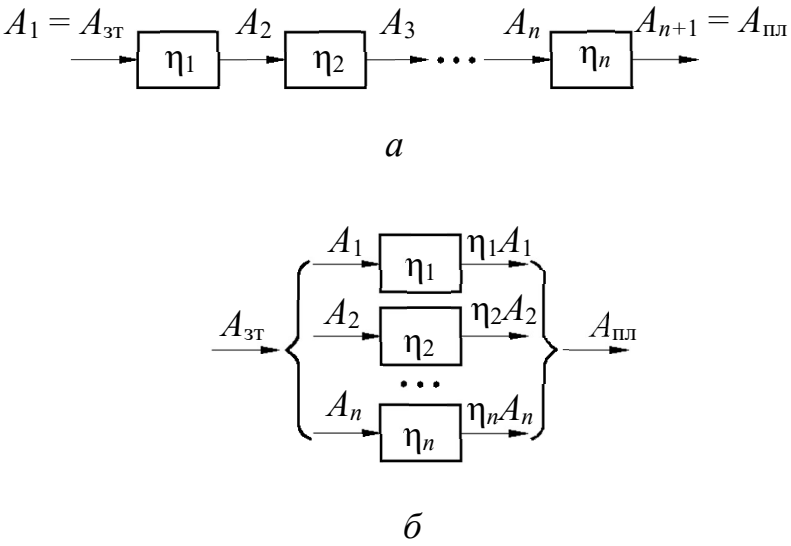


Рис. 93. Машина как совокупность элементов:
а – элементы соединены последовательно; *б* – элементы соединены параллельно

2. Элементы соединены параллельно (рис. 93, *б*). Тогда

$$\eta_{\Sigma} = \frac{\eta_1 A_1 + \eta_2 A_2 + \ldots + \eta_n A_n}{A_1 + A_2 + \ldots + A_n} = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \eta_i, \qquad (9.20)$$

где $\alpha_i = \dfrac{A_i}{A_{зт}}$ – коэффициент распределения энергии.

При $\eta_1 = \eta_2 = \ldots = \eta_n$ получим $\eta_{\Sigma} = \eta_i$, следовательно, низкое качество отдельных элементов меньше влияет на общий КПД машины, чем при последовательном соединении.

Сложные механизмы могут образовывать разветвлённую систему, состоящую из последовательного и параллельного соединённых более простых механизмов, где КПД определяется согласно указанным выше правилам.

Так как любой механизм представляет собой кинематическую цепь с последовательно и параллельно соединёнными в кинематических парах

звеньями, то общий КПД механизма вычисляется аналогично при известных КПД кинематических пар.

Например, необходимо определить η_Σ механизма с низшими парами, изображённого на рис. 94.

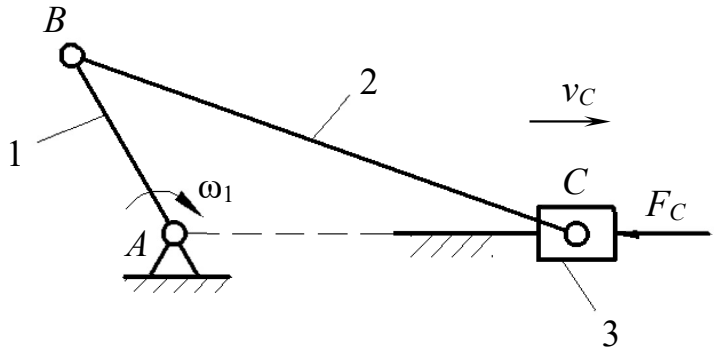


Рис. 94. Схема рычажного механизма

Мощность сил полезного сопротивления

$$P_{\text{пл}} = F_C v_C, \tag{9.21}$$

где v_C – скорость точки C; F_C – сила полезного сопротивления.

Затраченная мощность

$$P_{\text{зт}} = P_{\text{пл}} + \sum_{i=1}^{4} P_i^{\text{тр}}. \tag{9.22}$$

В формуле (9.22) мощность, затраченная на трение в кинематических парах, равна:

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{4} P_i^{\text{тр}} = P_A^{\text{тр}} + P_B^{\text{тр}} + P_C^{\text{тр}} + P_{30}^{\text{тр}};\\
&P_A^{\text{тр}} = F_{01} f_A \frac{d_A}{2}\omega_1;\\
&P_B^{\text{тр}} = F_{12} f_B \frac{d_B}{2}(\omega_1 \pm \omega_2);\\
&P_C^{\text{тр}} = F_{23} f_C \frac{d_C}{2}\omega_2;\\
&P_{30}^{\text{тр}} = F_{30} f_{30} v_C,
\end{aligned} \tag{9.23}$$

где $P_A^{\text{тр}}, P_B^{\text{тр}}, P_C^{\text{тр}}$ – затраты мощности на трение в шарнирах; $P_{30}^{\text{тр}}$ – затраты мощности на трение в поступательной паре; f_A, f_B, f_C – коэффициенты трения в шарнирах; f_{30} – коэффициент трения в поступательной паре; d_A, d_B, d_C – диаметры шарниров; ω_1, ω_2 – угловые скорости звеньев.

Мгновенный КПД, который является функцией положения звена 1, равен

$$\eta_{\Sigma} = \frac{P_{\text{пл}}}{P_{\text{зт}}}. \qquad (9.24)$$

10. УРАВНОВЕШИВАНИЕ МАСС В МЕХАНИЗМАХ

10.1. Действие сил на фундамент. Условия уравновешивания

В общем случае в кинематических парах механизмов и машин возникают динамические усилия, переменные по величине и направлению. Через стойку они передаются на фундамент, вызывая дополнительные напряжения в отдельных звеньях, вибрацию и ухудшение условий работы. Чтобы этого избежать, необходимо рационально подобрать и расположить массы звеньев с условием полного или частичного гашения динамических усилий. Эта задача решается при уравновешивании.

Основными динамическими составляющими при работе любого механизма являются силы инерции, которые, как правило, переменны по величине и направлению. Это характерно и для случаев, когда входное звено вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_1 = const$ (см. рис. 94). Все силы и моменты сил инерции можно привести к главному вектору $\overline{F}_{и\Sigma}$ и моменту $\overline{M}_{и\Sigma}$ относительно выбранной точки (точки приведения):

$$\begin{aligned} \overline{F}_{и\Sigma} &= \Sigma \overline{F}_{иi}; \\ \overline{M}_{и\Sigma} &= \Sigma \overline{M}_{иi} + \Sigma \overline{F_{иi} h_{F_{иi}}}, \end{aligned} \qquad (10.1)$$

где $\overline{F}_{иi}, \overline{M}_{иi}$ – сила инерции и момент сил инерции i-го звена; $h_{F_{иi}}$ – плечо силы инерции относительно точки приведения.

Полностью уравновешенным считается механизм, в котором $F_{и\Sigma} = 0$ и $M_{и\Sigma} = 0$, т. е. сила давления стойки на фундамент остаётся постоянной при движении звеньев.

Из теоретической механики известно, что

$$\overline{F}_{и\Sigma} = -m_{\Sigma} \overline{a}_s, \qquad (10.2)$$

где m_{Σ} – масса всех подвижных звеньев; a_s – ускорение центра масс системы.

Следовательно, для выполнения условия $F_{и\Sigma} = 0$ необходимо, чтобы ускорение $a_s = 0$.

Это равносильно требованию постоянства положения центра масс механизма относительно стойки. Такое уравновешивание называется *статическим* или *уравновешиванием первого рода*. В этом случае используется метод заменяющих (сосредоточенных) масс, обладающих массой, центром масс и моментом инерции J_S заменяемого твёрдого тела (звена) с распределённой массой. Если поместить начало системы координат в центр масс системы, то условия эквивалентности заменяемой и заменяющих масс запишутся так:

$$\begin{aligned} &\Sigma m_i = m_\Sigma; \\ &\Sigma m_i x_i = 0; \\ &\Sigma m_i y_i = 0; \\ &\Sigma m_i (x_i^2 + y_i^2) = J_S, \end{aligned} \qquad (10.3)$$

где m_i – масса i-го звена; x_i, y_i – координаты центра тяжести i-го звена.

Таким образом, в общем случае плоского звена необходимы четыре заменяющих массы. В частных случаях число заменяющих масс может быть сведено к двум. Например, для звена AB (рис. 95) можно ограничиться частичной заменой его массы m двумя массами m_1 и m_2, учитывая условия:

$$\begin{aligned} &m_1 + m_2 = m; \\ &m_1 l_1 - m_2 l_2 = 0. \end{aligned} \qquad (10.4)$$

Отсюда следует, что

$$\begin{aligned} m_1 &= m\frac{l_2}{l}; \\ m_2 &= m\frac{l_1}{l}. \end{aligned} \qquad (10.5)$$

Для полного уравновешивания механизма необходимо выполнение обоих условий: $F_{и\Sigma} = 0$; $M_{и\Sigma} = 0$, причём выполнение условия $M_{и\Sigma} = 0$ решается

при моментном (динамическом) уравновешивании, которое называется *уравновешиванием второго рода*.

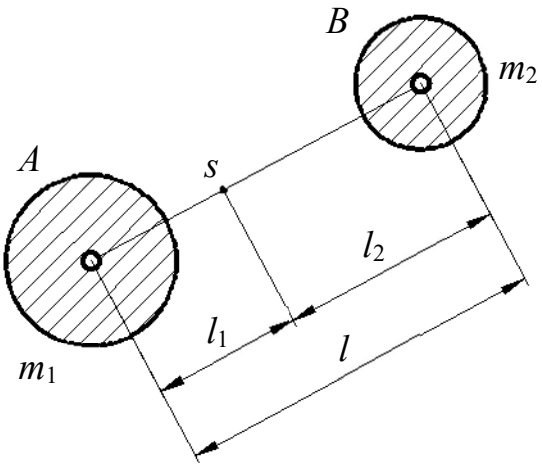
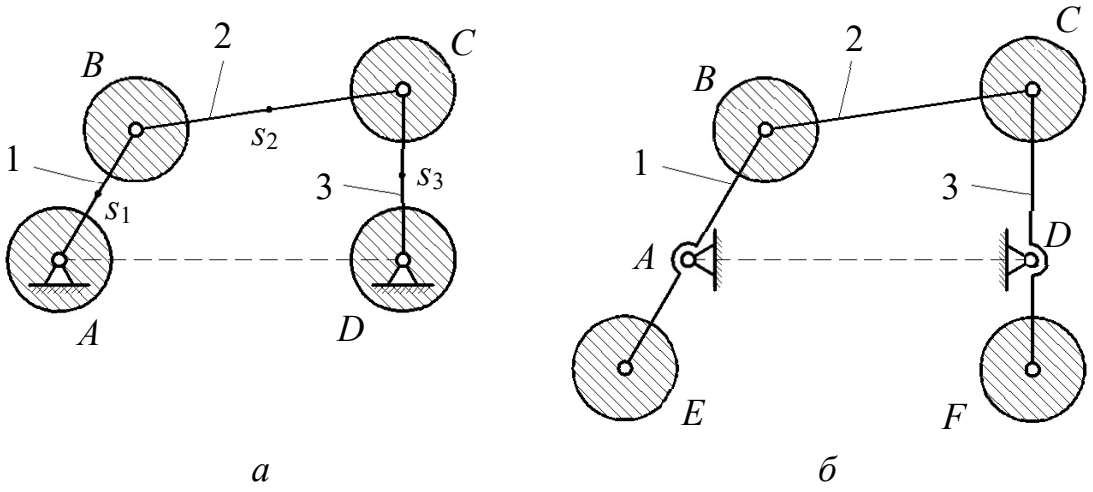


Рис. 95. Звено *AB*

10.2. Уравновешивание с помощью противовесов на звеньях механизма

Рассмотрим последовательность статического уравновешивания на примере четырёхшарнирного механизма (рис. 96, *а*). Заменяем массы звеньев 1, 2, 3 сосредоточенными массами в точках *A*, *B*, *C*, *D*, причём в силу неподвижности точек *A* и *D*, массы, сосредоточенные в этих точках, можно не учитывать.



а *б*

Рис. 96. Статическое уравновешивание механизма:
а – схема механизма; *б* – статически уравновешенный механизм

Приведённые массы в точках B и C равны:

$$m_B = m_{B_1} + m_{B_2} = m_1 \frac{l_{AS_1}}{l_{AB}} + m_2 \frac{l_{CS_2}}{l_{BC}};$$
$$m_C = m_{C_2} + m_{C_3} = m_2 \frac{l_{BS_2}}{l_{BC}} + m_3 \frac{l_{DS_3}}{l_{CD}}. \qquad (10.6)$$

Так как заменяющие массы m_B и m_C совершают вращательное движение, то для уравновешивания сил инерции необходимы противовесы с массами m_E и m_F, определяемыми из следующих условий (рис. 96, *б*):

$$m_E l_{AE} = m_B l_{AB};$$
$$m_F l_{DF} = m_C l_{DC}, \qquad (10.7)$$

где, задавая длины противовесов, можно получить их массы и наоборот.

Рассмотрим моментное уравновешивание на примере четырёхшарнирного механизма. Его приближённое моментное уравновешивание можно осуществить после статического уравновешивания, введя в схему механизма два одинаковых дополнительных противовеса m_M (рис. 97), соединённых с зубчатыми колёсами *a* и *b*. Колесо *a* жёстко связано с кривошипом 1 и вращается с угловой скоростью ω_1, а равное ему колесо *b* вращается с той же угловой скоростью ω_1, но угловые координаты противовесов отличаются на 180°, поэтому момент пары сил инерции от противовесов m_M равен

$$M_{иM} = F_{иM} h_M. \qquad (10.8)$$

Подбирая положение точки E, можно обеспечить направление $M_{иM}$, противоположное направлению $M_{и\Sigma}$, а массу противовесов m_M определяют из условия $M_{и\Sigma} = M_{иM}$.

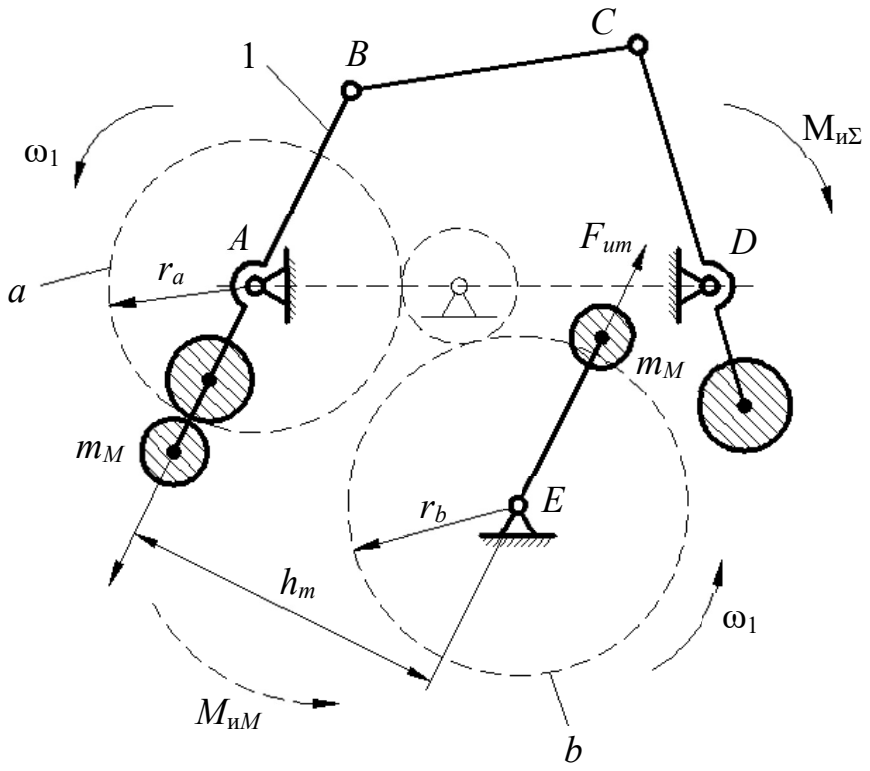


Рис. 97. Моментное уравновешивание механизма

10.3. Уравновешивание вращающихся масс (роторов)

Ротором в теории балансировки называется любое вращающееся тело. В связи с появлением быстроходных машин возникла проблема уравновешивания быстровращающихся деталей. Так, например, скорость некоторых турбин, валов гироскопов, суперцентрифуг достигает 50 тысяч об/мин, и малейшее смещение центра масс с геометрической оси вращения вызывает появление больших сил инерции, т. е. вибрационных явлений в машине и фундаменте.

Различают статическое уравновешивание (статическая балансировка) вращающихся роторов и динамическое. Статическая балансировка достигается тем, что центр тяжести вращающейся детали переводят в неподвижную точку. Такое уравновешивание применяется для плоских деталей, длина которых мала по сравнению с диаметром. Если такую деталь заменить сосредоточенной массой m, вращающейся относительно

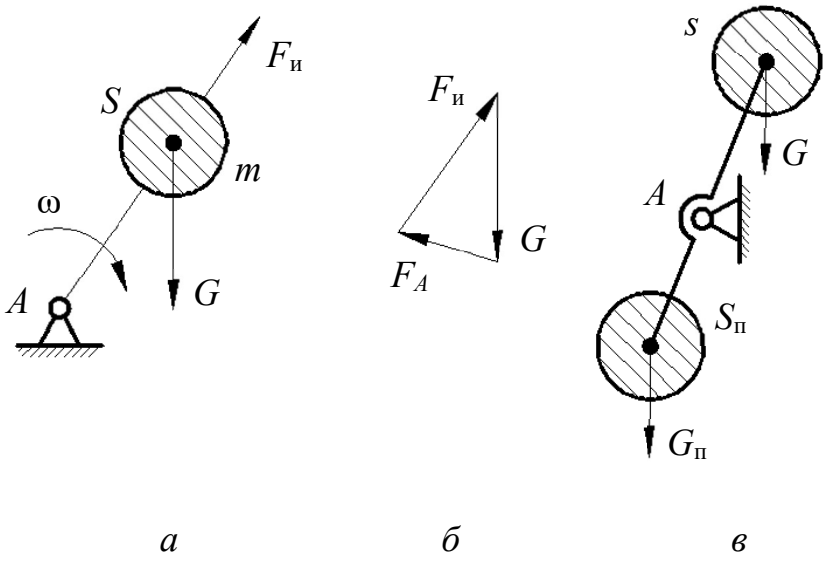
неподвижного центра вращения (рис. 98, *а*), то можно записать уравнение динамики:

$$\bar{G} + \bar{F}_A + \bar{F}_{\text{и}} = 0, \tag{10.9}$$

где G – вес; F_A –реакция в опоре; $F_{\text{и}}$ –сила инерции, равная

$$F_{\text{и}} = ma_S^n = \frac{G}{g}\omega^2\rho = d\frac{\omega^2}{g}, \tag{10.10}$$

где $\rho = AS$ – радиус окружности вращения массы m; $d = G\rho$ – дисбаланс, который характеризует неуравновешенность и направлен так же, как сила инерции $F_{\text{и}}$.



а *б* *в*

Рис. 100. Уравновешивание вращающихся масс

План сил в данном положении (рис. 98, *б*) показывает, что F_A – сила переменная по направлению и создаёт динамические нагрузки и вибрацию. Если $d = 0$, то $\bar{G} + \bar{F}_A = 0$, и динамические нагрузки отсутствуют. Для этого необходимо уравновесить дисбаланс установкой массы противовеса с противоположной стороны (рис. 98, *в*). Тогда дисбалансы будут уравновешены, и вес противовеса $G_{\text{п}}$ определится из условия

$$G\rho = G_{\text{п}}\rho_{\text{п}}, \tag{10.11}$$

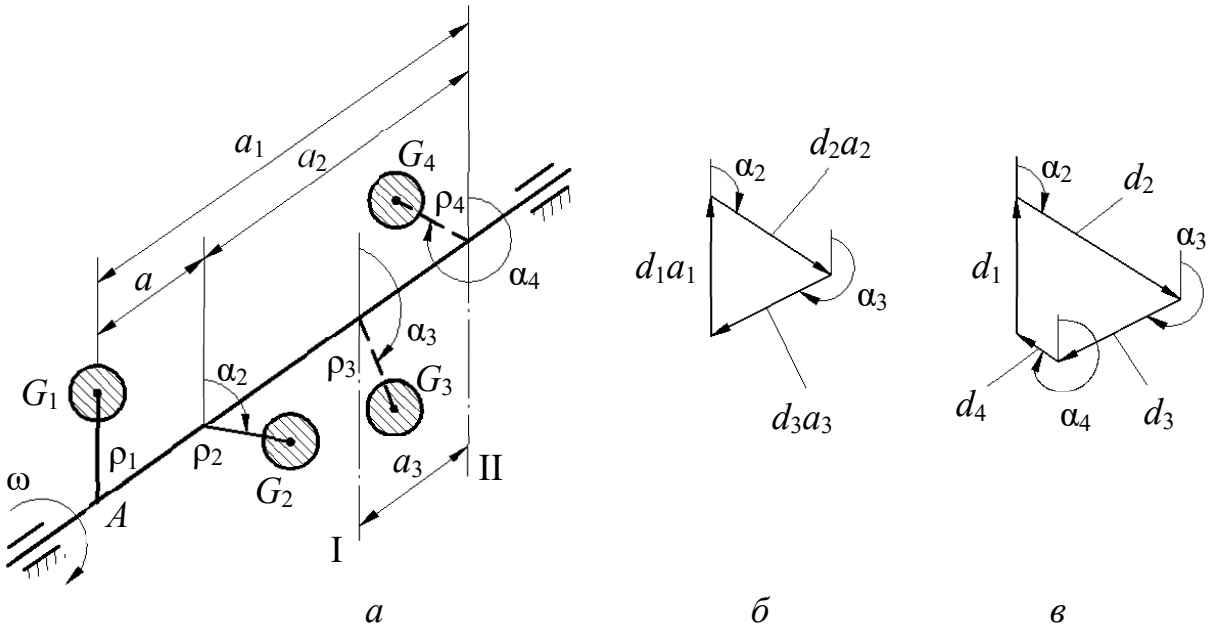
где $\rho_{\text{п}} = AS_{\text{п}}$ – радиус окружности вращения противовеса.

Рассмотрим уравновешивание неплоской детали, которую можно представить, например, в виде двух грузов G_1 и G_2 (рис. 99, *а*), с углом α_2 между радиусами ρ_1 и ρ_2. В этом случае возникают реакции, вызванные неуравновешенностью как сил, так и моментов от сил инерции. При этом момент от сил инерции относительно точки *A* равен

$$M_{и2} = F_{и2}a \tag{10.12}$$

и характеризуется дисбалансом

$$d_2a = G_2\rho_2a. \tag{10.13}$$



а *б* *в*

Рис. 99. Уравновешивание неплоской детали

В этом случае динамические нагрузки на опоры возникают даже если проведена статическая балансировка, когда центр тяжести грузов 1 и 2 совпадает с центром вращения. Уравновешивание моментов от сил инерции вращающихся деталей будет обеспечена динамической балансировкой.

Полное уравновешивание системы можно осуществить двумя дополнительными грузами G_3 и G_4, установленными в разных плоскостях I и II, называемых *плоскостями исправления*, под углами α_3 и α_4. При этом должны выполняться условия:

$$\Sigma \overline{F}_{ui} = 0, \text{ или } \overline{d}_1 + \overline{d}_2 + \overline{d}_3 + \overline{d}_4 = 0;$$
$$\Sigma \overline{M}_{ui} = 0, \text{ или } \overline{d}_1 a_1 + \overline{d}_2 a_2 + \overline{d}_3 a_3 + \overline{d}_4 a_4 = 0. \quad (10.14)$$

Совместное решение уравнений (10.14), например, графическим путём (рис. 99, *б*, *в*) позволяет найти вес и положение противовесов G_3 и G_4.

Балансировка вращающихся масс осуществляется на специальных балансировочных станках, при этом исключается неуравновешенность, вызванная неточностью изготовления детали.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин: учебник для вузов. – М.: Наука, 1988.

2. Артоболевский И. И. Сборник задач по теории механизмов и машин: для машин. спец. вузов. – М.: Наука, 1975.

3. Левитская О. Н., Левитский Н. И. Курс теории механизмов и машин: учеб. пособие для механ .спец. вузов. – М.: Наука, 1990.

4. Прикладная механика: учеб. пособие и контрольные задания на курсовой проект «Кинематический, силовой анализ и синтез плоского механизма» для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело» специализации «Горные машины и оборудование» очного и заочного обучения. / А. И. Афанасьев, Ю. М. Казаков, С. А. Ляпцев и др. – 2-е издание, переработанное и дополненное. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2019.

Учебное издание

Виталий Михайлович ТАУГЕР, Александр Анатольевич ЛЕОНТЬЕВ

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Учебное пособие

Редактор изд-ва
Компьютерная вёрстка авторов
Дизайн обложки

Подписано в печать
Бумага офсетная. Гарнитура *Times New Roman*. Формат $60\times84\,{}^{1}\!/_{16}$.
Печать на ризографе. Печ. л. 8,0. Уч. изд. л. 6,0
Тираж 100 экз. Заказ

Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский гос. горный ун-т
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
И.о. проректора по учебно-методической работе
_____ В. В. Зубов

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.25 ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН

Направление подготовки
15.03.02 Технологические машины и оборудование

Направленность (профиль)
Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов

Форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

год набора: 2025

Автор: Лагунова Ю. А., профессор, д-р техн. наук

Одобрены на заседании кафедры
Горных машин и комплексов
(название кафедры)
Зав.кафедрой _____
(подпись)
Лагунова Ю.А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 13.09.2024
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией факультета
горно-механического
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
Осипов П.А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 18.10.2024
(Дата)

Екатеринбург

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3

1. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ ... 4

2. ОФОРМЛЕНИЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ 4

3. ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ 5

ЛИТЕРАТУРА 10

ВВЕДЕНИЕ

При проектировании машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов решаются задачи на прочность элементов конструкции. Выпускники университета должны уметь применять соответствующие методики расчета при проектировании объектов нефтепромыслов.

Цель контрольной работы: проверка приобретенных студентами навыков оптимизации и поиска оптимальных значений параметров объектов и технологических процессов нефтегазовой отрасли.

Результат изучения дисциплины: «Основы проектирования технологических машин»

Знать:

– методику расчетного обеспечения конструкционной и прочностной надежности машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов;

– методику расчета параметров узлов машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов;

– основы и этапы проектирования деталей и узлов машин с использованием технической литературы, а также средств автоматизированного проектирования на базе САПР;

– программное обеспечение, реализующее методики расчета узлов машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов;

– программное обеспечение, позволяющее внедрить методику по определению параметров, учитывающих конструктивные и прочностные характеристики изделий;

– правила оформления научно-технической и служебной документации;

– требования к размещению оборудования при выполнении операций технологических процессов бурения, добычи, ремонта скважин;

– специфику технологического процесса для конкретных условий эксплуатации бурового и нефтепромыслового оборудования;

– специфику эксплуатации машин и оборудования нефтегазового комплекса;

– основные показатели технологичности конструкции изделия, качественные и количественные методы оценки технологичности;

Уметь:

использовать компьютерные программы для расчета и проектирования узлов и деталей машин;

оформлять графическую и текстовую конструкторскую документацию в полном соответствии с требованиями ЕСКД;

рассчитать технические параметры машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов по заданным технологическим требованиям;

оценить уровень технологичности конструкции машин и механизмов;

оценить достоинства и недостатки проектируемого оборудования и машин нефтяных и газовых промыслов;

использовать принципы унификации и стандартизации при проектировании оборудования;

оптимизировать конструктивные решения, выбирать и обосновывать критерии оптимизации;

вносить коррективы, исправлять ошибки в научно-технической и служебной документации;

оформлять графическую и текстовую конструкторскую документацию в полном соответствии с требованиями ЕСКД;

оценить уровень технологичности конструкции машин и механизмов;

оценить уровень стандартизации и унификации;

оценить достоинства и недостатки проектируемого оборудования и машин нефтяных и газовых промыслов;

оценить уровень технологичности конструкции машин и механизмов;

выбирать основные и вспомогательные материалы деталей при проектировании в зависимости от различных критериев работоспособности нефтегазового оборудования;

анализировать параметры технологических процессов в соответствии с конструктивными параметрами и функциональным назначением применяемого оборудования;

Владеть:

методами расчета по определению требуемого уровня конструктивной и прочностной надежности узлов машин и оборудования;

навыками проектирования машин и механизмов;

современной методологией научного анализа исследуемых механических систем и технологических процессов;

способами перехода от реального объекта к расчетной схеме;

методиками проектных и проверочных расчетов инженерных конструкций на прочность, долговечность и жесткость;

навыками работы с основными российскими и зарубежными средствами автоматизированного проектирования на базе современных САПР;

навыками набора текста и создания изображений в компьютерных программах;

способностью анализировать полученный результат и умением сделать вывод о состоянии объекта расчета;

навыками разработки рабочей проектной и технической документации, в соответствии со стандартами, техническими условиями и другими нормативными документами, оформления законченных проектно-конструкторских работ;

методикой определения металлоемкости и жесткости проектируемых конструкций

1. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

При подготовке к контрольной работе необходимо изучить примеры, рассмотренные на лекциях а также в пособии [1].

2. ОФОРМЛЕНИЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Контрольная работа должна включать следующие этапы:

1. Постановка задачи.
2. Анализ задачи.
3. Составление графической схемы для расчета конструктивных параметров.
4. Выбор методики расчета на прочность.
5. Выполнение необходимых расчетов по выбранной методике..
6. Выводы и предложения по совершенствованию механизма.

3. ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

Задание.

Произвести сравнительную оценку нескольких экскаваторов и выбрать наиболее эффективный тип машины для условий карьера, высота уступа в котором составляет 15 м.

Горные породы, подлежащие выемке: очень крепкий уголь (отнесен к породе VII категории); погрузка осуществляется после БВР в железнодорожный транспорт; возможно разделение развала взорванной породы на подуступы, высота которых не должна превышать максимальную высоту копания экскаватора.

Исходные данные для расчета экскаватора с ковшом вместимостью 4,6м3 и максимальным коэффициентом наполнения кн=1,2:

0,700 – сопротивление породы копанию, МПа;
3200. – плотность породы в целике, кг/м^3;
1,60 – коэффициент разрыхления породы;
04,60 – емкость ковша экскаватора, м^3;
1,20 – коэффициент наполнения ковша;
10,50 – длина стрелы экскаватора, м;
45,0 – угол наклона (установки) стрелы, градусы;
07,800 – длина рукояти напорного механизма, м;
3,000 – диаметр опорного поворотного круга экскаватора, м;
0175,00– суммарная мощность лебедки подъемного механизма, кВт;
0060,00– суммарная мощность напорного механизма, кВт;
1,050 – диаметр головного блока стрелы, м;
02 – число ветвей полиспаста канатной подвески ковша;
0,9500 – общий КПД блоков полиспаста ковша и подъемного барабана лебедки;
0,9412 – общий КПД редуктора подъемной лебедки;
0,8674 – общий КПД напорного механизма;
25,00 – угол между подъемным канатом и вертикальной рукоятью в начале копания (ковш пустой), градусы;
69,00 – угол между подъемным канатом и горизонтальной рукоятью в конце копания (ковш полностью заполнен), градусы;
75,00 – угол между подъемным канатом и максимально-выдвинутой рукоятью при максимальной высоте подъема ковша, градусы;
0,870 – скорость подъема ковша, м/с;
0,450 – скорость напора рукояти напорного механизма, м/с;
2,530 – высота оси пяты стрелы от почвы, м;
1 – индекс типа рукояти;
023. – длительность рабочего цикла, с;

015. – время передвижек экскаватора у забоя в течение часа, мин;

090. – угол поворота экскаватора на разгрузку, градусы;

0,70 – коэффициент использования экскаватора за время работы;

08,00 – продолжительность рабочей смены, ч.

Методические указания к выполнению задания.

Выбор типа экскаватора зависит от горнотехнических условий, главными из которых являются высота уступа в карьере $\mathbf{h_y}$, где будет работать экскаватор, и организация горных работ в карьере.

Свойства горных пород, подлежащих экскавации, изменяются в весьма широких пределах, поэтому их принято объединять в группы (категории) с определенным диапазоном свойств (табл.1).

Выемка горных пород экскаваторами осуществляется без предварительного их рыхления или после буровзрывных работ (БВР). В первом случае имеет место чисто механическое разрушение (резание) пород зубьями ковша экскаватора. К указанным породам относится горная масса в массиве с I до III категорий согласно классификации горных пород по трудности экскавации [1] (табл.1). Во втором случае имеет место комбинированное разрушение горных пород (взрывом и ковшом). Необходимо учитывать, что на рабочий процесс и эффективность использования экскаваторов решающее влияние оказывают физико-механические свойства разрабатываемых горных пород.

Таблица 1

Классификация горных пород по трудности экскавации применительно к открытым работам [1]

Категория породы	Характеристика горных пород		Удельное сопротивление копанию $\mathbf{K_s}$, МПа	Объемная плотность в целике $^{x}\boldsymbol{\gamma}$, кг/м^3	Коэффициент разрыхления $\mathbf{K_p}$
	в массиве	после рыхления с применением БВР			
I	Мягкие и рыхлые породы (супесь, мягкий суглинок, песок рыхлый, песок влажный)	Уголь и полускальные породы	0,016-0,12	1400-1600	1,10-1,15
II	Довольно плотные породы; мерзлый грунт I категории (суглинок, гравий мелкий и средний, мягкая глина)	Полускальные и скальные породы	0,07-0,16	1700	1,20
III	Слабый уголь; плотная порода; мерзлый грунт I и II категорий (суглинок плотный, глина средняя, мягкие аргиллиты)	Скальные породы, тяжелая руда, тяжелая глина разрыхленная	0,12-0,25	1800	1,30

IV	Уголь средней крепости; очень плотная порода; мерзлый грунт II и III категорий (суглинок крепкий со щебнем, глина плотная)	Крепкий уголь, полускальные и скальные породы, тяжелые руды	0,22-0,36	1900-2500	1,35-1,45
V	Крепкий уголь; наименее прочные полускальные породы; мерзлые породы III и IV категорий; сильнотрещиноватые скальные породы и руды	Очень крепкий уголь, полускальные породы VI-VIII категорий; тяжелая руда VI-VIII категорий	0,33-0,55	3000	1,50
VI	Очень крепкий уголь; прочные полускальные породы IV и V категорий; трещиноватые скальные породы и тяжелая руда	Полускальные породы VIIкатегории; скальные породы VIII-IX категорий; тяжелая руда VIII категории	0,43-0,75	3200	1,60
VII	Сланцы, мергель, гипс, мел, известняк, песчаник мягкий; мерзлые породы V и VI категорий; среднетрещиноватые скальные породы и руда	Скальные породы и тяжелая руда VIII категории	0,8-1	3500	1,70
VIII	Скальные малотрещиноватые мерзлые породы; тяжелая руда	Скальные тяжелые породы и руда практически монолитные, породы IX категории	1-1,2	3500	1,70

При работе экскаватора в рыхлых породах (категории I-III) высота отрабатываемого уступа $\mathbf{h_y}$ забоя должна обеспечивать полное наполнение ковша за одно черпание, при этом наибольшая высота копания (черпания) $\mathbf{H_к}$, т.е. высота при максимально поднятой рукояти напорного механизма, не должна быть меньше высоты уступа**:** $\mathbf{H_к \geq h_y}$

При работе экскаватора в породах, требующих предварительного рыхления, в результате буровзрывных работ (БВР) образуется развал взорванной горной массы, где и формируется забой машины. Параметры забоя зависят от формы и размеров развала взорванной массы $\mathbf{H_{раз}}$, который , в свою очередь, зависит от высоты уступа, параметров БВР и их организации. Высота развала пород после взрыва при числе рядов взрываемых скважин от одного до трех не должна превышать высоты уступа: $\mathbf{H_{раз} \leq h_y \leq H_к}$.

При многорядном взрывании (число рядов скважин более трех) в хорошо дробимых породах, где не образуются «козырьки» и «навеси» развала допускается увеличение высоты отрабатываемого уступа до полуторной высоты копания экскаватора $\mathbf{h_y \leq 1{,}5\ H_к}$, т.е. $\mathbf{H_к \geq 2/3\ h_y}$ при условии разделения образующегося развала породы ($\mathbf{H_{раз} \leq 1{,}1 h_y}$) по высоте на подуступы, высота которых, в свою очередь, не превышает наибольшей высоты копания машины [2]. Указанные условия позволяют обеспечить для безопасного ведения горных работ в забое отсутствие нависающих козырьков породы.

По заданной высоте уступа $\mathbf{h_y}$ и наибольшей высоте копания (черпания) $\mathbf{H_к}$ выбираются типы экскаваторов, подходящие для работы в заданных условия карьера. Необхо-

димо иметь в виду, что экономически целесообразным является выбор машин, у которых разница между $\mathbf{h_y}$ и $\mathbf{H_к}$, естественно при соблюдении условия $h_y \le H_к$ или $h_y \le 1{,}5\ H_к$, минимальная при этом обеспечивается минимальная стоимость экскаватора и рациональная загрузка приводов рабочего оборудования).

Определение максимально-возможной производительности экскаватора

Под производительностью экскаватора понимается объем горной породы, отделяемой от массива и перемещаемой экскаватором на заданное расстояние, определяемое его рабочими параметрами, в единицу времени. За единицу времени принимается час, смена, сутки, месяц или год. На производительность машины влияют различные факторы: горно-геологические, конструктивные, технологические, климатические, организационные. Основными факторами следует считать следующие:

– трудность разработки горной массы, которая оценивается категорией породы по крепости и ее состоянием (табл.1). При разработке, например, влажной глинистой породы, которая налипает на ковш, полезный объем ковша уменьшается, а продолжительность цикла из-за более длительной разгрузки ковша увеличивается. В зимних условиях плохо раздробленный мерзлый грунт также снижает коэффициент наполнения ковша;

– технические данные, состояние и надежность экскаватора;

– квалификация машиниста;

– качество забоя, оцениваемое его высотой, условиями подхода транспорта к месту погрузки, освещенностью, степенью дробления горной массы;

– организация работ, зависящая от достаточности транспортных средств, состояния дорог, своевременного снабжения топливом, энергией, запасными частями и т.п.

Различают теоретическую (паспортную), техническую и эксплуатационную производительность экскаватора.

Теоретическая производительность экскаватора – количество горной массы (в тоннах или кубических метрах), которое может быть переработано в единицу времени (обычно за час) при непрерывной его работе. При этом удельное сопротивление породы копанию $К_s$ принимают максимально допустимое по паспорту машины; коэффициенты наполнения ковша $К_н$ и разрыхления породы $К_р$ – равными единице; угол поворота на разгрузку у карьерного экскаватора – 90°, у драглайна – 135°; высота черпания ковша – на уровне оси напорного вала рукояти (Н); скорости рабочих движений устанавливаются номинальными (по паспорту). Теоретическая производительность для данного экскаватора –величина постоянная и повысить ее можно только путем внесения усовершенствований в его конструкцию. Эта производительность указывается в паспорте машины и по ней можно сравнивать различные экскаваторы, оценивать их технические возможности.

Теоретическая производительность карьерного экскаватора по рыхлой массе определяется, $м^3$/ч:

$$Q_т = 3600\ E/t_ц\,,$$

Где Е–вместимость установленного на экскаваторе ковша (стандартного или сменного), $м^3$; $t_ц$ – продолжительность цикла работы машины, с (указывается в технической характеристике экскаватора для угла поворота стрелы на разгрузку, равного 90°).

Для углов поворота, отличных от 90°, время цикла умножают на нижеприведенный коэффициент корректировки $К_у$ [3, с.82]:

Угол поворота экскаватора на разгрузку	45°	60°	75°	90°	120°	150°	180°
$К_у$	0,79	0,86	0,93	1,0	1,14	1,26	1,4

Величина угла поворота на разгрузку зависит от схемы движения транспорта, обслуживающего экскаватор в карьере. Так, при расположении автотранспорта для погрузки во время проходки траншеи (при вскрытии карьера) этот угол составляет около 180°, а при отработке забоя и сквозном движении транспорта – около 90°.

Техническая производительность – это максимальная производительность данного экскаватора при его непрерывной работе в данном забое за единицу времени. Она рассчитывается с учетом конкретных условий работы: категории разрабатываемых пород, коэффициентов разрыхления горной массы и наполнения ковша, а также перерывов в работе, неизбежных для данного типа машины (например, время маневрирования экскаватора около забоя).

Техническая производительность по рыхлой массе определяется, $м^3$/ч:

$$Q_{тех} = Q_Т \frac{К_н}{К_р} \frac{t_р}{(t_р + t_п)},$$

где $К_н$ – коэффициент наполнения ковша, равный отношению объема разрыхленной горной массы в ковше к паспортной вместимости ковша; максимальное значение этого коэффициента достигает: $К_н$ = **1,2;** в исключительных случаях для пород до III категории по трудности экскавации без применения БВР достигает - **1,5**; $К_р$ – коэффициент разрыхления горной массы, характеризующийся отношением объема грунта в разрыхленном состоянии к объему того же грунта в плотном теле (целике); $t_р$ – длительность непрерывной работы экскаватора с одного места стояния в течение часа; для приближенных расчетов можно принимать $t_р$ = 45÷50 мин; $t_п$ – длительность передвижки (или передвижек) экскаватора по мере продвигания забоя в течение часа, $t_п \approx 10÷15$ мин.

Эксплуатационная производительность – это действительный объем горной массы, переработанный экскаватором за определенный период эксплуатации. Она рассчитывается с учетом конкретных горнотехнических условий карьера, неизбежных организационных и технологических перерывов, связанных с приемкой смены и осмотром машины, смазкой, подачей транспорта и др. Эксплуатационная производительность всегда меньше технической. Она рассчитывается за смену, за месяц, за год (в последнем случае учитываются потери времени на профилактические осмотры, текущие и капитальные ремонты).

Эксплуатационная производительность определяется, $м^3$/смену:

$$Q_э = Q_{тех} T_{см} К_и ,$$

где $T_{см}$ – длительность смены, ч; $К_и$ – коэффициент использования экскаватора за время его работы; $К_и$ = 0,8÷0,9- для экскаваторов, работающих с погрузкой в автосамосвалы или на конвейер или в отвал; $К_и$ = 0,55÷0,8.- при погрузке в железнодорожные вагоны.

В общем виде эксплуатационная производительность может быть представлена формулой, $м^3$/смену:

$$Q_э = 3600 \frac{E}{t_ц} \frac{К_н}{К_р} \frac{t_р}{(t_р + t_п)} T_{см} К_и$$

Согласно вышеприведенной формуле для повышения производительности можно увеличивать величину вместимости ковша (Е) и коэффициента его наполнения ($К_н$) до максимально допустимого значения как для стандартного, так и для сменных ковшей различной вместимости. Необходимо учитывать, что можно получить максимальную производительность и при меньшей вместимости ковша, но с большей величиной коэффициента его наполнения.

Критерием, определяющим максимальное значение коэффициента наполнения ковша, является соответствие потребляемых средневзвешенных мощностей приводов экскаватора установленным паспортным значениям мощностей этих узлов. При этом принимается, что в течение цикла экскавации приводы рабочего оборудования экскаватора загружены на полную мощность. Таким образом:

$$N_{с.п} \le N_п ; \; N_{с.н} \le N_н ; \; N_{с.пв} \le N_{пв}$$

где $N_{с.п}$, $N_{с.н}$, $N_{с.пв}$ – расчетные средневзвешенные мощности механизмов соответственно подъема, напора ковша и поворота экскаватора, кВт; $n_п$, $n_н$ и $n_{пв}$ – установленные мощности электродвигателей приводов экскаватора соответственно механизма подъема, напора и поворота, кВт.(см. табл.2).

Другим критерием, определяющим коэффициент наполнения ковша является допускаемая нагрузка при подъеме и выдвижении ковша при копании:

$\mathbf{SP_i \leq P_s}$ и $\mathbf{SN_i \leq N_n}$ **,**

где SP_i и SN_i –соответственно максимальное усилие подъема ковша и максимальное усилие в напорном механизме в одном из "i" расчетных положениях экскаватора (см. рис.1 и 2); P_s и N_n - соответственно максимальное (паспортное) усилие на блоке подъема ковша и максимальное (паспортное) усилие напора.

ЛИТЕРАТУРА

1. Подэрни Р.Ю. Механическое оборудование карьеров. Учеб. Для вузов. 5 изд. М.: Государственный Горный университет,2003.
2. Единые правила безопасности при разработке месторождений полезных ископаемых открытым способом. ПБ 03-498-02, Санкт-Петербург: ЦОТПБСП, 2003.
3. Справочник механика открытых работ. Экскавационно-транспортные машины циклического действия / Под ред. М.И. Щадова. М.: Недра, 1989.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
И.о. проректора по учебно-методической работе
_____ В. В. Зубов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по выполнению практических работ по дисциплине

Б1.О.25 ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН

Направление подготовки
15.03.02 Технологические машины и оборудование

Направленность (профиль)
Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов

Форма обучения: ***очная, заочная, очно-заочная***
Год набора: **2025**

Автор: Лагунова Ю. А., профессор, д-р техн. наук

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией факультета
Горных машин и комплексов	горно-механического
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав.кафедрой	Председатель
(подпись)	*(подпись)*
Лагунова Ю. А.	Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 13.09.2024	Протокол № 2 от 18.10.2024
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ..... 3

1. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ..... 5

2. ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ..... 6

3. Виды контроля..... 7

ЛИТЕРАТУРА..... 7

ВВЕДЕНИЕ

При расчете и конструировании машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов решаются задачи на прочность элементов конструкции. Выпускники университета должны уметь применять соответствующие методики расчета при проектировании объектов нефтепромыслов.

Цель практических занятий: закрепление приобретенных студентами навыков расчета и конструирования машин и оборудования нефтегазовой отрасли.

Результат изучения дисциплины:

Знать:

– методику расчетного обеспечения конструкционной и прочностной надежности машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов;

– методику расчета параметров узлов машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов;

– основы и этапы проектирования деталей и узлов машин с использованием технической литературы, а также средств автоматизированного проектирования на базе САПР;

– программное обеспечение, реализующее методики расчета узлов машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов;

– программное обеспечение, позволяющее внедрить методику по определению параметров, учитывающих конструктивные и прочностные характеристики изделий;

– правила оформления научно-технической и служебной документации;

– требования к размещению оборудования при выполнении операций технологических процессов бурения, добычи, ремонта скважин;

– специфику технологического процесса для конкретных условий эксплуатации бурового и нефтепромыслового оборудования;

– специфику эксплуатации машин и оборудования нефтегазового комплекса;

– основные показатели технологичности конструкции изделия, качественные и количественные методы оценки технологичности;

Уметь:

использовать компьютерные программы для расчета и проектирования узлов и деталей машин;

оформлять графическую и текстовую конструкторскую документацию в полном соответствии с требованиями ЕСКД;

рассчитать технические параметры машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов по заданным технологическим требованиям;

оценить уровень технологичности конструкции машин и механизмов;

оценить достоинства и недостатки проектируемого оборудования и машин нефтяных и газовых промыслов;

использовать принципы унификации и стандартизации при проектировании оборудования;

оптимизировать конструктивные решения, выбирать и обосновывать критерии оптимизации;

вносить коррективы, исправлять ошибки в научно-технической и служебной документации;

оформлять графическую и текстовую конструкторскую документацию в полном соответствии с требованиями ЕСКД;

оценить уровень технологичности конструкции машин и механизмов;

оценить уровень стандартизации и унификации;

оценить достоинства и недостатки проектируемого оборудования и машин нефтяных и газовых промыслов;

оценить уровень технологичности конструкции машин и механизмов;

выбирать основные и вспомогательные материалы деталей при проектировании в зависимости от различных критериев работоспособности нефтегазового оборудования;

анализировать параметры технологических процессов в соответствии с конструктивными параметрами и функциональным назначением применяемого оборудования;

Владеть:

методами расчета по определению требуемого уровня конструктивной и прочностной надежности узлов машин и оборудования;

навыками проектирования машин и механизмов;

современной методологией научного анализа исследуемых механических систем и технологических процессов;

способами перехода от реального объекта к расчетной схеме;

методиками проектных и проверочных расчетов инженерных конструкций на прочность, долговечность и жесткость;

навыками работы с основными российскими и зарубежными средствами автоматизированного проектирования на базе современных САПР;

навыками набора текста и создания изображений в компьютерных программах;

способностью анализировать полученный результат и умением сделать вывод о состоянии объекта расчета;

навыками разработки рабочей проектной и технической документации, в соответствии со стандартами, техническими условиями и другими нормативными документами, оформления законченных проектно-конструкторских работ;

методикой определения металлоемкости и жесткости проектируемых конструкций.

1. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

На практических занятиях необходимо стремиться к самостоятельному решению задач, находя для этого более эффективные методы. При этом студентам надо приучить себя доводить решения задач до конечного «идеального» ответа. Это очень важно для будущих специалистов. Практические занятия вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

Практическое занятие – активная форма учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помощь обучающимся освоиться в «пространстве» (тематике) дисциплины, самостоятельно прооперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале.

Выполнению практических занятий предшествует проверка знаний студентов — их теоретической готовности к выполнению задания.

Работы, носящие репродуктивный характер, отличаются тем, что при их проведении студенты пользуются подробными инструкциями, в которых указаны: цель работы, пояснения (теория, основные характеристики), оборудование, аппаратура, материалы и их характеристики, порядок выполнения работы, таблицы, выводы (без формулировки), контрольные вопросы, учебная и специальная литература.

Работы, носящие частично поисковый характер, отличаются тем, что при их прове-

дении студенты не пользуются подробными инструкциями, им не дан порядок выполнения необходимых действий, и требуют от студентов самостоятельного подбора оборудования, выбора способов выполнения работы в инструктивной и справочной литературе и др.

Работы, носящие поисковый характер, характеризуются тем, что студенты должны решить новую для них проблему, опираясь на имеющиеся у них теоретические знания.

При планировании практических занятий преподаватель использует различное сочетание репродуктивных, частично поисковых и поисковых работ, чтобы обеспечить высокий уровень интеллектуальной деятельности.

Формы организации студентов на практических занятиях:

- фронтальная,

- групповая

- индивидуальная.

При фронтальной форме организации занятий все студенты выполняют одновременно одну и ту же работу.

При групповой форме организации занятий одна и та же работа выполняется бригадами по 2—5 человек.

При индивидуальной форме организации занятий каждый студент выполняет индивидуальное задание.

Содержанием практических занятий является:

• решение разного рода задач, в том числе профессиональных (анализ производственных ситуаций, решение ситуационных производственных задач, выполнение профессиональных функций в деловых играх и т.п.);

• выполнение вычислений, расчетов, чертежей;

• изучение, заполнение, разработка инструкционных и технологических карт;

• работа с измерительными приборами, оборудованием;

• самостоятельное выполнение технологических операций;

• работа с нормативными документами, инструктивными материалами, справочниками;

• составление технической и специальной документации и др.

2. ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

1. Изучение конструкторской документации на технологическое оборудование.
2. Применение методов конструирования.
3. Выбор показателей функционального назначения технологического оборудования.
4. Выбор показателей технологичности.
5. Изучение показателей ТКИ.
6. Выбор и обоснование материала для изготовления технологического оборудования.
7. Разработка функциональной схемы бурового станка.
8. Разработка функциональной схемы карьерного экскаватора.

9. Разработка функциональной схемы насосной установки.
10. Определение взаимосвязи конструктивных и технологических параметров технологического оборудования.
11. Определение взаимосвязи конструктивных и технологических параметров бурового оборудования.
12. Применение методики расчета на прочность узлов бурового станка.
13. Применение методик расчета на прочность узлов и механизмов экскаватора.
14. Применение показателей качества для оценки уровня эффективности технологического оборудования.
15. Выбор материалов для изготовления бурового оборудования.
16. Обоснование выбора компоновочных схем оборудования для конкретных условий эксплуатации.
17. Подбор насосных установок для транспортировки нефти

Задания для выполнения практических работ.

1. Составить алгоритм работы оборудования по заданной компоновочной схеме бурового станка. Определить взаимосвязь конструктивных и технологических параметров.
2. Составить алгоритм и программу расчета узла бурового станка для конкретных условий эксплуатации.
3. Расчет буровых труб на прочность.
4. Рассчитать показатели функционального назначения станка для бурения скважин вращательным способом.
5. Рассчитать показатели функционального назначения станка для бурения скважин вращательно-ударным способом.
6. Рассчитать показатели функционального назначения станка для бурения скважин шарошечным способом.

3. ВИДЫ КОНТРОЛЯ

Оценивание практических работ проводится дифференцированно (по пятибалльной системе) и при определении оценок за семестр рассматривается как один из основных показателей текущего учета знаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Подэрни Р.Ю. Механическое оборудование карьеров. Учеб. Для вузов. 5 изд. М.: Государственный Горный университет,2003
2. Буровые комплексы: Учебное пособие/ Под ред. К.П. Порожского; Урал. Гос. Горный ун-т – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013 – 768с

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
И.о. проректора по учебно-методической работе
_____ В. В. Зубов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся

Б1.О.25 ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН

Направление подготовки
15.03.02 Технологические машины и оборудование

Направленность (профиль)
Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов

год набора: 2025

Автор: Лагунова Ю. А., д-р техн. наук, профессор

Одобрены на заседании кафедры
Горных машин и комплексов
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
Лагунова Ю.А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 13.09.2024
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией факультета
горно-механического
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
Осипов П.А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 18.10.2024
(Дата)

Екатеринбург

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3

1. Повторение материала лекций 3

2. Самостоятельное изучение тем 4

3. Подготовка к практическим (семинарским) занятиям 6

Литература 6

ВВЕДЕНИЕ

Роль конструктора в развитии современного материального мира трудно переоценить. В машиностроении 80…85 % затрат зависят от технических решений, которые формируются в процессе конструирования и разработки технологий. Повышение эффективности конструирования является одной из основных задач современного машиностроения.

Цель самостоятельной работы: обучение студентов рациональному конструированию, то есть приобретение ими:

- умения непрерывно улучшать функциональные показатели машин, разумно сочетая новое со старым в конструкции изделия;
- навыков выбора из всего арсенала возможных конструкторских решений наиболее приемлемых для данных условий, базируясь на опыте, знаниях и убежденности в реальности предлагаемых решений.

Конструирование представляет собой одну из эмпирико-интуитивных форм творческой деятельности, плохо поддающихся изучению, формализации и алгоритмизации. Конкретные методы конструирования всегда индивидуальны, поэтому очень трудно формулировать однозначные рецепты по их применению.

Одним из важнейших условий самостоятельной работы студента является повторение материала лекций.

1. ПОВТОРЕНИЕ МАТЕРИАЛА ЛЕКЦИЙ

Тема 1: Введение. Общие приемы и методы конструирования.

Разработка концепции машин и устройств. Этапы и методы разработки концепции. Алгоритмические методы проектирования. Эвристические методы проектирования. Принятие решений при проектировании.

Тема 2: Основные операции проектирования.

Композиция – декомпозиция. Объединение – Дробление. Накапливание - Расходование. Преобразование – Восстановление. Колебание – Выравнивание. Управление - Неуправление. Концентрирование. Пропускание – Изолирование. Испускание – Поглощение. Сжатие – Разрежение. Фиксирование - Расфиксирование.

Тема 3: Система движений. Способы и механизмы для преобразования движений.

Соединение приводов. Последовательное соединение. Независимое параллельное соединение двигателя. Управление энергетическим потоком. Различные способы и механизмы для преобразования движений. Суммирование, реверсирование, прерывание, синхронизация движений. Преобразование движений.

Тема 4: Использование физико-технических эффектов при решении конструкторских задач.

Центробежные силы. Инерция. Клин. Рычаг. Эксцентрик. Гидростатический эффект. Упругость. Сила тяжести. Теплопроводность материалов. Колебание. Трение. Закономерности истечения. Тепловое расширение материалов. Давление – Разрежение. Электромагнитные явления. Ферромагнитные частицы. Магнитострикция, пьезоэффект. Закон Гука. Тензометрия. Удар. Фазовое и псевдофазовое превращения. Лазер. Капилляр. Эффект струны. Эффект «память формы». Избирательный перенос при трении. Внутреннее трение. Ультразвуковое диспергирование.

Тема 5: Выделение главных моментов при конструировании. Метод формообразования.

Схемы движений. Компоновка технологической машины. Рациональная силовая схема. Разработка технического задания на проектирование. Формулировка задачи. Разработка технических требований с ограничениями. Основные показатели. Состав требований.

Тема 6: Нетрадиционные конструкторские решения. Морфологический анализ.

Обеспечение компактности конструкции. Совмещение различных функций. Выборка зазоров в кинематических цепях. Компенсация упругих деформаций деталей. Приводы перемещений узлов. Создание оригинальной конструкции. Морфологический анализ. Составление морфологической карты. Учет «мелочей» при конструировании. Учет ошибок конструирования. Метод анализа ошибок.

Тема 7: Метод анализа ошибок.

Явные и неявные ошибки. Ошибки функционирования. Ошибки формообразования. Кинематические ошибки. Ошибки компоновки. Конструкции механизмов, в которых не в полной мере учтены условия эксплуатации. Нерациональное восприятие нагрузок. Погрешности изготовления и сборки. Нерациональные конструкции. Недостатки оформления чертежей.

Тема: 8: Преобразование объектов. Варьирование носителем эффекта как средство решения конструкторской задачи.

Изменение формы. Изменение вида рабочих поверхностей. Изменение положения элементов. Преобразование структуры. Изменение связей. Преобразование в пространстве, во времени, преобразование движения и силы. Изменение материала. Использование аналогий. Использование инверсии. Совмещение функций.

Тема 9: Особенности функционального конструирования

Функциональная целесообразность конструкции горной машины. Варианты конструкций. Расчетно-логический анализ по основным показателям работоспособности конструкции. Прямая и многокритериальная оптимизация. Качественные критерии работоспособности конструкции. Использование личного опыта и интуиции конструктора. Компромиссы при конструировании. Надежность, технологичность конструкции. Выход из тупиковых ситуаций. «Парадоксы» конструкций.

Тема 10: Обеспечение преемственности конструкции.

Конструктивный ряд. Типовые конструкции и модульный принцип конструирования. Конструкционный модуль. Конструирование с использованием каталогов. Конструирование с использованием аналогов.

Тема 11: Рациональное конструирование технологических машин.

Основные этапы создания машин. Проектирование. Конструирование. Технологическая подготовка производства. Изготовление и испытание опытных образцов. Освоение серийного производства. Показатели функционирования, надежности, эргономичности, эстетичности, технологичности, ресурсопотребления, безопасности, экологичности, конкурентоспособности.

Тема 12: Виды и показатели технологичности конструкции. Способы повышения компактности.

Конструирование и силовые схемы. Силы, действующие в конструкциях. Факторы, влияющие на выбор рациональной силовой схемы. Рациональное нагружение деталей. Избыточные и недостающие связи в конструкциях.

.

2. САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ТЕМ

Тема 1: Общие приемы и методы конструирования.

Разработка концепции машин и устройств. Этапы и методы разработки концепции. Принятие решений при проектировании. Использование при конструировании элементарных физических операций [1-2].

Тема 2: Основные операции проектирования.

Композиция – декомпозиция. Объединение – Дробление. Накапливание - Расходование. Преобразование – Восстановление. Колебание – Выравнивание. Управление - Неуправление. Концентрирование. Пропускание – Изолирование. Испускание – Поглощение. Сжатие – Разрежение. Фиксирование - Расфиксирование. [1, 2].

Тема 3: Система движений. Способы и механизмы для преобразования движений.

Соединение приводов. Последовательное соединение. Независимое параллельное соединение двигателя. Управление энергетическим потоком. Различные способы и механизмы для преобразования движений. Суммирование, реверсирование, прерывание, синхронизация движений. Преобразование движений. [1, 2].

Тема 4: Использование физико-технических эффектов при решении конструкторских задач.

Центробежные силы. Инерция. Клин. Рычаг. Эксцентрик. Гидростатический эффект. Упругость. Сила тяжести. Теплопроводность материалов. Колебание. Трение. Закономерности истечения. Тепловое расширение материалов. Давление – Разрежение. Электромагнитные явления. Ферромагнитные частицы. Магнитострикция, пьезоэффект. Закон Гука. Тензометрия. Удар. Фазовое и псевдофазовое превращения. Лазер. Капилляр. Эффект струны. Эффект «память формы». Избирательный перенос при трении. Внутреннее трение. Ультразвуковое диспергирование. [1, 2].

Тема 5: Выделение главных моментов при конструировании. Метод формообразования.

Схемы движений. Компоновка горной машины. Рациональная силовая схема. Разработка технического задания на проектирование. Формулировка задачи. Разработка технических требований с ограничениями. Основные показатели. Состав требований. [1, 2].

Тема 6: Нетрадиционные конструкторские решения. Морфологический анализ.

Обеспечение компактности конструкции. Совмещение различных функций. Выборка зазоров в кинематических цепях. Компенсация упругих деформаций деталей. Приводы перемещений узлов. Создание оригинальной конструкции. Морфологический анализ. Составление морфологической карты. Учет «мелочей» при конструировании. Учет ошибок конструирования. Метод анализа ошибок. [1, 2].

Тема 7: Метод анализа ошибок.

Явные и неявные ошибки. Ошибки функционирования. Ошибки формообразования. Кинематические ошибки. Ошибки компоновки. Конструкции механизмов, в которых не в полной мере учтены условия эксплуатации. Нерациональное восприятие нагрузок. Погрешности изготовления и сборки. Нерациональные конструкции. Недостатки оформления чертежей. [1, 2].

Тема 8: Преобразование объектов. Варьирование носителем эффекта как средство решения конструкторской задачи.

Изменение формы. Изменение вида рабочих поверхностей. Изменение положения элементов. Преобразование структуры. Изменение связей. Преобразование в пространстве, во времени, преобразование движения и силы. Изменение материала. Использование аналогий. Использование инверсии. Совмещение функций. [1, 2].

Тема 9: Особенности функционального конструирования

Функциональная целесообразность конструкции горной машины. Варианты конструкций. Расчетно-логический анализ по основным показателям работоспособности конструкции. Прямая и многокритериальная оптимизация. Качественные критерии работоспособности конструкции. Использование личного опыта и интуиции конструктора. Компромиссы при конструировании. Надежность, технологичность конструкции. Выход из тупиковых ситуаций. «Парадоксы» конструкций. [1, 2].

Тема 10: Обеспечение преемственности конструкции.

Конструктивный ряд. Типовые конструкции и модульный принцип конструирования. Конструкционный модуль. Конструирование с использованием каталогов. Конструирование с использованием аналогов. [1, 2].

Тема 11: Рациональное конструирование горных машин.

Основные этапы создания машин. Проектирование. Конструирование. Технологическая подготовка производства. Изготовление и испытание опытных образцов. Освоение серийного производства. Показатели функционирования, надежности, эргономичности, эстетичности,

технологичности, ресурсопотребления, безопасности, экологичности, конкурентоспособности. [1, 2].

Тема 12: Виды и показатели технологичности конструкции. Способы повышения компактности.

Конструирование и силовые схемы. Силы, действующие в конструкциях. Факторы, влияющие на выбор рациональной силовой схемы. Рациональное нагружение деталей. Избыточные и недостающие связи в конструкциях. [1, 2].

3. ПОДГОТОВКА К ПРАКТИЧЕСКИМ (СЕМИНАРСКИМ) ЗАНЯТИЯМ

Подготовка к практическим занятиям должна вестись непрерывно по всем вышеперечисленным темам.

Примеры практических заданий приведены ниже.

Задача 1.Определите осевое и радиальное усилия, действующие на вал, если известны: момент двигателя 12,6 кН.м, делительный диаметр шестерни 212 мм, и угол профиля зуба 20 град

Задача 2. Рассчитать основные параметры карьерного экскаватора ЭКГ-5 при зубчато-реечном напорном механизме.

Задача 3. Провести функциональное преобразование деталей по предложенным чертежам.

Задача 4. Составить морфологическую карту конструкции привода карьерного экскаватора.

Задача 5. Провести анализ формообразования конструкции поворотного механизма шагающего драглайна.

Задача 6. Провести анализ компоновки конструкции бурового станка.

Задача 7. При проектировании привода хода карьерного экскаватора воспользоваться модульным принципом конструирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крайнев А.Ф. Идеалогия конструирования. М.: Машиностроение-1, 2003. - 384 с.

2. Орлов П.И. Основы конструирования: справ.-метод. пособие в 2 кн. – 3-е изд., испр. М.: Машиностроение,1988.

3. Подэрни Р.Ю. Механическое оборудование карьеров: Учебник для вузов. – 7-е изд., перераб. и доп. - М.: Издательство «Майнинг Медиа Групп», 2011. - 640 с.

4. Лагунова Ю.А., Бочков В.С. Экскаваторы-драглайны: Учебно-методическое пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – 120 с.

5. Лагунова Ю. А., Комиссаров А.П., Шестаков В.С. и др. Машиностроение. Энциклопедия. М.: Машиностроение. Горные машины. Т. IV-24, 2011. 496 с.

6. Горное оборудование Уралмашзавода / Коллектив авторов. Ответств. Редактор-составитель Г.Х. Бойко. – Екатеринбург: Уральский рабочий, 2003. – 240 с.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
И.о. проректора по учебно-методической работе
_____ В. В. Зубов

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.26 ИНЖЕНЕРНЫЙ ДИЗАЙН CAD (САПР)

Направление подготовки
15.03.02 Технологические машины и оборудование

Направленность (профиль)
Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов

Форма обучения: очная, заочная, очно-заочная
Год набора: **2025**

Автор: Шестаков В. С., канд. техн. наук, профессор

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией факультета
Горных машин и комплексов	Горно-механического
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Лагунова Ю. А.	Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 13.09.2024	Протокол № 2 от 18.10.2024
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время проектирование технических объектов выполняется полностью на ЭВМ, что привело к использованию понятия автоматизированное проектирование. Выпускники университета должны уметь работать на ЭВМ в текстовых и графических редакторах, конструкторских пакетах, позволяющих выполнять проектирование машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов.

Цель контрольной работы: обучение студентов проектированию и расчетам с применением компьютерных технологий. Умение использовать компьютерные технологии при проектировании объектов машиностроения позволит в последующей профессиональной деятельности разрабатывать оптимальные конструкции с минимальной массой и стоимостью и сократить продолжительность разработки проектов.

В методических указаниях приведен один из вариантов типового задания, практикуется применение индивидуальных заданий, соответствующих выбранному студентом направлению будущей работы. Такими заданиями являются разработка проекта отдельных механизмов и узлов экскаваторов, дробилок, буровых установок и т.п.

Соответствие курсовой работы компетенциям Государственного стандарта.

При изучении дисциплины студенты наряду с другими осваивали следующие направления:

- проведение расчетов с использованием программных модулей,
- создание проектов объектов машиностроения с использованием конструкторских пакетов 3D моделирования, в частности конструкторского пакета Компас 3D.

Результат изучения дисциплины: Компьютерные технологии в машиностроении»

Знать:

- функциональные возможности компьютерных программ, используемых для профессиональной деятельности;
- способы хранения, обработки и передачи информации программными средствами;
- приемы моделирования объектов и технологических процессов с использованием стандартных пакетов и средств автоматизированного проектирования;
- этапы разработки проекта и приемы создания 3 D моделей деталей и ГОСТ оформления чертежей.

Уметь:

- применять программы для ЭВМ для задач профессиональной деятельности;
- накапливать и обрабатывать информацию;
- моделировать технологические процессы с использованием стандартных пакетов и средств автоматизированного проектирования;
- разрабатывать проекты деталей и узлов;
- оформлять конструкторскую документацию.

Владеть:

- навыками работы на персональном компьютере;
- программными средствами для хранения и обработки информации;
- навыками моделирования технологических процессов с использованием стандартных пакетов и средств автоматизированного проектирования;
- навыками создания деталей в конструкторских пакетах 3 D моделирования;
- навыками создания сборочных узлов в конструкторских пакетах 3 D моделирования;
- навыками оформления рабочих и сборочных чертежей в конструкторских пакетах 3 D моделирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Справочные материалы конструкторского пакета Компас 3D
2. Сайт с обучающими материалами https://kompas.ru/publications/video/

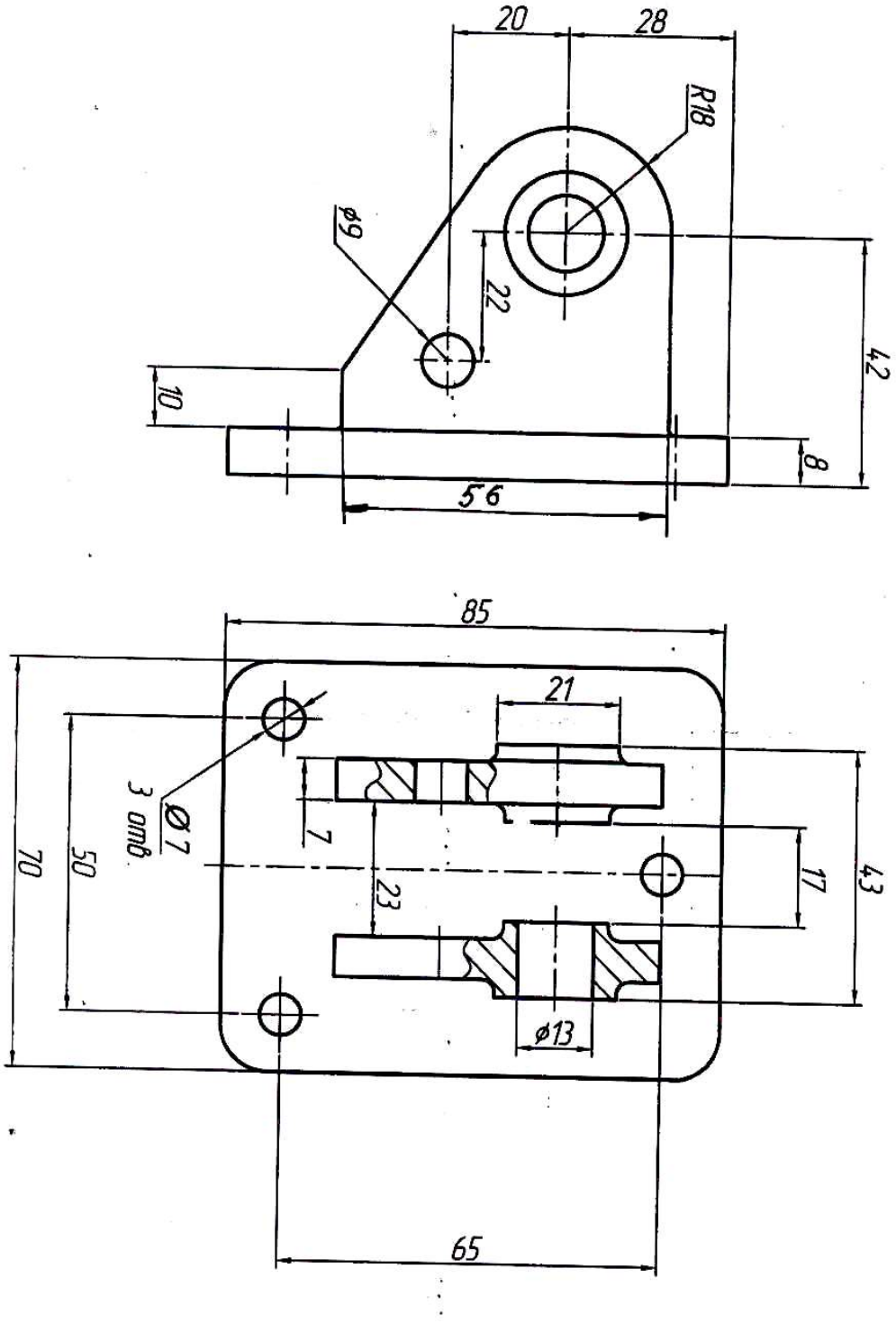
3. Описание конструкторского пакета Компас 3D.

ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

Задания к контрольной работе по дисциплине «Инженерный дизайн CAD (САПР)»

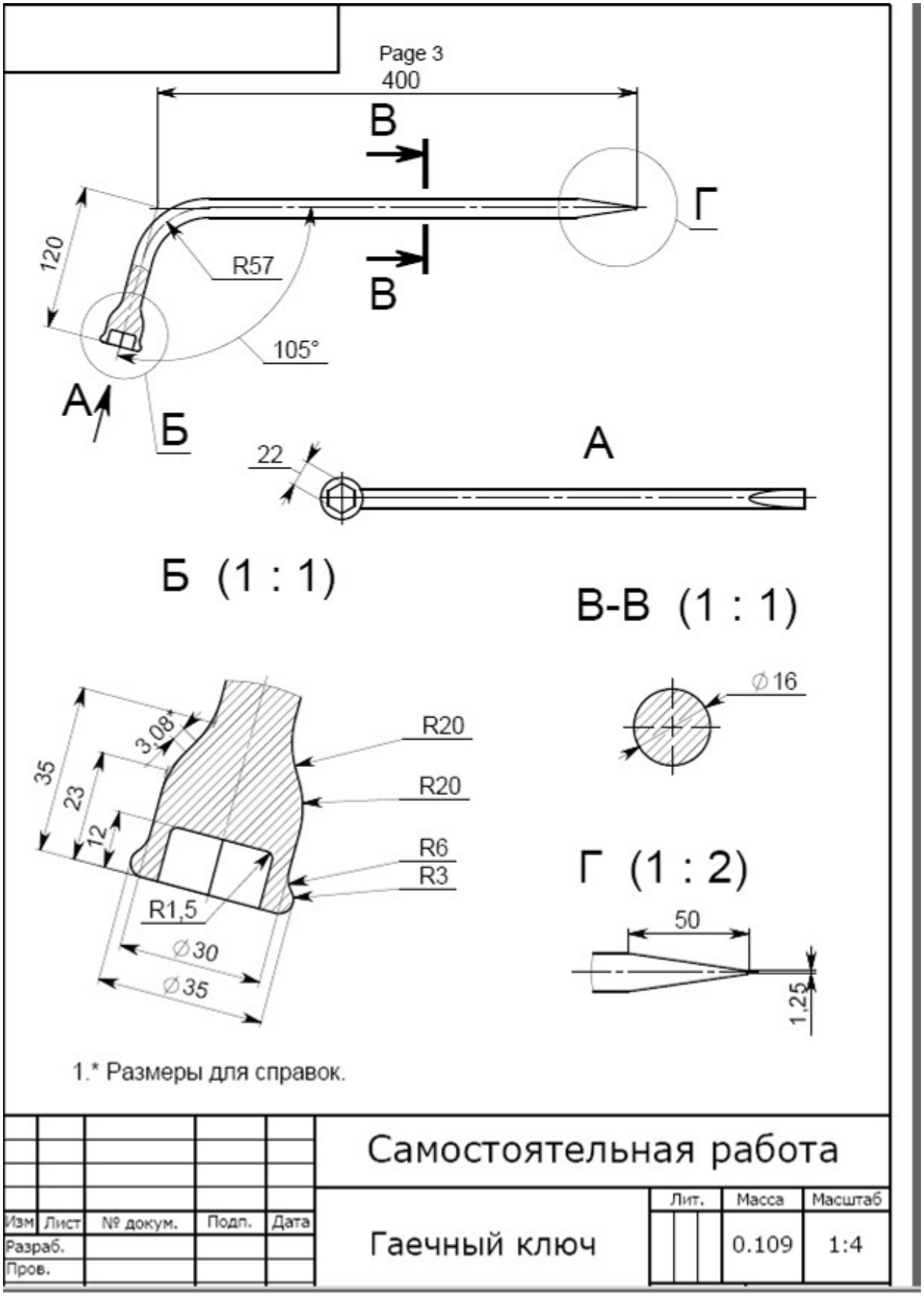
Создать объемные модели деталей и оформить рабочие чертежи в конструкторском пакете Компас

Задание

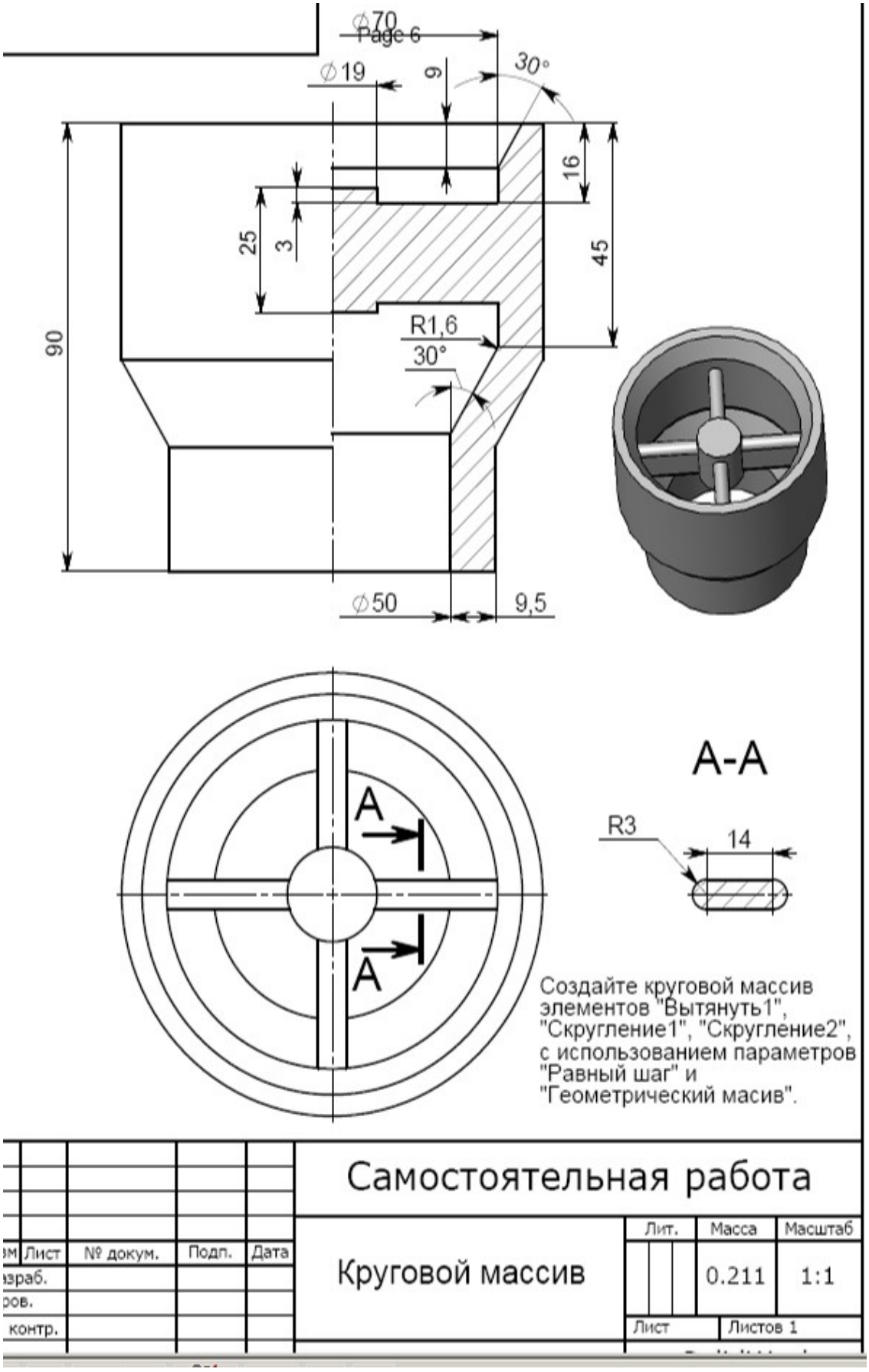


1

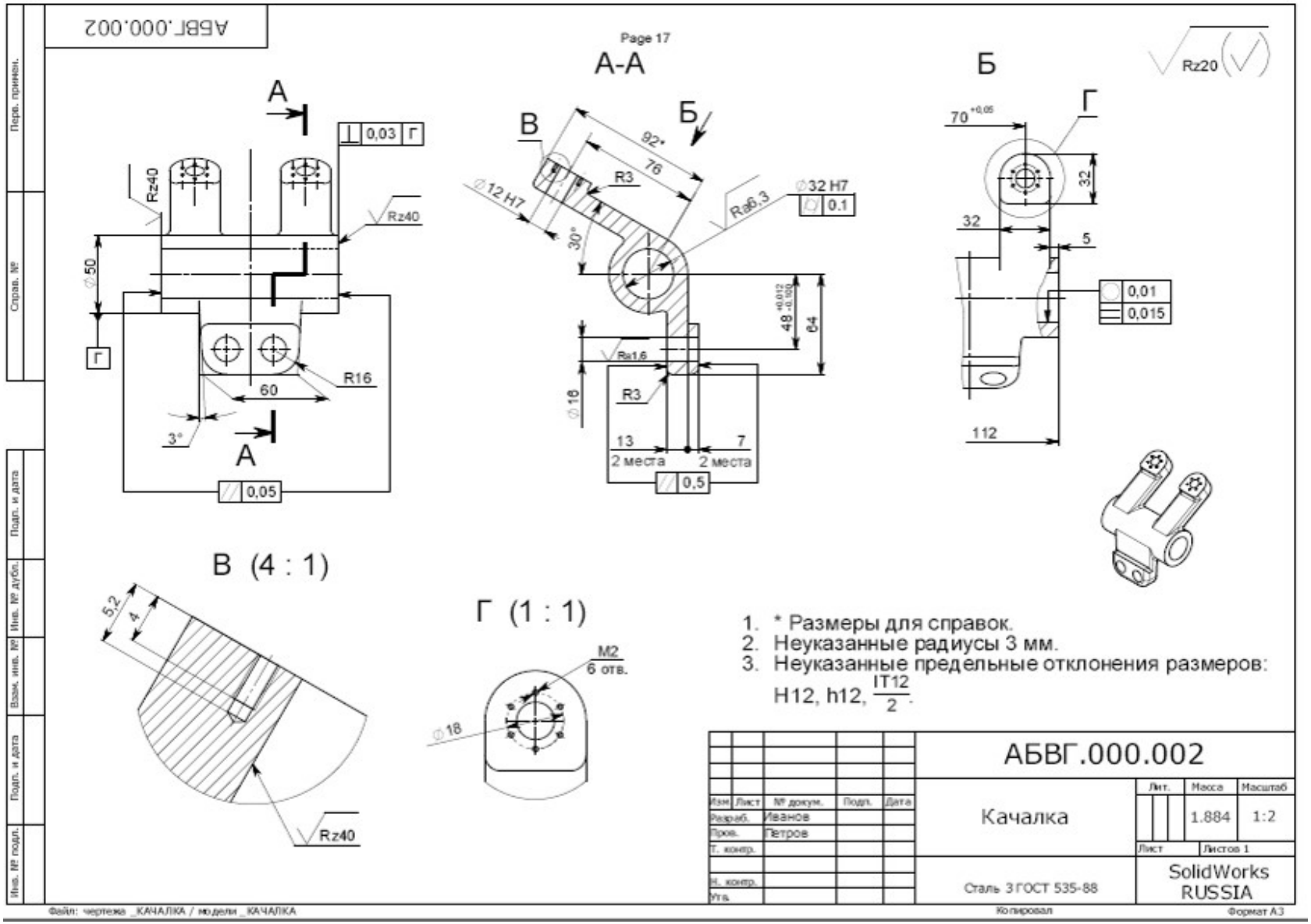
Задание 2


Page 3
400
В
В
Г
120
R57
105°
А
Б
22
А
Б (1 : 1)
В-В (1 : 1)
∅16
35
23
12
3,08*
R20
R20
R6
R3
R1,5
∅30
∅35
Г (1 : 2)
50
1,25
1.* Размеры для справок.
Самостоятельная работа
Изм
Лист
№ докум.
Подп.
Дата
Разраб.
Пров.
Гаечный ключ
Лит.
Масса
0.109
Масштаб
1:4

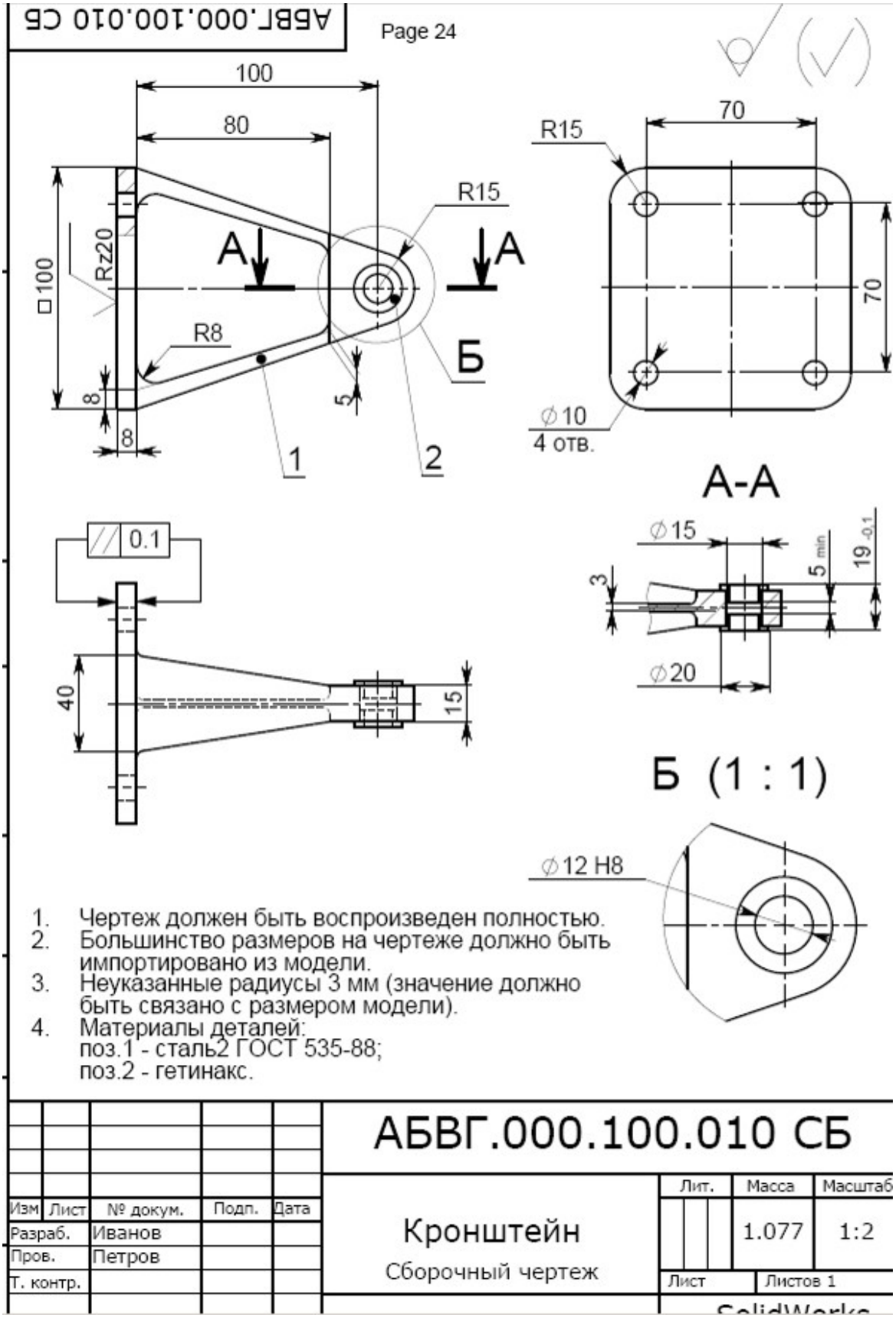
Задание 3



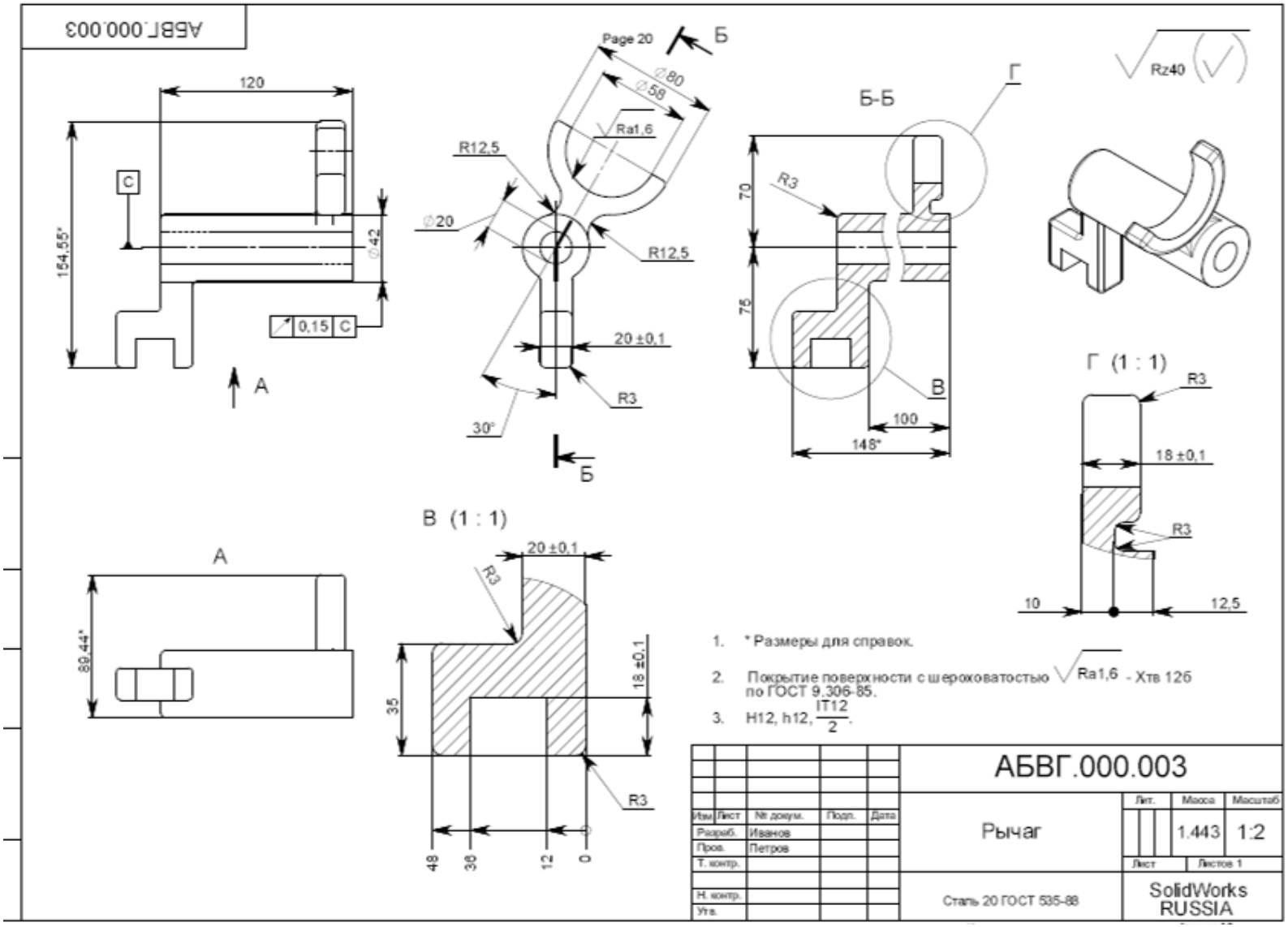
Задание 4


АБВГ.000.002
Page 17
А-А
Б
Rz20
А
Б
В
Г
0,03 Г
Rz40
Rz40
⌀50
Г
R16
60
3°
А
0,05
92*
76
R3
⌀12 H7
30°
Ra6,3
⌀32 H7
0,1
48 +0,012 +0,030
64
Ra1,6
⌀16
R3
13
2 места
7
2 места
0,5
70 +0,05
32
32
5
0,01
0,015
112
В (4 : 1)
5,2
4
Rz40
Г (1 : 1)
М2
6 отв.
⌀18
1. * Размеры для справок.
2. Неуказанные радиусы 3 мм.
3. Неуказанные предельные отклонения размеров:
H12, h12, IT12/2.
АБВГ.000.002
Качалка
Изм. Лист № докум. Подп. Дата
Разраб. Иванов
Пров. Петров
Т. контр.
Н. контр.
Утв.
Лит.
Масса
Масштаб
1.884
1:2
Лист
Листов 1
Сталь 3 ГОСТ 535-88
SolidWorks RUSSIA
Перв. примен.
Справ. №
Подп. и дата
Инв. № дубл.
Взам. инв. №
Подп. и дата
Инв. № подл.
Файл: чертежа _КАЧАЛКА / модели _КАЧАЛКА
Копировал
Формат А3

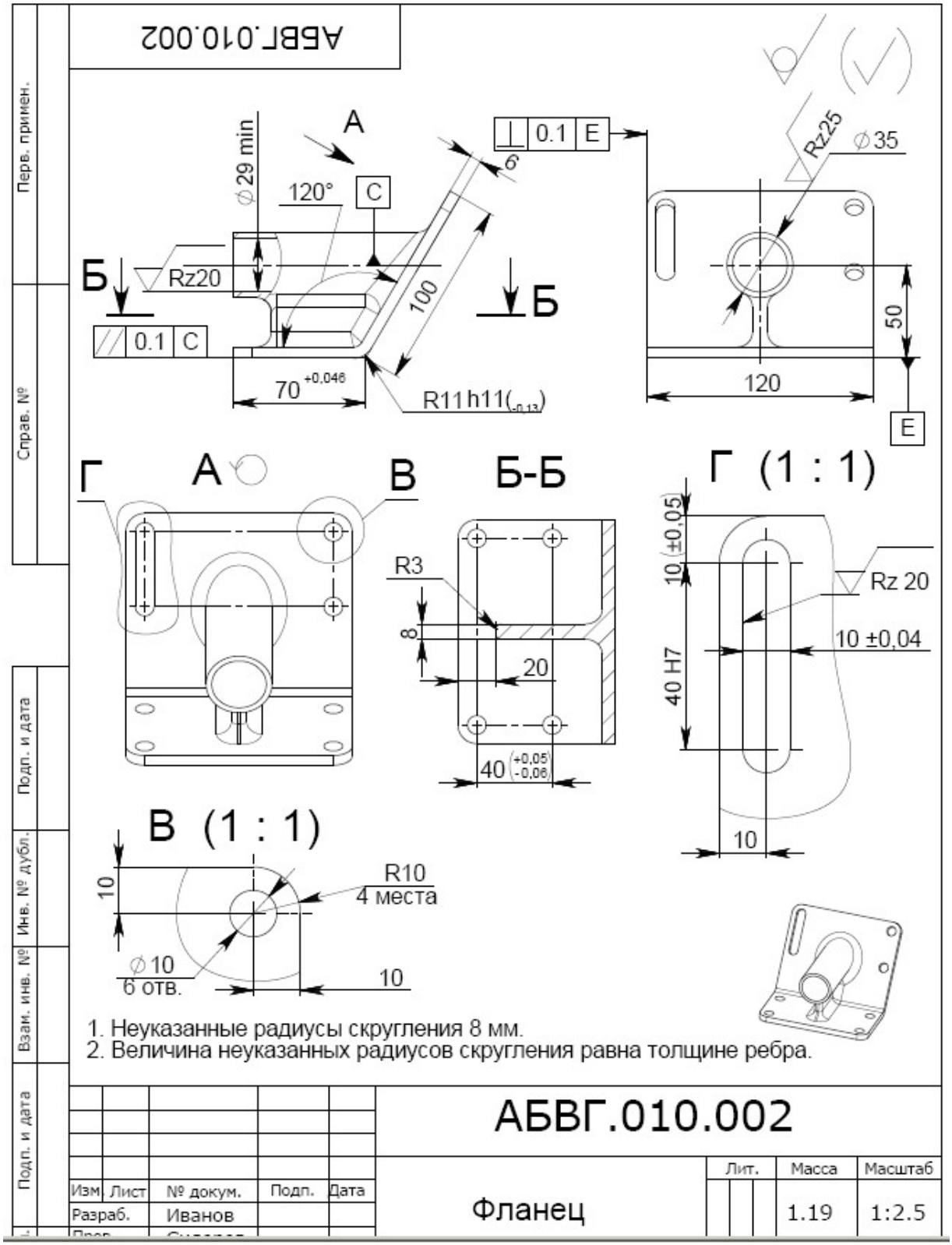
Задание 5



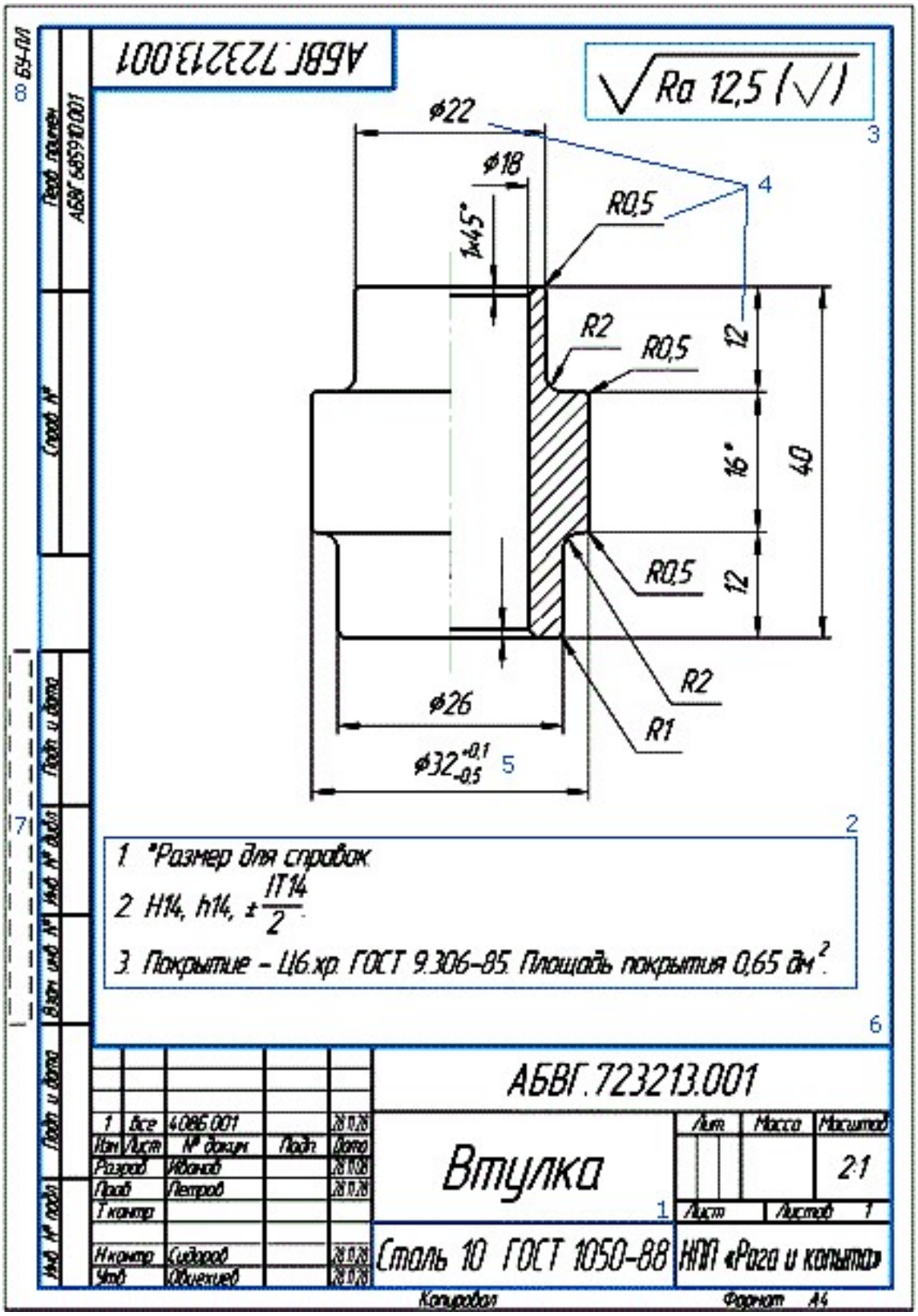
Задание 6


АБВГ.000.003
Page 20
120
154,55*
C
0,15 C
А
Б
Ø80
Ø58
Ra1,6
R12,5
Ø20
R12,5
20 ±0,1
R3
30°
Б-Б
Г
70
R3
75
В
100
148*
Rz40
Г (1 : 1)
R3
18 ±0,1
R3
10
12,5
А
89,44*
В (1 : 1)
20 ±0,1
R3
18 ±0,1
35
R3
48
36
12
0
1. * Размеры для справок.
2. Покрытие поверхности с шероховатостью Ra1,6 - Хтв 12б по ГОСТ 9.306-85.
3. H12, h12, IT12/2.
АБВГ.000.003
Изм. Лист № докум. Подп. Дата
Разраб. Иванов
Пров. Петров
Т. контр.
Н. контр.
Утв.
Рычаг
Лит.
Масса
Масштаб
1.443
1:2
Лист
Листов 1
Сталь 20 ГОСТ 535-88
SolidWorks RUSSIA

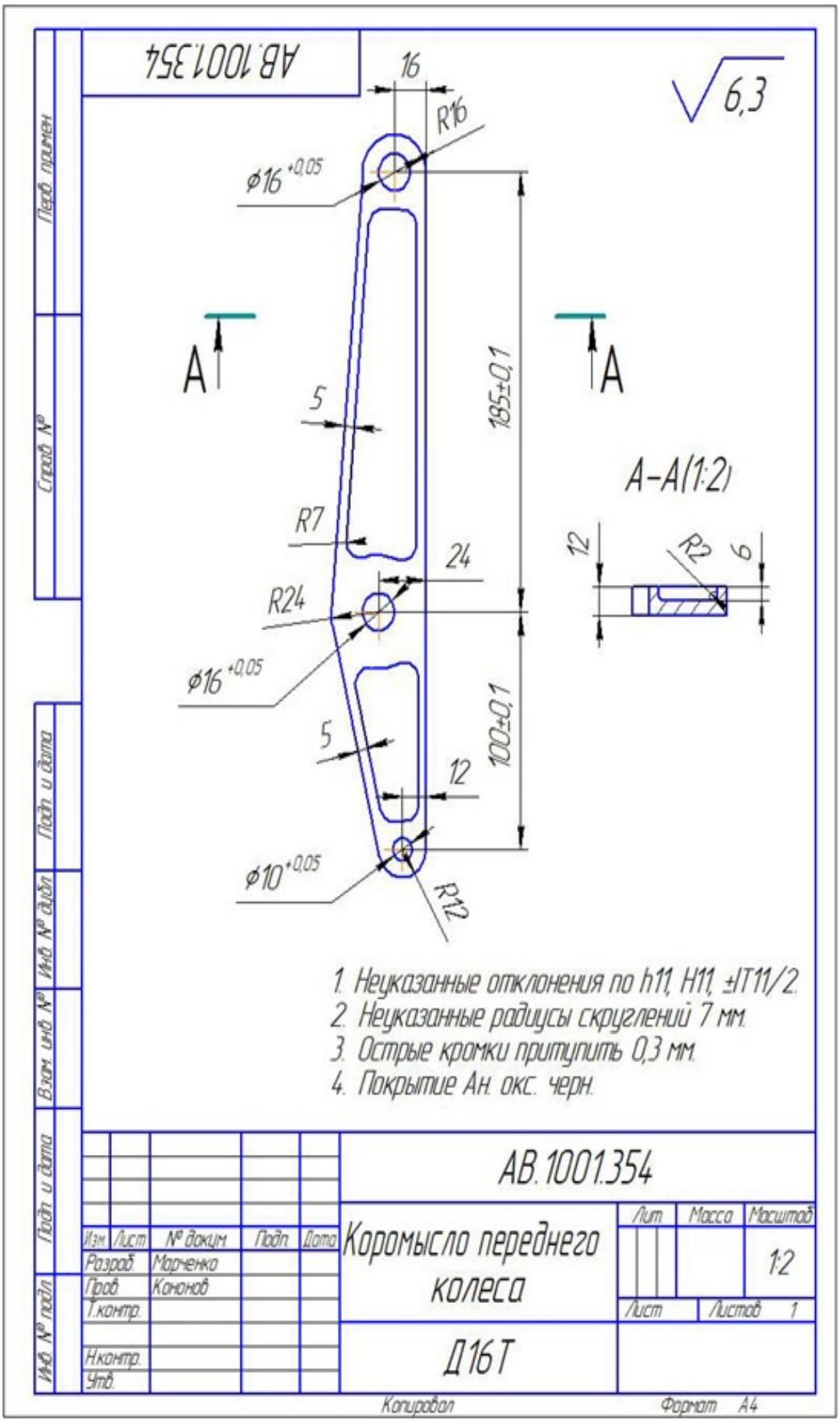
Задание 7


АБВГ.010.002
Перв. примен.
Справ. №
Подп. и дата
Инв. № дубл.
Взам. инв. №
Подп. и дата
А
Б
В
Г
Б-Б
Г (1 : 1)
В (1 : 1)
0.1 C
0.1 E
Rz20
Rz25
Rz 20
⌀29 min
120°
6
100
70 +0,046
R11h11(-0,13)
⌀35
50
120
E
R3
8
20
40 (+0,05 -0,06)
10 (±0,05)
40 H7
10 ±0,04
10
R10
4 места
⌀10
6 отв.
1. Неуказанные радиусы скругления 8 мм.
2. Величина неуказанных радиусов скругления равна толщине ребра.
АБВГ.010.002
Изм. Лист № докум. Подп. Дата
Разраб. Иванов
Фланец
Лит.
Масса
1.19
Масштаб
1:2.5

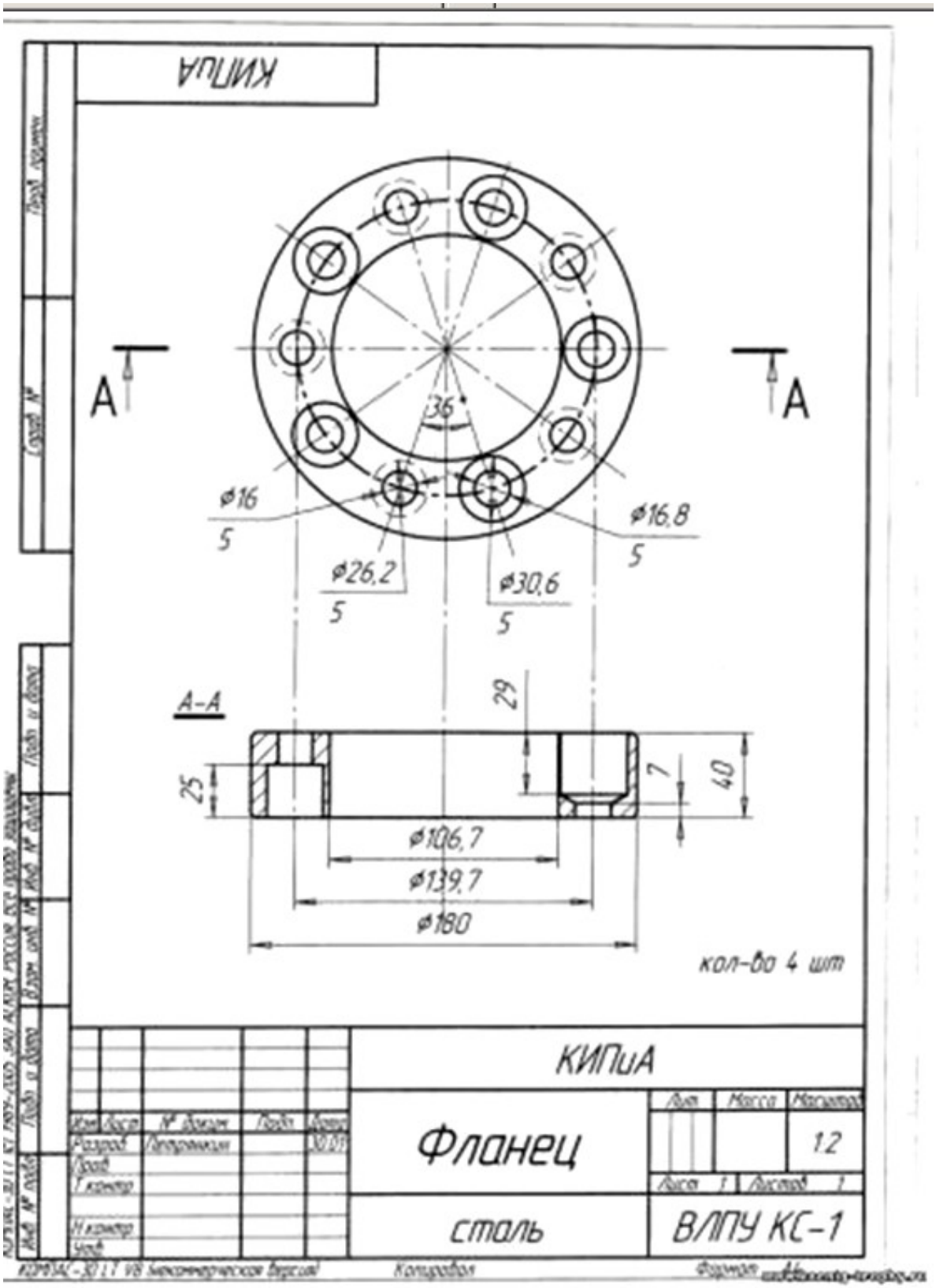
Задание 8


АБВГ.723213.001
Ra 12,5
ф22
ф18
1х45°
R0,5
R2
R0,5
12
16*
40
R0,5
12
R2
R1
ф26
ф32 +0,1 -0,5
1. *Размер для справок.
2. H14, h14, ± IT14/2.
3. Покрытие – Ц6.хр. ГОСТ 9.306-85. Площадь покрытия 0,65 дм².
АБВГ.723213.001
Втулка
Сталь 10 ГОСТ 1050-88
НПП «Рога и копыта»
Масштаб 2:1
Лист 1
Листов 1
Копировал
Формат А4

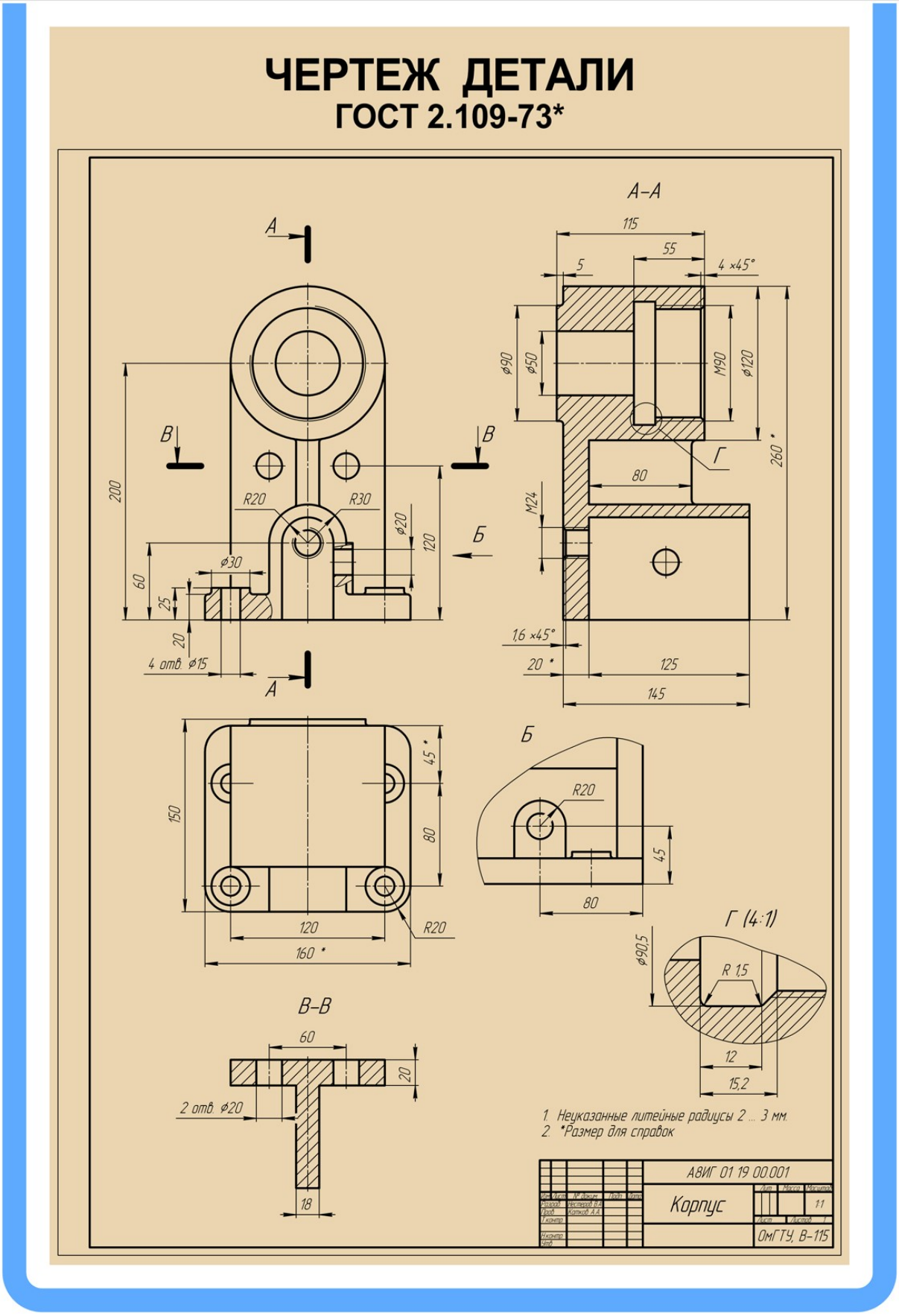
Задание 9


АВ.1001.354
16
R16
6,3
ø16 +0,05
A
A
185±0,1
5
R7
24
R24
ø16 +0,05
5
12
100±0,1
ø10 +0,05
R12
A–A(1:2)
12
R2
6
1. Неуказанные отклонения по h11, H11, ±IT11/2.
2. Неуказанные радиусы скруглений 7 мм.
3. Острые кромки притупить 0,3 мм.
4. Покрытие Ан. окс. черн.
АВ.1001.354
Коромысло переднего колеса
Лит
Масса
Масштаб
1:2
Лист
Листов 1
Изм. Лист № докум. Подп. Дата
Разраб. Марченко
Пров. Канонов
Т.контр.
Н.контр.
Утв.
Д16Т
Копировал
Формат А4
Перв. примен.
Справ. №
Подп. и дата
Инв. № дубл.
Взам. инв. №
Подп. и дата
Инв. № подл.

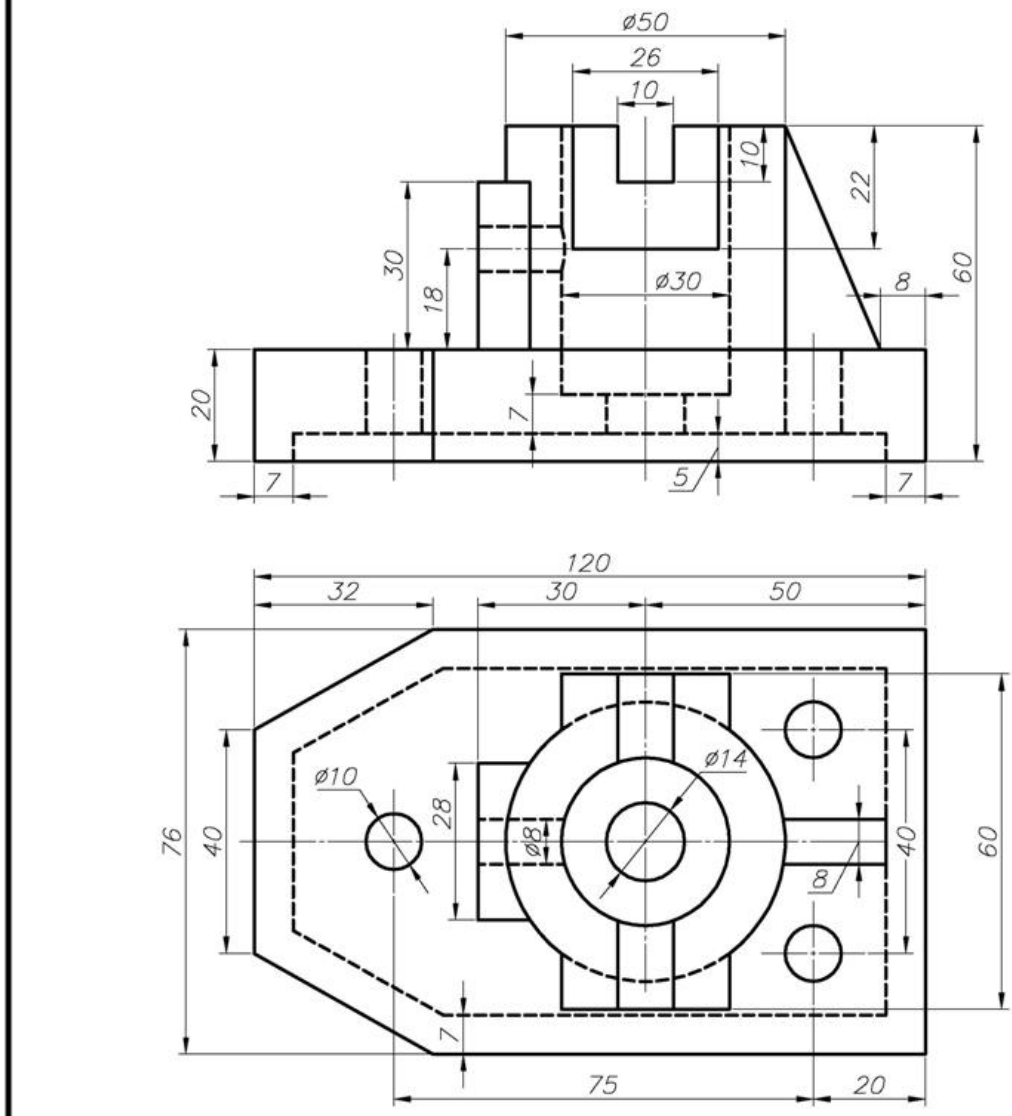
Задание 10


КИПиА
A
A
36°
ø16
5
ø26,2
5
ø30,6
5
ø16,8
5
A-A
29
25
7
40
ø106,7
ø139,7
ø180
кол-во 4 шт
КИПиА
Фланец
сталь
ВЛПУ КС-1
Лит
Масса
Масштаб
1:2
Лист 1
Листов 1

Задание 11



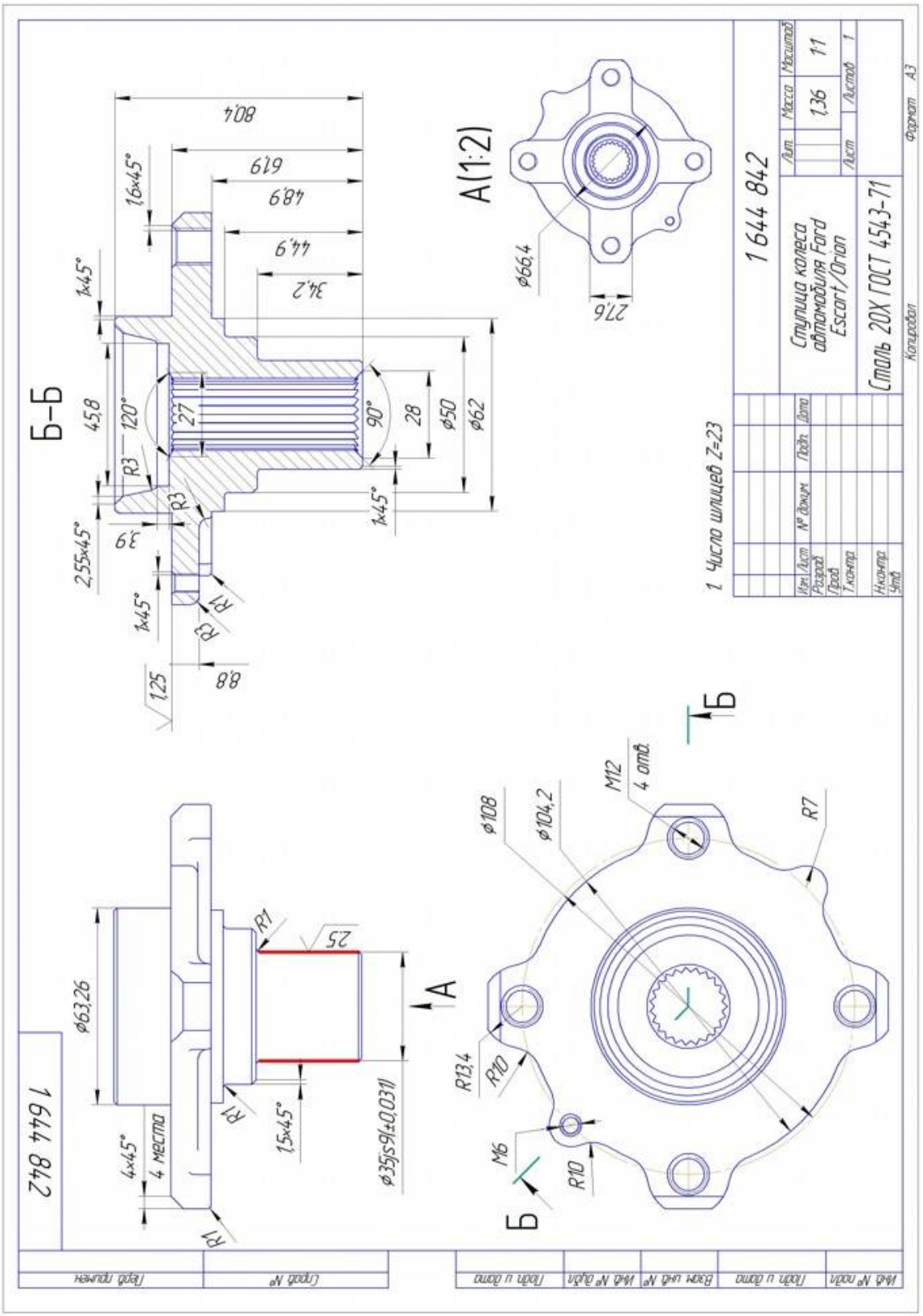
Задание 12



Чертеж детали в двух проекциях			Масштаб 1:1
Чертил			
Принял			Лист

Задание 13

Задание 14


1644 842
Ступица колеса автомобиля Ford Escort/Orion
Сталь 20Х ГОСТ 4543-71
Масса 1,36
Масштаб 1:1
Лист 1
Листов 1
Копировал
Формат А3
1 Число шлицев Z=23
Б-Б
А(1:2)
А
Б
80,4
61,9
48,9
44,9
34,2
16x45°
1x45°
45,8
120°
R3
27
90°
28
ø50
ø62
2,55x45°
1,9
8,8
1,25
R1
R2
ø66,4
27,6
ø63,26
4x45°
4 места
15x45°
ø35js9(±0,031)
25
ø108
ø104,2
M12
4 отв.
R7
R13,4
R10
M6
1644 842

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
И.о. проректора по учебно-методической работе
_____ В. В. Зубов

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.26 ИНЖЕНЕРНЫЙ ДИЗАЙН CAD (САПР)

Направление подготовки
15.03.02 Технологические машины и оборудование

Направленность (профиль)
Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов

Форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

год набора: 2025

Автор: Шестаков В. С., канд. техн. наук, профессор

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией факультета
Горных машин и комплексов	Горно-механического
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____ *(подпись)*	Председатель _____ *(подпись)*
Лагунова Ю. А.	Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 13.09.2024	Протокол № 2 от 18.10.2024
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время конструирование технических объектов выполняется полностью на ЭВМ, что привело к использованию понятия автоматизированное проектирование. Выпускники университета должны уметь работать на ЭВМ в текстовых и графических редакторах, конструкторских пакетах, позволяющих выполнять проектирование машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов.

Цель курсовой работы: обучение студентов конструированию и расчетам с применением компьютерных технологий. Умение использовать компьютерные технологии при проектировании нефтегазового и иного оборудования позволит в последующей профессиональной деятельности разрабатывать оптимальные конструкции с минимальной массой и стоимостью и сократить продолжительность разработки проектов.

Результат изучения дисциплины:

Знать:

- методы контроля качества изделий и объектов, причины нарушений технологических процессов и мероприятия по их предупреждению;
- этапы разработки проекта;
- приемы создания 3 D моделей деталей и ГОСТы оформления чертежей;
- показатели технического состояния и остаточного ресурса технологического оборудования, порядок профилактического осмотра и текущего ремонта;
- этапы изготовления прототипов;
- командную работу на производстве.

Уметь:

- применять методы контроля качества изделий и объектов, внедрять мероприятия для исключения нарушений технологических процессов;
- разрабатывать проекты деталей и узлов;
- оформлять конструкторскую документацию
- определять техническое состояние и остаточный ресурс технологического оборудования, проводить профилактический осмотр и текущий ремонт;
- изготавливать прототипы;
- организовывать командную работу на производстве.

Владеть:

- приемами контроля качества изделий и объектов, внедрения мероприятий для исключения нарушений технологических процессов;
- навыками создания деталей в конструкторских пакетах 3 D моделирования;
- навыками создания сборочных узлов в конструкторских пакетах 3 D моделирования;
- навыками оформления рабочих и сборочных чертежей в конструкторских пакетах 3 D моделирования
- навыками определения технического состояния и остаточного ресурса технологического оборудования, проведения профилактического осмотра и текущего ремонта;
- приемами изготовления прототипов;
- приемами организации командной работы на производстве.

Указания к выполнению

1. Студент по порядковому номеру в списке группы выбирает вариант из таблицы. По приведенным формулам рассчитывает требуемые диаметры поршня и штока и увеличивает до стандартных. Все остальные размеры принимаются конструктивно по рекомендациям [1-3] и по ним выполняются 3Д модели деталей по варианту схемы гидроцилиндра. Для штока нужно учесть рекомендации по соотношению диаметров штока и поршня из литературных источников, должна учитываться и конфигурация штока. Способ крепления.

2. При принятии решения соединения деталей между собой на сварку (например, проушины к штоку) должна быть оформлена отдельная подсборка, чертеж для нее и спецификация. При выполнении детали нетехнологическим способом, например, гильзу вместе с патрубком будет считаться ошибкой, так как студент должен показать знания и конструирования.

3. Приведенные схемы гидроцилиндров не являются сборочным чертежом, поэтому выполнять нужно не по этому образцу. Такие схемы используются в отделах комплектации для указания какие уплотнения применяются. Из схемы нужно реализовать способ крепления гидроцилиндра в механизме (проушины, болтовое соединение, цапфы). Размеры должны быть свои расчетные. Способы уплотнений поршня, штока, гильзы с крышками, способы соединения крышек необходимо принять по [1-3]. Рисунок 1 приведен для наименования деталей, а не как образец, что будет в проекте.

4. Обозначения для деталей и сборок. Начинается двумя буквами КР затем идет две цифры порядковый номер студента, потом две цифры подсборка или сборка. Потом три цифры для номера детали в сборке. КР 01.02.002 (первый студент, вторая подсборка, вторая деталь в подсборке 02). На пояснительной записке КР 01.00.000 ПЗ

5. В сборку гидроцилиндра стандартные изделия (гайки, уплотнения, подшипники и др.) необходимо вставлять из библиотеки Компас.

6. Оформлять чертежи и пояснительную записку необходимо по правилам ЕСКД. Для пояснительной записки можно применять текстовый документ Компас или в выданном вам шаблоне файла Word.

7. В пояснительной записке должны быть приведены расчеты, скрины созданных деталей, сборок, чертежей, спецификаций с соответствующими пояснениями.

8. Результаты: файлы с пояснительной запиской, все 3Д модели деталей, чертежи, и др. архивируются в один, указывается в наименование фамилия студента, выставляются в ТИМС в папку задания «Компьютерные технологии в машиностр. Курсовая работа».

9. После получения файлов преподаватель указывает ошибки для обоснования оценки и отправляет студенту.

10. Используя АРМ WinMachine выполнить прочностные расчеты корпуса и штока.

11. Используя переменные обеспечить автоматическое перестроение деталей при задании диаметров поршня и штока, хода поршня.

ЗАДАНИЯ К КУРСОВОЙ РАБОТЕ

Задание. Определить параметры гидроцилиндра, используя конструкторский пакет Компас 3D разработать проект гидроцилиндра. По усилиям на штоке и давлению в гидроцилиндре провести расчет напряжений в элементах гидроцилиндра и подобрать сечения по условию прочности

Расчетная схема по заданиям и пример объемных моделей элементов приведена на рис. 1.

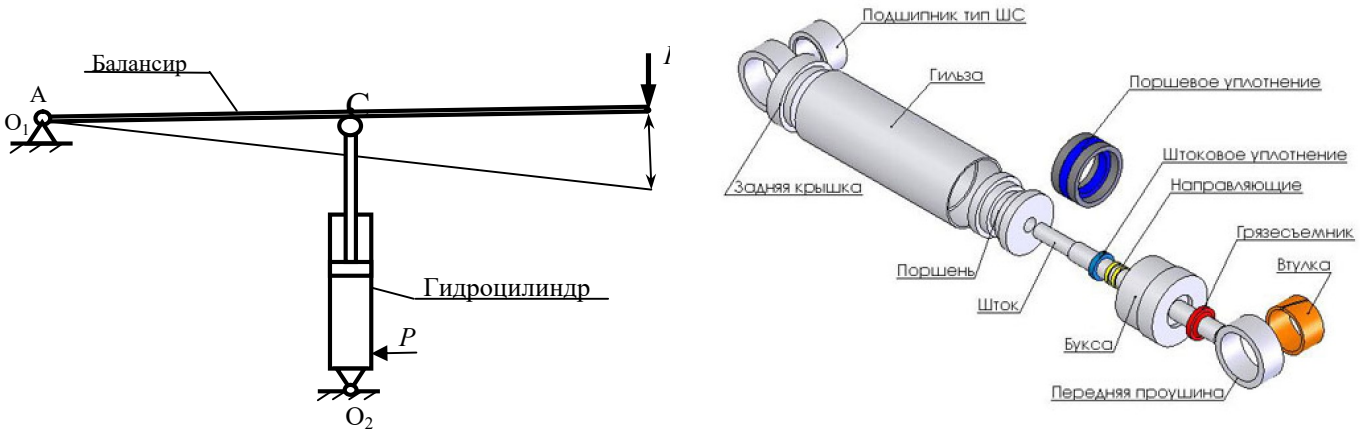


Рис. 1. Расчетная схема и примеры объемных моделей деталей

Конструктивные схемы вариантов исполнений гидроцилиндров приведены в приложении 1. Для выполнения проекта гидроцилиндра по этим схемам необходимо рассмотреть известные конструкции изготовления крышек, поршней, уплотнений, соединений, приведенные в [3].

Варианты заданий и исходные данные

Вариант	№ ГЦ	Усилие *F*, Н	L_{AB}, м	L_{AC}, м	Угол поворота балансира Δβ, град	Давление Р, МПа	Допустимое напряжение штока, МПа	Детали для оформления рабочего чертежа
1	1	10000	2	1	15	16	120	Шток, поршень
2	2	20000	2	1	20	16	120	Корпус, крышка задняя
3	3	30000	2	1	18	16	120	Шток, крышка передняя
4	4	10000	3	1	15	16	120	Шток, крышка задняя
5	5	20000	3	1	18	16	120	Поршень, крышка задняя
6	6	30000	3	1	20	16	120	Корпус, крышка передняя
7	7	50000	3	1	15	16	120	Шток, поршень
8	8	50000	4	1	15	16	120	Корпус, крышка задняя
9	9	50000	4	1	15	32	120	Шток, крышка передняя
10	1	30000	4	1	20	32	120	Шток, крышка задняя
11	2	40000	4	1	18	32	120	Поршень, крышка задняя
12	3	20000	4	1	18	32	120	Корпус, крышка передняя
13	4	100000	4	1	15	32	120	Шток, поршень
14	5	50000	3	1	15	32	120	Корпус, крышка задняя
15	6	150000	3	1	15	32	120	Шток, крышка передняя
16	7	100000	3	1	15	32	120	Шток, крышка задняя
17	8	120000	3	1	15	32	120	Поршень, крышка задняя
18	9	180000	4	1	15	32	120	Корпус, крышка передняя
19	1	100000	4	1	18	32	120	Шток, поршень
20	2	80000	4	1	15	32	120	Корпус, крышка задняя
21	3	50000	4	1	20	10	120	Шток, крышка передняя
22	4	40000	4	1	15	10	120	Шток, крышка задняя
23	5	30000	4	1	10	10	120	Поршень, крышка задняя
24	6	20000	4	1	15	10	120	Корпус, крышка передняя
25	7	10000	4	1	15	10	120	Шток, крышка задняя

Примечание. В приложении приведены схемы вариантов гидроцилиндров, используемые в отделах для приобретения комплектующих уплотнений. Приведенные на рисунках размеры не следует применять для создания деталей гидроцилиндра по варианту задания. Конструктивное исполнение поршня, крышек и иных элементов необходимо уточнить, пользуясь примерами и рекомендациями в [3].

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ

1. Выполнить расчет параметров

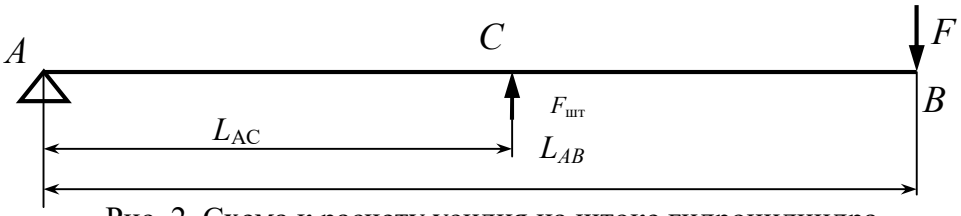


Рис. 2. Схема к расчету усилия на штоке гидроцилиндра

Усилие на штоке гидроцилиндра определяется по условию равновесия – сумма моментов относительно опоры А равна нулю

$\sum M_A = 0$, т.е. $F_{шт} \cdot L_{AC} - F \cdot L_{AB} = 0$.

Откуда

$$F_{шт} = \frac{F \cdot L_{AB}}{L_{AC}}$$

Площадь поршня по заданному давлению

$S_п = F_{шт}/P$

Диаметр поршня

$D_п = \sqrt{4 \cdot S_п/\pi}$

Площадь штока определяется по условию прочности. При работе штока на сжатие площадь штока определяется по формуле

$S_{шт} = F_{шт}/[\sigma]$

Диаметр штока

$d_{шт} = \sqrt{4 \cdot S_{шт}/\pi}$

Ход штока

$\Delta x = 2L_{AC}\sin(\Delta\beta/2)$

2. Диаметры поршней и штоков округлить до стандартных значений [1,2].
3. По стандартным значениям спроектировать гидроцилиндр. Конструктивные схемы вариантов исполнений гидроцилиндров приведены в приложении 1. Для выполнения проекта гидроцилиндра по этим схемам необходимо рассмотреть известные конструкции изготовления крышек, поршней, уплотнений, соединений, приведенные в [3].
4. Проектирование должно быть выполнено с использованием конструкторских пакетов Компас 3D.. Проект должен включать все детали, сборки, рабочие чертежи указанных в задании деталей и сборочные чертежи, спецификации, пояснительную записку.
5. Выполнить прочностные расчеты корпуса гидроцилиндра, штока с использованием модуля *Structure 3D* системы *APM WinMachine*
6. Оформление пояснительной записки: пояснительная записка должна содержать:
   - расчет параметров,
   - виды 3D моделей всех деталей,
   - рабочие чертежи указанных в задании деталей, выполненные по требованиям ЕСКД на формате А4 или ином, на ином, но в записке разрешается представить в уменьшенном до А4 вида,

- сборочные чертежи узлов гидроцилиндра по тем же требованиям, что и для деталей,
- прочностные расчеты корпуса и штока

ЛИТЕРАТУРА

1. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя. В 3-х т. Т.3. М.Машиностроение, 2010.- 864 с
2. Суслов Н. М., Лагунова Ю. А. Объемные гидравлические машины гидро- и пневмоприводов: учебное пособие / Н.М. Суслов, Ю.А. Лагунова; Уральский государственный горный университет. - Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2009. – 328с.
3. Марутов В.А., Павловский С.А. Гидроцилиндры. В 2-х томах, М. - Машиностроение, 1966.- 864
4. Замрий А.А. Учебное пособие Практический учебный курс CAD/CAE система АРМ WinMachine М. 2013; Изд-во АПМ. – 144 с
5. Описание конструкторского пакета Компас 3D.

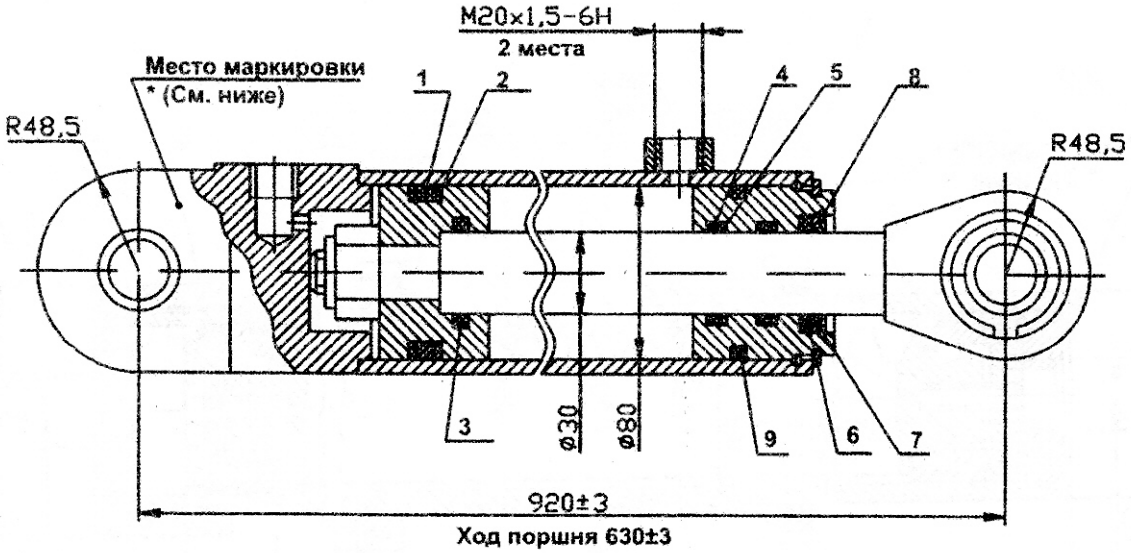
ВАРИАНТЫ СХЕМ ГИДРОЦИЛИНДРОВ

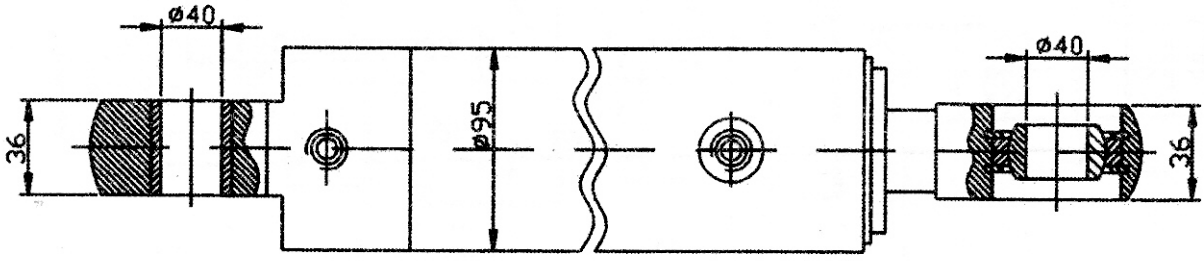
ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК -80.30х630.21

№ 1

Давление, МПа	
номинальное	16
максимальное	20
Усилие на штоке, кН (кГ)	
толкающее	80,38 (8038)
тянущее	69,08 (6908)
Масса, кг	25,7

Уплотнение по поршню:
поз.1 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.
поз.2 - кольцо защитное - 2 шт.
поз.3 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.
Уплотнение по штоку:
поз.4 - кольцо резиновое уплотнительное - 2 шт.
поз.5 - кольцо защитное - 2 шт.
поз.6 - манжета - 1 шт.
поз.7 - скребок - 1 шт.
поз.8 - кольцо стопорное - 1 шт.
Уплотнение "корпус-крышка передняя":
поз.9 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.





ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК-80.40х280.680.11

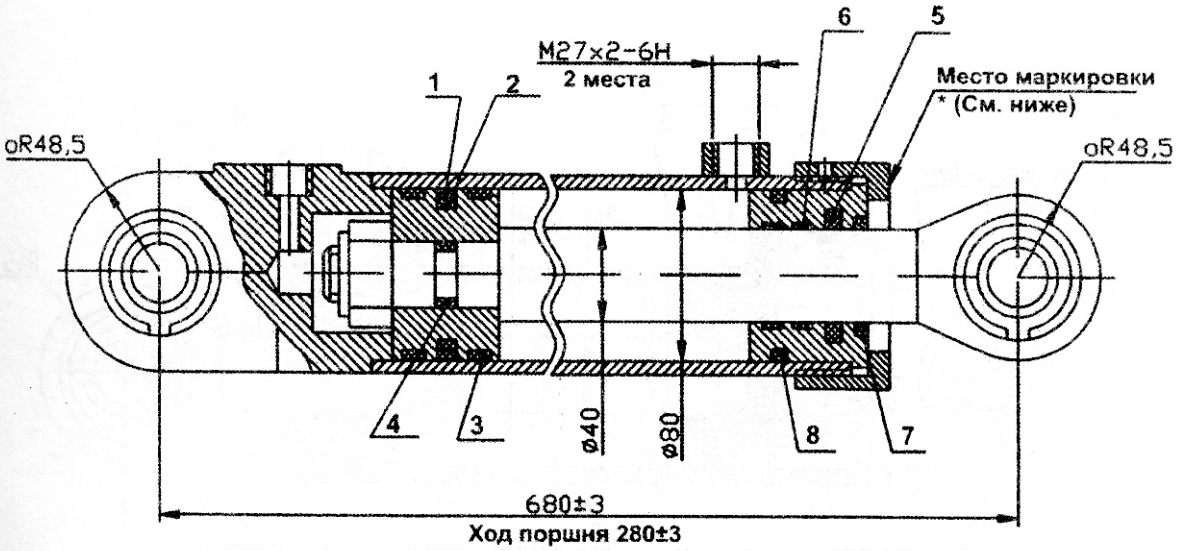
№ 2

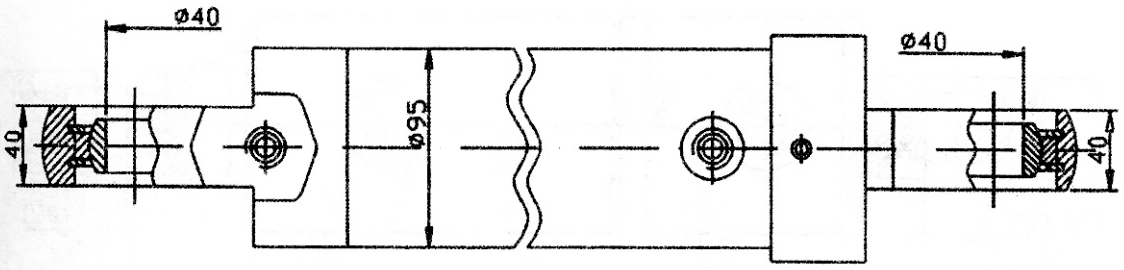
Давление, МПа	
номинальное	16
Усилие на штоке, кН (кГ):	
толкающее	80,38 (8038)
тянущее	6029 (6029)
Масса, кг	18,5

Уплотнение по поршню:
- поз.1 - уплотнение поршневое - 1 шт.
- поз.2 - кольцо поджимное - 1 шт.
- поз.3 - кольцо опорно-направляющее - 2 шт.
- поз.4 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.

Уплотнение по штоку:
- поз.5 - уплотнение штоковое - 1 шт.
- поз.6 - кольцо опорно-направляющее - 2 шт.
- поз.7 - грязесъемник - 1 шт.

Уплотнение "корпус-крышка передняя":
- поз.8 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.



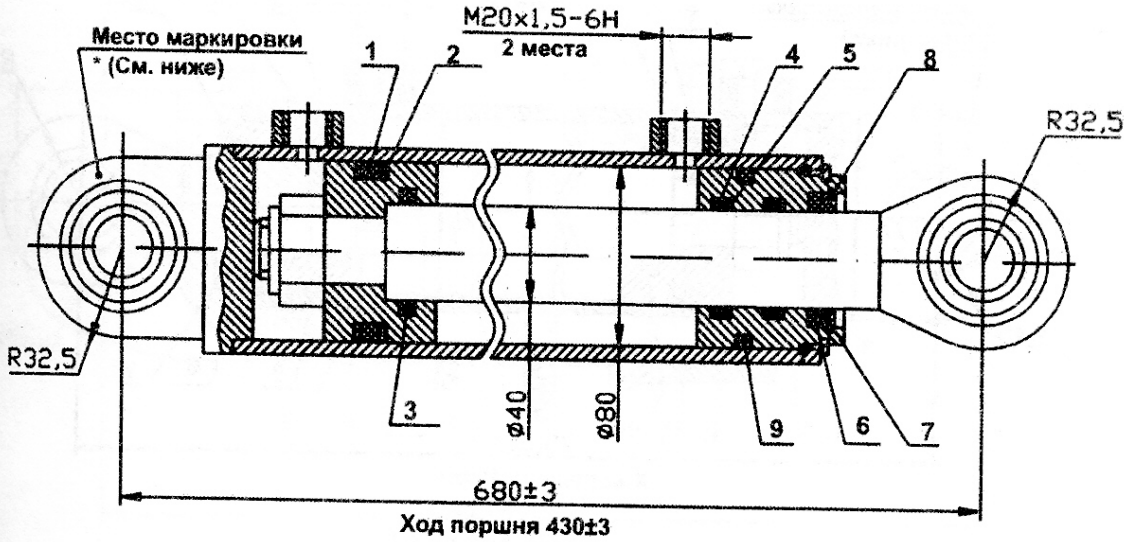


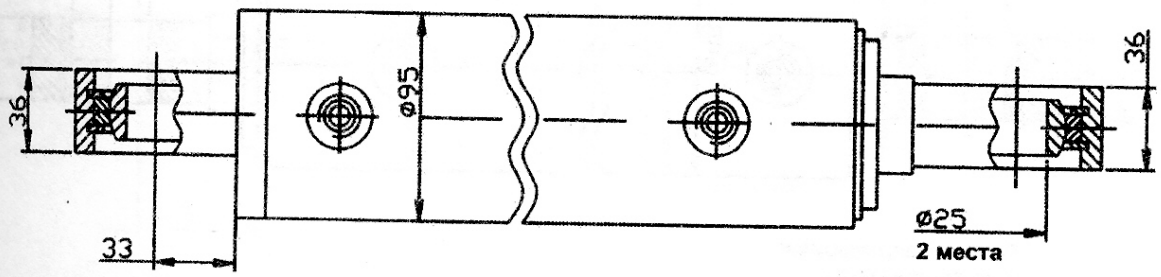
ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК -80.40х430.11

№ 3

Давление, МПа	
номинальное	16
Максимальное	20
Усилие на штоке, кН (кГ):	
толкающее	80,38 (8038)
тянущее	6029 (6029)
Масса, кг	21,7

Уплотнение по поршню:
поз.1 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.
поз.2 - кольцо защитное - 2 шт.
поз.3 - кольцо резиновое уплотнительное - 2 шт.
Уплотнение по штоку:
поз.4 - кольцо резиновое уплотнительное - 2 шт.
поз.5 - кольцо защитное - 2 шт.
поз.6 - манжета - 1 шт.
поз.7 - скребок - 1 шт.
Поз.8 - кольцо стопорное - 1 шт.
Уплотнение "корпус-крышка передняя":
Поз.9 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.





*** Пример маркировки:**
ГЦК-80.30х430.11
11.04

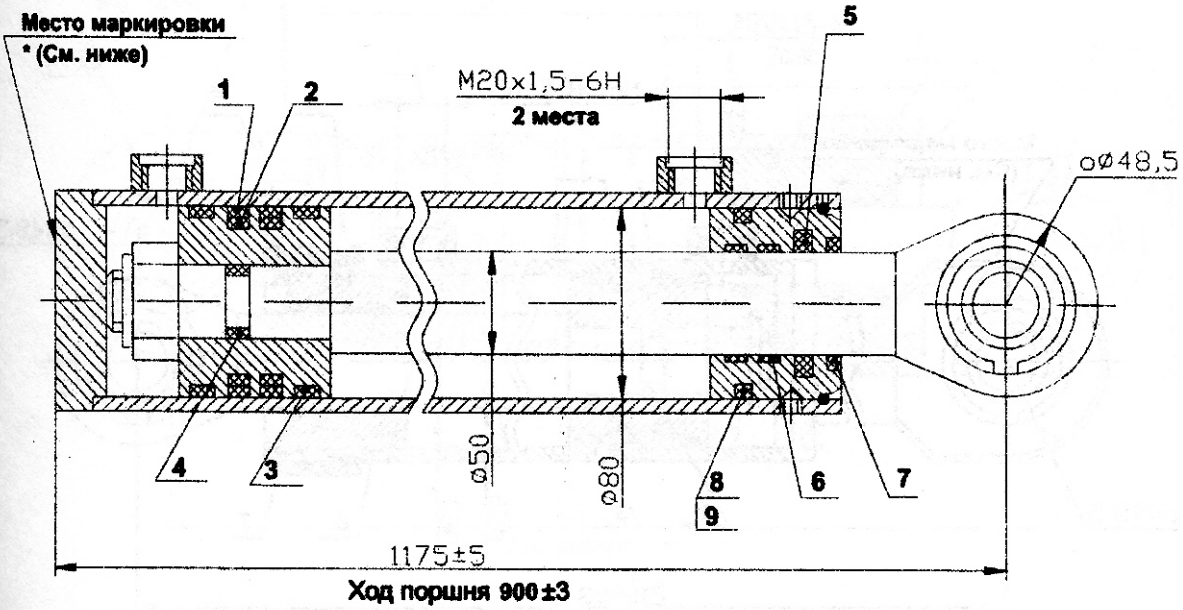
Применяется для поворота изделия КО - 812 - 2

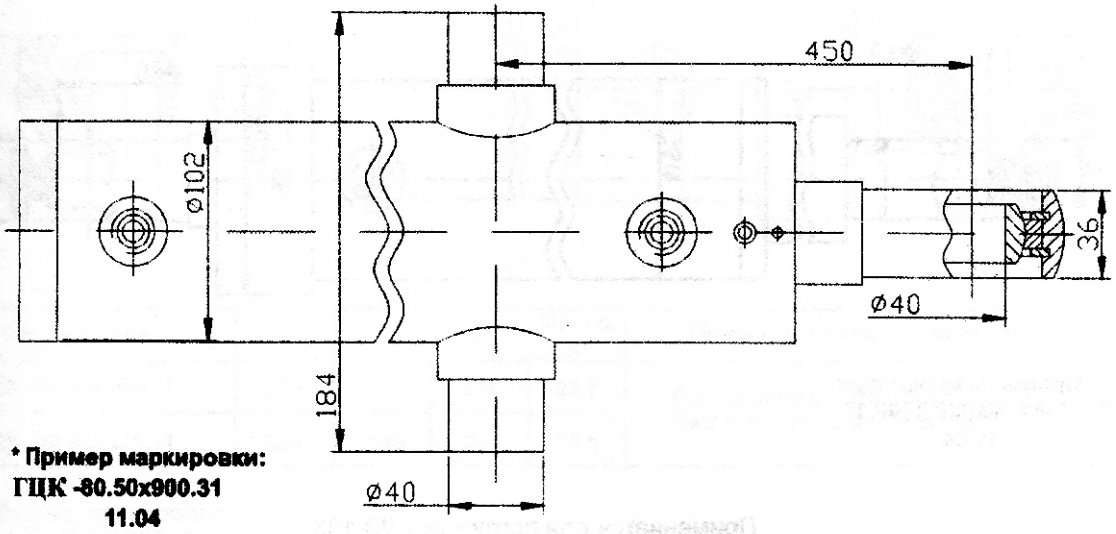
ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК-80.50х900.31

№ 4

Давление, МПа	
номинальное	16
максимальное	20
Усилие на штоке, кН (кГ):	
толкающее	80,38 (8038)
тянущее	49,98 (4998)
Масса, кг	50,5

Уплотнение по поршню:	
поз.1 - уплотнение поршневое	- 2 шт.
поз.2 - кольцо поджимное	- 2 шт.
поз.3 - кольцо опорно-направляющее	- 2 шт.
поз.4 - кольцо резиновое уплотнительное	- 1 шт.
Уплотнение по штоку:	
поз.5 - уплотнение штоковое	- 1 шт.
поз.6 - кольцо опорно-направляющее	- 2 шт.
поз.7 - грязесъемник	- 1 шт.
Уплотнение "корпус-крышка передняя":	
поз.8 - кольцо резиновое уплотнительное	- 1 шт.
поз.9 - кольцо защитное	- 1 шт.





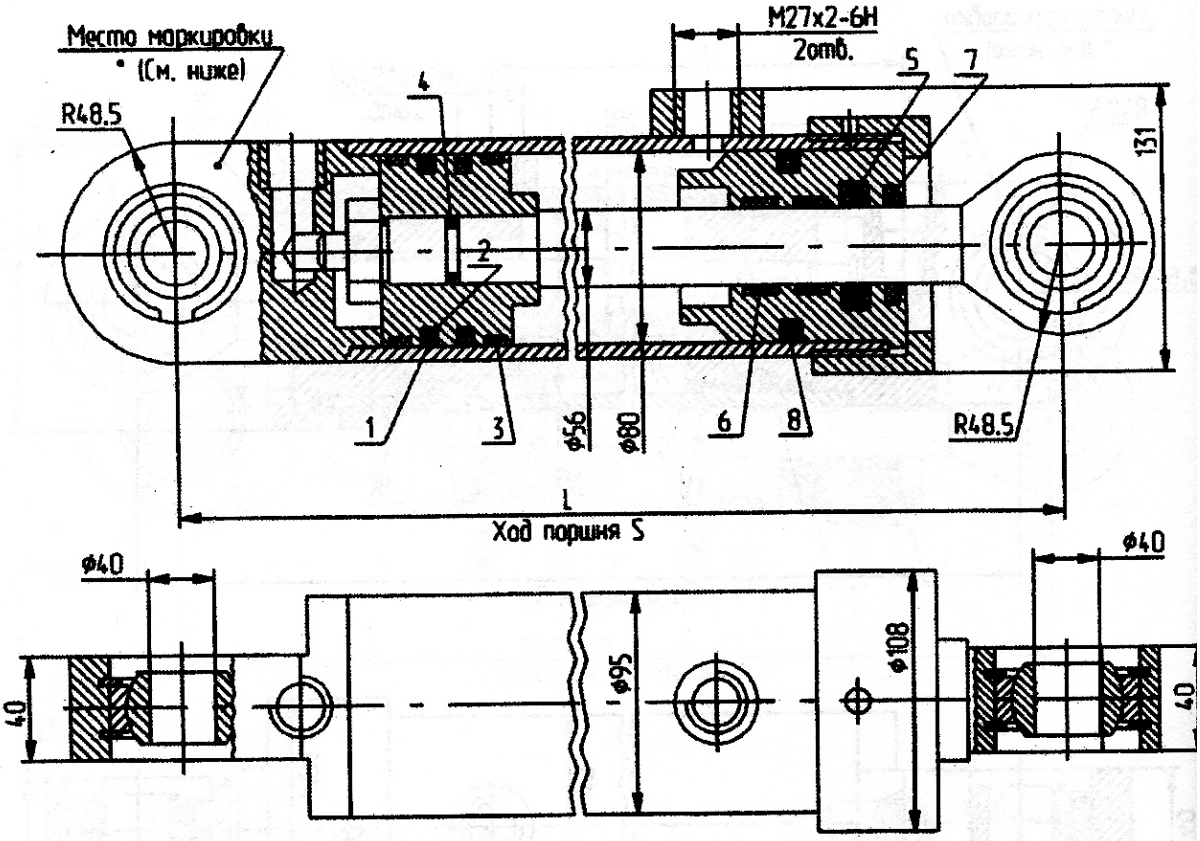
*** Пример маркировки:**
ГЦК -80.50х900.31
11.04

ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК-80.56xS.11

№ 5

Давление, МПа
номинальное 16
максимальное 20
Усилие на штоке, кН (кГ):
толкающее 80,38 (8038)
тянущее 40,99 (4099)

Уплотнение по поршню:
поз.1 - уплотнение поршневое - 2 шт.
поз.2 -кольцо поджимное -2 шт.
поз.3 -кольцо опорно-направляющее - 2 шт.
поз.4 - кольцо резиновое уплотнительное -1 шт.
Уплотнение по штоку:.
поз.5 - уплотнение штоковое - 1 шт.
поз.6 - кольцо опорно-направляющее - 2 шт.
поз.7 - грязесъемник - 1 шт.
поз.8 -кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.



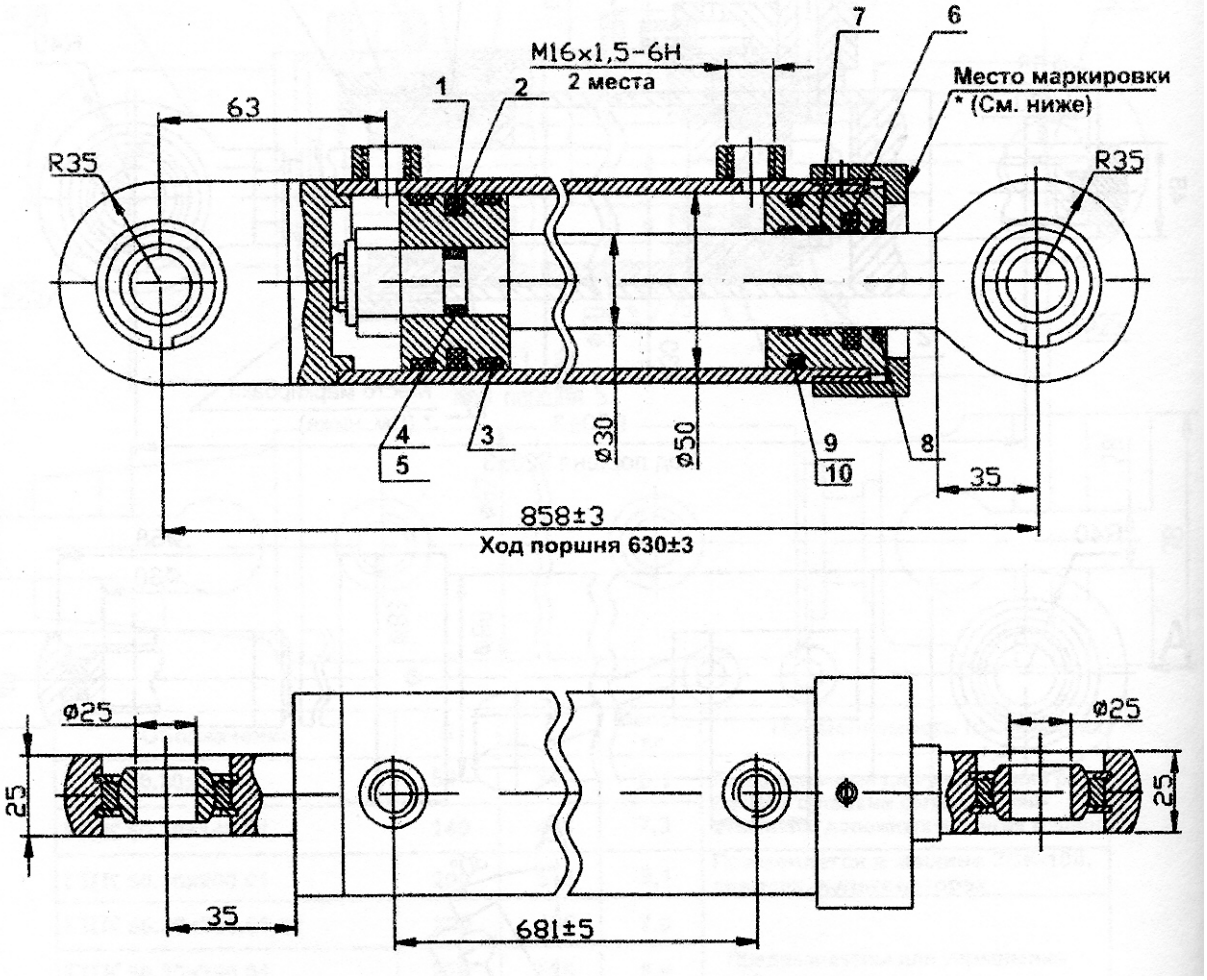
Обозначение	S	L	Масса, кг	Применяемость на машинах
ГЦК-80.56x160.11	160	510	20,3	для открывания ковша экскаваторов: ЭО-2201, -2203, "Борэкс"-2626
ГЦК-80.56x280.11	280	645	26	для отвала экскаваторов ЭО-2621А, В, В1, В2, В3, -2201, -2203, -2629
ГЦК-80.56x400.11	400	765	31	для подъема ковша погрузчиков: ТО-18А, -18Б, 18Д, -25,-28; ЭО-2201, -03, ДЗ-133; экскаваторов ЭО-2201, "Борэкс"
ГЦК-80.56x560.11	560	925	38,5	для подъема стрелы погрузчиков: ТО-49, ЭО-2628, -2203, ДЗ-133
ГЦК-80.56x630.11	630	1010	41,3	для погрузчика экскаваторов ЭО-2626, -2626А, -2627, -2628, "Борэкс", -2626
ГЦК-80.56x700.11	700	1100	47,2	для ковша экскаваторов: ЭО-2626, -2201, -2203, "Борэкс"-2626, ЭО-2629; для мусоровоза АМК-920
ГЦК-80.56x900.11	900	1250	52,3	для рукояти и ковша экскаваторов: ЭО-2621А, В, В1, В2 -2203, -2626, ТО-49; полуприцепа -автовоза мод. А956М-02/03

ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК-50.30х630.11

№ 6

Давление, МПа	
номинальное	16
максимальное	20
Усилие на штоке, кН (кГ)	
толкающее	31,4 (3140)
тянущее	20 (2000)
Масса, кг	17

Уплотнение по поршню:	
поз.1 - уплотнение поршневое	- 1 шт.
поз.2 - кольцо поджимное	- 1 шт.
поз.3 - кольцо опорно-направляющее	- 2 шт.
поз.4 - кольцо резиновое уплотнительное	- 1 шт.
поз.5 - кольцо защитное	- 2 шт.
Уплотнение по штоку:	
поз.6 - уплотнение штоковое	- 1 шт.
поз.7 - кольцо опорно-направляющее	- 2 шт.
поз.8 - грязесъемник	- 1 шт.
Уплотнение "корпус-крышка передняя":	
поз.9 - кольцо резиновое уплотнительное	- 1 шт.
поз.10 - кольцо защитное	- 1 шт.

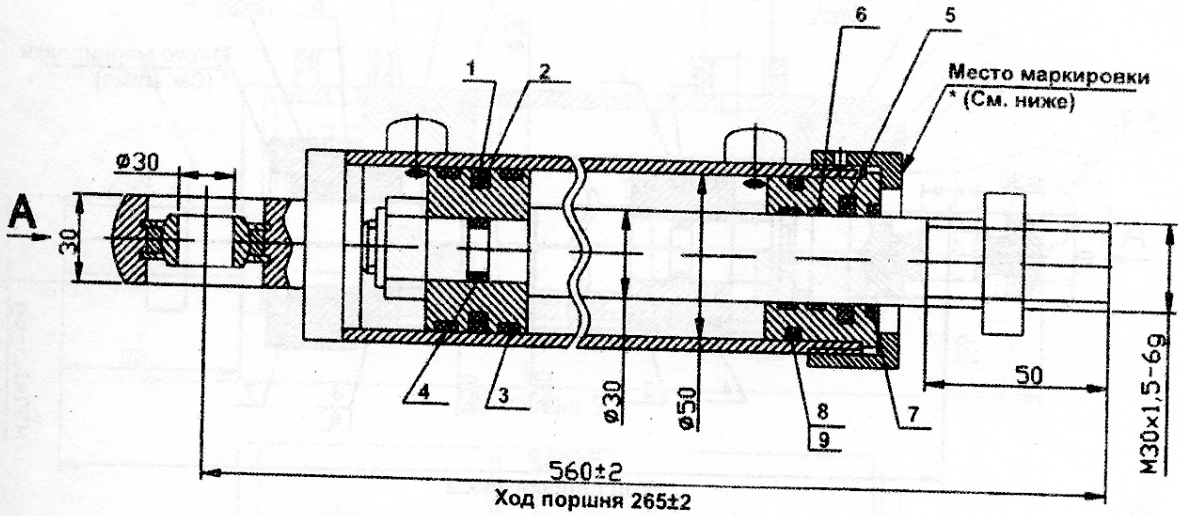


ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК-50.30х265.13 (ДЗ.122.06.30.000-03)

№ 7

Давление, МПа	
номинальное	12
Усилие на штоке, кН (кГ)	
толкающее	23,55 (2355)
тянущее	15,07 (1507)
Масса, кг	10,4

Уплотнение по поршню:	
поз.1 - уплотнение поршневое	- 1 шт.
поз.2 - кольцо поджимное	- 1 шт.
поз.3 - кольцо опорно-направляющее	- 2 шт.
поз.4 - кольцо резиновое уплотнительное	- 1 шт.
Уплотнение по штоку:	
поз.5 - уплотнение штоковое	- 1 шт.
поз.6 - кольцо опорно-направляющее	- 2 шт.
поз.7 - грязесъемник	- 1 шт.
Уплотнение "корпус-крышка передняя":	
поз.8 - кольцо резиновое уплотнительное	- 1 шт.
поз.9 - кольцо защитное	1 шт.





* Пример маркировки:
ГЦК 50.30х265.13
(ДЗ.122.06.30.000-03)
11.04

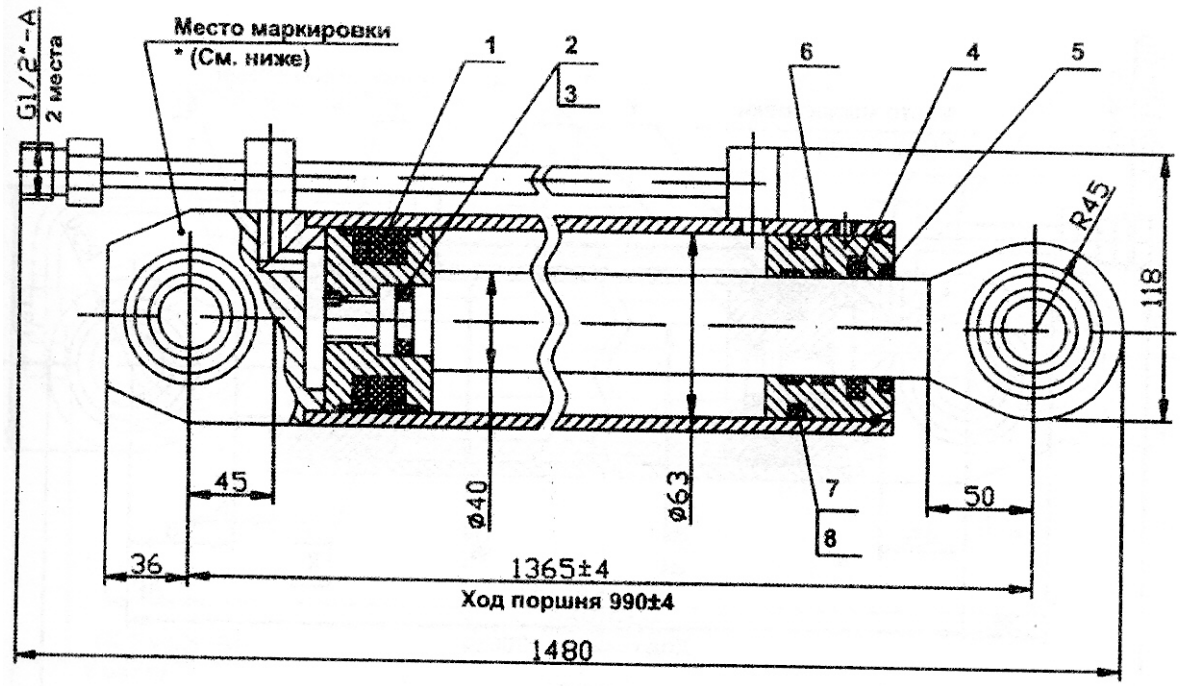
Применяется для рулевого управления автогрейдеров ДЗ-122Б, ДЗ-122Б-7

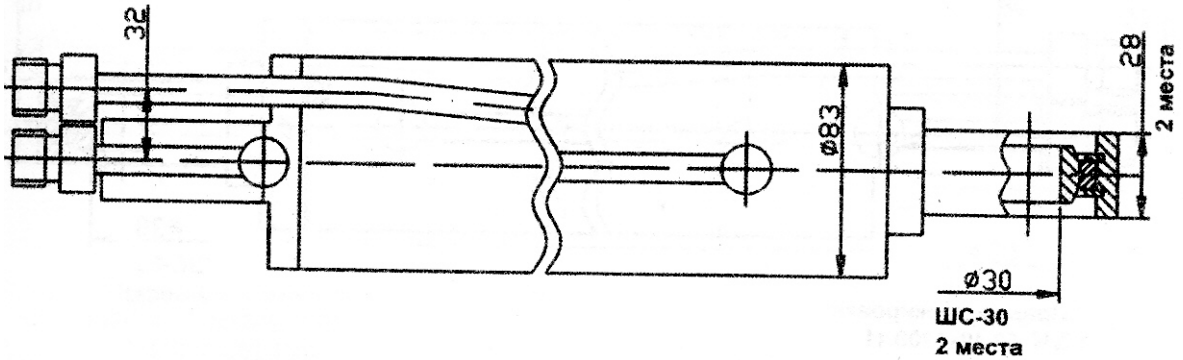
ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК-63.40х990.11

№ 8

Давление, МПа	
номинальное	20
Усилие на штоке, кН (кГ)	
толкающее	62,31 (6231)
тянущее	37,19 (3719)
Масса, кг	35,8

Уплотнение по поршню:
поз.1 - уплотнение - 1 шт.
поз.2 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.
поз.3 - кольцо защитное - 2 шт.
Уплотнение по штоку:
поз.4 - манжета - 1 шт.
поз.5 - грязесъемник - 1 шт.
поз.6 - кольцо опорное - 2 шт.
Уплотнение "корпус-крышка передняя":
поз.7 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.
поз.8 - кольцо защитное - 1 шт.





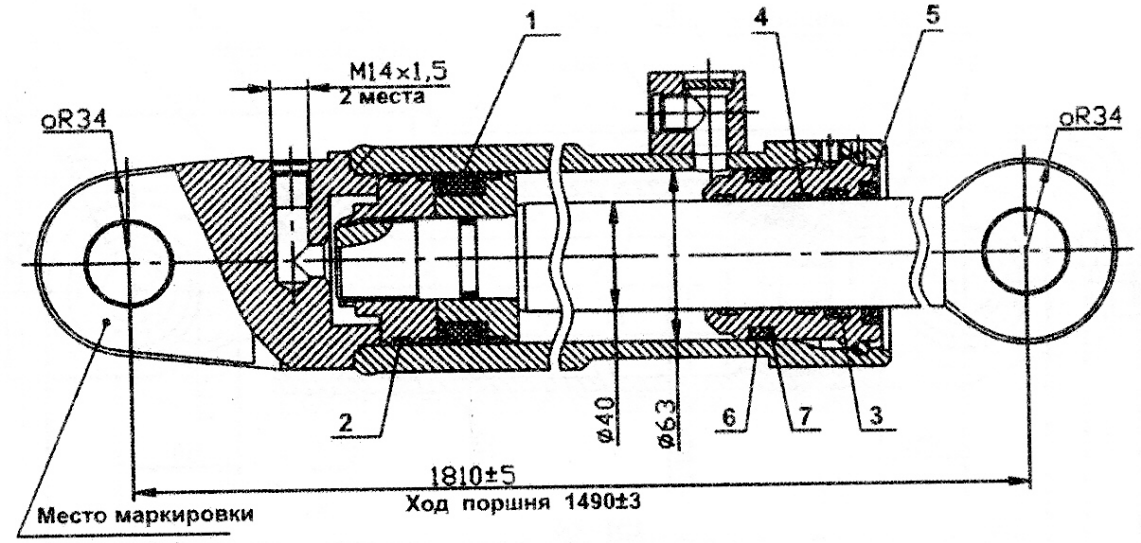
* Пример маркировки:
ГЦК -63.40х990.11
08.03

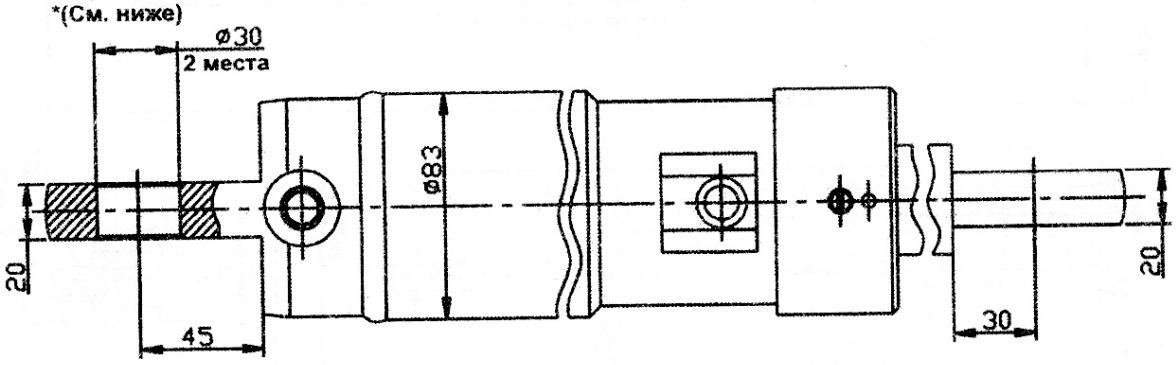
ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК-63.40х1490.17

№ 9

Давление, МПа	
номинальное	18
Усилие на штоке, кН (кГ)	
толкающее	56,08 (5608)
тянущее	33,47 (3347)
Масса, кг	49

Уплотнение по поршню:	
поз.1 - уплотнение поршневое	- 1 шт.
поз.2 - кольцо опорно-направляющее	- 1 шт.
Уплотнение по штоку:	
поз.3 - манжета	- 1 шт.
поз.4 - кольцо опорное	- 2 шт.
поз.5 - грязесъемник	- 1 шт.
Уплотнение "корпус-крышка передняя":	
поз.6 - кольцо резиновое уплотнительное	- 1 шт.
поз.7 - кольцо защитное	- 1 шт.





МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
И.о. проректора по учебно-методической работе
_____ В. В. Зубов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по выполнению практических занятий по дисциплине

Б1.О.26 ИНЖЕНЕРНЫЙ ДИЗАЙН CAD (САПР)

Направление подготовки
15.03.02 Технологические машины и оборудование

Направленность (профиль)
Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов

Форма обучения: очная, заочная, очно-заочная
Год набора: **2025**

Автор: Шестаков В. С., канд. техн. наук, профессор

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией факультета
Горных машин и комплексов	Горно-механического
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Лагунова Ю. А.	Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 13.09.2024	Протокол № 2 от 18.10.2024
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время конструирование технических объектов выполняется полностью на ЭВМ, что привело к использованию понятия автоматизированное проектирование. Выпускники университета должны уметь работать на ЭВМ в текстовых и графических редакторах, конструкторских пакетах, позволяющих выполнять проектирование машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов.

При изучении дисциплины студенты наряду с другими осваивали следующие направления:

- проведение расчетов с использованием программных модулей,
- создание проектов нефтегазовых машин и оборудования с использованием конструкторских пакетов 3D моделирования, в частности конструкторского пакета Компас 3D.

Результат изучения дисциплины: Компьютерные технологии в машиностроении»

Знать:

- методы контроля качества изделий и объектов, причины нарушений технологических процессов и мероприятия по их предупреждению;
- этапы разработки проекта;
- приемы создания 3 D моделей деталей и ГОСТы оформления чертежей;
- показатели технического состояния и остаточного ресурса технологического оборудования, порядок профилактического осмотра и текущего ремонта;
- этапы изготовления прототипов;
- командную работу на производстве.

Уметь:

- применять методы контроля качества изделий и объектов, внедрять мероприятия для исключения нарушений технологических процессов;
- разрабатывать проекты деталей и узлов;
- оформлять конструкторскую документацию
- определять техническое состояние и остаточный ресурс технологического оборудования, проводить профилактический осмотр и текущий ремонт;
- изготавливать прототипы;
- организовывать командную работу на производстве.

Владеть:

- приемами контроля качества изделий и объектов, внедрения мероприятий для исключения нарушений технологических процессов;
- навыками создания деталей в конструкторских пакетах 3 D моделирования;
- навыками создания сборочных узлов в конструкторских пакетах 3 D моделирования;
- навыками оформления рабочих и сборочных чертежей в конструкторских пакетах 3 D моделирования
- навыками определения технического состояния и остаточного ресурса технологического оборудования, проведения профилактического осмотра и текущего ремонта;
- приемами изготовления прототипов;
- приемами организации командной работы на производстве.

Указания к выполнению

Практические занятия выполняются под руководством преподавателя на примере создания 3Д деталей, формирования сборочных единиц и оформления чертежей.

Создание указанных документов демонстрируется преподавателем на экране через проектор, студенты повторяют и задают вопросы и появлении затруднений.

Для обучения выбрано упражнение приведенное в приложении.
Пример выполнения первой детали.

Создание 3Д модели детали «Планка» и оформление чертежа

1. ***Начало создания детали.*** После загрузки системы Компас (рис. 2.1) выполняется щелчок по значку «Деталь» - появится окно редактора создания детали (рис. 2.2).

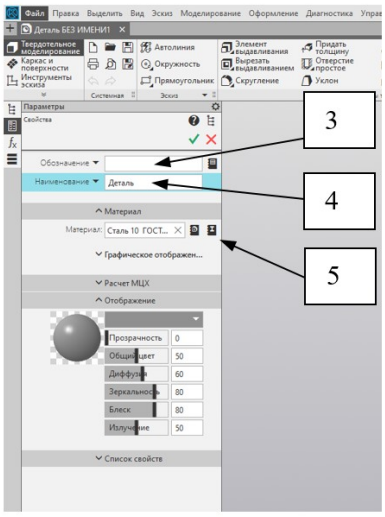


Рис. 2.3. Окно свойств

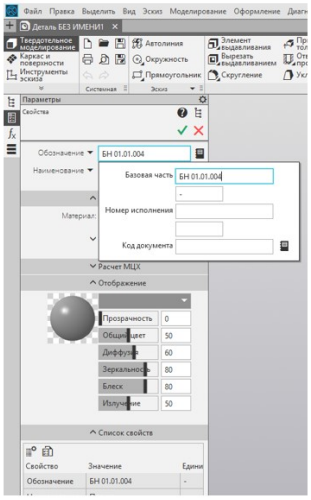


Рис. 2.4. Задание обозначения

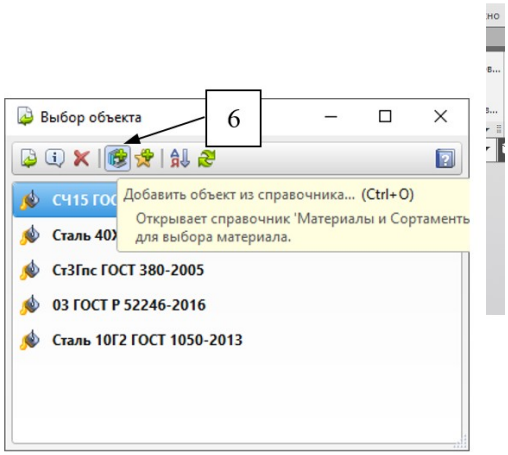


Рис. 2.5. Выбор материала

2. ***Настройка свойства детали***: двойной щелчок по «Деталь» (2) в дереве – появится окно свойств (рис. 2.3). Щелчком по окну «Обозначение» (2) вызовем окно ввода (рис. 2.4) и впишем в окно базовой части обозначение для передачи его в последующем в штампы чертежей и спецификацию БН 01.01.004. В окно «Наименование» впишем наименование детали «Планка». Щелчком по кнопке «Выбрать материал из справочника» (5) – на окно выведется окно выбора материала (рис. 2.5), в списке будут материалы, с которыми уже выполнялась работа. Если требуется материал, которого нет в этом списке, то необходимо щелкнуть по кнопке «Добавить материал из справочника» (6) – на экран выведется окно (рис. 2.6). В этом окне необходимо щелкнуть по знаку «+» против нужного материала (7), (8). Если деталь изготовляется из выпускаемого сортамента, то необходимо распахнуть (щелкнуть по «+» против марки материала), распахнуть нужный сортамент (на рис. 2.7 выбрана полоса). Щелчками нужно щелчками отметить выбор (9), (10), (11), щелкнуть по строке «Полоса» (13) и завершить выбор щелчком по кнопке «Выбрать» (13).

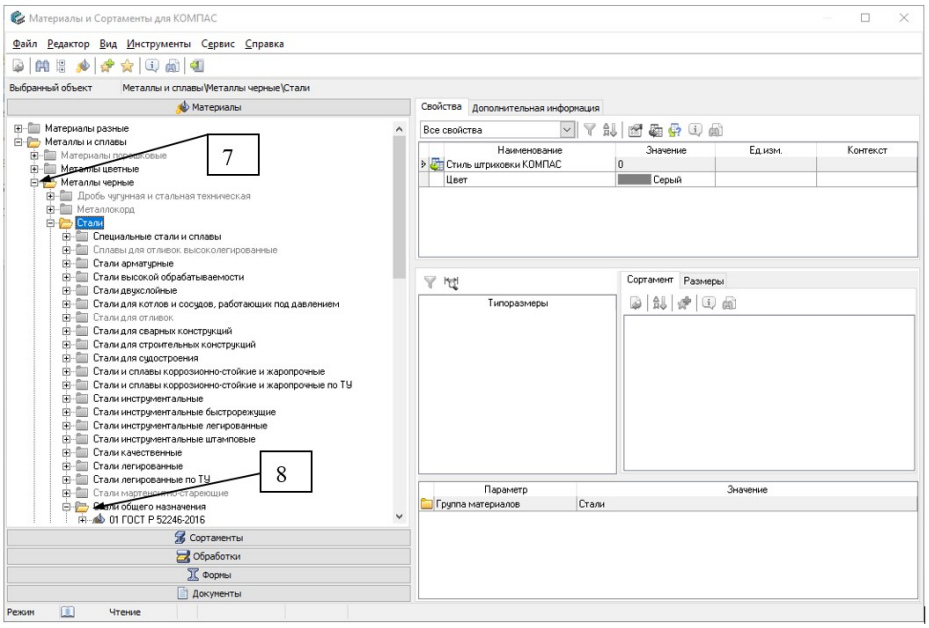


Рис. 2.6. Выбор материала

3. ***Сохранение файла***: щелкнуть по кнопке «Сохранить» и в проводнике выбрать маршрут для папки, в которой будут храниться все файлы создаваемого объекта. Для сохранения предлагается имя файла, включающего обозначение и наименование детали. Это очень удобно для поиска нужного файла – на чертеже детали имеется в штампе обозначение и наименование такое же имя, что и файла.

4. ***Разработка проекта создания детали планка*** (рис. 2.8). Этот этап является очень важным и позволяет сократить время проектирования объекта. При разработке проекта определяются из каких элементов будет состоять деталь, какие эскизы потребуются для каждого элемента, где должна располагаться исходная точка.

Рассмотрим проект нашей детали планка. Планку можно создать несколькими способами.

1 - планка состоит из двух элементов: первый представляет собой планка без отверстий и создается элементом выдавливания из эскиза прямоугольника, второй элемент отверстия создается операцией вырез выдавливанием из эскиза включающего две окружности, исходная точка на оси симметрии планки.

2 - планка состоит из трех элементов: первый представляет собой планка без отверстий и создается элементом выдавливания из эскиза прямоугольника, второй элемент одно отверстие создается операцией вырез выдавливанием из эскиза включающего окружность, исходная точка на оси симметрии планки.

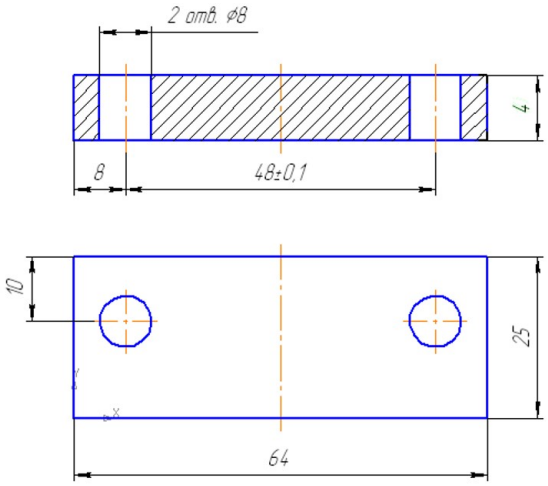


Рис. 2.8. Эскиз планки

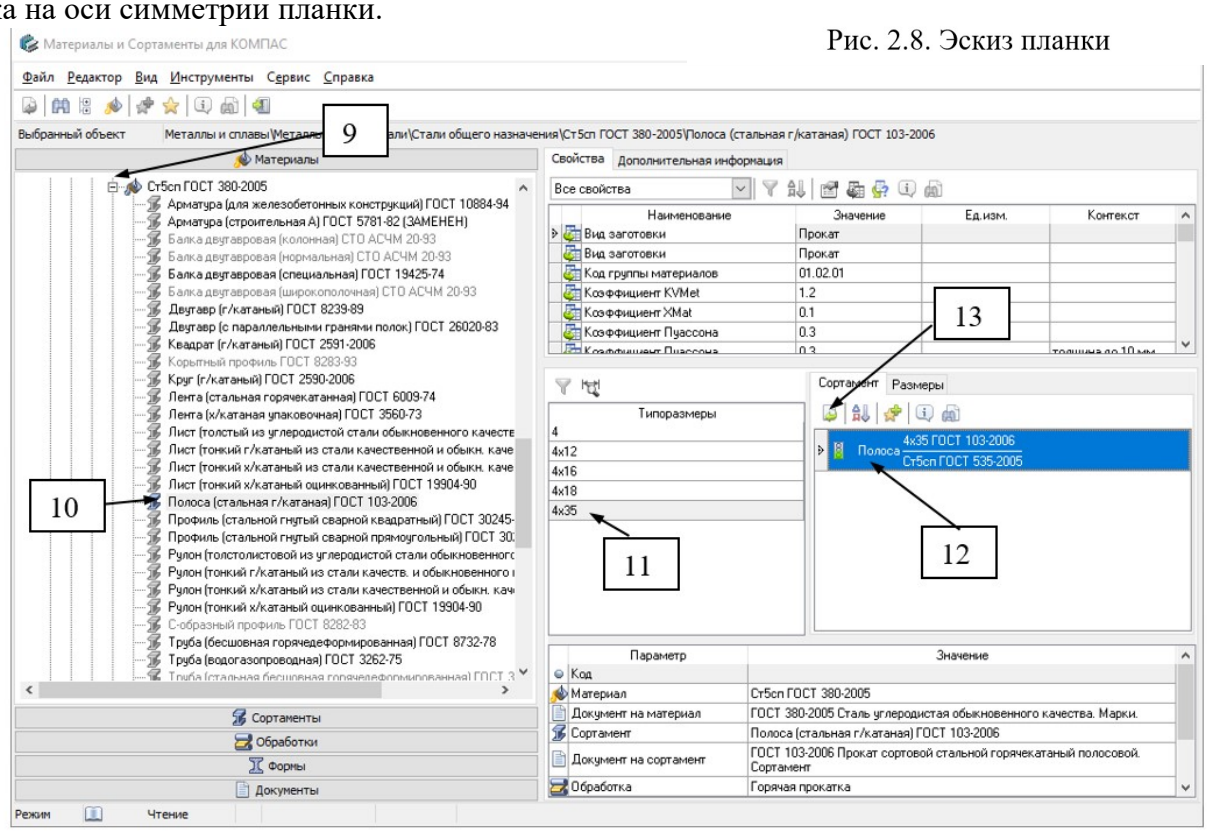


Рис. 2.7. Выбор материала и сортамента

3 - планка состоит из одного элемента собственно : первый представляет собой планка без отверстий и создается элементом выдавливания из эскиза прямоугольника, второй эле-

мент одно отверстие создается операцией вырез выдавливанием из эскиза включающего окружность, исходная точка на оси симметрии планки, третий элемент образуется операцией зеркального отражения второго элемента, исходная точка на оси симметрии планки.

Первый и второй элементы соответствуют реальному процессу: из полосы фрезой отделяется прямоугольник 64х25, затем на сверлильном станке сверлятся два отверстия диаметром 8. В дереве для первого варианта будет два элемента выдавливания, для второго варианта будет три элемента (два выдавливания и зеркальное отражение).

Третий вариант не соответствует реальному процессу так как за одну операцию отрезается прямоугольник и сразу же появляются отверстия. Достоинством такого варианта всего одна операция, недостатком – более сложный эскиз. Целью учебного курса является обучение всем возможностям системы Компас, для этой цели большие обучающие функции будут у третьего варианта. При создании эскиза будут рассмотрено применение ограничений. Применение массивов с зеркальным отражением рассмотрим на других примерах.

5. Создание эскиза. Для детали по третьему варианту эскиз соответсвует виду сверху (рис. 2.8). Эскиз создается на стандартной плоскости и чтобы проще было создавать чертеж для него выберем плоскость «Сверху». Для выбора плоскости на панели быстрого доступа (рис. 2.9) распахиваем вкладку «Ориентация» (14), щелчок по пиктограмме вида сверху (15) – к нам повернется плоскость, соответсвующая виду сверху. Это плоскость ХУ (синяя). Щелчком выделим плоскость (появятся маркеры), затем щелчком по кнопке «Эскиз» (16)

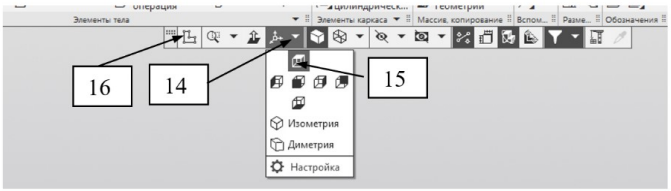


Рис. 2.9. Панель быстрого доступа

входим в редактор.Информация, что мы находимся в эскизе: в дереве появится строка «Эскиз 1» с замочком, а в правом верхнем угле появится знак эскиза.

6. ***Построение эскиза***. Щелчок по кнопке «Прямоугольник» (17), прорисуем основным типом линии прямоугольник чуть выше исходной точки (18). Значение высоты и ширины прямоугольника вводить не нужно, так как все равно будут устанавливаться размеры и значения лучше задавать размерам, это будет быстрее.

Проставим размеры: щелчок по кнопке авторазмеры (19), наводим на сторону прямоугольника и когда сторона приобретет красный цвет, нажимаем левую кнопку, отводим курсор выше (ниже) стороны и выполняем щелчок, появится окно ввода значения, с клавиатуры набираем значение, после нажатия клавиши Enter или щелчка по V размер будет задан (20), а прямоугольник изменится. Также проставляем второй размер (рис. 2.10).

Задание ограничений. Если навести курсор на любуя сторону прямоугольника, нажать левую кнопеу и, не отпуская ее, переместить мышь, то увидим, что прямоугольник переместится относительно исходной точки. Почему нужно запрещать такое перемещение?. При смещении эскиза сместится также вид чертежа по этой детали, т. е. чертеж может стать невозможным для применения при изготовлении детали. Может также испортится сборка, если для фиксации компонентов применялись плоскости. Исходя из этого прямоугольник нужно закрепить к исходной точке. Закремеление можно выполнить размерами, но по требованиям ЕСКД «лишние» размеры не допускаются. Система Компас для реализации требуемых построений имеет очень мощный инструмент «Ограничения». Часть ограничений устанавливаются автоматически, говорят, «по умолчанию». Так в прямоугольнике присутвуют ограничения: перпендикулярности между сторонами, горизонтальности и вертикальности. Другие же ограничения задаются командами. Кнопки запуска команд находятся на вкладке «Ограничения». Прямоугольник можно закрепить несколькими способами: использованием ограничения выравнивания средних точек сторон и исходной точки, использованием совпадения средины нижней стороны прямоугольника и исходной точки и другими. Для установления ограничения щелчок по кнопке «Объединение точек»

(21) (рис. 2.11), выбрать «Точка на средине кривой», навести на линию и когда ана станет красной щелкнуть (23), щелкнуть по исходной точке (24) – прямоугольник переместится в исходную точку и закрепится в ней срединой нижней стороны, теперь уже не удастся перетащить прямоугольник относительно исходной точки.

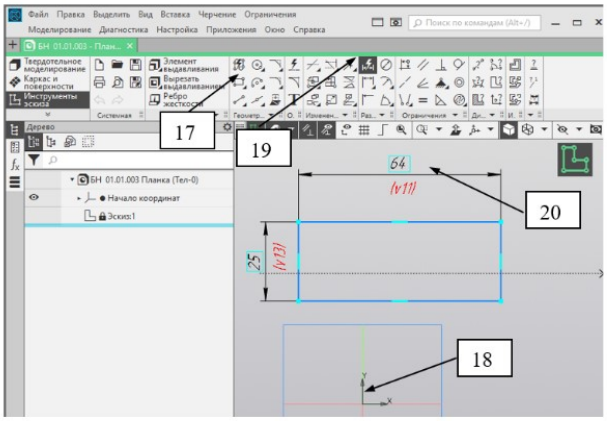


Рис. 2.10. Создание эскиза

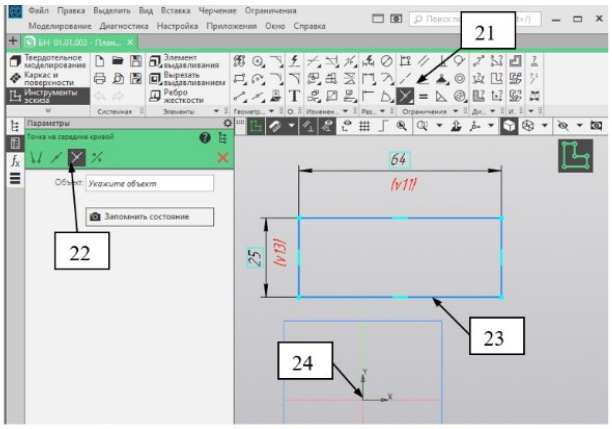


Рис. 2.11. Задание ограничений

7. ***Создание элемента.***

7.1. *Прием для сниджения времени создания.* При создании сложных эскизов возможны ошибки, при наличии которых элемент не получится создать. Таким грубыми ошибками будут наличие пересечений. Если провести одну основную линию поверх другой основной линии, то это будет грубая ошибка. Зрительно увидеть такую ошибку невозможно. Поиск ошибок занимает зачастую больше времени, чем создание нового эскиза. Как сократить время на поиск ошибок?. Можно порекомендовать следующий прием: вначале созавать не весь эскиз, а только первую очередь, завершить ее созданием элемента, потом вернуться в этот же эскиз, дополнить его новыми элементами и снова проверить его в элементах. Такой прием позволить уменьшать область поиска ошибок. Если после первой очереди ошибок не было, а после второй появилась, то ошибки будем искать во второй очереди эскиза.

7.2. Для создания элемента щелчок по кнопке «Элемент выдавливания» (25) на вкладке «Элемента, тела», в появившеся окне параметров зададим расстояние 4 (26), после щелчка по V и X получим планку без отверстий.

7.3. *Возврат в эскиз* для его дополнения (корректировки). Навести курсор в дереве на наименование «Эскиз 1», правый щелчок (29), из контексного меню выбрать «Открыть» (30) – выполнится возврат в эскиз.

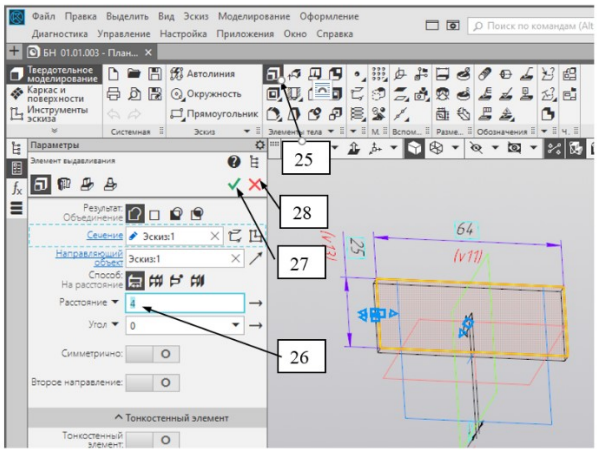


Рис. 2.12. Создание элемента

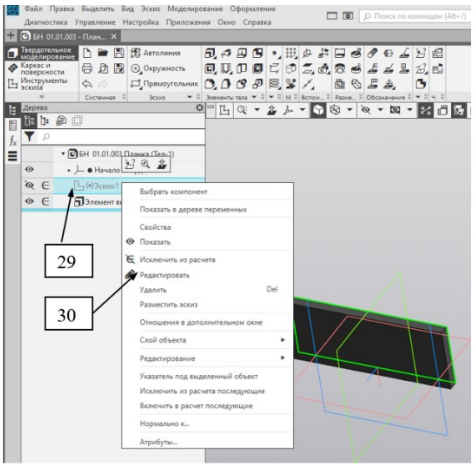


Рис. 2.13. Редактирование эскиза

7.4. *Дополнение эскиза.* Выбираем «Окружность» (31), прорисовываем две окружности не задавая диаметра в окне свойств (32), (33) (рис. 2.14).. Одну окружность образмери-

ваем: щелчок по кнопке «Авторазмер» (34), наводим курсор на окружность и, когда цвет окружности изменится на красный, щелкаем, отводим в сторону и снова щелчок, вводим с клавиатуры значение 8, для задания размера относительно сторон прямоугольника щелчок по центру окружности, наводим курсор на сторону прямоугольника и, когда цвет линии стороны изменится на красный, щелкаем, отводим в сторону и снова щелчок, вводим с клавиатуры значение 8 относительно левой стороны и 10 относительно верхней стороны. Все размеры окружности заданы.

Задание ограничений для второй окружности.

Задать размеры для второй окружности несложно и не займет больше времени, чем задание ограничений, но по правилам ЕСКД избыточные размеры недопустимы, кроме того, при использовании 3Д моделей повторные размеры могут привести к грубым ошибкам. При редактировании пользователь найдет первый размер у окружности и изменит его, а второй размер не будет искать, в результате на чертеже одна окружность изменится, а вторая останется прежней. Исходя из этого размеры для второй окружности не ставятся, а требуемое положение и диаметр устанавливаются ограничениями.

Исключение размера диаметра. На вкладке ограничения щелчок по кнопе «Равенство» (36) (рис. 2.15), щелчок по первой окружности (37), а затем по второй (38) – окружности станут одинаковыми и у них появится по две дуги, обозначающие срабатывание равенства.

Исключение размера 10 от стороны прямоугольника. Чтобы исключить повторение размера 10 выполняем щелчок по кнопке «Выравнивание» (39), щелчок по центру одной окружности (40) и по центру другой (41) – центры выровняются по горизонтали и появится пунктирная линия, обозначающая ограничение выравнивания.

Исключение размера 8 от стороны прямоугольника. Ограничения, которым бы удалось исключить этот размер без дополнительных построений нет, но если провести две тонкие линии, соединяющие углы прямоугольника с центрами окружностей. То можно будет применить ограничение равенства. Щелчок по элементу эскиза «Отрезок» (42), выберем тип линии «Тонкая» (43), проводим отрезок от центра первой окружности до угла прямоугольника (44) и также для второй (45) (рис. 2.16), щелчок по знаку равенства (36), щелчок по первому отрезку и по второму отрезку – вторая окружность сместится на расстояние 8 мм от правой стороны.

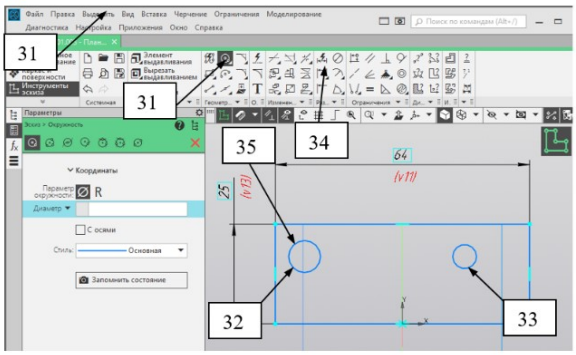


Рис. 2.14. Дополнение эскиза

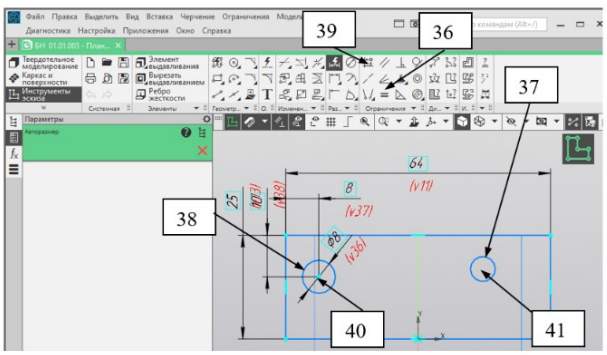


Рис. 2.15. Дополнение эскиза

Завершение дополнения эскиза. Щелчок по кнопке эскиза (46) – выполнится возврат в объемную деталь. Повторять команду создания элемента **не нужно**.

7.5. *Вывод размеров на объемную модель*. Введенные в эскизе размеры не видны на детали и их нельзя передавать на чертеж. Для отображения размеров: меню «Оформление» (47), выбрать «Производные размеры» (48) (рис. 2.17).

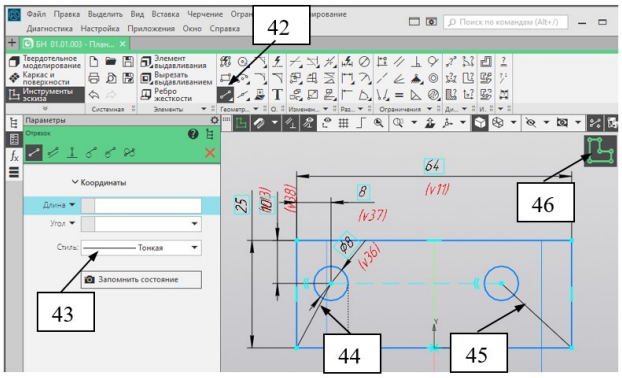


Рис. 2.16. Дополнение эскиза

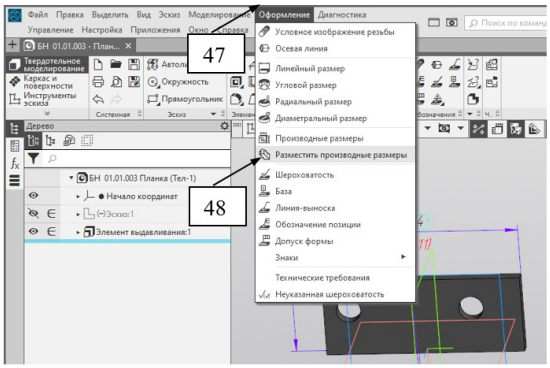


Рис. 2.17. Вывод размеров

В появившемся окне параметров распахнем «Дерево» (49) (рис. 2.18), щелчками в дереве щелчками выделим элементы, размеры которых нужно отобразить (50) – в окне «Объекты» появятся выбранные элементы (51). Щелчками по V (52) и X завершаем – на детали появятся размеры (рис 2.19).

8. ***Редактирование детали.*** Изменение размеров детали осуществляется изменением значений размеров. Для этого двойной щелчок по нужному размеру, с клавиатуры выполняется ввод нового значения и после щелчка по V деталь изменится.

9. ***Редактирование информации в размерах.*** Размеры, выведеные на 3Д могут быть переданы на чертеж, если включить соотвествующую команду. На чертеже некоторые размеры по требованиям ЕСКД должны выводиться в ином виде. Так фаску принято обозначать «4x45°». На чертеже редактировать выведенные размеры нельзя, их можно только скрыть и проставить новые. Требуемый для чертежа вид размеров необходимо оформить в эскизах. Для фаски в поле «Текст после» дописать «x45°». В эскизе не требуется ставить знак диаметра, а на чертеже знак должен быть, добавка знака в размер выполняется в поле «Текст до». Для корректировки размера: вернуться в эскиз, щелкнуть по размеры, в окне свойств найти нужное поле и добавить информацию.

ОФОРМЛЕНИЕ ЧЕРТЕЖА ДЕТАЛИ «ПЛАНКА»

1. ***Проект оформления чертежа.*** На чертеже должен присутствовать вид сверху и разрез по центрам отверстия. Планка предназначена для стопорения от проворачивания, прикручивается винтами к поверхности вилки. Для стопорения планка входит в прорезь оси, зазор 0,5 мм, поэтому никаких точных посадок и допусков форм не требуется.

2. ***Способы создания чертежа.*** Вид сверху может быть установлен двумя способами щелчком по кнопке «Создать чертеж по модели» - при этом откроется пустой чертеж и окно параметров для выбора вида, указания масштаба и др. Второй способ открывается новый документ «Чертеж», настраивается формат, затем выполняется вставка или трех стандартных видов или одного вида. ***Вставка вида сверху.*** Рассмотрим второй способ. Через меню «Файл», «Создать», «Чертеж» - появится чертеж с форматом А4 (если ранее в настройках не указан другой формат

3. Для выбора нужного формата (в нашем случае А4 поэтому настройки не требуется) распахнем «Листы» (1), щелкнем по А4 (2), укажем нужный формат (3), щелкнем по ориентации

4. Для вставки вида: щелчок по кнопке «Вид с модели» (4) (рис. 3.1), укажем деталь планка, в окне параметров распахнем поле «Ориентация модели» и выберем вид «Сверху»

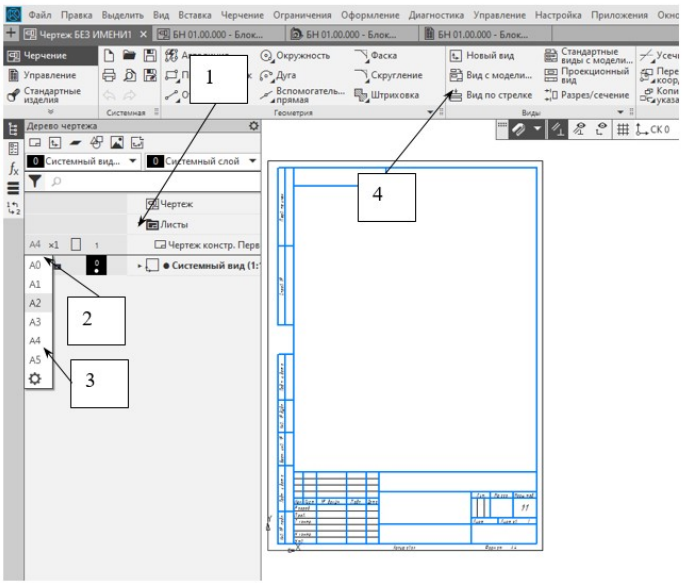


Рис. 3.1. Настройка формата листа

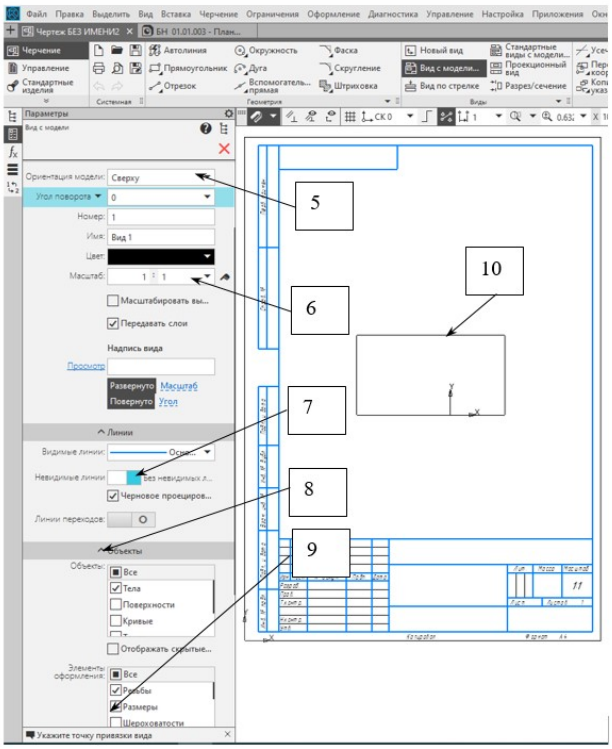


Рис. 3.2. Задание параметров вида

(5), если требуется распахнем «Масштаб» и выберем нужный (6), если нужно выводить невидимые линии, переключим переключатель (7), распахнем «Объекты», если нужно вывести размеры, то поставим отметку в поле «Размеры» (9), наведем прямоугольник вида в нужное место листа и щелчком закрепим его (10).

5. ***Создание разреза АА***. Щелчок по кнопке «Разрез» (11), прицелиться против центра отверстия, по которому проводится линия разреза чуть левее вида, щелкнуть (12) , прицелиться также против правого отверстия правее вида и также щелкнуть (13), сместить мышь низ, чтобы стрелка разреза смотрела вверх и щелкнуть, отвести вид разреза вверх и щелчком закрепить разрез (рис. 3.3) – на чертеже появится разрез.

6. ***чертежа***. Включим параметрический режим щелчком по соответсвующей кнопке (15).

Вставка обозначения центра: щелчок по кнопке «Обозначение центра» (16) на вкладке

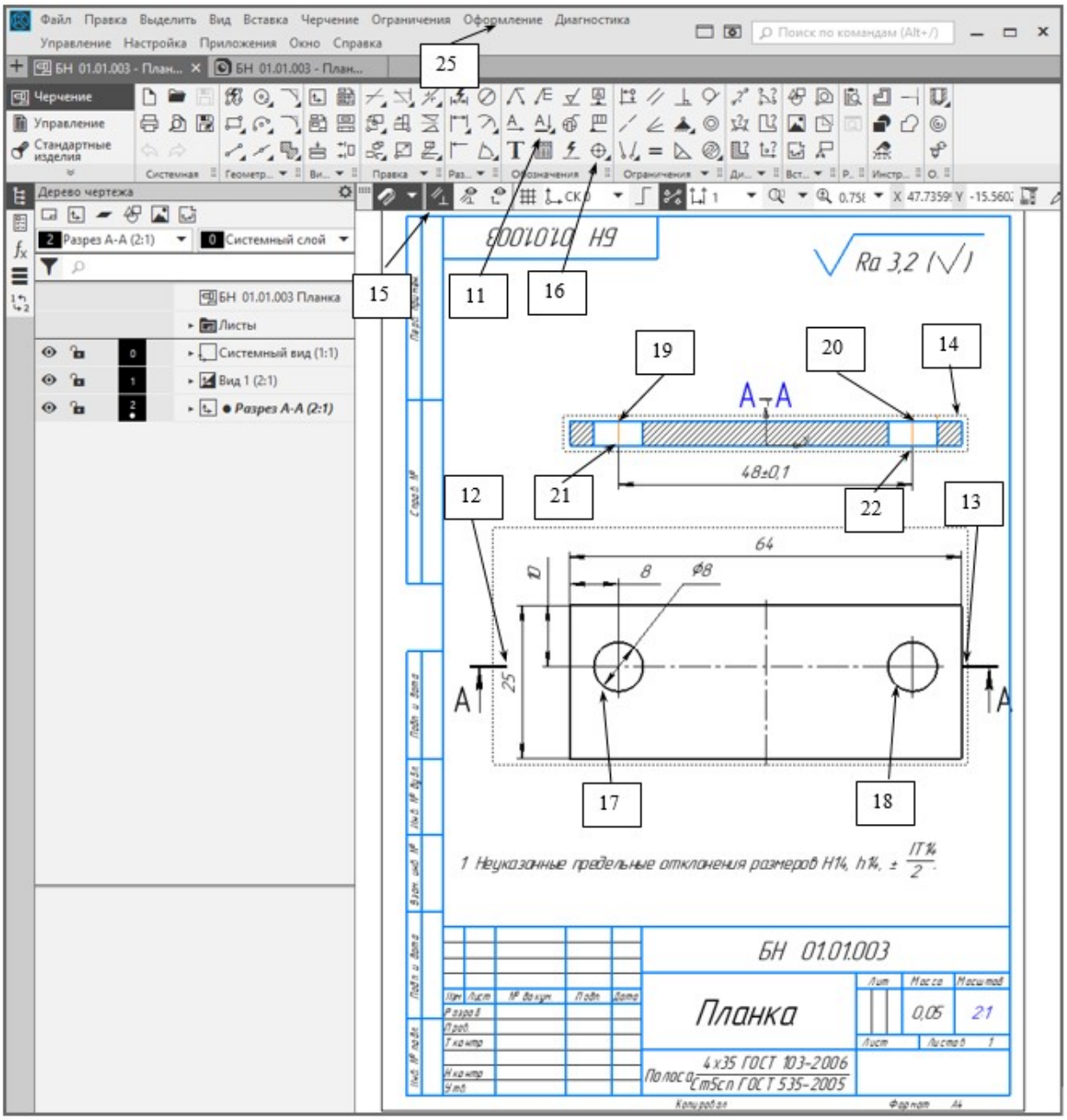


Рис. 3.3. Создание разреза.

«Оформление», навести на окружность (17), (18), выбрать движением мыши нужное направение (для горизонтального положения держать нажатой клавишу Shift), щелчком закрепить положение.

Простановка осевых линий. Распахнуть панель «Обозначения» и выбрать «Осевая» щелкнуть по точке, откуда должна начинать осевая, а затем по второй точке, в которой осевая будет заканчиваться – между ними появится осевая.

7. ***Простановка размеров***. На созданном чертеже часть размеров переданы с модели, но там не было расстояния между отверстия. Дополняют размеры нужно при включенном параметрическом режиме. При простановке в параметрическом режиме при изменени размеров модели размеры на чертеже изменятся соответственно. Для размера выбираем «Аторазмер», щелкнем по точкам между которыми ставится размер, затем нажмем любую клавишу кроме

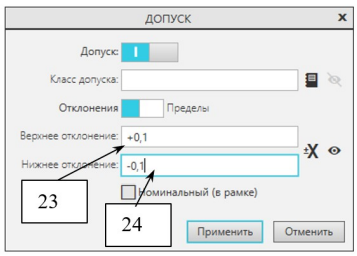


Рис. 3.4. Задание отклонений

пробела – появится окно настройки размера. Вэтом окне можно указать знак диаметра. Для задания отклонения ±0,1 выполняем щелчок по кнопке ±, в появившемся окне (рис. 3.4) вводим значения (23), (24).

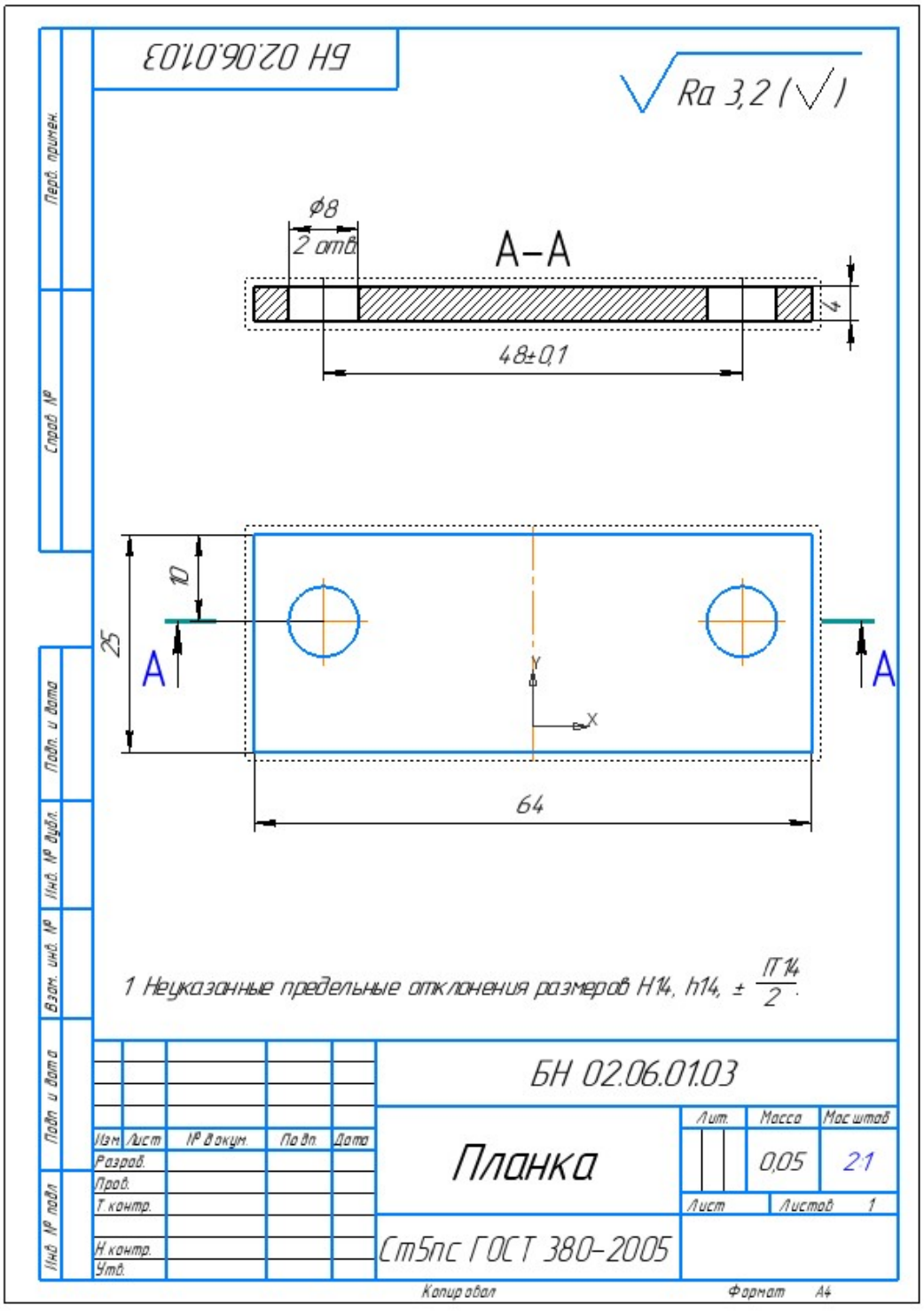
8. ***Редактирование информации в размерах.*** В п. 3 показано, как передать размеры из эскиза и элементов в чертеж. На чертеже некоторые размеры по требованиям ЕСКД должны выводиться в ином виде. Так фаску принято обозначать «4х45°». На чертеже редактировать выведенные размеры нельзя, их можно только скрыть и проставить новые. Требуемый для чертежа вид размеров необходимо оформить в эскизах. Для фаски в поле «Текст после» дописать «х45°». В эскизе не требуется ставить знак диаметра, а на чертеже знак должен быть, добавка знака в размер выполняется в поле «Текст до». Для корректировки размера: вернуться в эскиз, щелкнуть по размеры, в окне свойств найти нужное поле и добавить информацию.

9. ***Заполнение штампа***: выполнить двойной щелчок по штампу, заполнить поля и завершить щелчком по V.

10. ***Задание*** неуказанной шероховатости: щелчок по пункту меню «Оформление» (25), выбор «Неуказанная шероховатость», «Ввод», в окне свойств щелчок по полю «Текст», - в значке шероховатости выполняем двойной щелчок по активному полю и появившейся форме выбираем Ra или Rz , а затем значение шероховатости 3,5, выполняем щелчок по кнопке V .

11. ***Ввод технических требований***: щелчок по пункту меню «Оформление» (25), выбор «Технические требования», «Задать», в появившейся форме ввести необходимое. Если можно ввести типовой текст, то нужно выполнить правый щелчок, выбрать «Типовой текст», распахнуть «Технические требования», «Общие», найти нужный текст и выполнить по нему двойной щелчок. Иногда технические требования размещаются не над штампом, а слева от листа. Для переноса необходимо «Оформление» (25), выбор «Технические требования», «Разместить», поджать рамку с техническими требованиями и перетащить над штамп.

12. ***Сохранить*** чертеж: выполнить щелчок по кнопке «Сохранить» - будет предложено имя, такое же как и у детали.


БН 02.06.01.03
Ra 3,2
ф8
2 отв
А–А
4
48±0,1
10
25
А
А
Y
X
64
1 Неуказанные предельные отклонения размеров H14, h14, ± IT14/2.
БН 02.06.01.03
Планка
Лит.
Масса
Масштаб
0,05
2:1
Лист
Листов 1
Ст5пс ГОСТ 380–2005
Изм. Лист № докум. Подп. Дата
Разраб.
Пров.
Т. контр.
Н. контр.
Утв.
Перв. примен.
Справ. №
Подп. и дата
Инв. № дубл.
Взам. инв. №
Подп. и дата
Инв. № подл.
Копировал
Формат А4

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
И.о. проректора по учебно-методической работе
_____ В. В. Зубов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся

Б1.О.26 ИНЖЕНЕРНЫЙ ДИЗАЙН CAD (САПР)

Направление подготовки
15.03.02 Технологические машины и оборудование

Направленность (профиль)
Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов

Форма обучения: ***очная, заочная, очно-заочная***

год набора: 2025

Автор: Шестаков В. С., канд. техн. наук, профессор

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией факультета
Горных машин и комплексов	Горно-механического
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Лагунова Ю. А.	Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 13.09.2024	Протокол № 2 от 18.10.2024
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время проектирование технических объектов выполняется полностью на ЭВМ, что привело к использованию понятия автоматизированное проектирование. Выпускники университета должны уметь работать на ЭВМ в текстовых и графических редакторах, конструкторских пакетах, позволяющих выполнять проектирование машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов.

Цель самостоятельной работы: обучение студентов проектированию и расчетам с применением компьютерных технологий. Умение использовать компьютерные технологии при проектировании объектов машиностроения позволит в последующей профессиональной деятельности разрабатывать оптимальные конструкции с минимальной массой и стоимостью и сократить продолжительность разработки проектов.

В методических указаниях приведен один из вариантов типового задания для самостоятельной работы, практикуется применение индивидуальных заданий, соответствующих выбранному студентом направлению будущей работы. Такими заданиями являются разработка проекта отдельных механизмов и узлов экскаваторов, дробилок, буровых установок и т.п.

Результат изучения дисциплины: Инженерный дизайн CAD (САПР)»

Знать:

- методы контроля качества изделий и объектов, причины нарушений технологических процессов и мероприятия по их предупреждению;
- этапы разработки проекта;
- приемы создания 3 D моделей деталей и ГОСТы оформления чертежей;
- показатели технического состояния и остаточного ресурса технологического оборудования, порядок профилактического осмотра и текущего ремонта;
- этапы изготовления прототипов;
- командную работу на производстве.

Уметь:

- применять методы контроля качества изделий и объектов, внедрять мероприятия для исключения нарушений технологических процессов;
- разрабатывать проекты деталей и узлов;
- оформлять конструкторскую документацию
- определять техническое состояние и остаточный ресурс технологического оборудования, проводить профилактический осмотр и текущий ремонт;
- изготавливать прототипы;
- организовывать командную работу на производстве.

Владеть:

- приемами контроля качества изделий и объектов, внедрения мероприятий для исключения нарушений технологических процессов;
- навыками создания деталей в конструкторских пакетах 3 D моделирования;
- навыками создания сборочных узлов в конструкторских пакетах 3 D моделирования;
- навыками оформления рабочих и сборочных чертежей в конструкторских пакетах 3 D моделирования
- навыками определения технического состояния и остаточного ресурса технологического оборудования, проведения профилактического осмотра и текущего ремонта;
- приемами изготовления прототипов;
- приемами организации командной работы на производстве.

ЗАДАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

Задание. По выданным эскизам составить 3D модели детали и оформить рабочие чертежи, выполнить сборку, оформить сборочный чертеж и спецификацию. Задание 3.13 приведено ниже, остальные задания согласно варианту выдаются студентам электронном виде.

Варианты заданий:

1. Задание 1.4
2. Задание 2.7
3. Задание 3.13
4. Задание 4.13
5. Задание 5.16
6. Задание 7.22
7. Задание 8.25
8. Задание 9.28
9. Задание 10.31
10. Задание 11.34
11. Задание 12.37
12. Задание 13.40
13. Задание 14.43
14. Задание 15.46
15. Задание16.49
16. Задание 17.52
17. Задание 18.55
18. Задание 19.58
19. Задание 20.61
20. Задание 21.64
21. Задание 22.89

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ

1. По выделенным эскизам создать все детали. Для обозначения наименования применить ГМО 01.3-13.001 (где ТМО-группа; 01-варианта; 3-13-задание; 001 – группа для детали)
2. Для каждой детали оформить рабочие чертежи
3. Создать сборочную единицу
4. Оформить сборочный чертеж
5. Оформить спецификацию.

ОФОРМЛЕНИЕ И ПОРЯДОК ЗАЩИТЫ

Выполненное задание представляется преподавателю в электронном виде.

Защита задания выполняется пояснениями о порядке выполнения деталей, составления сборочных единиц, оформления чертежей. Преподавателем оцениваются пояснения студента и ответы на дополнительные вопросы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Справочные материалы конструкторского пакета Компас 3D
2. Сайт с обучающими материалами https://kompas.ru/publications/video/
3. Описание конструкторского пакета Компас 3D.

Задание 3.13

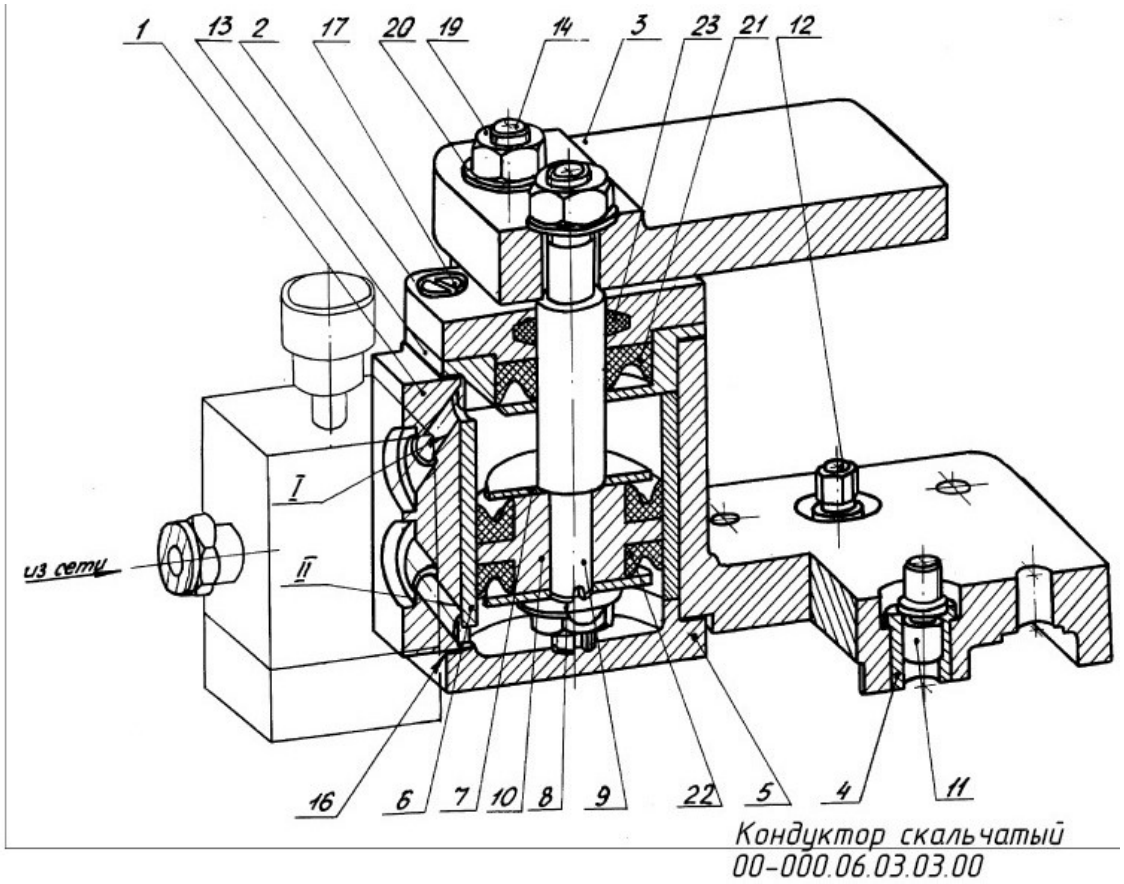
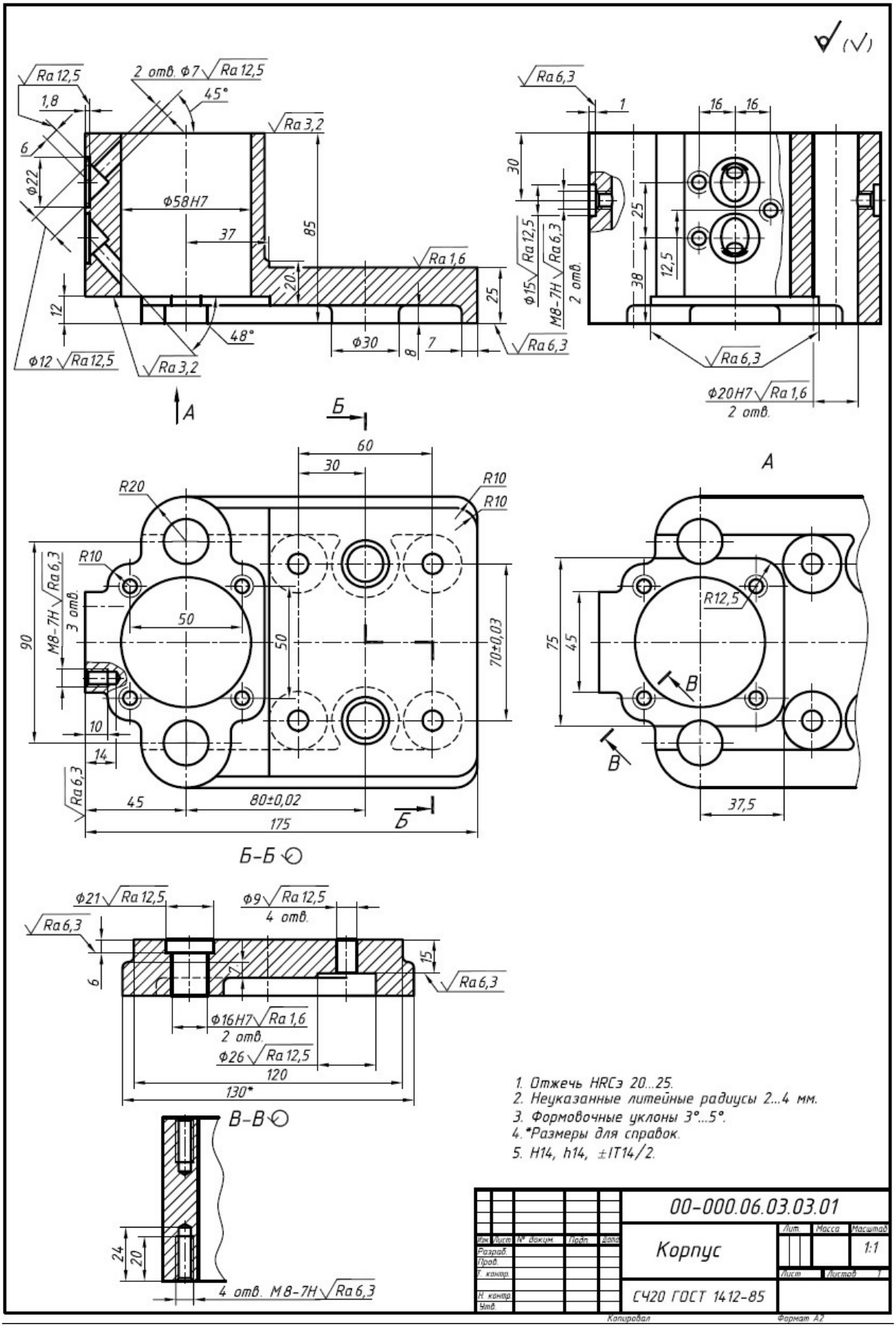


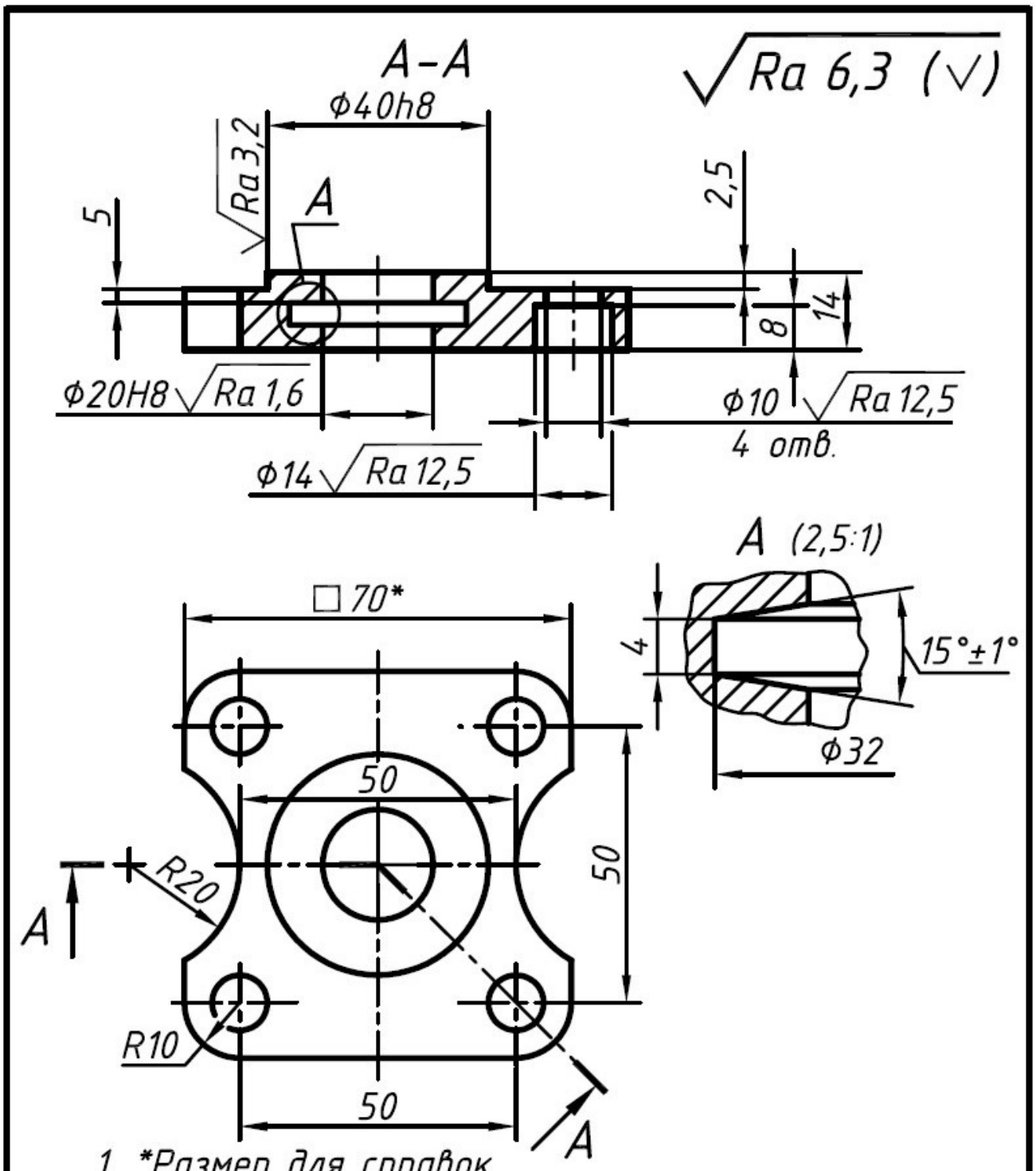
Рис. 1. Вид кондуктора скальчатого



1. Отжечь HRCэ 20...25.
2. Неуказанные литейные радиусы 2...4 мм.
3. Формовочные уклоны 3°...5°.
4. *Размеры для справок.
5. H14, h14, ±IT14/2.

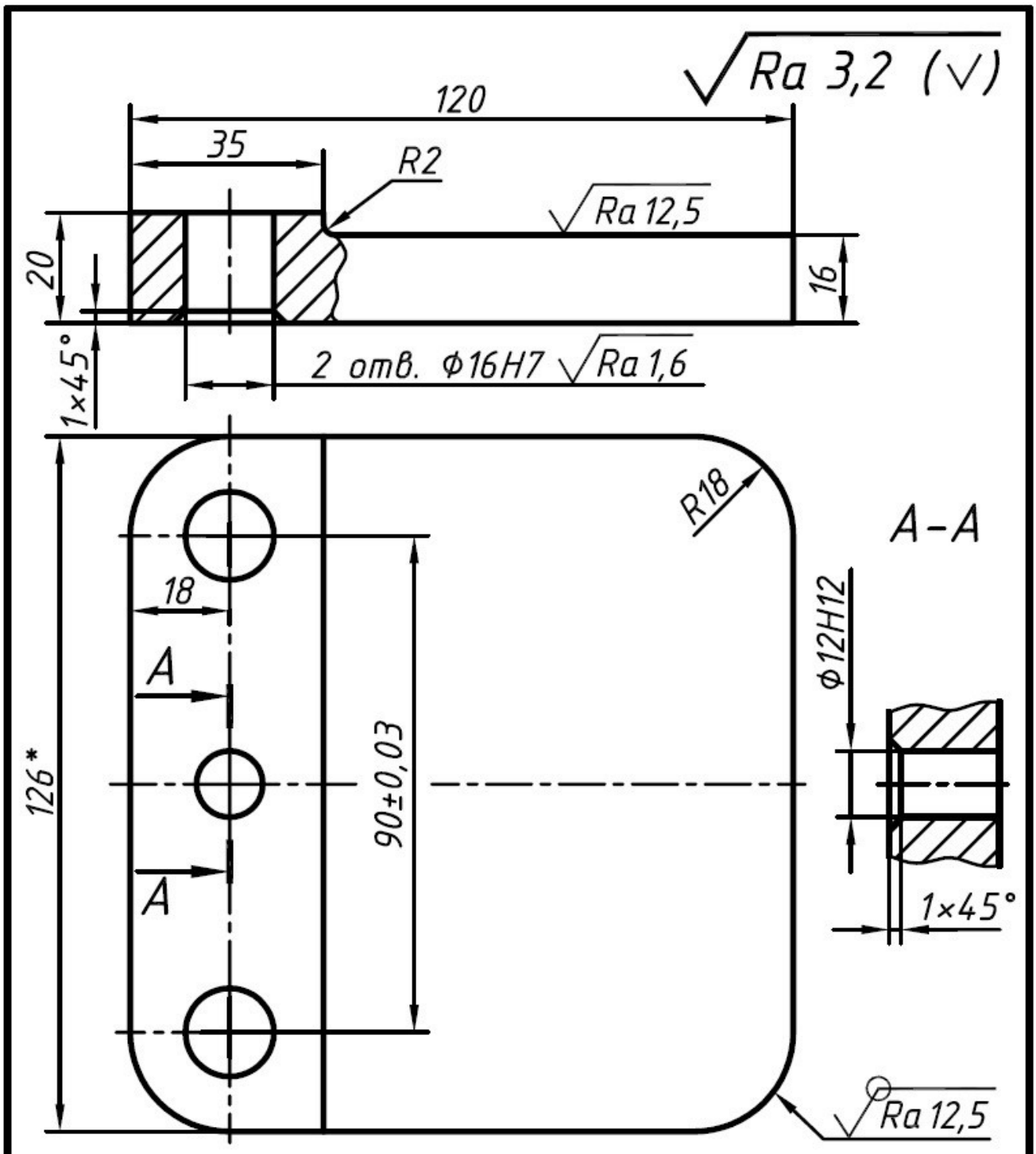
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	00-000.06.03.03.01	
Разраб.					Корпус	Лит. / Масса / Масштаб 1:1
Пров.						Лист / Листов 1
Т. контр.						
Н. контр.					С420 ГОСТ 1412-85	
Утв.						

Копировал Формат А2



					00-000.06.03.03.02	
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата		
Разраб.					Крышка	Лит. / Масса / Масштаб 1:1
Пров.						
Т. контр.						Лист / Листов 1
					Сталь 45 ГОСТ 1050-88	
Н. контр.						
Утв.						

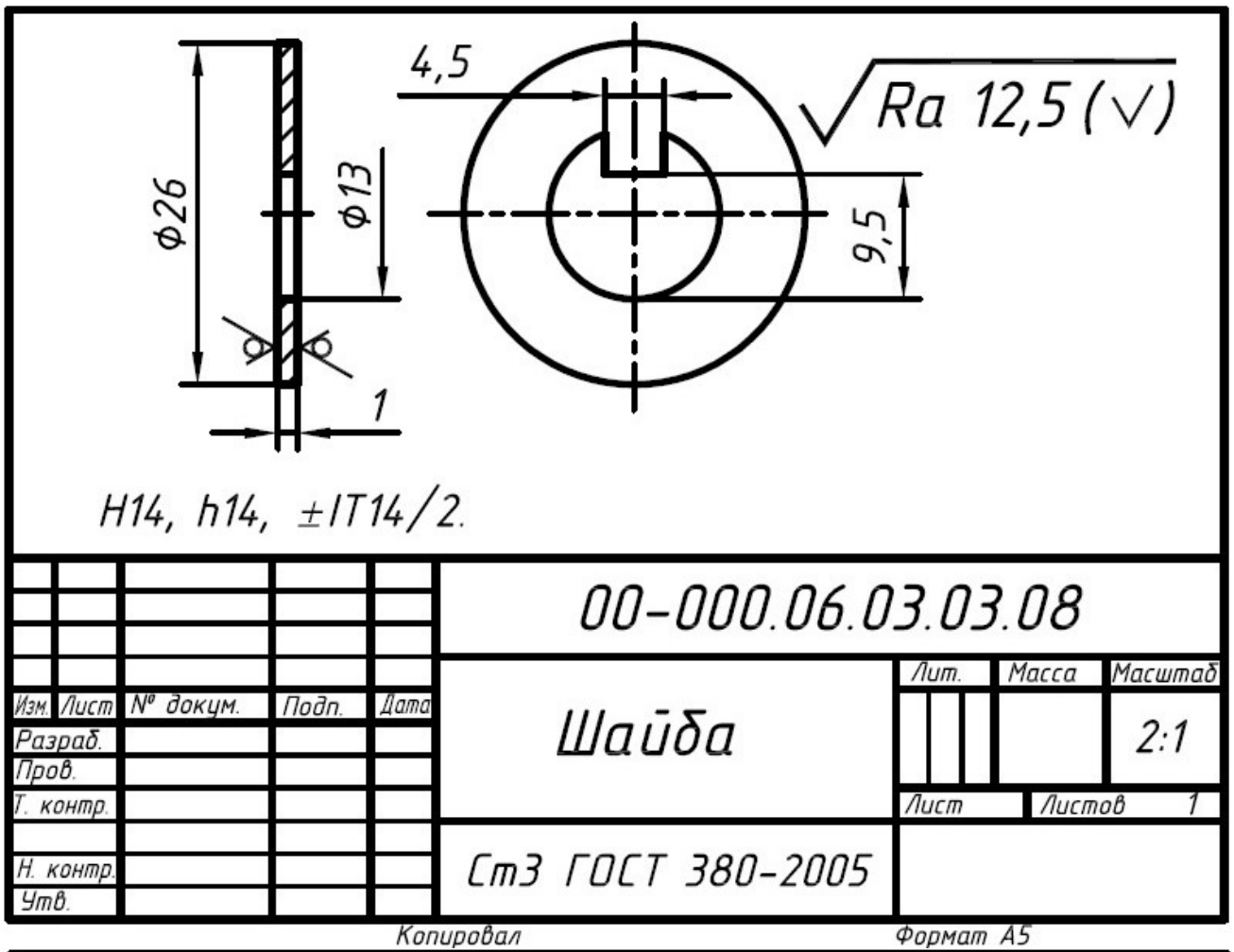
Копировал Формат А4

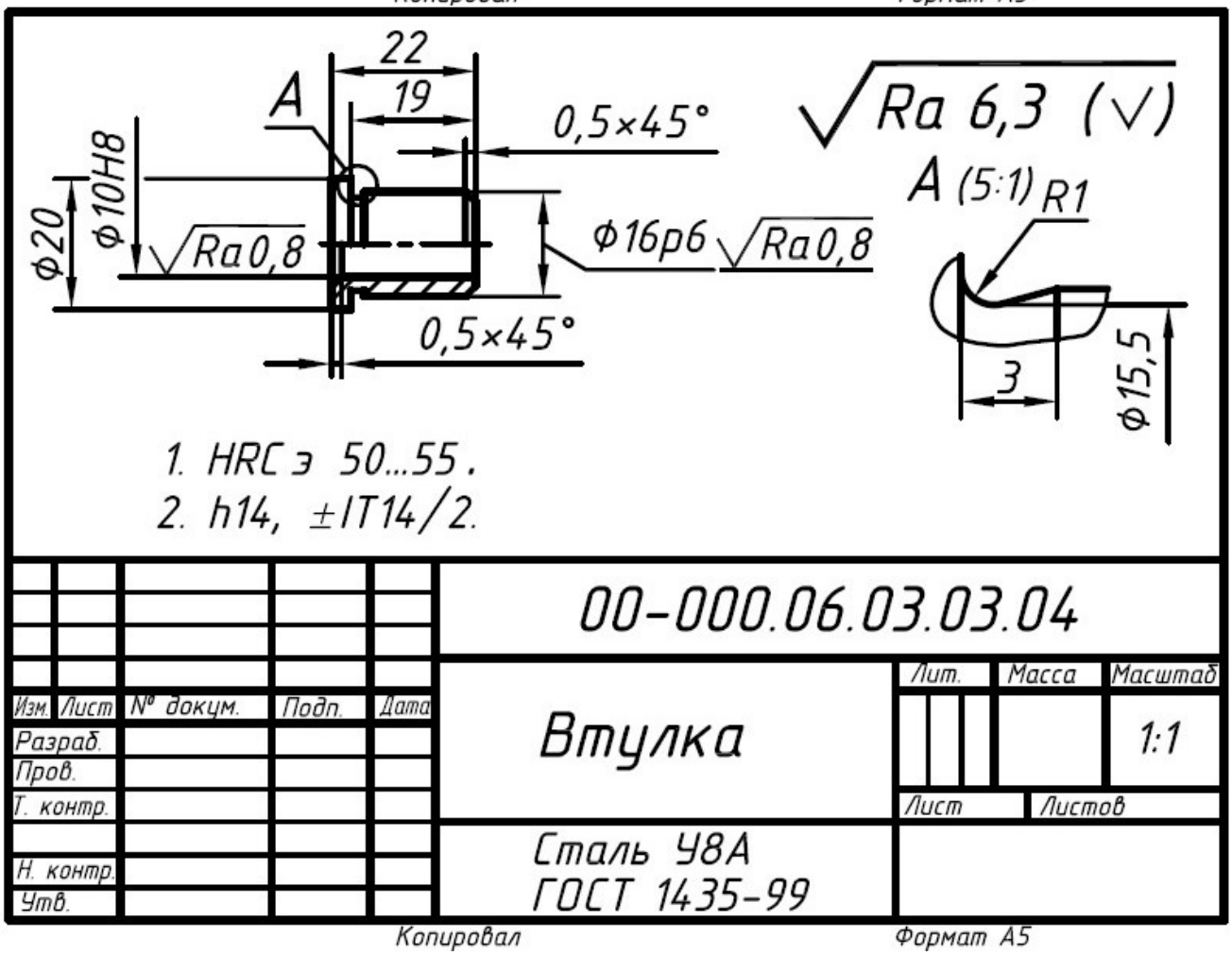


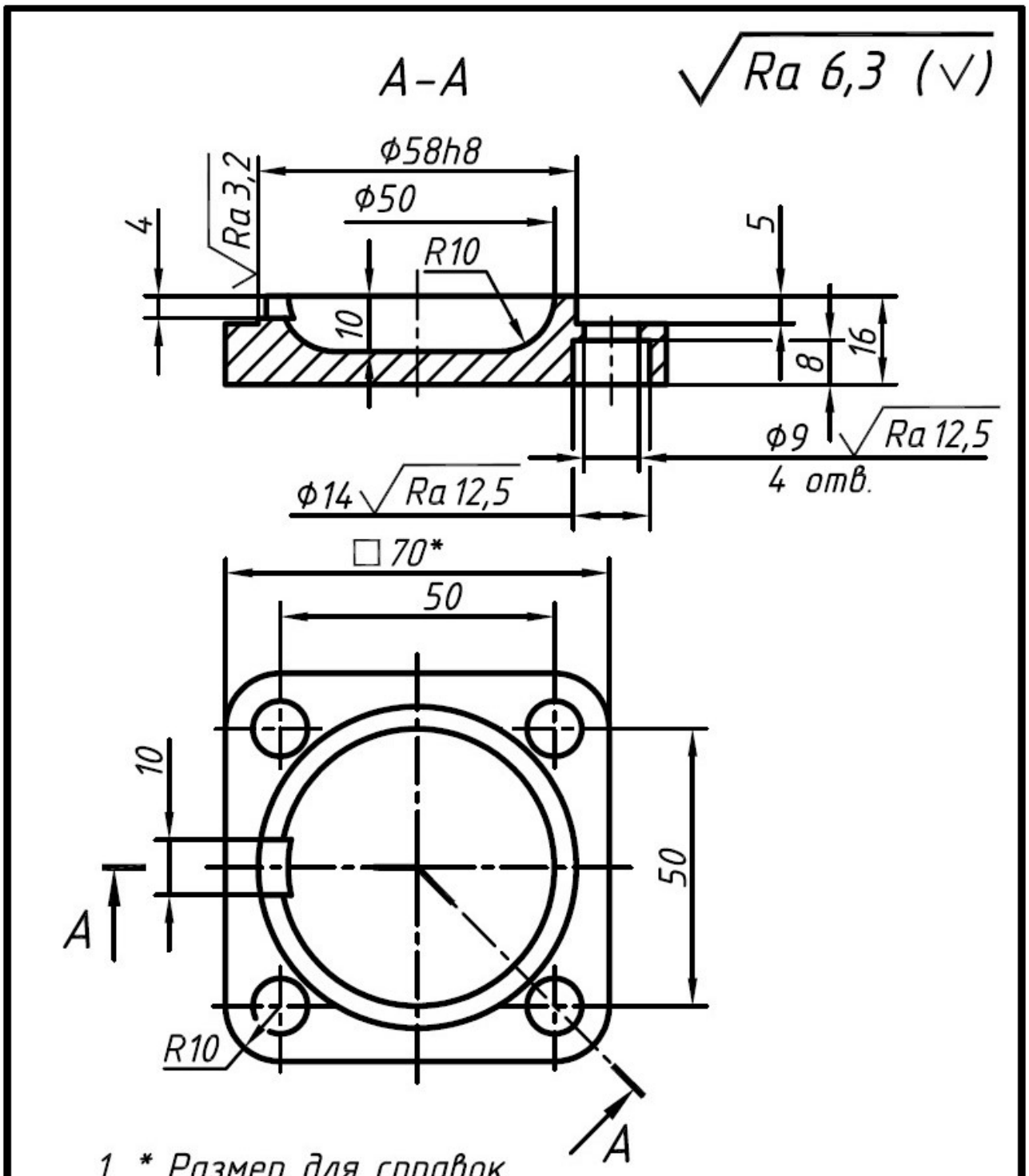
1. *Размер для справок.
2. ±IT14/2.

					00-000.06.03.03		
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Плита	Лит.	Масса / Масштаб 1:1
Разраб.							
Пров.							
Т. контр.						Лист	Листов 1
Н. контр.					Сталь 45 ГОСТ 1050-88		
Утв.							

Копировал Формат А4

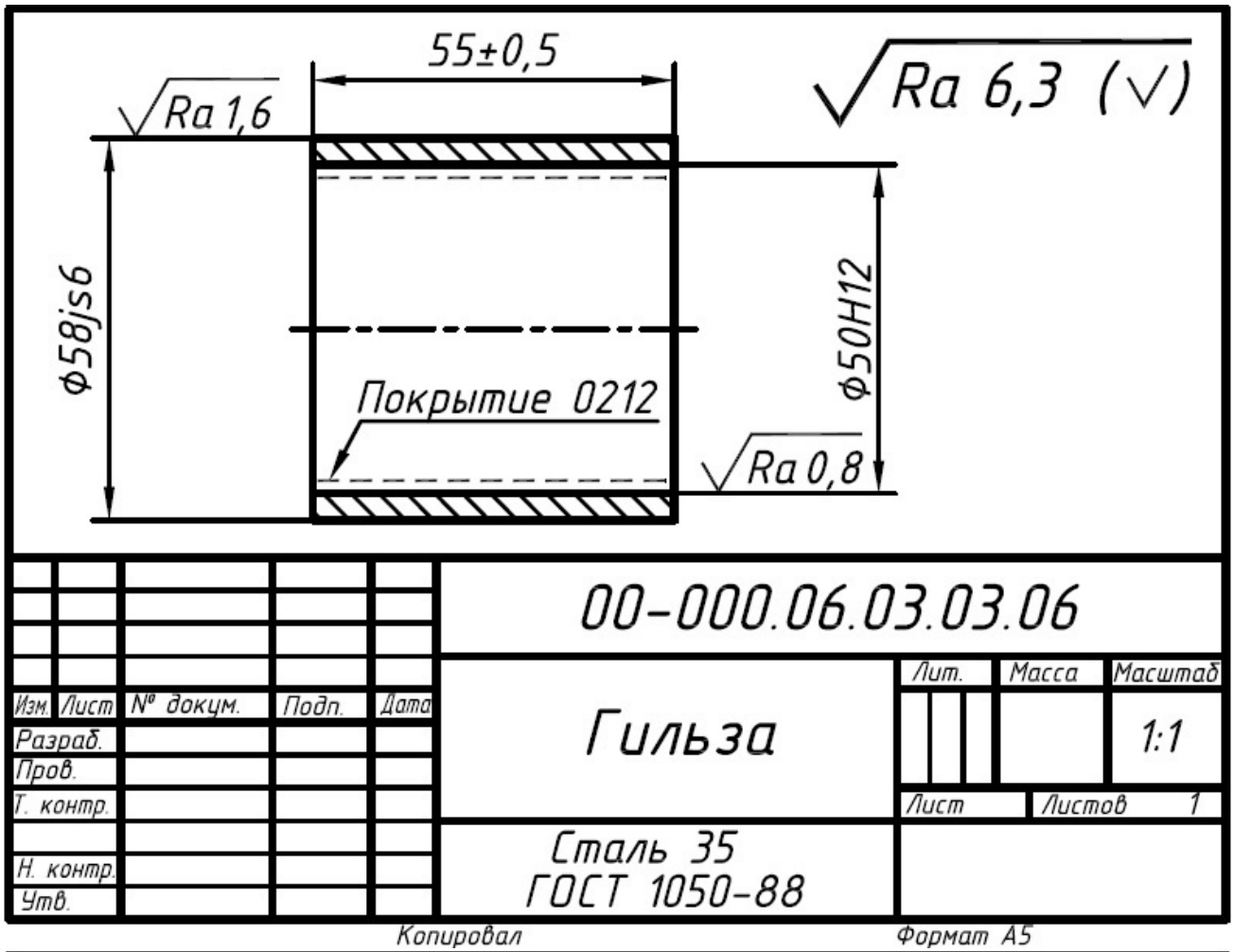

4,5
Ra 12,5 (√)
ф26
ф13
9,5
1
H14, h14, ±IT14/2.
00-000.06.03.03.08
Изм. Лист № докум. Подп. Дата
Разраб.
Пров.
Т. контр.
Н. контр.
Утв.
Шайба
Лит. Масса Масштаб
2:1
Лист Листов 1
Ст3 ГОСТ 380-2005
Копировал
Формат А5


22
19
A
0,5×45°
Ra 6,3 (√)
A (5:1)
R1
ф20
ф10H8
Ra 0,8
ф16p6
Ra 0,8
0,5×45°
3
ф15,5
1. HRC э 50...55.
2. h14, ±IT14/2.
00-000.06.03.03.04
Изм. Лист № докум. Подп. Дата
Разраб.
Пров.
Т. контр.
Н. контр.
Утв.
Втулка
Лит. Масса Масштаб
1:1
Лист Листов
Сталь У8А
ГОСТ 1435-99
Копировал
Формат А5



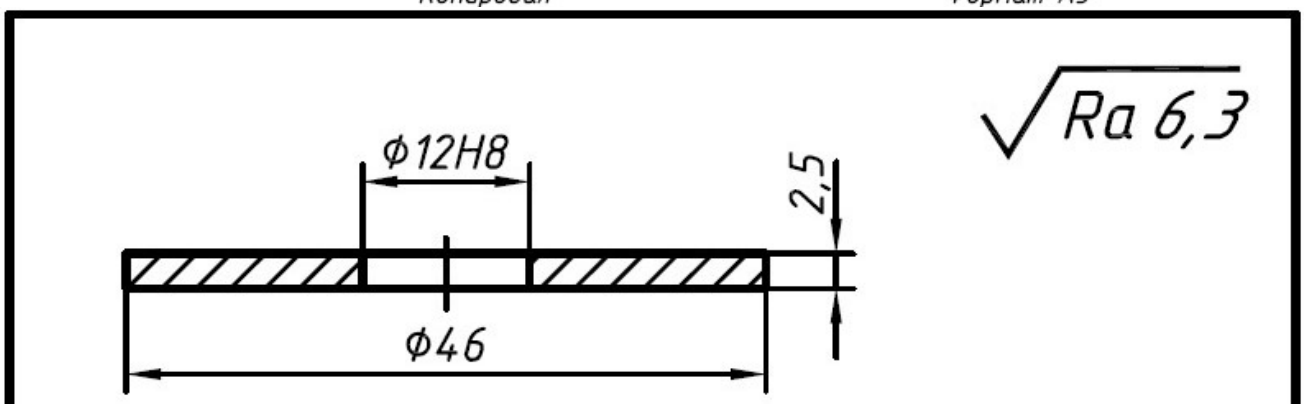
					00-000.06.03.03.05		
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Крышка	Лит.	Масса	Масштаб
Разраб.								1:1
Пров.								
Т. контр.						Лист	Листов 1	
Н. контр.					Ст3 ГОСТ 380-2005		
Утв.							

Копировал Формат А4



					00-000.06.03.03.06	
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата		
Разраб.					Гильза	Лит. / Масса / Масштаб 1:1
Пров.						
Т. контр.						Лист / Листов 1
Н. контр.					Сталь 35 ГОСТ 1050-88	
Утв.						

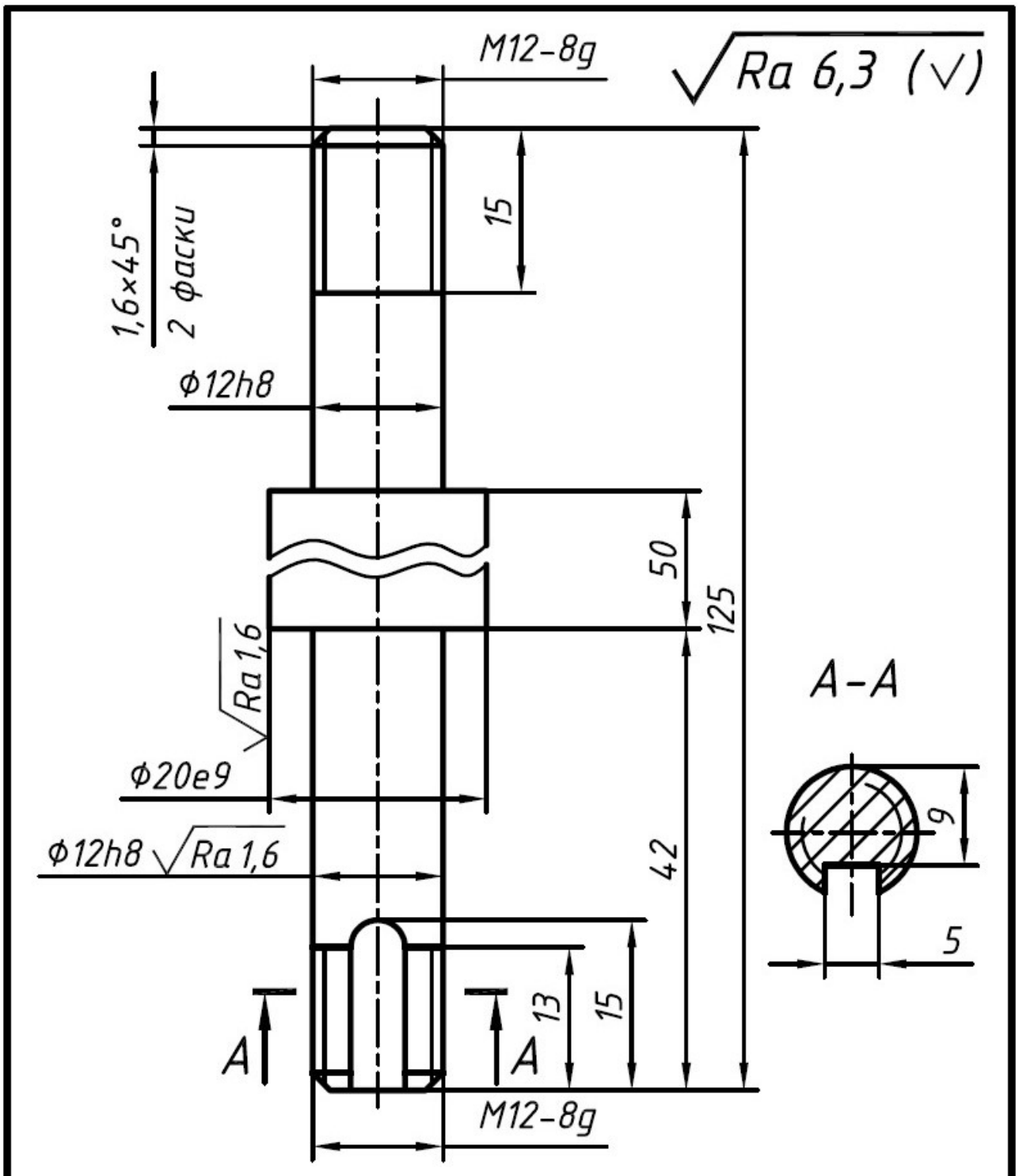
Копировал Формат А5



h14, ±IT14/2.

					00-000.06.03.03.08	
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата		
Разраб.					Кольцо	Лит. / Масса / Масштаб 2:1
Пров.						
Т. контр.						Лист / Листов 1
Н. контр.					Ст3 ГОСТ 380-2005	
Утв.						

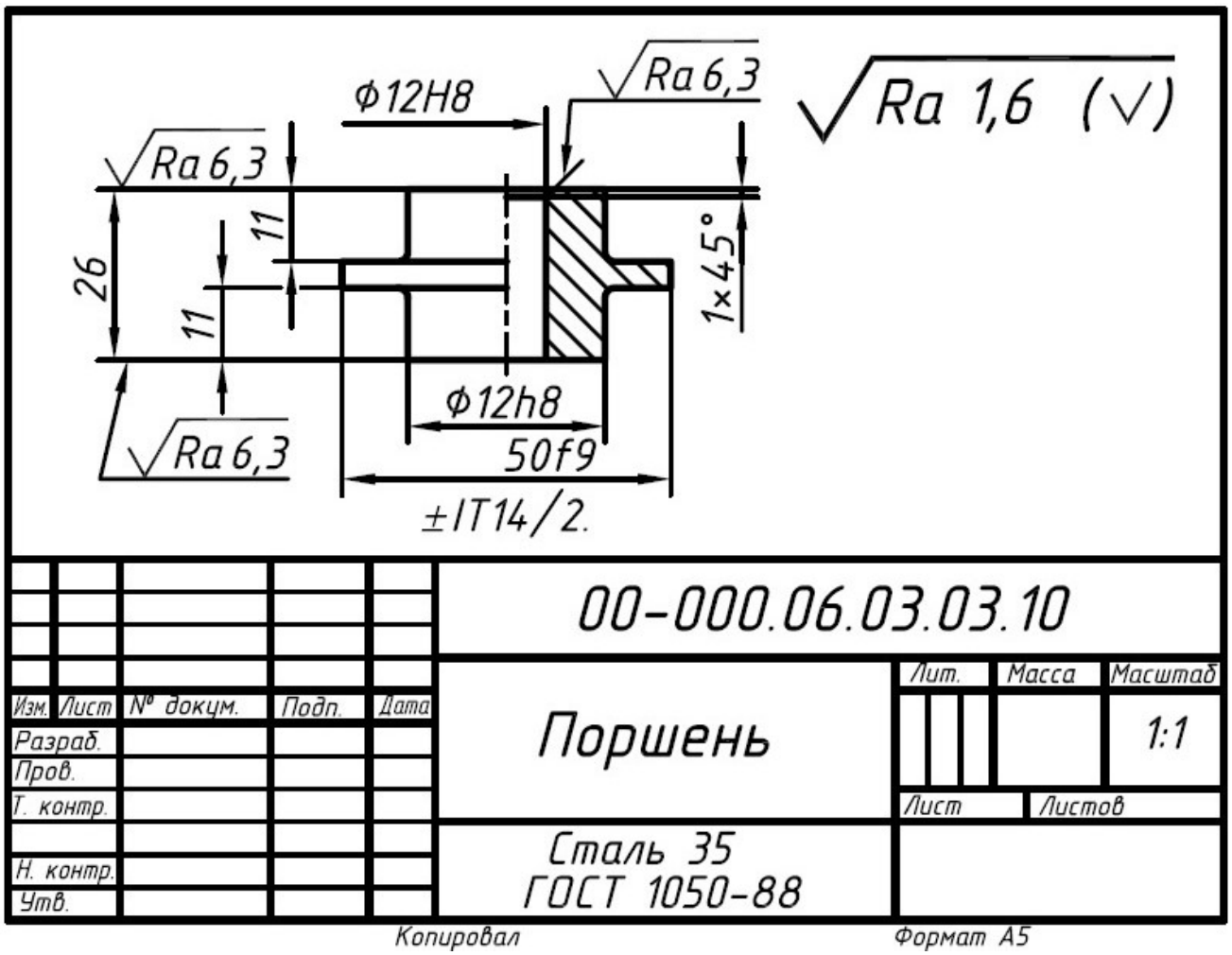
Копировал Формат А5



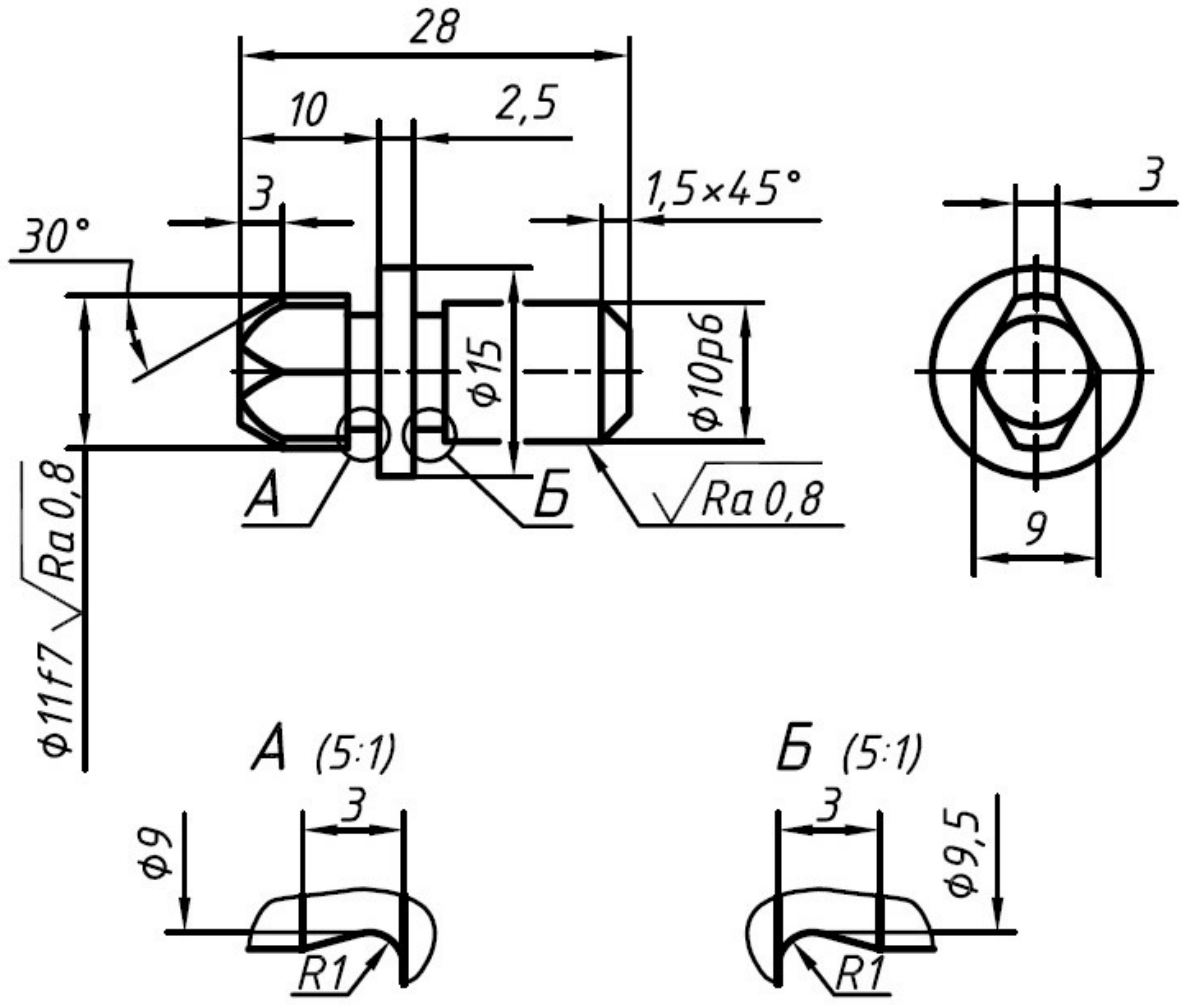
1. HRCэ 30...35.
2. H14, ±IT14/2.

					00-000.06.03.03.09		
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Шток	Лит.	Масса	Масштаб
Разраб.								2:1
Пров.								
Т. контр.						Лист	Листов 1	
					Сталь 45 ГОСТ 1050-88		
Н. контр.							
Утв.							

Копировал Формат А4


Ra 1,6 (√)
Ф12H8
Ra 6,3
Ra 6,3
26
11
11
1×45°
Ф12h8
50f9
±IT14/2.
Ra 6,3
00-000.06.03.03.10
Изм. Лист № докум. Подп. Дата
Разраб.
Пров.
Т. контр.
Н. контр.
Утв.
Поршень
Лит. Масса Масштаб
1:1
Лист Листов
Сталь 35
ГОСТ 1050-88
Копировал
Формат А5

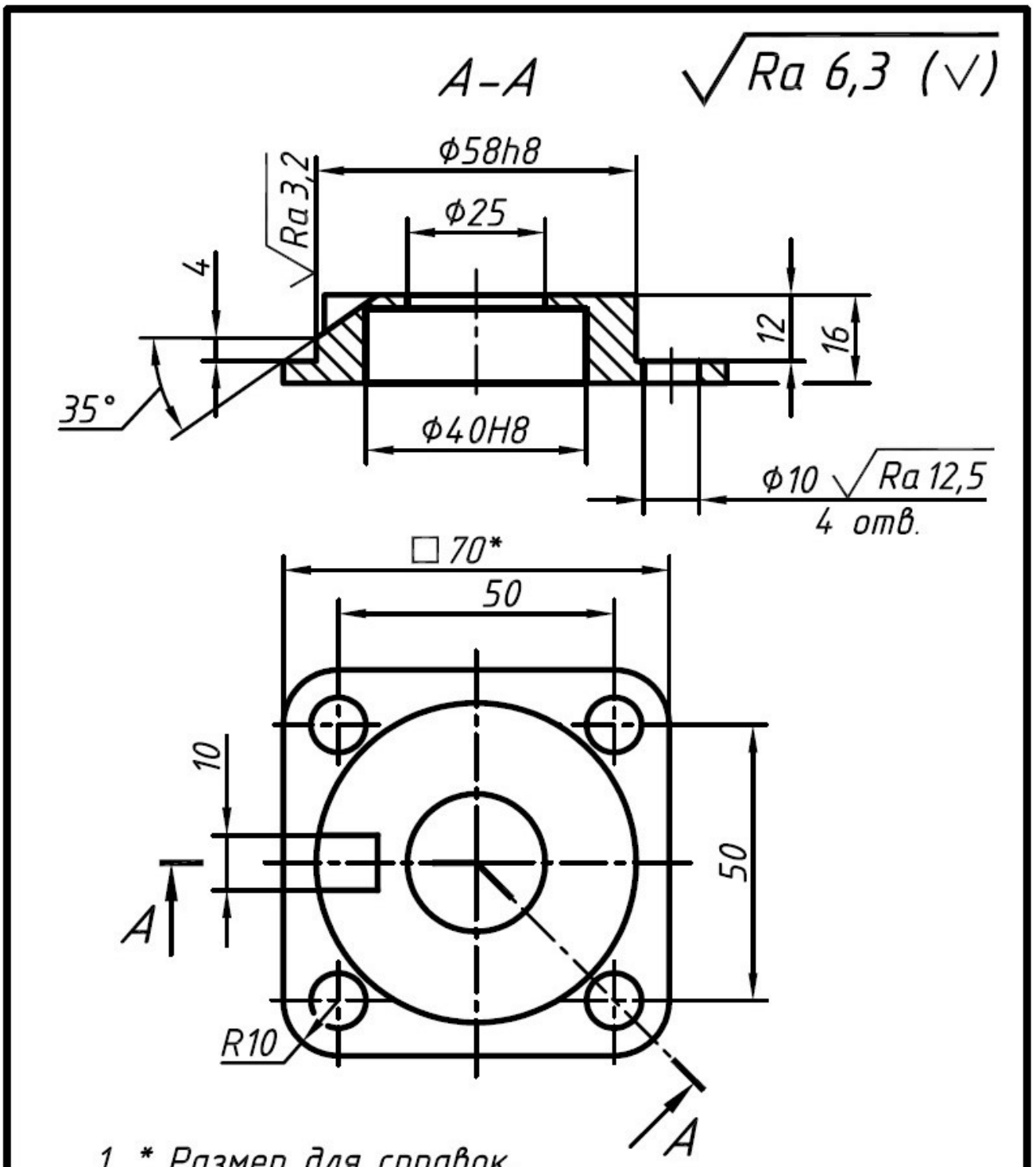
√Ra 6,3 (√)



1. HRCэ 50...55.
2. h14, ±IT14/2.

					00-000.06.03.03.11		
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата			
Разраб.					Палец	Лит.	Масса / Масштаб 2:1
Пров.							
Т. контр.						Лист	Листов 1
Н. контр.					Сталь У8А ГОСТ 1435-99		
Утв.							

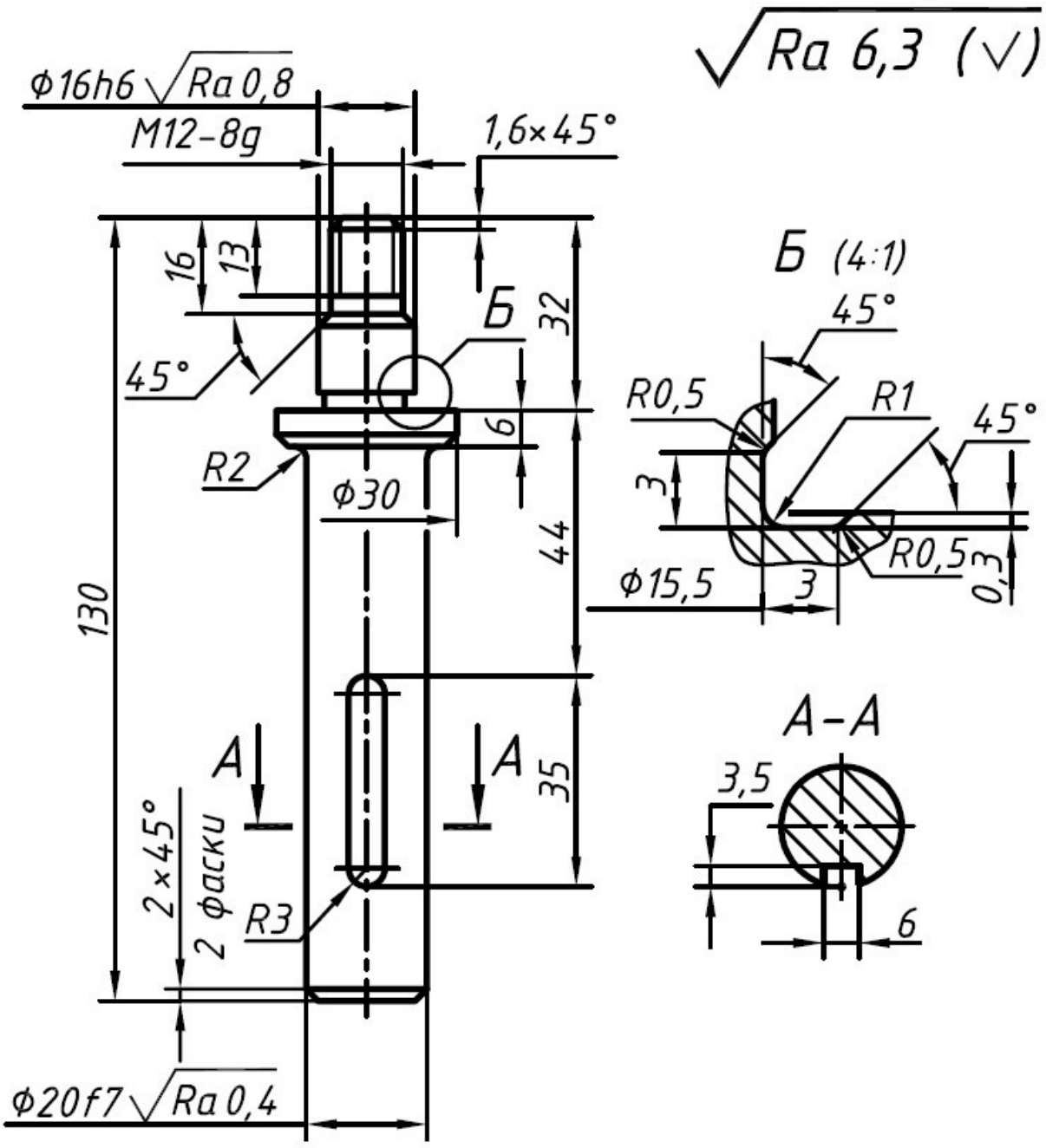
Копировал Формат А4



1. * Размер для справок.
2. H14, ±IT14/2.

					00-000.06.03.03.13		
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Крышка	Лит.	Масса / Масштаб 1:1
Разраб.							
Пров.							
Т. контр.						Лист	Листов 1
Н. контр.					Сталь 45 ГОСТ 1050-88		
Утв.							

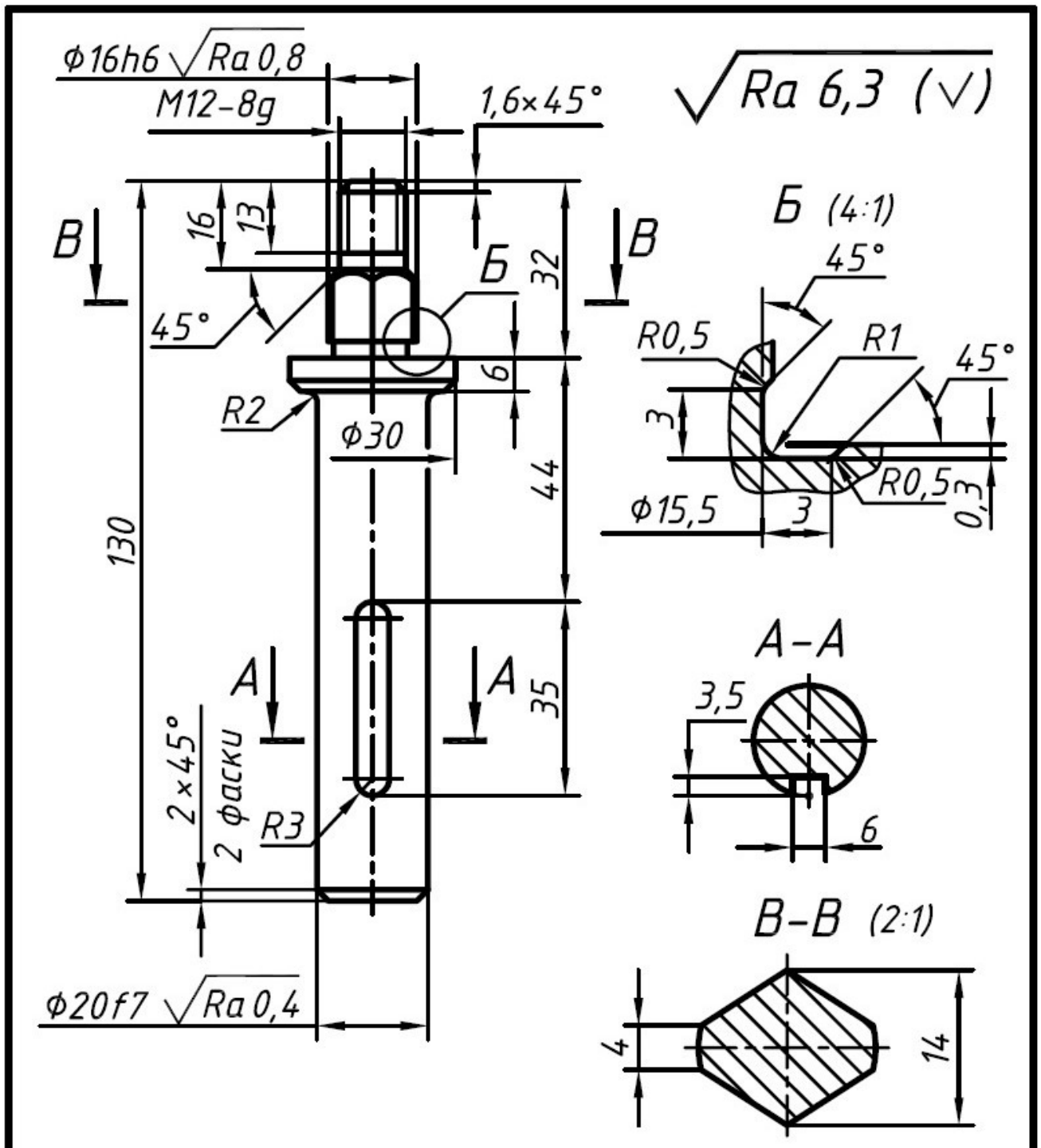
Копировал Формат А4



1. HRCэ 30...35.
2. H14, h14, ±IT14/2.

					00-000.06.03.03.14		
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Скалка	Лит.	Масса / Масштаб 1:1
Разраб.							
Пров.							
Т. контр.						Лист	Листов 1
Н. контр.					Сталь 45 ГОСТ 1050-88		
Утв.							

Копировал Формат А4



1. HRCэ 30...35.
2. H14, h14, ±IT14/2.

					00-000.06.03.03.15	
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата		
Разраб.					Скалка	Лит. / Масса / Масштаб 1:1
Пров.						
Т. контр.						Лист / Листов 1
Н. контр.					Сталь 45 ГОСТ 1050-88	
Утв.						

Копировал Формат А4

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
И.о. проректора по учебно-методической работе
_____ В. В. Зубов

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.27 ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Направление подготовки
15.03.02 Технологические машины и оборудование

Направленность (профиль)
Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов

Форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

год набора: **2025**

Автор: Шестаков В. С., канд. техн. наук, профессор

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией факультета
Горных машин и комплексов	Горно-механического
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____ *(подпись)*	Председатель _____ *(подпись)*
Лагунова Ю. А.	Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 13.09.2024	Протокол № 2 от 18.10.2024
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время проектирование технических объектов выполняется полностью на ЭВМ, что привело к использованию понятия автоматизированное проектирование. Выпускники университета должны уметь работать на ЭВМ в текстовых и графических редакторах, конструкторских пакетах, позволяющих выполнять проектирование машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов.

Цель контрольной работы: обучение студентов проектированию и расчетам с применением компьютерных технологий. Умение использовать компьютерные технологии при проектировании объектов машиностроения позволит в последующей профессиональной деятельности разрабатывать оптимальные конструкции с минимальной массой и стоимостью и сократить продолжительность разработки проектов.

В методических указаниях приведен один из вариантов типового задания, практикуется применение индивидуальных заданий, соответствующих выбранному студентом направлению будущей работы. Такими заданиями являются разработка проекта отдельных механизмов и узлов экскаваторов, дробилок, буровых установок и т.п.

Результат изучения дисциплины:

Знать:

- функциональные возможности компьютерных программ, используемых для профессиональной деятельности при оптимизации объектов;
- требования к технологичности изделий и оптимальности процессов их изготовления;
- методы математического моделирование технологических процессов и технологических машин и оборудования;
- методы математической обработки экспериментальных данных, теорию вероятностей и математическую статистику для получения целевых функций;

Уметь:

- применять современные образовательные и информационные технологии для приобретения новых знаний при оптимизации объектов;
- реализовывать в проектах требования к технологичности изделий и оптимальности процессов их изготовления;
- применять методы математического моделирование технологических процессов и технологических машин и оборудования;
- применять методы математической обработки экспериментальных данных, теории вероятности и математической статистики для получения уравнений регрессии для использования их в целевых функциях;

Владеть:

- навыками работы на персональном компьютере при оптимизации объектов;
- навыками реализации в проектах требования к технологичности изделий и оптимальности процессов их изготовления;
- навыками математического моделирование технологических процессов и технологических машин и оборудования;
- приемами математической обработки экспериментальных данных, использования теории вероятности и математической статистики для получения уравнений регрессии для использования их в целевых функциях.

1. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

При подготовке к контрольной работе необходимо изучить примеры, рассмотренные на лекциях, а также в пособии [1].

2. ОФОРМЛЕНИЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Контрольная работа должна включать следующие этапы:

1. Постановка задачи оптимизации.
2. Анализ задачи.
3. Выбор критерия оптимальности.
4. Выбор переменных проектирования и оптимизации.
5. Выбор ограничений.
6. Составление целевой функции.
7. Выбор метода оптимизации.
8. Составление алгоритма решения для ЭВМ.
9. Составление программы для ЭВМ и проведение оптимизации.

3. ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

1. Определить оптимальное сечение каната при аварийном срыве с захватов бурового става. Перед срывом имелась слабина каната ΔL. Барабан лебедки заторможен. Исходные данные: C – жесткость каната, m_c – масса бурового става, $D_б$ – диаметр барабана лебедки, $J_б$ – момент инерции барабана лебедки, $J_д$ – момент инерции двигателя лебедки, U – передаточное отношение лебедки, $\eta_м$ – КПД лебедки

2. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины снизу вверх. Ударник перемещается сжатым воздухом, давление которого не меняется в процессе движения и равно Po, а усилие сопротивления определяется по выражению $Fc=K_v \cdot V^2$, где K_v - коэффициент, V-текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния L_1, переключается подача сжатого воздуха в другую камеру, под действием которого происходит торможение ударника.

3. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины сверху вниз. Поршень перемещается сжатым воздухом, давление которого не меняется в процессе движения и равно P_o, а усилие сопротивления определяется по выражению $F_c=C_v \cdot V^2$, где C_v – коэффициент, V-текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния L_1, перекрывается выхлопное окно и оставшаяся часть воздуха в нижней части камеры начинает тормозить ударник. Усилие торможения может быть определено по выражению $F_т=C_т * X$, где $C_т$ —коэффициент пропорциональности, X —ход ударника после перекрытия отверстия.

4. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины. Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в нижнюю часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно Po. Усилие сопротивления в процессе движения определяется по выражению $Fc=C_v \cdot V^2$, где C_v – коэффициент, V-текущее значение скорости ударника.

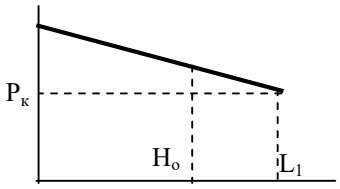
После прохождения расстояния L_1, цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать), а после прохождения расстояния L_2, перекрывается выхлопное окно и в верхнюю часть цилиндра начинает поступать сжатый воздух под давлением Po, под действием которого и происходит торможение ударника.

5. Определить оптимальное сечение каната при аварийном срыве с захватов бурового става. Перед срывом имелась слабина каната ΔL. Барабан лебедки заторможен. При движении бурового става усилие сопротивления $Fc=kV^2$, где v-скорость. Исходные данные: C – жесткость каната, m_c – масса бурового става, $D_б$ – диаметр барабана лебедки, $J_б$ – момент инерции барабана лебедки, $J_д$ – момент инерции двигателя лебедки, U – передаточное отношение лебедки, $\eta_м$ – КПД лебедки, k - коэффициент для расчета усилия сопротивления

6. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины снизу вверх. Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в верхнюю часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно Po. Усилие сопротивления определяется по выражению $Fc=Kv\cdot V2$, где Kv – коэффициент, V-текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния L1, цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать), а после прохождения расстояния L2, перекрывается выхлопное окно и в нижнюю часть цилиндра начинает поступать сжатый воздух под давлением Po, под действием которого и происходит торможение ударника.

7. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение горизонтальной скважины. Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в левую часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно Po. После прохождения расстояния L_1, цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать), после прохождения расстояния L_2, перекрывается выхлопное окно и в правую часть цилиндра начинает поступать сжатый воздух под давлением Po, под действием которого и происходит торможение поршня. Усилие сопротивления определяется по выражению $F_c=K_v\cdot V^2$, где K_v – коэффициент, V-текущее значение скорости ударника.

8. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины. Ударник перемещается сжатым воздухом, давление которого равномерно меняется в процессе движения от P_o до $P_к$ на расстоянии L_1. Усилие сопротивления, действующее на поршень определяется по выражению $Fc=C\cdot V$, где C —коэффициент пропорциональности, V —скорость перемещения ударника, м/с.



Определить время перемещения поршня на расстояние H_o.

Исходные данные:

P_o, $P_к$- давление сжатого воздуха вначале движения, и на расстоянии L_1, Па; M — масса поршня, кг; D —диаметр поршня, м

C —коэффициент пропорциональности

9. Определить глубину погружения бурового снаряда в породу, которая требуется для оптимизации по производительности бурового станка. Буровой снаряд, массой M, падает под собственным весом с высоты H_o и в конце хода наносит удар по забою скважины. Сопротивление при падении снаряда определяется по выражению $Fc=Kv\cdot V^2$, где Kv —коэффициент пропорциональности, V —скорость перемещения, м/с.

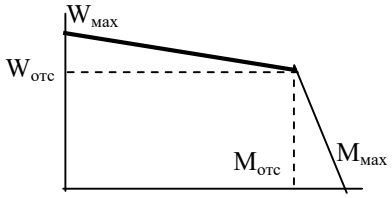
При внедрении снаряда на него начинает действовать усилие сопротивления грунта, изменяющееся по закону $Fc = C_г \cdot H_{вн}$, где $C_г$ —коэффициент пропорциональности, $H_{вн}$ — глубина погружения в породу,

10. Определить глубину погружения бурового снаряда в породу, которая требуется для оптимизации по производительности бурового станка. Буровой снаряд, массой M, падает под собственным весом с высоты H_o и в конце хода наносит удар по забою скважины. Сопротивление при падении снаряда меняется по закону $Fc=aV^2$, где a - коэффициент пропорцио-

нальности, V —текущее значение скорости в процессе падения снаряда. При внедрении снаряда в породу, на него начинает действовать усилие сопротивления, изменяющееся по закону $Fc = C_г \cdot H_{вн}$, где $C_г$ —коэффициент пропорциональности, $H_{вн}$ —глубина погружения в породу, м.

11. Определить оптимальное сечение каната при срыве с уступа ковша драглайна. Перед срывом имелась слабина каната ΔL. Барабан лебедки заторможен. Исходные данные: C – общая жесткость каната стрелы драглайна, m_c – масса ковша, $D_б$ – диаметр барабана лебедки, $J_б$ – момент инерции барабана лебедки, $J_д$ – момент инерции двигателя лебедки, U – передаточное отношение лебедки, $\eta_м$ – КПД лебедки

12. Для проведения оптимизации по производительности определить время цикла лебедки при подъеме груза на высоту H_o и опускании крюка на глубину H_o.



Исходные данные: M, $M_к$ —масса груза и крюка, кг;

$J_б$,$J_д$ —момент инерции барабана и двигателя,кгм^2;

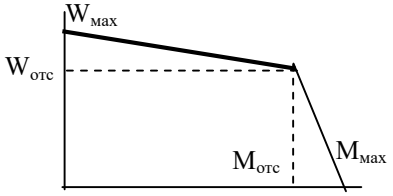
U —передаточное число редуктора, $T_п$ – время погрузки, с.

$R_б$ —радиус барабана, м; $M_{мах}$ —максимальный момент на валу двигателя привода, Нм; $M_{отс}$ —момент отсечки на валу двигателя привода, Нм;

$W_{мах}$ —максимальная скорость вала двигателя, рад/с; $W_{отс}$ –скорость “отсечки вала двигателя, рад/с;

При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент $M_{мах}$.

13. Для проведения оптимизации по производительности определить время опускания груза лебедкой на глубину Но.



Исходные данные: M —масса груза, кг;

$J_б$,$J_д$ —момент инерции барабана и двигателя,кгм^2;

U —передаточное число редуктора,

$R_б$ —радиус барабана, м; $M_{мах}$ —максимальный момент на валу двигателя привода, Нм;

$M_{отс}$ —момент отсечки на валу двигателя привода, Нм;

$W_{мах}$ —максимальная скорость вала двигателя, рад/с;

$W_{отс}$ —скорость “отсечки вала двигателя, рад/с;

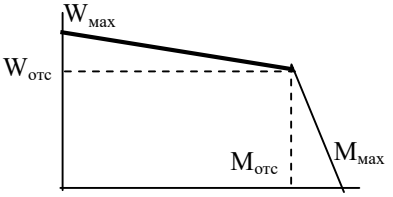
При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент $M_{мах}$.

14. Определить время подъема груза лебедкой на высоту Но.

Исходные данные: M —масса груза, кг;

$J_б$,$J_д$ —момент инерции барабана и двигателя,кгм^2;

i —передаточное число редуктора, Rб —радиус барабана, м;

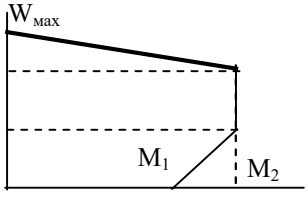


Мmax —максимальный момент на валу двигателя привода, Нм; Мотс —момент отсечки на валу двигателя привода, Нм;

Wmax —максимальная скорость вала двигателя, рад/с; Wотс —скорость “отсечки” вала двигателя, рад/с;

При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент Мmax .

15. Определить время опускания груза лебедкой на глубину Lo.



Исходные данные: M —масса груза, кг;

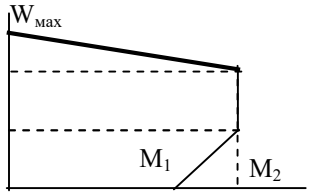
$J_б$,$J_д$ —момент инерции барабана и двигателя,кгм^2;

U —передаточное число редуктора, $R_б$ —радиус барабана, м;

M_1,M_2 —моменты на валу двигателя привода при скорости, Нм;

W_1, W_2 – скорости участков статической характеристики.
При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент M_2

16. Определить время подъема груза лебедкой на высоту H_o.
Исходные данные: M —масса груза, кг; q-масса 1 м. каната.
$J_б$,$J_д$ —момент инерции барабана и двигателя,кгм^2;
U —передаточное число редуктора, $R_б$ —радиус барабана, м;
M_1,M_2 —моменты на валу двигателя привода
W_1, W_2,- скорости участков статической характеристики рад/с;
Учесть уменьшение длины каната при подъеме.
При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент.



17. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара при холостом ходе ударника. Бурение горизонтальной скважины. Ударник перемещается сжатым воздухом, давление которого равномерно меняется по закону $P=P_o-к\cdot X$, где P_o - давление в начале движения, к - коэффициент пропорциональности, X — перемещение поршня с начала движения. Усилие сопротивления определяется по выражению $Fc=9.81\cdot f\cdot M+a\cdot V$, где M - масса поршня, f - коэффициент трения, a – коэффициент пропорциональности, V –скорость перемещения поршня. После прохождения расстояния L_1, перекрывается выхлопное окно, в камеру подается сжатый воздух под давлением P_o, под действием этого давления и усилия сопротивления и происходит торможение.

18. Определить глубину внедрения коронки в породу при рабочем ходе поршня ударника при бурении вниз и время перемещения ударника при рабочем ходе. Поршень перемещается сжатым воздухом, давление которого постоянно и равно Po. Усилие сопротивления от сил трения определяется по выражению $Fc=Fco+a\cdot V$, где Fco –сопротивление, не зависящее от скорости, a - коэффициент пропорциональности, V -скорость перемещения поршня.

После перемещения на расстояние L1, происходит удар по коронке. За счет сопротивления породы происходит торможение поршня. Усилие сопротивления породы определяется по выражению $Fп=Cг\cdot X$, где Cг- коэффициент сопротивления грунта, X - глубина погружения коронки

19. Определить глубину погружения бурового снаряда в породу, которая требуется для оптимизации по производительности бурового станка. Буровой снаряд, массой ***m***, падает под собственным весом с высоты $\boldsymbol{H_o}$ и в конце хода наносит удар по забою скважины. Вначале буровой снаряд движется в воздухе (на расстоянии L_1), а затем в шламе (смесь воды и буровой мелочи). Сопротивление при падении в шламе определяется по выражению $F_c=K_v\cdot V^2$, где $\boldsymbol{K_v}$ —коэффициент пропорциональности, $\boldsymbol{V}$ —скорость, м/с. При внедрении снаряда на него начинает действовать усилие сопротивления грунта, изменяющееся по закону $F_c = C_г \cdot H_{вн}$, где $C_г$ —коэффициент пропорциональности, $\boldsymbol{H_{вн}}$ —глубина погружения в породу, м.

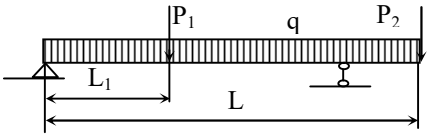
20. Определить глубину погружения бурового снаряда в породу, которая требуется для оптимизации по производительности бурового станка. Буровой снаряд, массой **m**, падает под собственным весом с высоты H_o и в конце хода наносит удар по забою скважины. Каната в начале движения не препятствует падению. Сопротивление при падении снаряда определяется по выражению $F_c=K_v\cdot V^2$, где K_v —коэффициент пропорциональности, V — скорость, м/с. На расстоянии ΔL от забоя натягивается канат и дальнейшее внедрение происходит при сжатии пружин амортизатора, при этом усилие в канате определяется по формуле $F_c=C_к\cdot X$, где $C_к$- коэффициент, X – расстояние, проходимое буровым снарядом после натяжения каната. При внедрении снаряда на него начинает действовать усилие сопротивления грунта, изменяющееся по закону $F_c = C_г \cdot H_{вн}$, где $C_г$ —коэффициент пропорциональности, $H_{вн}$ —глубина погружения в породу, м.

21. Определить оптимальное сечение каната по условию выбора по максимальному усилию. Максимальное усилие определить при аварийном срыве буровой колонны с захватов. Перед срывом имелась слабина каната ΔL. Барабан лебедки расторможен и может поворачиваться усилием в канате. При падении бурильной колонны на нее действует сопротивление $F_c=F_{co}+k_v V^2$. где F_{co} – трение, не зависящее от скорости, k_v – коэффициент пропорциональности, V –скорость перемещения колонны. Исходные данные: C –жесткость каната, $m_{бк}$ – масса бурильной колонны, $D_б$ – диаметр барабана лебедки, $J_б$ – момент инерции барабана лебедки, $J_д$ – момент инерции двигателя лебедки, U – передаточное отношение лебедки, $\eta_м$ – КПД лебедки.

22. Определить оптимальное сечение каната по условию выбора по максимальному усилию. Максимальное усилие определить при аварийном срыве шахтной клети с захватов. Перед срывом имелась слабина каната ΔL. Барабан лебедки расторможен и может поворачиваться усилием в канате. При падении клети срабатывают тормозные устройства, обеспечивающие усилие торможения $F_т=F_{co}+k_v V_2$. где F_{co} – усилие от трения, не зависящее от скорости, k_v – коэффициент пропорциональности, V –скорость перемещения клети.

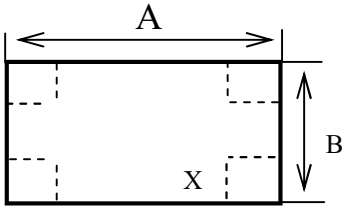
Исходные данные: C –жесткость каната, $m_к$ – масса клети, $D_б$ – диаметр барабана лебедки, $J_б$ – момент инерции барабана лебедки, $J_д$ – момент инерции двигателя лебедки, U – передаточное отношение лебедки, $\eta_м$ – КПД лебедки. \

23. Определить оптимальное положение правой опоры балки, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой ***q*** и сосредоточенными силами ***P_1*** и ***P_2***. Левая опора находится на конце балки.



24. Определить оптимальные размеры контейнера, изготовляемого из стального листа заданного размера A * B (с углов листа удаляются квадраты размером X, затем отгибаются боковые стороны контейнера и выполняются сварные швы).

Удаленные квадраты идут в отходы, стоимость сварного шва не учитывать.



ЛИТЕРАТУРА

Шестаков В.С. Оптимизация технических объектов: учебное пособие; Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2016 – 238 с..

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
И.о. проректора по учебно-методической работе
_____ В. В. Зубов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся

Б1.О.27 ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Направление подготовки
15.03.02 Технологические машины и оборудование

Направленность (профиль)
Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов

Форма обучения: ***очная, заочная, очно-заочная***

год набора: 2025

Автор: Шестаков В. С., канд. техн. наук, профессор

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией факультета
Горных машин и комплексов	Горно-механического
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____ *(подпись)*	Председатель _____ *(подпись)*
Лагунова Ю. А.	Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 13.09.2024	Протокол № 2 от 18.10.2024
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3

1. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ 3

2. ОФОРМЛЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ 3

3. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ 4

ЛИТЕРАТУРА 8

ВВЕДЕНИЕ

При проектировании технических объектов решаются задачи поиска оптимальных решений. Выпускники университета должны уметь применять ЭВМ при проведении оптимизации.

Цель самостоятельной работы: проверка приобретенных студентами навыков оптимизации и поиска оптимальных значений параметров объектов и технологических процессов нефтегазовой отрасли.

Самостоятельная работа соответствуют следующим компетенциям Государственного стандарта:

общепрофессиональные:

- способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности (ОПК-1);
- способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения (ОПК-14).

Результат изучения дисциплины:

Знать:

- общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности;
- алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения;

Уметь:

- применять общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
- разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения;

Владеть:

- навыками применения методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности;
- способами разработки алгоритмов и компьютерных программы, пригодных для практического применения.

1. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

При выполнении самостоятельной работы необходимо изучить примеры, рассмотренные в лекциях, а также в пособии [1].

2. ОФОРМЛЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Отчет по самостоятельной работе должна включать следующие этапы:

1. Постановка задачи оптимизации.
2. Анализ задачи.
3. Выбор критерия оптимальности.
4. Выбор переменных проектирования и оптимизации.
5. Выбор ограничений.
6. Составление целевой функции.
7. Выбор метода оптимизации.
8. Составление алгоритма решения для ЭВМ.
9. Составление программы для ЭВМ и проведение оптимизации.

3. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Определить оптимальное сечение каната при аварийном срыве с захватов бурового става. Перед срывом имелась слабина каната ΔL. Барабан лебедки заторможен. Исходные данные: С – жесткость каната, m_c – масса бурового става, $D_б$ – диаметр барабана лебедки, $J_б$ – момент инерции барабана лебедки, $J_д$ – момент инерции двигателя лебедки, U – передаточное отношение лебедки, $\eta_м$ – КПД лебедки

2. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины снизу вверх. Ударник перемещается сжатым воздухом, давление которого не меняется в процессе движения и равно Ро, а усилие сопротивления определяется по выражению $Fc=K_v \cdot V^2$, где K_v - коэффициент, V-текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния L_1, переключается подача сжатого воздуха в другую камеру, под действием которого происходит торможение ударника.

3. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины сверху вниз. Поршень перемещается сжатым воздухом, давление которого не меняется в процессе движения и равно P_o, а усилие сопротивления определяется по выражению $F_c=C_v \cdot V^2$, где C_v – коэффициент, V-текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния L_1, перекрывается выхлопное окно и оставшаяся часть воздуха в нижней части камеры начинает тормозить ударник. Усилие торможения может быть определено по выражению $F_т=C_т * X$, где $C_т$ —коэффициент пропорциональности, X —ход ударника после перекрытия отверстия.

4. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины. Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в нижнюю часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно Ро. Усилие сопротивления в процессе движения определяется по выражению $Fc=C_v \cdot V^2$, где C_v – коэффициент, V-текущее значение скорости ударника.
   После прохождения расстояния L_1, цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать), а после прохождения расстояния L_2, перекрывается выхлопное окно и в верхнюю часть цилиндра начинает поступать сжатый воздух под давлением Ро, под действием которого и происходит торможение ударника.

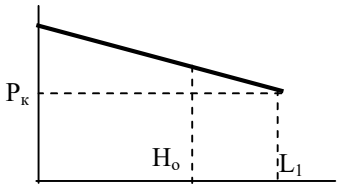
5. Определить оптимальное сечение каната при аварийном срыве с захватов бурового става. Перед срывом имелась слабина каната ΔL. Барабан лебедки заторможен. При движении бурового става усилие сопротивления $Fc=kV^2$, где v-скорость. Исходные данные: С – жесткость каната, m_c – масса бурового става, $D_б$ – диаметр барабана лебедки, $J_б$ – момент инерции барабана лебедки, $J_д$ – момент инерции двигателя лебедки, U – передаточное отношение лебедки, $\eta_м$ – КПД лебедки, k - коэффициент для расчета усилия сопротивления

6. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины снизу вверх. Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в верхнюю часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно Ро. Усилие сопротивления определяется по выражению Fc=Kv·V2, где Kv – коэффициент, V-текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния L1,

цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать), а после прохождения расстояния L2, перекрывается выхлопное окно и в нижнюю часть цилиндра начинает поступать сжатый воздух под давлением Ро, под действием которого и происходит торможение ударника.

7. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение горизонтальной скважины. Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в левую часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно Ро. После прохождения расстояния L_1, цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать), после прохождения расстояния L_2, перекрывается выхлопное окно и в правую часть цилиндра начинает поступать сжатый воздух под давлением Ро, под действием которого и происходит торможение поршня. Усилие сопротивления определяется по выражению $F_c=K_v \cdot V^2$, где K_v – коэффициент, V-текущее значение скорости ударника.

8. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины. Ударник перемещается сжатым воздухом, давление которого равномерно меняется в процессе движения от P_o до $P_к$ на расстоянии L_1. Усилие сопротивления, действующее на поршень определяется по выражению Fc=C ·V, где C —коэффициент пропорциональности, V —скорость перемещения ударника, м/с.



Определить время перемещения поршня на расстояние H_o.
Исходные данные:
P_o, $P_к$- давление сжатого воздуха вначале движения, и на расстоянии L_1, Па; M — масса поршня, кг; D —диаметр поршня, м
C —коэффициент пропорциональности

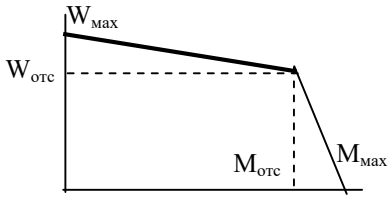
9. Определить глубину погружения бурового снаряда в породу, которая требуется для оптимизации по производительности бурового станка. Буровой снаряд, массой M, падает под собственным весом с высоты H_o и в конце хода наносит удар по забою скважины. Сопротивление при падении снаряда определяется по выражению $Fc=Kv \cdot V^2$, где Kv —коэффициент пропорциональности, V —скорость перемещения, м/с.
При внедрении снаряда на него начинает действовать усилие сопротивления грунта, изменяющееся по закону $Fc = C_г \cdot H_{вн}$, где $C_г$ —коэффициент пропорциональности, $H_{вн}$ —глубина погружения в породу,

10. Определить глубину погружения бурового снаряда в породу, которая требуется для оптимизации по производительности бурового станка. Буровой снаряд, массой M, падает под собственным весом с высоты H_o и в конце хода наносит удар по забою скважины. Сопротивление при падении снаряда меняется по закону $Fc=aV^2$, где a - коэффициент пропорциональности, V —текущее значение скорости в процессе падения снаряда. При внедрении снаряда в породу, на него начинает действовать усилие сопротивления, изменяющееся по закону $Fc = C_г \cdot H_{вн}$, где $C_г$ —коэффициент пропорциональности, $H_{вн}$ —глубина погружения в породу, м.

11. Определить оптимальное сечение каната при срыве с уступа ковша драглайна. Перед срывом имелась слабина каната ΔL. Барабан лебедки заторможен. Исходные данные: C – общая жесткость каната стрелы драглайна, m_c – масса ковша, $D_б$ –

диаметр барабана лебедки, $J_б$ – момент инерции барабана лебедки, $J_д$ – момент инерции двигателя лебедки, U – передаточное отношение лебедки, $\eta_м$ – КПД лебедки

12. Для проведения оптимизации по производительности определить время цикла лебедки при подъеме груза на высоту H_o

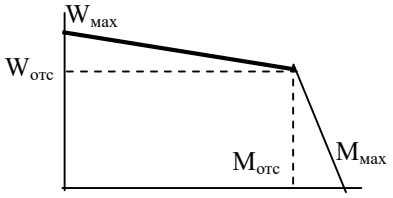


и опускании крюка на глубину H_o.

Исходные данные: M, $M_к$ —масса груза и крюка, кг;
$J_б$,$J_д$ —момент инерции барабана и двигателя,кгм^2;
U —передаточное число редуктора, $T_п$ – время погрузки, с.
$R_б$ —радиус барабана, м; $M_{мах}$ —максимальный момент на валу двигателя привода, Нм;
$M_{отс}$ —момент отсечки на валу двигателя привода, Нм;
$W_{мах}$ —максимальная скорость вала двигателя, рад/с; $W_{отс}$ –скорость “отсечки вала двигателя, рад/с;

При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент $M_{мах}$.

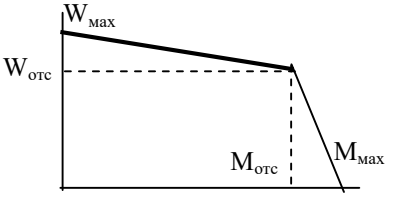
13. Для проведения оптимизации по производительности определить время опускания груза лебедкой на глубину Но.



Исходные данные: M —масса груза, кг;
$J_б$,$J_д$ —момент инерции барабана и двигателя,кгм^2;
U —передаточное число редуктора,
$R_б$ —радиус барабана, м; $M_{мах}$ —максимальный момент на валу двигателя привода, Нм;
$M_{отс}$ —момент отсечки на валу двигателя привода, Нм;
$W_{мах}$ —максимальная скорость вала двигателя, рад/с;
$W_{отс}$ —скорость “отсечки вала двигателя, рад/с;

При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент $M_{мах}$.

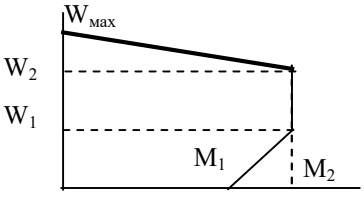
14. Определить время подъема груза лебедкой на высоту Но.



Исходные данные: M —масса груза, кг;
$J_б$,$J_д$ —момент инерции барабана и двигателя,кгм^2;
i —передаточное число редуктора, Rб —радиус барабана, м;
Ммах —максимальный момент на валу двигателя привода, Нм; Мотс —момент отсечки на валу двигателя привода, Нм;
Wмах —максимальная скорость вала двигателя, рад/с;
Wотс —скорость “отсечки” вала двигателя, рад/с;

При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент Ммах .

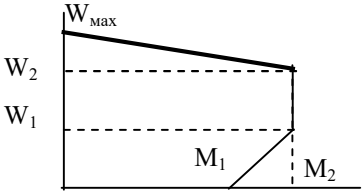
15. Определить время опускания груза лебедкой на глубину Lo.



Исходные данные: M —масса груза, кг;
$J_б$,$J_д$ —момент инерции барабана и двигателя,кгм^2;
U —передаточное число редуктора, $R_б$ —радиус барабана, м;
M_1,M_2 —моменты на валу двигателя привода при скорости, Нм;
W_1, W_2 – скорости участков статической характеристики.

При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент M_2

16. Определить время подъема груза лебедкой на высоту H_o.



Исходные данные: M —масса груза, кг; q-масса 1 м. каната.
$J_б$,$J_д$ —момент инерции барабана и двигателя,кгм^2;
U —передаточное число редуктора, $R_б$ —радиус барабана, м;
M_1,M_2 —моменты на валу двигателя привода

W_1, W_2,- скорости участков статической характеристики рад/с;
Учесть уменьшение длины каната при подъеме.

При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент.

17. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара при холостом ходе ударника. Бурение горизонтальной скважины. Ударник перемещается сжатым воздухом, давление которого равномерно меняется по закону $P=P_o-к\cdot X$, где P_o - давление в начале движения, к - коэффициент пропорциональности, X —перемещение поршня с начала движения. Усилие сопротивления определяется по выражению $Fc=9.81\cdot f\cdot M+a\cdot V$, где M - масса поршня, f - коэффициент трения, a – коэффициент пропорциональности, V –скорость перемещения поршня. После прохождения расстояния L_1, перекрывается выхлопное окно, в камеру подается сжатый воздух под давлением P_o, под действием этого давления и усилия сопротивления и происходит торможение.

18. Определить глубину внедрения коронки в породу при рабочем ходе поршня ударника при бурении вниз и время перемещения ударника при рабочем ходе. Поршень перемещается сжатым воздухом, давление которого постоянно и равно Po. Усилие сопротивления от сил трения определяется по выражению $Fc=Fco+a\cdot V$, где Fco –сопротивление, не зависящее от скорости, a - коэффициент пропорциональности, V -скорость перемещения поршня.

После перемещения на расстояние L1, происходит удар по коронке. За счет сопротивления породы происходит торможение поршня. Усилие сопротивления породы определяется по выражению $Fп=Cг\cdot X$, где Сг- коэффициент сопротивления грунта, X - глубина погружения коронки

19. Определить глубину погружения бурового снаряда в породу, которая требуется для оптимизации по производительности бурового станка. Буровой снаряд, массой ***m***, падает под собственным весом с высоты $\boldsymbol{H_o}$ и в конце хода наносит удар по забою скважины. Вначале буровой снаряд движется в воздухе (на расстоянии L_1), а затем в шламе (смесь воды и буровой мелочи). Сопротивление при падении в шламе определяется по выражению $F_c=K_v\cdot V^2$, где $\boldsymbol{K_v}$ —коэффициент пропорциональности, $\boldsymbol{V}$ —скорость, м/с. При внедрении снаряда на него начинает действовать усилие сопротивления грунта, изменяющееся по закону $F_c = C_г \cdot H_{вн}$, где $C_г$ —коэффициент пропорциональности, $\boldsymbol{H_{вн}}$ —глубина погружения в породу, м.

20. Определить глубину погружения бурового снаряда в породу, которая требуется для оптимизации по производительности бурового станка. Буровой снаряд, массой **m**, падает под собственным весом с высоты H_o и в конце хода наносит удар по забою скважины. Каната в начале движения не препятствует падению. Сопротивление при падении снаряда определяется по выражению $F_c=K_v\cdot V^2$, где K_v —коэффициент пропорциональности, V —скорость, м/с. На расстоянии ΔL от забоя натягивается канат и дальнейшее внедрение происходит при сжатии пружин амортизатора, при этом усилие в канате определяется по формуле $F_c=C_к\cdot X$, где $C_к$- коэффициент, X – расстояние, проходимое буровым снарядом после натяжения каната. При внедрении снаряда на него начинает действовать усилие сопротивления грунта, изменяющееся по закону $F_c = C_г \cdot H_{вн}$, где $C_г$ — коэффициент пропорциональности, $H_{вн}$ —глубина погружения в породу, м.

21. Определить оптимальное сечение каната по условию выбора по максимальному усилию. Максимальное усилие определить при аварийном срыве буровой колонны с захватов. Перед срывом имелась слабина каната ΔL. Барабан лебедки расторможен и может поворачиваться усилием в канате. При падении бурильной колонны на нее действует сопротивление $F_c=F_{co}+k_v V^2$. где F_{co} – трение, не зависящее от скорости, k_v – коэффициент пропорциональности, V –скорость перемещения колонны. Исходные данные: C –

жесткость каната, $m_{бк}$ – масса бурильной колонны, $D_б$ – диаметр барабана лебедки, $J_б$ – момент инерции барабана лебедки, $J_д$ – момент инерции двигателя лебедки, U – передаточное отношение лебедки, $\eta_м$ – КПД лебедки.

22. Определить оптимальное сечение каната по условию выбора по максимальному усилию. Максимальное усилие определить при аварийном срыве шахтной клети с захватов. Перед срывом имелась слабина каната ΔL. Барабан лебедки расторможен и может поворачиваться усилием в канате. При падении клети срабатывают тормозные устройства, обеспечивающие усилие торможения $F_т=F_{со}+k_v V_2$. где $F_{со}$ – усилие от трения, не зависящее от скорости, k_v – коэффициент пропорциональности, V –скорость перемещения клети.

Исходные данные: C –жесткость каната, $m_к$ – масса клети, $D_б$ – диаметр барабана лебедки, $J_б$ – момент инерции барабана лебедки, $J_д$ – момент инерции двигателя лебедки, U – передаточное отношение лебедки, $\eta_м$ – КПД лебедки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шестаков В.С. Оптимизация технических объектов: учебное пособие; Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2016 – 238 с..

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
И.о. проректора по учебно-методической работе
_____ В. В. Зубов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к практическим занятиям по дисциплине

Б1.О.27 ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Направление подготовки
15.03.02 Технологические машины и оборудование

Направленность (профиль)
Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов

Форма обучения: очная, заочная, очно-заочная

год набора: **2025**

Автор: Шестаков В. С., канд. техн. наук, профессор

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией факультета
Горных машин и комплексов	Горно-механического
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____ *(подпись)*	Председатель _____ *(подпись)*
Лагунова Ю. А.	Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 13.09.2024	Протокол № 2 от 18.10.2024
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3
2. Задания к практическим занятиям 3
3. Порядок выполнения работы.....4
4. ПРИМЕРЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ 4
4.1. Практическое занятие № 1.....4
Освоение набора кода программы и отладку.....4
4.2. Практическое занятие № 2.....9
4.3. Практическое занятие № 3.....14
Литература.....20

ВВЕДЕНИЕ

Трудоемкость дисциплины (модуля): 6 з.е. 216 часов.

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

Цель дисциплины: приобретение студентами представлений о возможности оптимизации и поиска оптимальных значений параметров объектов и технологических процессов нефтегазовой отрасли.

Результат изучения дисциплины (модуля):

общепрофессиональные:

- способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности (ОПК-1);
- способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения (ОПК-14).

Результат изучения дисциплины (модуля):

Знать:

- общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности;
- алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения;

Уметь:

- применять общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
- разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения;

Владеть:

- навыками применения методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности;
- способами разработки алгоритмов и компьютерных программы, пригодных для практического применения.

2. ЗАДАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Занятие 1-2. Изучение проведения расчетов на алгоритмическом языке Visual Basik на примерах простейших программ.

Занятие 3. Решение задачи «Определение продолжительности разгона поршня-ударника на расстоянии Lo и скорости в конце разгона

Занятие 4. Решение задачи «Определение продолжительности торможения поршня-ударника со скорости Vo

Занятие 5. Разработка имитационной модели рабочего процесса погружного пневмоударника.

Занятие 6-7. Разработка имитационной модели рабочего процесса подъема груза лебедкой на высоту Но .

Занятие 8. Разработка имитационной модели рабочего цикла лебедки при подъеме груза лебедкой на высоту Но и опускании порожнего крюка.

Занятие 9-10. Решение задачи определения максимального усилия в канате лебедки при выборе слабины.

Занятие 11. Решение задачи определения коэффициента загрузки привода лебедки за рабочий цикл.

Занятие 12. Составление программы для ЭВМ для метода одномерной оптимизации поиска оптимального значения аргумента для функции в виде квадратичного уравнения.

Занятие 13. Решение задачи определения оптимального положения опоры мачты бурового станки.

Занятие 14. Разработка программы для ЭВМ, включающей готовые модули, реализующих алгоритмы методов многомерной поисковой оптимизации, и поиска оптимальных значений аргументов функций.

Занятие 15-16. Решение задачи определения оптимального передаточного отношения лебедки

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Примеры выполнения заданий рассмотрены в [1, 2].

Задания выполняются в следующей последовательности:

Решение задач расчета длительности операций можно проводить в следующей последовательности:

1. формулировка задачи;
2. анализ задачи и составление расчетной схемы;
3. математическое описание в дифференциальной форме;
4. преобразование выражений в численную форму для решения на ЭВМ;
5. разработка вычислительного алгоритма;
6. разработка программы для ЭВМ;
7. набор программы на ЭВМ и ее отладка;
8. выполнение расчетов и анализ полученных результатов.

Содержание указанных этапов определяется конкретной задачей.

Отчетность по работе: пункты 1-5 оформляются в рукописном виде на бумаге, пункты 6-8 представляются при защите работы на компьютере.

4. ПРИМЕРЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ

4.1. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1

ОСВОЕНИЕ НАБОРА КОДА ПРОГРАММЫ И ОТЛАДКУ

Подготовка к занятию.

1. Изучить лекцию 2.
2. Изучить пример 1. Расчет площади прямоугольника (приведен ниже)

Вопросы для зачета по практической работе

1. Порядок вычисления формул
2. Математические функции используемые в VBA
3. Из каких соображений определено количество подпрограмм в разработанной программе?
4. Поясните работу каждой программной единицы.
5. Как обеспечивается передача данных с листа ввода данных в программный модуль?
6. Как обеспечивается вывод результатов расчета на лист?
7. Пояснить назначение строк программы.
8. Как выполнить набор программы?
9. Как выполнить отладку программы?
10. Как организовать независимость расположения ячеек с исходными данными от кода программы?
11. Как расположить элементы управления на листе Excel

Указания к выполнению

Задание выполняется одно по примеру, вариант задания – порядковый номер студента в ведомости.

Цель: освоение приемов работы в среде Excel при решении инженерных задач с применением языка программирования Visual Basic

Порядок выполнения работы.

При первом наборе задачи в Microsof Excel проделать пункты настройки по приложению (приведено ниже)

1. Изучите выданную задачу.
2. Выполните математическое описание.
3. Разработайте алгоритм.
4. Разработайте программу для ЭВМ.
5. Выполните набор программы на ЭВМ и ее отладку.
6. Установите кнопку для запуска программы.
7. Выполните расчет.

Задания к практическому занятию 1

1. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета площади окружности. Расчет провести с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Для проведения расчета на листе расположить кнопку.
2. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета площади треугольника. Расчет провести с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Для проведения расчета на листе расположить кнопку.
3. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формулы $y=\frac{A+\sqrt[3]{B}}{C+D}$. Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений x,y,z.
4. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формулы $y=A*x^{2.5}$. Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений x,y,z.
5. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формулы $y=\frac{A+B\times X}{C}$. Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений x,y,z
6. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формулы $y=\frac{A+B\times X}{C+D}$. Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений x,y,z.
7. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формулы $y=\frac{A+B\times\sin X}{C+D}$. Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений x,y,z.
8. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формул

   $a=2^{-x}\sqrt{x+\sqrt[4]{|y|}}$, $b=\sqrt[3]{e^{x-1/\sin z}}$, при x=3.981, y=-1,625, z=0.512

   Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений x,y,z.
9. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формул

$$a=2^{\left(y^{x}\right)}+\left(3^{x}\right)^{y},\ b=\frac{|x-y|\left(1+\frac{\sin^2 z}{x+y}\right)}{e^{|x-y|}+\frac{x}{2}},$$ при x=3.251, y=0,325, z=0.466

Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений x,y,z.

10. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формул

$$a=\frac{\sqrt{|x-1|}-\sqrt[3]{|y|}}{1+\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{4}},\ b=x\left(\operatorname{arctg} z+e^{-(x+3)}\right),$$ при x=-0.622, y=3,325, z=5,541

Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений x,y,z.

11. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формул

$$a=\sqrt[4]{y+\sqrt[3]{x}-1},\ b=|x-y|\left(\sin^2 z+\operatorname{tg} z\right),$$ при x=17,421, y=10,365, z=0,828

Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений x,y,z.

12. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формул

$$a=\frac{y^{x+1}}{\sqrt[3]{|y-2|+3}}+\frac{x+y/2}{2|x+y|},\ b=(x+1)^{-1/\sin z},$$ при x=1,625, y=-15,4, z=0,252

Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений x,y,z.

13. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формул

$$a=\frac{x^{y+1}+e^{y-1}}{1+x|y-\operatorname{tg} z|},\ b=1+|y-x|+\frac{|y-x|^2}{2}+\frac{|y-x|^3}{3},$$ при x=0,244, y=0,869, z=-0,166

Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений x,y,z

14. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формул

$$a=\frac{2\cos(x-\pi/6)}{\frac{1}{2}+\sin^2 y},\ b=1+\frac{z^2}{3+z^2/5},$$ при x=1.426, y=-1.220, z=3.5

Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений x,y,z.

15. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формул

$$a=\frac{\sqrt[3]{8+|x-y|^2+1}}{x^2+y^2+2},\ b=e^{|x-y|}\left(\operatorname{tg}^2 z+1\right)^{x},$$ при x=-4.500, y=0.750, z=0.845

Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений x,y,z.

16. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формул

$$a=\left|\cos x+\cos y\right|^{1+2\sin^2 y},\ b=1+z+\frac{z^2}{2}+\frac{z^3}{3}+\frac{z^4}{4},\ \text{при } x=0.400,\ y=-0.875,\ z=-0.475$$

Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений x,y,z.

17. На листе Excel сформировать таблицу для ввода исходных данных и вывода результата расчета формул

$$a=\ln\left(y^{-\sqrt{|x|}}\right)\left(x-\frac{y}{2}\right),\ b=\sin^2 \operatorname{arctg} z,\ \text{при } x=-15.246,\ y=4.642,\ z=20.001$$

Расчет провести средствами Excel и с помощью VBA с обязательным использованием подпрограмм и передачей данных через аргументы. Сравнить результаты. На лист Excel переписать условие задачи. Для проведения расчета на листе расположить кнопку. Установить защиту листа от изменения ячеек с обеспечением возможности изменения значений x,y,z.

Пример задачи 1. Расчета площади прямоугольника

Последовательность действий будет следующей.

1. **На листе «Лист1»** располагаем вводные данные и готовим место для вывода результатов:

– увеличиваем ширину столбца А – навести курсор на линию между А и В, нажать левую кнопку мыши и потянуть;
– объединяем в первой строке ячейки А1 и В1 – выделить мышью эти ячейки и щелкнуть по кнопке «Объединить и поместить в центре» на панели «Форматирование»;
– вводим обозначение параметров и размеры сторон в виде

	A	B
1	Вычисление площади прямоугольника	
2	Ширина прямоугольника, м	4
3	Длина прямоугольника, м	10
4	Площадь, м^2	

2. **Вызываем на экран панель *Visual Basic*** (если она отсутствует):

– курсор мыши на любую из имеющихся панелей;
– щелчок правой кнопкой, щелчок по *Visual Basic* (на экран выведется панель рис. 1).



Рис. 1.

3. **Записываем заготовку для основной подпрограммы**:

– щелчок по кнопке «Запись макроса» на панели *Visual Basic*;
– вписываем название основной процедуры «Прямоугольник» в окно «Имя макроса», щелчок по «*ОК*» (рис. 2);

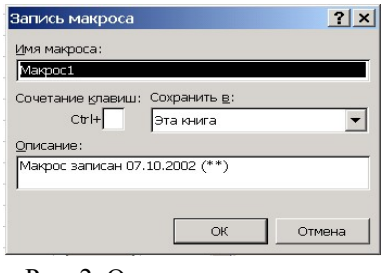
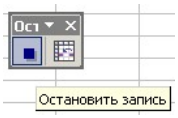


Рис. 2. Окно записи макроса



Р

– щелчок по кнопке «Остановить запись» на появившейся дополнительной панели (рис. 3) или на панели *Visual Basic*. (на ней кнопка «Запись» заменится кнопкой «Остановить запись»).

4. **Переходим в окно редактора *Visual Basic*:**

– щелчок по кнопке «Редактор» на панели *Visual Basic* –на экране должно появиться окно, показанное на рис. 4;
– если на экране отсутствует окно проекта, то его необходимо открыть *View→Project Explorer* (Вид→Окно проекта);

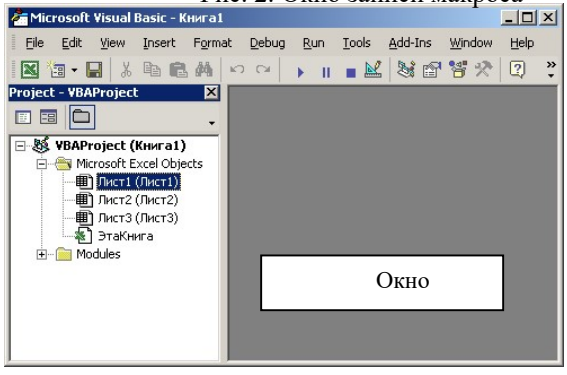


Рис. 4.

– щелчок по папке «Модули» (*Modules*);
– двойной щелчок по «Модуль1» (*Module*1).

5. **Выполняем набор с клавиатуры кода программы** (в отдельные подпрограммы выделен ввод данных и расчет, процедура «Прямоугольник» использована как общая для вызова остальных процедур, передача данных выполнена через аргументы).

```
Option Explicit
Sub Прямоугольник()
   Dim A, B
    Call Ввод(A, B)
    Call Расчет(A, B)
End Sub
Sub Ввод (A, B)
  A = Worksheets("Лист1").Range("B2")
  B = Worksheets("Лист1").Range("B3")
End Sub
Sub Расчет(A, B)
  Dim S
  S = A * B
  Worksheets("Лист1").Range("B4") = S
End Sub
```

При наборе необходимо освоить копирование строк:

- текстовый курсор (вертикальная мигающая черточка) навести на начало копируемой строки клавишами с изображением стрелок или щелчком мыши;
- нажать Shift и не отпуская ее выделить нужный участок (если не всю строку то нажатиями на клавишу с стрелкой → на клавиатуре, если одну строку, то нажать клавишу End, если несколько строк, то клавишей со стрелкой ↓) – выделенный участок выделится темным цветом;
- отпустить Shift;
- нажать Cntr и не отпуская клавишу Insert;
- навести текстовый курсор на место, куда должна быть скопирован фрагмент;
- нажать Shift и не отпуская клавишу Insert.

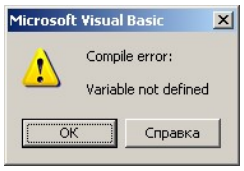


Рис. 5

6. Выполняем отладку программы:

– компиляция - *Debug→Compile VBAProject* (Отладка→Компиляция*)* – при обнаружении ошибок появится соответствующее сообщение,
  - при обнаружении не определенной переменной появится сообщение (рис.5), неизвестная переменная выделится синим цветом;
  - при отсутствии вызываемой процедуры сообщение по рис. 6;

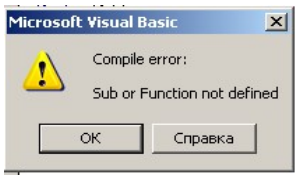


Рис. 6

– пошаговое выполнение – наводим курсор на основную программу (на строку *Sub Прямоугольник*), нажатиями кнопки *F*8 на клавиатуре прогоняем желтую полосу по всем строкам программы. После завершения отладки на листе *Excel* в ячейке "B4" должно появиться значение 40. При проверке процедуры «*Ввод*» после прохождения строки B=.., но еще до выхода из этой процедуры, т.е. полоса на *End Sub*, проверяем получаемые с листа *Excel* значения (наводим и задерживаем курсор на «A» - должно появиться желтое поле со значением A). При проверке процедуры «Расчет» аналогично проверяем, передаются ли значения переменных между подпрограммами.

7. Устанавливаем кнопку управления для запуска программы:

– переходим из редактора на лист *Excel* (можно щелкнуть по значку *Microsoft Excel* строки задач *Windows*);
– вызываем на экран панель «Формы» (курсор на любую панель инструментов, щелчок правой кнопки мыши, щелчок левой кнопкой по строке «Формы»);
– щелчок по изображению кнопки на панели «Формы»;
– щелчок по свободному месту листа;
– в окне «Назначить макрос объекту» щелчок по наименованию «Прямоугольник»;
– щелчок по кнопке «ОК»;
– щелчок по полю внутри кнопки, удаляем «Кнопка1» и набираем слово «Расчет»;

– щелчок по листу *Excel* вне кнопки – должны исчезнуть маркеры вокруг кнопки.

8. Проверяем работу программы:

– наводим курсор на ячейку «B2» и с клавиатуры вводим 6, нажимаем "*Enter*";
– щелчок по установленной кнопке «Расчет» - в ячейке «B4» должно появиться 60.

9. Сохраняем программу – обязательно выбрать тип «С поддержкой макросов»

4.2. ПРАКТИЧЕСКОЕ **занятие № 2.**

ОСВОЕНИЕ ПРОГРАММИРОВАНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ АЛГОРИТМОВ

Подготовка к занятию.

3. Изучить лекцию 2.
4. Изучить пример 2. Программа расчета синусоиды (приведен ниже)

Вопросы для зачета по практической работе

12. Порядок составления алгоритма
13. Приведите операторы для организации циклов
14. Приведите операторы ветвления
15. Из каких соображений определено количество подпрограмм в разработанной программе?
16. Поясните работу каждой программной единицы.
17. Как обеспечивается передача данных с листа ввода данных в программный модуль?
18. Как обеспечивается вывод результатов расчета на лист в табличной форме?
19. Пояснить назначение строк программы.
20. Как выполнить набор программы?
21. Как выполнить отладку программы?
22. Как организовать независимость расположения ячеек с исходными данными от кода программы?
23. Как расположить элементы управления на листе Excel

Указания к выполнению

Задание выполняется одно по примеру, вариант задания – порядковый номер студента в ведомости.

Цель: освоение приемов работы в среде Excel при решении инженерных задач с применением языка программирования Visual Basic

Порядок выполнения работы.

8. Изучите выданную задачу.
9. Выполните математическое описание.
10. Разработайте алгоритм.
11. Разработайте программу для ЭВМ.
12. Выполните набор программы на ЭВМ и ее отладку.
13. Установите кнопку для запуска программы.
14. Выполните расчет.

Задания к практическому занятию 2

Задание 2.1

Функция задается выражениями

$У=A+B\cdot x$, при $x<X_1$

$У=C+D\cdot x^2$, при $X_1<=x<X_2$

$У=E+F/x$, при $X_2<=x$

Составить алгоритм и программу для расчета функции, вывода на лист Excel таблицы результатов при изменении аргумента от $X_{мин}$ до X_{max} N раз, а также минимального и максимального значений функции и соответствующих значений аргументов. Мастером диаграмм построить график зависимости У=f(x)

Задание 2.2

Функция задается выражениями

$У=A+B\sin(x)$, при $x<X_1$

$У=C+D\cos(x)$, при $X_1<=x<X_2$

$У=E+F\cdot x$, при $X_2<=x$

Составить алгоритм и программу для расчета функции, вывода на лист Excel таблицы результатов при изменении аргумента от $X_{мин}$ до $X_{мах}$ N раз, а также минимального и максимального значений функции и соответствующих значений аргументов. Мастером диаграмм построить график зависимости У=f(x)

Задание 2.3

Функция задается выражениями

$У=A+B\cdot x-C\cdot X^3-D\cdot\cos(x)$

Составить алгоритм и программу для расчета функции, вывода на лист Excel таблицы результатов при изменении аргумента от $X_{мин}$ до $X_{мах}$ N раз, найти корень уравнения. Мастером диаграмм построить график зависимости У=f(x)

Задание 2.4

Функция задается выражениями

$У=A+B\cdot x-C\cdot x^2-D\cdot\sin(x)$

Составить алгоритм и программу для расчета функции, заполнения таблицы результатов при изменении аргумента от $X_{мин}$ до $X_{мах}$ N раз, поиска корня уравнения. Мастером диаграмм построить график зависимости У=f(x)

Задание 2.5

Функция задается выражениями

$У=A+B/x$, при $x<X_1$

$У=C+D\cdot x^2$, при $X_1<=x<X_2$

$У=E+F\cdot x$, при $X_2<=x$

Составить алгоритм и программу для расчета функции, заполнения таблицы при изменении аргумента от $X_{мин}$ до $X_{мах}$ N раз, поиска корня уравнения. Мастером диаграмм построить график зависимости У=f(x)

Задание 2.6

Функция задается выражениями

$У=A+B/x$, при $x<X_1$

$У=C+D\cdot x^2$, при $X_1<=x<X_2$

$У=E+F\cdot x$, при $X_2<=x$

Составить алгоритм и программу. Рассчитать значение функции при изменении аргумента от $X_{мин}$ до $X_{мах}$ с шагом Δx. Вывести на лист Excel в таблицу результатов каждого 10 рассчитанного значения функции и соответствующего значения аргумента. Мастером диаграмм построить график зависимости У=f(x)

Задание 2.7

Функция задается выражениями

$У=A+B/x$, при $x<X_1$

$У=C+D\cdot x^2$, при $X_1<=x<X_2$

$У=E+F\cdot x$, при $X_2<=x$

Составить алгоритм и программу. Рассчитать значение функции при изменении аргумента от $X_{мин}$ до $X_{мах}$ с шагом Δx . Вывести на лист Excel в таблицу результатов по 10 строк рассчитанных значения функции и соответствующих значений аргументов (количество вычислений на каждом участке должно быть во много раз больше 10). Мастером диаграмм построить график зависимости У=f(x)

Задание 2.8

Функция задается выражениями

У=A+B·x, при x<X_1
У=C+D·x^2, при X_1<=x<X_2
У=E+F/x, при X_2<=x

Составить алгоритм и программу для расчета функции и построения графика отрезками из программы при изменении аргумента от $X_{мин}$ до $X_{мах}$ N раз

Задание 2.9

Функция задается выражениями
У=A+B sin(x), при X<X_1
У=C+D cos(x), при X_1<=x<X_2
У=E+F·x, при X_2<=x

Составить алгоритм и программу для расчета функции и построения графика отрезками из программы при изменении аргумента от $X_{мин}$ до $X_{мах}$ N раз

Задание 2.10

Функция задается выражениями
У=A+B·x-C·x^3-D·cos(x)

Составить алгоритм и программу для расчета функции, построения графика отрезками из программы при изменении аргумента от $X_{мин}$ до $X_{мах}$ N раз, для графика вывести сетку и проградуировать ее.

.

Задание 2.11

Функция задается выражениями
У=A+B·x-C·x^2-D·sin(x)

Составить алгоритм и программу для расчета функции, построения графика отрезками из программы при изменении аргумента от $X_{мин}$ до $X_{мах}$ N раз, поиска корня уравнения

Задание 2.12

Функция задается выражениями
У=A+B/x, при X<X1
У=C+D·x^2, при X_1<=x<X_2
У=E+F·x, при X_2<=x

Составить алгоритм и программу для расчета функции, построения графика отрезками из программы при изменении аргумента от $X_{мин}$ до $X_{мах}$ N раз, поиска корня уравнения.

.

Задание 2.13

Функция задается выражениями
У=Acos(x), при x<X_1
У=Csin(x), при X_2<=x

Составить алгоритм и программу для расчета функции, построения графика отрезками из программы при изменении аргумента от $X_{мин}$ до $X_{мах}$ N раз

ПРИМЕР 2. ПРОГРАММА ПОВТОРЯЮЩИХСЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ С ВЫВОДОМ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Рассмотрим также очень простую программу вычисления данных для построения синусоиды. При использовании *Excel* график может быть построен мастером диаграмм, но при этом потребуется таблица данных в виде двух столбцов – аргумента *x* и функции *y=sin*(*x*).

Анализ задачи. Для проведения вычислений на листе Excel должны располагаться исходные данные и на этот же лист в виде таблицы должны быть выведены результаты. При вычислении таблицы необходимо организовать изменение аргумента (угла) *N* раз от минимального значения x_{min} до максимального значения x_{max} и для каждого значения аргумента вычислить *y=sin*(*x*). В алгоритмических языках повторяющиеся вычисления принято заключать в цикл. При этом не требуется N раз набирать формулы, кроме того, при использовании циклов программа приобретает универсальность. Какое значение N введет пользователь, столько раз и повторится цикл.

Форма ввода-вывода.

Чистый лист Excel переименовываем: курсор мыши на ярлычок листа, щелчок правой кноп-

кой, переименовать, набрать с клавиатуры Синусоида.

По подобию примера оформляем лист и вводим исходные данные.

Разработка алгоритма расчета. Эта задача сложнее рассмотренной первой простейшей задачи, но и она опытным программистом может быть решена без предварительного составления алгоритма. Целью учебных занятий является обучение программированию и составлению алгоритмов, так как для решения более сложных задач обязательно потребуется умение составлять алгоритмы. Рассмотрим два варианта создания алгоритма: словесно-пошаговую (текстовую) и блок-схему.

1 вариант.

Ввести: N – количество вычислений, x_{min} x_{max} минимальное и максимальное значение аргумента, ввод в градусах.

Вычислить шаг изменения переменной: $dx=(x_{max} - x_{min})/N$

Организовать повторение выполнения строк вычислений функции и вывода результатов при изменении аргумента от минимального до максимального с шагом dx N раз. После каждого вычисления выводить в таблицу значения x и y.

2 вариант.

В этой задаче можно выделить подпрограммы ввода, расчета и вывода. Кроме того, для вызова этих подпрограмм должна быть еще одна подпрограмма. Таким образом, программа будет состоять их четырех подпрограмм. Передача данные между подпрограммами будет выполнена через аргументы.

Алгоритм будем составлять только для подпрограммы расчета, так подпрограммы ввода и вывода очень просты и не требуют составления алгоритма. На рисунке представлено два варианта алгоритма. На рис. 1, а цикл организован при изменении параметра цикла i N раз, но при такой организации цикла потребуется в подпрограмме использовать две дополнительных строки $x=x_{min}$ и $x = x +dx$. В варианте по рис. 1, б задание начального значения и изменения аргумента выполняется в операторе цикла, поэтому дополнительных строк не нужно. При вычислении синуса в скобках выполнено деление на 57.3 чтобы перевести градусы в радианы (функции sin, cos и др. на ал-

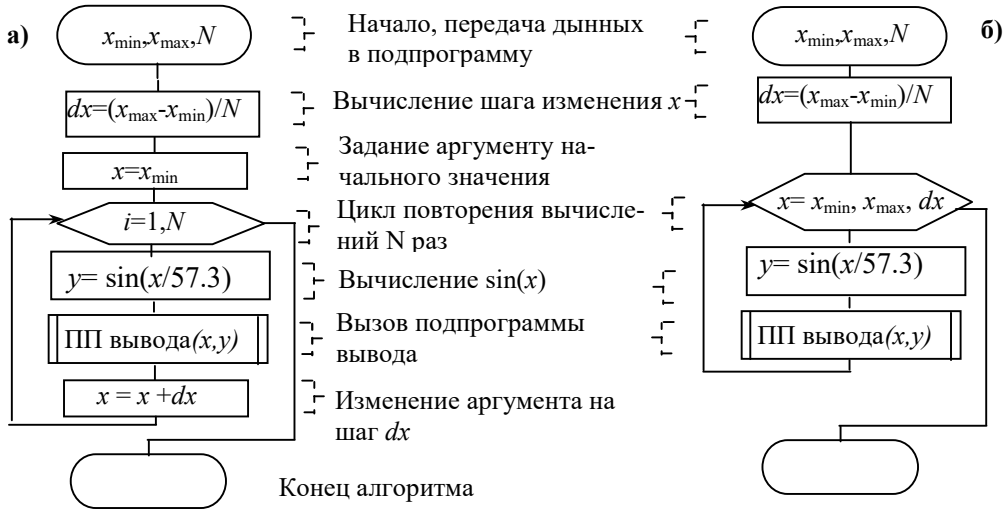


Рис. 1. Алгоритмы расчета с вычислением аргумента: а - отдельными операторами, б –

горитмических языках берутся от аргумента в радианах).

Разработка программы. Подпрограмму ввода оформляем аналогично предыдущему примеру.
Подпрограмма расчета оформляется по составленному алгоритму по рис. 1, б.

.

Таблица 1. Соответствие блоков алгоритма строкам
подпрограммы расчета

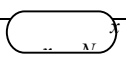
Блок алгоритма	Строки программы
	Sub Расчет(Xmin, Xmax, N).

Таблица 2. Назначение дополнительных строк и переменных подпрограммы расчета

i	Переменная для указания текущей строки таблицы при выводе данных
Dim dx, x, y, i	Описание переменных, тех, которые

$dx=(x_{max}-x_{min})/N$	dx = (Xmax - Xmin) / N.
$x= x_{min}, x_{max}, dx$	For x = Xmin To Xmax Step dx Next x
$y= \sin(x/57.3)$	y = Sin(x / 57.3)
ПП вывода(x,y)	Call Вывод(x, y, i)
	End Sub

	не передаются через аргументы заголовка подпрограммы
i=8	Указание номера первой строки листа Excel, в которую будут выводиться результаты расчета. На листе примера первые 7 строк занято под исходные данные и заголовок, пустая для вывода 8 стр.

Подпрограмм вывода. Для вывода в таблицу должен быть использован адрес с использованием указания ячейки с помощью Cells. В скобках указывается на первом месте номер строки, а на втором номер столбца числом, а не именем столбца, т.е. вместо А используется цифра 1, вместо В – цифра 2 и т.д. Чтобы обеспечить заполнение таблицы результатов необходимо обеспечить изменение номера строки листа Excel для вывода очередной строки данных результатов. Поэтому для номера строки в адресе Cells должна быть использована вычисляемая переменная. Изменение строки на единицу выполняется строчкой i=i+1. В подпрограмме расчета использованы для хранения результатов перемененные, а не массивы, поэтому вывод результатов должен быть осуществлен в процессе выполнения цикла расчета. Исходя из этого, строка вызова подпрограммы вывода включена в цикл после расчета функции. Задание начальной строки вывода i=8 выполнено в подпрограмме расчета до цикла, внутрь цикла или в подпрограмму вывода эту строку вводить нельзя, так как после перевода строки оператором i=i+1 строкой i=8 , при расположение ее в цикле или в подпрограмме вывода будет происходить возврат вывода снова в 8-ю строку.

Программа расчета данных для построения синусоиды:

```
Option Explicit
Sub Синусоида()
  Dim Xmin, Xmax, N
  Call Ввод(Xmin, Xmax, N)
  Call Расчет(Xmin, Xmax, N)
End Sub

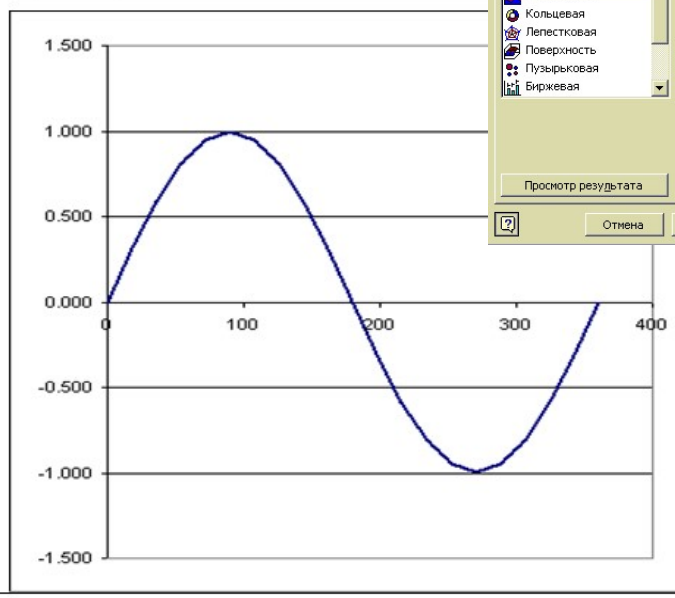
Sub Ввод(Xmin, Xmax, N)
  Xmin = Worksheets("Синусоида").Range("G3")
  Xmax = Worksheets("Синусоида").Range("G4")
  N = Worksheets("Синусоида").Range("G5")
End Sub

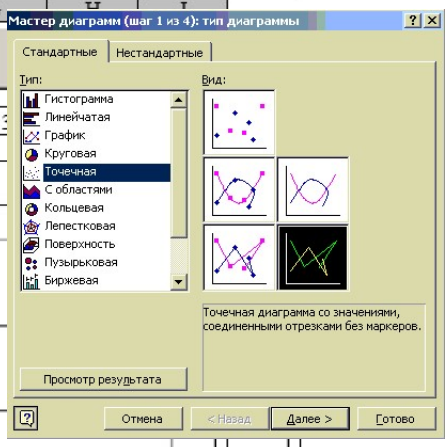
Sub Расчет(Xmin, Xmax, N)
Dim dx, x, y, i
i = 8                              'Первая строка таблицы данных
dx = (Xmax - Xmin) / N             'Шаг изменения аргумента
For x = Xmin To Xmax Step dx       'Начало цикла
  y = Sin(x / 57.3)                'Вычисление функции
  Call Вывод(x, y, i)              'Вызов ПП вывода строки в таблицу
Next x                             'Конец цикла
End Sub

Sub Вывод(x, y, i)
  Worksheets("Синусоида").Cells(i, 1) = x  'Вывод в i-ю строку в 1-й столбец аргумента x
  Worksheets("Синусоида").Cells(i, 2) = y  'Вывод в i-ю строку во 2-й столбец y
```

Вид листа Excel для ввода исходных данных и вывода результатов

	A	B
1	**Построение графика y=sin(x)**	
2	Исходные данные	
3	Начальное значение угла, град	
4	Конечное значение угла, град	
5	Количество вычислений	
6	Результаты расчета	
7	x, град	y=sin(x)
8	0	0.000
9	18	0.309
10	36	0.588
11	54	0.809
12	72	0.951
13	90	1.000
14	108	0.951
15	126	0.809
16	144	0.588
17	162	0.309
18	180	0.000
19	198	-0.309
20	216	-0.588
21	234	-0.809
22	252	-0.951
23	270	-1.000
24	288	-0.951
25	306	-0.809
26	324	-0.588
27	342	-0.309
28	360	0.000



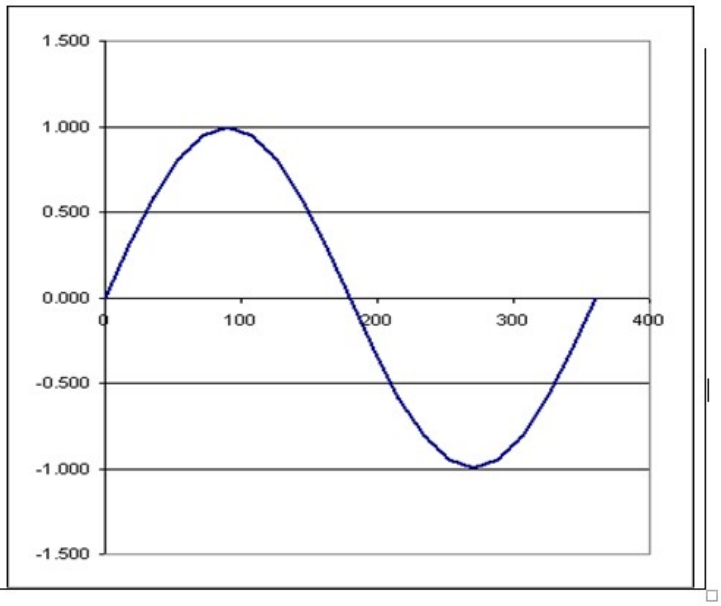


ных для перемес-

ками без

Вид листа Excel для ввода исходных данных и вывода результатов

	A	B	C	D	E	F	G	H	J
1	**Построение графика y=sin(x)**							Расчет	
2	Исходные данные								
3	Начальное значение угла, град						0		
4	Конечное значение угла, град						360		
5	Количество вычислений						20		
6	Результаты расчета								
7	x, град	y=sin(x)							
8	0	0.000							
9	18	0.309							
10	36	0.588							
11	54	0.809							
12	72	0.951							
13	90	1.000							
14	108	0.951							
15	126	0.809							
16	144	0.588							
17	162	0.309							
18	180	0.000							
19	198	-0.309							
20	216	-0.588							
21	234	-0.809							
22	252	-0.951							
23	270	-1.000							
24	288	-0.951							
25	306	-0.809							
26	324	-0.588							
27	342	-0.309							
28	360	0.000							



4.3. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 3.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ РАСЧЕТА ДЛИТЕЛЬНОСТИ ЦИКЛА

Задания

3.1. Определить скорость в начале внедрения бурового снаряда в породу . Буровой снаряд,

массой ***m***, падает под собственным весом с высоты H_o и в конце хода наносит удар по забою скважины. Сопротивление при падении снаряда определяется по выражению $F_c=K_v \cdot V^2$, где K_v — коэффициент пропорциональности, V —скорость перемещения, м/с

3.2. Определить скорость в начале внедрения бурового снаряда в породу . Буровой снаряд, массой ***m***, падает под собственным весом с высоты H_o и в конце хода наносит удар по забою скважины. Сопротивление при падении снаряда до глубины H_1 определяется по выражению $F_c=K_v \cdot V^2$, где K_v —коэффициент пропорциональности, V —скорость перемещения, м/с, а ниже глубины H_1 добавляется усилие сопротивления шлама (взвесь буровой мелочи в воде) по выражению $F_{сш}=к_1+к_2 \cdot x$, где x – расстояние от поверхности шлама, $к_1$,$к_2$ – известные коэффициенты

3.3. Определить скорость ударника при движении его в нижнее положение на расстояние L2 и время перемещения. Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в верхнюю часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно Ро. Усилие сопротивления определяется по выражению $Fc=Kv \cdot V^2$, где Kv – коэффициент, V-текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния L1, цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать)

3.4. Определить скорость ударника при движении его в верхнее положение на расстояние L2 и время перемещения. Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в верхнюю часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно Ро. Усилие сопротивления определяется по выражению $Fc=Kv \cdot V^2$, где Kv – коэффициент, V-текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния L1, цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать)

3.5. Определить скорость и время перемещения ударника при горизонтальном движении на расстоянии L_2. Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в левую часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно P_o. После прохождения расстояния L_1, цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать).

3.6. Определить скорость при аварийном срыве с захватов бурового става в конце выбора слабины . Перед срывом имелась слабина каната ΔL. Барабан лебедки расторможен. При падении на буровой став действует усилие сопротивления, изменяющегося по выражении. $F_c=k_1+k_2v^2$ (k_1,k_2 – известные коэффициенты, v – текущее значение скорости).

Указания к выполнению

Задание выполняется одно по примеру, вариант задания – порядковый номер студента в ведомости.

Цель работы: освоение приемов работы в среде Excel при решении инженерных задач с применением языка программирования Visual Basic

Порядок выполнения работы.

15. Изучите формулировку выданной для выполнения задачи.
16. Выполните анализ задачи и составьте расчетную схему.
17. Выполните математическое описание в дифференциальной форме.
18. Выполните преобразование выражений в численную форму для решения на ЭВМ.
19. Разработайте вычислительный алгоритм.
20. Разработайте программу для ЭВМ.
21. Выполните набор программы на ЭВМ и ее отладку.
22. Выполните расчет и анализ полученных результатов.

Пример выполнения занятия

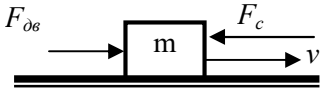


Рис. 1. Расчетная схема

Формулировка задачи. Определить время перемещения на расстояние $\mathbf{L_o}$ поршня-ударника массой **m** под действием постоянного движущего усилия $\mathbf{F_{дв}}$ и усилия сопротивления $\mathbf{F_c}$. Ударник перемещается горизонтально.

Анализ задачи. В процессе решения задачи необходимо определять:

- текущее значение пути перемещения, чтобы его использовать в алгоритме для сравнения с заданным расстоянием;
- текущее значение скорости, для использования при расчете пути перемещения;
- время перемещения.

Расчетная схема механической системы показана на рис. 1. Практически все механизмы горных машин имеют одну степень свободы – обеспечивают или вращение рабочего органа вокруг его оси, или перемещение рабочего органа вдоль определенной линии. Поэтому для расчета текущего значения скорости пере-

мещения может быть использовано соответствующее уравнение движения.

Математическое описание.

Для механизмов поступательного движения с неизменной массой уравнение движения $\mathbf{F_{дв} - F_c = m \cdot dv/dt,}$ (1)

где $F_{дв}$, F_c –движущее усилие и усилие сопротивления, действующие на ударник, m – масса, *dv/dt* – ускорение движения, *v*- скорость.

Движущее усилие определится по давлению сжатого воздуха и площади $\boldsymbol{F_{дв}=P \cdot S}$

Из выражения (1) может быть определена скорость. Для расчета пути перемещения ***X*** можно применить выражение, реализующее определение скорости (скорость - это первая производная пути по времени) $\boldsymbol{v = dX/dt.}$ (2)

Преобразование в численную форму.

Выражения (1)-(2) не могут быть использованы в программе непосредственно в дифференциальном виде. Они должны быть переведены в численную форму. Для преобразования применяют численные методы, наиболее простым из которых является метод Эйлера.

Суть метода Эйлера заключается в замене: $\boldsymbol{dv/dt \rightarrow (v_{i+1} - v_i)/\Delta t;}$ $\boldsymbol{dx/dt \rightarrow (x_{i+1} - x_i)/\Delta t,}$

где $\boldsymbol{v_{i+1}, v_i}$ – последующее и предыдущее значение скорости, определенные через шаг интегрирования $\boldsymbol{\Delta t}$;

$\boldsymbol{x_{i+1}, x_i}$ – последующее и предыдущее значение пути перемещения ударника, определенные через шаг интегрирования $\boldsymbol{\Delta t}$.

При такой замене выражение (1) примет вид: $\mathbf{F_{дв} - F_c = m \cdot (v_{i+1} - v_i)/\Delta t.}$

В этом выражении неизвестными являются $\boldsymbol{v_{i+1}}$, $\boldsymbol{v_i}$. Для решения подобных выражений необходимо применять начальные условия. В начале движения скорость равна нулю $\boldsymbol{v_i=0}$, и в выражении остается только одна неизвестная. Таким образом, последующее значение скорости можно вычислить через предыдущее $\boldsymbol{v_{i+1} = v_i + (F_{дв} - F_c) \cdot \Delta t / m;}$ (1')

Для расчета перемещения, после соответствующей подстановки, получим $\boldsymbol{x_{i+1} = x_i + v_{i+1} \cdot \Delta t.}$ (2')

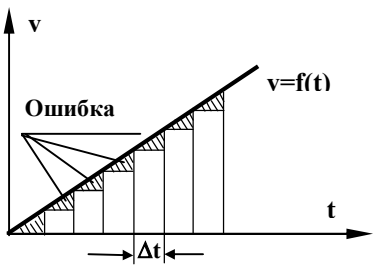


Рис. 2. Иллюстрация метода Эйлера

Время перемещения определяется суммированием $\boldsymbol{\Delta t}$ до тех пор, пока условие выполняется $\boldsymbol{T_{i+1} = T_i + \Delta t.}$ (3)

При решении на ЭВМ индексы в выражениях можно опустить и при этом не произойдет искажения смысла – определение последующего значения переменной по предыдущему значению. Графически метод Эйлера хорошо иллюстрируется на примере определения пути перемещения через график скорости (рис. 2). Из курса физики и теоретической механики известно, что путь это интеграл от скорости, а при графическом представлении – это площадь под линией интегрируемой функции. По выражению (2') выполняется суммирование прямоугольников, а заштрихованные треугольники показывают ошибку использования метода Эйлера для интегрирования. Рис. 2 показывает, что ошибка зависит от шага интегрирования Δt, при уменьшении шага ошибка уменьшается. Для повышения точности расчетов желательно уменьшить шаг интегрирования, но при этом одновременно увеличится число вычислений, а значит и время вычислений, поэтому необходимо использовать «разумную точность». Зададим шаг 0.1 с, выполним расчет времени цикла, затем шаг уменьшим в 10 раз, повторно выполним расчет времени и сравним с предыдущим расчетом. Если относительная разница между ними будет существенной (больше одного процента), то шаг уменьшим еще, а если нет, то оставим последнее значение шага.

После исключения индексов выражения примут вид:

$\boldsymbol{v = v + (F_{дв} - F_c) \cdot \Delta t / m;}$ (1")

$\boldsymbol{x = x + v \cdot \Delta t;}$ (2")

$\boldsymbol{T = T + \Delta t.}$ (3")

Разработка вычислительного алгоритма.

Из рис. 2 следует, что определить путь перемещения при известном графике скорости за одно вычисление невозможно, потребуется обязательно выполнить вычисления ***v, x, T*** несколько раз. Для реализации повторяющихся вычислений в программе применим цикл. Блок-схема такого алгоритма быть изображена на рис. 3.

Алгоритм составлен в следующей последовательности.

1). В качестве условия выхода из цикла принимаем $\boldsymbol{X<L_o}$ и заносим его в элемент сравнения ***4*** в нижней части листа, на котором изображается алгоритм.

2). Введенное неравенство анализируем. Переменные, входящие в правые части вычисляемого выражения или в обе части логического должны быть обязательно определены. $\boldsymbol{L_o}$ является заданным значением расстояния, следовательно, эту переменную указываем в блоке ввода данных ***1***

3). Выше блока сравнения ***4,*** для определения переменной ***X,*** присутствующей в логическом выражении, в алгоритм вводится выражение для вычисления пути $\boldsymbol{x = x + v \cdot \Delta t.}$ В правой части этого выражения должны быть определены переменные $\boldsymbol{x, v, \Delta t.}$ Шаг интегрирования$\boldsymbol{\Delta t}$ вводится в блоке ввода данных ***1***. Для

определения ***x*** используем начальное состояние ударника – в начале движения путь равен нулю, поэтому выражение ***x = 0*** вводим в блок начальных условий ***2.***

4). Выше выражения расчета пути вводится выражение для расчета скорости ***v,*** необходимой для вычисления ***x,*** $v = v + (F_{дв} - F_c) \cdot \Delta t / m$.

Для определения переменных правой части этого выражения добавляем в блок ввода данных ***1:*** $F_{дв}$, F_c, ***m,*** и ***v =0*** - в блок начальных условий ***2*** .

5). При формальном подходе для расчета параметра больше не требуется ни одного выражения и можно завершать цикл расчетов. Выражение для расчета времени $T = T + \Delta t$ потребуется, когда будет решаться вопрос вывода результатов расчетов – значения Т. Его можно ввести как выше выражения расчета скорости, так и ниже выражения расчета пути, но это выражение должно обязательно попасть в цикл. После ввода выражения для расчета времени в блок начальных значений добавляют условие ***T=0***.

Разработка программы на ЭВМ.

На примере этой задачи освоим приемы программирования:

1. Реализацию составленного алгоритма программным кодом
2. Вывод данных в таблицу для последующего построения графика
3. Управление количеством выводимых в таблицу данных

При составлении сложного программного обеспечения применяют подход поэтапного составления программы и ее отладки. В данной задаче можно вначале решить задачу без вывода промежуточных данных (реализация составленного алгоритма), затем обеспечить вывод в таблицу всех данных, а затем освоить вывод с управлением количества выводимых строк.

Первый вариант программы – решение задачи без вывода промежуточных данных

На листе Excel формируем форму ввода-вывода. Для данной задачи она может иметь вид

	A	B	C	D	E	F
1	**Расчет времени перемещения элемента на заданное расстояние**					
2	Исходные данные					
3	1. Расстояние перемещения, м					1
4	2. Масса поршня, кг					20
5	3. Движущее усилие, Н					100
6	4. Усилие сопротивления, Н					10
7	5. Шаг интегрирования					0.001
8	Результаты расчеты					
9	1. Время перемещения, с					
10	2. Скорость в конце хода, м/с					
11	Время,с	Скорость, м/с	Путь,м			
12						

Программа составляется по разработанному алгоритму. Для упрощения отладки программу разбивают на отдельные подпрограммы по условию: каждая функция выполняется отдельной подпрограммой. В этой задаче можно выделить подпрограммы ввода и расчета. Наименования переменных желательно применять такие же, что и используются в математической модели. Для пояснений в программу введены комментарии. Передача данных между подпрограммами здесь выполнена через аргументы.

В нижней части алгоритма, представленного на рис. 3 выполняется проверка ***x<Lo.*** Если это условие выполняется, то должен быть выполнен возврат к расчету скорости ***v.*** В программе для осуществления возврата после какого-либо сравнения из нижней части алгоритма к верхней применим оператор цикла.

Первый вариант программы без вывода промежуточных данных представлен на рис. 4. После отладки и выполнения программы получим «Время перемещения =0,667», «Скорость в конце хода =3.0015».

Второй вариант программы - вывод промежуточных данных (дополним процедуру Расчет)

Вывод данных в таблицу выполняется с использованием указателя ячейки .Cells(номер строки, номер столбца). В этой задаче вывод времени осуществляется в столбец 1 (столбец А), скорости во 2, а пути в 3-й. Строки должны меняться, вначале вывод в 12, затем в 13 и т.д. Для указания строки введем переменную i (допишем ее в строке Dim V, X, T, i). Перед циклом присвоим ей начальное значение i = 12. Внутри цикла вставим строки для вывода. Чтобы график начинался с нулевой точки строки вывода вставим выше строк расчета. После вывода строк изменим строку i = i + 1, чтобы следующий вывод был на другую строку. Вид процедуры показан на рис. 5 . Изменим исходные данные «Шаг интегрирования=0.1» и выполним расчет. В результате будет получено 7 строк в таблице. Изменим «Шаг интегрирования=0.01» и снова выполним расчет. В результате будет получено 66 строк в таблице. Таким образом, при решении задачи с малым шагом будут выводиться таблицы с большим количеством строк.

Построим график средствами Excel. Выделим три столбика с данными, щелкнем по кнопке «Мастер диаграмм», выберем «Точечная» и вид с соединением точек, щелкнем по «Готово».

Снова увеличим шаг до 0,1 и проведем перерасчет. В таблице останется 66 строк с данными, а график будет неверным. Это объясняется тем, что в таблице остались данные от предыдущего расчета. При выводе в таблицы вначале необходимо таблицу подготовить – очистить ячейки от предыдущих значений. Для этого

можно составить макрос и вызвать его в программе:

- выполнить щелчок по кнопке «Запись макроса» на панели инструментов *Visual Basic*;
- ввести наименование макроса, например «Очистка»;
- курсор мыши навести на ячейку «A12» и при нажатой левой кнопке выделить диапазон до ячейки «C100»;
- нажать клавишу «*Delete*»;
- выполнить щелчок мышью по ячейке «A12»;
- выполнить щелчок по кнопке «Остановить запись макроса»;
- перейти в программу и в основной процедуре ввести строку Call Очистка.

Третий вариант программы - вывод промежуточных данных через заданное число строк

Освоим вывод, например каждого 10-го вычисления. Идея, которая должна быть реализована: вывести результаты, затем выполнить расчет 9 раз без вывода результатов, и снова повторить эти этапы. Следовательно, вывод должен быть управляемым. Для управления используется оператор проверки If и он должен быть расположен перед выводом. Если мы рассматривает вывод каждого 10-го значения, то в условие организуем проверку достижения этого значения. Теперь решаем вопрос, а что сравнивать с этим числом. Анализ процедуры по рис. 5 покажет, что без дополнительной переменной не обойтись. Введем новую переменную j. Тогда строка проверки примет вид If j >= 10 Then. End If вставим после всех строк управления выводом. Решим вопрос по ее изменению. Чтобы вывести строку при нулевых значениях T,V,X первым значением j должно быть число не меньшее 10, поэтому до цикла введем строку j=10. Если при таких изменениях запустить программу, то увидим, что ничего не изменилось, вывод будет всех строк. Это происходит потому, что j все время остается равным 10. Для того, чтобы прекратить вывод следующих за первой строк обнулим после вывода j=0. Но если после этого запустить программу, то в результате буде получена всего одна строка таблицы. Значит, после обнуления необходимо включить оператор определения количества вычислений, чтобы после 9 вывести строку j=j+1. На рис. 6 показана процедура этого варианта с процедурой «Очистка»

Четвертый вариант программы - вывод заданного числа промежуточных данных (любое количество расчетных данных должно выводиться в заданную заранее таблицу). Примем, что результаты должны поместиться в 20 строк. Чтобы правильно научиться составлять программы проще всего применять численные значения. Определим, через сколько вычислений надо выводить результаты, если количество вычислений 2000, а надо получить 20 строк. Очевидно через 100. Если вычислений 400, то выводить нужно через 20. Эти рассуждения позволяют сделать вывод, что вместо числа 10 (в процедуре на рис. 6) необходимо ввести вычисляемую переменную, например, dN и вычислять ее как dN=N/20 (N – число вычислений). Значит, до вывода необходимо знать количество вычислений, а оно до тех пор, пока не просчитаем неизвестно. Как решить эту проблему? Ответ будет такой: вначале выполняем расчет без вывода промежуточных данных, определяем число вычислений, а затем после определения dN повторяем расчет с выводом данных. Эта идея реализуется организацией цикла выполнения расчетов два раза. Пример программы на рис. 7. В примере на рис. 7 строки, которые обеспечивают вывод данных в таблицу вынесены в отдельную процедуру. Это сделано для того, чтобы операторы вывода не затрудняли восприятие процедуры расчета. Для случая, когда нужно выводить не 20, а иное число строк, заменяется число в операторе dN=N/20

	A	B	C	D	E	F
1	**Расчет времени перемещения элемента на заданное расстояние**					
2	Исходные данные					
3	1. Расстояние перемещения, м					1
4	2. Масса поршня,					20
5	3. Движущее усилие, Н					100
6	4. Усилие сопротивления, Н					10
7	5. Шаг интегрирования					0.001
8	Результаты расчеты					
9	1. Время перемещения, с					0.667
10	2. Скорость в конце хода, м/с					3.0015
11	Время,с	Скорость, м/с	Путь,м			
12	0	0	0			
13	0.034	0.15	0.003			
14	0.068	0.31	0.011			
15	0.102	0.46	0.024			
16	0.136	0.61	0.042			
17	0.170	0.76	0.065			
18	0.204	0.92	0.094			
19	0.238	1.07	0.128			
20	0.272	1.22	0.167			
21	0.306	1.38	0.211			
22	0.340	1.53	0.261			
23	0.374	1.68	0.316			
24	0.408	1.84	0.375			
25	0.442	1.99	0.441			
26	0.476	2.14	0.511			
27	0.510	2.29	0.586			
28	0.544	2.45	0.667			
29	0.578	2.60	0.753			
30	0.612	2.75	0.844			
31	0.646	2.91	0.940			

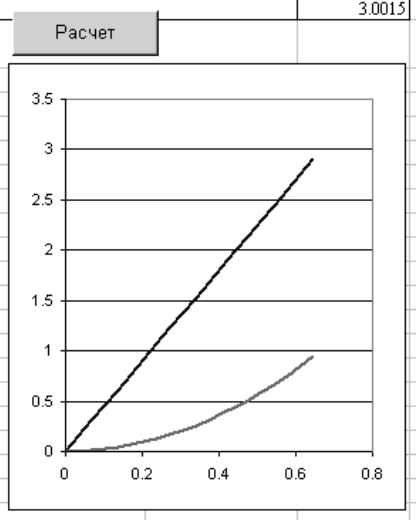


Рис. 8. Вид листа Excel

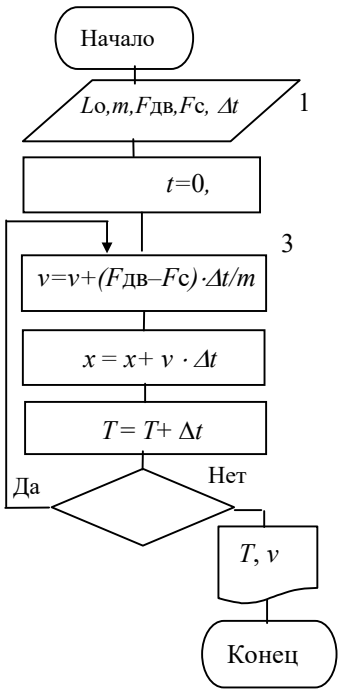


Рис. 3. Блок-схема алгоритма расчета времени перемещения

```
Option Explicit
Sub Разгон_до_макс_скорости()
   Dim Fdv, Fc, m, Lo, dT, I
   Call Ввод (Lo,m,Fdv,Fc,dt)
  Call Расчет(Lo,M,Fdv,Fc,dt)
End Sub
Sub Ввод(Lo,m,Fdv,Fc,dt)
  Lo=Worksheets("Лаб1").Range(“F3")
  m =Worksheets("Лаб1").Range("F4")
  Fdv = Worksheets("Лаб1").Range("F5")
   Fc=Worksheets("Лаб1").Range("F6")
   dT = Worksheets("Лаб1").Range("F7")
End Sub
.Sub Расчет(Lo,M,Fdv,Fc,dt)
Dim V,  X, T
T = 0 :  V = 0  :  X = 0
 While   x < Lo
      V = V + (Fdv - Fc) * dT / M
      X = X + V * dT
       T = T + dT
 Wend
 Worksheets("Лаб1").Range("F9") = T
 Worksheets("Лаб1").Range("F10") = V
End Sub
```

Рис. 4. Вариант без вывода данных в табл.

```
Sub Расчет (Lo, M, Fdv, Fc, dt)
Dim V, X, T, i
T = 0:   V = 0:    X = 0
i = 12
 While X < Lo
   Worksheets("Лаб1").Cells(i, 1) = T
   Worksheets("Лаб1").Cells(i, 2) = V
   Worksheets("Лаб1").Cells(i, 3) = X
   i = i + 1
   V = V + (Fdv - Fc) * dt / M
   X = X + V * dt
   T = T + dt
 Wend
 Worksheets("Лаб1").Range("f9") = T
 Worksheets("Лаб1").Range("f10") = V
End Sub
```

Рис. 5. Вариант с выводом всех данных в таблицу

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В.С.Шестаков. Оптимизация технических объектов. Учебное пособие. Изд. УГУ, Екатеринбург, 2016, 238 с.